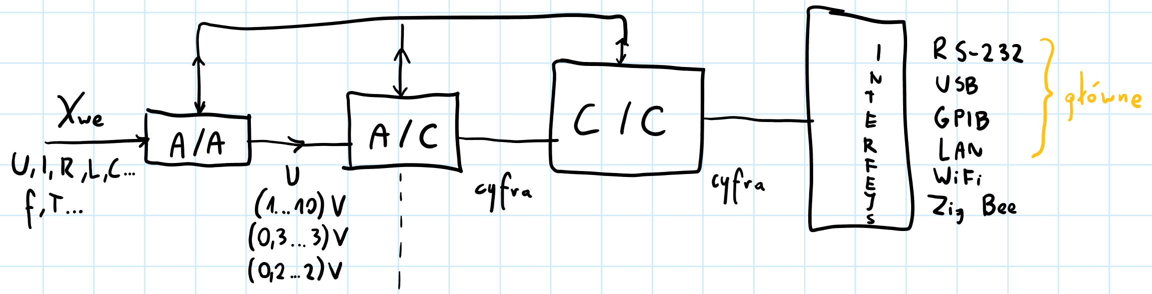
Wykład 3

sobota, 9 grudnia 2017 11:13

CYFROWE PRZ. POM.:

Uogólniona str. przyrz. pom. pokazano na rysunku:



$$\Delta U = \pm(a\%\, X_m + b\%\, X_n)/100 \quad [\%\cdot V + \%\cdot V]$$

$$\delta X = \frac{\Delta X}{X_m}\cdot 100 = \pm\left(a\% + b\%\,\frac{X_n}{X_m}\right) \quad [\%]$$

$$\Delta U = \pm\left(\frac{a\% X_m}{100} + b_{cyfr}\right) \quad [V]$$

$$\delta X = \pm\left(a\% + \frac{b_{cyfr}}{X_m}\cdot 100\right) \quad [\%]$$

A/A → blok przetwarzania analogowego. Jego głównym zadaniem jest przetworzenie wielk. i wart. sygnału wejściowego na napięciowy sygnał wyjściowy o ściśle określonym przedziale napięcia i dokładności dostosowanym do parametrów przetwornika analogowo-cyfrowego (A/C)

C/C → tor przetwarzania cyfrowego, gdzie realizowane są dodatkowe obliczenia, sterowanie, funkcje

Przykład 1:

Woltomierzem cyfrowym o błędzie $\pm(0{,}05\%\, U_x + 0{,}01\%\, U_n)$ zmierzono napięcie i otrzymano wynik $U_x = 14{,}586\,V$.

Wyznacz wynik pomiaru i oblicz niepewność względną na poziomie ufności $p = 0{,}95$, jeżeli zakres $U_n = 20\,V$

I : $\Delta U = \pm\left(\frac{0{,}05\% \cdot 14{,}586V}{100} + \frac{0{,}01\% \cdot 20V}{100}\right) =$

$= 0{,}007293 + 0{,}0020 = 0{,}00293V$ ← Błąd

II : $u(U) = \frac{0{,}009293\,V}{\sqrt{3}} = 0{,}005365V$ ← Niepewność standardowa

III : $U(U) = k \cdot u(U)$ ← Niepewn. rozszerzona

k - współczynnik rozszerzenia związany z poziomem ufności i typem wyznaczonej niepewności

$k = p \cdot \sqrt{3} = 0{,}95 \cdot 1{,}73 = 1{,}64$

$U(U) = 1{,}64 \cdot 0{,}005365V = 0{,}008828V$

IV : $\underbrace{U \pm U(U) = (14{,}586 \pm 0{,}0088)}_{\text{nie można tak zapisać}}$ ← Zapis wyniku pomiaru

$= (14{,}586 \pm 0{,}009)V$

V : $U_r(U) = \frac{U(U)}{U_x} \cdot 100 = \frac{0{,}0088}{14{,}586} \cdot 100 = 0{,}061\%$

Przykład 2: To samo, co w przykł. 1, ale:

$\Delta U = \pm(0{,}05\% U_x + 8 \text{ cyfr})$

$b \cdot \Delta_o U \qquad \Delta_o U = 0{,}001V = 1mV$

$8 \text{ cyfr} \rightarrow 8 mV$

$b \cdot \Delta_o U = 8 \cdot 0{,}001V = 0{,}008V$

I : Niepewność standardowa

$u(U) = \frac{\frac{0{,}05\% \cdot 14{,}586}{100} + 0{,}008V}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}159}{\sqrt{3}} = 0{,}00912V$

II : Niepewność rozszerzona

$$U(U) = k \cdot u(U) = \sqrt{3} \cdot 0{,}95 \cdot \frac{0{,}0158}{\sqrt{3}} = 0{,}0150\,V$$

III : Wynik pomiaru

$$U \pm U(U) = (14{,}586 \pm 0{,}015)\,V$$

IV : $$U_r(U) = \frac{U(U)}{U_x} \cdot 100 = 0{,}10\,\%$$

OCENA NIEPEWNOŚCI TYPU A:

Niepewność standardowa (u_a) wyznacza się z zależności

$$u_a = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

fajnie, fajnie, ale to po prostu średnia.

Niepewność rozszerzona:

$$U(x) = k \cdot u_a(x)$$

k dla rozkładu normalnego ($n > 100$) przyjmuje wartości:

p	0,68	0,95	0,99
k	1	2	3

Przy mniejszej liczbie pomiarów, współczynnik rozszerzenia k dobiera się z rozkładu t-Studenta

Niepewność standardowa łączna:

$$u_t(x) = \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x)}$$

Niepewność rozszerzona:

Niepewność rozszerzona:

$$U(X) = u_t(X) \cdot k$$

Wsp. rozszerzenia k przyjmuje się w zależności od wart. niep. typu A i B. Rozróżnia się trzy przypadki:

1. $0{,}1\, u_a > u_b$, wówczas $u_t(X) = u_A(X)$

2. $0{,}1\, u_b \geq u_a$, wówczas $u_t(X) = u_b(X)$

   przypadek ten występuje, gdy

   pomiary wykonywane są w warunkach przemysłowych.

3. Niepewn. typu A i B są tego samego rzędu.

   W praktyce, wsp. k przyjmuje się:

   - $u_A > u_B$ → rozkł. normalny lub t-st.
   - $u_A = u_B$ → — „ —
   - $u_A < u_B$ → jak dla rozkładu dla niepewności typu B

Przykład 3:

Zmierzono wartość prądu z przekładnika prądowego 10 razy. Pomiary zostały wykonane w niezmiennych warunkach (stałe obc.).

Otrzymano następujące wyniki:

Lp	I [mA]	$I - \bar{I}$ [mA]	$(I_i - \bar{I})^2$ [mA^2]
1	583,6	-0,7	0,49
2	581,8	-2,5	6,25
3	[illegible]	[illegible]	[illegible]

1	583,6	-0,7	0,49
2	581,8	-2,5	6,25
3	585,7	1,4	1,96
4	587,2	2,9	8,41
5	579,9	-4,4	19,36
~~6~~	~~511,3~~		
7	584,2	-0,1	0,01
8	587,3	3,0	9,0
9	582,4	-1,9	3,61
10	586,2	1,9	3,61
		$\sum = 0{,}4\,mA$	$\sum = 52{,}7\,mA^2$

omyłka, zbyt duża różnica

I : $\bar{I}$, I średnie:

$$\bar{I} = 584{,}3\,mA$$

II : $$u_A(I) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{9}(I_i - \bar{I})^2}{9(9-1)}} = 0{,}8555\,mA$$

III : Niep. typu B : $kl = 0{,}5$, $I_n = 1A$

$$u_B(I) = \frac{kl \cdot I_n}{100\sqrt{3}} = \frac{0{,}5 \cdot 1A}{100\sqrt{3}} = 2{,}89\,mA$$

IV : $$u_c(I) = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = 3{,}014\,mA$$

V : Niep. rozszerzona:

$$U(I) = k \cdot u_c(I) = \sqrt{3} \cdot 0{,}95 \cdot 3{,}014$$

$$U(I) = 4{,}954\,mA$$

$$\bar{I} \pm U(I) = (584{,}3 \pm 5{,}0)\,mA$$

VI : Niep. względna

$$U_r(I) = \frac{U(I)}{\bar{I}} \cdot 100 = 0{,}85\,\%$$

Przykład 4:

Watomierzem elektrodynamicznym klasy dokł. kl=0,2

$kl = 0,2 \qquad P_n = 500W$

$U_{nw} = 100V$

Zmierzono moc odbiornika przy prądzie stałym w układzie poprawnego pomiaru napięcia odbiornika.

Pomiar wykonano 5-krotnie. Podczas pomiarów wartości śr. U odbiornika:

$$\bar{U}_0 = 100,0V \qquad I_{nw} = 5A$$

Rezystancja obw. napięciowego watomierza

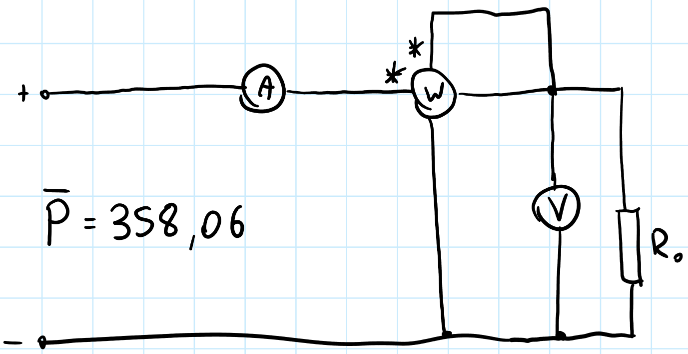
$$R_{wn} = 10\,k\Omega$$

Rezystancja woltomierza: $R_V > 10^9\,\Omega$

Wyznaczyć niepewność wyniku pomiaru na poziomie ufności

$p = 0,95$

Watomierz mierzy moc odbiornika powiększoną o straty w obwodzie napięciowym watomierza i woltomierza



$$\bar{P} = 358,06$$

L_p	P_i [W]	$P_i - \bar{P}$ [W]	$(P_i - \bar{P})^2$ [W^2]
1	358,1	0,04	0,016
2	358,4	0,34	0,1156

1	358,1	0,04	0,016
2	358,4	0,34	0,1156
3	357,8	−0,26	0,0676
4	357,5	−0,56	0,3136
5	358,5	0,44	0,1936
		$\Sigma = 0$	$\Sigma = 0,6920$

$$\text{I}: \quad u_A(P) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5}(P_i - P)^2}{n(n-1)}} = 0,186\,W$$

$$\text{II}: \quad U_B(P) = \frac{kl \cdot P_n}{100\sqrt{3}} = 0,577\,W$$

$$\text{III}: \quad U_t(P) = \sqrt{U_A^2 + U_B^2} = 0,606\,W$$

$$\text{IV}: \quad U(\bar{P}) = k \cdot u_t(P) = 0,9938\,W$$

$$P_{st} = U^2\left(\frac{1}{R_{wn}} + \frac{1}{R_n}\right) = \frac{U^2}{R_{wn}} = \frac{100,0^2}{10\,000} = 1\,W$$

b. małe

$$P_o = \bar{P} - P_{st} = 358,06 - 1 = 357,06\,W$$

$$P_o \pm U(P) = (357,1 \pm 1,0)\,W$$

$$U_r(P) = \frac{U(P)}{P} \cdot 100 = \frac{1}{357,1} = 0,28\,\%$$

OCENA NIEP. W POMIARACH POŚREDNICH

PRAWO PROPAGACJI NIEPEWNOŚCI

W pomiarach pośrednich mierzona wielkość jest funkcją wielu zmiennych.

$$\bar{X} = f(\bar{A}, \bar{B}, \bar{C} \ldots)$$

Każda z wielkości mierzonych $(\bar{A}, \bar{B}, \bar{C} \ldots)$ jest wyznaczana z odpowiednią niepewnością standardową $u(\bar{A})$, $u(\bar{B})$, …

Jeżeli wielkości $\bar{A}$ $\bar{B}$ $\bar{C}$ nie są skorelowane wówczas

Jeżeli wielkości $\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{C}$ .. nie są skorelowane, wówczas niepewność łączna mierzonej wielkości jest określona zależn.

$$u(X) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i)}$$

$$u(\bar{X}) = \sqrt{\left(\frac{\partial X}{\partial \bar{A}}\right)^2 u^2(\bar{A}) + \left(\frac{\partial X}{\partial \bar{B}}\right)^2 u^2(\bar{B}) + \left(\frac{\alpha X}{\bar{C}}\right)^2 u^2(\bar{C}) + \dots}$$