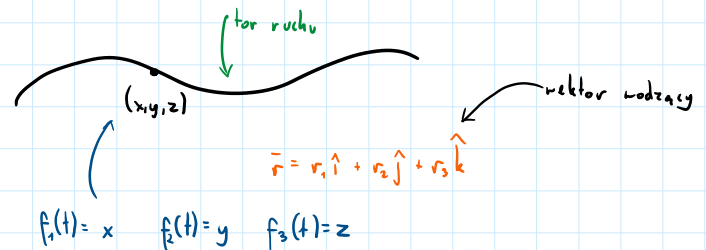


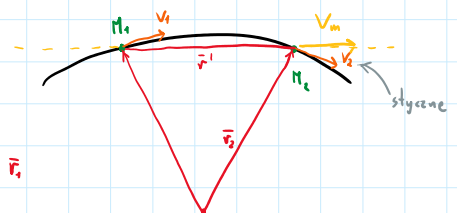
KINEMATYKA

- kinematyka - opis ruchu
 - ruch ciała, bryły, punktu materialnego
 - nie interesują nas masa, pęd, siły
- podstawowe informacje dla kinematyki:
 - tor ruchu
 - układ współrzędnych
 - wektor wodzący
 - czas



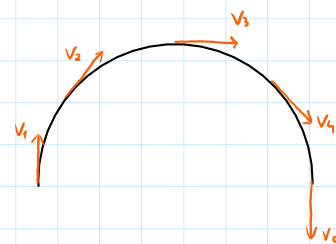
- wyznaczanie parametrów:

- wektor wodzący: $\vec{r}_2 = \vec{r}_1 + \vec{r}'$
- prędkość średnia: $V_M = \frac{\Delta r}{\Delta t}$
- prędkość na poszczególnych etapach ruchu (prędkość chwilowa) $V_{M1} = \frac{dr_1}{dt}$ $V_{M2} = \frac{dr_2}{dt}$



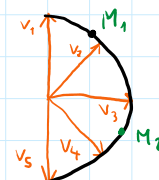
- przyspieszenie

- średnie $\bar{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$
- chwilowe $\bar{a} = \frac{dV}{dt}$



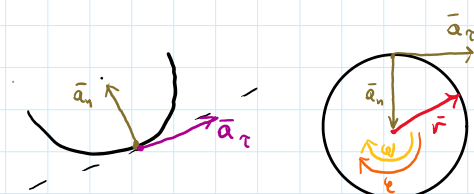
- w ruchu po łuku:

- krzywa: normalne + styczne
 $\bar{a} = \bar{a}_\tau + \bar{a}_n$
- obrót: dośrodkowe + obwodowe
 $\bar{a} = \bar{a}_d + \bar{a}_o$



- wyznaczanie przyspieszeń

- normalne: $a_n = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$
- styczne: $a_\tau = \epsilon \cdot r$



RUCH PUNKTU NA PŁASZCZYŹNIE

$$x = 4t \quad y = 16t^2 - 1 \quad t_1 = \frac{1}{2} s$$

- znany zmiany położenie w czasie
- znaleźć: prędkość, przyspieszenia (wszystkie)
- wyznaczyć tor ruchu, narysować, zaznaczyć na rysunku
- położenie:

$$y = x^2 - 1$$

$$x(t_1) = 2 \quad y(t_1) = 3$$

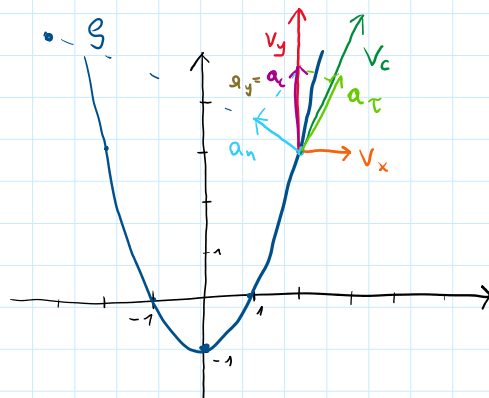
- prędkość

$$\dot{x} = v_x = \frac{dx}{dt} = 4$$

$$\dot{y} = v_y = \frac{dy}{dt} = 32t$$

$$v_x(t_1) = 4 \quad v_y(t_1) = 16$$

$$v_c = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \approx 16,5$$



- przyspieszenie:

$$a_x = \ddot{x} = \dot{v}_x = \frac{dv_x}{dt} = 0$$

$$a_y = \ddot{y} = \dot{v}_y = \frac{dv_y}{dt} = 32$$

$$a_x(t_1) = 0$$

$$a_y(t_1) = 32$$

$$a_c = 32$$

- przyspieszenie styczne

$$a_\tau = \left| \frac{dv_c}{dt} \right| = \left| \frac{d\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}{dt} \right| = \frac{2v_x a_x + 2v_y a_y}{2\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} = \frac{v_x a_x + v_y a_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} = \frac{v_x a_x + v_y a_y}{v_c}$$

$$a_\tau = \frac{v_x a_x + v_y a_y}{v_c} = 31$$

- przyspieszenie normalne:

$$a_c = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} \rightarrow a_n = \sqrt{a_c^2 - a_\tau^2} = 7,94$$

- promień krzywizny:

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = 34,3$$

- na kolokwium rysunki muszą mieć zachowane proporcje

PRZYKŁAD II:

$$\sin \varphi = \frac{a}{c} = \frac{y}{2,5r} \quad 2,5r \sin \varphi = y$$

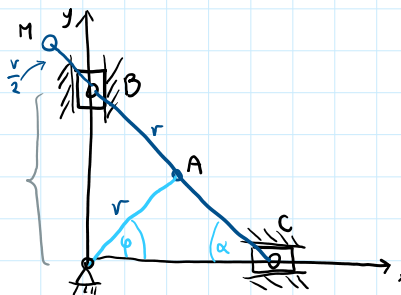
$$AB = AC = r$$

$$MB = \frac{r}{2}$$

$$\varphi = \pi t$$

$$r = 2 \text{ m}$$

$$t_1 = \frac{1}{4} \text{ s}$$



- wyznaczenie położenia punktu M

$$x_M = 0,5r \cos \varphi$$

$$y_M = 2,5r \sin \varphi$$

$$\begin{cases} x_M = -0,5r \cos(\pi t) \\ y_M = 2,5r \sin(\pi t) \end{cases} \quad r=2 \rightarrow$$

$$\frac{x_M}{1} = -\cos(\pi t)$$

$$\frac{y_M}{5} = \sin(\pi t)$$

$$\begin{cases} \left(\frac{x_M}{1}\right)^2 = (-\cos(\pi t))^2 \\ \left(\frac{y_M}{5}\right)^2 = (\sin(\pi t))^2 \end{cases} \rightarrow \left(\frac{x_M}{1}\right)^2 + \left(\frac{y_M}{5}\right)^2 = (\sin(\pi t))^2 + (\cos(\pi t))^2$$

$$\text{stad: } \frac{x_M^2}{1} + \frac{y_M^2}{25} = 1 \quad \leftarrow \text{elipsa o przekątnych 1 : 5}$$

$$x(t_1) = -1 \cos \frac{\pi}{4} = -0,707$$

$$y(t_1) = 5 \sin \frac{\pi}{4} = 3,53$$

- prędkości

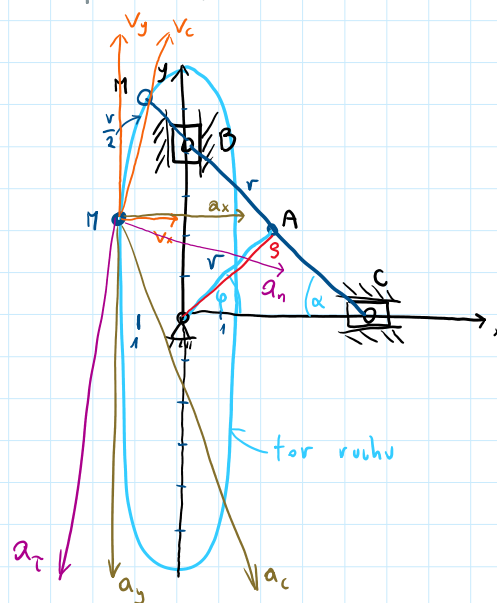
$$v_x = \frac{dx}{dt} = \pi \sin \pi t$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = 5\pi \cos \pi t$$

$$v_x(t_1) = 2,22$$

$$v_y(t_1) = 11,1$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 11,32$$



- przyspieszenia

$$a_x = \pi^2 \cos(\pi t) \rightarrow a_x(t_1) = 6,97$$

$$a_y = 5\pi^2 \sin(\pi t) \rightarrow a_y(t_1) = -34,87$$

$$a_c = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 35,56$$

$$a_r = \frac{v_x a_x + v_y a_y}{v} = -32,77$$

zwrót przyspieszenia przeciwny do zwrotu prędkości

$$a_n = \sqrt{a_c^2 - a_r^2} = 13,93$$

- promień krzywizny

$$r^2 = \dots$$

- promień krzywizny

$$g = \frac{v^2}{a_n} = 9,2$$

na kolekcium: rysunek czytelny \rightarrow kolory lub dwa rysunki

