

Sebastian Boruta

Elementy Analizy Numerycznej

*8. Rozwiązywanie układu równań liniowych o
współczynnikach zespolonych*

1. Zastosowanie

Procedura *complexmatrixl* rozwiązuje układ równań liniowych o współczynnikach zespolonych w arytmetyce przedziałowej.

2. Opis metody

Do rozwiązywania układu równań w procedurze *complexmatrixl* jest wykorzystywana metoda eliminacji Gaussa-Jordana z pełnym wyborem elementu podstawowego.

3. Wywołanie procedury

complexmatrixl(n,a,x,st);

4. Dane

n – ilość równań układu,

a – dwuwymiarowa tablica rekordów, zawierająca przedziały części zespolonych ($a[i,j].re$), oraz przedziały części rzeczywistych ($a[i,j].im$) poszczególnych równań, rozwiązywanego układu (dla $i = 1, 2, \dots, n$ oraz $j = 1, 2, \dots, n + 1$).

5. Wyniki

x – jednowymiarowa tablica rekordów, zawierająca poszukiwane przedziały części rzeczywistych oraz urojonych rozwiązania.

6. Inne parametry

st – zmienna określająca status wykonania procedury.

Przyjmuje ona następujące wartości:

- 1, jeśli ilość równań jest mniejsza niż 1
- 2, jeśli macierz układu jest osobliwa lub prawie osobliwa
- 0, w przeciwnym przypadku

7. Typy parametrów

Integer: *n*, *st*

cplxvectorl: *x*

cplxmatrixl: *a*

8. Identyfikatory nielokalne

interval - Identyfikator typu rekordowego postaci
 interval = record
 a, b : Extended
 end;

complexl - Identyfikator typu rekordowego postaci
 complexl = record
 re, im : interval
 end;

cplxvectorl - Identyfikator typu postaci
 cplxvectorl = array of complexl;

cplxmatrixl - Identyfikator typu postaci
 cplxmatrixl = array of array of complexl;

Rozmiar tablicy typu *cplxvectorl* oraz *cplxmatrixl* ustawiany jest dynamicznie, w zależności od ilości równań w układzie.

Aby funkcja działała poprawnie należy przeciążyć podstawowe operatory matematyczne dla typu *interval* (dla arytmetyki przedziałowej).

9. Treść

```
1.  procedure complexmatrixl (n    : Integer;
2.      var a : cplxmatrixl;
3.      var x : cplxvectorl;
4.      var st : Integer);
5.
6.  var i,ih,j,k,n1 : Integer;
7.      d, m    : interval;
8.      aa,b,c   : complexl;
9.      alb     : Boolean;
10.
11.  begin
12.      if n<1
13.          then st:=1
14.          else begin
15.              st:=0;
16.              k:=0;
17.              repeat
18.                  k:=k+1;
19.                  d:=int_read('0');
20.                  for i:=k to n do
21.                      begin
22.                          b.re:=iabs(a[i,k].re)+iabs(a[i,k].im);
23.                          if b.re>d
24.                              then begin
25.                                  d:=b.re;
26.                                  ih:=i
27.                              end
28.                          end;
29.                  if d=int_read('0')
30.                      then st:=2
31.                  else begin
32.                      aa:=a[ih,k];
33.                      alb:=iabs(aa.re)<iabs(aa.im);
34.                      if alb
35.                          then begin
36.                              b.re:=aa.re;
37.                              aa.re:=aa.im;
38.                              aa.im:=b.re
39.                          end;
40.                      b.re:=aa.im/aa.re;
41.                      aa.im:=int_read('1')/(b.re*aa.im+aa.re);
42.                      aa.re:=aa.im*b.re;
43.                      if not alb
44.                          then begin
45.                              b.re:=aa.re;
```

```

46.          aa.re:=aa.im;
47.          aa.im:=b.re
48.        end;
49.        a[ih,k]:=a[k,k];
50.        n1:=n+1;
51.        for j:=k+1 to n1 do
52.          begin
53.            c:=a[ih,j];
54.            if d<(iabs(c.re)+iabs(c.im))*int_read('1e-16')
55.              then st:=2
56.              else begin
57.                a[ih,j]:=a[k,j];
58.                b.re:=c.im*aa.im+c.re*aa.re;
59.                b.im:=c.im*aa.re-c.re*aa.im;
60.                a[k,j]:=b;
61.                for i:=k+1 to n do
62.                  begin
63.                    c:=a[i,k];
64.                    a[i,j].re:=a[i,j].re-c.re*b.re
65.                      +c.im*b.im;
66.                    a[i,j].im:=a[i,j].im-c.re*b.im
67.                      -c.im*b.re
68.                  end
69.                end
70.              end
71.            end
72.          until (k=n) or (st=2);
73.          if st=0
74.            then begin
75.              x[n]:=a[n,n1];
76.              for i:=n-1 downto 1 do
77.                begin
78.                  aa:=a[i,n1];
79.                  for j:=i+1 to n do
80.                    begin
81.                      b:=a[j,n1];
82.                      c:=a[i,j];
83.                      aa.re:=aa.re-c.re*b.re+c.im*b.im;
84.                      aa.im:=aa.im-c.re*b.im-c.im*b.re
85.                    end;
86.                  a[i,n1]:=aa;
87.                  x[i]:=aa
88.                end
89.              end
90.            end
91.          end;

```

10. Przykłady

a) Układ równań:

$$\begin{cases} ix = 1 \\ iy = 2 \\ iz = 3 \end{cases}$$

Dane: $n = 3$, $x[1,1].re = [0;0]$, $x[1,1].im = [1;1]$, $x[1,2].re = [0;0]$, $x[1,2].im = [0;0]$,
 $x[1,3].re = [0;0]$, $x[1,3].im = [0;0]$, $x[1,4].re = [1;1]$, $x[1,4].im = [0;0]$, $x[2,1].re =$
 $[0;0]$, $x[2,1].im = [0;0]$, $x[2,2].re = [0;0]$, $x[2,2].im = [1;1]$, $x[2,3].re = [0;0]$,
 $x[2,3].im = [0;0]$, $x[2,4].re = [2;2]$, $x[2,4].im = [0;0]$, $x[3,1].re = [0;0]$, $x[3,1].im =$
 $[0;0]$, $x[3,2].re = [0;0]$, $x[3,2].im = [0;0]$, $x[3,3].re = [0;0]$, $x[3,3].im = [1;1]$,
 $x[3,4].re = [3;3]$, $x[3,4].im = [0;0]$

Wyniki:

x:

$x[1].re = [0.0000000000000000E+0000; 0.0000000000000000E+0000]$
szerokość przedziału: $0.0000000000000000E+0000$
 $x[1].im = [-1.0000000000000000E+0000; -1.0000000000000000E+0000]$
szerokość przedziału: $0.0000000000000000E+0000$

y:

$x[2].re = [0.0000000000000000E+0000; 0.0000000000000000E+0000]$
szerokość przedziału: $0.0000000000000000E+0000$
 $x[2].im = [-2.0000000000000000E+0000; -2.0000000000000000E+0000]$
szerokość przedziału: $0.0000000000000000E+0000$

z:

$x[3].re = [0.0000000000000000E+0000; 0.0000000000000000E+0000]$
szerokość przedziału: $0.0000000000000000E+0000$
 $x[3].im = [-3.0000000000000000E+0000; -3.0000000000000000E+0000]$
szerokość przedziału: $0.0000000000000000E+0000$

b) Układ równań:

$$\begin{cases} 2x + iy + (1 + i)z = -2 + 11i \\ (1 + i)x + 2y + iz = 1 + 3i \\ ix + (1 + i)y + 2z = -3 + 5i \end{cases}$$

Dane: $n = 3$, $x[1,1].\text{re} = [2;2]$, $x[1,1].\text{im} = [0;0]$, $x[1,2].\text{re} = [0;0]$, $x[1,2].\text{im} = [1;1]$,
 $x[1,3].\text{re} = [1;1]$, $x[1,3].\text{im} = [1;1]$, $x[1,4].\text{re} = [-2;-2]$, $x[1,4].\text{im} = [11;11]$, $x[2,1].\text{re} = [1;1]$,
 $x[2,1].\text{im} = [1;1]$, $x[2,2].\text{re} = [2;2]$, $x[2,2].\text{im} = [0;0]$, $x[2,3].\text{re} = [0;0]$,
 $x[2,3].\text{im} = [1;1]$, $x[2,4].\text{re} = [1;1]$, $x[2,4].\text{im} = [3;3]$, $x[3,1].\text{re} = [0;0]$, $x[3,1].\text{im} = [1;1]$,
 $x[3,2].\text{re} = [1;1]$, $x[3,2].\text{im} = [1;1]$, $x[3,3].\text{re} = [2;2]$, $x[3,3].\text{im} = [0;0]$,
 $x[3,4].\text{re} = [-3;-3]$, $x[3,4].\text{im} = [5;5]$

Wyniki:

x:

$x[1].\text{re} = [-7.3183646642771550\text{E-}0019; 7.0473141211557789\text{E-}0019]$
szerokość przedziału: $1.4365678785432934\text{E-}0018$
 $x[1].\text{im} = [3.9999999999999999\text{E+}0000; 4.0000000000000001\text{E+}0000]$
szerokość przedziału: $2.3852447794681098\text{E-}0018$

y:

$x[2].\text{re} = [2.9999999999999999\text{E+}0000; 3.0000000000000001\text{E+}0000]$
szerokość przedziału: $8.6736173798840355\text{E-}0019$
 $x[2].\text{im} = [-1.6263032587282567\text{E-}0019; 1.6263032587282567\text{E-}0019]$
szerokość przedziału: $3.2526065174565133\text{E-}0019$

z:

$x[3].\text{re} = [-1.0000000000000001\text{E+}0000; -9.999999999999999\text{E-}0001]$
szerokość przedziału: $1.3010426069826053\text{E-}0018$
 $x[3].\text{im} = [9.999999999999999\text{E-}0001; 1.0000000000000001\text{E+}0000]$
szerokość przedziału: $1.1384122811097797\text{E-}0018$