Obliczanie $\overline{E}(x, y, z)$ z definicji natężenia pola elektrycznego od ładunku punktowego.

Algorytm

1. zdefiniować ładunek punktowy

(Q_i, $dq=q_l dl$, $dq=q_s ds$, $dq=q_v dv$)

2. zdefiniować wektor odległości $\overline{r}_{QP}$, gdzie Q – p-t położenia ładunku p-towego, a P – p-t, w którym liczymy natężenie pola elektrycznego

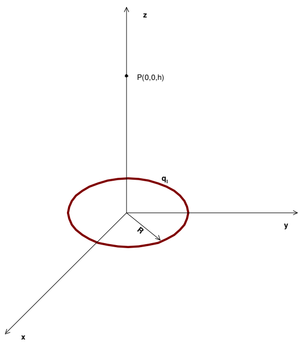
3. korzystamy ze wzoru na natężenie pola elektrycznego od ładunku p-towego

$$d\overline{E} = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r_{QP}^2} \frac{\overline{r}_{QP}}{r_{QP}}$$

4. rozkładamy wektor $\overline{r}_{QP}$ na składowe wzdłuż wersorów $\overline{i}, \overline{j}, \overline{k}$
5. liczymy poszczególne składowe (E_x, E_y, E_z) wektora $\overline{E}(x, y, z)$

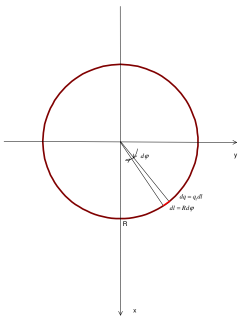
Przykład

Kołowy pierścień o promieniu **R** naładowany jest jednorodnie ładunkiem o gęstości liniowej **q_l** i jest umieszczony na płaszczyźnie x-y, tak, że jego oś pokrywa się z osią z. Oblicz natężenie pola elektrycznego $\overline{E}$ w p-cie **P(0,0,h)** .

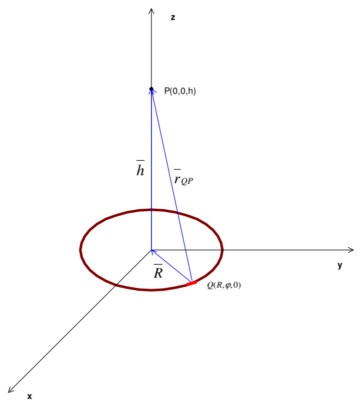


Rozwiązanie

1. Kołowy pierścień jest obiektem liniowym, wobec czego ładunek p-towy definiujemy jako elementarny wycinek łuku **$dq=q_l dl=qlRd\varphi$**

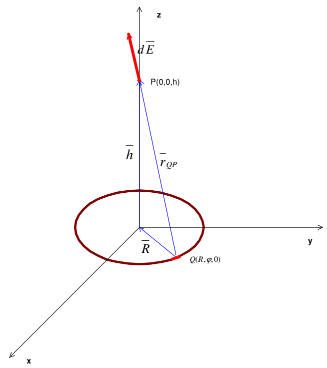


2. definiujemy wektor odległości $\bar{r}_{QP}$



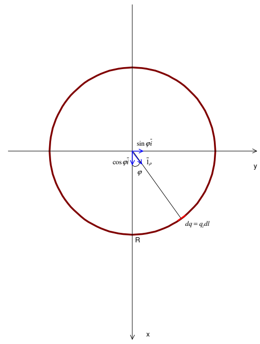
$$\overline{r_{QP}} = \overline{R} + \overline{h} = -R\overline{1_\rho} + h\overline{k}$$

3. korzystamy z definicji natężenia pola elektrycznego od ładunku p-towego



$$d\overline{E} = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r_{QP}^2}\frac{\overline{r_{QP}}}{r_{QP}} \quad \text{gdzie } r_{QP} = (R^2 + h^2)^{1/2}$$

4. rozkładamy wektor $\bar{r}_{QP}$ na składowe



$$\overline{1_\rho} = \cos\varphi\bar{i} + \sin\varphi\bar{j} \quad \text{to} \quad \overline{r_{QP}} = -R\overline{1_\rho} + h\overline{k} = -R\cos\varphi\bar{i} - R\sin\varphi\bar{j} + h\overline{k}$$

5. wobec czego:

$$E_x = \int_0^{2\pi} \frac{-q_l R \cos\varphi d\varphi}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+h^2)^{3/2}} = \frac{-q_l R}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+h^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} \cos\varphi d\varphi = 0$$

$$E_y = \int_0^{2\pi} \frac{-q_l R \sin\varphi d\varphi}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+h^2)^{3/2}} = \frac{-q_l R}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+h^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} \sin\varphi d\varphi = 0$$

$$E_z = \int_0^{2\pi} \frac{q_l R h \varphi d\varphi}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+h^2)^{3/2}} = \frac{q_l R h}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+h^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{q_l R h}{2\varepsilon_0 (R^2+h^2)^{3/2}}$$

czyli

$$\overline{E}(0,0,h) = \frac{q_l R h}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+h^2)^{3/2}} \overline{k}$$