

Madžarska metoda - kratko poročilo

Borut Zupan

5. 4. 2022

1 Madžarska metoda za dvodelne grafe z utežmi

Podatki:

1. Poln dvodelen graf G , kjer je $V(G) = X \cup Y$ dvodelna razdelitev, $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ in $Y = \{y_1, \dots, y_m\}$.
2. Matrika cen povezav $C \in \mathbb{R}^{n \times m}$.

Rezultat: najcenejše popolno prirejanje v G , pri čemer je cena prirejanja $M \subseteq E(G)$ enaka

$$c(M) = \sum_{x_i y_j \in M} c_{ij}.$$

Postopek:

1. Zarotiramo matriko cen povezav tako, da bo stolpcev vsaj toliko kot vrstic in definiramo $k = \min(n, m)$. Pojdi na točko 2.
2. Od elementov vsake vrstice matrike C odštejemo najmanjši element vrstice. Pojdi na točko 3.
3. V tej novi matriki najdi ničlo N . Označi jo z zvezdico, če v vrstici in stolpcu ničle N ni nobene druge ničle z zvezdico. To nadaljuj za vsak element matrike. Pojdi na točko 4.
4. Pokrij vsak stolpec, ki vsebuje ničlo z zvezdico. Če je pokritih k stolpcev, pojd na zadnjo točko. Drugače pojd na točko 5.
5. Najdi nepokrito ničlo in jo označi z črtico. Če ni nobene ničle z zvezdico v vrstici te ničle s črtico pojd na točko 6. Drugače, pokrij vrstico z ničlo s črtico in razkrij stolpec, ki vsebuje ničlo z zvezdico. Nadaljuj ta postopek, dokler ni več nobene nepokrite ničle. Shrani najmanjšo nepokrito vrednost v matriki in pojd na točko 7.

6. Skonstruiraj zaporedje ničel s črtico in ničel z zvezdico na naslednji način. Naj bo N_0 ničla ničla s črtico iz točke 5. Z N_1 označimo ničlo z zvezdico, ki je v istem stolpcu kot N_0 (če obstaja). Z N_2 označi ničlo s črtico v isti vrstici kot N_1 . Nadaljuj dokler se zaporedje ne ustavi na ničli s črtico, ki nima nobene ničle z zvezdico v njenem stolpcu. V tem zaporedju vse ničle s črtico spremeni v ničle z zvezdico in vse ničle z zvezdico odznači. Vsa pokritja odpokrij in pojdi na točko 4.
7. Dodaj vrednost iz točke 5 vsakemu elementu pokritih vrstic in odštej vrednost iz točke 5 vsakemu elementu nepokritih stolpcev. Pojdi nazaj na točko 5.
8. Najcenejše popolno prirejanje predstavlja indekski ničel z zvezdico.

2 Potek in načrt dela

Projekt bom implementiral v programskem jeziku Python. Do sedaj sem si prebral in razumel problem, ki ga moram implementirati. Na internetu sem pregledal nekaj implementacij tega problema. Nekatere delajo z grafi, nekatere z matriko cen. Jaz bom implementiral metodo, kjer manipuliraš z matriko cen. Moj cilj je, da ta mesec implementiram točko 1, 2, 3, 4, 7, težji točki 5, 6 pa bom naredil na koncu. Po implementaciji, pa še eksperimentiranje z naključnimi utežmi in preverjanje, če je algoritem res v najslabšem primeru $O(n^3)$.