$$\boldsymbol{F}(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt \qquad f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{\boldsymbol{F}(s)\} = \frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma - j\infty}^{\sigma + j\infty} \boldsymbol{F}(s)e^{st}ds$$

	Właściwość		*Określenie*
1.	$\mathcal{L}\{t^n f(t)\} = (-1)^n \frac{d^n}{ds^n}\{\boldsymbol{F}(s)\}$ np. $\mathcal{L}\{t\,f(t)\} = -\frac{d}{ds}\{\boldsymbol{F}(s)\}$		***Pochodna transformaty***
2.	$\mathcal{L}\{f'(t)\} = s\boldsymbol{F}(s) - f(0-)$ $\mathcal{L}\{f''(t)\} = s^2\boldsymbol{F}(s) - sf(0-) - f'(0-)$		***Transformata pochodnej (I-ej i II-ej)***
3.	$\mathcal{L}\left\{\int_{0-}^{t} f(\tau)d\tau\right\} = \frac{1}{s}\boldsymbol{F}(s)$		***Transformata całki oznaczonej***
4.	$\mathcal{L}\left\{\int f(t)dt\right\} = \frac{1}{s}\boldsymbol{F}(s) + \frac{C}{s}$		***Transformata całki nieoznaczonej***
5.	$\mathcal{L}\{e^{at}f(t)\} = \boldsymbol{F}(s-a)$		***Przesunięcie w dziedzinie zespolonej***
6.	$\mathcal{L}\{f(t-t_0)\} = \boldsymbol{F}(s)e^{-st_0}$		***Przesunięcie w dziedzinie czasu***
7.	$\mathcal{L}\{f(at)\} = \frac{1}{a}\boldsymbol{F}\left(\frac{s}{a}\right)$		***Zmiana skali***
8.	$\mathcal{L}\left\{\frac{f(t)}{t}\right\} = \int_s^{\infty}\boldsymbol{F}(\lambda)d\lambda$		***Całkowanie w dziedzinie zespolonej***
9.	$\mathcal{L}\{f(t)*g(t)\} = \boldsymbol{F}(s)\cdot\boldsymbol{G}(s)$		***Transformata splotu***
10	$\mathcal{L}\{f(t)g(t)\} = \frac{1}{2\pi j}\boldsymbol{F}(s)*\boldsymbol{G}(s)$		***Splot zespolony***
11.	$\lim\limits_{s\to\infty} s\boldsymbol{F}(s) = \lim\limits_{t\to 0+} f(t) = f(0+);$ $\lim\limits_{s\to 0} s\boldsymbol{F}(s) = \lim\limits_{t\to\infty} f(t)$		***Twierdzenia o wartości początkowej i końcowej***
12.	$\mathcal{L}\{f(t)\} = \frac{\boldsymbol{F}_T(s)}{1-e^{-sT}}$	gdzie: $\boldsymbol{F}_T(s) = \int_0^T f(t)e^{-st}dt$	***Transformata funkcji okresowej***

A.G.,T.S.,Z.W. '07
A.S. Cz.S. P.R.®
TS'13rev17

	$f(t)$	$F(s)=L\{f(t)\}$		$f(t)$	$F(s)=L\{f(t)\}$
1	$\mathbf{1}(t),\ \mathbf{1}(t-t_0)$	$\frac{1}{s},\ \frac{1}{s}e^{-st_0}$	11	$e^{at}\left[\sin(\omega_0 t)\right]\cdot\mathbf{1}(t)$	$\frac{\omega_0}{(s-a)^2+\omega_0^2}$
2	$\delta(t),\delta'(t),\delta^{(n)}(t)$	$1,s,s^n$	12	$e^{at}\left[\cos(\omega_0 t)\right]\mathbf{1}(t)$	$\frac{s-a}{(s-a)^2+\omega_0^2}$
3	$\delta(t-t_0)$	e^{-st_0}	13	$te^{at}\left[\sin(\omega_0 t)\right]\mathbf{1}(t)$	$\frac{2(s-a)\omega_0}{\left[(s-a)^2+\omega_0^2\right]^2}$
4	$t\mathbf{1}(t),\ldots,t^n\mathbf{1}(t)$	$\frac{1}{s^2},\ldots,\frac{n!}{s^{n+1}}$	14	$te^{at}\left[\cos(\omega_0 t)\right]\mathbf{1}(t)$	$\frac{(s-a)^2-\omega_0^2}{\left[(s-a)^2+\omega_0^2\right]^2}$
5	$t\left[\mathbf{1}(t)-\mathbf{1}(t-t_0)\right]$	$\frac{1}{s^2}\left[1-(1+t_0 s)e^{-st_0}\right]$	15	$\left[\mathrm{sh}(\beta t)\right]\cdot\mathbf{1}(t)$	$\frac{\beta}{s^2-\beta^2}$
6	$e^{at}\mathbf{1}(t)$	$\frac{1}{s-a}$	16	$\left[\mathrm{ch}(\beta t)\right]\cdot\mathbf{1}(t)$	$\frac{s}{s^2-\beta^2}$
7	$te^{at}\mathbf{1}(t)$	$\frac{1}{(s-a)^2}$	17	$e^{at}\left[\mathrm{sh}(\beta t)\right]\cdot\mathbf{1}(t)$	$\frac{\beta}{(s-a)^2-\beta^2}$
8	$t^n e^{at}\cdot\mathbf{1}(t)$	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$	18	$e^{at}\left[\mathrm{ch}(\beta t)\right]\cdot\mathbf{1}(t)$	$\frac{s-a}{(s-a)^2-\beta^2}$
9	$\left[\sin(\omega_0 t)\right]\cdot\mathbf{1}(t)$	$\frac{\omega_0}{s^2+\omega_0^2}$	19	$te^{at}\left[\mathrm{sh}(\beta t)\right]\cdot\mathbf{1}(t)$	$\frac{2(s-a)\beta}{\left[(s-a)^2-\beta^2\right]^2}$
10	$\left[\cos(\omega_0 t)\right]\cdot\mathbf{1}(t)$	$\frac{s}{s^2+\omega_0^2}$	20	$te^{at}\left[\mathrm{ch}(\beta t)\right]\cdot\mathbf{1}(t)$	$\frac{(s-a)^2+\beta^2}{\left[(s-a)^2-\beta^2\right]^2}$

Zadanie 1.

Wyznaczyć transformatę Laplace'a następujących funkcji *f*(*t*)

a) $2\delta(t-4)$ **b)** $2e^{-2t}\mathbf{1}(t-3)$ **c)** $t\mathbf{1}(t-1)$ **d)** $te^{-2t}\mathbf{1}(t-3)$

e) $(t-2)^2\mathbf{1}(t-4)$ **f)** $[\sin(\omega_0 t)]\mathbf{1}(t-2)$ **g)** $t\cdot[\sin(\omega_0 t)]\mathbf{1}(t-3)$ **h)** $e^{4t}[\sin(3t)]\mathbf{1}(t-1)$

Zadanie 2.

Wyznaczyć funkcję oryginalną transformaty:

a) $\boldsymbol{F}(s)=\dfrac{s^2+1}{s^3+1}$ **b)** $\boldsymbol{F}(s)=\dfrac{s^2-1}{s^4+1}$ **c)** $\boldsymbol{F}(s)=\dfrac{s^2+2s+2}{(s+1)^2(s+2)(s+3)}$

d) $\boldsymbol{F}(s)=\dfrac{s}{(s^2+1)^2}$ **e)** $\boldsymbol{F}(s)=\dfrac{s^2e^{-3s}}{(s+2)^2}$ **f)** $\boldsymbol{F}(s)=\dfrac{2s^2}{(s-1)(s+2)^2}$

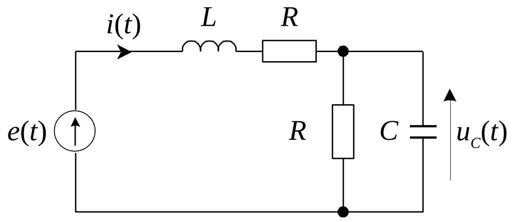
g) $\boldsymbol{F}(s)=\dfrac{s-s^2}{(s+1)^2}e^{-3s}$ **h)** $\boldsymbol{F}(s)=\dfrac{s}{(s+1)^3}$ **i)** $\boldsymbol{F}(s)=\dfrac{3s+2}{(s+2)^2-5}$

Zadanie 3.

Wykorzystując rachunek operatorowy wyznaczyć przebieg wskazanych wielkości.

a) Wyznaczyć $i(t)$, $u_C(t)$.

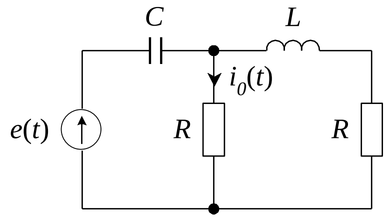
Dane : $e(t)=\left[e^{-t}-e^{-2t}\right]\cdot\boldsymbol{1}(t)$, $R = 1$, $L = 2$, $C = 0.5$, $u_C(0\text{-}) = 1$, $i(0\text{-}) = 0.5$



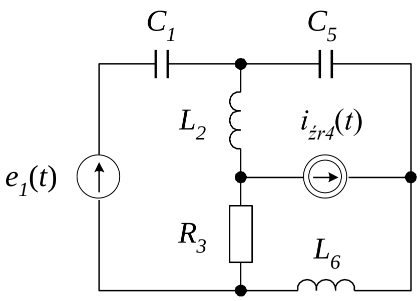
b) Wyznaczyć prąd $i_0(t)$ wykorzystując twierdzenie Thevenina.

Dane: $u_C(0\text{-}) = 1$, $i_L(0\text{-}) = 2$

$e(t) = 2[\boldsymbol{1}(t) - \boldsymbol{1}(t - 1)]$, $R = 1$, $L = 1$, $C = 0.5$.

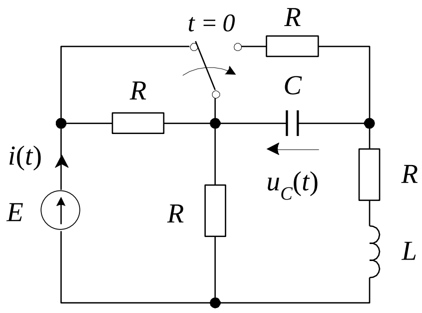


c) Ułożyć równania: prądów oczkowych i potencjałów węzłowych. Uwzględnić warunki początkowe.

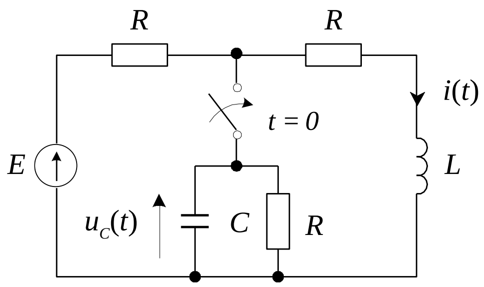


d) Wyznaczyć $u_C(t)$, $i(t)$.
Zastosować metodę potencjałów węzłowych.

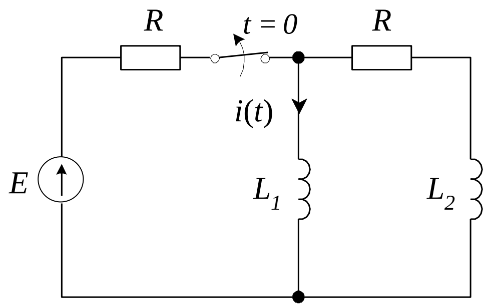
$E = 6$, $R = 2$, $L = 1$, $C = 1$;



e) wyznaczyć $u_C(t)$, $i(t)$; $E = 1$, $R = 1$, $L = 1$, $C = 1$



f) wyznaczyć $i(t)$ $E = 1$, $R = 1$, $L_1 = L_2 = L = 1$,



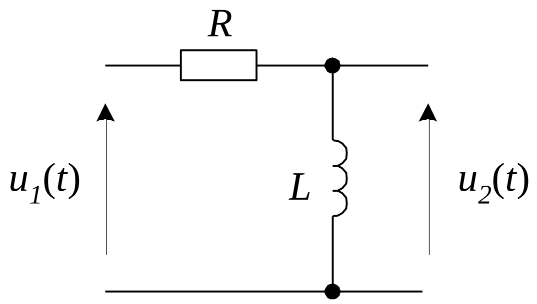
Ponadto zalec się rozwiązanie zadania z listy 1 metodą operatorową, dla porównania z metodą klasyczną.

Zadanie 4.

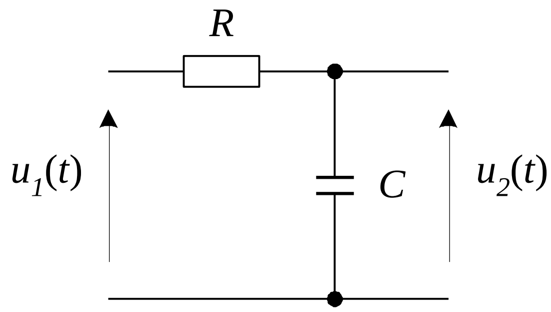
1⁰ Wyznaczyć transmitancję operatorową układu . $\mathrm{H}(s)$

2⁰ Wykorzystując transmitancję operatorową $\mathrm{H}(s)$ wyznaczyć odpowiedź $u_2(t)$ układów na zadane wymuszenie $u_1(t) = e^{-\alpha t} 1(t)$

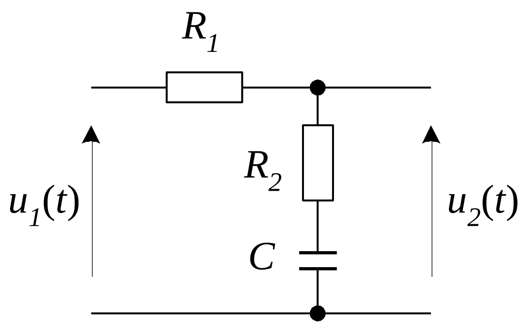
a)



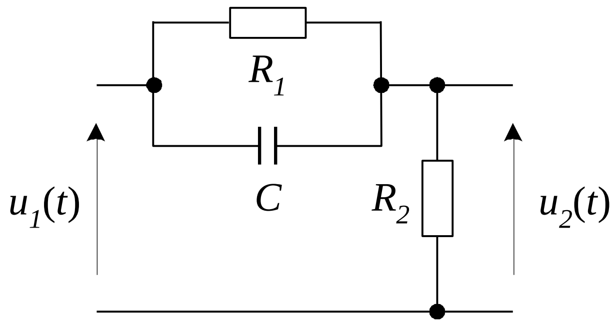
b)



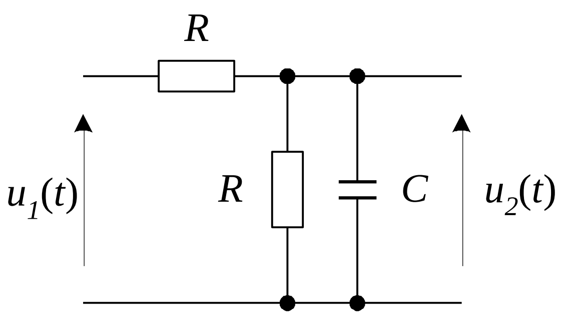
c)



d)



e)



f)