Introducción a Gráficas

Vilchis Salazar Jose Antonio

Definición formal

Una **gráfica no dirigida** se define formalmente como una pareja de conjuntos, donde el primer conjunto, el cual debe ser finito y no vacío, es un conjunto de vértices y el segundo conjunto, el cual puede ser vacío, es un conjunto de aristas.

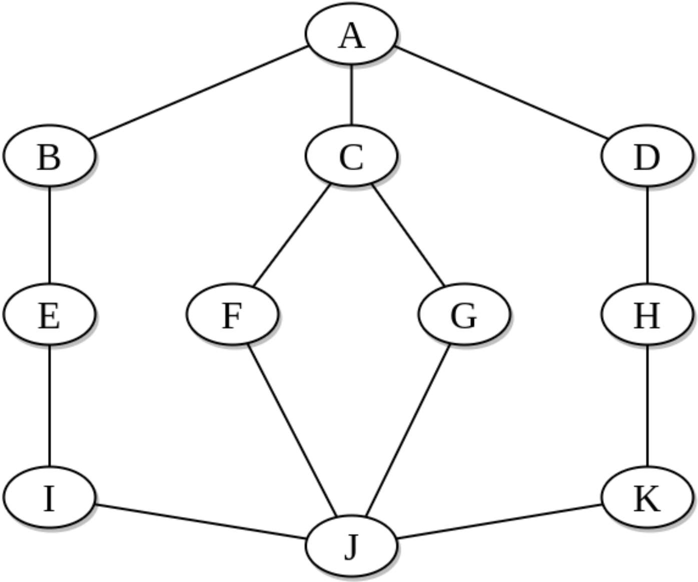
$$G = (V, E) \tag{1}$$

Definición formal

Una notación usada para remarcar que un conjunto de vértices y aristas pertenece a una grafica es:

$$V(G), E(G) \tag{2}$$

Definición formal



Aristas

Sea (u, v) una pareja ordenada, se dice que si $(u, v) \in E(G)$, entonces, (u, v) es una **arista** de G, donde $u, v \in V(G)$.

Aristas

A la arista (u, v) se le conoce coloquialmente como $e = uv$ y se dice que los vértices u y v son **vértices adyacentes** y que vértices u y v son los extremos de e.

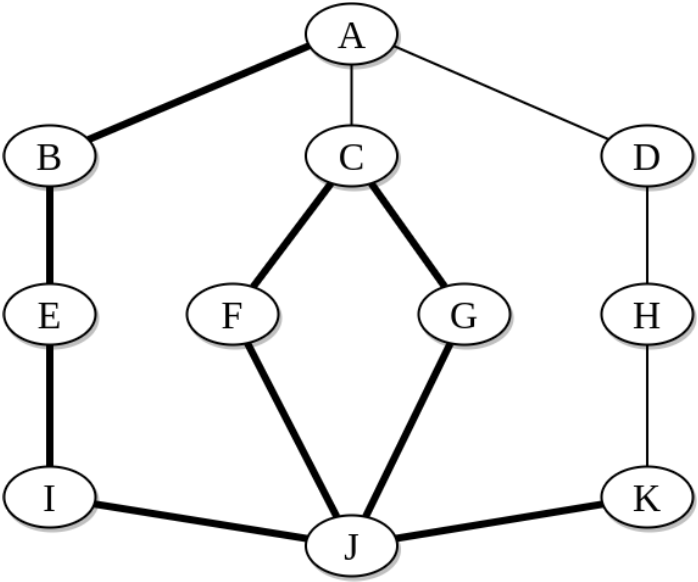
Caminos

Un **camino** en G es una secuencia alternada de vértices y aristas P: $v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, ..., v_{k-1}, e_k, v_k$ tal que

$$e_i = v_{i-1}v_i, 1 \leq i \leq k, e_i \in E(G). \tag{3}$$

Si $v_0 = u$ y $v_k = w$, decimos que P es un camino de u a w. La longitud de P, denotada por $|P|$, representa el número de aristas que aparecen en P. A un camino de longitud 0 se le denomina **camino trivial**.

Caminos



Caminos

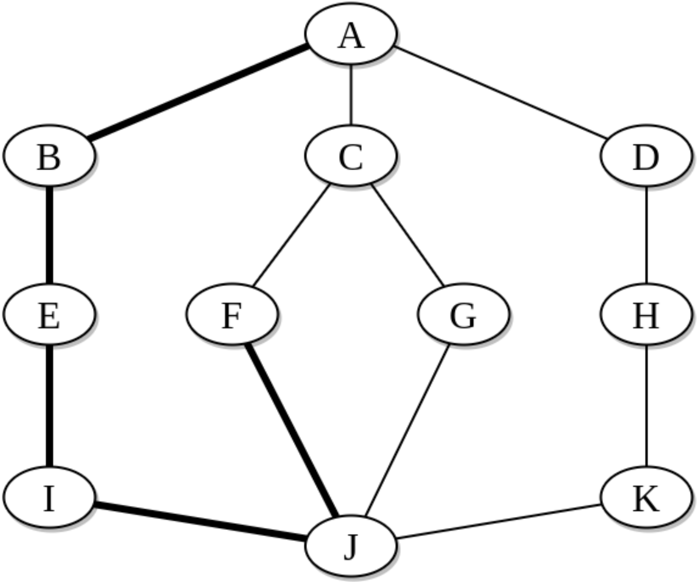
Como las aristas de una gráfica constituyen un conjunto, entonces, los vértices que aparecen en un camino determinan sus aristas. Por lo tanto, un camino puede ser expresado por su **conjunto de vértices** como:

$$v_0, v_1, ..., v_k; v_i v_{i+1} \in V(G), 0 \leq i < k \tag{4}$$

Trayectoria

Sea G una gráfica y sea P un camino en G, donde $P = v_0, v_1, ..., v_k$. Se dice que P es una **trayectoria** en G si: $v_i \neq v_j, 0 \leq i < j \leq k$.
Si $v_0 = u$ y $v_k = w$, se dice que P es una trayectoria de u a w.
Si $|P| \leq 3$ y $v_0 = v_k$, se dice que P es un **ciclo**

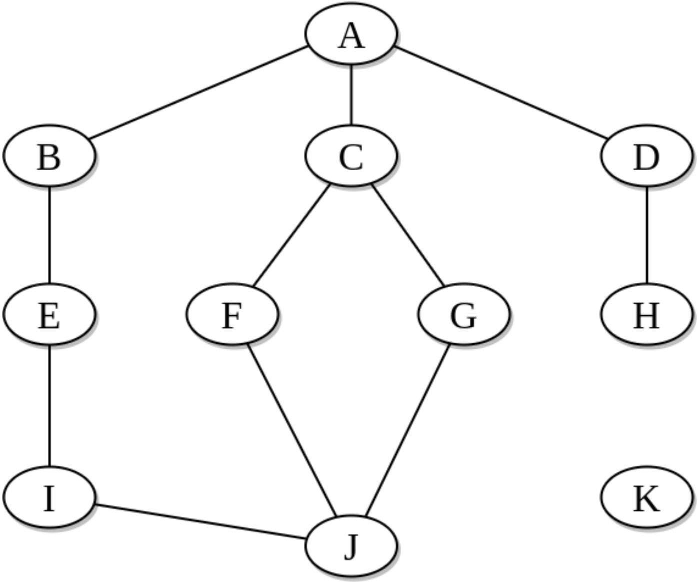
Trayectoria



Conexidad

Sea G una gráfica y sean $u, v \in V(G)$. Decimos que v es **alcanzable** desde u si existe en G una trayectoria de u a v. Decimos que G es **conexa** si para cuales quiera dos vértices u, v de G, v es alcanzable desde u. En otro caso, decimos que G no es conexa.

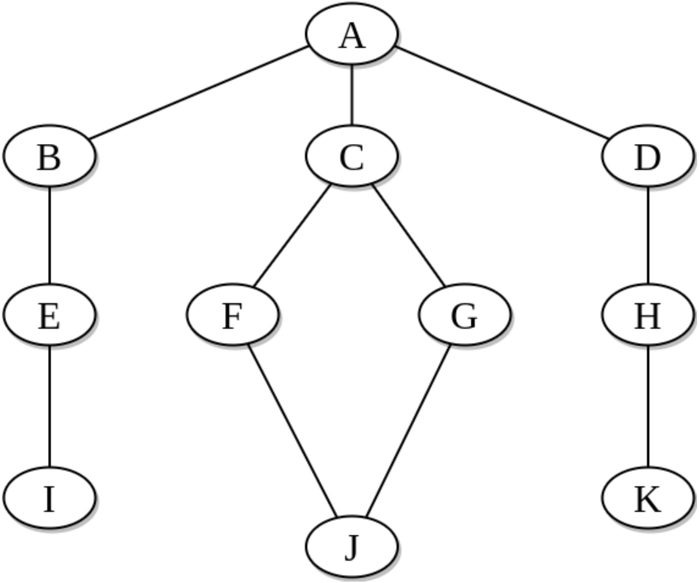
Conexidad



Subgráficas

Sean G y H gráficas. Decimos que H es **subgráfica** de G si $V(H) \subseteq V(G)$ y $E(H) \subseteq E(G)$.
Se dice que H es una subgráfica generadora o subgráfica de expansión de G si $V(H) = V(G)$.

Subgráficas



Árboles

Sea G una gráfica. Decimos que G es un árbol si es conexa y no tiene ciclos.
A cualquier subgráfica generadora de G que sea árbol se le conoce como árbol generador de G.

Árboles