

# SILY

- wewnętrzne
- zewnętrzne

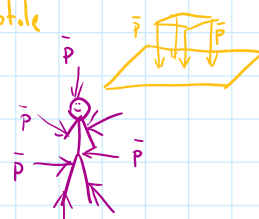
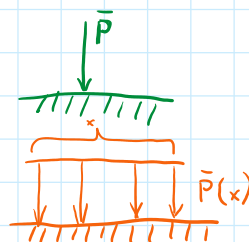
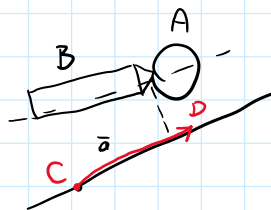
- punktowe
- liniowe

np. siła nacisku długopisu na papier

np. siła nacisku podczas krojenia długopisu leżącego na talerzu

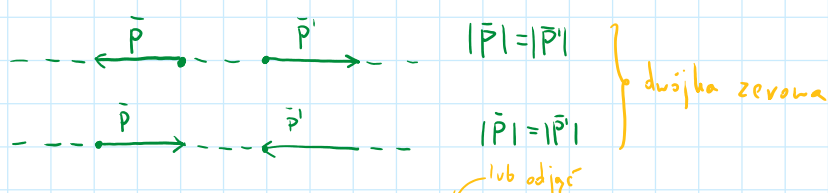
kartka papieru leżąca na stole

siły elektrostatyczne, magnetyczne oddziaływanie na całą objętość

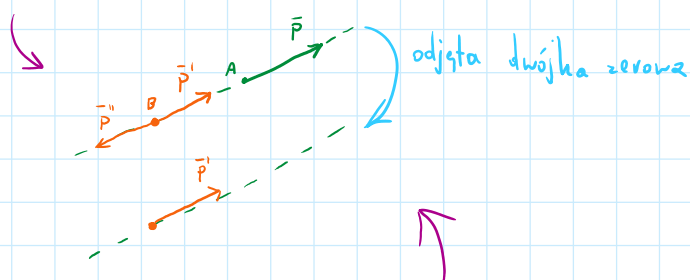


## AKSJOMATY STATYKI

- jeśli na ciało działają dwie równoważne siły to nie porusza się ono, lub porusza ruchem jednostajnym prostoliniowym



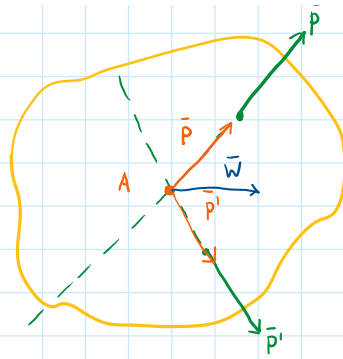
- do każdego ciała możemy dodać <sup>lub odjąć</sup> dwojkę zerową sił i nic się nie zmieni



- możemy przesunąć siły nie zmieniając układu



$$|\vec{P}| = \sqrt{|\vec{P}_1|^2 + |\vec{P}_2|^2 + 2|\vec{P}_1||\vec{P}_2|\cos\alpha}$$

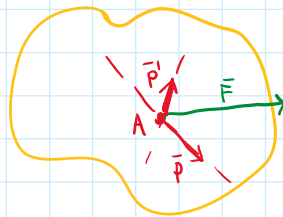


$$|\bar{W}| = \sqrt{|\bar{P}|^2 + |\bar{P}'|^2 + 2|\bar{P}||\bar{P}'|\cos\alpha}$$

$$\text{jeśli: } |\bar{P}| \perp |\bar{P}'| \text{ to } \bar{W} = \sqrt{|\bar{P}|^2 + |\bar{P}'|^2}$$

$$\text{jeśli: } |\bar{P}| \parallel |\bar{P}'| \text{ to } \bar{W} = |\bar{P}| + |\bar{P}'|$$

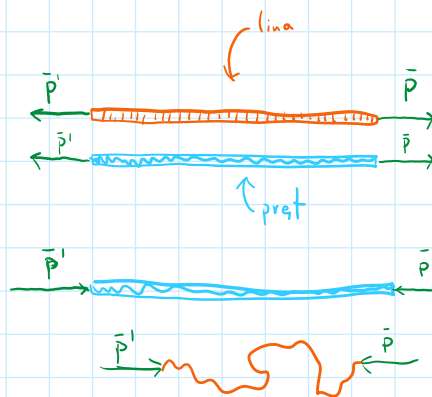
- aksjomat o wypadkowej dwóch sił nierównoległych na układzie:  
dowolne dwie siły nierównoległe działające na układ możemy zamienić na ich wypadkową
- każda siła może być zastąpiona układem sił zaczepionych w tym punkcie, takim że suma tych sił będzie nam siłą pierwotną.



$$\bar{F} = \bar{P}' + \bar{P}$$

- jeśli ciało A działa na ciało B, to ciało B działa na ciało A
- jeśli ciało odkształcalne porusza się w równowadze pod działaniem sił, to ciało idealnie nieodkształcalne (absolutnie sztywne) będzie w równowadze pod działaniem tego samego układu sił

↑ jest prawdziwe również dla ciał nieodkształcalnych



↪ równowaga zachowana

↪ równowaga niezachowana

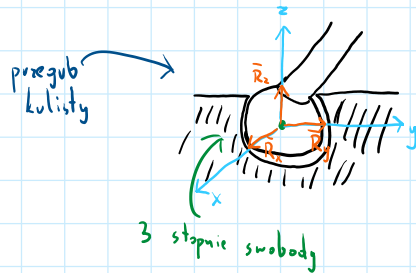
- w trójwymiarowym układzie sił mamy 6 stopni swobody  
oś x, y, z ciała oraz oś x, y, z przestrzeni
- w płaszczyźnie mamy 3 stopnie swobody  
1 oś obrotu, 2 osie przemieszczenia
- każde ciało nieczwłokowe możemy uważać za swobodne, jeżeli:

1 stopień swobody, 2 stopnie przemieszczenia

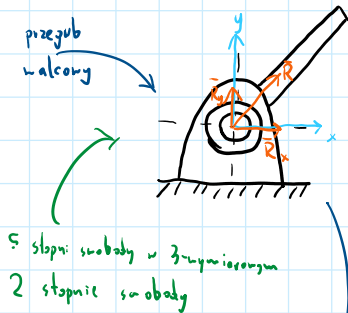
- każde ciało nieucalone możemy uważać za swobodne, jeżeli zamiast więzów przyłożymy do niego reakcje wywołane przez te więzy

podpora, punkty zaczepienia, etc.

- rodzaje więzów:



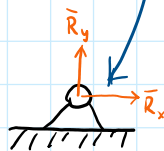
$\vec{R} \rightarrow$  siły reakcji  
 $\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y + \vec{R}_z$



$\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y$

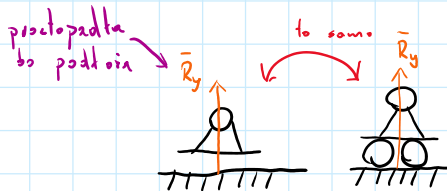
uproszczony zapis podpora stałej

2 składowe

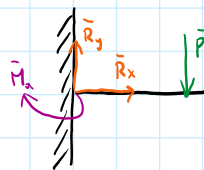


PODPORA STAŁA  
 (NIEPRZESUWNA)

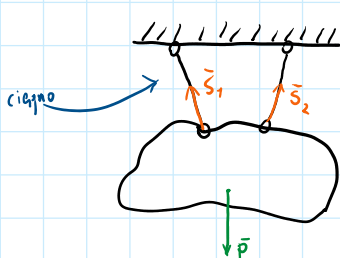
2 STOPNIE SWOBODY  
 2 SKŁADOWE REAKCJE



PODPORA  
 RUCHOMA  
 (PRZESUWNA)

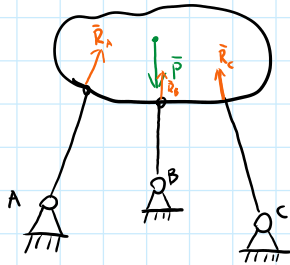


UTWIERDZENIE

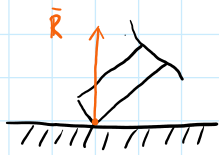


CIĄGNA

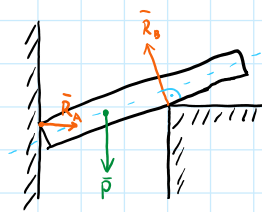
$\downarrow \vec{p}$



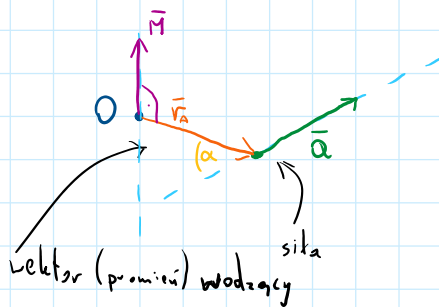
PRĘTY



PUNKT  
OPARCIA

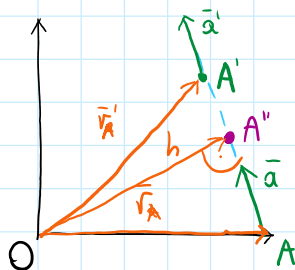


## MOMENT SIŁY WZGLĘDEM PUNKTU



$$M_o(\vec{a}) = \vec{r}_A \times \vec{a}$$

- reguła śruby prawoskrętnej (moment zwrócony w górę)



$$|\vec{M}| = |\vec{r}| \cdot |\vec{a}|$$

$$M_o(\vec{a}) = \vec{r}_A \times \vec{a}$$

$$M_o(\vec{a}') = \vec{r}_A' \times \vec{a}'$$

$$\vec{r}_A' = \vec{r}_A + \vec{AA'}$$

$$M_o(\vec{a}') = (\vec{r} + \vec{AA'}) \times \vec{a}' = \vec{r} \times \vec{a}' + \vec{AA'} \times \vec{a}' =$$

$$|\vec{M}| = |\vec{h}| \cdot |\vec{a}|$$

$$V_A = V_A + AA'$$

$$M_O(\vec{a}') = (\vec{r}_A + \vec{AA}') \times \vec{a}' = \vec{r}_A \times \vec{a}' + \vec{AA}' \times \vec{a}' = \vec{r}_A \times \vec{a}'$$

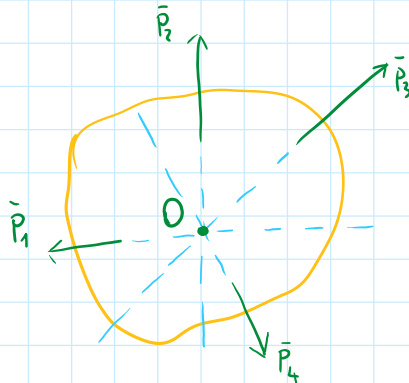
$\hookrightarrow \vec{a}' = \vec{a}$

## UKŁADY SIŁ

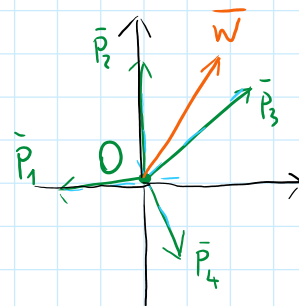
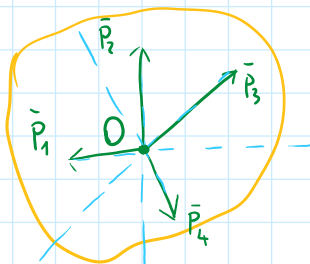
- zbieżny układ sił
- dowolny układ sił

## ZBIEŻNY UKŁAD SIŁ

- proste siły będą się przecinały w jednym punkcie



- wszystkie siły możemy przesunąć do tego punktu



- układ sił możemy zredukować do siły wypadkowej  $\vec{W}$  działającej na nasz układ

$$\vec{W}_x = \sum_{i=1}^n \vec{P}_x \quad \vec{W}_y = \sum_{i=1}^n \vec{P}_y \quad \vec{W}_z = \sum_{i=1}^n \vec{P}_z$$

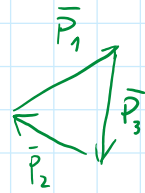
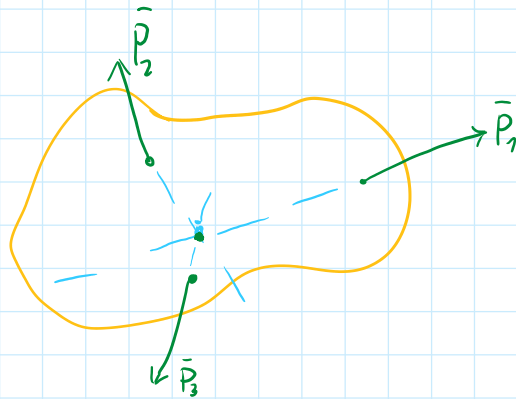
$$\vec{W}_x = \sum_{i=1}^n \vec{P}_x \quad W_y = \sum_{i=1}^n \vec{P}_y \quad W_z = \sum_{i=1}^n \vec{P}_z$$

$$|\vec{W}| = \sqrt{\vec{W}_x^2 + \vec{W}_y^2 + \vec{W}_z^2}$$

$$\vec{W} = 0 \quad \sum_{i=1}^n \vec{P}_x = 0 \quad \sum_{i=1}^n \vec{P}_y = 0 \quad \sum_{i=1}^n \vec{P}_z = 0 \quad \left. \vphantom{\sum_{i=1}^n \vec{P}_x = 0} \right\} \text{warunki równowagi}$$

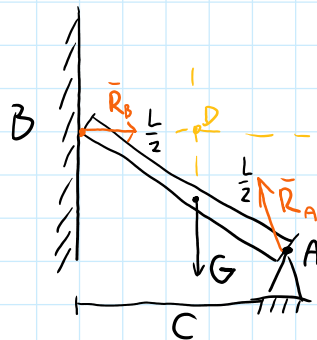
### • TWIERDZENIE O TRZECH SIŁACH:

jeżeli ciało sztywne jest w równowadze pod działaniem trzech nierównoległych sił leżących w jednej płaszczyźnie, to linie działania tych sił muszą przecinać się w jednym punkcie, a siły tworzyć trójkąt zamknięty



### ZADANIE:

jednorodny pręt o długości  $AB$  i ciężarze  $G$  jest podparty. Wyznaczyć reakcje ściany i reakcję podpory  $A$ , ściany  $B$  korzystając z twierdzenia o trzech siłach



$$R_A = G \frac{\sqrt{4l^2 - 3c^2}}{2\sqrt{l^2 - c^2}}$$

$$R_B = G \frac{\sqrt{c}}{2\sqrt{l^2 - c^2}}$$