

Verifique que $\forall n \in \mathbb{N}$, $5^n - 4n - 1$ es divisible entre 16.

1. Supongamos que 0 cumple $5^n - 4n - 1$ es divisible entre 16:

$$5^0 - 4 \cdot 0 - 1 = 1 - 1 = 0 \rightarrow 0 / 16 = 0 \quad \checkmark$$

2. Supongamos que n cumple $5^n - 4n - 1$ es divisible entre 16,
vamos a comprobar que $n+1$ lo cumple

$$\begin{aligned} 5^{n+1} - 4(n+1) - 1 &= 5^{n+1} - 4n - 4 - 1 = 5 \cdot 5^n - 4n - 4 - 1 = \\ &= 5 \cdot 5^n - 5 \cdot 4n - 5 + 4 \cdot 4n = 5(5^n - 4n - 1) + 4 \cdot 4n = 5(16m) + 16n = \\ &= 16(5m + n) \quad \checkmark \end{aligned}$$

Como estas dos hipótesis se cumplen, entonces $\forall n \in \mathbb{N}$ cumple
que $5^n - 4n - 1$ es divisible entre 16.