Hochschule Ulm

Vorlesung Fahrzeugmechanik (Kap. 4: Einmassenschwinger)

Hochschule Ulm, WS 2017/18

Theodor Großmann

Hochschule Ulm

Vorlesungsinhalte Fahrzeugmechanik

Kapitel:

1. Einführung Fahrzeugmechanik
2. Reifen
3. Federn, Dämpfer,…
4. **Einmassenschwinger**
5. Achsen
6. Lenkung
7. Regelsysteme
8. Längsdynamik
9. Luftwiderstand
10. Querdynamik
11. Vertikaldynamik&Strassen
12. Fahrzeugmodelle
13. Gesamtfahrzeug
14. menschliche Wahrnehmung /Sitze
15. Sleeping Policeman/Schlagloch
16. Fahrzeugentwicklung mit DPT

Einmassenschwinger

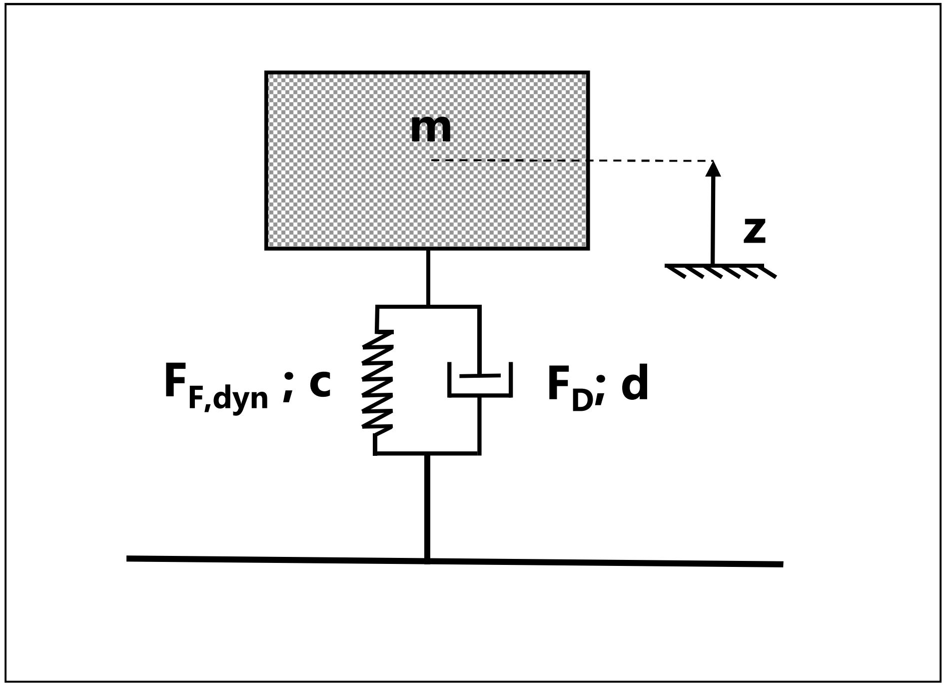
Anwendungsfälle:

z.B.

1. „ungefederte Massen“ mit Reifenfedersteifigkeit
2. Motor- / Getriebemasse auf Motorlager
3. Aufbaufeder/Dämpfer mit Aufbaumasse und Straßenanregung
4. Unwuchtanregung an Rädern
5. Radlastschwankungen
6. …….

Einmassenschwinger

einfacher Einmassenschwinger



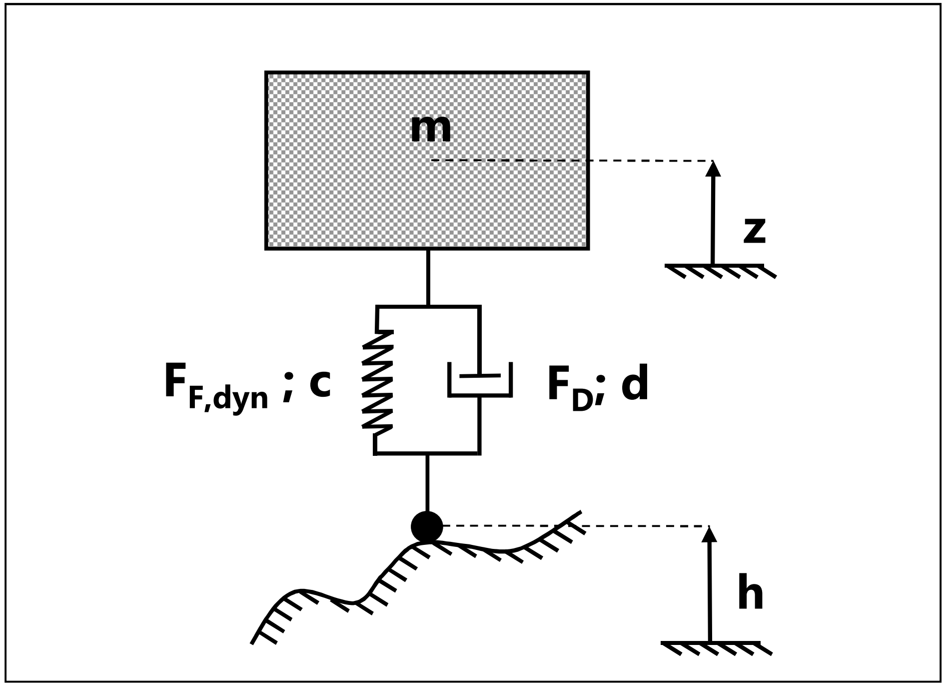
Größen:
m = Masse
c = Federsteifigkeit
$F_{F,dyn}$ = Federkraft
d = Dämpfungskoeffizient
F_D = Dämpferkraft

Bewegungsgleichung des Systems:

$$\left.\begin{array}{l} m \cdot \ddot{z} + F_{F,dyn} + F_D = 0 \\ F_{F,dyn} = c \cdot z \\ F_D = d \cdot \dot{z} \end{array}\right\} \Rightarrow m \cdot \ddot{z} + d \cdot \dot{z} + c \cdot z = 0$$

Einmassenschwinger

Einmassenschwinger mit Fußpunktanregung



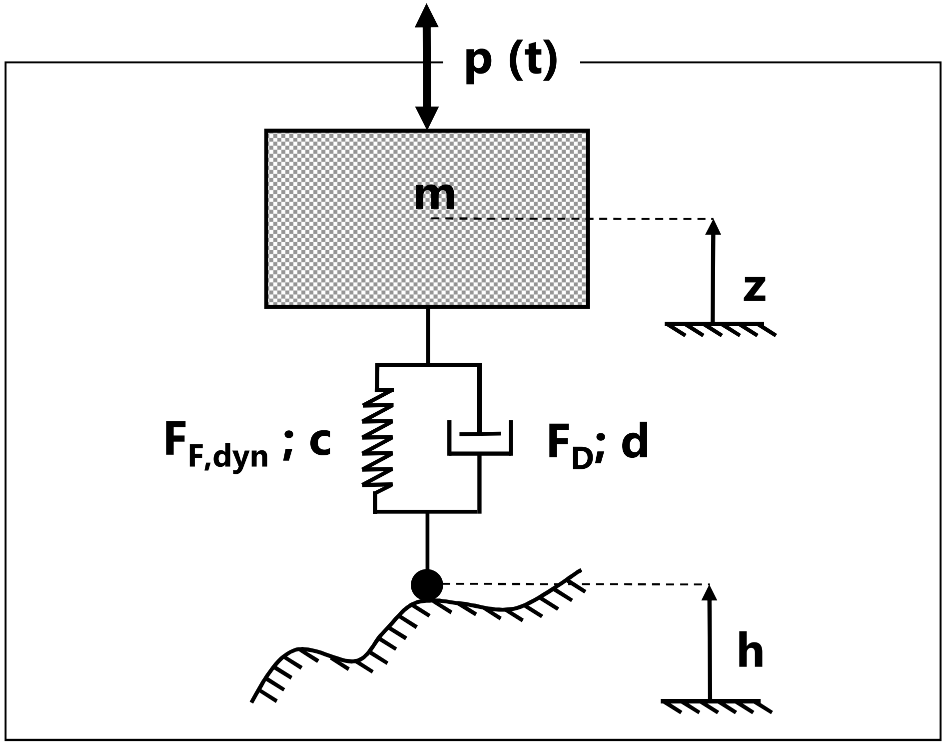
Größen:
m = Masse
c = Federsteifigkeit
$F_{F,dyn}$ = Federkraft
d = Dämpfungskoeffizient
F_D = Dämpferkraft
z = Weg der Masse
h = Weg des Fußpunktes

Bewegungsgleichung des Systems:

$$\left.\begin{aligned} m \cdot \ddot{z} + F_{F,dyn} + F_D &= 0 \\ F_{F,dyn} &= c \cdot (z - h) \\ F_D &= d \cdot (\dot{z} - \dot{h}) \end{aligned}\right\} \Rightarrow m \cdot \ddot{z} + d \cdot (\dot{z} - \dot{h}) + c \cdot (z - h) = 0$$

Einmassenschwinger

Einmassenschwinger mit Fußpunktanregung und äußerer Kraft (z.B. Unwucht)



Größen:
m = Masse
c = Federsteifigkeit
$F_{F,dyn}$ = Federkraft
d = Dämpfungskoeffizient
F_D = Dämpferkraft
z = Weg der Masse
h = Weg des Fußpunktes
p(t) = äußere Kraft

Bewegungsgleichung des Systems:

$$\left.\begin{aligned} m \cdot \ddot{z} + F_{F,dyn} + F_D &= p(t) \\ F_{F,dyn} &= c \cdot (z - h) \\ F_D &= d \cdot (\dot{z} - \dot{h}) \end{aligned}\right\} \Rightarrow m \cdot \ddot{z} + d \cdot (\dot{z} - \dot{h}) + c \cdot (z - h) = p(t)$$

Einmassenschwinger

A: Homogene Lösung (Eigenschwingung):

$$m \cdot \ddot{z} + d \cdot \dot{z} + c \cdot z = 0$$

$$\ddot{z} + \frac{d}{m} \cdot \dot{z} + \frac{c}{m} \cdot z = 0$$

$$\ddot{z} + 2\sigma \cdot \dot{z} + \omega_e^2 \cdot z = 0$$

σ :	**Abklingamplitude**
ω_e:	**ungedämpfte Eigenkreisfrequenz**

Lösungsansatz: $z_{hom} = \hat{z} \cdot e^{\lambda t}$

$$(\lambda^2 + 2 \cdot \sigma \cdot \lambda + \omega_e^2) \cdot \hat{Z} \cdot e^{\lambda t} = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda_{1,2} = -\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 - \omega_e^2}$$

$$z_{hom} = \hat{Z}_1 \cdot e^{\lambda_1 \cdot t} + \hat{Z}_2 \cdot e^{\lambda_2 \cdot t}$$

Von den verschiedenen Lösungsmöglichkeiten interessiert bei den Schwingungen eigentlich nur der Fall, bei den $\sigma > 0$ und Wurzelausdruck nicht mehr reell ist.

$$\lambda_{1,2} = -\sigma \pm j \cdot \omega_d$$

Mit Abkürzungen:

Abklingamplitude: $\sigma = \frac{d}{2 \cdot m}$ $[s^{-1}]$

Ungedämpfte Eigenkreisfrequenz: $\omega_e = \sqrt{\frac{c}{m}}$ $[s^{-1}]$

Gedämpfte Eigenkreisfrequenz: $\omega_d = \sqrt{\omega_e^2 - \sigma^2} = \sqrt{\frac{c}{m} - \left(\frac{d}{2 \cdot m}\right)^2}$ $[s^{-1}]$

Einmassenschwinger

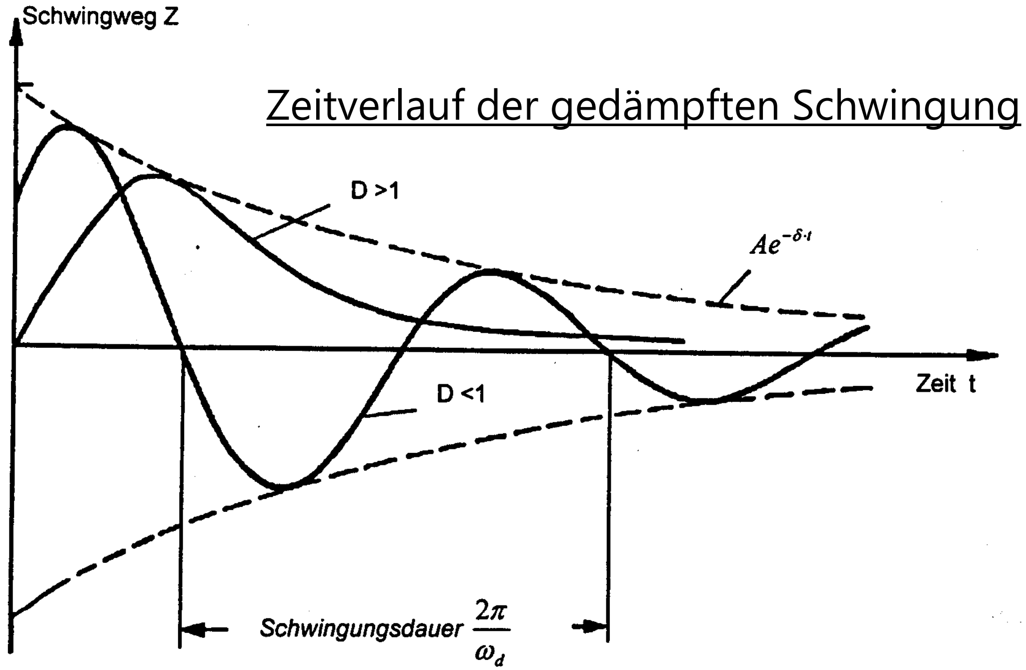
Anschauliche Bedeutung von Dämpfungsmaß D:

$$\mathbf{D} = \frac{\sigma}{\omega_e} = \frac{\mathbf{d}}{2 \cdot \mathbf{m} \cdot \omega_e} = \frac{\mathbf{d}}{2 \cdot \sqrt{\mathbf{c} \cdot \mathbf{m}}} \qquad [-]$$

$0 < D < 1 \Rightarrow$ gedämpfte Schwingung mit der Einhüllenden $A \cdot e^{-\delta \cdot t}$

mit $\delta = \dfrac{d}{2 \cdot m}$

$\mathbf{D > 1 \Rightarrow}$ **Kriechbewegung**



Einmassenschwinger

B: Partikulärlösung (Erregerschwingung):

$$m \cdot \ddot{z} + d \cdot \dot{z} + c \cdot z = d \cdot \dot{h} + c \cdot h$$

Zweckmäßig verwendeter Ansatz für die Erregerfunktion:

$$z_{par} = \hat{Z}_k \cdot e^{j\omega t} \quad \text{und} \quad h(t) = \hat{h}_k \cdot e^{j\omega t}$$

Mit: ω : **Erregereigenfrequenz**

$\hat{Z}_k$: **Komplexe Schwingungsamplitude**

$\hat{h}_k$: **komplexe Erregeramplitude**

Realteil:	$h = \hat{h} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varepsilon)$
Imaginärteil:	$h = \hat{h} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varepsilon)$

$$\Rightarrow (-m \cdot \omega^2 + j \cdot d \cdot \omega + c) \cdot \hat{Z}_k = (j \cdot d \cdot \omega + c) \cdot \hat{h}_k$$

Für die reellen Amplitudenverhältnisse mit $\eta = \omega/\omega_e$ gilt:

i) Aufbaubeschleunigung

$$\frac{\hat{\ddot{z}}}{\hat{h}} = \omega_e^2 \cdot \eta^2 \cdot \sqrt{\frac{1 + 4D^2\eta^2}{(1-\eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}} \qquad \left[\frac{m/s^2}{m}\right]$$

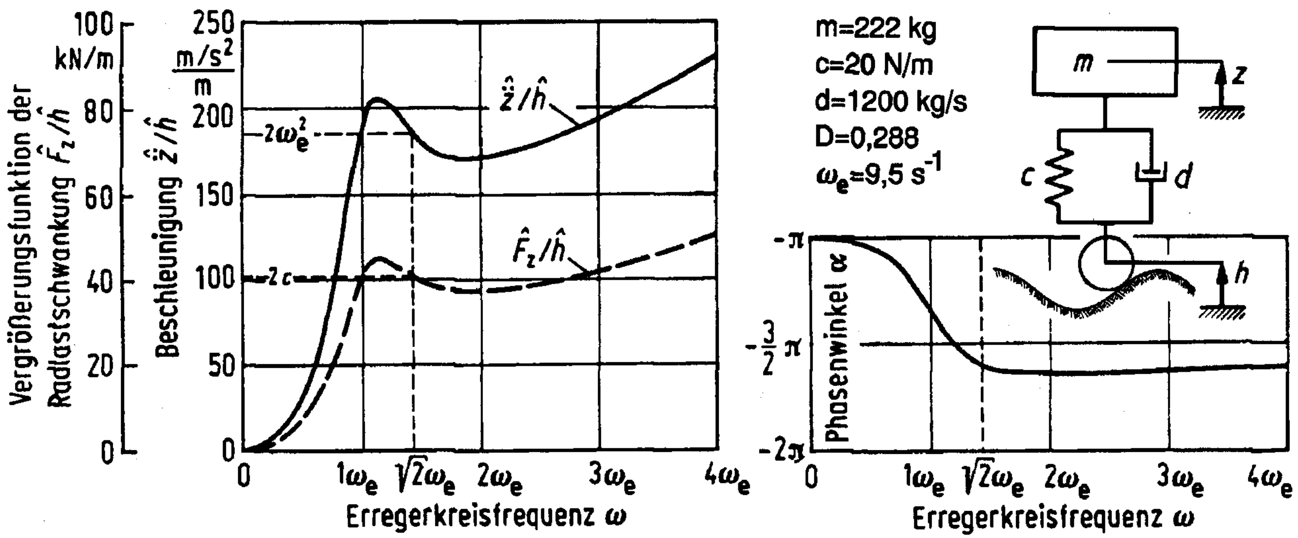
ii) Radlastamplitude

$$\frac{\hat{F}_{R,dyn}}{\hat{h}} = m \cdot \frac{\hat{\ddot{z}}}{\hat{h}} = c \cdot \eta^2 \cdot \sqrt{\frac{1 + 4D^2\eta^2}{(1-\eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}} \qquad \left[\frac{N}{m}\right]$$

Einmassenschwinger

Hochschule Ulm

Vergrößerungsfunktion von Aufbaubeschleunigung und Radlastschwankung für den Einmassenschwinger



Bemerkung:
Die Proportionalität der Amplituden von Aufbaubeschleunigung und Radlast gilt leider nur beim Einmassensystem.

Einmassenschwinger

Hochschule Ulm

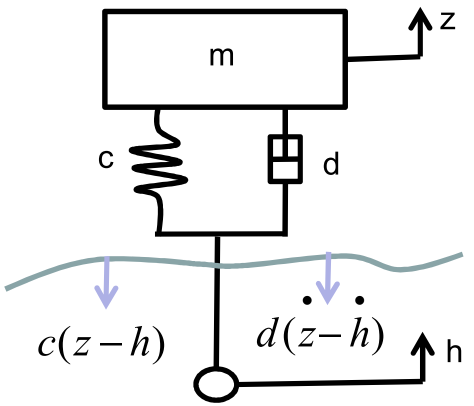
Übung in Teamarbeit: Einmassenschwinger mittels Matlab-Simulink berechnen

1. Simulink in Matlab auf Komandoebene starten od. Simulink-Ikon klicken

2. Simulink-Library-Browser „Continuous“ wählen

3. „Arbeitsblatt“ für neues Modell via „File/New/Model“

4. Erzeugen des fußpunkterregten Einmassenschwingers



Freischneiden + Kräfte eintragen (Schnittkräfte stets positiv)

System einer Differentialgleichung zweiter Ordnung:

$$m\ddot{z}+c(z-h)+d(\dot{z}-\dot{h})=0$$

umformen:

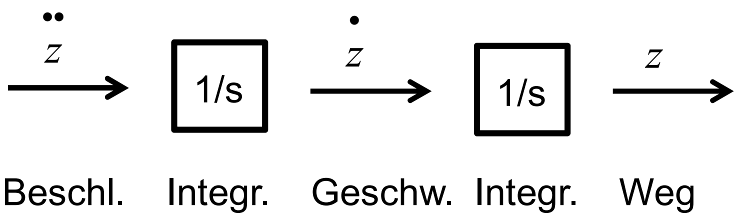
$$m\ddot{z}+d\dot{z}+cz=d\dot{h}+ch$$

Einmassenschwinger

5. Umformen, so dass höchste Ableitung „allein“ steht:

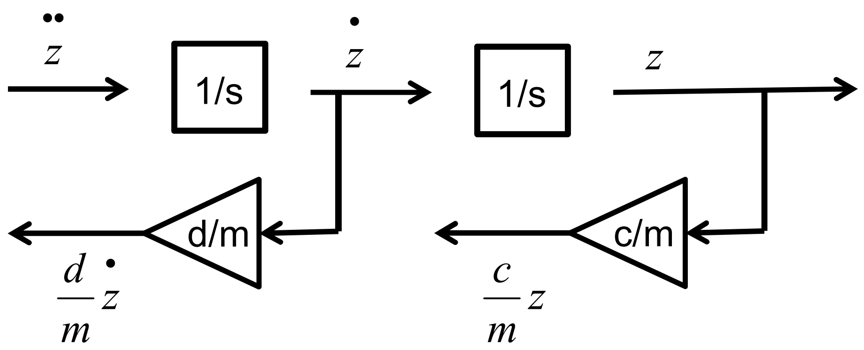
$$\ddot{z} = \boxed{-\frac{d}{m}\dot{z} - \frac{c}{m}z} + \boxed{\frac{d}{m}\dot{h} + \frac{c}{m}h}$$

6. Auswählen des Blocks: „Continuous/Integrator“



7. Verbinden der Blöcke bzw. durch „STRG+Linke Maustaste“

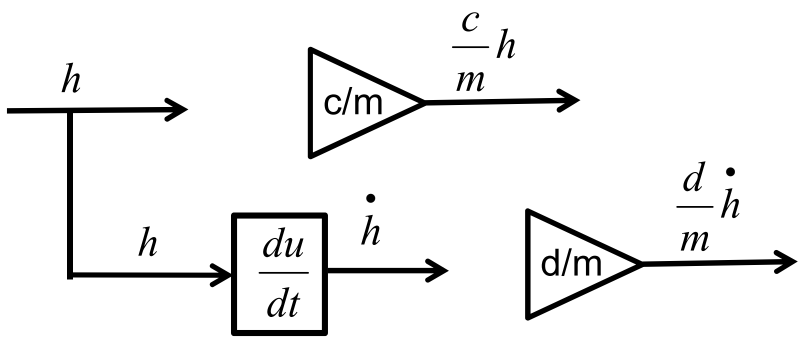
- rechte Maustaste auf „Line“ + „Signal Properties“ ➔ „Signalname“ beschriften



„Simulink/ Math Operatious/ Gain

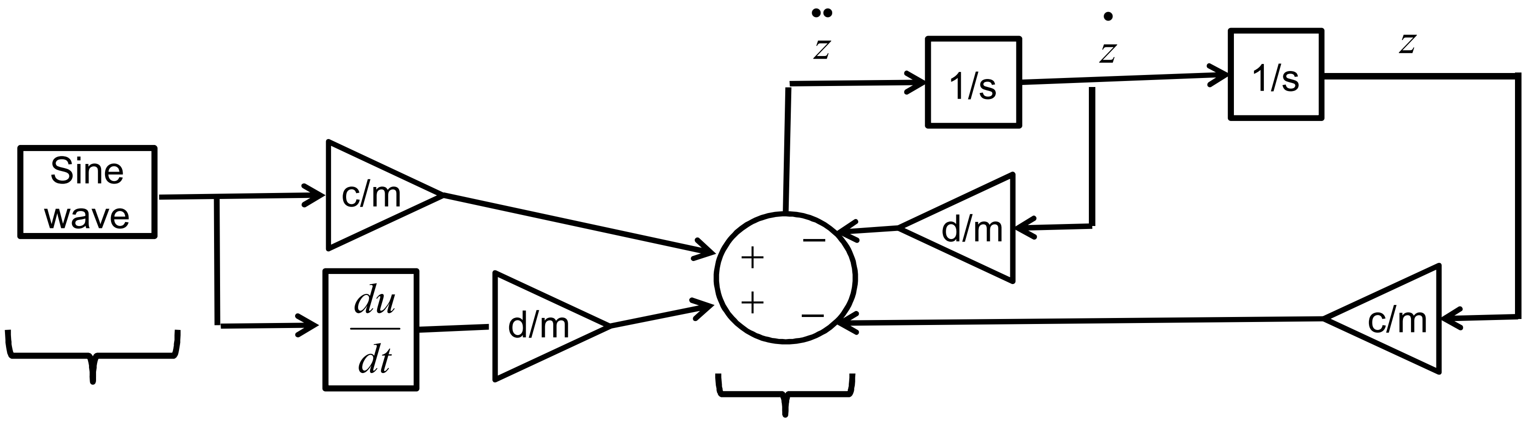
Einmassenschwinger

8. „Rechte Seite erzeugen“



„Simulink/ Continuous /Derivate“

9. Zusammenführen der Terme u. Auswahl eines Anregungssignals

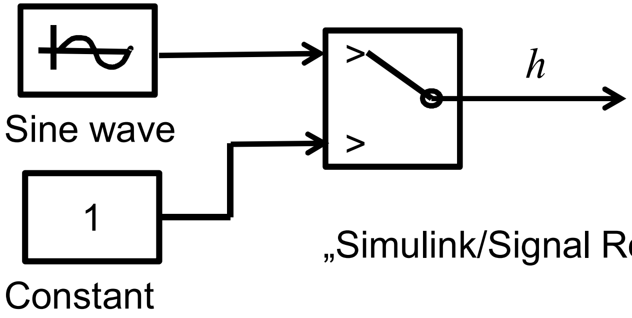


„Simulink/Soures/Sine Wave“

„Simulink/Math Operations/Sum “

Einmassenschwinger

10. Einbau eines Schalters, mit den „Signaltypen“ manuell geschaltet werden können



„Simulink/Signal Routing/Manual Switch“

„Simulink/Sources/Constant“

11. * Parametrierung des Modells mittels eines M-Files;

* folgendes M-File erzeugen:

```
% Parametrierung eines Einmassenschwingers
m = 400;
c = 20000; % N/m
d = 1000; % m/s
A = 1;
f = 2; % Hz
```

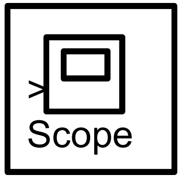
* M-File in den Workspace via „File/Open/M-File wählen/öffnen“

* Jetzt Parameter des Modells sichtbar

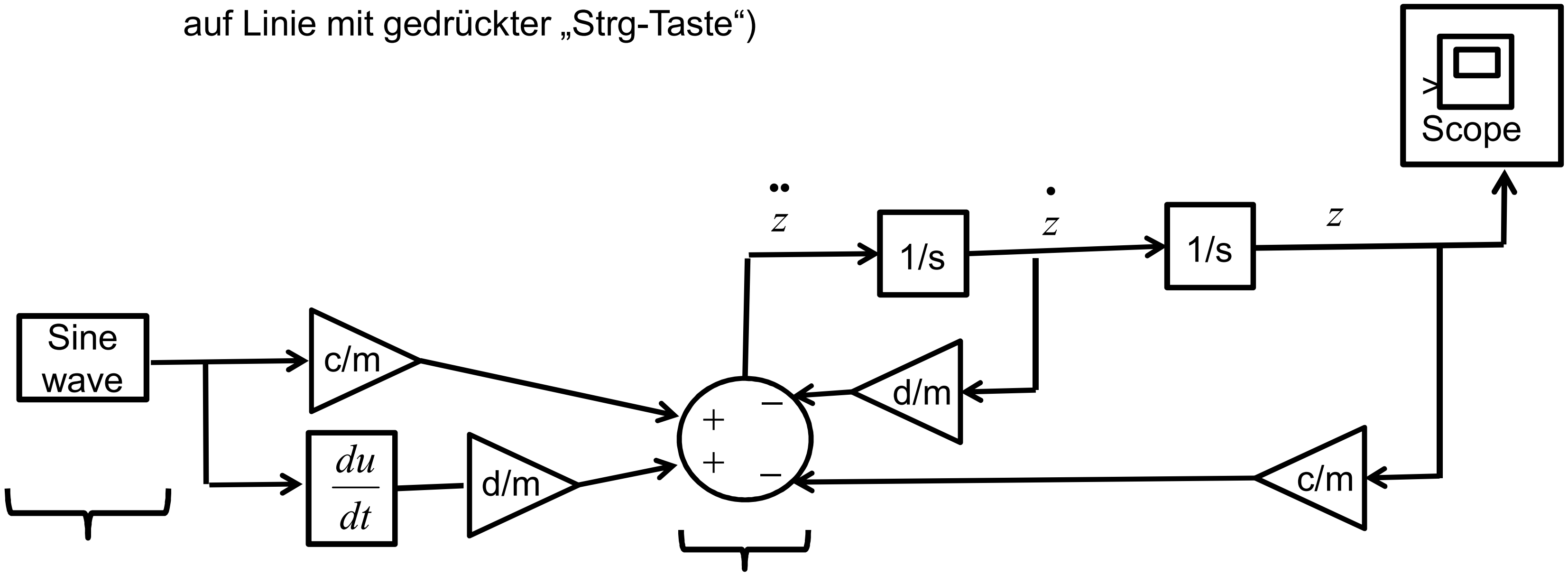
Einmassenschwinger

12. * Scope einbauen

* „Simulink/Sinks/Scope" ins Modellfenster via Drug & Drop



* „Scope" mit x-Ausgang verbinden (erst Scope-Block, dann auf Linie oder auf Linie mit gedrückter „Strg-Taste")



„Simulink/Soures/Sine Wave"

„Simulink/Math Operations/Sum "

Einmassenschwinger

13. * Scope aktivieren durch Doppelklick

14. * Simulationszeit einstellen und „▶„ starten

15. * Modell diskutieren

    * Eingabe des Parameters im „Command-Window“ leitet Wert des Parameters