

## Лабораторная работа 7

## Вариант 14

Доверительное оценивание и проверка гипотез.

Борис Шапошников М3239

Обратная связь: bshaposhnikov01@gmail.com

**Формулировка задачи**

№ вар	Распределение данных, объём выборки и выборочные характеристики	Уровень доверия $\gamma$	Гипотеза и альтернатива	вероятность ошибок I рода $\alpha$
14	$X \sim B(p); n = 100; k_n = 37$	0.95	$H_0 : p = p_0 = 0.45; H_1 : p \neq p_0$	0.05

Величины  $t_\gamma$ :  $\Phi_1(t_\gamma) = P(|\xi| < t_\gamma) = \gamma$

$\gamma$	0.9	0.95	0.99
$t_\gamma$	1.65	1.96	2.58

На основании данных построить доверительный интервал для  $\alpha$  и проверить гипотезу на основании наиболее мощного критерия  $\gamma$ .

**Решение****Информация Фишера**

$$X \sim B(p)$$

Информация Фишера для распределения Бернулли:  $I(p) = \frac{1}{p(1-p)}$

$$\text{ОМП: } \hat{\theta}_n = \hat{p}_n = \frac{k_n}{n}$$

$$\hat{\theta}_n = \frac{37}{100} = 0.37$$

$$I(\hat{\theta}_n) = \frac{1}{0.37 \cdot 0.63} \approx 4.29$$

### Доверительный интервал

$$I_n = [\hat{\theta}_n - \delta_n; \hat{\theta}_n + \delta_n]$$

$$\delta_n = \frac{t_{1-\alpha}}{\sqrt{nI(\hat{\theta}_n)}}$$

$$t_{1-\alpha} = t_{0.95} = 1.96$$

$$\delta_n = \frac{1.96}{\sqrt{100 \cdot 4.29}} \approx 0.09463$$

$$I_n = [0.27537; 0.46463]$$

$$p_0 = 0.45 \in I_n$$

Значение вероятности  $p$  из распределения Бернулли лежит в доверительном интервале  $I_n$  заданного уровня доверия. Значит следует принять гипотезу  $H_0$ .

### Проверка гипотезы

$$\text{Двусторонняя альтернатива: } \Psi_{n,\alpha}^* = \begin{cases} 1, & \sqrt{nI(\theta_0)}|\hat{\theta}_n - \theta_0| \geq t_\gamma, \\ 0, & \sqrt{nI(\theta_0)}|\hat{\theta}_n - \theta_0| < t_\gamma \end{cases}.$$

$$\sqrt{nI(\theta_0)}|\hat{\theta}_n - \theta_0| = \sqrt{\frac{n}{p_0(1-p_0)}}\left|\frac{k_n}{n} - p_0\right| = \sqrt{\frac{100}{0.45 \cdot 0.55}}|0.37 - 0.45| \approx 1.608$$

$$1.608 < 1.96 \Rightarrow \Psi_{n,\alpha}^* = 0$$

### Вывод

$H_0 : p_0 = 0.45$  принимается в соответствии с вычисленными данными.