Haftreibungskoeffizienten $\mu_0$ lässt sich der Haftreibbeiwert zwischen Fahrbahn und Reifen berechnen zu

$$\mu = \mu_0 \left(1 - k_R \tanh(a v_G)^2\right), \tag{7.80}$$

wobei die Kraftschlussfaktoren $k_R$ und $a$ von der Beschaffenheit der Fahrbahn abhängen. Unter Verwendung der Umfangssteifigkeit $c_s$ und der Schräglaufsteifigkeit $c_\alpha$ (s. Gl. (7.30) und (7.35)) erhält man damit die wesentliche dimensionslose Kenngröße $\bar{s}_R$

$$\bar{s}_R = \frac{\sqrt{\left(c_s s_{A,B}\right)^2 + (c_\alpha \tan\alpha)^2}}{\mu F_z \left(1 - s_{A,B}\right)}. \tag{7.81}$$

Ist nun $\bar{s}_R \leq 0,5$, dann liegt kein Gleiten sondern ausschließlich Haften im Latsch vor. Für die Längs- und die Querkraft gelten die folgenden Gleichungen:

$$F_x = c_s s_{A,B} \frac{1}{1 - s_{A,B}}, \tag{7.82}$$

$$F_y = c_\alpha \tan\alpha. \tag{7.83}$$

Ist anderenfalls $\bar{s}_R > 0,5$, so liegt Gleiten und Haften in der Latschfläche vor (s. Abb. 7.27) und die Reifenkräfte berechnen sich wie folgt:

$$F_x = \frac{c_s s_{A,B} (\bar{s}_R - 0,25)}{\bar{s}_R{}^2 (1 - s_{A,B})}, \tag{7.84}$$

$$F_y = \frac{-c_\alpha \tan\alpha\, (\bar{s}_R - 0,25)}{\bar{s}_R{}^2 (1 - s_{A,B})}. \tag{7.85}$$

Zur Berechnung des Rückstellmoments im Reifenlatsch werden noch die in Abb. 7.27 dargestellten Hebelarme $n_x$ und $n_y$ benötigt, die ebenfalls abhängig von der Kenngröße $\bar{s}_R$ berechnet werden. Bei reinem Haften ($\bar{s}_R \leq 0,5$) sind die Hebelarme über die Position des Flächenschwerpunktes des dreieckigen Haftungsbereiches definiert als

$$n_x = \frac{2}{3} L \tan\alpha + \frac{F_y}{c_y}, \tag{7.86}$$

$$n_y = \frac{1}{6} \left(\ell + 2\bar{s}_R (0,5 - \bar{s}_R)\right), \tag{7.87}$$

wobei die Reifenseitensteifigkeit $c_y$ näherungsweise aus der vertikalen Reifensteifigkeit $c_z$ berechnet werden kann zu

$$c_y \approx \frac{c_z}{2}. \tag{7.88}$$



Bei Gleiten und Haften ($\bar{s}_R > 0,5$) ergeben sich die Hebelarme $n_x$ und $n_y$ wie folgt:

$$n_x = \frac{L}{2} \tan\alpha \left( \left( \frac{\bar{s}_R - \frac{1}{3}}{\bar{s}_R \left(\bar{s}_R - \frac{1}{4}\right)} \right) + \frac{F_y}{c_y} \right), \tag{7.89}$$

$$n_y = \frac{L}{2} \left( \frac{12 - \frac{1}{\bar{s}_R{}^2}}{12 - \frac{3}{\bar{s}_R}} - 1 \right) \left( \frac{1 - (\bar{s}_R - 0,5)}{C_{Korrektur}} \right). \tag{7.90}$$

Damit ergibt sich das Rückstellmoment im Latsch über das Momentengleichgewicht

$$M_z = F_y n_y - F_x n_x. \tag{7.91}$$

Der Einfluss des Sturzes kann vereinfachend linearisiert entsprechend den Gl. (7.40) und (7.41) hinzuaddiert werden. Somit sind mithilfe dieser teilweise empirisch gewonnenen Beziehungen die Reifenkräfte auch bis hin zum Stillstand des Fahrzeugreifens zuverlässig beschrieben.

## 7.5 Instationäres Reifenverhalten

Alle bisherigen Betrachtungen hatten zur Voraussetzung, dass der Bewegungszustand des Rades stationär oder wenigstens quasistationär angenommen werden konnte. Herunter gebrochen auf die eingeführten Parameter bedeutet dies, dass die Größen Umfangsschlupf, Schräglaufwinkel, Sturz sowie Radkräfte und -momente zeitlich konstant bleiben oder sich wenigstens nur sehr langsam ändern.

Bei der Untersuchung einer Vielzahl fahrdynamischer Vorgänge sind diese Voraussetzungen jedoch nicht oder nur unzureichend erfüllt. Dies gilt insbesondere für Manöver wie z. B. Lenkwinkelsprung, ABS-Bremsungen und ESP-Eingriffe. In diesen Fällen ändern sich Umfangsschlupf $s(t)$ und Schräglaufwinkel $\alpha(t)$ sehr schnell mit der Zeit. Folgend muss dann berücksichtigt werden, dass sich die Reifenkräfte $F_x(t)$, $F_y(t)$ und -momente $M_z(t)$ nur zeitlich verzögert aufbauen können. Der Grund dafür ist, dass der Kraftaufbau mit der Bewegung des Reifens einhergeht.

Im einfachsten Fall wird der Kraftaufbau über der Zeit durch ein Verzögerungsglied erster Ordnung berücksichtigt. Damit verhält sich der Kraftaufbau wie ein regelungstechnisches $PT_1$-Glied. Der zeitliche Aufbau der Kräfte kann in erster Näherung wie folgt beschrieben werden (Ersoy 2007):

$$T_x \frac{dF_x}{dt} + dF_x = F_{x,stat} \tag{7.92}$$

für die Reifenumfangskraft und

$$T_y \frac{dF_y}{dt} + dF_y = F_{y,stat} \tag{7.93}$$