03.03.2021

WYBRANE ZAG. TO
WYKŁAD 1

- Zaliczenie: test - czasem pyt. i odp. czasem obrazki, dost. test próbny
- Max 2 nieobecności - jest możliwość odrobienia w razie czego

- Dodatkowe info na stony e-portal → 513170

TRANSFORMATA LAPLACE'A:

- Nauczyć się od nowa trzeba; prawo- i lewo-stronna, dwustronna;

- Przerobić powtórzenie Laplace'a do nast. zajęć, Laplace prawostronny

TRANSMITANCJE - ZASTOSOWANIA TRANSMITANCJI

- na za 2 tygodnie (plik: wykład 9)
- lista zadań - do zrobienia

WZTO: Zadania

ZADANIE 1

a) $y''(t) + 2y'(t) + 4y(t) = 2x(t)$

$$s^2 Y(s) + 2s\,Y(s) + 4\,Y(s) = 2\,X(s) \rightarrow Y(s)(s^2+2s+4) = 2\,X(s)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2}{s^2+2s+4} = \frac{2}{4\left(\frac{1}{4}s^2+\frac{1}{2}s+1\right)}$$

$T = \frac{1}{2}$

$\xi = \frac{1}{2}$

$$G(j\omega) = \frac{2}{(j\omega)^2+2j\omega+4} = \frac{2}{-\omega^2+2j\omega+4}$$

ODP. IMPULSOWA:

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}\{G(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{2}{s^2+2s+4}\right\} = \ldots$$ JAKIEŚ DZIWNE RZECZY

$\Delta = 4 -$

~~c)~~ $\cancel{2y'(t) + 3y(t) = 2x''(t) + x'(t) + x(t)}$

$$\cancel{2s\,Y(s) + 3\,Y(s) = 2s^2 X(s) + s\,X(s) + X(s)}$$

$$\cancel{Y(s)(2s+3) = X(s)(2s^2+s+1)}$$

$$\cancel{G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{2s^2+s+1}{2s+3}}$$

$\cancel{\Delta = 1 - 4}$

a) odp. impulsowa:

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}\{G(s)\} \xRightarrow{T=\frac{1}{2},\ \xi=\frac{1}{2}} \frac{1}{\frac{1}{2}\cdot\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2}}\, e^{-\frac{\frac{1}{2}t}{\frac{1}{2}}} \cdot \sin\left(\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2}\,\frac{t}{\frac{1}{2}}\right) \cdot 0{,}5 =$$

$$= \frac{0{,}5}{0{,}5\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}} \cdot e^{-t} \cdot \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 2t\right) \cdot 0{,}5 = \frac{2}{\sqrt{3}}\, e^{-t} \sin(\sqrt{3}\,t)$$

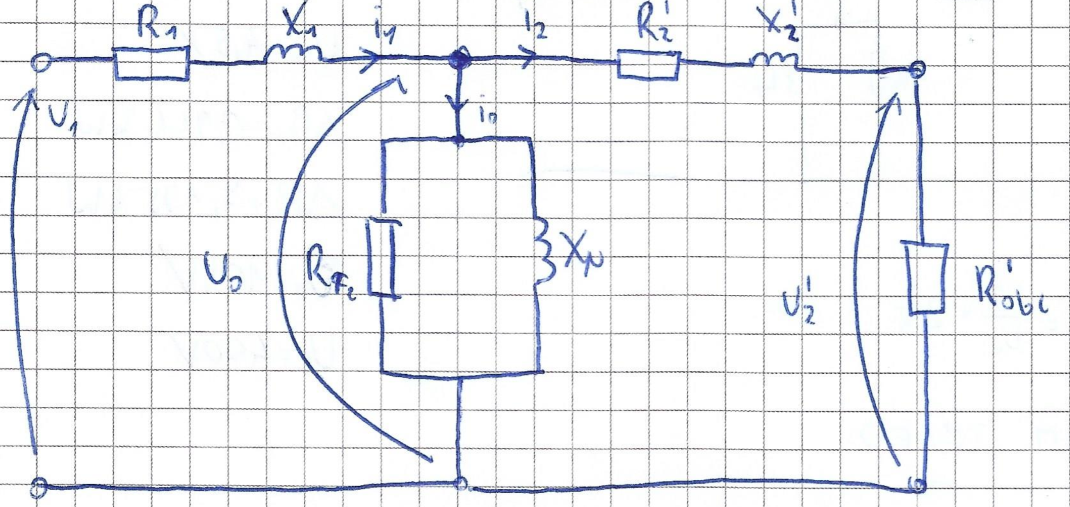
$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{0{,}5}{s(s^2+2s+4)}\right\} \xRightarrow{T=\frac{1}{2},\ \xi=\frac{1}{2}} 1 - \frac{0{,}5}{\sqrt{1-0{,}5^2}}\, e^{-\frac{0{,}5}{0{,}5}t} \sin\left(\sqrt{1-0{,}5^2}\,\frac{t}{0{,}5}+\varphi\right) =$$

$$= 1 - \frac{0{,}5}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\, e^{-t} \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{t}{0{,}5}+\varphi\right) = 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\, e^{-t} \sin(\sqrt{3}\,t + 60^\circ)$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{1-0{,}5^2}}{0{,}5}\right) = 60^\circ$$

KACPER BORUCKI
265365:

OBWÓD ZASTĘPCZY TRANSFORMATORA:



DANE: S_n, u_z, ΔP_{Fe}, ΔP_{Cu}, U_H, U_L, U_{Ha}, U_{La}, I_{1n},

STAN JAŁOWY

$$R_{Fe} = \frac{U_{Ha}^2}{\Delta P_{Fe}} \qquad I_{Fe} = \frac{U_{Ha}}{R_{Fe}} \qquad \left(U_{Ha} = \frac{U_H}{\sqrt{3}}\right)$$

$$I_0 = \sqrt{I_{Fe}^2 + I_N^2} \rightarrow I_N = \sqrt{I_0^2 - I_{Fe}^2}$$

$$X_N = \frac{U_{Ha}}{I_N}$$

$$L_N = \frac{X_N}{2\pi f}$$

STAN ZWARCIA

$$R_1 + R_2' = \frac{\Delta P_{Cu}}{3 \cdot I_{1n}^2} \qquad R_1 \approx R_2'$$

$$R_2 = \frac{R_2'}{\vartheta^2}$$

$$Z = \frac{U_{Ha} \cdot u_z}{I_{1n}}$$

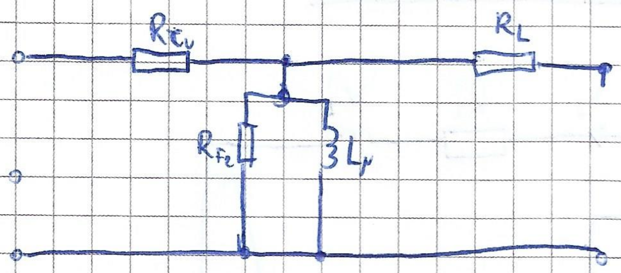
$$X_1 + X_2' = \sqrt{Z^2 - (R_1 + R_2')}$$

$$X_1 \approx X_2'$$

$$X_2^* = \frac{X_2'}{\vartheta^2}$$

$$R_{obc}^* = \frac{U_{La}^2 \cos\varphi}{P_{obc}}$$

KACPER BORUCKI 245365



$S_n = 315 kVA$

$U_{zw} = 4,5\%$

$\Delta P_{Fe} = 0,944 \ kW$

$\Delta P_{Cu} = 5,195 \ kW$

$U_h = 10 kV$

$U_L = 400V$

$\vartheta = \frac{U_h}{U_L} = 25$

PARAM. TRAFO:

ZAPIS JAKO RÓWNANIE 1. RZĘDU ZAMIAST 2. RZĘDU

$\ddot{x} - x + x^3 = 0$ $\qquad$ $\ddot{x} = x - x^3$

$x_1 = x$ $\qquad$ $x_2 = \dot{x}$

$$\begin{array}{l} f_1 \\ f_2 \end{array} \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_1^3 \end{cases}$$

$\dot{x}_1 = 0$ $\qquad$ $x_2 = 0$

$\dot{x}_2 = 0$ $\qquad$ $x_1 - x_1^3 = 0$

$x_1(1 - x_1^2) = 0$

$x_1 = 0 \qquad x_1 = 1$

$(0,0) \quad (0,1)$

$$Df = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1-3x_1^2 & 0 \end{bmatrix}\Bigg|_{0,0} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\det(Df - \lambda I) = \det\begin{bmatrix} 0-\lambda & 1 \\ 1 & 0-\lambda \end{bmatrix} = \lambda^2 - 1$$

$\lambda_1 = 1 \qquad \lambda_2 = -1$

węzeł niestabilny?

ZADANIA NA KOLOSA: I 2. rząd → 1 rząd
II punkty równowagi
III Jakobian i wartości własne
IV analiza λ

KACPER BORUCKI

245365

$$Df_3 = \begin{bmatrix} 1-3x_1^2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}\Bigg|_{(-2,-6)} = \begin{bmatrix} 1-3\cdot(-2)^2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

WARTOŚCI WŁASNE:

$$Df_1\big|_{x_0} = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 1 \\ 3 & -1-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda)(-1-\lambda)-3 = (-1-\lambda+\lambda+\lambda^2)-3 = \lambda^2-4$$

$$\lambda_1 = 2 \qquad \lambda_2 = -2$$

Stąd, punkt (0,0), jest siodłem ~~są węzłami niestabilnymi~~

$$Df_2\big|_{x_0} = \begin{vmatrix} -11-\lambda & 1 \\ 3 & -1-\lambda \end{vmatrix} = (-11-\lambda)(-1-\lambda)-3 = (11+11\lambda+\lambda+\lambda^2)-3 =$$

$$= \lambda^2+12\lambda+8$$

$$\Delta = 144-32 = 112 \qquad \sqrt{\Delta} = 4\sqrt{7} \qquad \lambda_1 = \frac{-12-4\sqrt{7}}{2} \approx -11{,}29 \qquad \lambda_2 = \frac{-12+4\sqrt{7}}{2} \approx -0{,}71$$

Stąd, punkt (2,6) jest węzłem stabilnym

$$Df_3\big|_{x_0} = \begin{vmatrix} -11-\lambda & 1 \\ 3 & -1-\lambda \end{vmatrix} \Longrightarrow \lambda^2+12\lambda+8$$

analogicznie do poprzedniego,

$$\lambda_1 \approx -11{,}3 \qquad \lambda_2 \approx -0{,}7$$

Więc punkt (-2,-6) jest węzłem stabilnym!

KACPER BORUCKI
265365

$$\begin{cases}\dot{x}_1 = x_1 - x_1^3 + x_2 \\ \dot{x}_2 = 3x_1 - x_2\end{cases}
\qquad
\begin{cases}\dot{x}_1 = 0 \to x_1 - x_1^3 + x_2 = 0 \to x_2 = x_1^3 - x_1 \\ \dot{x}_2 = 0 \to 3x_1 = x_2\end{cases}$$

$$\begin{cases}x_2 = 3x_1 \\ x_2 = x_1^3 - x_1\end{cases} \to 3x_1 = x_1^3 - x_1 \to x_1^3 - 4x_1 = 0$$

stąd: $x_1(x_1^2 - 4) = 0$

$x_1(x_1 - 2)(x_1 + 2) = 0$

czyli $x_1 \{0, 2, -2\}$

$$\begin{cases}\frac{1}{3}x_2 = x_1 \\ x_2 = x_1^3 - x_1\end{cases} \to x_2 = \left(\frac{1}{3}x_1\right)^3 - \frac{1}{3}x_2 \to x_2 = \frac{1}{27}x_2^3 - \frac{x_2}{3}$$

$x_2 = \left(\frac{1}{3}x_2\right)^3 - \frac{1}{3}x_2 \to 0 = \left(\frac{1}{3}x_2\right)^3 - \frac{4}{3}x_2$

$\frac{1}{27}x_2^3 - \frac{4}{3}x_2 = 0 \to \frac{1}{3}x_2\left(\frac{1}{9}x_2^2 - 4\right) = 0 \quad /:\frac{1}{3}$

$x_2\left(\frac{1}{3}x_2 - 2\right)\left(\frac{1}{3}x_2 + 2\right) = 0 \quad /\cdot 9$

$x_2(x_2 - 6)(x_2 + 6)$

PUNKTY RÓWNOWAGI: $x_1 \in \{0, 2, -2\}$ $\quad x_2 \in \{0, 6, -6\}$

Czyli P: $\{(0,0), (2,6), (-2,-6)\}$

$$Df = \begin{bmatrix}\frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 - 3x_1^2 & 1 \\ 3 & -1\end{bmatrix}$$

Czyli stabilność zależy od x_1

$$Df_1 = \begin{bmatrix}1 - 3x_1^2 & 1 \\ 3 & -1\end{bmatrix}\Bigg|_{(0,0)} = \begin{bmatrix}1 - 0 & 1 \\ 3 & -1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 1 \\ 3 & -1\end{bmatrix}$$

$$Df_2 = \begin{bmatrix}1 - 3x_1^2 & 1 \\ 3 & -1\end{bmatrix}\Bigg|_{(2,6)} = \begin{bmatrix}1 - 3\cdot 4 & 1 \\ 3 & -1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-11 & 1 \\ 3 & -1\end{bmatrix}$$

WZTO

SYNTEZA OBWODÓW

$F(s)=\frac{s^4+4s^2+3}{s^3+2s}$ $n=4$, $m=3$ $n-m=-1$

$N(s)=s^4+4s^2+3 = $ $\Delta=16-12=4$, $\sqrt{\Delta}=2$ $=(s^2+1)(s^2+3)$

$D(s)=s^3+2s = s(s^2+2) = s(s+j\sqrt{2})(s-j\sqrt{2})$

$F(s)=\frac{(s^2+1)(s^2+3)}{s(s^2+2)}$

biegun początkowy, biegun końcowy; start L_1
koniec C_p

$Z(s)=\frac{s^4+4s^2+3}{s^3+2s}=\frac{1}{\frac{s^3+2s}{s^4+4s^2+3}}$

$Z(s)=\frac{1}{\frac{1}{s}+\frac{-2s}{s^4+4s^2+3}}=\frac{1}{\frac{1}{s}+\frac{1}{\frac{s^4+4s^2+3}{-2s}}}$

$Z(s)=\frac{s^4+4s^2+3}{s^3+2s}=s+\frac{2s^2+3}{s^3+2s}=s+\frac{1}{\frac{s^3+2s}{2s^2+3}}$

$Z(s)=s+\frac{1}{\frac{1}{2}s+\frac{0.5s}{2s^2+3}}=s+\frac{1}{\frac{1}{2}s+\frac{1}{\frac{2s^2+3}{0.5s}}}$

$Z(s)=s+\frac{1}{\frac{1}{2}s+\frac{1}{4s+\cancel{\dots}+\frac{3}{0.5s}}}=s+\frac{1}{\frac{1}{2}s+\frac{1}{4s+\frac{1}{\frac{1}{6}s}}}$

DZIELENIE

$\frac{1}{s}$
$(s^3+2s):(s^4+4s^2+3)$ $\frac{1}{3}$
$-s^3-4s-\frac{3}{s}$
$-2s-\frac{3}{s}=\frac{-2s^2-3}{s}$

~~$s^4+4s^2+3 : -2s$~~

s
$s^4+4s^2+3 : (s^3+2s)$
$-s^4-2s^2$
$2s^2+3$

$\frac{1}{2}s$
$s^3+2s : 2s^2+3$
$-s^3-\frac{3}{2}s$
$\frac{1}{2}s$

$4s$
$2s^2+3 : \frac{1}{2}s$
$-2s^2-2s$
$3-2s$

$Z_1=s$

$Y_2=\frac{1}{2}s$

$Z_3=4s$

$Y_4=\frac{1}{6}s$