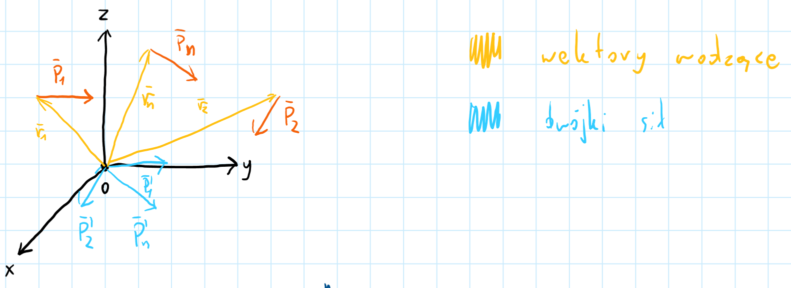
DOWOLNY UKŁAD SIŁ



$$\bar{W} = \sum_{i=1}^{n} P_i \qquad \bar{M}_0 = \sum_{i=1}^{n} \bar{r}_i \times \bar{P}_i$$

wypadkowa — momenty sił

wektor główny — moment główny

- wypadkowa w układzie dowolnym nazywamy wektorem głównym
- dowolny układ sił można zredukować do wektora głównego i momentu głównego
- warunki równowagi: $\bar{W} = 0 \quad \bar{M}_0 = 0$

$$\bar{W}_x = 0 \quad \bar{W}_y = 0 \quad \bar{W}_z = 0$$

$$\bar{M}_x = 0 \quad \bar{M}_y = 0 \quad \bar{M}_z = 0$$

tyle samo warunków równowagi, co stopni swobody

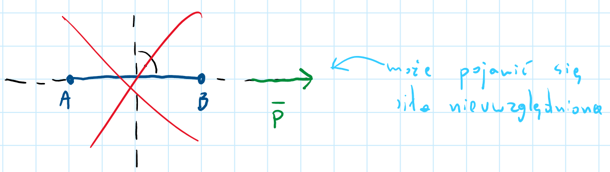
PŁASKI UKŁAD SIŁ

- warunki równowagi:

I
$$\bar{W} = 0 \qquad \bar{M}_0 = 0$$
$$\sum_{i=1}^{n} P_{ix} = 0 \qquad \sum_{i=1}^{n} P_{iy} = 0 \qquad \sum_{i=1}^{n} M_{i0} = 0$$

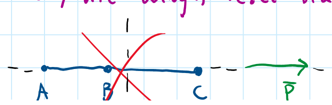
II
$$\sum_{i=1}^{n} P_{ix} = 0 \qquad \sum_{i=1}^{n} M_{iA} = 0 \qquad \sum_{i=1}^{n} M_{iB} = 0$$

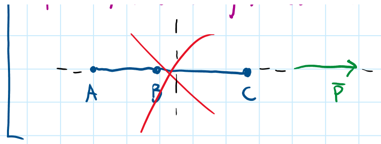
suma rzutów nie może być na oś, która będzie prostopadła względem odcinka



III
$$\sum_{i=1}^{n} M_{iA} = 0 \qquad \sum_{i=1}^{n} M_{iB} = 0 \qquad \sum_{i=1}^{n} M_{iC} = 0$$

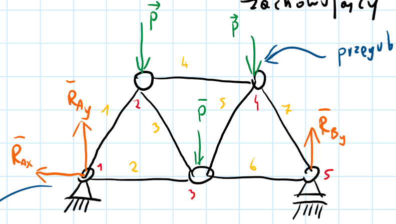
punkty nie mogą leżeć na jednej linii





KRATOWNICE

- np. konstrukcje dachów
- składają się z prętów
- KRATOWNICA – układ prętów połączonych przegubowo, o niezmiennej postaci geometrycznej; zachowujący się jak ciało sztywne



- kratownica nie przenosi momentów – siły działają tylko i wyłącznie wzdłuż prętów
- siły przykładamy w węzłach
- żeby kratownica była rozwiązywalna statycznie, musi być:
  - wewnętrznie statycznie rozwiązywalna
    - liczba prętów musi być równa podwojonej liczbie węzłów pomniejszonej o liczbę niewiadomych

      $p = 2w - n$

      $7 = 2 \cdot 5 - 3$

      $7 = 7$

      $L = P$
  - zewnętrznie statycznie rozwiązywalna

    liczba niewiadomych mniejsza lub równa liczbie równań, które możemy ułożyć

    $n \leq R$

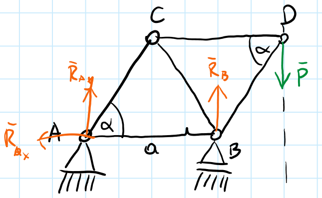
    $\sum_{i=1}^{n} P_{i_x} = 0 \quad \sum_{i=1}^{n} P_{i_y} = 0 \quad \sum_{i=1}^{n} P_{i_z} = 0$

- rozwiązać kratownicę = poznać wszystkie siły w stanie równowagi
- siły można rozciągać i ściskać

  siły dodatnie   siły ujemne

- PRZYKŁADY:

• PRZYKŁADY:



$\alpha = 60°$

I : Czy jest rozwiązywalna?

$4 \cdot 2 - 3 = 5$

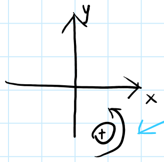
Jest.

II : Szukamy sił

III : Układamy równania równowagi

$\sum_{i=1}^{n} P_{ix} = 0 \quad \sum_{i=1}^{n} P_{iy} = 0 \quad \sum_{i=1}^{n} M_{O_i} = 0$

IV : Wprowadzamy układ współrzędnych, względem którego liczymy



moment, dodatnio przeciwnie do ruchu wskazówek zegara

V : Wprowadzamy składowe reakcji.

Można wprowadzić dowolny kierunek, prawidłowy wyjdzie po obliczeniach

$$\sum_{i=1}^{4} P_{ix} = -R_{Ax} = 0$$

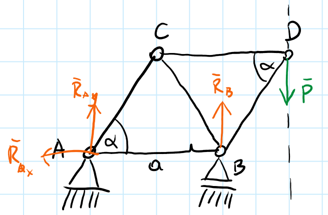
$$\sum_{i=1}^{n} P_{iy} = R_{Ay} + R_B - P = 0 \rightarrow R_{Ay} = P - R_B = -\frac{1}{2}P$$

$$\sum M_{i_A} = R_B a - P\frac{3}{2}a = 0 \rightarrow R_B = \frac{3}{2}P$$

zewnętrzna wyznaczalność

METODA WYDZIELANIA WĘZŁÓW

• założenie: wszystkie pręty są rozciągalne



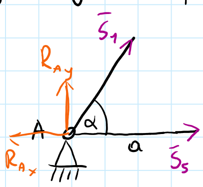
$\alpha = 60°$

I : Wybieramy jeden z węzłów A / B / C / D i go wydzielamy

• wybieramy węzeł taki, gdzie mamy max. 2 niewiadome
• każdy węzeł jest pojedynczym, zbieżnym układem sił → możemy zapisać 2 równania równowagi

II : Wybieramy punkt A

• wycinamy i przerysowujemy - nie będzie pomyłek



$$\sum_{i=1}^{n} \bar{P}_{ix} = 0 = -R_{Ax} + S_1 \cos 60° + S_5 \rightarrow S_5 = -S_1 \cos 60°$$

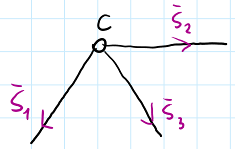
$$\sum_{i=1}^{n} \bar{P}_{iy} = 0 = R_{Ay} + S_1 \sin 60° \rightarrow -\frac{R_{Ay}}{\sin 60°} = \frac{\frac{1}{2}P}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$S_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}P$ pręt rozciągany

$S_5 = -\frac{\sqrt{3}}{6}P$ pręt ściskany

III: Po obliczeniu, można wybrać dowolny węzeł i liczyć

- wybieramy węzeł C

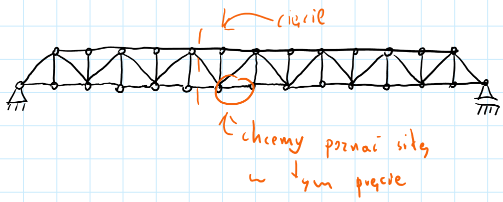


$$\sum_{i=1}^{n} P_{ix} = 0 = -S_1\cos 60^\circ + S_3\cos 60^\circ + S_2 \rightarrow S_2 = \dots$$

$$\sum_{i=1}^{n} P_{iy} = 0 = -S_1\sin 60^\circ - S_3\sin 60^\circ \rightarrow S_3 = -S_1 = -\frac{\sqrt{3}}{3}P \quad \text{ściskany}$$

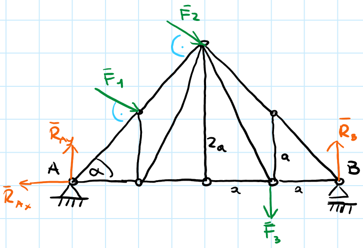
METODA RICHTERA

METODA PRZECIĘĆ



- stosujemy ją do wyznaczenia sił w max. 3 prętach
- kratownica musi być statycznie wewnętrznie i zewnętrznie wyznaczalna
- 3 pręty nie mogą być do siebie równoległe, 2 mogą być do siebie równoległe
- cięcie musi być dokonane w taki sposób, aby kratownica rozpadła się na 2 części
- 3 pręty, przez które tnę, nie mogą wychodzić z 1 węzła

- PRZYKŁAD:



$\bar{F}_1 = 10N$
$\bar{F}_2 = 20N$
$\bar{F}_3 = 30N$
$a = 1m$
$\alpha = 45^\circ$

$p = 13$
$w = 8$
$n = 3$

$p = 2w - n$
$13 = 16 - 3$
$L = P$

I:

$$\sum_{i=1}^{n} P_{ix} = 0 = -R_{Ax} + F_1\cos\alpha + F_2\cos\alpha$$

$$\sum_{i=1}^{n} P_{iy} = 0 = R_{Ay} - F_1\sin\alpha - F_2\sin\alpha - F_3 + R_B$$

$$\sum_{i=1}^{n} M_{iA} = 0 = R_B \cdot 4a - F_3 \cdot 3a - F_2\, 2a\sqrt{2} - F_1\, a\sqrt{2}$$