

# PRĄD ELEKTRYCZNY

$$\bullet \quad I = \frac{dq}{dt} \quad dI = \vec{j} \cdot d\vec{s} \quad \vec{j} = q_v \cdot \vec{v}_d \quad \vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$$

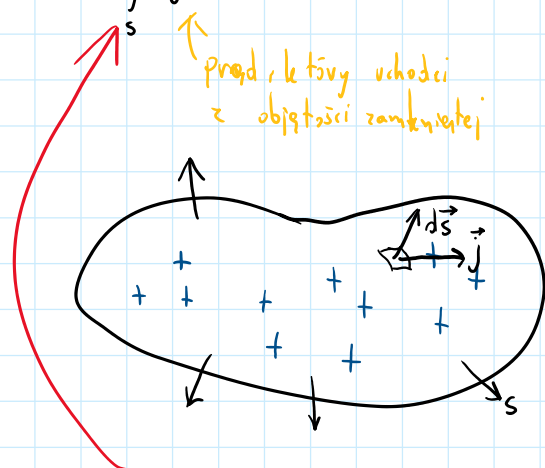
↑ przewodnik

$$\bullet \quad \text{gęstość prądu: } dI = \vec{j} \cdot d\vec{s} \quad d\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

• prąd jest strumieniem wektora gęstości prądu

## RÓWNANIE CIĄGŁOŚCI

$$\bullet \quad I = \oint_S \vec{j} \cdot d\vec{s} \quad I = - \frac{dq}{dt}$$



• jeżeli prąd wychodzi - znak jest dodatni

$$\bullet \quad \oint_S \vec{j} \cdot d\vec{s} = - \frac{dq}{dt}$$

↑ prąd wypływający z powierzchni

$$\bullet \quad Q = \int_V q_v dv \quad \oint_S \vec{j} \cdot d\vec{s} = - \frac{d}{dt} \int_V q_v dv$$

• twierdzenie Gaussa - Ostrogradzkiego:

$$\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{s} = \int_V \nabla \cdot \vec{j} \cdot dv$$

$$\int_V \nabla \cdot \vec{j} \cdot dv = - \frac{d}{dt} \int_V q_v dv$$

↑ te same całki i objętości

• postaci różniczkowa równania ciągłości:

- postaci różniczkowa równania ciągłości:

$$\nabla \vec{j} = - \frac{\partial \rho_v}{\partial t} \quad \nabla \vec{j} + \frac{\partial \rho_v}{\partial t} = 0$$

- $\nabla \vec{E} = \frac{\rho_v}{\epsilon_0}$  analogia do pola elektrycznego

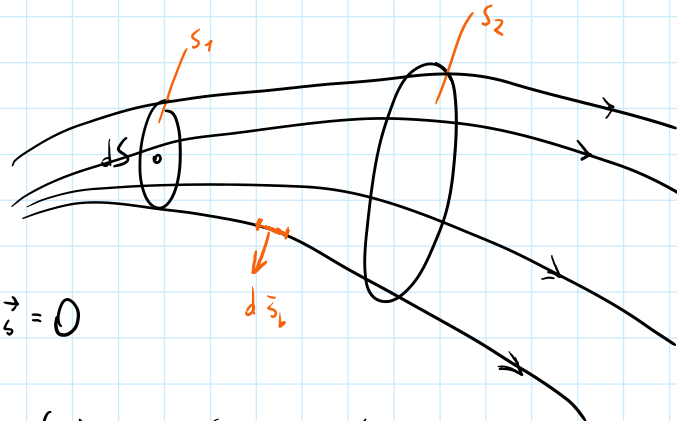
## PRZEPŁYW STACJONARNY

- jeżeli w obszarze  $v$  ładunek  $Q_v$  nie ulega zmianie, czyli

$$\frac{\partial \rho_v}{\partial t} = 0$$

to  $\rho_v = \text{const}$   $\nabla \vec{j} = 0$   $\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{s} = 0$

mówią wtedy o polu prądowym stacjonarnym  
(do zamkniętej powierzchni wpływa tyle samo ładunku, co wypływa)



$$\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\oint_{s(v)} \vec{j} \cdot d\vec{s} = \int_{s_1} \vec{j}_1 \cdot d\vec{s}_1 + \int_{s_2} \vec{j}_2 \cdot d\vec{s}_2 + \underbrace{\int_{s_3} \vec{j}_3 \cdot d\vec{s}_3}_0 = 0$$

$$|I_1| = |I_2|$$

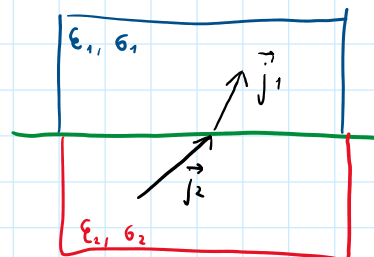
$$\sum_k \pm I_k = 0$$

- warunki brzegowe

$$E_{1t} = E_{2t}$$

$$\frac{j_{1t}}{\sigma_1} = \frac{j_{2t}}{\sigma_2}$$

$$j_{1n} = j_{2n}$$



## REZYSTANCJA

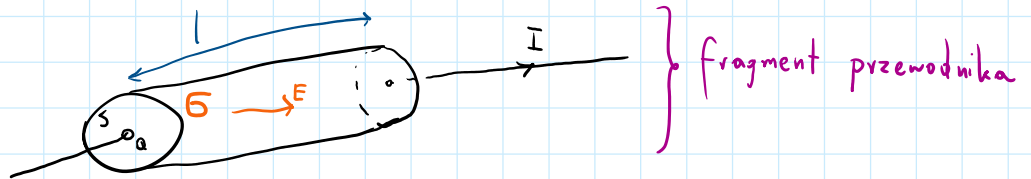
$\sigma$  - sigma - przewodność

## REZYSTANCJA

$$\cdot I = j \cdot S$$

$$U = E \cdot l$$

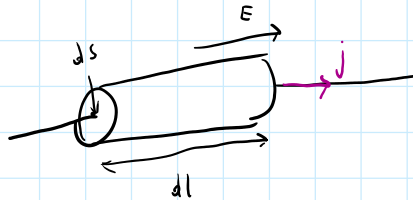
$\sigma$  - sigma - przewodność



$$\cdot R = \frac{U}{I} = \frac{E \cdot l}{j \cdot S}$$

$$\rho = \frac{E}{j}$$

$$R = \frac{U}{I} = \rho \frac{l}{S}$$



$$\cdot dI = j \cdot dS$$

$$dU = E \cdot dl$$

$$\cdot R = \frac{\int E \cdot dl}{\int j \cdot dS}$$

zakładając, że  $\sigma = \text{const}$  i pole jest jednorodne:

$$R = \frac{\int E \cdot dl}{\int \sigma \cdot E \cdot dS} = \frac{E \cdot l}{\sigma \cdot E \cdot S} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{l}{S} = \rho \frac{l}{S}$$

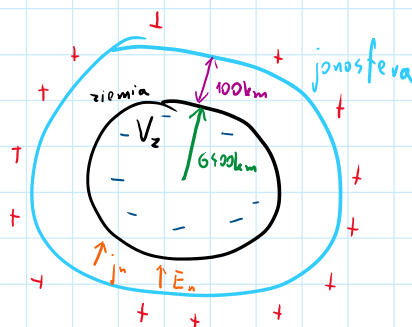
• najprostsze wzory z prawa Ohma:

$$j = \sigma \cdot E$$

$$R = \frac{U}{I}$$

$$R \approx \rho \frac{l}{S}$$

## ZIEMIA JAKO KONDENSATOR



• warunki "fair weather"

• potencjał Ziemi  $V_z = 0$

• pot. jonosfery:  $V_j = 150 - 600 \text{ kV}$  (300 kV)

• gęst. prądu przy powierzchni:  $i_w = 1 - 4 \frac{\text{pA}}{\text{m}^2}$

- pot. jonosfery :  $V_j = 150 - 600 \text{ kV}$  (300 kV)
- gęst. prądu przy powierzchni :  $j_n = 1 - 4 \frac{\text{pA}}{\text{m}^2}$
- wart. natężenia pola przy powierzchni :  $E_n = 70 - 200 \frac{\text{V}}{\text{m}}$

- co możemy obliczyć mając poniższe dane?

może być  
na egzaminie

$$U = 300 \text{ kV} \quad E_n = 100 \frac{\text{V}}{\text{m}} \quad j_n = 2 \text{ pA}$$

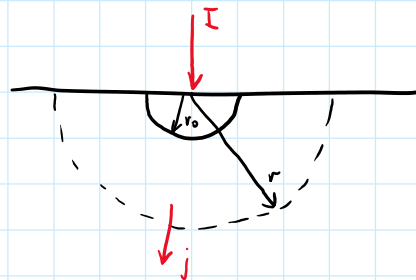
$$r_z = 6400 \text{ km} \quad d = 100 \text{ km}$$

1. pojemność ( $r_z, E$ )
2. rezystancja ( $j, E$ )
3. ładunek Ziemi ( $E, s$ )
4. prąd całkowity ( $2 \frac{\text{pA}}{\text{m}^2}$ )

wyliczenie  $R, C$ , prawo Gaussa

cieńka granica - można potraktować jako kondensator płaski

## UZIOMY



$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$$

$$\vec{E} = \rho \cdot \vec{j}$$

$$\vec{j} = \frac{I}{2\pi r^2} \hat{r}$$

$$\vec{E} = \rho \cdot \vec{j} = \rho \cdot \frac{I}{2\pi r^2} \hat{r}$$

$$\vec{E} = -\nabla V \quad (V_B - V_A) = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$A = r_0$$

$$B = \infty$$

$$r_A \gg r_0$$

$$(V_B - V_0) = \frac{\rho \cdot I}{2\pi} \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_A} \right)$$

$$V_B = 0 \text{ dla } B \rightarrow \infty$$

$$V = \frac{\rho I}{2\pi} \cdot \frac{1}{r}$$

- napięcie krokowe

$$U_k = V(r) - V(r+k)$$

$$* \quad V = \frac{\rho I}{2\pi r}$$

- rezystancja uziomu

$$V(r) = \frac{\rho I}{2\pi r}$$

- rezystancja wzdłuż

$$V(r_0) = \frac{\rho I}{2\pi r_0}$$

\*  $R = \frac{\rho}{2\pi r_0}$

## ELEMENTY TEORII OBWODÓW

- rezystory szeregowo  $R = R_1 + R_2 \dots$
- rezystory równolegle  $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$
- spadki napięcia na rezystorach
- prawo Joule'a  $W_g = RI^2 t$   $P = RI^2 = UI$

## PODSUMOWANIE

- prawo przepływu
  - $dI = \vec{j} \cdot d\vec{S}$
  - $\oint \vec{j} \cdot d\vec{S} = \frac{-dq}{dt}$
- prawo Ohma

## NASTĘPNY WYKŁAD: POLE MAGNETYCZNE