



## 5. Árboles (Algoritmos)

Carlos Zerón Martínez

Universidad Nacional Autónoma de México

*zeron@ciencias.unam.mx*

Jueves 19 de Noviembre de 2020

# TDA Arbol

La especificación completa de TDA con implementación se hará hasta llegar al caso específico de árboles binarios, en los cuales cada nodo tiene a lo más dos hijos.

## Datos

Un conjunto posiblemente vacío de objetos de tipo genérico.  
(Cada objeto se almacena en un nodo)

## Operaciones

- ▶  $\text{root}():\text{NodoArbol}$ . Devuelve el nodo raíz.
- ▶  $\text{parent}(v):\text{NodoArbol}$ . Devuelve el nodo padre del nodo  $v$ .
- ▶  $\text{children}(v):\text{Lista}\langle \text{NodoArbol} \rangle$ . Devuelve una lista de nodos que son hijos del nodo  $v$ .
- ▶  $\text{size}() : \mathbb{N} \cup \{0\}$ . Devuelve el tamaño.
- ▶  $\text{isInternal}(v):\{V, F\}$ . Indica si el nodo  $v$  es interno o no.
- ▶  $\text{isLeaf}(v):\{V, F\}$ . Indica si el nodo  $v$  es hoja.
- ▶  $\text{isRoot}(v):\{V, F\}$ . Indica si el nodo  $v$  es raíz.

## Algoritmo para calcular la profundidad de un nodo

---

**Listado 1** Algoritmo para calcular la profundidad de un nodo en un árbol

---

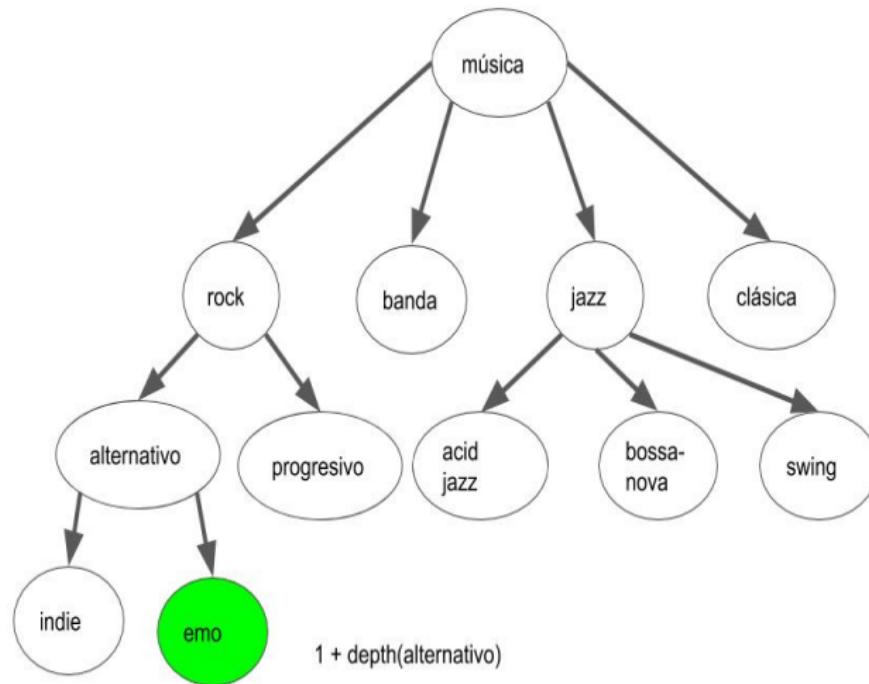
**Precondiciones:**  $v$  es un nodo de un árbol  $t$ .

**Poscondiciones:** Devuelve la profundidad de  $v$  en el árbol  $t$ .

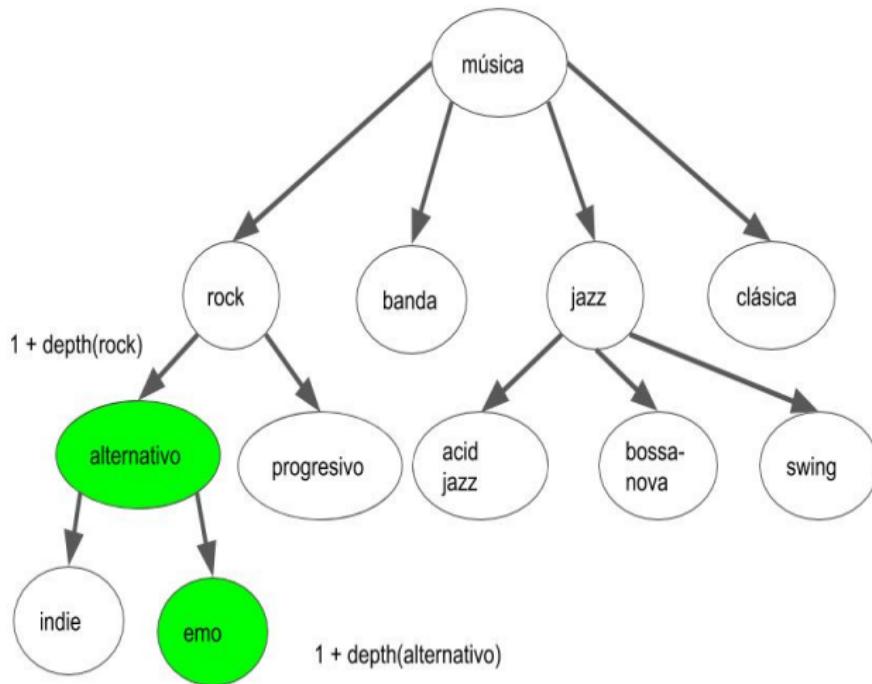
```
depth( $v$ ){\  
1: if  $t.\text{isRoot}(v)$  then  
2:   return 0;  
3: else  
4:   return 1 +  $t.\text{depth}(t.\text{parent}(v))$ ;  
5: end if  
}
```

---

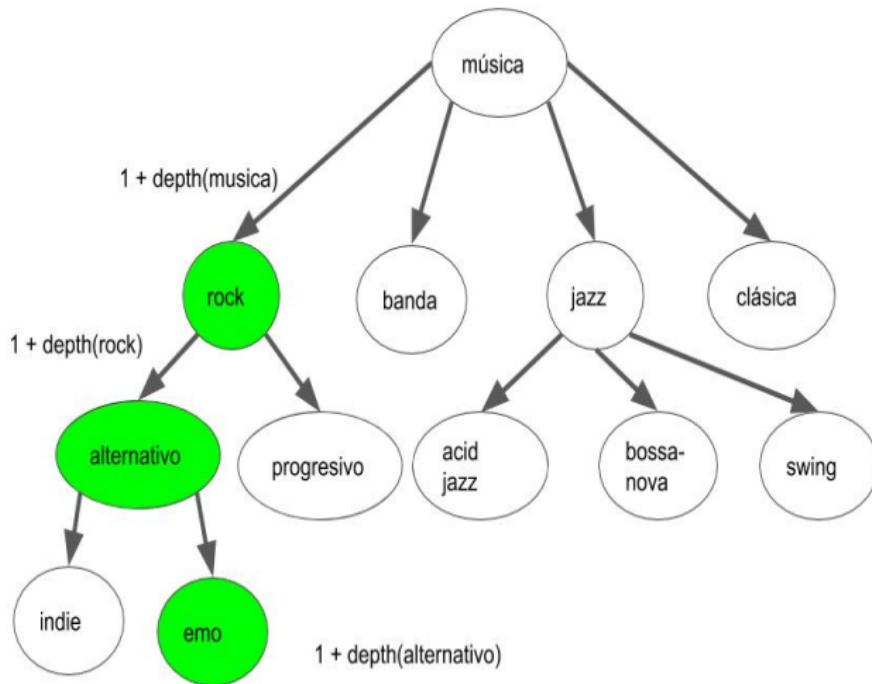
# Algoritmo para calcular la profundidad de un nodo



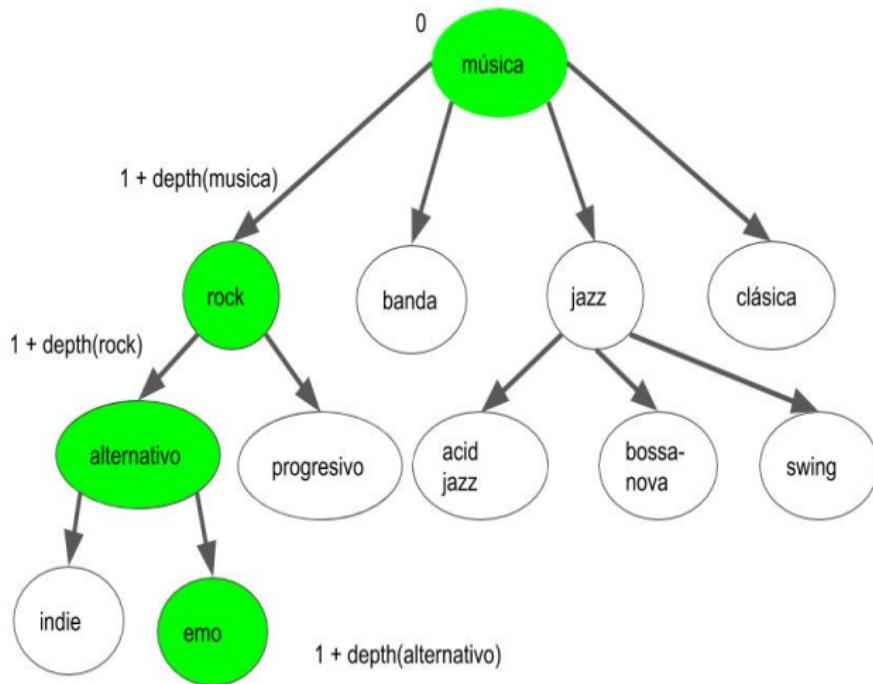
# Algoritmo para calcular la profundidad de un nodo



# Algoritmo para calcular la profundidad de un nodo

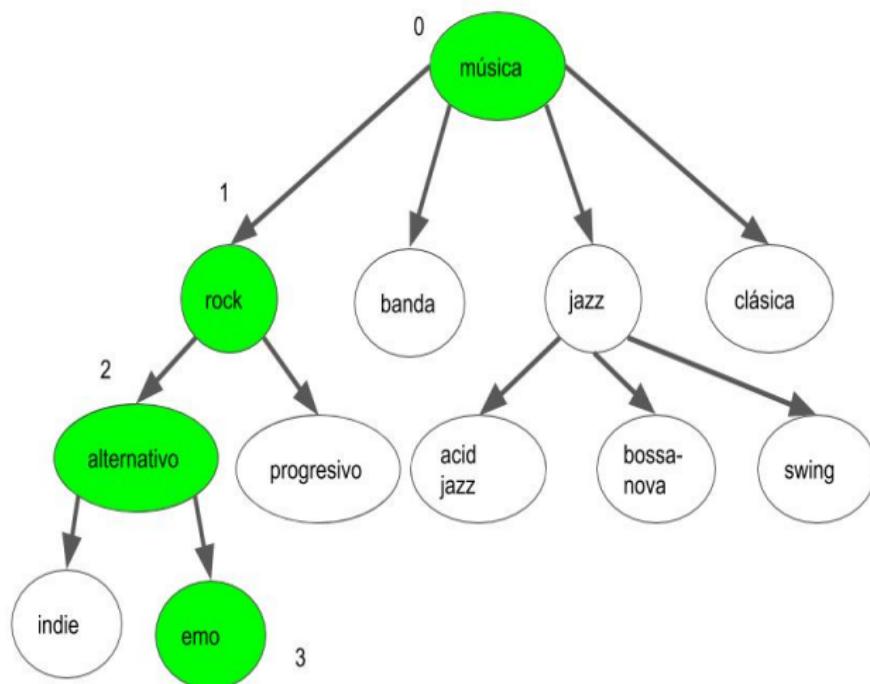


# Algoritmo para calcular la profundidad de un nodo



# Algoritmo para calcular la profundidad de un nodo

Regreso de las llamadas recursivas para calcular el resultado:



## Algoritmo para calcular la altura de un nodo

---

### Listado 2 Algoritmo para determinar la altura de un nodo en un árbol

---

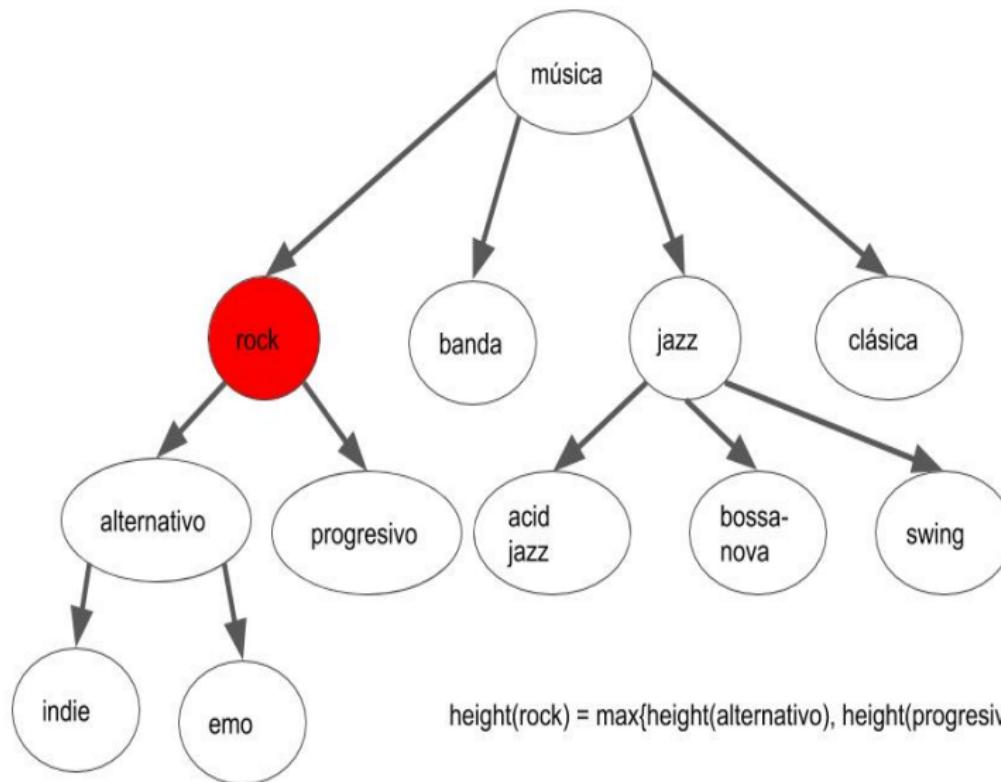
Precondiciones:  $v$  es un nodo de un árbol  $t$ .

Poscondiciones: Devuelve la altura de  $v$  en el árbol  $t$

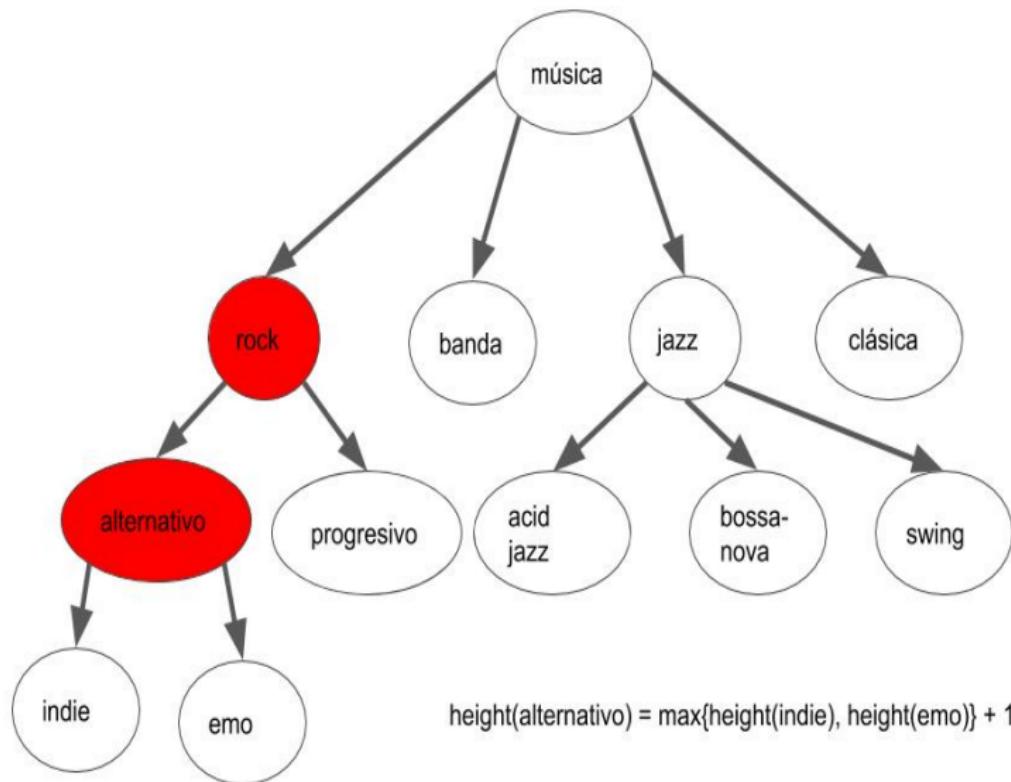
```
height( $v$ ){\n    1: if  $t.\text{isLeaf}(v)$  then\n    2:     return 0;\n    3: else\n    4:      $h := 0$ ;\n    5:     for all  $w \in \text{children}(v)$  do\n    6:          $h := \max\{h, \text{height}(w)\}$ ;\n    7:     end for\n    8:     return  $1 + h$ ;\n    9: end if\n}\n
```

---

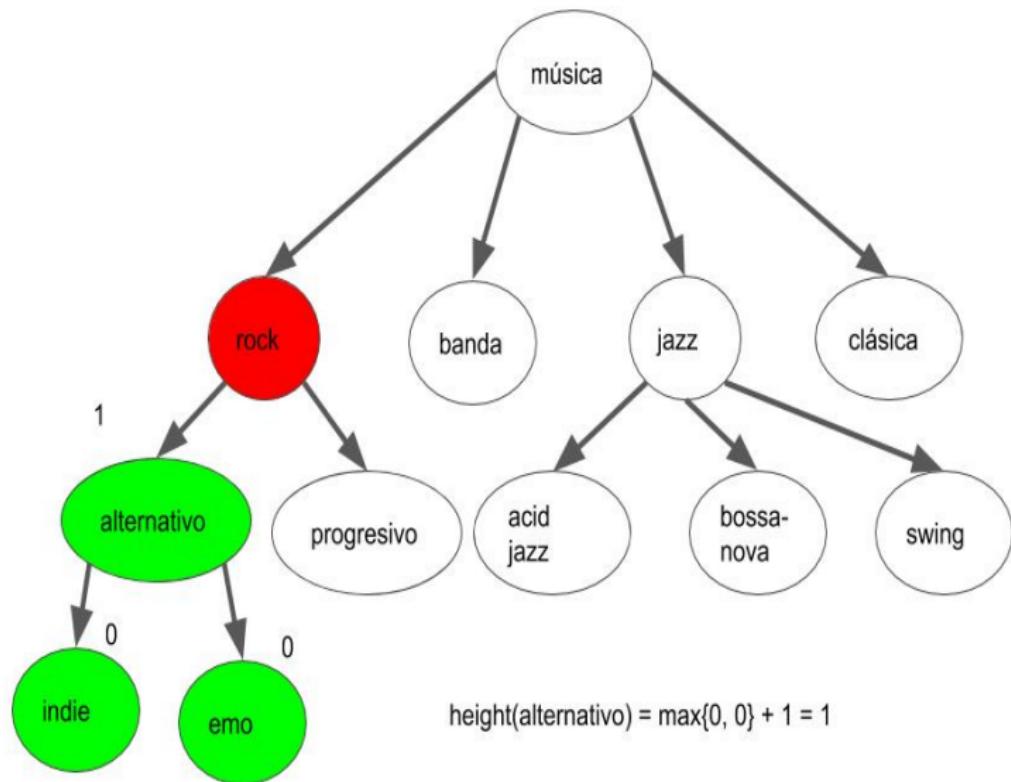
## Algoritmo para calcular la altura de un nodo



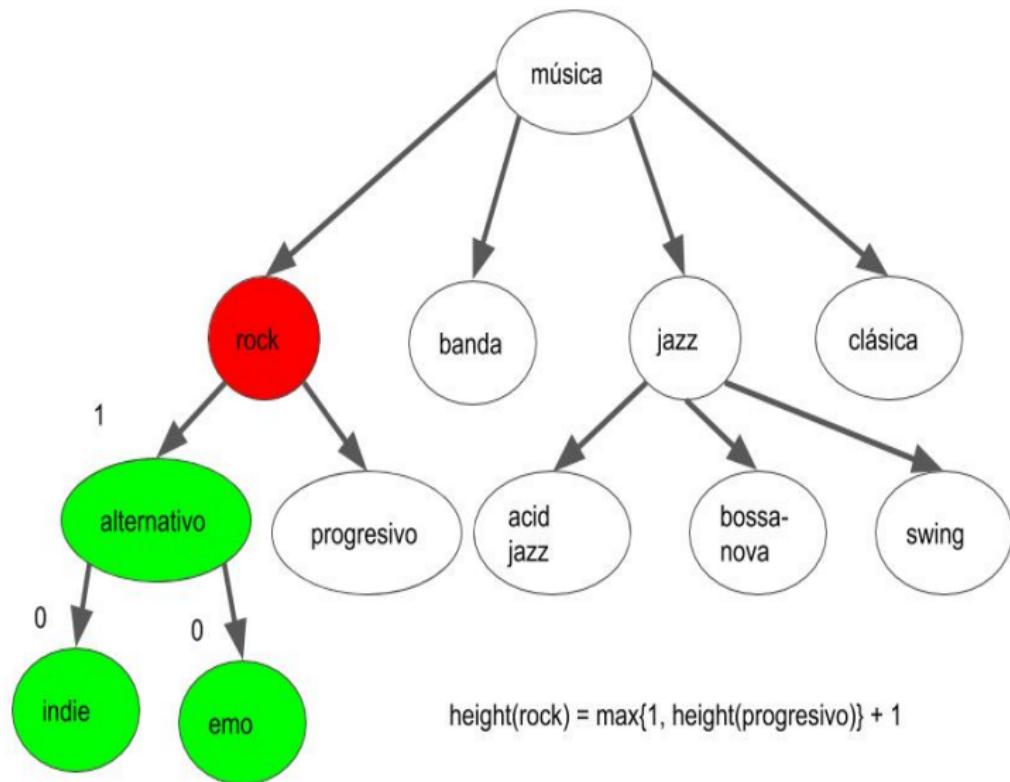
## Algoritmo para calcular la altura de un nodo



## Algoritmo para calcular la altura de un nodo

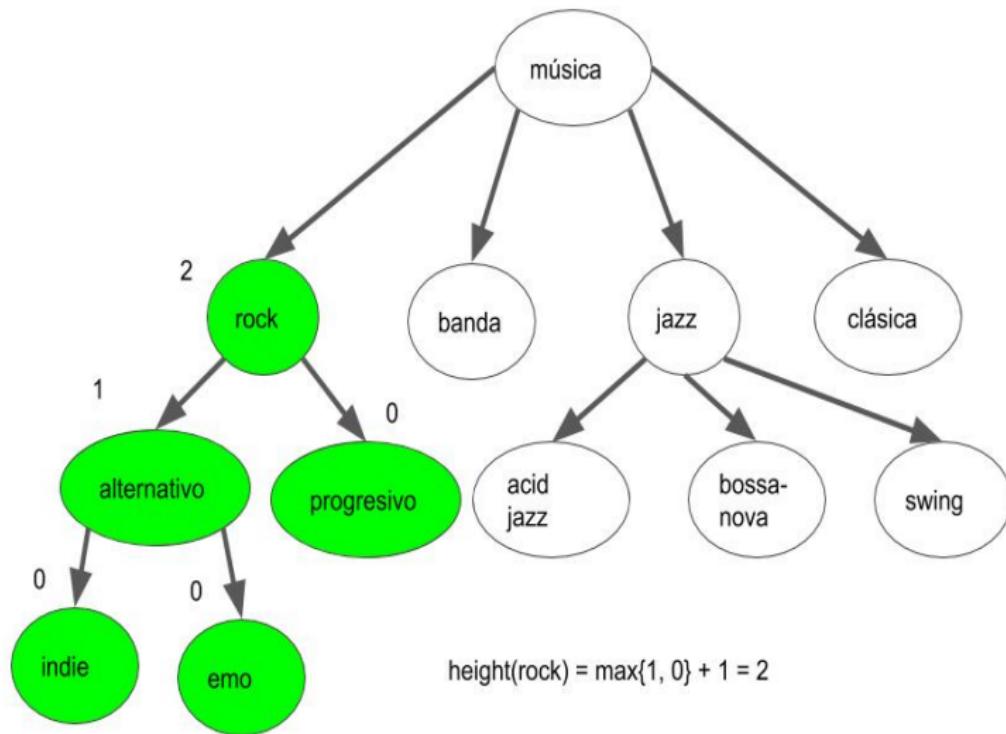


## Algoritmo para calcular la altura de un nodo



# Algoritmo para calcular la altura de un nodo

Se calcula la altura del nodo que contiene "rock"



## Recorridos en árboles

Formas sistemáticas de acceder o visitar todos los nodos de un árbol. Los recorridos que pueden aplicarse a cualquier árbol en general:

- ▶ Recorrido en preorden
- ▶ Recorrido en postorden

Es importante establecer el concepto de posición en los hijos de cada nodo. El orden de los hijos se manifiesta en una estructura lineal (por ejemplo, una lista).

## Recorrido en preorden

Se visita primero la raíz del árbol  $T$  y a continuación se visitan recursivamente los subárboles enraizados en sus hijos.

El recorrido se define de forma genérica: la visita puede representar algo distinto dependiendo de para qué se desee aplicar. La invocación inicial es `preorder(root())`.

---

### Listado 3 Algoritmo para recorrer un árbol en preorden

---

**Precondiciones:**  $v$  es un nodo de un árbol  $t$ .

**Poscondiciones:** Recorre  $t$  en preorden en  $t$  de forma genérica.

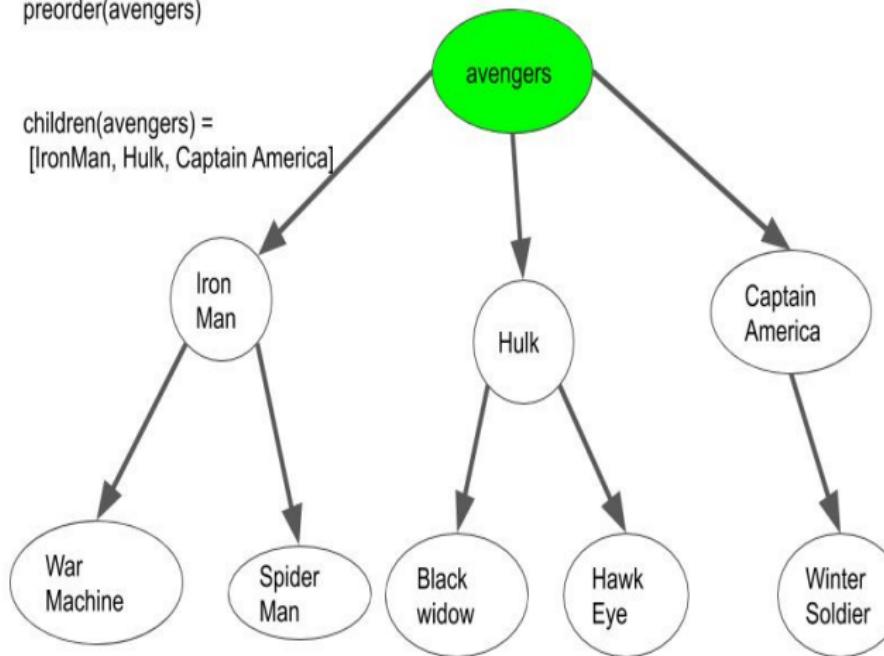
```
preorder( $v$ ){\  
    1: visit( $v$ );  
    2: for all  $w \in \text{children}(v)$  do  
        3:     preorder( $w$ );  
    4: end for  
}
```

---

## Recorrido en preorden

preorder(avengers)

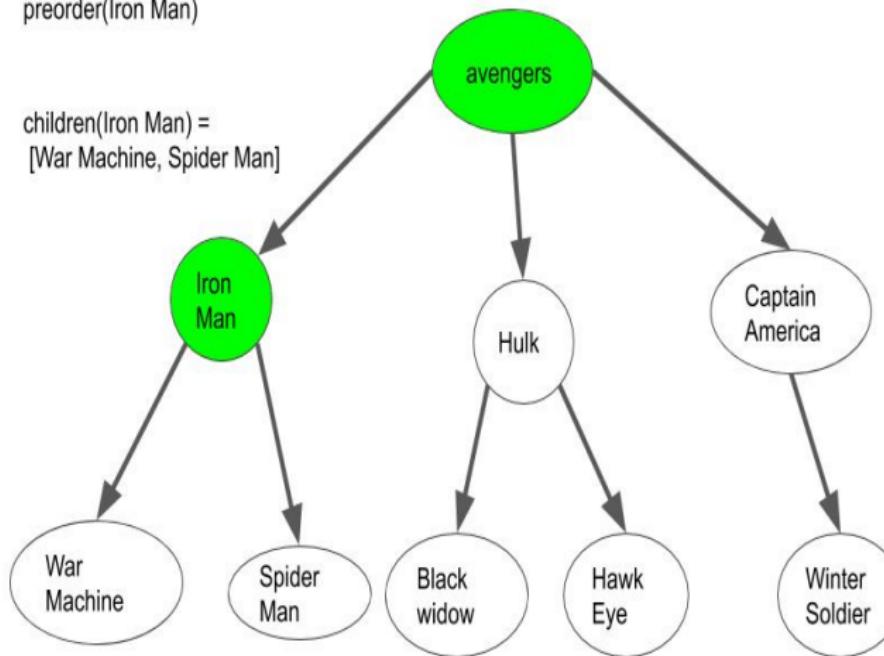
children(avengers) =  
[IronMan, Hulk, Captain America]



## Recorrido en preorden

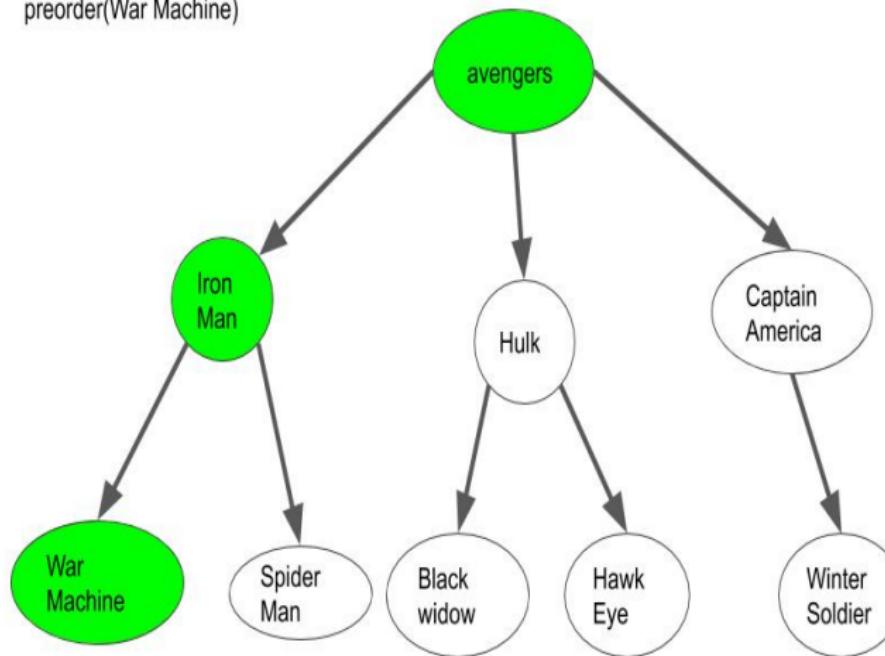
preorder(Iron Man)

children(Iron Man) =  
[War Machine, Spider Man]



## Recorrido en preorden

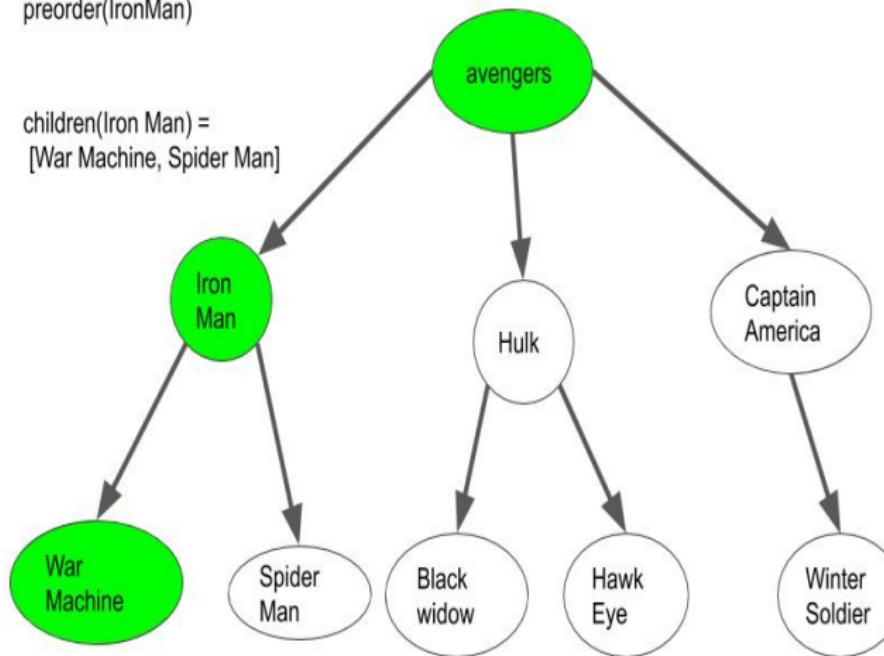
preorder(War Machine)



## Recorrido en preorden

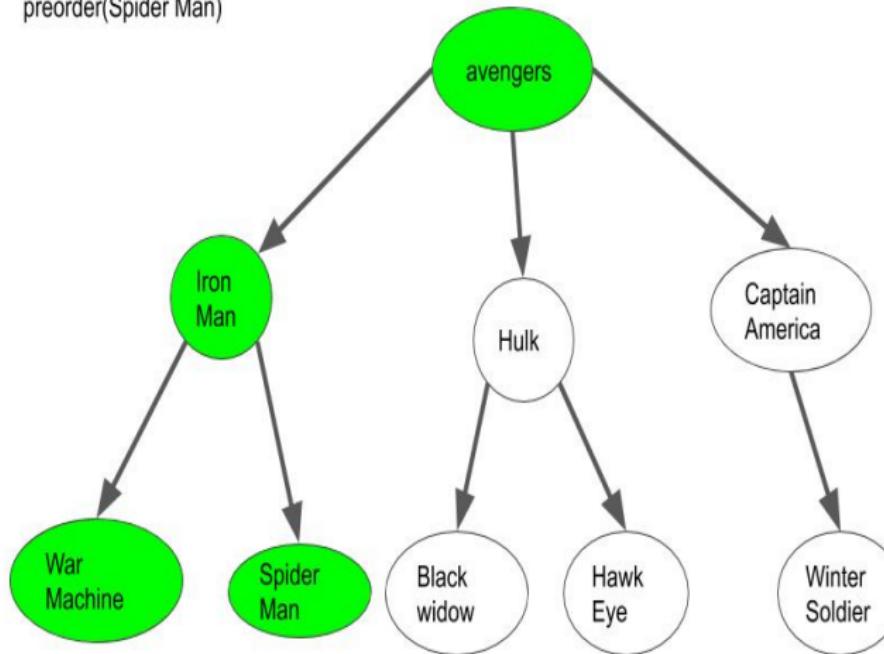
preorder(IronMan)

children(Iron Man) =  
[War Machine, Spider Man]



## Recorrido en preorden

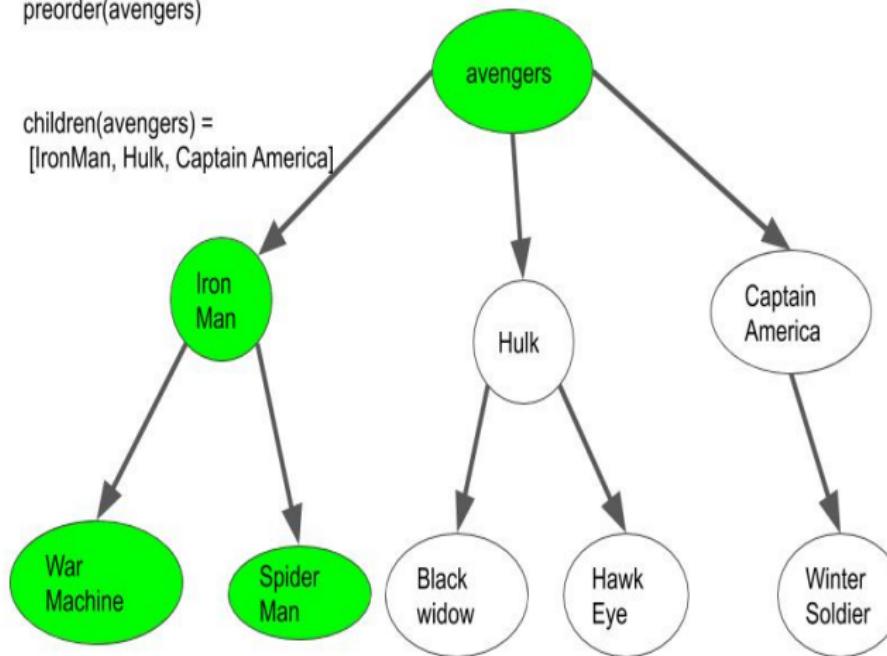
preorder(Spider Man)



## Recorrido en preorden

preorder(avengers)

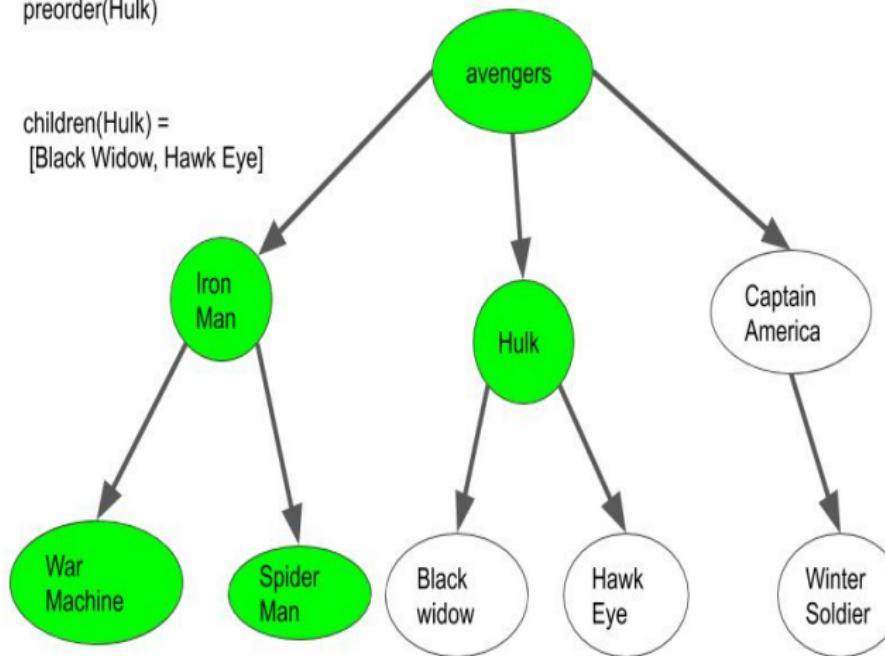
children(avengers) =  
[IronMan, Hulk, Captain America]



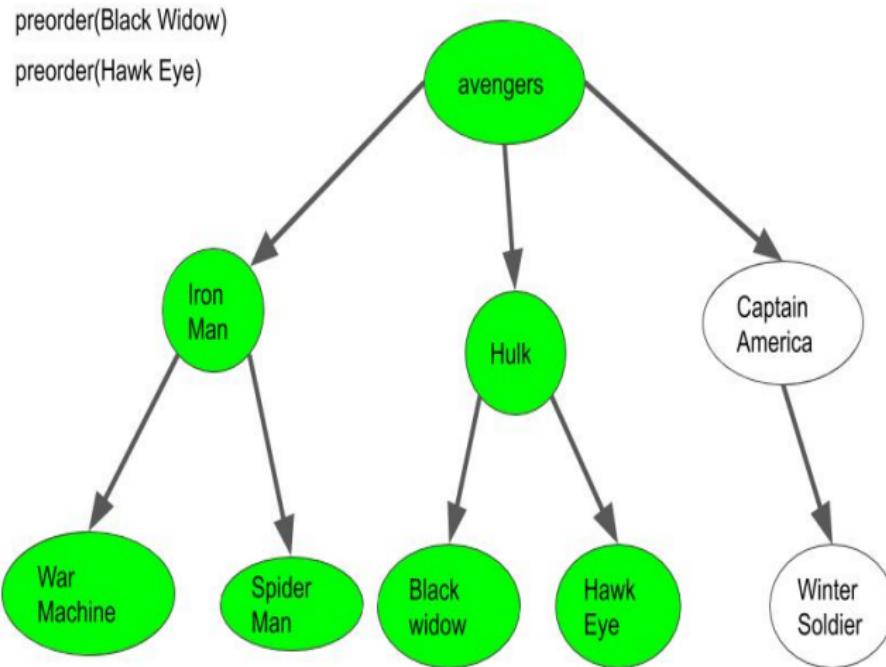
# Recorrido en preorden

preorder(Hulk)

children(Hulk) =  
[Black Widow, Hawk Eye]



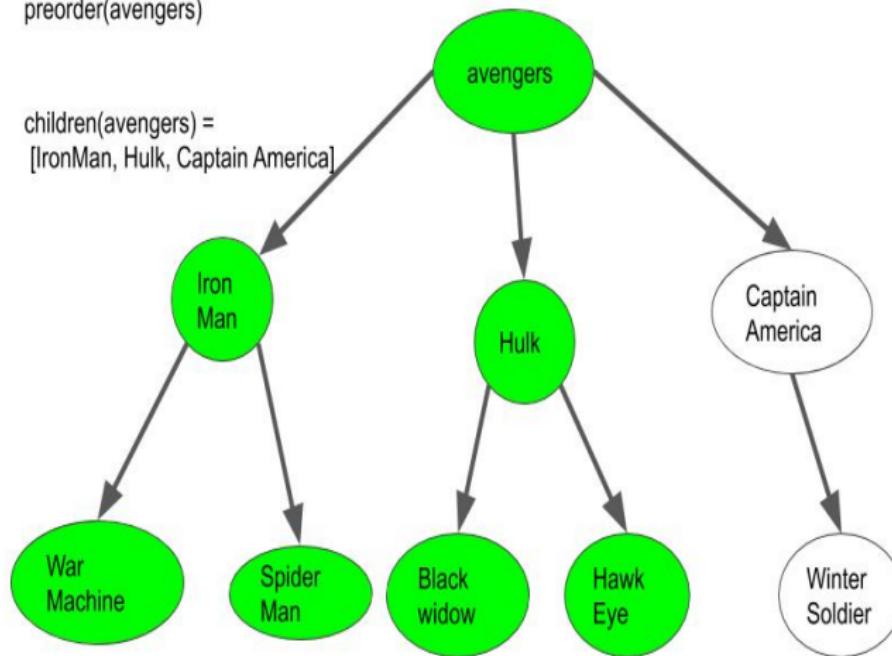
## Recorrido en preorden



## Recorrido en preorden

preorder(avengers)

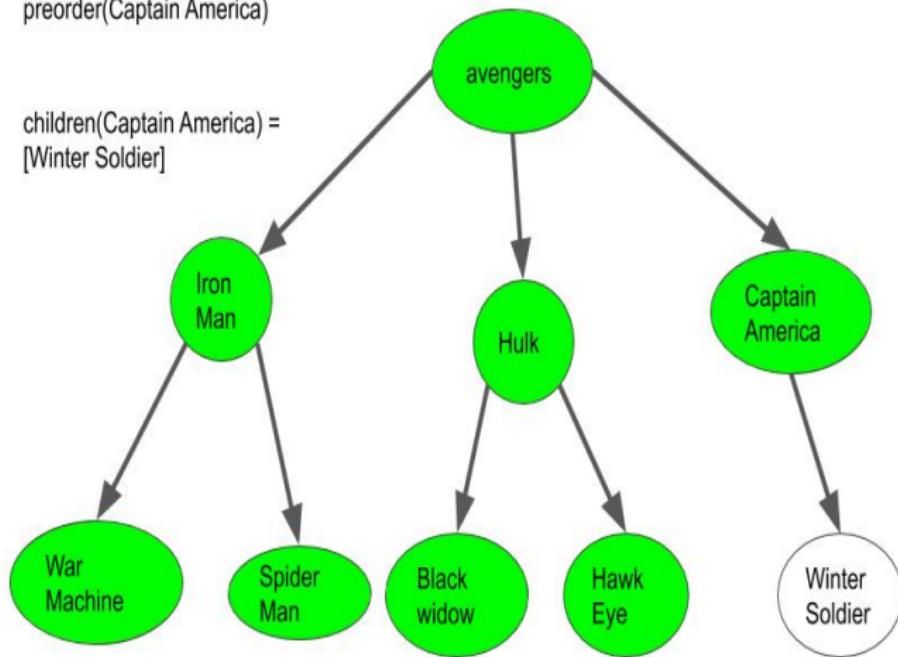
children(avengers) =  
[IronMan, Hulk, Captain America]



# Recorrido en preorden

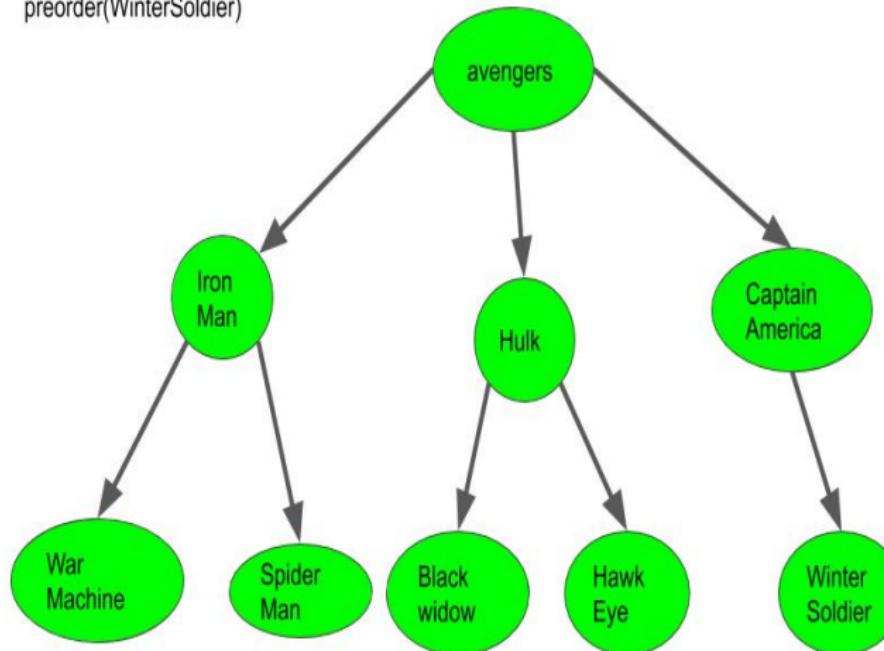
preorder(Captain America)

children(Captain America) =  
[Winter Soldier]



# Recorrido en preorden

preorder(WinterSoldier)



## Recorrido en postorden

Trabaja de forma contraria al recorrido en preorden, pues aquí se recorren primero recursivamente los subárboles enraizados en los hijos del nodo raíz y después se marca como visitado este nodo. La invocación inicial es `postorder(root())`.

---

### Listado 4 Algoritmo para recorrer un árbol en postorden

---

**Precondiciones:**  $v$  es un nodo de un árbol  $t$ .

**Poscondiciones:** Recorre  $t$  en postorden de forma genérica.

`postorder( $v$ )`{

1: **for all**  $w \in \text{children}(v)$  **do**

2:   `postorder( $w$ );`

3: **end for**

4: `visit( $v$ );`

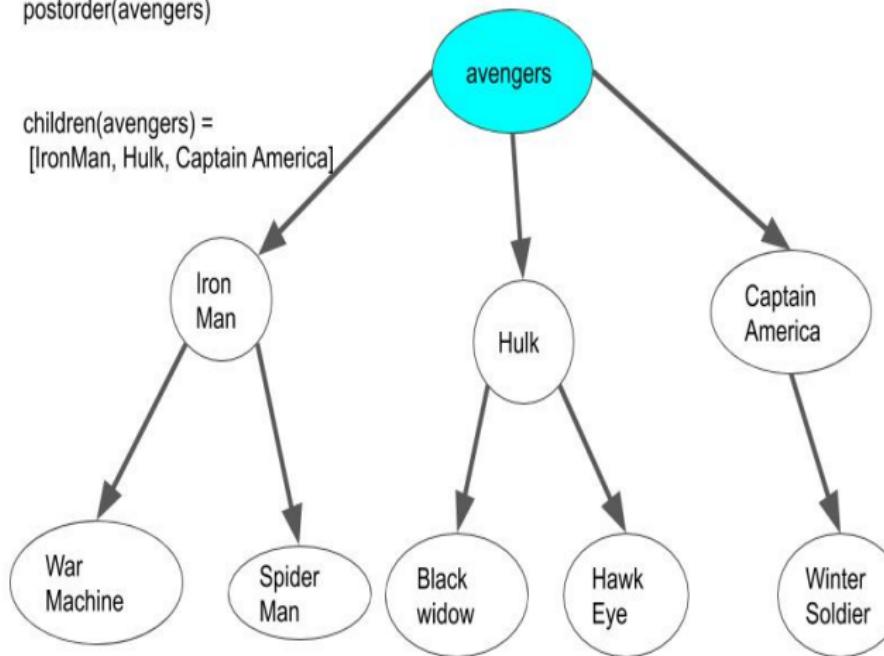
}

---

# Recorrido en postorden

postorder(avengers)

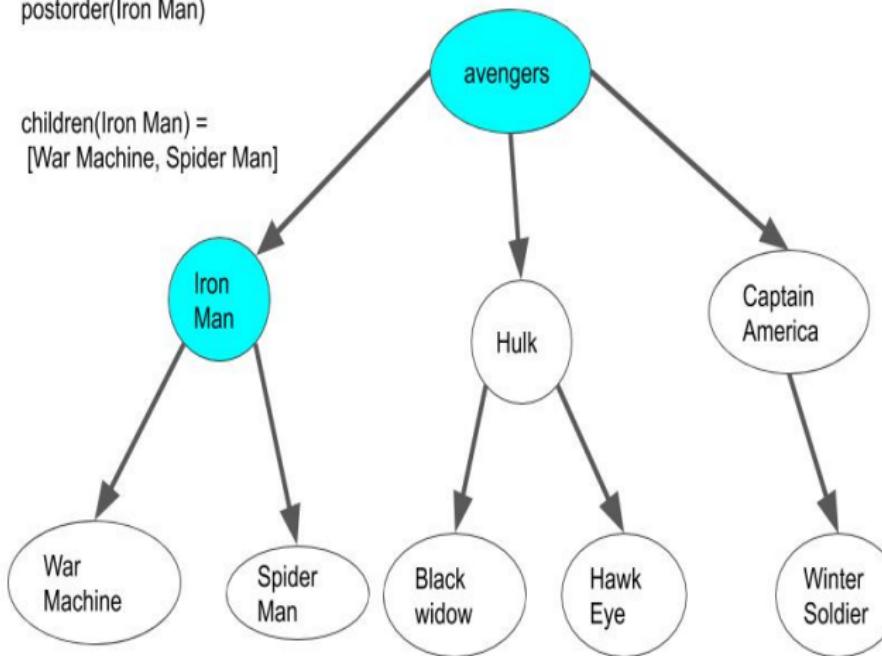
children(avengers) =  
[IronMan, Hulk, Captain America]



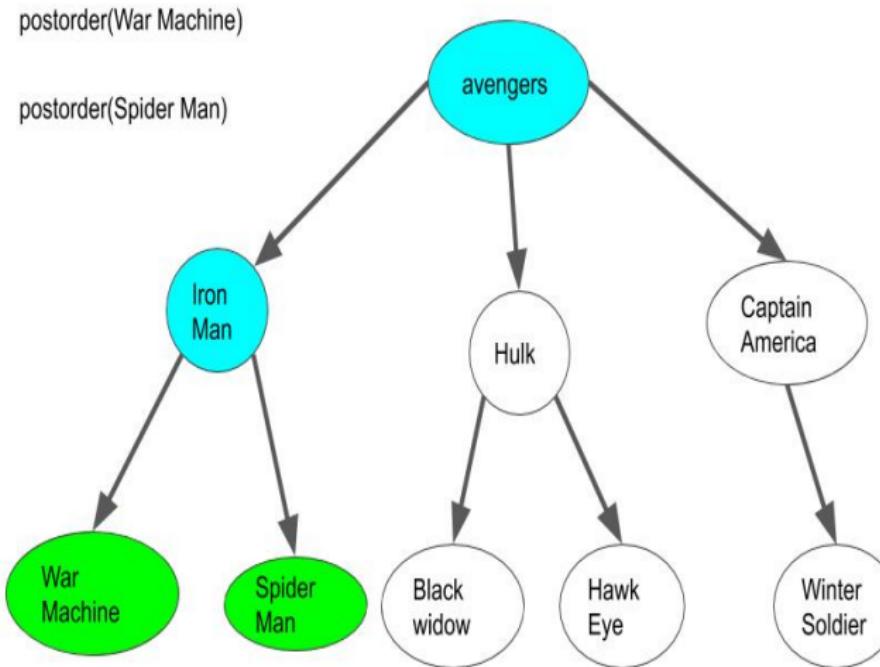
# Recorrido en postorden

postorder(Iron Man)

children(Iron Man) =  
[War Machine, Spider Man]



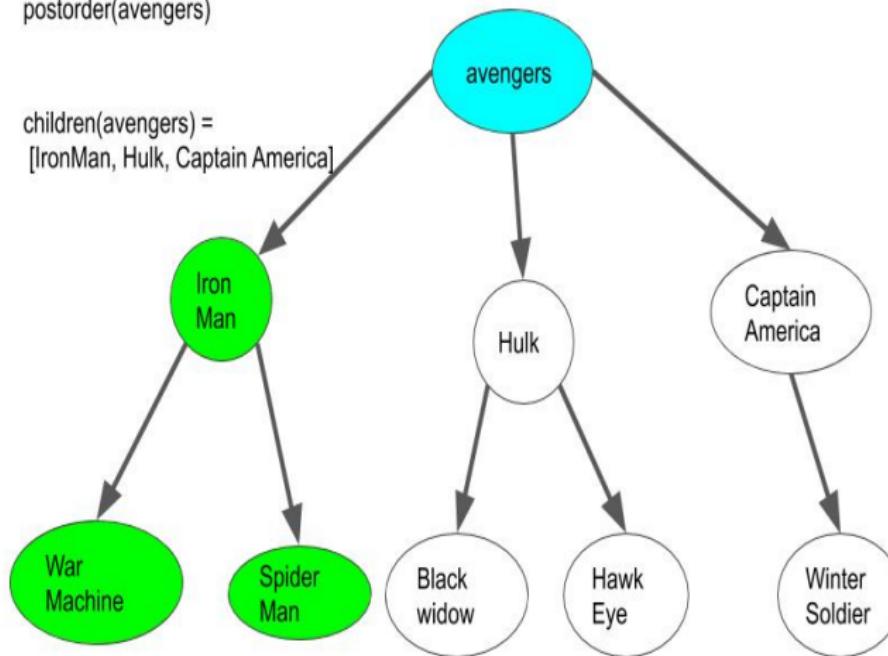
# Recorrido en postorden



# Recorrido en postorden

postorder(avengers)

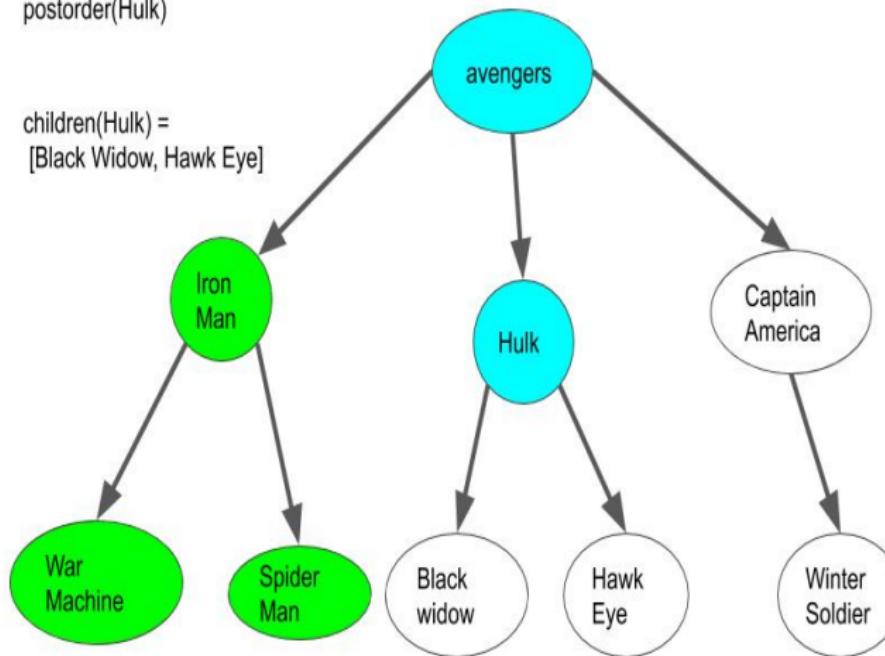
children(avengers) =  
[IronMan, Hulk, Captain America]



# Recorrido en postorden

postorder(Hulk)

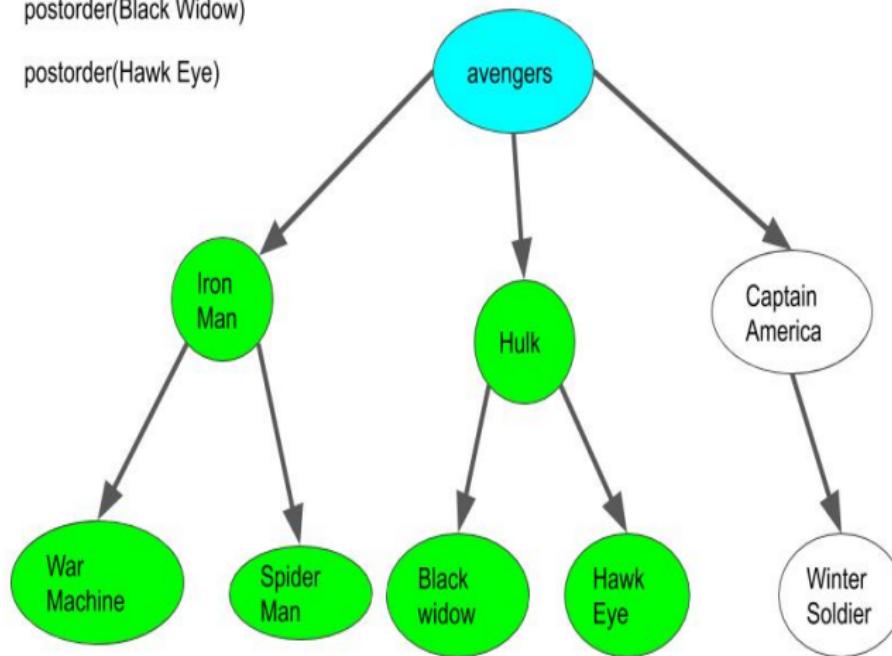
children(Hulk) =  
[Black Widow, Hawk Eye]



# Recorrido en postorden

postorder(Black Widow)

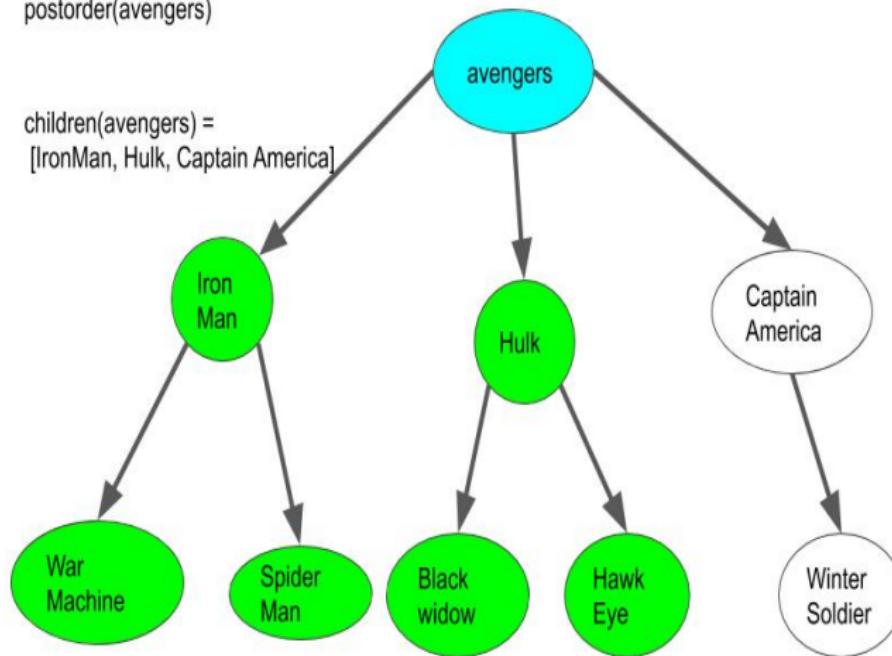
postorder(Hawk Eye)



# Recorrido en postorden

postorder(avengers)

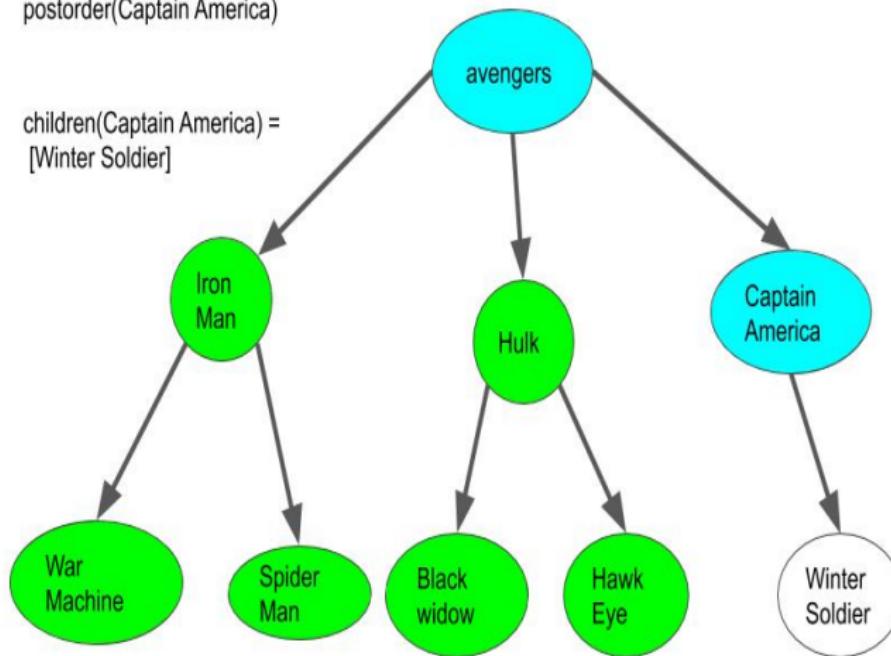
children(avengers) =  
[IronMan, Hulk, Captain America]



# Recorrido en postorden

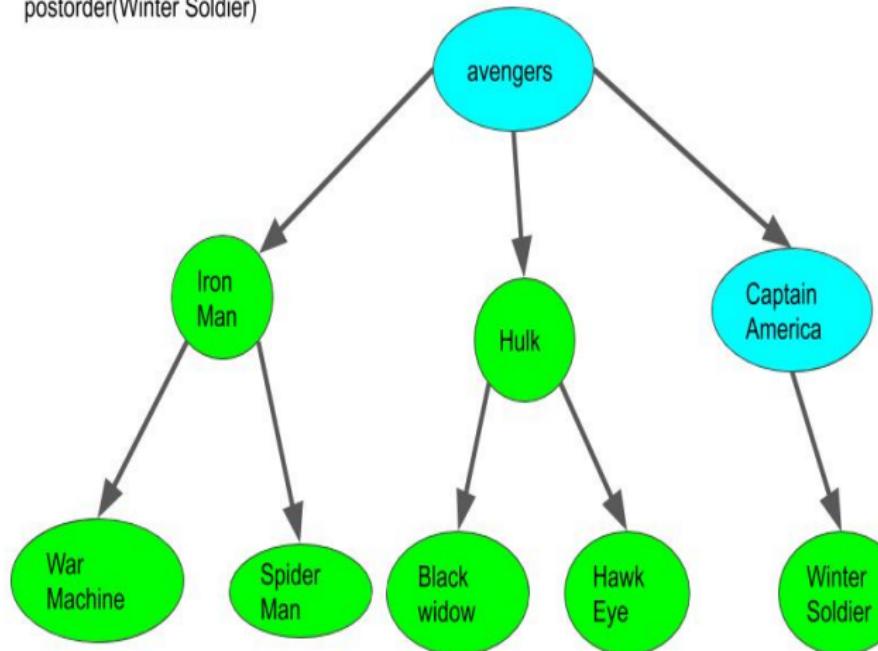
postorder(Captain America)

children(Captain America) =  
[Winter Soldier]



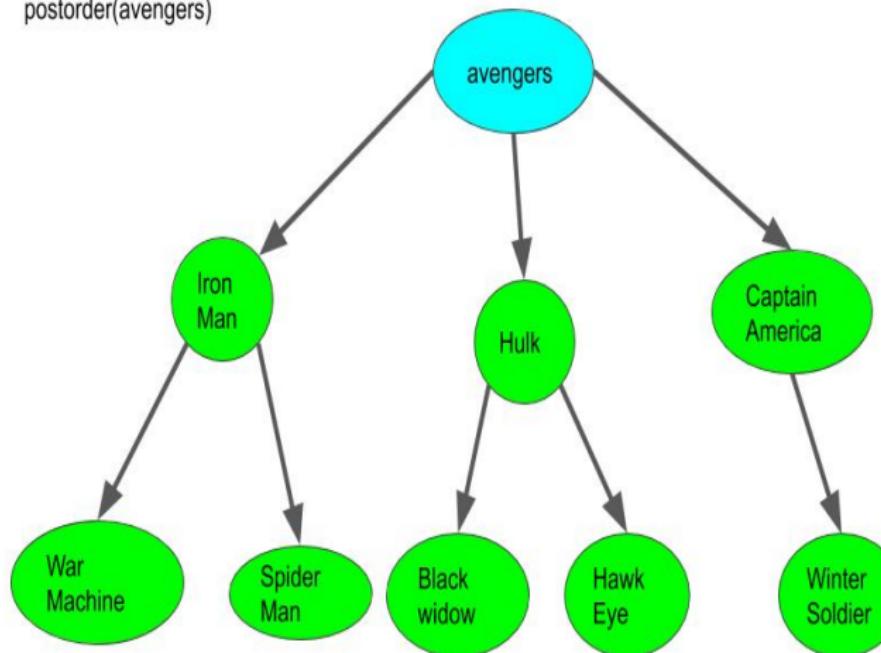
# Recorrido en postorden

postorder(Winter Soldier)



# Recorrido en postorden

postorder(avengers)



# Recorrido en postorden

postorder(avengers)

