



9. Gráficas dirigidas y aplicaciones de gráficas

Carlos Zerón Martínez

Universidad Nacional Autónoma de México

zeron@ciencias.unam.mx

Martes 19 de Enero de 2021

Introducción

Gráfica dirigida

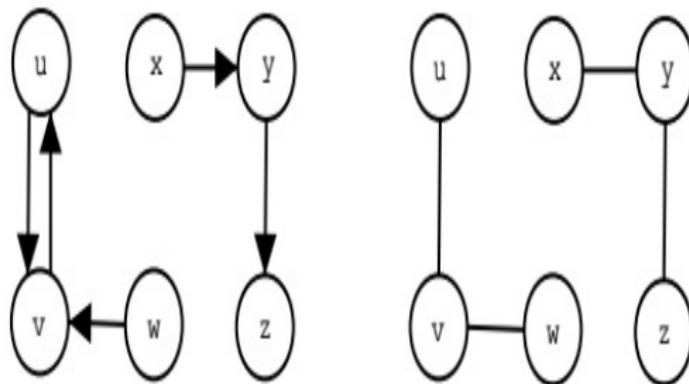
- ▶ Una gráfica dirigida consiste de un conjunto finito no vacío de vértices $V(D)$ y un conjunto de arcos o flechas $F(D)$, el cual puede ser vacío y está formado por pares ordenados de vértices no necesariamente distintos.
- ▶ Representamos a los vértices análogamente al caso no dirigido pero usamos flechas en lugar de líneas para representar los arcos.
- ▶ Si $e = (u, v)$ es un arco de D , decimos que:
 - ▶ u es el extremo inicial de e y v es su extremo final
 - ▶ e sale de u y llega a v

Gráfica subyacente

La gráfica subyacente de una gráfica dirigida se obtiene de ésta remplazando todos los arcos (u, v) o (v, u) por la arista uv .

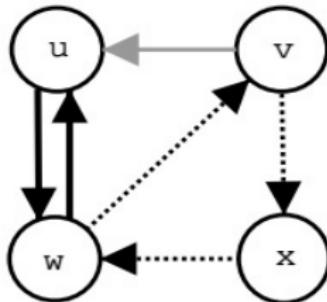
Ejemplo: $V(D) = \{u, v, w, x, y, z\}$

$F(D) = \{(u, v), (v, u), (w, v), (x, y), (y, z)\}$



Caminos (dirigidos)

- ▶ Sea D una gráfica dirigida. Un **caminio** es una secuencia de vértices $P : v_0, v_1, \dots, v_k$ con $(v_i, v_{i+1}) \in F(D)$, para $0 \leq i \leq k - 1$. Si $v_0 = u$ y $v_k = w$, decimos que P es un camino de u a w .
- ▶ La **longitud** de P , denotada por $|P|$, representa el número de arcos de P .
- ▶ Una **trayectoria** en D es un camino $P : v_0, v_1, \dots, v_k$ en D tal que $v_i \neq v_j$. Ejemplo: la trayectoria $P_1 : v, u, w$ de v a w tiene longitud 2.

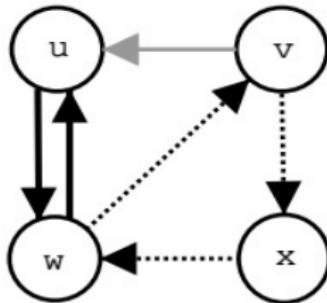


Ciclos (dirigidos)

- ▶ Sea D una gráfica dirigida y sea P un camino. Decimos que P es un **ciclo** si $v_0 = v_k$ y v_1, v_2, \dots, v_k son vértices distintos. Cuando $|P| = 1$, decimos que P es un **bucle**.

Ejemplos:

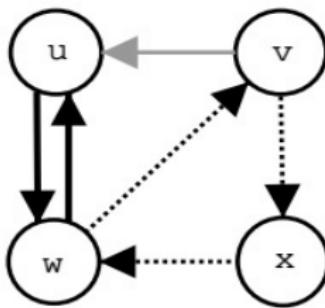
- ▶ $P_2 : x, w, v, x$ es un ciclo de longitud 3
- ▶ $P_3 : u, w, u$ es un ciclo de longitud 2



Sucesores y predecesores

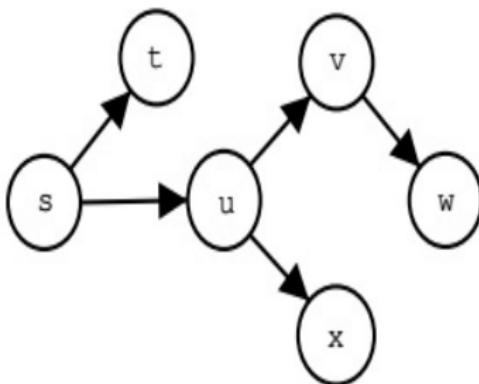
- ▶ Sea D una gráfica dirigida y sean $v, w \in V(D)$. Decimos que v es un **predecesor** de w y que w es un **sucesor** de v si existe una trayectoria de v a w en D . En este caso también decimos que w es **alcanzable**.
- ▶ Si además $(v, w) \in F(D)$, entonces v es un **predecesor directo** de w y w es un **sucesor directo** de v .

Ejemplos: Los sucesores de x son: w, v, u . Los predecesores de w son u, v, x . El sucesor directo de x es w . Los predecesores directos de u son v y w



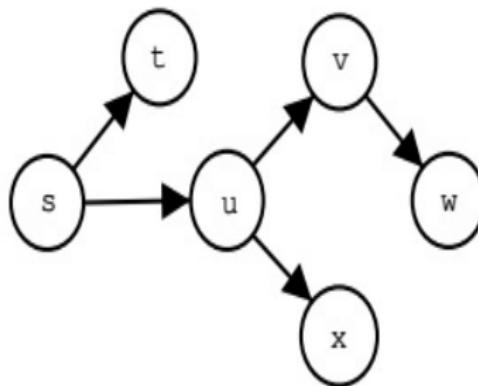
Árboles (dirigidos)

- ▶ Una gráfica dirigida D es **asimétrica** si
$$\forall u, v \in V(D): (u, v) \in F(D) \Rightarrow (v, u) \notin F(D).$$
- ▶ Sea D una gráfica dirigida. Decimos que D es un **árbol** si es asimétrica y su gráfica subyacente es un árbol.



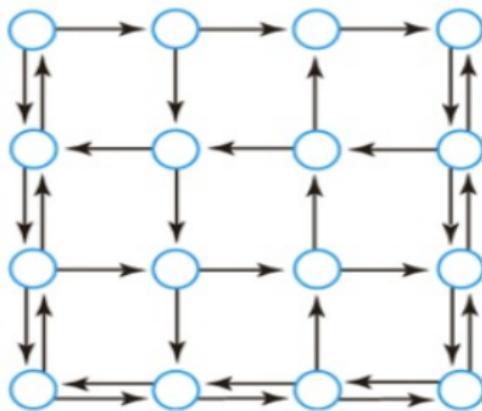
Árboles (dirigidos)

Sea D un árbol. Decimos que D es **árbol enraizado** si $\exists s \in V(D)$ tal que $\forall t \in V(D)$, t es alcanzable desde s . A este vértice lo llamamos **raíz** de D y en este caso decimos que D es un **árbol enraizado** en s . También se le conoce a D como **arborescencia**.



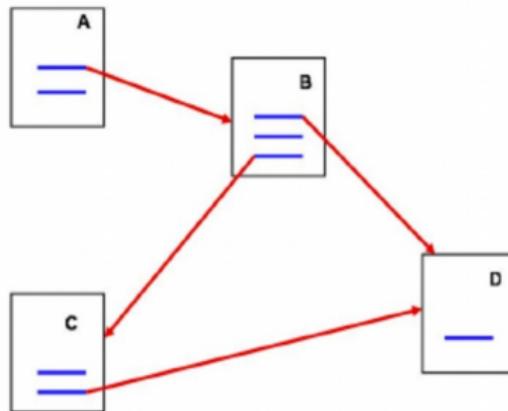
Aplicaciones de gráficas

Mapas de ciudades. Una persona que planea viajar podría necesitar saber la ruta más corta de su casa al trabajo (o simplemente como llegar), pensando en evitar retrasos ocasionados por el tráfico. Es necesario procesar información sobre conexiones (trozos de calles continuas) entre objetos (intersecciones de calles). En general se modela con un gráfica dirigida.



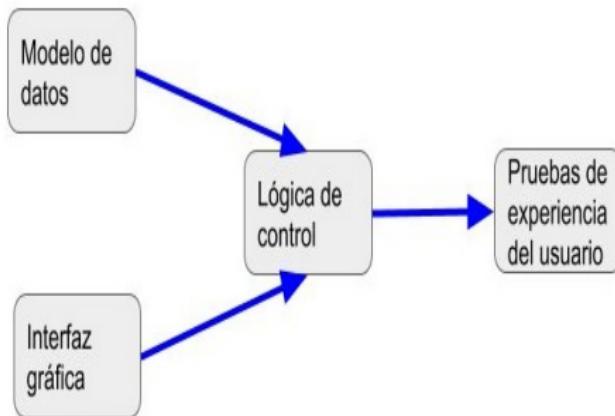
Aplicaciones de gráficas

Contenido web. Al navegar, encontramos páginas que contienen referencias o enlaces hacia otras y nos movemos de una página a otra haciendo click sobre los enlaces. La web es una gráfica, donde los objetos son las páginas y las referencias son arcos. Los algoritmos de procesamiento de gráficas funcionan como motores de búsqueda que nos ayudan a encontrar información en la web.



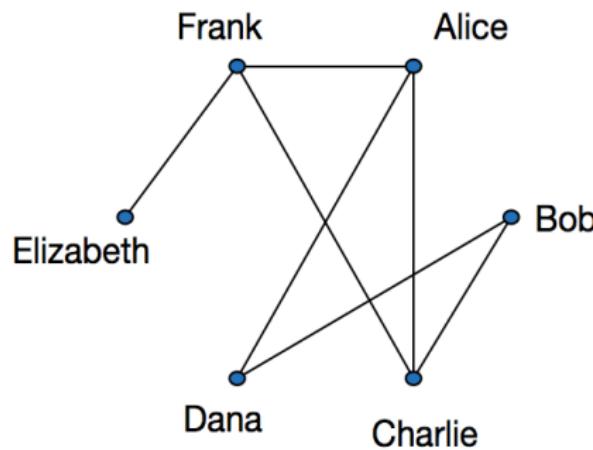
Aplicaciones de gráficas

Calendarización. Un proceso de desarrollo de software requiere de la ejecución de varios trabajos bajo ciertas restricciones que especifican que hay ciertas tareas que dependen de que otras se completen para comenzarlas. El objetivo puede tomar varias formas, pero uno podría consistir en calendarizar o programar las tareas para minimizar el tiempo en que se terminan todas.



Aplicaciones de gráficas

Redes sociales. Para usar una red social, construyes conexiones explícitas con tus amigos. Los objetos corresponden a las personas y las conexiones se hacen hacia amigos o seguidores. Entender las propiedades de las redes sociales es una aplicación de innterés inmenso no solo para las compañías que dan soporte a las redes, sino en política, entretenimiento, economía, educación y mercado, entre otras.



Aplicaciones de gráficas

Redes computacionales. Una red computacional consiste de dispositivos de cómputo que envían y reciben mensajes de varios tipos. Problemas importantes a resolver en este ámbito: determinar la forma de enviar la mayor cantidad de información de un dispositivo a otro(s) de la manera más rápida, aprovechando la infraestructura de red existente.

