TEORIA OBWODÓW 2

ZADANIE 1:

PRAWA KOMUTACJI: $\Psi(0^-) = \Psi(0^+)$

$q(0^-) = q(0^+)$

~~Wynikają~~ Prawa komutacji wynikają z zasady ~~ciągłości~~ zachowania strumienia w cewce oraz zasady ~~ciągłości~~ zachowania ładunku w kondensatorze.

Wynikają z zależności: $W_L = \frac{1}{2} I^2 L$ $W_C = U^2 C$

$i_L(t)$ $u_C(t)$

ZADANIE 2

$R = 1\,\Omega$ $L = 1\,\Omega$ $C = 1F$

• charakter przejściowej składowej prądu w zależności od rez. krytycznej

$$E = i(t)R + L\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}\int i(t)\,dt$$

$$L\lambda^2 + R\lambda + \frac{1}{C} = 0 \qquad \Delta = R^2 - 4\frac{L}{C}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{R^2 - 4\frac{L}{C}} \qquad R_{kr} \to \sqrt{\Delta} = 0 \to R^2 = 4\frac{L}{C}$$

$$R_{kr} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

jeśli $R = R_{kr} \to$ składowa ma przebieg aperiodyczny graniczny

$R < R_{kr} \to$ przebieg okresowy

$R > R_{kr} \to$ przebieg aperiodyczny

• wyznaczyć α, τ, ω_r ω_0 (jeśli konieczne)

$$\lambda_1 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 - 4\frac{L}{C}}}{2L} = \underbrace{\frac{-R}{2L}}_{\alpha} \pm \underbrace{\sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}}_{\omega_r}$$

STAŁA CZASOWA: $\tau = \frac{-1}{\alpha} = \frac{-1}{(-\frac{1}{2})} = 2$

REZONANS: $\omega_R^2 = \frac{1}{LC} \to \omega_r = \frac{1}{1} = 1$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

ZADANIE 3

UDAR PRĄDOWY – zjawisko polegające na pojawieniu się prądu o dużej wartości (większej niż wartość stanu ustalonego) w obwodzie po jego załączeniu.

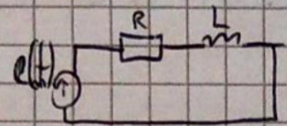
$E_m \sin(\omega t + \psi_e)$ 50Hz $R = 1\Omega$ $L = \frac{1}{314}$ H

$i(t) = \sin(\omega t + \psi_e - \varphi)$

$\sin(\psi_e - \varphi)$

$\boxed{\psi_e - \varphi = 0}$

$\varphi = 45^\circ$



$\sin(\omega t + \psi_e - \varphi) \rightarrow \psi = 45^\circ$

PRZYPADEK NADIĘCIOWY:

$E_m \sin(\omega t + \psi_e - \varphi)$

$X_L = 1$

$\varphi = -45^\circ$

$\varphi = 45^\circ$

$\psi_e - \varphi - \frac{\pi}{2} = 0 \rightarrow$ Brak składowej przejściowej

$\psi_e - 45^\circ - 90^\circ = 0 \rightarrow \psi_e = 135^\circ$

$\boxed{\psi_e = \varphi + \frac{\pi}{2}}$

ZADANIE 4

$h(t)$ – odpowiedź impulsowa – odpowiedź układu na impuls Diraca $\delta(t)$

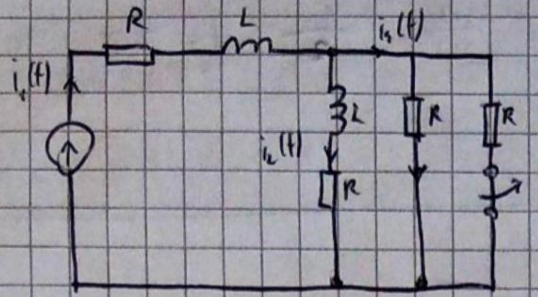
$k(t)$ – odpowiedź jednostkowa – odpowiedź układu na skok jednostkowy $1(t)$

$H(s) = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \rightarrow h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\}$

$h(t) = \frac{d}{dt} k(t) \rightarrow H(s) = s K(s) \rightarrow K(s) = \frac{H(s)}{s}$

$k(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{H(s)}{s}\right\}$

ZADANIE 5 $\quad E=12V \quad R=3\Omega \quad L=1H$

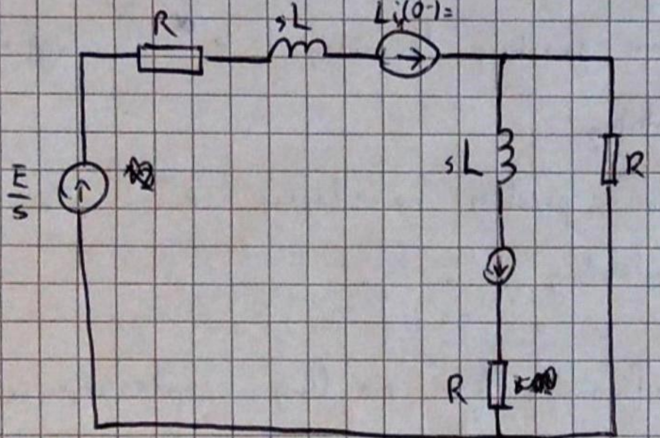


$$\frac{1}{R_z} = \frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3} = 1$$

$$R_z = 1\,\Omega$$

$$i_1(t) = \frac{12V}{4\Omega} = 3A$$

$i_L(0^-) = 1A \qquad i_L(0^-) = 1A$



$i_1(0^-)L = 3$

$i_2(0^-)L = 1$

ZADANIE 6

$u_c(t) = ?$ $\qquad U_c(s) = \frac{s}{s^2-2s+1} \rightarrow \frac{s}{(s-1)^2} = \frac{1}{s-1} + \frac{1}{(s-1)^2}$

$s^2-2s+1=0 \qquad \frac{A}{(s-1)} + \frac{B}{(s-1)^2} = \frac{s}{(s-1)^2}$

$\Delta = 4-4=0 \qquad As - A + B = s \qquad A=1 \quad B=1$

$s_1 = s_2 = s_0 = \frac{2}{2} = 1$

$\mathcal{L}^{-1}\{U_c(s)\} = e^t 1(t) + te^t 1(t)$

~~ZADANIE 7~~

$\boxed{\text{ZADANIE 7}}$

$$H(s) = \frac{Z_2}{Z_1+Z_2} = \frac{1+s}{1+1+s} = \frac{s+1}{s+2} = \frac{s+2}{s+2} - \frac{1}{s+2} = 1 - \frac{1}{s+2}$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} = \delta(t) - e^{-2t}\,1(t)$$

$\boxed{\text{ZADANIE 8}}$

$h(t) \rightarrow$ jeśli $h(t)$ ma przebieg oscylacyjny, tj. $e^{j\omega_0 t}$,
układ jest ~~na gra~~ stabilny granicznie
jeśli $h(t)$ ma przebieg tłumiony, tj. $e^{-\alpha+j\beta}$, wygasający,
układ jest stabilny.
jeśli $h(t)$ ma przebieg narastający, $e^{+\alpha+j\beta}$, t_0
układ jest niestabilny.

$H(s) \rightarrow$ jeśli bieguny transformaty leżą na lewej półpłaszczyźnie płaszczyzny zespolonej, układ jest stabilny, jeśli leżą na osi urojonych – układ jest stabilny granicznie, jeśli po prawej stronie – układ jest niestabilny

$$H(s) = \frac{1}{(s+1)^2+1} = \frac{1}{s^2+2s+2}$$

$\Delta = 4 - 8 = -4$ $\qquad \sqrt{\Delta} = \sqrt{-4} = j2$

$s_1 = \frac{-2-j2}{2} = -1-j$ $\qquad s_2 = -1+j$

UKŁAD STABILNY

$\boxed{\text{ZADANIE 9.}}$

SZEREG WYKŁADNICZY:

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \underline{c}_k e^{jk\omega_0 t}$$

POSTAĆ DLA SYGNAŁÓW RZECZYWISTYCH: $\underline{c}_{-k} = \underline{c}_k^*$

$$f(t) = c_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \underline{c}_k e^{jk\omega_0 t} + (\underline{c}_k e^{jk\omega_0 t})^* = c_0 + \sum_{k=1}^{\infty} 2\,\mathrm{Re}\{|\underline{c}_k| e^{jk\omega_0 t + \varphi_k}\} = \cancel{c_0 + \sum 2|\underline{c}_k|\cos}$$

WARTOŚĆ SKUTECZNA: $F_{sk} = \frac{2|\underline{c}_k|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}|\underline{c}_k|$

FAZY POCZĄTKOWE $\varphi_k = \arg\{\underline{c}_k\}$

$\boxed{\text{ZADANIE 10}}$

SZEREG TRYGONOMETRYCZNY:

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \underline{c}_k e^{jk\omega_0 t} = c_0 + \sum_{k=1}^{\infty}\left[\underline{c}_k(\cos k\omega_0 t + j\sin k\omega_0 t) + \underline{c}_{-k}(\cos(k\omega_0 t) + j\sin(-k\omega_0 t))\right] =$$

$$= \underbrace{c_0}_{\frac{1}{2}a_0} + \sum_{k=1}^{\infty} \underbrace{(\underline{c}_k + \underline{c}_{-k})}_{a}(\cos k\omega_0 t) + \underbrace{j(\underline{c}_k - \underline{c}_{-k})}_{b}\sin(k\omega_0 t)$$

$$f(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum \underline{a}_k \cos k\omega_0 t + \underline{b}_k \sin k\omega_0 t$$

FUNKCJA RZECZYWISTA: $\underline{c}_{-k} = \underline{c}_k^*$

$$\cancel{f(t) = c_0 + \sum_{k=1}^{\infty}(\underline{c}_k + \underline{c}_k^*)\cos k\omega_0 t + j(\underline{c}_k - \underline{c}_k^*)\sin k\omega_0 t}$$

$$c_0 + \sum_{k=1}^{\infty} 2\,\mathrm{Re}\{|\underline{c}_k| e^{jk\omega_0 t + \varphi}\} = c_0 + \sum_{k=1}^{\infty} 2|\underline{c}_k|\cos(k\omega_0 t + \varphi)$$

AMPLITUDA: $F_{max} = 2|\underline{c}_k|$ $\quad \underline{c}_k = 1 + j \quad |\underline{c}_k| = \sqrt{2}$

$F_{max} = 2\sqrt{2}$

$\varphi_k = 45°$

ZADANIE 11

$$P = \sum_{k=0}^{\infty} U_k I_k \cos\varphi_k = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos\varphi_k = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_{ksk} I_{ksk} \cos\varphi_k$$

$$\cancel{Q = U_0 I_0} \quad Q = \sum_{k=1}^{\infty} U_{ksk} I_{ksk} \sin\varphi_k$$

$$S = U_{sk} I_{sk} = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} U^2_{sk} \sum_{k=0}^{\infty} I^2_{ksk}}$$

$$D^2 = S^2 - P^2 - Q^2$$

ZADANIE 12

~~Skła~~ Kolejne składowe, w związku z innymi częstotliwościami niż harmoniczna podstawowa, mogą składać się na ~~ukł~~ fazy w układzie kolejności zgodnej, przeciwnej lub zerowej.

zerowej → $k = 3n$

zgodnej → $k = 3n+1$

przeciwnej → $k = 3n+2$

ZADANIE 13

Sygnał nieparzysty, antysymetryczny

Funkcja sinus → nieparzyste numery harmonicznych

SKŁADOWA STAŁA: 0

PODST. CZĘSTOTLIWOŚĆ: $T = 1\,s \quad f = \frac{1}{T} = 1\,Hz$

ZADANIE 15

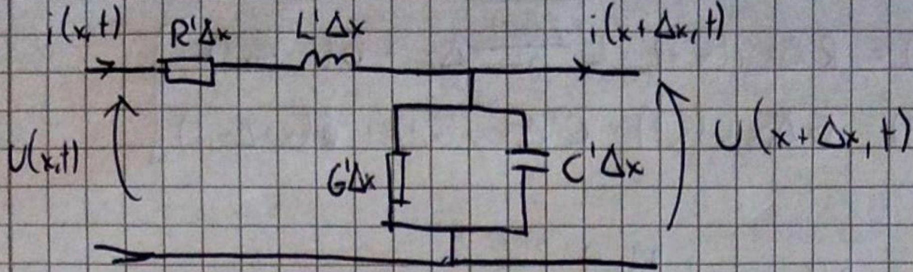
Składowe zerowe w ~~składowe~~ napięciu międzyfazowym się znoszą, a to właśnie takie składowe powstają w wyniku działania harmonicznych $3n$.

Np.
$$E_A = \sin(\omega t)$$
$$E_B = \sin(\omega t - k \cdot 120)$$
$$E_C = \sin(\omega t + k \cdot 120)$$

$k=3$
$$E_A = \sin\omega t$$
$$E_B = \sin\omega t$$
$$E_C = \sin\omega t$$

$$E_{AB} = E_A - E_B = \sin\omega t - \sin\omega t = 0$$

ZADANIE 16



$R' = \frac{2}{\sigma S}$ – rezystancja jednostkowa

$L' = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(0,5 + 2\ln\frac{d}{r}\right)$ ind. jedn.

$C' = \frac{\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{d}{r}}$ pojemn. jedn.

G' = konduktywność jednostkowa izolacji linii

ZADANIE 17

WSPÓŁCZYNNIK PROPAGACJI:

współczynnik określający zmianę amplitudy i opóźnienie fazy dla przebiegu w linii długiej, ~~gdzie~~

$\gamma = \sqrt{Z'Y'} = \alpha + j\beta$ → przesunięcie fazy w odległości

↳ zmiana amplitudy

FALA PIERWOTNA – fala biegnąca od źródła do odbiornika

ZADANIE 18

$f = 50\,Hz$ $v = 150\,000\,\frac{km}{s}$

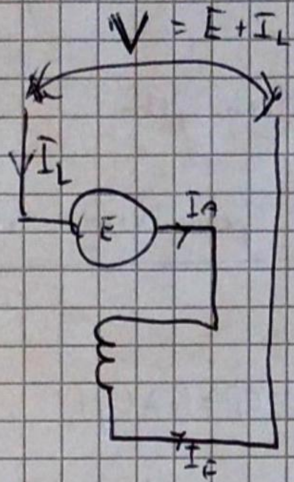
$\lambda = \frac{v}{f} = 3000\,km$ 5% z $3000\,km = 150\,km$

BONUS: RÓWNANIA TELEGRAFISTÓW

$$\begin{cases} u(x,t) = R'\Delta x\, i(x,t) + L'\dfrac{\partial i(x,t)}{\partial t}\Delta x + u(x+\Delta x,t) \\ i(x+\Delta x,t) = G'\Delta x\, u(x,t) + C'\Delta x\, u(x,t) + i(x+\Delta x,t) \end{cases}$$

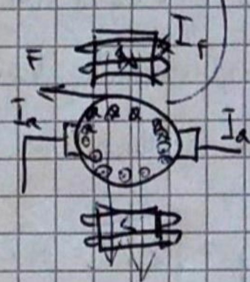
$$-\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = R' i(x,t) + L'\frac{\partial i(x,t)}{\partial t}$$

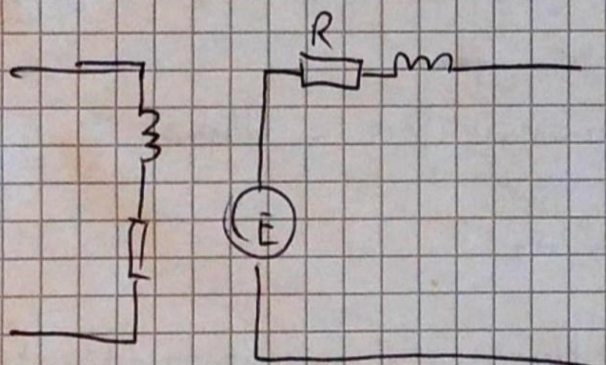
$$-\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = G' u(x,t) + C'\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}$$



$\omega\uparrow \rightarrow E\uparrow \rightarrow \frac{V-E}{R}\downarrow = I_a\downarrow$

$\tau\downarrow$





STRUMIEŃ:

$\Phi \sim N\cdot I_F$

$F = iLB$

$I_a\uparrow \rightarrow F\uparrow \rightarrow \tau\uparrow$

$\omega \sim ?$

$E = \frac{d\Phi}{dt}$

$F = q\, v\times B = q\frac{dx}{dt}\times B = iL\times B$