

Лабораторная работа 8

Вариант 14

Оценка квадратичной и линейной функции методом
наименьших квадратов

Борис Шапошников М3239

Обратная связь: bshaposhnikov01@gmail.com

Формулировка задачи

- Смоделировать квадратичную функцию, наблюдаемую в нормальных шумах в пакете Octave в соответствии с параметрами варианта. Оценить коэффициенты квадратичной зависимости, уровень шумов и квадратичную функцию по зашумленным данным. Сравнить полученные результаты с "истинными" данными.
- Смоделировать линейную функцию, наблюдаемую в нормальных шумах в пакете Octave в соответствии с параметрами варианта. Оценить коэффициенты линейной зависимости, уровень шумов и линейную функцию по зашумленным данным. Построить доверительный интервал для значений функции при уровне доверия 0.95. Сравнить полученные результаты с "истинными" данными.

N вар	x_{min}	x_{max}	n	a_1	a_2	a_3	c_1	c_2	s
14	-2.2	2.5	69	1.7	-2.4	-3.6	3.5	-4.2	1.5

Решение

Квадратичная функция

- Код программы

```
1 clc;  
2 clear;  
3  
4 % Input  
5 x_min = -2.2;  
6 x_max = 2.5;
```

```

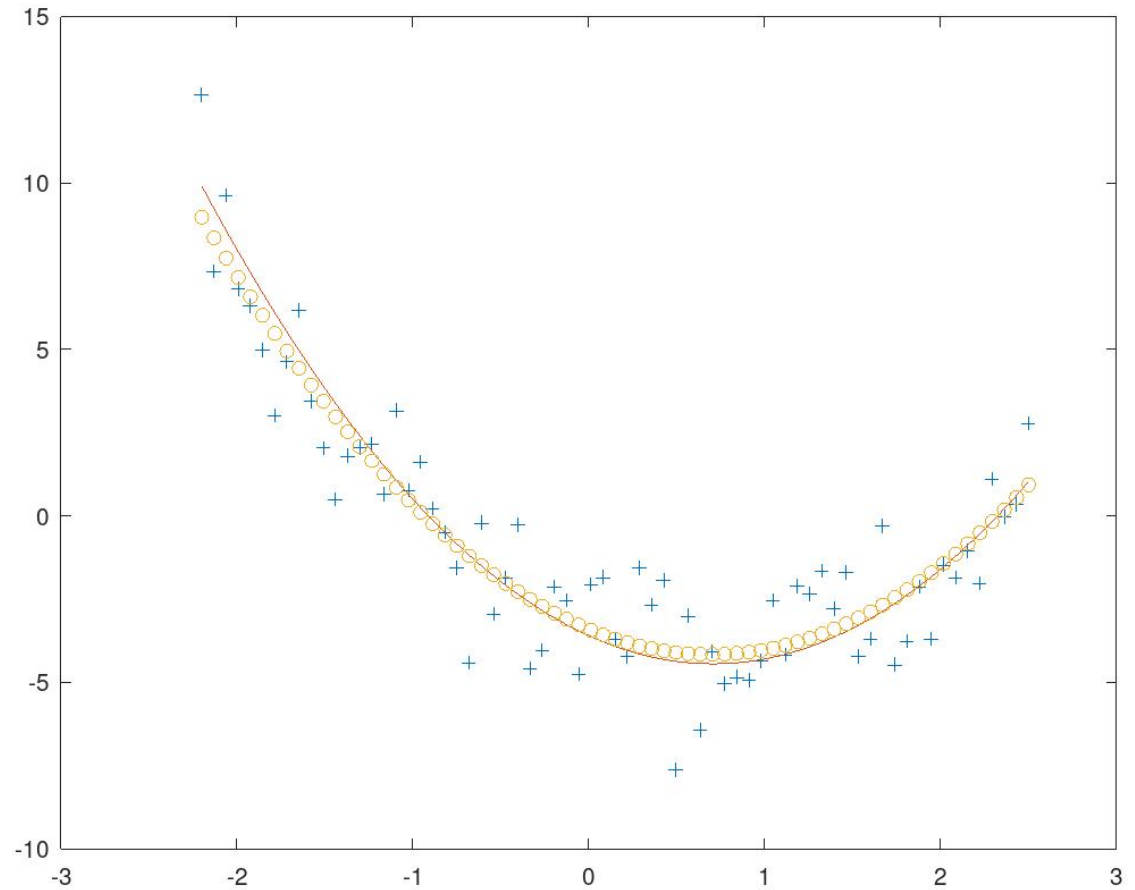
7 n = 69;
8 a1 = 1.7; a2 = -2.4; a3 = -3.6;
9 s = 1.5;
10
11 X = (x_min : (x_max - x_min) / (n - 1) : x_max)';
12 y = a3 + a2 * X + a1 * X.^2;
13
14 % Experimental data generation
15 Z = s * randn(n, 1);
16 Y = y + Z;
17 % Control:
18 plot(X, y, X, Y, '+');
19
20 % Recovering the function y in the matlab package.
21 m=2;
22 an = polyfit(X, Y, m);
23 Yn = polyval(an, X);
24 % Control:
25 plot(X, Y, '+', X, y, X, Yn, 'o');
26
27 e = Yn - Y;
28 sp = e' * Yn;
29 sn = sqrt(e' * e / (n - 2));
30 % Output
31 printf("Real coefficients: %d, %d, %d\n", a1, a2, a3);
32 printf("Calculated coefficients: %d, %d, %d\n", an(1), an(2), an(3));
33 printf("Scalar product: %d\n", sp);
34 printf("Real noise level: %d\n", s);
35 printf("Calculated noise level: %d\n", sn);

```

- Результат

Real coefficients: 1.7, -2.4, -3.6
 Calculated coefficients: 1.55825, -2.26599, -3.27692
 Scalar product: 5.86198e-14
 Real noise level: 1.5
 Calculated noise level: 1.52448

- График



Линейная функция

- Код программы

```
1  clc;  
2  clear;  
3  
4  % Input  
5  x_min = -2.2;  
6  x_max = 2.5;  
7  n = 69;  
8  c1 = 3.5;  
9  c2 = -4.2;  
10 s = 1.5;  
11  
12 X = (x_min : (x_max - x_min) / (n - 1) : x_max)';  
13 y = c2 + c1 * X;  
14
```

```

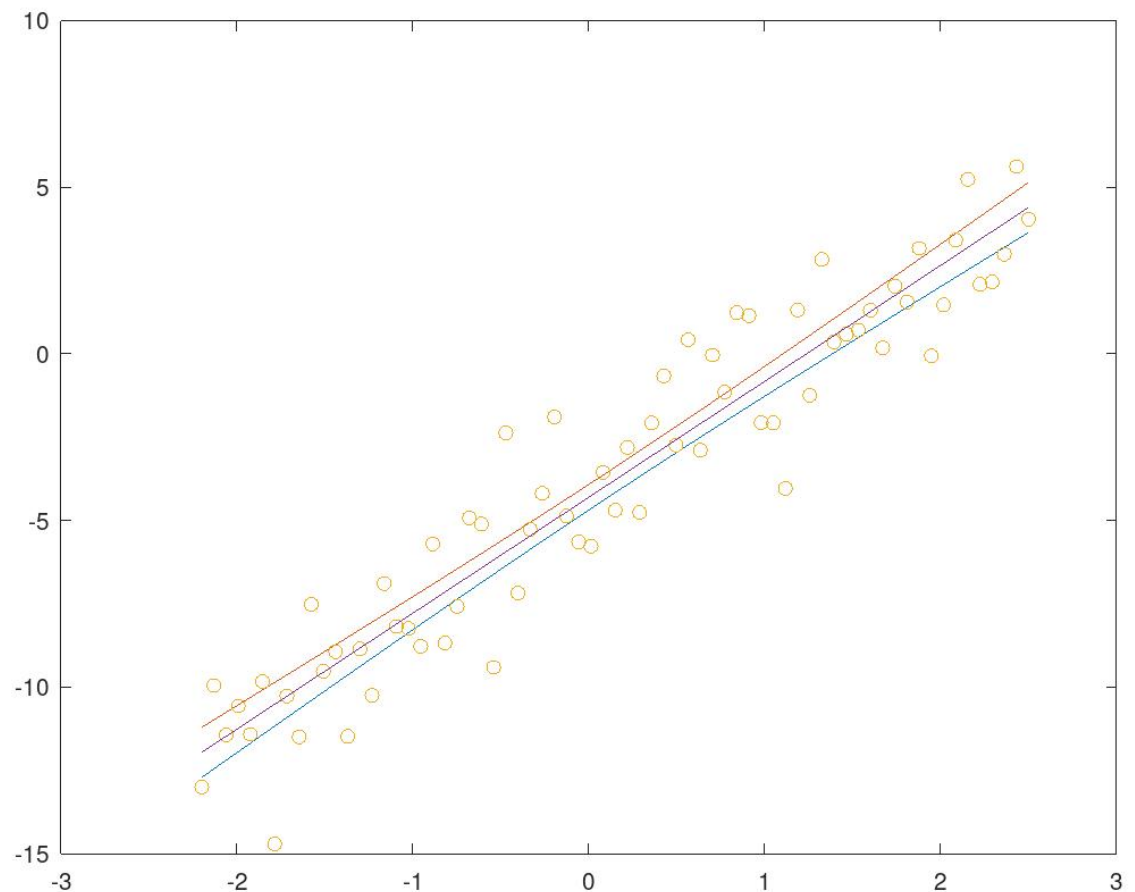
15 % Experimental data generation
16 Z = s * randn(n,1);
17 Y = y + Z;
18 % Control:
19 plot(X, y, X, Y);
20
21 % Recovering the function y
22 xn = mean(X);
23 yn = mean(Y);
24 cov = (X - xn)' * (Y - yn) / (n - 1);
25 b = cov / (std(X)^2);
26 Yn = yn + b * (X - xn);
27
28 % Assessment in the matlab package.
29 m=1;
30 cn = polyfit(X, Y, m);
31 Ynn = polyval(cn, X);
32 % Control:
33 plot(X, Y, '+', X, y, X, Yn, X, Ynn, 'o');
34
35 e = Yn - Y;
36 sp = e'*Yn;
37
38 % Assessment of noise level.
39 sn = sqrt(e' * e / (n - 2)); % s
40
41 % Confidence bounds
42 ta = 1.96;
43 ha = ta * (sn / sqrt(n));
44 da = ha * (1 + (X - xn).^2 / (std(X)^2)).^(1 / 2);
45 Yn1 = Yn - da;
46 Yn2 = Yn + da;
47 plot(X, Yn1, X, Yn2, X, Y, 'o', X, Yn)
48
49 % Output
50 printf("Real coefficients: %d, %d\n", c1, c2);
51 printf("Calculated coefficients: %d, %d\n", cn(1), cn(2));
52 printf("Calculated coefficients with Matlab: %d, %d\n", b, yn - b * xn
    );
53 printf("Scalar product: %d\n", sp);
54 printf("Read noise level: %d\n", s);
55 printf("Calculated noise level: %d\n", sn);

```

- Результат

Real coefficients: 3.5, -4.2
Calculated coefficients: 3.48001, -4.30464
Calculated coefficients with Matlab: 3.48001, -4.30464
Scalar product: 5.46674×10^{-13}
Read noise level: 1.5
Calculated noise level: 1.61886

- График



Вывод

Для обеих функций посчитанные коэффициенты близки к теоретическим. Посчитанный уровень шумов близок к теоретическому. Вектор несвязок почти ортогонален вектору значений зашумлённой функции. Графики функций с посчитанными коэффициентами попадают в доверительные интервалы.