

Implementacja komórkowa modelu SIR

Zacznijmy od NAJPROSTSZEJ WERSJI MODELU gdzie CHOROBA JEST BARDZO KRÓTKA i BARDZO MAŁO ZARAŻLIWA. Formalnie będzie to dwuwymiarowy, probabilistyczny (kroki MC) automat komórkowy z regułą SIR.

```
ModelSIR1
6 int WorldSize=400; //Ile chcemy elementów w linii i ile linii (tablica kwadratowa)
7
8 int[][] World=new int[WorldSize][WorldSize]; //Tworzenie tablicy świata
9                                     // - w Processingu zawsze za pomocą allocate
10 float IDens=0.99; //Początkowa gęstość w tablicy
11
12 //final to coś w rodzaju stałych
13 final int Empty=0;
14 final int Susceptible=1;
15 final int Infected=2;
16 final int Recovered=3;
17
18 void setup()
19 { //Empty=-1; //ERROR: The final field cannot be assigned!
20   size(400,400); //Okno kwadratowe
21   noSmooth(); //Znacząco przyspiesza
22
23   if(IDens>0)
24   {
25     for(int i=0;i<World.length;i++) //Zasiewanie tablicy
26     for(int j=0;j<World.length;j++)
27     if(random(1.0)<IDens)
28     World[i][j]=Susceptible;
29     else
30     World[i][j]=Empty; //Dla pewności, gdyby Empty nie było zero.
31   }
32
33   World[WorldSize/2][WorldSize/2]=Infected;
34
35   frameRate(10);
36 }
```

Setup odpowiada za zasiewanie tablicy zadaną gęstością początkową zdrowymi komórkami, oraz jedną pojedynczą komórką zarażoną na środku.

Procedura **draw()** odpowiada za wizualizację, i za zmianę stanu modelu. Zaczynamy od wizualizacji bo jest ona po prostu odziedziczona po poprzednich automatach komórkowych.

```

38 int t=0;
39
40 void draw()
41 {
42     for(int i=0;i<World.length;i++)//Wizualizacja czyli "rysowanie na ekranie"
43     for(int j=0;j<World.length;j++)
44     {
45         switch(World[i][j]){ //Instrukcja wyboru pozwala nam wybrać
46             case 3:stroke(0,255,0);break;//dowolny kolor w zależności od liczby w komórce
47             case 2:stroke(255,0,0);break;
48             case 1:stroke(0,0,255);break;
49             case 0:stroke(0,0,0);break;
50             default: stroke(255);//To się pojawiać nie powinno
51             break;
52         }
53         point(i,j);
54     }

```

Na razie cztery kolory w zupełności nam wystarczą. Gdyby się pojawił jakiś inny, nieprzewidziany stan to komórka zostanie wyświetlona na biało, za co odpowiada linia 50.

Teraz implementacja samego modelu:

```

57 //STANY: Empty=0; Susceptible=1; Infected=2; Recovered=3;
58 for(int a=0;a<World.length*World.length;a++)//Tyle losowań ile komórek
59 {
60     //Losowanie agenta
61     int i=(int)random(World.length);
62     int j=(int)random(World.length);
63
64     //Jesli pusty lub zdrowy zdrowy to nic nie robi
65     if(World[i][j]!=Infected) continue;
66
67     //Wyliczenie lokalizacji sąsiadów
68     int right = (i+1) % WorldSize;
69     int left = (WorldSize+i-1) % WorldSize;
70     int dw=(j+1) % WorldSize;
71     int up=(WorldSize+j-1) % WorldSize;
72
73     int neigh=(int)random(4);//który sąsiad
74
75     switch(neigh) //Tu trzeba bardzo uważać żeby się nie pomylić w indeksach
76     {
77         case 0: if(World[left][j]==Susceptible) World[left][j]=Infected; break;
78         case 1: if(World[right][j]==Susceptible) World[right][j]=Infected; break;
79         case 2: if(World[i][up]==Susceptible) World[i][up]=Infected;break;
80         case 3: if(World[i][dw]==Susceptible) World[i][dw]=Infected;break;
81         default: println("Ups!",neigh);break;
82     }
83
84     World[i][j]=Recovered;
85 }
86
87 t++;//Kolejne pokolenie/krok/rok
88 text("ST:"+t,0,10);
89 }

```

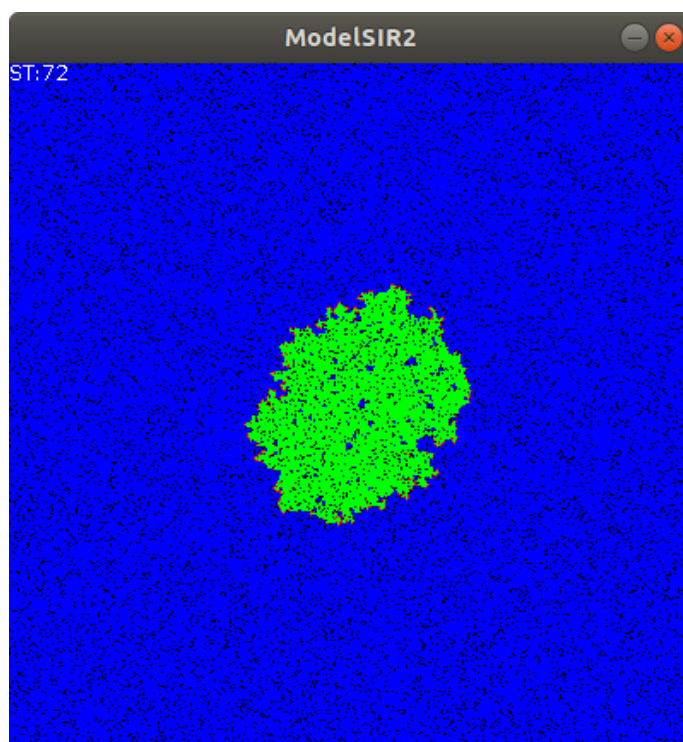
Nie zdziwcie się, że ta epidemia wcale nie wybucha. Jej aktualne parametry nie dopuszczają do tego.

Jak to zmienić żeby miała szansę wybuchnąć?

Najprostszy sposób to zwiększyć liczbę interakcji:

```
ModelSIR2
74
75 for(int b=0;b<4;b++)//Więcej interakcji
76 {
77     int neigh=(int)random(4);
78
79     switch(neigh) //Tu trzeba bardzo uważać żeby się nie pomylić w indeksach
80     {
81     case 0: if(World[left][j]==Susceptible) World[left][j]=Infected; break;
82     case 1: if(World[right][j]==Susceptible) World[right][j]=Infected; break;
83     case 2: if(World[i][up]==Susceptible) World[i][up]=Infected;break;
84     case 3: if(World[i][dw]==Susceptible) World[i][dw]=Infected;break;
85     default: println("Ups!",neigh);break;
86     }
87 }
88 World[i][j]=Recovered;
```

Zamykamy `switch` interakcji w pętli. Teraz dostajemy epidemie zarazka, który jest bardzo zaraźliwy.



Tak to mniej więcej powinno wyglądać...

Ale czy zawsze? Co możemy zmienić? Nie zbadaliśmy jeszcze znaczenia parametru

“gęstości zaludnienia” (*IDens*) .

Z praktyki epidemicznej wiadomo że ma on ogromne znaczenie. Poniżej pewnego progu epidemie zawsze są lokalne. A jaki jest ten próg? Spróbujcie go znaleźć:

```
10 float IDens=0.9; //Początkowa gęstość w tablicy - jaka jest gęstość progowa,  
11 //przy której epidemia zaatakuje ZAWSZE cały świat? (o ile już się zacznie)  
12 //Choć mogą być małe rejony które ominęła.  
13
```

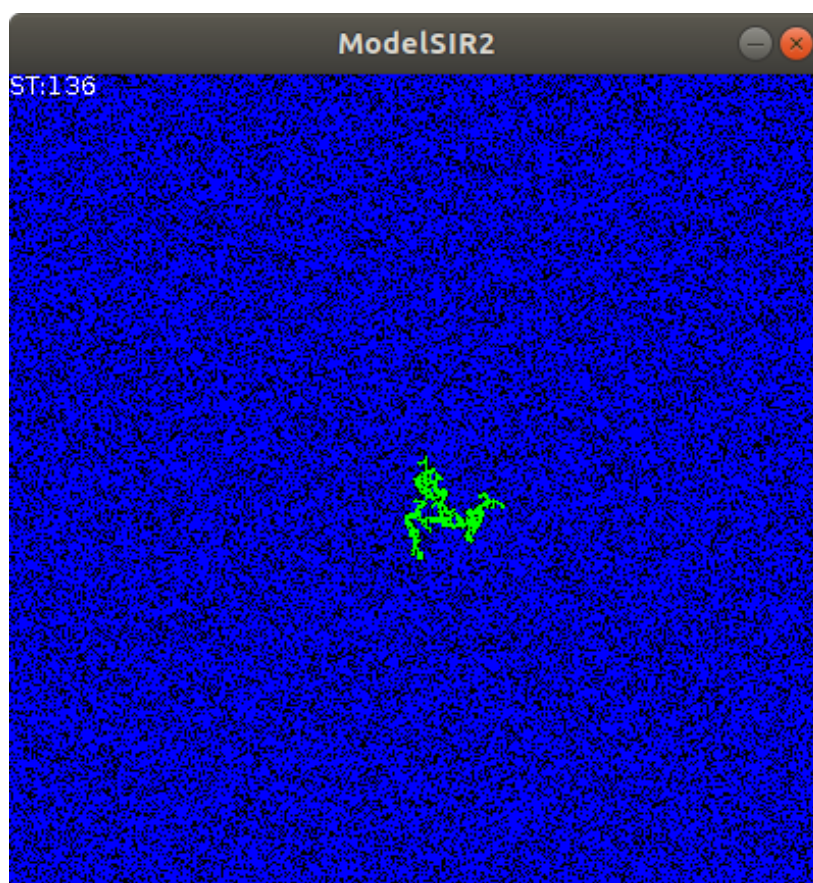
Można się tu posłużyć algorytmem bisekcji:

Najpierw sprawdza jakąś wartość mocno poniżej aktualnej. Np. 0.5 ...

Okazuje się że przy tej wartości parametru epidemia wcale nie wybucha.

W takim razie sprawdzamy wartość pomiędzy 0.5 i 0.9 czyli 0.7 ...

Epidemie nadal są tylko lokalne - “pandemii”, czyli epidemii zakażającej więcej niż połowę “świata” nie daje się wywołać.



No w takim razie sprawdzamy wartość pomiędzy 0.7 a 0.9 czyli 0.8 ...

Teraz "pandemia" startuje niemal za każdym razem.

Czyli musimy sprawdzić wartość między 0.7 a 0.8. Itd.

Im bliżej jesteśmy wartości krytycznej tym więcej prób trzeba przeprowadzić, bo będzie się zdarzać że pandemia czasem startuje, a czasem nie, ale jest przewaga jednej z możliwości.

No to do roboty :-D

To jaki jest wasz wynik?

Mi wyszło **0.775** , ale może wam się uda dokładniej.

No to uzupełnimy teraz nasz model o prawdopodobieństwa zarażenia, wyzdrowienia i śmierci. Są one łatwe do uzyskania empirycznego, ale nie bardzo są zgodne z biologią typowych chorób epidemicznych. Rozwój większości chorób jest uzależniony od etapów odpowiedzi immunologicznej, które mają typowy czas trwania - pierwszy etap odporności po 7 dniach, a pełna odporność po ok 14. Myślmy nad tym w międzyczasie, a teraz implementacja modelu z prawdopodobieństwami.^[OBJ]

```
ModelSIR3
20
21 final float PTransfer=0.33; //Prawdopodobieństwo zarażenia agenta w pojedynczej interakcji
22 final float PRecovery=0.10; //Średnie prawdopodobieństwo wyzdrowienia w danym dniu
23 final float PDeath=0.01; //Średnie prawdopodobieństwo śmierci w danym dniu choroby
24 //PDeath + PRecovery < 1 !!!
25
26 void setup()
27 {
28   assert PDeath + PRecovery < 1 : "Za duże prawdopodobieństwa PDeath + PRecovery"; //Asercja
29   // sprawdzenie założenia
```

Wprowadzamy trzy prawdopodobieństwa - zakażenia w pojedynczej interakcji (*PTransfer*), wyzdrowienia w danym dniu infekcji (*PRecovery*) i śmierci w danym dniu infekcji (*PDeath*). Ponieważ logika wskazuje że nie można jednocześnie wyzdrowieć i umrzeć, suma tych dwu prawdopodobieństw musi być mniejsza od 1. Do sprawdzenia tego założenia używamy specjalnego narzędzia programistycznego nazywanego "ASERCJA".

W JAVIE i Processingu asercja ma następującą składnię:

assert Warunek : "komunikat";

Jeśli warunek asercji nie jest spełniony to komunikat jest wyświetlany na konsoli i program się zatrzymuje. W naszym wypadku komunikat jest podkreślony na żółto, ponieważ warunek może być sprawdzony już przez środowisko Processingu, które wykrywa i ostrzega, że ten kod nigdy nie będzie wykonany.

No to teraz pętla zmiany stanu:

```

69 for(int a=0;a<World.length*World.length;a++)//Tyle losowań ile komórek
70 {
71     //Losowanie agenta
72     int i=(int)random(World.length);
73     int j=(int)random(World.length);
74
75     //Jesli pusty lub zdrowy zdrowy to nic nie robi
76     if(World[i][j]!=Infected) continue;
77
78     //Wyliczenie lokalizacji sąsiadów
79     int right = (i+1) % WorldSize;
80     int left = (WorldSize+i-1) % WorldSize;
81     int dw=(j+1) % WorldSize;
82     int up=(WorldSize+j-1) % WorldSize;
83
84     //PTransfer - Prawdopodobieństwo zarażenia agenta w pojedynczej interakcji
85     //PRecovery - Prawdopodobieństwo wyzdrowienia w danym dniu
86     //PDeath - Prawdopodobieństwo śmierci w danym dniu choroby
87     //PDeath + PRecovery < 1 !!!
88
89     if(World[left][j]==Susceptible && random(1) < PTransfer) World[left][j]=Infected;
90     if(World[right][j]==Susceptible && random(1) < PTransfer) World[right][j]=Infected;
91     if(World[i][up]==Susceptible && random(1) < PTransfer) World[i][up]=Infected;
92     if(World[i][dw]==Susceptible && random(1) < PTransfer) World[i][dw]=Infected;
93
94     float probab=random(1);//Los na dany dzień
95
96     if(probab<PDeath) //Albo tego dnia umiera
97         World[i][j]=Empty;
98     else if(probab<PRecovery+PDeath)//Albo jest wyleczony
99         World[i][j]=Recovered;
100     //else //NADAL CIERPI!
101 }

```

Zrezygnowaliśmy z wewnętrznej pętli interakcji. Każdego dnia epidemii (kroku MC) chory ma szansę zarazić czterech sąsiadów, ale czy mu się uda zależy od prawdopodobieństwa transferu.

Chory może też w danym dniu umrzeć, albo wyzdrowieć, a w obu przypadkach przestaje zarażać.

W tym modelu możemy przetestować epidemie różnych znanych chorób. Z braku dostępu do realnych danych opisałem je w tabeli jakościowo,

| Choroba / parametr | PTransfer | PDeath | PRecovery |
|--------------------|---------------|--------------|-------------|
| Katar | bardzo wysoki | zero | ~1/10 |
| Ebola | bardzo wysoki | wysoki | ~1/100 |
| Dżuma | wysoki | dosyć wysoki | ~1/10 |
| Grypa | wysoki | niski | ~1/10 |
| Gruźlica | niski | niski | zero |
| Żółtaczką B | średni | niski | zero |
| Broń B! | bardzo wysoki | średni | bliski zera |

Oczywiście teraz przydałyby się jakieś statystyki. Minimum to wyświetlane na konsoli. Możemy je, tak jak w poniższym przykładzie zliczać już w trakcie symulacji.

```

ModelSIR4
93
94     if(World[left][j]==Susceptible && random(1) < PTransfer)
95     {World[left][j]=Infected; kranken++;}
96     if(World[right][j]==Susceptible && random(1) < PTransfer)
97     {World[right][j]=Infected; kranken++;}
98     if(World[i][up]==Susceptible && random(1) < PTransfer)
99     {World[i][up]=Infected; kranken++;}
100    if(World[i][dw]==Susceptible && random(1) < PTransfer)
101    {World[i][dw]=Infected; kranken++;}
102
103    float prob=random(1); //Los na dany dzień
104
105    if(prob<PDeath) //Albo tego dnia umiera
106    {World[i][j]=Empty; starben++;}
107    else if(prob<PRecovery+PDeath) //Albo jest wyleczony
108    {World[i][j]=Recovered; geheilt++;}
109    //else //NADAL CIERPI!
110 } //Koniec petli po wylosowanych agentach
111
112 t++; //Kolejne pokolenie/krok/rok
113 text("ST:"+t+" Zachorowali:"+kranken+" Wyzdrowieli:"+geheilt+" Umarli:"+starben,0,10);
114 println("ST:"+t+"\tZ\t"+kranken+"\tW\t"+geheilt+"\tU\t"+starben);
115 }

```

Jeśli zmienne te będziemy zerować przed każdym krokiem M C, to uzyskamy statystyki z kroku, a jeśli nie, będą to kumulatywne statystyki z całości epidemii.

Dane z konsoli Processingu można skopiować używając skrótów klawiszowych Ctrl-A (zaznacz wszystko) , Ctrl-C (kopiuj) i wkleić (Ctrl-V) gdzieś, gdzie potrafimy wykonać wykres.

SIR z konkretną liczbą dni choroby

Pozostała nam jeszcze wersja modelu, w którym choroba będzie trwała konkretną liczbę dni. Czyli LICZBA INTERAKCJI DZIENNIE wynosi 4, ale prawdopodobieństwo zarażenia

równe $P_{Transfer}$, CHOROBA trwa u zarażonego $Duration$ kroków chyba że wcześniej umrze (P_{Death}).

```

ModelSIR5
16 //Coś w rodzaju stałych ;- )
17 final int Duration=7; //Czas trwania infekcji!
18 final int Empty=0;
19 final int Susceptible=1;
20 final int Infected=2;
21 final int Recovered=Infected+Duration;
22 final float PTransfer=0.75; //Prawdopodobieństwo zarażenia agenta w pojedynczej interakcji
23 final float PDeath=0.01; //Średnie prawdopodobieństwo śmierci w danym dniu choroby
24
25 //STATYSTYKI LICZONE W TRAKCIE SYMULACJI
26 int sumInfected=0; //Zachorowanie
27 int sumRecovered=0; //Wyzdrowienia
28 int sumDeath=0; //Ci co umarli

```

Znika nam prawdopodobieństwo wyzdrowienia. Wyzdrowienia następuje po konkretnej liczbie losowań (więc jest trochę zmienne). Agent zdrowieje zawsze o ile nie nastąpi śmierć.

Musimy zmodyfikować główną pętlę programu, gdyż teraz choroba będzie reprezentowana przez wiele stanów. Każdy stan to kolejny etap/dzień choroby.

```

ModelSIR5
68 //Zmiana stanu automatu - krok Monte Carlo
69 //STANY: Empty=0; Susceptible=1; Infected=2; Recovered=Infected+Duration;
70 for(int a=0;a<World.length*World.length;a++) //Tyle losowań ile komórek
71 {
72     //Losowanie agenta
73     int i=(int)random(World.length);
74     int j=(int)random(World.length);
75
76     //Jeśli pusty lub zdrowy to nic nie robimy
77     if(World[i][j]<Infected || Recovered<=World[i][j]) continue;
78
79     //Wyliczenie lokalizacji sąsiadów
80     int right = (i+1) % WorldSize;
81     int left = (WorldSize+i-1) % WorldSize;
82     int dw=(j+1) % WorldSize;
83     int up=(WorldSize+j-1) % WorldSize;
84
85     //PTransfer - Prawdopodobieństwo zarażenia agenta w pojedynczej interakcji
86     //PRecovery - Prawdopodobieństwo wyzdrowienia w danym dniu
87     //PDeath - Prawdopodobieństwo śmierci w danym dniu choroby
88     //PDeath + PRecovery < 1 !!!
89
90     if(World[left][j]==Susceptible && random(1) < PTransfer)
91     {World[left][j]=Infected; sumInfected++;}
92     if(World[right][j]==Susceptible && random(1) < PTransfer)
93     {World[right][j]=Infected; sumInfected++;}
94     if(World[i][up]==Susceptible && random(1) < PTransfer)
95     {World[i][up]=Infected; sumInfected++;}
96     if(World[i][dw]==Susceptible && random(1) < PTransfer)
97     {World[i][dw]=Infected; sumInfected++;}

```

Stąd w liniach 76 i 77 mamy bardziej złożony warunek, wyłączający komórki zdrowe. Sam sposób infekcji się nie zmienia, jednak zmienia się dalsze traktowanie zakażonego agenta:


```

98
99     float probab=random(1);//Los na dany dzień
100
101     if(prob<PDeath) //Albo tego dnia umiera
102     {World[i][j]=Empty;sumDeath++;}
103     {
104         //Albo jest wyleczony
105         if(++World[i][j]==Recovered)
106             sumRecovered++;
107         //else //NADAL CIERPI!
108     }
109 }
110
111 t++;//Kolejne pokolenie/krok/rok
112 text("ST:"+t+" Zachorowali:"+sumInfected+" Wyzdrowieli:"+sumRecovered+" Umarli:"+sumDeath
113      |,0,10);
114 println("ST:"+t+"\tZ\t"+sumInfected+"\tW\t"+sumRecovered+"\tU\t"+sumDeath);
115 }

```

Warunek w linii 105 wykonuje jednocześnie dwie operacje:

`++World[i][j]`

to preinkrementacja stanu komórki. Dopiero wynik tej operacji jest porównywany ze stanem *Recovered*, żeby można było zliczyć wyleczonych.

Na koniec wyświetlanie stanu... I już.

Zaraz, zaraz :-D

Pewnie zauważyliście że coś nam się popsuło teraz wyświetlanie.

Nie dziwne, skoro zmieniły się wartości stanów, a pętla wyświetlająca była skopiowana z prostego automatu komórkowego. Musimy to teraz poprawić...

```

50 int t=0;
51
52 void draw()
53 {
54     for(int i=0;i<World.length;i++)//Wizualizacja czyli "rysowanie na ekranie"
55     for(int j=0;j<World.length;j++)
56     {
57         switch(World[i][j]){ //Instrukcja wyboru pozwala nam wybrać dowolny kolor
58             case Recovered: stroke(0,255,0);break;//Wyleczony
59             case Infected: stroke(255,0,0);break;//Zachorował
60             case Susceptible:stroke(0,0,255);break;//Podatny
61             case Empty: stroke(0,0,0);break;//Pusty
62             default: stroke(random(255),0,random(255)); //Chory
63             break;
64         }
65         point(i,j);
66     }

```

... używając zdefiniowanych wcześniej stałych.

Natomiast **default**: służy nam teraz do kolorowania aktualnie chorych za pomocą losowych odcieni fioletu.

No to starczy... **Pomyślcie jeszcze jak można wprowadzić utratę odporności.**

Przyda nam się, gdy wrócimy do epidemii w wersji agentowej.