МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет информационных технологий Кафедра параллельных вычислений

ОТЧЕТ

О ВЫПОЛНЕНИИ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

««Параллельная реализация решения системы линейных алгебраических уравнений с помощью MPI»

студента Бородина Артёма Максимовича 2 курса, 19205 группы Направление 09.03.01 – «Информатика и вычислительная техника»

> Преподаватель: к.т.н, доцент А.Ю. Власенко

СОДЕРЖАНИЕ

<u>ЦЕЛЬ</u>	
ЗАДАНИЕ	
ОПИСАНИЕ РАБОТЫ	
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	
Приложение 1. Код последовательной программы	
Приложение 2. Код программы вар. 1	9
Приложение 3. Код программы вар. 2	13
Приложение 4. Профилирование вар. 1	17
Приложение 5. Профилирование вар. 1	18
Приложение 6. Замеры времени, ускорение, эффективность	18

ЦЕЛЬ

1. Решение СЛАУ, используя МРІ.

ЗАДАНИЕ

- 1. Написать программу на языке С или С++, которая реализует итерационный алгоритм решения системы линейных алгебраических уравнений вида Ax=b в соответствии с выбранным вариантом. Здесь А матрица размером N×N, х и b векторы длины N. Тип элементов double.
- 2. Программу распараллелить с помощью MPI с разрезанием матрицы A по строкам на близкие по размеру, возможно не одинаковые, части. Соседние строки матрицы должны располагаться в одном или в соседних MPI-процессах. Реализовать два варианта программы:
 - Вариант 1: векторы х и b дублируются в каждом MPI-процессе,
 - Вариант 2: векторы х и b разрезаются между MPI-процессами аналогично матрице A.
- 3. Замерить время работы двух вариантов программы при использовании различного числа процессорных ядер: 1,2, 4, 8, 16. Построить графики зависимости времени работы программы, ускорения и эффективности распараллеливания от числа используемых ядер. Исходные данные, параметры N и є подобрать таким образом, чтобы решение задачи на одном ядре занимало не менее 30 секунд.
- 4. Выполнить профилирование двух вариантов программы с помощью MPE при использовании 16-и ядер
- 5. На основании полученных результатов сделать вывод о целесообразности использования одного или второго варианта программы.

ОПИСАНИЕ РАБОТЫ

- 1. Была написана последовательная программа для решения СЛАУ (<u>Приложение 1</u>).
- 2. Были написаны варианты программы (<u>Приложение 2</u>, <u>Приложение 3</u>), использующие MPI для решения СЛАУ методом сопряженных градиентов. Были проведены проверки на корректность работы программ при различных размерах матрицы и количестве процессов.
- 3. Были выбраны размер матрицы и точность, при которых время работы программы на одном потоке занимало около 30 секунд.
- 4. Было проведено профилирование обоих вариантов программы (Приложение 4, Приложение 5). По результатам профилирования можно увидеть, что работа с MPI занимает до трети времени работы программы. Некоторые процессы ждут, пока другие считают. Так происходит из-за того, что функции, использованные в программе, блокирующие и заставляют процессы ждать окончания работы самого медленного процесса.
- 5. Были проведены замеры времени работы программы на разном количестве процессов и узлов. По полученным данным были сделаны графики (Приложение 6).
- 6. При анализе полученных данных можно заметить постепенное уменьшение эффективности (примерно на 1% на каждые 2 процесса) с ростом количества процессов. Это может быть связано с тем, что увеличивается время, затраченное на коммуникацию между процессами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе лабораторной работы были получены знания о разделении программы на процессы для более эффективного использования доступных ресурсов.

Приложение 1. Код последовательной программы

```
using namespace std::chrono;
void matVecMul(const double *mat, const double *vec, int N, double *newVec) {
oid mulByConst(const double *vec, double c, int size, double *newVec) {
double dotProduct(const double *vec1, const double *vec2, int size) {
 for (int i = 0; i < size; ++i) {
void printMat(double *mat, int rows, int columns, std::ofstream &stream) {
   stream << std::endl;
double *solveSLAE(const double *A, double *b, int N) {
 auto *solution = new double[N]; //xn+1
 std::fill(solution, solution + N, 0);
 auto *prevSolution = new double[N]; // xn
 std::fill(prevSolution, prevSolution + N, 0);
 auto *Atmp = new double[N];
 auto *z = new double[N];
 auto *rNext = new double[N];
 auto *zNext = new double[N];
```

```
auto *alphaZ = new double[N];
auto *betaZ = new double[N];
double alpha;
const double EPSILON = 1e-009;
double normb = sqrt(dotProduct(b, b, N));
double prevRes = 1;
bool diverge = false;
int divergeCount = 0;
int rightAnswerRepeat = 0;
while (res > EPSILON && rightAnswerRepeat < 5) {</pre>
 if (res < EPSILON) {</pre>
   ++rightAnswerRepeat;
 } else {
   rightAnswerRepeat = 0;
  subVec(b, Atmp, N, r);
  matVecMul(A, z, N, Atmp);
 alpha = dotProduct(r, r, N) / dotProduct(Atmp, z, N);
 mulByConst(z, alpha, N, alphaZ);
 sumVec(prevSolution, alphaZ, N, solution);
 matVecMul(A, alphaZ, N, Atmp);
 subVec(r, Atmp, N, rNext);
 beta = dotProduct(rNext, rNext, N) / dotProduct(r, r, N);
 mulByConst(z, beta, N, betaZ);
 sumVec(rNext, betaZ, N, zNext);
  res = sqrt(dotProduct(r, r, N)) / normb;
 if (prevRes < res || res == INFINITY || res == NAN) {</pre>
   if (divergeCount > 10 || res == INFINITY || res == NAN) {
     diverge = true;
   divergeCount = 0;
 prevRes = res;
   prevSolution[i] = solution[i];
   z[i] = zNext[i];
delete[](prevSolution);
```

```
delete[](Atmp);
delete[](rNext);
delete[](zNext);
delete[](alphaZ);
delete[](betaZ);
if (diverge) {
  delete[](solution);
nt main(int argc, char *argv[]) {
if (argc != 3) {
int N = atoi(argv[1]);
std::string name(argv[2]);
const std::string &fileName = name;
std::ofstream fileStream(fileName);
if (!fileStream) {
fileStream << "Matrix size: " << N << std::endl;
auto *b = new double[N];
auto *u = new double[N];
matVecMul(A, u, N, b);
auto startTime = system_clock::now();
double *solution = solveSLAE(A, b, N);
auto endTime = system_clock::now();
auto duration = duration_cast<nanoseconds>(endTime - startTime);
  printMat(solution, 1, N, fileStream);
```

```
fileStream << "Does not converge" << std::endl;
}

delete[](solution);
delete[](b);
delete[](A);
return 0;
}</pre>
```

Приложение 2. Код программы вар.1

```
#include <fstream>
#include <winsock2.h>
#include "mpi.h"
using namespace std::chrono;
matVecMul(const double *mat, const double *vec, int *sizesPerThreads, int *dispositions, int N, double *newVec) {
 MPI_Comm_rank(MPI_COMM_WORLD, &rank);
 auto *tmpVec = new double[sizesPerThreads[rank]];
   tmpVec[i] = 0;
     tmpVec[i] += mat[i * N + j] * vec[j];
 MPI_Allgatherv(tmpVec, sizesPerThreads[rank], MPI_DOUBLE, newVec,
        sizesPerThreads, dispositions, MPI_DOUBLE, MPI_COMM_WORLD);
 delete[](tmpVec);
mulByConst (const double *vec, double c, const int *sizesPerThreads, const int *dispositions, int N, double *newVec) {
 MPI_Comm_rank(MPI_COMM_WORLD, &rank);
 auto *tmpVec = new double[N];
 std::fill(tmpVec, tmpVec + N, 0);
 for (int i = dispositions[rank]; i < dispositions[rank] + sizesPerThreads[rank]; i++) {</pre>
   tmpVec[i] = vec[i] * c;
 MPI_Allreduce(tmpVec, newVec, N, MPI_DOUBLE, MPI_SUM, MPI_COMM_WORLD);
 delete[](tmpVec);
subVec(const double *vec1, const double *vec2, const int *sizesPerThreads, const int *dispositions, int N,
 auto *tmpVec = new double[N];
 std::fill(tmpVec, tmpVec + N, 0);
 for (int i = dispositions[rank]; i < dispositions[rank] + sizesPerThreads[rank]; i++) {</pre>
   tmpVec[i] = vec1[i] - vec2[i];
 MPI_Allreduce(tmpVec, newVec, N, MPI_DOUBLE, MPI_SUM, MPI_COMM_WORLD);
sumVec(const double *vec1, const double *vec2, const int *sizesPerThreads, const int *dispositions, int N,
 MPI_Comm_rank(MPI_COMM_WORLD, &rank);
 auto *tmpVec = new double[N];
 std::fill(tmpVec, tmpVec + N, 0);
```

```
for (int i = dispositions[rank]; i < dispositions[rank] + sizesPerThreads[rank]; i++) {</pre>
  tmpVec[i] = vec1[i] + vec2[i];
 MPI_Allreduce(tmpVec, newVec, N, MPI_DOUBLE, MPI_SUM, MPI_COMM_WORLD);
double dotProduct(const double *vec1, const double *vec2, const int *sizesPerThreads, const int *dispositions) {
MPI_Comm_rank(MPI_COMM_WORLD, &rank);
 for (int i = dispositions[rank]; i < dispositions[rank] + sizesPerThreads[rank]; i++) {</pre>
double fullSum;
 MPI_Allreduce(&sum, &fullSum, 1, MPI_DOUBLE, MPI_SUM, MPI_COMM_WORLD);
 return fullSum;
void printMat(double *mat, int rows, int columns, std::ofstream &stream) {
double *solveSLAE(const double *A, double *b, int *sizesPerThreads, int *dispositions, int N) {
 MPI_Comm_rank(MPI_COMM_WORLD, &rank);
 auto *solution = new double[N]; // xn+1
 std::fill(solution, solution + N, 0);
 auto *prevSolution = new double[N]; // xn
 std::fill(prevSolution, prevSolution + N, 0);
 auto *r = new double[N];
 auto *rNext = new double[N];
 auto *zNext = new double[N];
 auto *alphaZ = new double[N];
 auto *betaZ = new double[N];
 double alpha;
 double beta;
 const double EPSILON = 1e-009;
 double normb = sqrt(dotProduct(b, b, sizesPerThreads, dispositions));
 double dotRR;
 bool diverge = false;
 int divergeCount = 0;
 int rightAnswerRepeat = 0;
 int iterCount = 0;
 while (res > EPSILON && rightAnswerRepeat < 5) {
   if (res < EPSILON) {</pre>
     ++rightAnswerRepeat;
```

```
rightAnswerRepeat = 0;
 matVecMul(A, prevSolution, sizesPerThreads, dispositions, N, Atmp);
 subVec(b, Atmp, sizesPerThreads, dispositions, N, r);
  matVecMul(A, z, sizesPerThreads, dispositions, N, Atmp);
 dotRR = dotProduct(r, r, sizesPerThreads, dispositions);
 alpha = dotRR / dotProduct(Atmp, z, sizesPerThreads, dispositions);
 mulByConst(z, alpha, sizesPerThreads, dispositions, N, alphaZ);
 sumVec(prevSolution, alphaZ, sizesPerThreads, dispositions, N, solution);
 matVecMul(A, alphaZ, sizesPerThreads, dispositions, N, Atmp);
 subVec(r, Atmp, sizesPerThreads, dispositions, N, rNext);
 beta = dotProduct(rNext, rNext, sizesPerThreads, dispositions) / dotRR;
  mulByConst(z, beta, sizesPerThreads, dispositions, N, betaZ);
  sumVec(rNext, betaZ, sizesPerThreads, dispositions, N, zNext);
  res = sqrt(dotRR) / normb;
  if (prevRes < res || res == INFINITY || res == NAN) {</pre>
    ++divergeCount;
   if (divergeCount > 10 || res == INFINITY || res == NAN) {
     diverge = true;
   divergeCount = 0;
   prevSolution[i] = solution[i];
delete[](prevSolution);
delete[](alphaZ);
delete[](betaZ);
if (diverge) {
```

```
nt main(int argc, char *argv[]) {
if (argc != 3) {
int N = atoi(argv[1]);
std::string name(argv[2]);
MPI_Init(&argc, &argv);
int threadCount, rank;
MPI_Comm_size(MPI_COMM_WORLD, &threadCount);
MPI_Comm_rank(MPI_COMM_WORLD, &rank);
std::string fileName = std::to_string(rank) + "rank-" + name;
std::ofstream fileStream(fileName);
if (!fileStream) {
  MPI_Finalize();
  fileStream << "Matrix size: " << N << " threadCount: " << threadCount << std::endl;
int sizesPerThreads[threadCount];
int dispositions[threadCount];
std::fill(sizesPerThreads, sizesPerThreads + threadCount, N / threadCount);
sizesPerThreads[threadCount - 1] += N % threadCount;
dispositions[0] = 0;
  dispositions[i] = dispositions[i - 1] + sizesPerThreads[i - 1];
auto *u = new double[N];
for (int i = 0; i < sizesPerThreads[rank]; i++) {</pre>
   if (i + dispositions[rank] == j) {
matVecMul(A, u, sizesPerThreads, dispositions, N, b);
auto startTime = system_clock::now();
double *solution = solveSLAE(A, b, sizesPerThreads, dispositions, N);
auto endTime = system_clock::now();
if (rank == 0 && solution != nullptr) {
  fileStream << "Answer:" << std::endl;
```

```
printMat(u, 1, N, fileStream);
fileStream << "SLAE solution:" << std::endl;
printMat(solution, 1, N, fileStream);
fileStream << "Time: " << duration.count() / double(1000000000) << "sec" << std::endl;
} else if (solution == nullptr) {
fileStream << "Does not converge" << std::endl;
}

delete[](solution);
delete[](b);
delete[](h);
MPI_Finalize();
return 0;
}</pre>
```

Приложение 3. Код программы вар.2

```
#include <cmath>
#include <winsock2.h>
#include "mpi.h"
using namespace std::chrono;
void matVecMul(const double *mat, double *vec, int *sizesPerThreads, int *dispositions, int N, double *newVec) {
 int rank;
 MPI_Comm_rank(MPI_COMM_WORLD, &rank);
 auto *tmpVec = new double[N];
 MPI\_Allgatherv(vec, sizes PerThreads[rank], MPI\_DOUBLE, tmpVec, \\
 for (int i = 0; i < sizesPerThreads[rank]; i++) {</pre>
     newVec[i] += mat[i * N + j] * tmpVec[j];
oid mulByConst(const double *vec, double c, const int *sizesPerThreads, double *newVec) {
 for (int i = 0; i < sizesPerThreads[rank]; i++) {</pre>
oid subVec(const double *vec1, const double *vec2, const int *sizesPerThreads, double *newVec) {
 MPI_Comm_rank(MPI_COMM_WORLD, &rank);
 for (int i = 0; i < sizesPerThreads[rank]; i++) {</pre>
oid sumVec(const double *vec1, const double *vec2, const int *sizesPerThreads, double *newVec) {
 MPI_Comm_rank(MPI_COMM_WORLD, &rank);
double dotProduct(const double *vec1, const double *vec2, const int *sizesPerThreads) {
 MPI_Comm_rank(MPI_COMM_WORLD, &rank);
 for (int i = 0; i < sizesPerThreads[rank]; ++i) {</pre>
 double fullSum;
 MPI_Allreduce(&sum, &fullSum, 1, MPI_DOUBLE, MPI_SUM, MPI_COMM_WORLD);
 return fullSum;
```

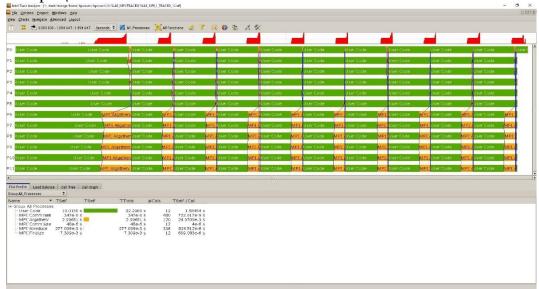
```
oid printMat(double *mat, int rows, int columns, std::ofstream &stream) {
  stream << std::endl;
double *solveSLAE(double *A, double *b, int *sizesPerThreads, int *dispositions, int N) {
MPI_Comm_rank(MPI_COMM_WORLD, &rank);
auto *solution = new double[sizesPerThreads[rank]]; // xn+1
std::fill(solution, solution + sizesPerThreads[rank], 0);
auto *prevSolution = new double[sizesPerThreads[rank]]; // xn
std::fill(prevSolution, prevSolution + sizesPerThreads[rank], 0);
auto *Atmp = new double[sizesPerThreads[rank]];
auto *r = new double[sizesPerThreads[rank]];
auto *z = new double[sizesPerThreads[rank]];
 auto *zNext = new double[sizesPerThreads[rank]];
 auto *alphaZ = new double[sizesPerThreads[rank]];
double alpha;
 double beta;
const double EPSILON = 1e-009;
double normb = sqrt(dotProduct(b, b, sizesPerThreads));
 double dotRR;
bool diverge = false;
int divergeCount = 0;
int rightAnswerRepeat = 0;
while (res > EPSILON && rightAnswerRepeat < 5) {</pre>
  if (res < EPSILON) {</pre>
    ++rightAnswerRepeat;
    rightAnswerRepeat = 0;
  matVecMul(A, prevSolution, sizesPerThreads, dispositions, N, Atmp);
  subVec(b, Atmp, sizesPerThreads, r);
  for (int i = 0; i < sizesPerThreads[rank]; ++i) {</pre>
  matVecMul(A, z, sizesPerThreads, dispositions, N, Atmp);
  dotRR = dotProduct(r, r, sizesPerThreads);
  alpha = dotRR / dotProduct(Atmp, z, sizesPerThreads);
  sumVec(prevSolution, alphaZ, sizesPerThreads, solution);
  matVecMul(A, alphaZ, sizesPerThreads, dispositions, N, Atmp);
```

```
subVec(r, Atmp, sizesPerThreads, rNext);
  beta = dotProduct(rNext, rNext, sizesPerThreads) / dotRR;
  mulByConst(z, beta, sizesPerThreads, betaZ);
  sumVec(rNext, betaZ, sizesPerThreads, zNext);
  res = sqrt(dotRR) / normb;
    ++divergeCount;
    if (divergeCount > 10 || res == INFINITY || res == NAN) {
      diverge = true;
    divergeCount = 0;
  for (long i = 0; i < sizesPerThreads[rank]; i++) {</pre>
  ++iterCount;
delete[](prevSolution);
delete[](Atmp);
delete[](rNext);
delete[](alphaZ);
delete[](betaZ);
if (diverge) {
  delete[](solution);
  auto *fullSolution = new double[N];
  MPI_Allgatherv(solution, sizesPerThreads[rank], MPI_DOUBLE, fullSolution,
         sizes Per Threads, dispositions, {\tt MPI\_DOUBLE}, {\tt MPI\_COMM\_WORLD});
nt main(int argc, char *argv[]) {
std::string name(argv[2]);
MPI_Init(&argc, &argv);
MPI_Comm_size(MPI_COMM_WORLD, &threadCount);
std::string fileName = std::to_string(rank) + "rank-" + name;
std::ofstream fileStream(fileName);
if (!fileStream) {
```

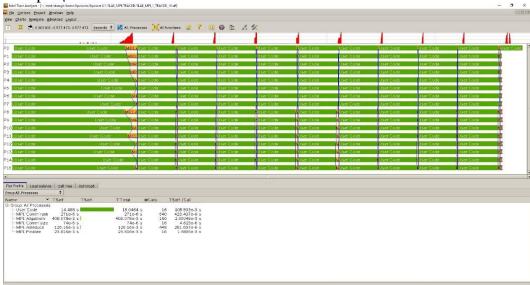
```
std::cout << "error with output file" << std::endl;
 MPI_Finalize();
gethostname(host, 32);
 fileStream << "Matrix size: " << N << " threadCount: " << threadCount << std::endl;
int sizesPerThreads[threadCount];
int dispositions[threadCount];
std::fill(sizesPerThreads, sizesPerThreads + threadCount, N / threadCount);
sizesPerThreads[threadCount - 1] += N % threadCount;
 dispositions[i] = dispositions[i - 1] + sizesPerThreads[i - 1];
auto *b = new double[sizesPerThreads[rank]];
auto *u = new double[sizesPerThreads[rank]];
auto *A = new double[sizesPerThreads[rank] * N];
for (int i = 0; i < sizesPerThreads[rank]; i++) {</pre>
 u[i] = sin(2 * M_PI * (i + dispositions[rank]) / double(N));
matVecMul(A, u, sizesPerThreads, dispositions, N, b);
double *solution = solveSLAE(A, b, sizesPerThreads, dispositions, N);
auto endTime = system_clock::now();
auto duration = duration_cast<nanoseconds>(endTime - startTime);
auto *fullU = new double[N];
MPI\_Allgatherv(u, sizesPerThreads[rank], \\MPI\_DOUBLE, fullU, \\
       sizesPerThreads, dispositions, MPI_DOUBLE, MPI_COMM_WORLD);
if (rank == 0 && solution != nullptr) {
 fileStream << "Answer" << std::endl;
 printMat(fullU, 1, N, fileStream);
 fileStream << "SLAE solution" << std::endl;
 printMat(solution, 1, N, fileStream);
 fileStream << "Time: " << duration.count() / double(1000000000) << "sec" << std::endl;
delete[](A);
MPI_Finalize();
```

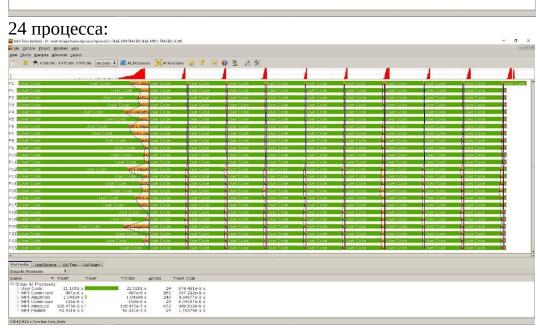
Приложение 4. Профилирование программы вар. 1

12 процессов:



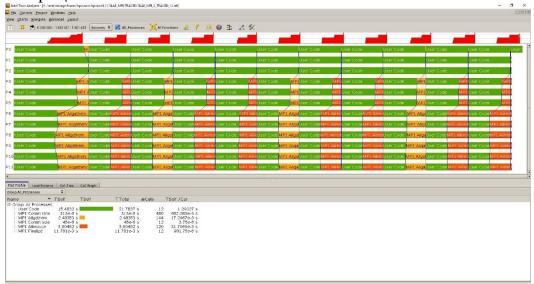
16 процессов:



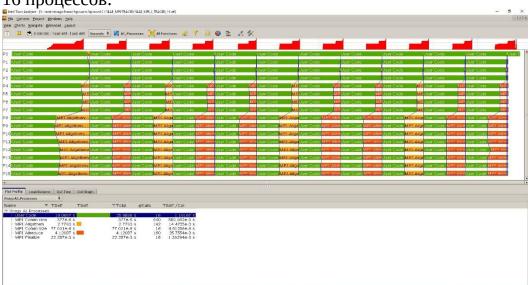


Приложение 5. Профилирование программы вар. 2

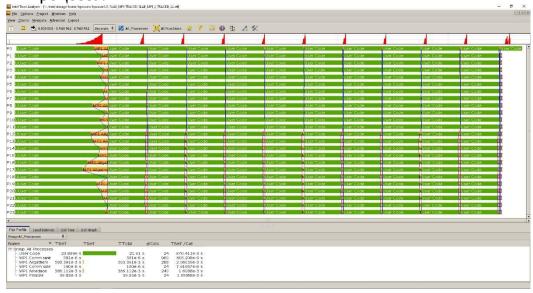
12 процессов:



16 процессов:

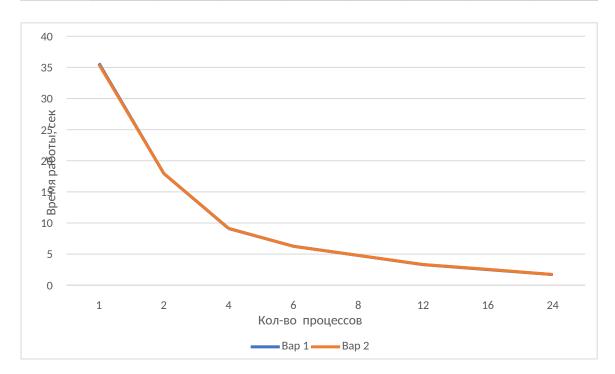


24 процесса:



Приложение 6. Замеры времени, ускорение, эффективность

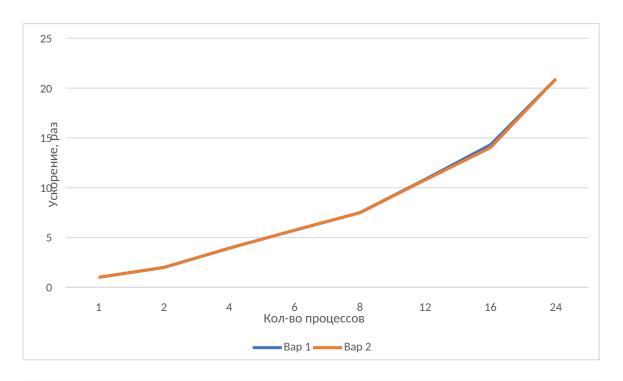
Время работы, сек								
	1	2	4	6	8	12	16	24
Вар 1	35,6533	17,9478	9,10463	6,26056	4,78337	3,30719	2,50541	1,71491
Вар 2	35,4598	17,9495	9,14267	6,24468	4,7919	3,32791	2,55817	1,71412



Время последовательной программы: 35,8761с

Ускорение, раз

	1	2	4	6	8	12	16	24
Bap 1	1	1,99891 4	3,94042 4	5,73049 4	7,50017 2	10,8479 1	14,3194 5	20,9201 1
Bap 2	1	1,99872 4	3,92402 9	5,74506 6	7,48682 2	10,7803 7	14,0241 3	20,9297 5



Эффективность на процесс, %

	1	2	4	6	8	12	16	24
Вар 1	1	0,99945 7	0,98510 6	0,95508 2	0,93752 2	0,90399 3	0,89496 6	0,87167 1
Bap 2	1	0,99936 2	0,98100 7	0,95751 1	0,93585 3	0,89836 4	0,87650 8	0,87207 3

