PODSTAWY AUTOMATYKI 2 – ĆWICZENIA

lista zadań nr 1

Transformata Z

1. *Korzystając wprost z definicji znaleźć transformatę Z funkcji:*

a. $f(n) = 3^n$

b. $f(n) = 2^{n-2}$

c. $f(n) = 3^{2n} + 1$

d. $f(n) = 5n + 1$

e. $f(t) = e^{-4t}\mathbf{1}(t)$

f. $f(t) = e^{t-T_p}\mathbf{1}(t)$

2. *Korzystając z podstawowych własności transformaty, znaleźć transformatę Z funkcji:*

a. $f(t) = (3t + 8)\mathbf{1}(t)$

b. $f(t) = (-t + 5)\mathbf{1}(t)$

c. $f(t) = t^{-1}\mathbf{1}(t)$

d. $f(t) = 0{,}5t^2\mathbf{1}(t)$

e. $f(t) = 5e^{3t}\mathbf{1}(t)$

f. $f(t) = \left(t + 3e^{-4t}\right)\mathbf{1}(t)$

3. *Obliczyć odpowiedź na impuls Diraca, $g(n)$, dla układu impulsowego o transmitancji:*

a. $G(z) = \dfrac{0{,}5z + 2}{z^2 + 6z + 5}$

b. $G(z) = \dfrac{5z + 2}{z^2 + 6z + 8}$

c. $G(z) = \dfrac{z + 0{,}5}{z^2 + 7z + 10}$

d. $G(z) = \dfrac{4z + 2}{z^2 + 8z + 15}$

e. $G(z) = \dfrac{z}{z^2 + 1{,}5z + 0{,}5}$

f. $G(z) = \dfrac{2z + 3}{z^2 + 9z + 20}$

g. $G(z) = \dfrac{3z + 1}{z^2 + 4z + 3}$

h. $G(z) = \dfrac{z + 1}{(z + 2)^2}$

4. *Obliczyć odpowiedź na skok jednostkowy, $y_1(n)$, dla układu impulsowego o transmitancji:*

a. $G(z) = \dfrac{z}{z - 2}$

b. $G(z) = \dfrac{1}{0{,}5z - 1}$

c. $G(z) = \dfrac{z - 1}{z + 1}$

d. $G(z) = \dfrac{2z + 1}{z - 1}$

e. $G(z) = \dfrac{z}{z^2 - 5z + 6}$

f. $G(z) = \dfrac{z + 4}{z^2 - z - 2}$

5. *Dana jest odpowiedź na impuls Diraca* $g(n)$***. Obliczyć transmitancję takiego układu impulsowego:***

a. $g(n) = 2 \cdot 3^n + 3 \cdot 2^n$

b. $g(n) = 5 \cdot 2^n + 1$

c. $g(n) = 2 \cdot (-1)^{n-1} + 3 \cdot (-2)^n$

d. $g(n) = n\, 3^{n-1}$

6. *Wyznaczyć odpowiednik impulsowy transmitancji układu ciągłego* $G(s)$ ***dla czasu próbkowania*** $T_p = 0{,}1s$**.**

a. $G(s) = \dfrac{2s+1}{s^2+3s+2}$

b. $G(s) = \dfrac{s-2}{s^2+5s+4}$

c. $G(s) = \dfrac{1}{s^2+5s+6}$

d. $G(s) = \dfrac{1}{s^2-4}$

e. $G(s) = \dfrac{s+4}{s^2+2s}$

f. $G(s) = \dfrac{1}{s^2+2s+1}$

PODSTAWY AUTOMATYKI 2 – ĆWICZENIA

lista zadań nr 2

Równania różnicowe. Ekstrapolatory

1. ***Dla układu impulsowego o transmitancji $G(z)$, zakładając zerowe warunki początkowe, obliczyć wartość pierwszych pięciu próbek sygnału wyjściowego $y(n)$, dla sygnału wejściowego $u(t)=\delta(t)$.***

a. $G(z)=\dfrac{5}{z+5}$

b. $G(z)=\dfrac{4}{2z-1}$

c. $G(z)=\dfrac{z+2}{z^2+2z+3}$

d. $G(z)=\dfrac{z+2}{2z^2+2z+1}$

2. ***Znaleźć równanie różnicowe wiążące sygnały wejściowy i wyjściowy dla układu impulsowego o transmitancji $G(z)$, zakładając zerowe warunki początkowe. Obliczyć wartość próbki sygnału wyjściowego $y(3)$, dla sygnału wejściowego $u(t)=\mathbf{1}(t)$.***

a. $G(z)=\dfrac{z+1}{z^2-6z+5}$

b. $G(z)=\dfrac{1}{z^2+5z+6}$

c. $G(z)=\dfrac{2}{z+10}$

d. $G(z)=\dfrac{1}{z^2-2}$

3. ***Rozwiązać równanie różnicowe dla podanych warunków początkowych.***

a. $y(n)-4y(n-1)=0$, $y(-1)=1$

b. $y(n)-9y(n-2)=0$, $y(-1)=1$, $y(-2)=1$

c. $y(n)-3y(n-1)+2y(n-2)=0$, $y(-1)=2$, $y(-2)=1$

d. $y(n)-3y(n-1)+2y(n-2)=0$, $y(-1)=3$, $y(-2)=2$

e. $y(n)+y(n-1)-2y(n-2)=0$, $y(-1)=3$, $y(-2)=6$

4. ***Rozwiązać układ równań różnicowych dla podanych warunków początkowych.***

a. $\begin{bmatrix} x_1(n+1) \\ x_2(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \end{bmatrix}$, $x_1(0)=2$, $x_2(0)=1$

b. $\begin{bmatrix} x_1(n+1) \\ x_2(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \end{bmatrix}$, $x_1(0)=1$, $x_2(0)=2$

c. $\begin{bmatrix} x_1(n+1) \\ x_2(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \end{bmatrix}$, $x_1(0) = 3$, $x_2(0) = 1$

5. Obliczyć transmitancję $G(z)$ obiektu o transmitancji $G(s)$ przy zastosowaniu ekstrapolatora zerowego rzędu.

a. $G(s) = \dfrac{1}{s+1}$, $T_p = 1s$

b. $G(s) = \dfrac{2}{s+\ln(0,5)}$, $T_p = 1s$

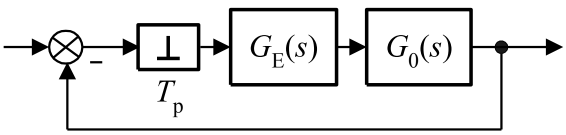
c. $G(s) = \dfrac{2}{s+5}$, $T_p = 0,1s$

d. $G(s) = \dfrac{2}{s+5}$, $T_p = 10s$

e. $G(s) = \dfrac{1}{s^2-3s+2}$, $T_p = 1s$

f. $G(s) = \dfrac{s+1}{(s-\ln(4))(s-\ln(2))}$, $T_p = 1s$

6. W układzie jak na rysunku zastosowano ekstrapolator zerowego rzędu. Obliczyć wartości pierwszych czterech próbek sygnałów odpowiedzi $y(n)$ i błędu $e(n)$ przy pobudzeniu skokiem jednostkowym ($T_p = 1s$).



a. $G_0(s) = \dfrac{1}{s+2}$,

b. $G_0(s) = \dfrac{3}{3s+1}$,

c. $G_0(s) = \dfrac{0,5}{s+4}$,

d. $G_0(s) = \dfrac{1}{s^2+6s+8}$,

7. W układzie jak na rys. 9.1 zastosowano ekstrapolator zerowego rzędu. Obliczyć wartości pierwszych pięciu próbek sygnałów odpowiedzi $y(n)$ i przy pobudzeniu skokiem prędkości ($T_p = 1s$).

a. $G_0(s) = \dfrac{1}{s+1}$

b. $G_0(s) = \dfrac{1}{3s+1}$

c. $G_0(s) = \dfrac{1}{s-2}$

d. $G_0(s) = \dfrac{0,5}{2s-3}$

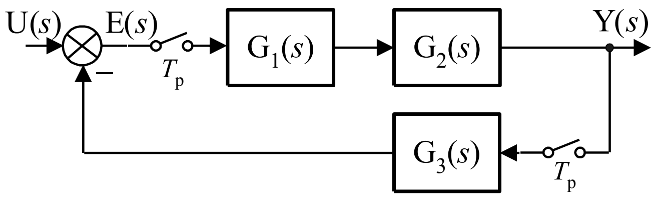
PODSTAWY AUTOMATYKI 2 – ĆWICZENIA

lista zadań nr 3

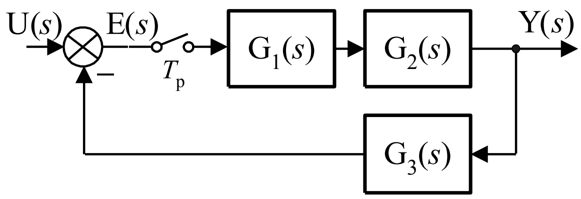
Algebra schematów blokowych układów dyskretnych. Uchyby ustalone

1. Wyprowadzić wzór na dyskretną transmitancję zastępczą układów jak na rysunkach:

a.

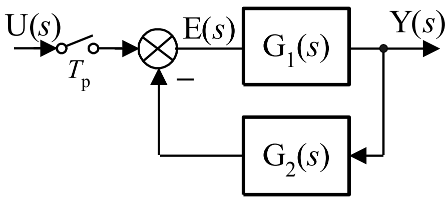


b.



2. Wyznaczyć transmitancję zastępczą układów jak na rysunkach:

a.

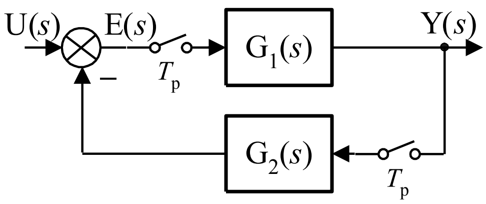


$$G_1(s) = \frac{1}{s}$$

$$G_2(s) = \frac{1}{s+2}$$

$$T_p = 1$$

b.

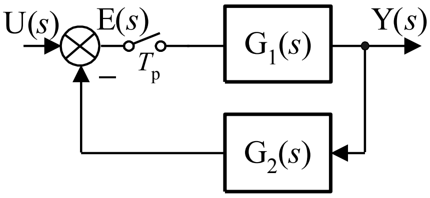


$$G_1(s) = \frac{1}{s - \ln 2}$$

$$G_2(s) = \frac{2}{s - \ln 3}$$

$$T_p = 1$$

c.

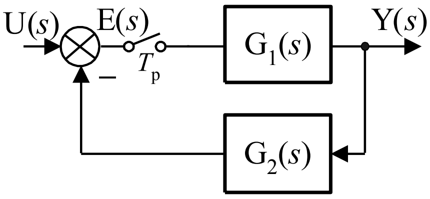


$$G_1(s)=\frac{1}{s}$$

$$G_2(s)=\frac{2}{s}$$

$$T_p=1$$

d.



$$G_1(s)=\frac{1}{s-\ln 2}$$

$$G_2(s)=\frac{2}{s-\ln 2}$$

$$T_p=1$$

3. Dana jest transmitancja układu otwartego $G_{12}(z)$. Obliczyć wartość uchybów położenia, prędkości i przyspieszenia ($T_p=1s$):

a. $G_{12}(z)=\dfrac{2}{2z-1}$

b. $G_{12}(z)=\dfrac{1}{z^2-0{,}7z-0{,}9}$

c. $G_{12}(z)=\dfrac{5}{z^3-1{,}5z^2+0{,}75z-5{,}125}$

d. $G_{12}(z)=\dfrac{0{,}2z+1}{z^2+0{,}1z-1{,}1}$

e. $G_{12}(z)=\dfrac{-0{,}4z+1}{z^2+0{,}1z-1{,}1}$

f. $G_{12}(z)=\dfrac{0{,}5z-0{,}25}{z^2-1{,}5z+0{,}5}$

g. $G_{12}(z)=\dfrac{2z^2-0{,}96z-0{,}12}{z^3-1{,}9z^2+0{,}8z+0{,}1}$

h. $G_{12}(z)=\dfrac{z^2-1{,}25z+0{,}625}{z^3-2{,}5z^2+2z-0{,}5}$

i. $G_{12}(z)=\dfrac{3z^2+0{,}75z-0{,}625}{z^3-1{,}5z^2+0{,}5}$

j. $G_{12}(z)=\dfrac{2{,}3z^2-2{,}9z+1}{z^3-3z^2+3z-1}$

PODSTAWY AUTOMATYKI 2 – ĆWICZENIA

lista zadań nr 4

Stabilność układów dyskretnych

1. Dana jest transmitancja $G(z)$ obiektu. Wykorzystując podstawowy warunek stabilności układów dyskretnych, zbadać czy układ zamknięty (ze sztywnym sprzężeniem zwrotnym) jest stabilny.

a. $G(z) = \dfrac{2}{z^2 - 1{,}3z - 1{,}6}$

b. $G(z) = \dfrac{2}{z^2 - 0{,}4z - 1{,}92}$

c. $G(z) = \dfrac{2}{z^2 - 1{,}8z - 0{,}38}$

d. $G(z) = \dfrac{z+2}{z^2 - 3z - 0{,}96}$

2. Korzystając z kryterium Jury'ego zbadać stabilność układu o transmitancji:

a. $G(z) = \dfrac{z+3}{5z^4 + 4z^3 + 3z^2 + 2z + 1}$

b. $G(z) = \dfrac{z^2 + z + 1}{2z^4 + z^3 + 4z^2 + 2z + 1}$

c. $G(z) = \dfrac{3z^3 + 1}{3z^4 - z^3 + 4z^2 - 2z + 2}$

d. $G(z) = \dfrac{z^3 + 2z^2 + 1}{3z^4 + 3z^3 + 2z^2 + 3z + 2}$

e. $G(z) = \dfrac{2z^2 + 5z + 1}{4z^4 + 2z^3 + 2z^2 + 2z + 2}$

f. $G(z) = \dfrac{5}{5z^4 + z^3 + 2z^2 + 3z + 4}$

g. $G(z) = \dfrac{z+4}{3z^4 - 3z^3 + 2z^2 - 2z + 1}$

h. $G(z) = \dfrac{2z+1}{2z^4 - z^3 + z^2 - z + 1}$

3. Dana jest transmitancja $G_{12}(z)$ układu otwartego. Wykorzystując kryterium Nyquista zbadać dla jakiego k układ zamknięty jest niestabilny $(T_p = 1s)$.

a. $G_{12}(z) = \dfrac{k}{z + 0{,}5}$

b. $G_{12}(z) = \dfrac{k}{2z + 0{,}2}$

c. $G_{12}(z) = \dfrac{k}{z + 0{,}8}$

d. $G_{12}(z) = \dfrac{2k}{3z + 0{,}4}$

e. $G_{12}(z) = \dfrac{k}{2z - 1{,}8}$

f. $G_{12}(z) = \dfrac{0{,}1k}{12z + 9{,}6}$

4. Korzystając z przekształcenia biliniowego zbadać stabilność układu o transmitancji $G(z)$.

a. $G(z) = \dfrac{1}{z^3 + z^2 + z + 5}$

b. $G(z) = \dfrac{2}{2z^3 + 2z^2 + 3z + 1}$

c. $G(z) = \dfrac{1}{5z^3 - 2z^2 + 3z + 1}$

d. $G(z) = \dfrac{1}{7z^3 - 3z^2 + 8z + 1}$

PODSTAWY AUTOMATYKI 2 – ĆWICZENIA

lista zadań nr 5

Zmienne stanu

1. Korzystając z metody bezpośredniej wyznaczyć równania stanu dla obiektu o transmitancji $G(s)$ przy zerowych warunkach początkowych:

a. $G(s)=\dfrac{2}{s^2-3s+2}$

b. $G(s)=\dfrac{4}{s^3+2s^2+6}$

c. $G(s)=\dfrac{2s+1}{2s^2+4s+6}$

d. $G(s)=\dfrac{1}{s^3+s^2+3s+3}$

2. Korzystając z metody równoległej wyznaczyć równania stanu dla obiektu o transmitancji $G(s)$ przy zerowych warunkach początkowych:

a. $G(s)=\dfrac{1}{s^2+5s+6}$

b. $G(s)=\dfrac{2s+1}{s^2+6s+5}$

c. $G(s)=\dfrac{0{,}5s+3}{0{,}5s^2+3s+4}$

d. $G(s)=\dfrac{s+10}{(s+2)(s+4)(s+6)}$

3. Korzystając z metody szeregowej wyznaczyć równania stanu dla obiektu o transmitancji $G(s)$ przy zerowych warunkach początkowych:

a. $G(s)=\dfrac{1}{(s+2)^2}$

b. $G(s)=\dfrac{4}{2s^2+6s+4}$

c. $G(s)=\dfrac{s(s-4)}{(s+1)(s+4)}$

d. $G(s)=\dfrac{s-2}{s^2(s+2)}$

4. Dane są równania stanu:

$$s\mathbf{X}(s)=\mathbf{A}\mathbf{X}(s)+\mathbf{B}U(s)$$
$$Y(s)=\mathbf{C}\mathbf{X}(s)+\mathbf{D}U(s)$$

Wyznaczyć transmitancję $G(s)$.

a. $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1&1\\1&1\end{bmatrix}$, $\mathbf{B}=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$, $\mathbf{C}=\begin{bmatrix}1&0\end{bmatrix}$, $\mathbf{D}=0$

b. $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1&2\\2&1\end{bmatrix}$, $\mathbf{B}=\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$, $\mathbf{C}=\begin{bmatrix}1&0\end{bmatrix}$, $\mathbf{D}=0$

c. $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}2&1\\1&2\end{bmatrix}$, $\mathbf{B}=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$, $\mathbf{C}=\begin{bmatrix}1&0\end{bmatrix}$, $\mathbf{D}=0$

d. $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1&2\\3&4\end{bmatrix}$, $\mathbf{B}=\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}$, $\mathbf{C}=\begin{bmatrix}0&1\end{bmatrix}$, $\mathbf{D}=0$

e. $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}2&2\\3&3\end{bmatrix}$, $\mathbf{B}=\begin{bmatrix}4\\4\end{bmatrix}$, $\mathbf{C}=\begin{bmatrix}1&1\end{bmatrix}$, $\mathbf{D}=0$

f. $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}-2&1\\-3&1\end{bmatrix}$, $\mathbf{B}=\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}$, $\mathbf{C}=\begin{bmatrix}2&2\end{bmatrix}$, $\mathbf{D}=0$