



# Vorlesung Fahrzeugmechanik (Kap. 12: Fahrzeugmodelle)

Hochschule Ulm, WS 2017/18

Theodor Großmann



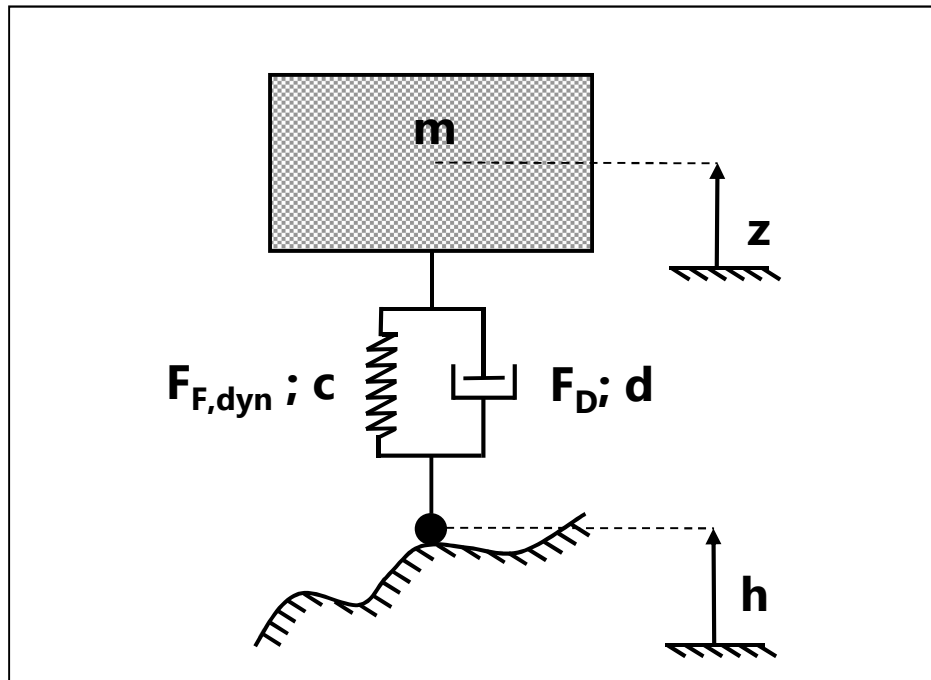
# Vorlesungsinhalte Fahrzeugmechanik

---

## Kapitel:

1. Einführung Fahrzeugmechanik
2. Reifen
3. Federn, Dämpfer,...
4. Einmassenschwinger
5. Achsen
6. Lenkung
7. Regelsysteme
8. Längsdynamik
9. Luftwiderstand
10. Querdynamik
11. Vertikaldynamik & Strassen
12. **Fahrzeugmodelle**
13. Gesamtfahrzeug
14. menschliche Wahrnehmung /Sitze
15. Sleeping Policeman/Schlagloch
16. Fahrzeugentwicklung mit DPT

### Einmassenschwinger mit Fußpunktanregung



#### Größen:

$m$  = Masse

$c$  = Federsteifigkeit

$F_{F,dyn}$  = Federkraft

$d$  = Dämpfungskoeffizient

$F_D$  = Dämpferkraft

$z$  = Weg der Masse

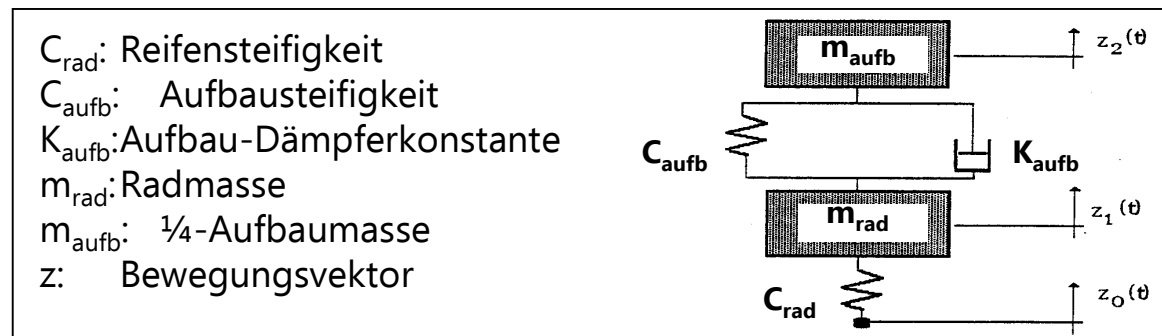
$h$  = Weg des Fußpunktes

Bewegungsgleichung des Systems:

$$\left. \begin{aligned} m \cdot \ddot{z} + F_{F,dyn} + F_D &= 0 \\ F_{F,dyn} &= c \cdot (z - h) \\ F_D &= d \cdot (\dot{z} - \dot{h}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow m \cdot \ddot{z} + d \cdot (\dot{z} - \dot{h}) + c \cdot (z - h) = 0$$



Für die Grunduntersuchungen niederfrequenten Vertikalschwingungen, die für die Fahrsicherheit (Radlastschwankungen) und den Fall Komfort (Aufbaubeschleunigungen) verantwortlich sind, kann ein ebenes lineares Zweikörpermodell verwendet werden. Es werden dabei Aufbau, Achs- und Radmasse als starre Körper betrachtet, die durch Federn und Dämpfer untereinander verbunden sind.



Bewegungsgleichung des Systems:

$$\begin{aligned} m_{\text{rad}} \cdot \ddot{z}_1 + K_{\text{aufb}} \cdot \dot{z}_1 - K_{\text{aufb}} \cdot \dot{z}_2 + C_{\text{aufb}} \cdot z_1 - C_{\text{aufb}} \cdot z_2 + C_{\text{rad}} \cdot z_1 - C_{\text{rad}} \cdot z_0 &= 0 \\ m_{\text{aufb}} \cdot \ddot{z}_2 + K_{\text{aufb}} \cdot \dot{z}_2 - K_{\text{aufb}} \cdot \dot{z}_1 + C_{\text{aufb}} \cdot z_2 - C_{\text{aufb}} \cdot z_1 &= 0 \end{aligned}$$

Umgeformt in Matrix-Schreibweise

$$\begin{bmatrix} m_{\text{rad}} & 0 \\ 0 & m_{\text{aufb}} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{z}_1 \\ \ddot{z}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{\text{aufb}} & -K_{\text{aufb}} \\ -K_{\text{aufb}} & K_{\text{aufb}} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{\text{rad}} + C_{\text{aufb}} & -C_{\text{aufb}} \\ -C_{\text{aufb}} & C_{\text{aufb}} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{Bmatrix} = C_{\text{rad}} \cdot \begin{Bmatrix} z_0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

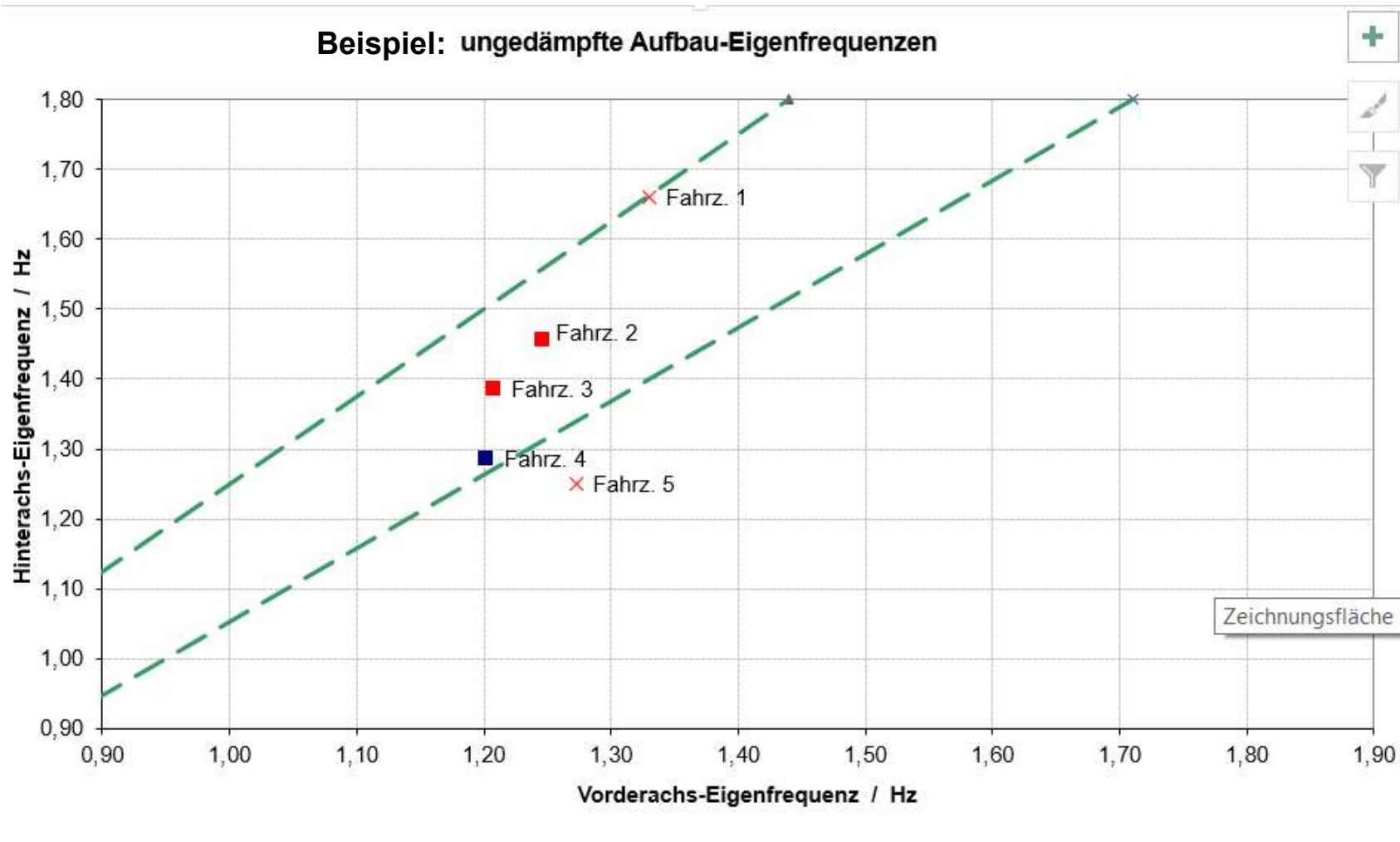
$$M \cdot \ddot{z} + K \cdot \dot{z} + C \cdot z = P$$

M: Massenmatrix

K: Dämpfungsmatrix

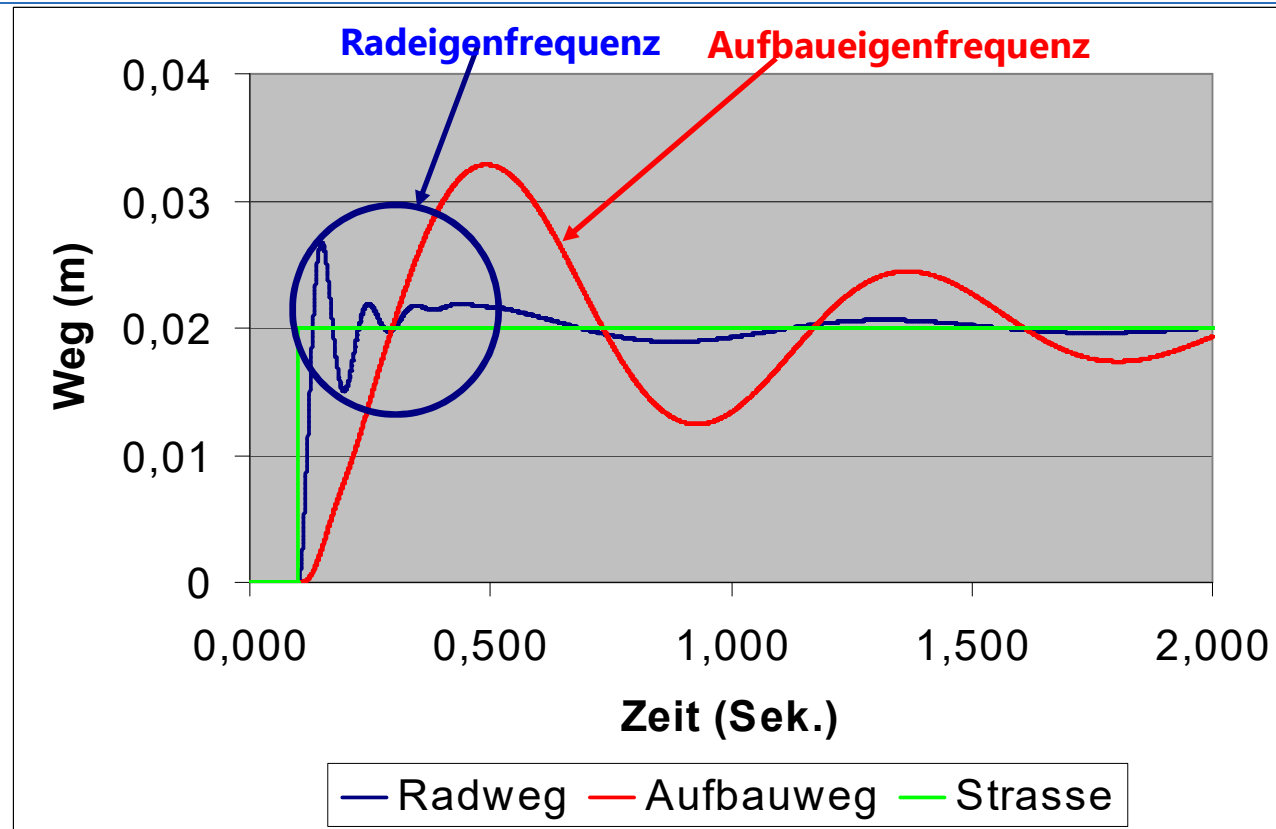
C: Steifigkeitsmatrix

z: Bewegungsvektor



# Vertikalmodell: 1/4 Fahrzeug

## Aufbau- & Radeigenfrequenz



$$m_A = 500\text{kg}$$

$$c_A = 30\text{kN/m}$$

$$d_A = 1600\text{Ns/m}$$

$$m_R = 50\text{kg}$$

$$c_R = 200\text{kN/m}$$

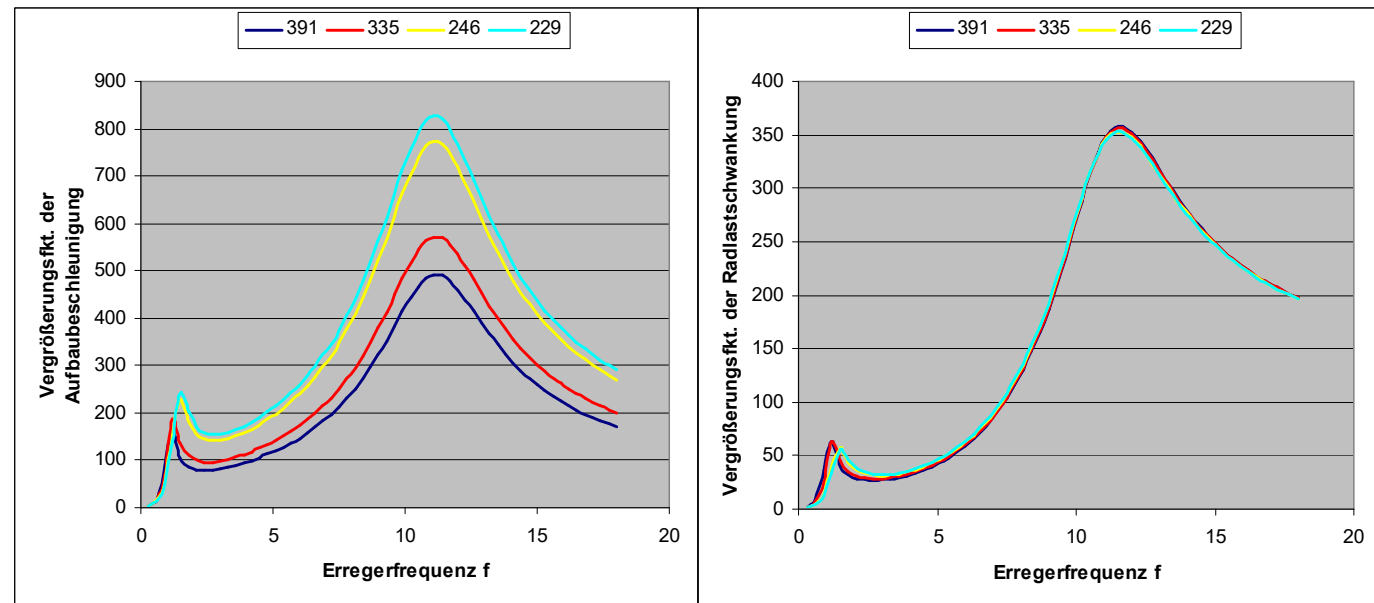
$$\omega_A = 1,2\text{Hz}$$

$$\omega_R = 10,8\text{Hz}$$

### Einfluss der Beladung auf die Vergrößerungsfunktion

Variation der:

- Aufbaumasse
- Aufbaufedersteifigkeit
- Aufbaudämpfung
- Radmasse
- Radsteife

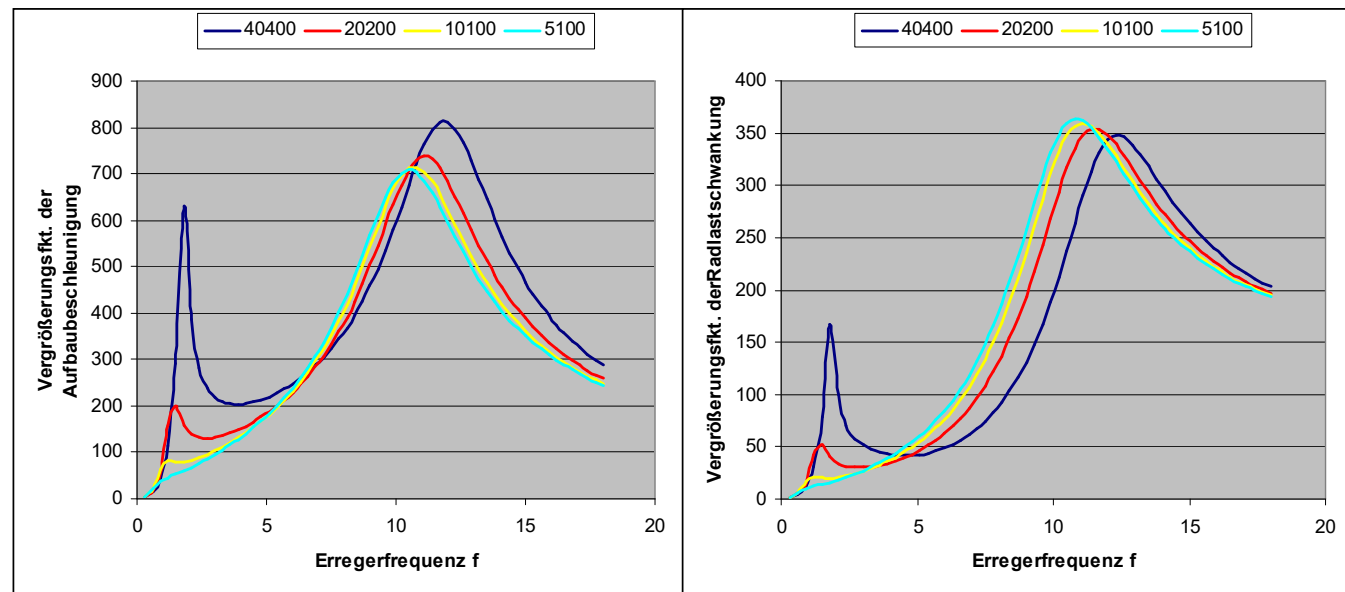


- Mit Zunehmender Beladung wird die Vergrößerungsfunktion der Aufbaubeschleunigung geringer und damit für den Komfort günstiger (Nachfolge-Fahrzeuge sind meist schwerer als der Vorgänger, siehe z.B. VW Golf, VW Polo).
- Auf die Radlastschwankung hat die Beladung fast keinen Einfluß.
- Bemerkung: Bei Fahrzeugen mit Niveauregulierung wird bei der Beladung auch gleichzeitig die Federsteifigkeit  $C_A$  größer, damit tritt dieser Effekt nicht im vollen Umfang auf.

### Einfluss der Aufbaufedersteifigkeit auf die Vergrößerungsfunktion

Variation der

- Aufbaumasse
- Aufbaufedersteifigkeit
- Aufbaudämpfung
- Radmasse
- Radsteife

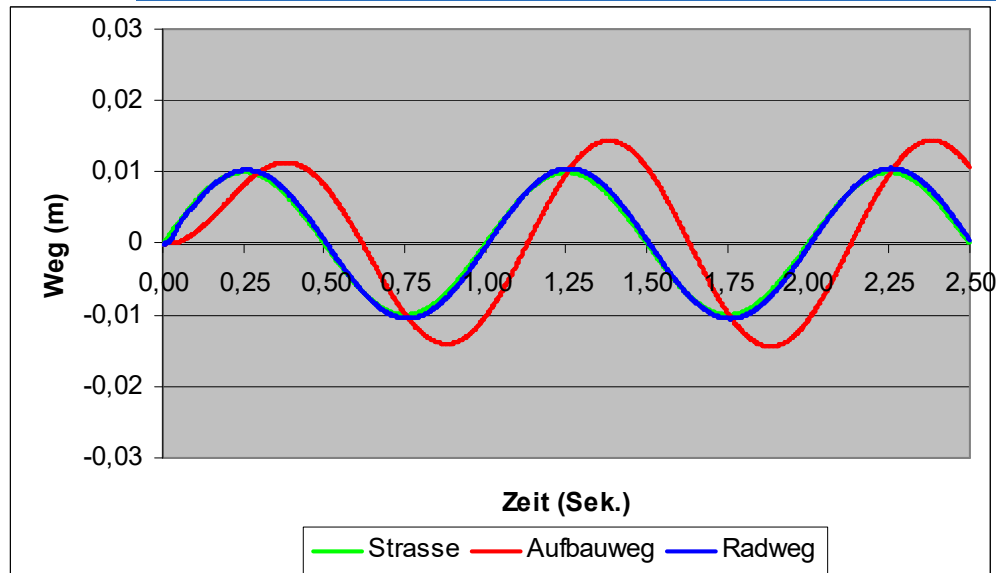


- Aufbaubeschleunigungen steigen im Bereich der Aufbaueigenfrequenz
- Aufbaubeschleunigungen steigen etwas im Bereich der Radeigenfrequenz
- Radlastschwankungen steigen im Bereich der Aufbaueigenfrequenz
- Radlastschwankungen sinken leicht im Bereich der Radeigenfrequenz



# Vertikalmodell: 1/4 Fahrzeug

Variation der Aufbaufedersteifigkeit  
in der Aufbaueigenfrequenz



$$c_A = 10 \text{ kN} / \text{m}$$

$$f_A = 1 \text{ Hz}$$

$$f_{\text{Straße}} = 1 \text{ Hz}$$

$$c_A = 50 \text{ kN} / \text{m}$$

$$f_A = 2,2 \text{ Hz}$$

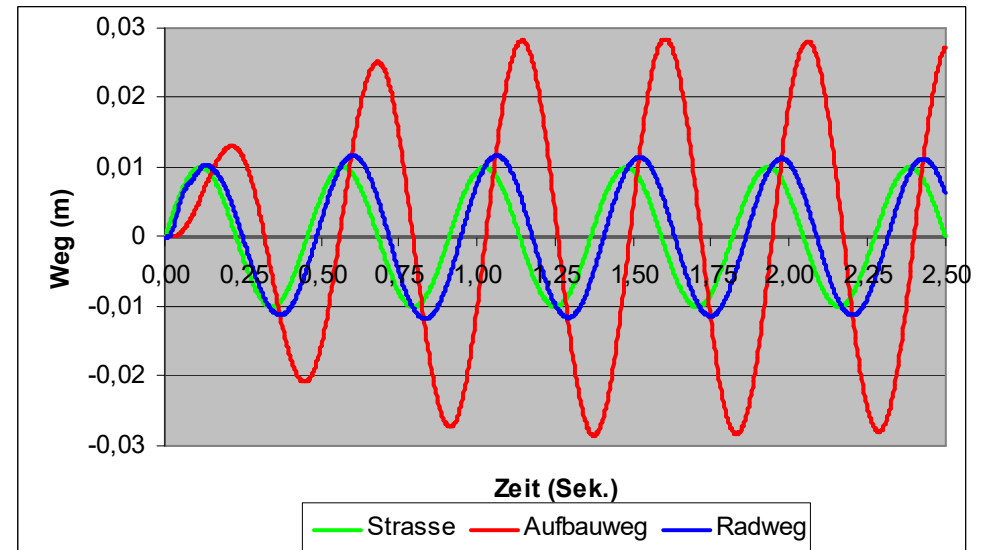
$$f_{\text{Straße}} = 2,2 \text{ Hz}$$

$$m_A = 266 \text{ kg}$$

$$d_A = 1740 \text{ Ns} / \text{m}$$

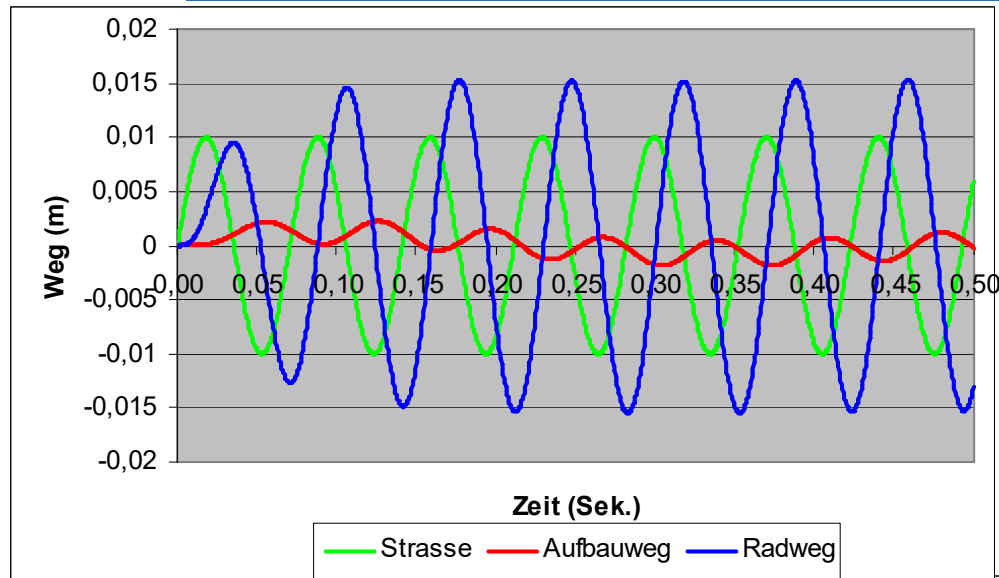
$$m_R = 35 \text{ kg}$$

$$c_R = 230 \text{ kN} / \text{m}$$



# Vertikalmodell: 1/4 Fahrzeug

Variation der Aufbaufedersteifigkeit  
in der Radeigenfrequenz



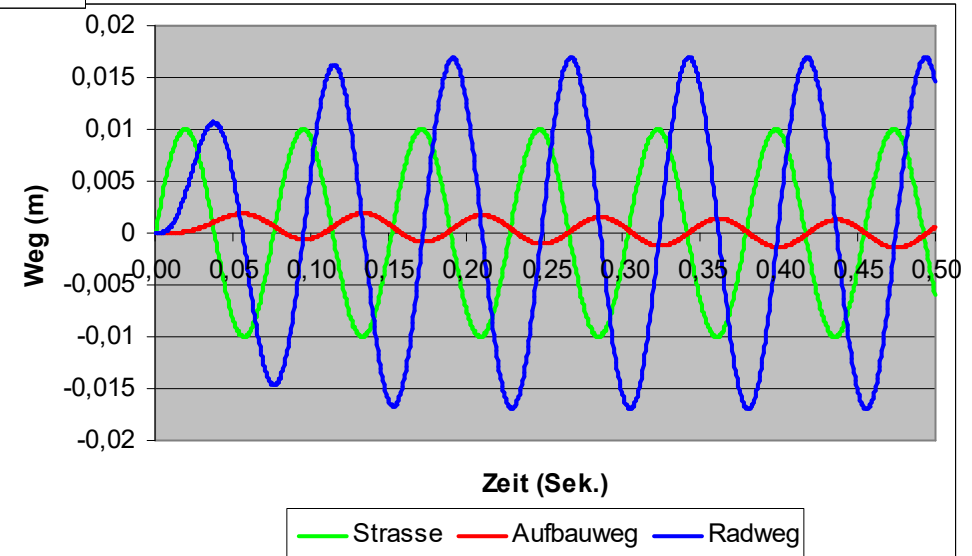
$c_A = 50 \text{ kN} / \text{m}$   
 $f_R = 14,2 \text{ Hz}$   
 $f_{\text{Straße}} = 14,2 \text{ Hz}$

$m_A = 266 \text{ kg}$

$d_A = 1740 \text{ Ns} / \text{m}$

$m_R = 35 \text{ kg}$

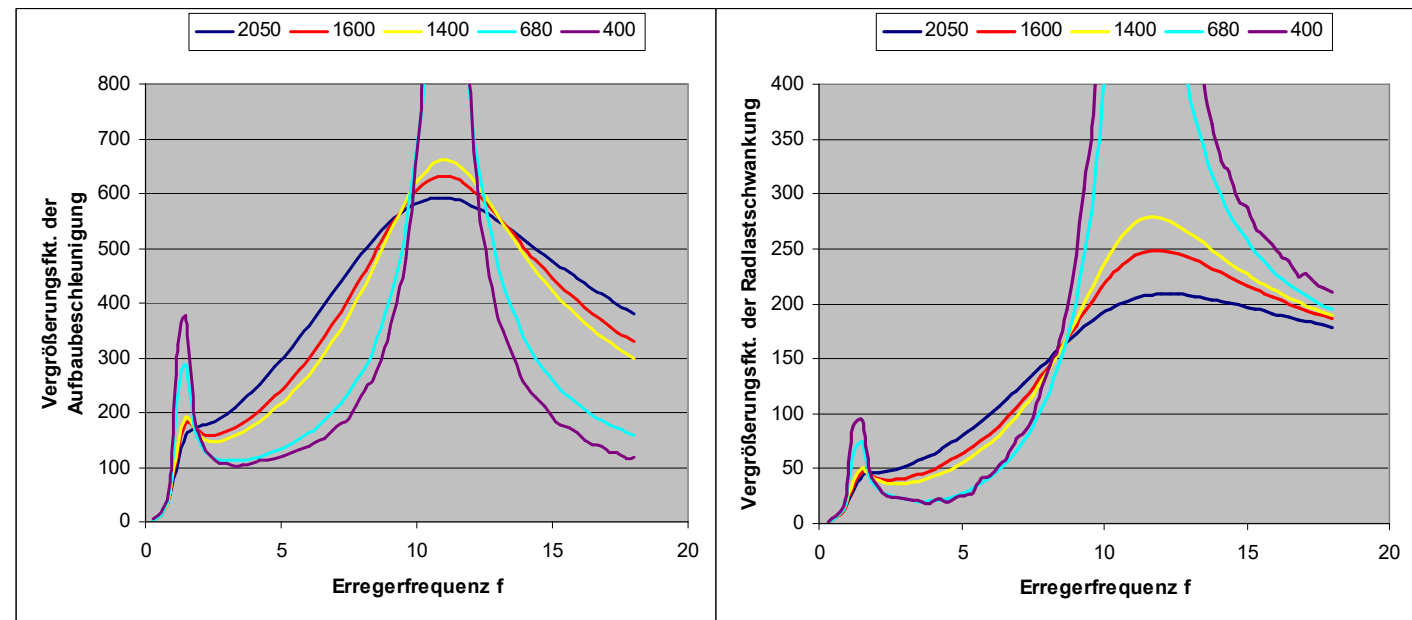
$c_R = 230 \text{ kN} / \text{m}$



### Einfluss der Aufbaudämpfung auf die Vergrößerungsfunktion

Variation der

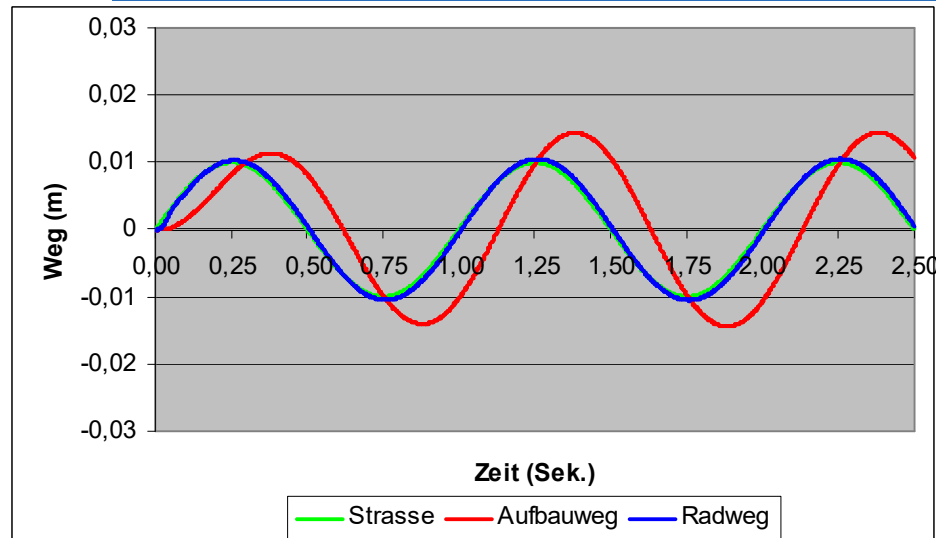
- Aufbaumasse
- Aufbaufedersteifigkeit
- Aufbaudämpfung
- Radmasse
- Radsteife



- Im Bereich der Aufbaueigenfrequenz fallen mit steigender Dämpfung Aufbaubeschleunigung und Radlastschwankungen.

# Vertikalmodell: 1/4 Fahrzeug

## Variation der Aufbaudämpfung in der Aufbaueigenfrequenz



$$d_A = 1740 \text{ Ns} / \text{m}$$

$$f_A = 1 \text{ Hz}$$

$$f_{\text{Straße}} = 1 \text{ Hz}$$

$$d_A = 800 \text{ Ns} / \text{m}$$

$$f_A = 1 \text{ Hz}$$

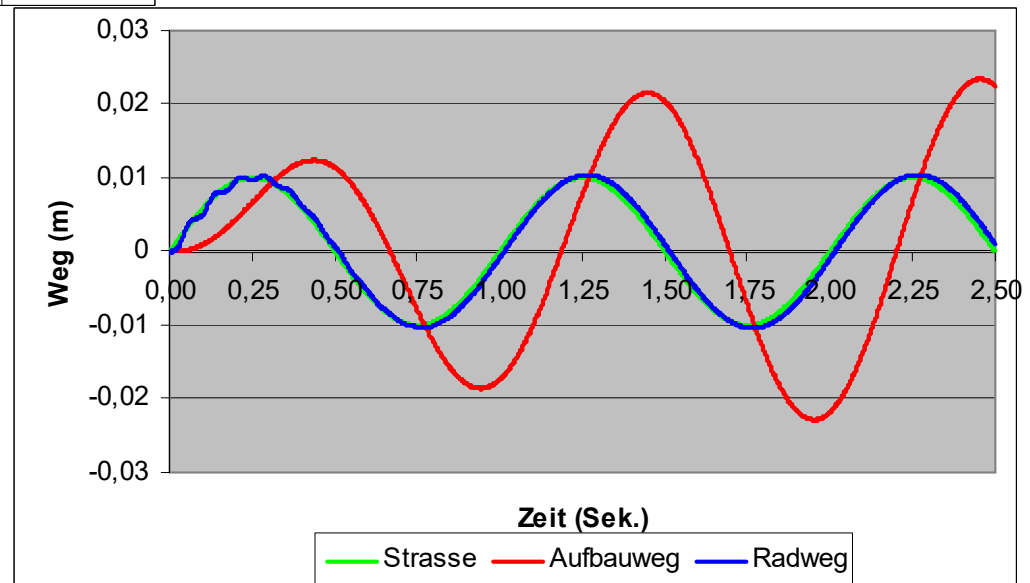
$$f_{\text{Straße}} = 1 \text{ Hz}$$

$$m_A = 266 \text{ kg}$$

$$c_A = 10 \text{ kN} / \text{m}$$

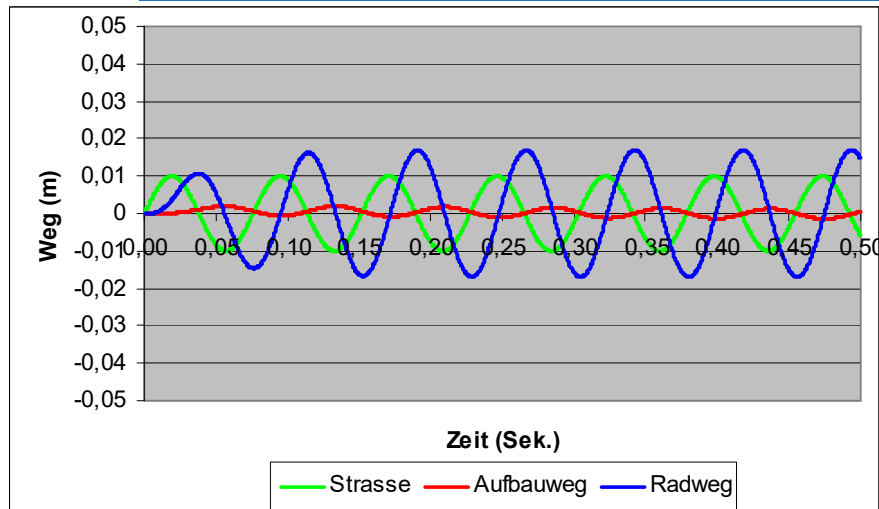
$$m_R = 35 \text{ kg}$$

$$c_R = 230 \text{ kN} / \text{m}$$



# Vertikalmodell: 1/4 Fahrzeug

## Variation der Aufbaudämpfung in der Radeigenfrequenz



$$d_A = 1740 \text{ Ns} / \text{m}$$

$$f_R = 13,2 \text{ Hz}$$

$$f_{\text{Straße}} = 13,2 \text{ Hz}$$

$$d_A = 800 \text{ Ns} / \text{m}$$

$$f_R = 13,2 \text{ Hz}$$

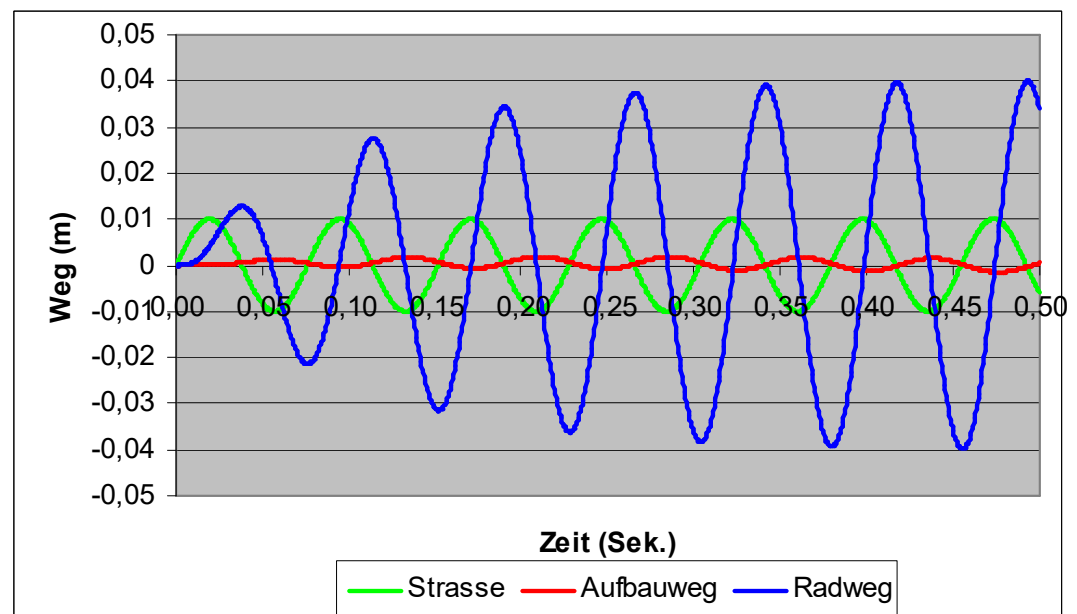
$$f_{\text{Straße}} = 13,2 \text{ Hz}$$

$$m_A = 266 \text{ kg}$$

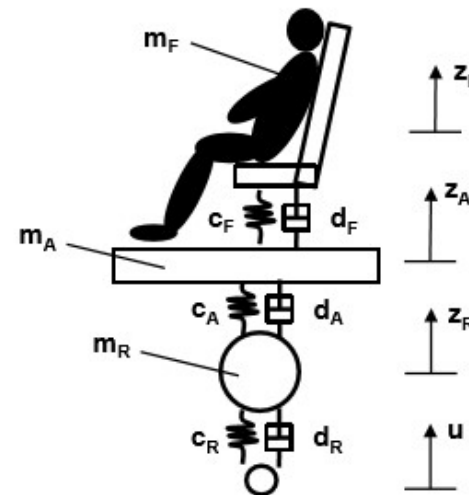
$$c_A = 10 \text{ kN} / \text{m}$$

$$m_R = 35 \text{ kg}$$

$$c_R = 230 \text{ kN} / \text{m}$$



Das Schwingverhalten eines Viertelfahrzeugs mit Fahrer, welches einer Weganregung  $u$  unterliegt, sei durch das folgende Modell approximiert.



$$m_R \ddot{z}_R + d_R \left( \dot{z}_R - \dot{u} \right) + c_R (z_R - u) + d_A \left( \dot{z}_R - \dot{z}_A \right) + c_A (z_R - z_A) = 0$$

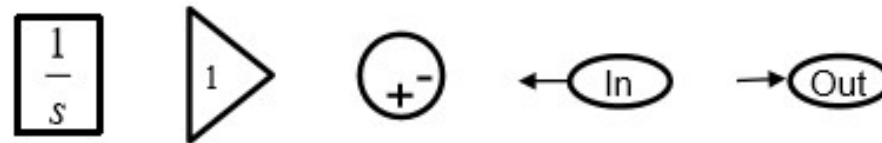
$$m_A \ddot{z}_A + d_A \left( \dot{z}_A - \dot{z}_R \right) + c_A (z_A - z_R) + d_F \left( \dot{z}_A - \dot{z}_F \right) + c_F (z_A - z_F) = 0$$

$$m_F \ddot{z}_F + d_F \left( \dot{z}_F - \dot{z}_A \right) + c_F (z_F - z_A) = 0$$

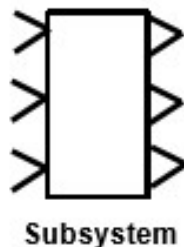
## Gleichungslösung mit Matlab Simulink

Stellen Sie die drei Bewegungsgleichungen für die Vertikalbewegungen  $z_F$ ,  $z_A$  und  $z_R$  auf!

Stellen Sie für jede Bewegungsgleichung aus 6a.) das Ersatzschaltbild mittels Simulink-Blöcken auf, wobei die Gain-Blöcke zu parametrieren sind! Verwenden Sie dazu die nachfolgenden Simulink-Symbole.



Verbinden Sie die unter 6b.) erzeugten Teilmodelle so, dass das Schwingverhalten des Gesamtsystems in Simulink fehlerfrei ausgeführt würde! Verwenden Sie dazu Subsystem-Blöcke!

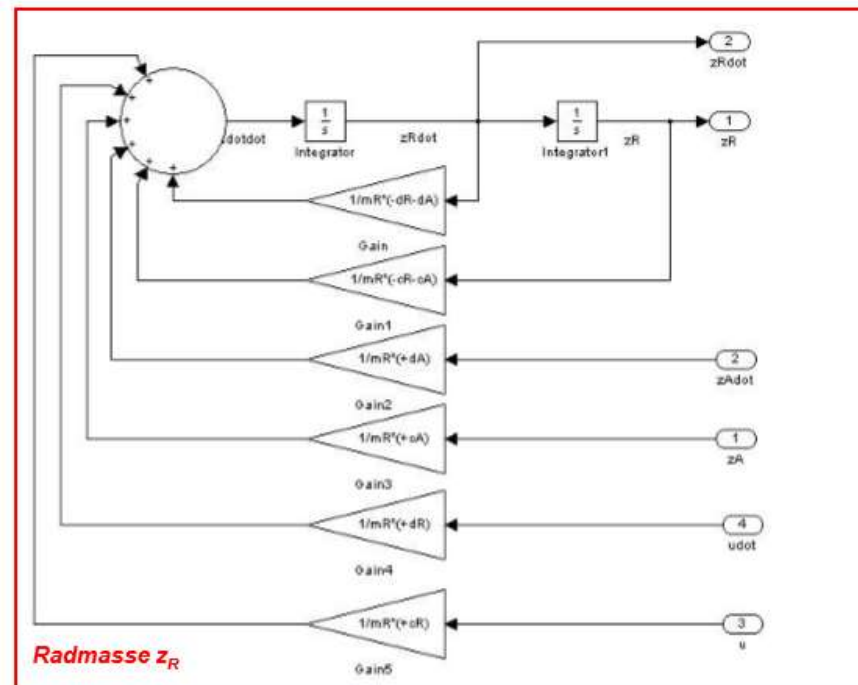


# 3 Massenschwinger

## Bsp. Viertelfahrzeug mit Fahrer

Übung: Dreimassenschwinger mittels Matlab-Simulink berechnen

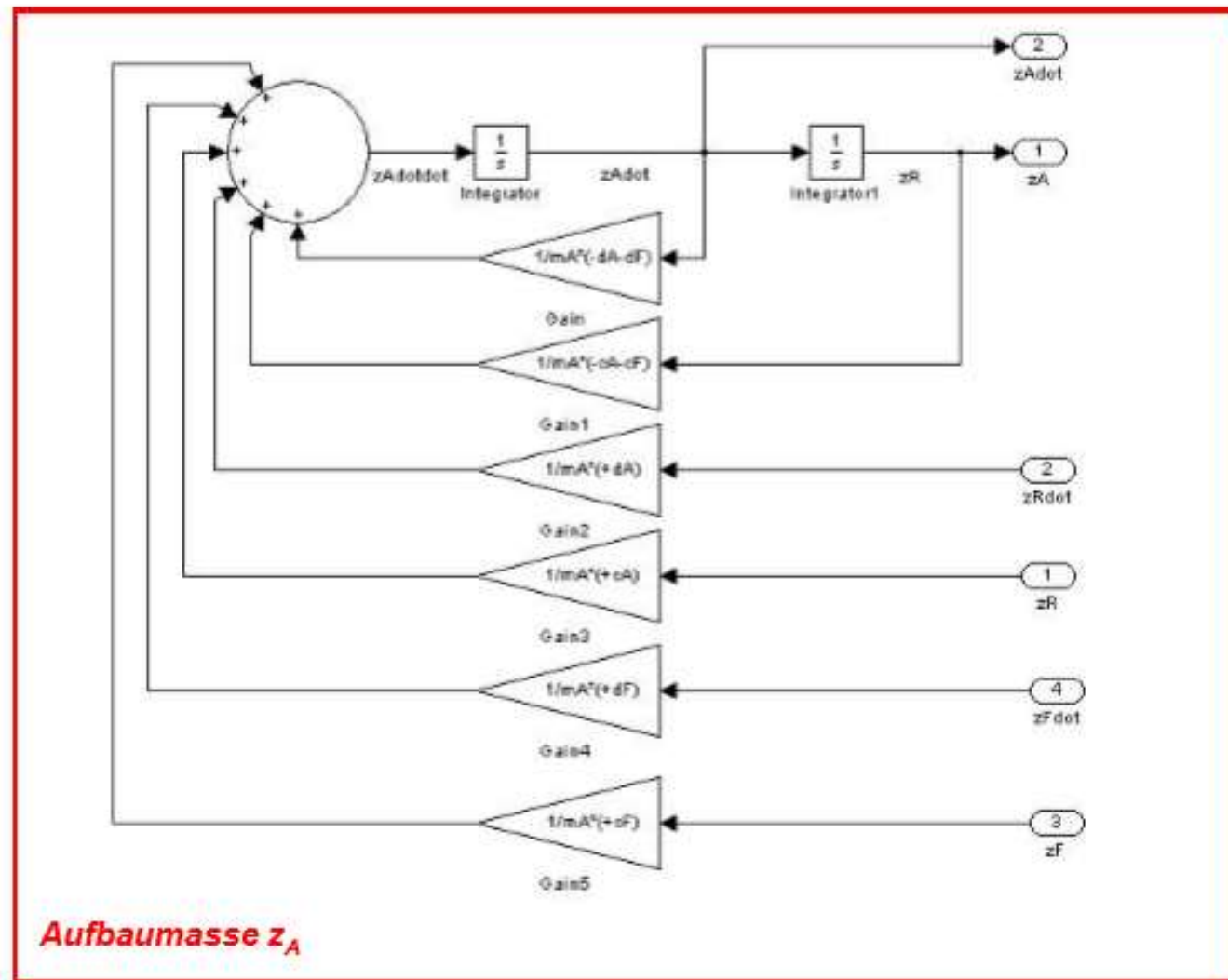
$$\begin{aligned} m_R \ddot{z}_R + d_R \left( \dot{z}_R - \dot{u} \right) + c_R (z_R - u) + d_A \left( \dot{z}_R - \dot{z}_A \right) + c_A (z_R - z_A) &= 0 \\ m_A \ddot{z}_A + d_A \left( \dot{z}_A - \dot{z}_R \right) + c_A (z_A - z_R) + d_F \left( \dot{z}_A - \dot{z}_F \right) + c_F (z_A - z_F) &= 0 \\ m_F \ddot{z}_F + d_F \left( \dot{z}_F - \dot{z}_A \right) + c_F (z_F - z_A) &= 0 \end{aligned}$$





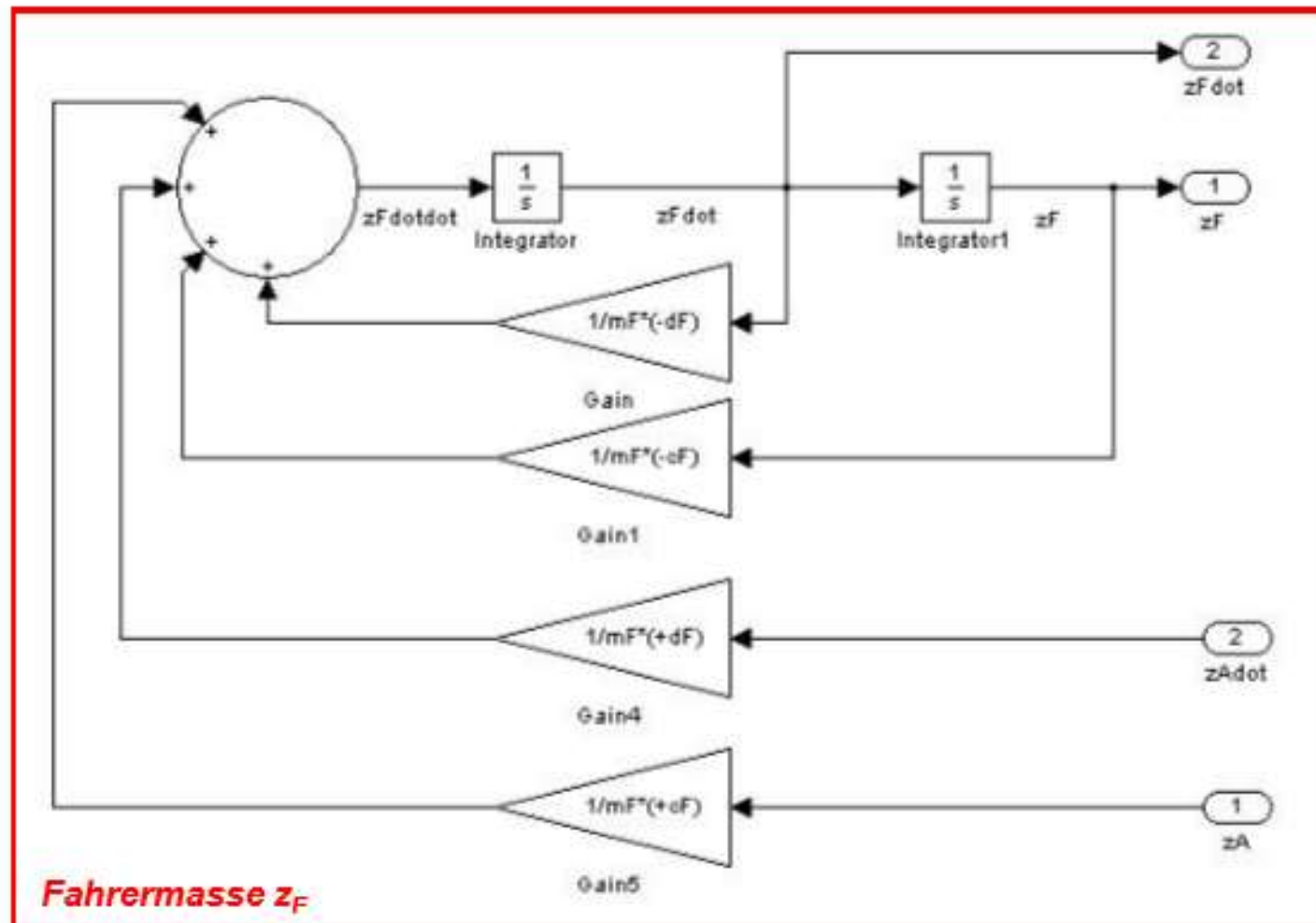
### 3 Massenschwinger

## Bsp. Viertelfahrzeug mit Fahrer



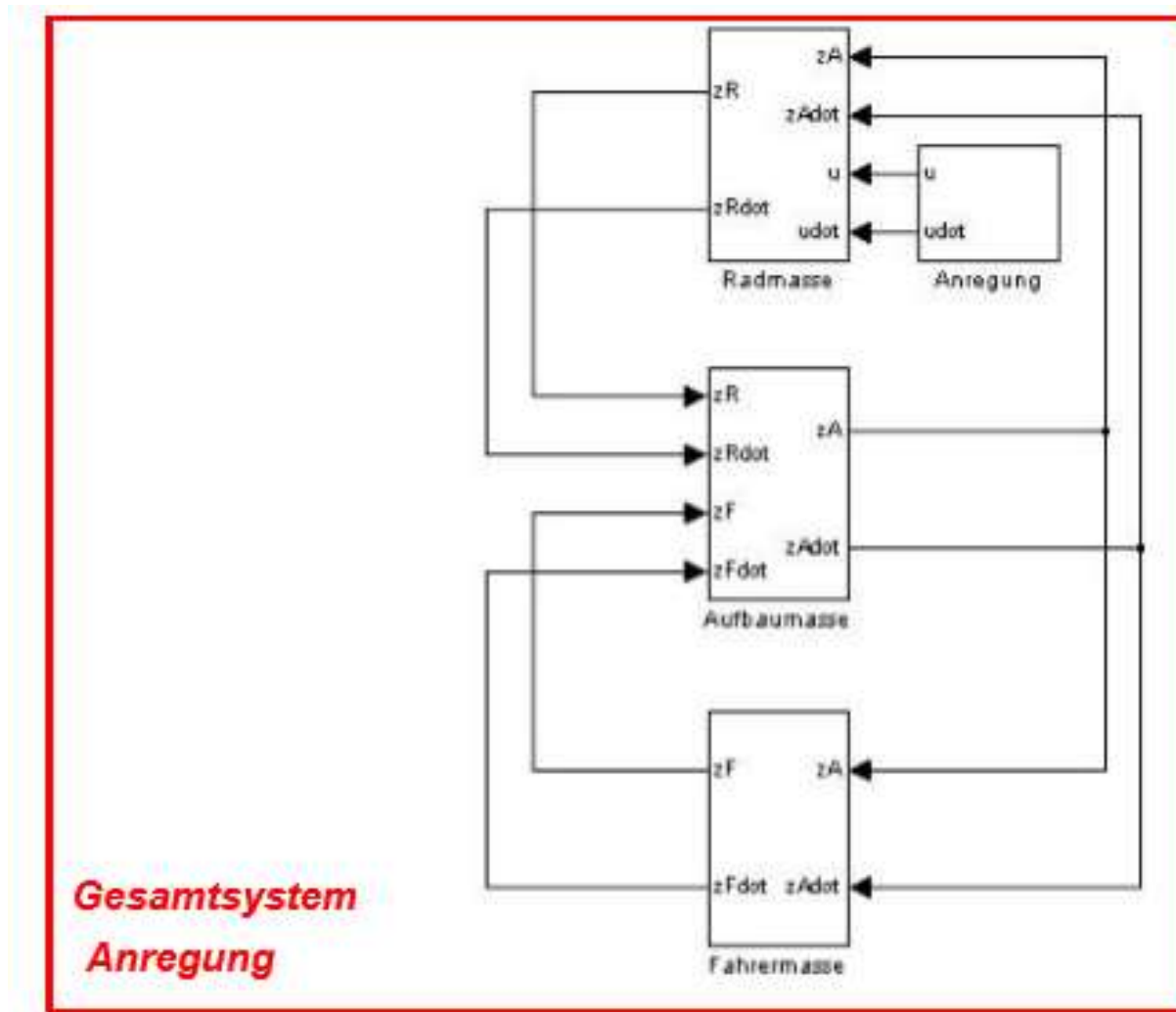
### 3 Massenschwinger

## Bsp. Viertelfahrzeug mit Fahrer



### 3 Massenschwinger

## Bsp. Viertelfahrzeug mit Fahrer

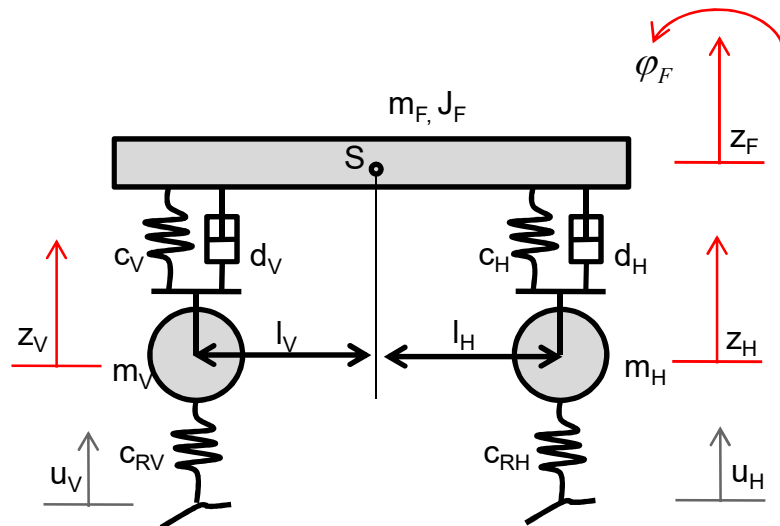




# Vertikaldynamik

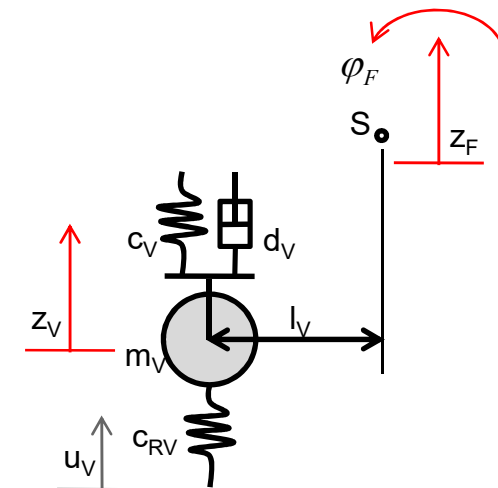
# Halbfahrzeug

Im nachstehenden Beispiel soll nun die Zustandsraumdarstellung für ein Halbfahrzeug abgeleitet werden. Die Reifendämpfung wird vernachlässigt. Dazu müssen zunächst die Differentialgleichungen für die vier Freiheitsgrade des Systems – vertikale Aufbaubewegung, Nickbewegung des Aufbaus, vertikale Bewegung des Vorderrades und vertikale Bewegung des Hinterrades – aufgestellt werden.



**Bewegungsgleichung für das Vorderrad:**

$$\ddot{z}_V = \frac{d_V}{m_V} \dot{z}_F - \frac{d_V l_V}{m_V} \dot{\varphi} - \frac{d_V}{m_V} \dot{z}_V + \frac{c_V}{m_V} z_F - \frac{c_V l_V}{m_V} \varphi - \frac{c_{RV} + c_V}{m_V} z_V + \frac{c_{RV}}{m_V} u_V$$



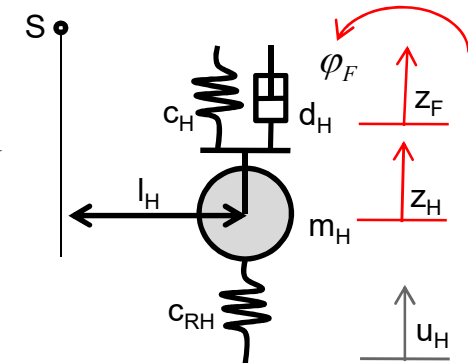


# Vertikaldynamik

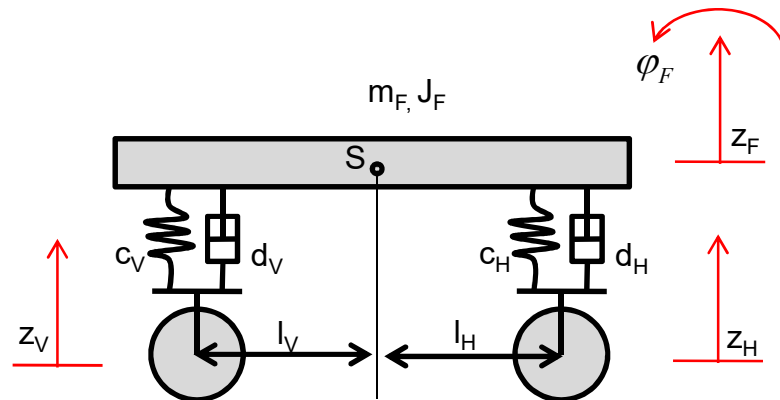
# Halbfahrzeug

**Bewegungsgleichung für das Hinterrad:**

$$\ddot{z}_H = \frac{d_H}{m_H} \dot{z}_F + \frac{d_H l_H}{m_H} \dot{\varphi}_F - \frac{d_H}{m_H} \dot{z}_H + \frac{c_H}{m_H} z_F + \frac{c_H l_H}{m_H} \varphi_F - \frac{c_{RH} + c_H}{m_H} z_H + \frac{c_{RH}}{m_H} u_H$$



**Bewegungsgleichungen für den Aufbau:**



$$\ddot{z}_F = -\frac{d_V + d_H}{m_F} \dot{z}_F + \frac{d_V l_V - d_H l_H}{m_F} \dot{\varphi}_F + \frac{d_V}{m_F} \dot{z}_V + \frac{d_H}{m_F} \dot{z}_H - \frac{c_V + c_H}{m_F} z_F + \frac{c_V l_V - c_H l_H}{m_F} \varphi_F + \frac{c_V}{m_F} z_V + \frac{c_H}{m_F} z_H$$

$$\ddot{\varphi}_F = \frac{d_V l_V - d_H l_H}{J_F} \dot{z}_F - \frac{d_V l_V^2 + d_H l_H^2}{J_F} \dot{\varphi}_F - \frac{d_V l_V}{J_F} \dot{z}_V + \frac{d_H l_H}{J_F} \dot{z}_H + \frac{c_V l_V - c_H l_H}{J_F} z_F - \frac{c_V l_V^2 + c_H l_H^2}{J_F} \varphi_F - \frac{c_V l_V}{J_F} z_V + \frac{c_H l_H}{J_F} z_H$$



# Vertikaldynamik      Halbfahrzeug

Der Übersichtlichkeit wegen seien die relevanten Gleichungen nachfolgend nochmals aufgeführt.

Bewegungsdifferentialgleichungen:

$$\ddot{z}_V = \frac{d_V}{m_V} \dot{z}_F - \frac{d_V l_V}{m_V} \dot{\varphi}_F - \frac{d_V}{m_V} \dot{z}_V + \frac{c_V}{m_V} z_F - \frac{c_V l_V}{m_V} \varphi_F - \frac{c_{RV} + c_V}{m_V} z_V + \frac{c_{RV}}{m_V} u_V$$

$$\ddot{z}_H = \frac{d_H}{m_H} \dot{z}_F + \frac{d_H l_H}{m_H} \dot{\varphi}_F - \frac{d_H}{m_H} \dot{z}_H + \frac{c_H}{m_H} z_F + \frac{c_H l_H}{m_H} \varphi_F - \frac{c_{RH} + c_H}{m_H} z_H + \frac{c_{RH}}{m_H} u_H$$

$$\ddot{z}_F = -\frac{d_V + d_H}{m_F} \dot{z}_F + \frac{d_V l_V - d_H l_H}{m_F} \dot{\varphi}_F + \frac{d_V}{m_F} \dot{z}_V + \frac{d_H}{m_F} \dot{z}_H - \frac{c_V + c_H}{m_F} z_F + \frac{c_V l_V - c_H l_H}{m_F} \varphi_F + \frac{c_V}{m_F} z_V + \frac{c_H}{m_F} z_H$$

$$\ddot{\varphi}_F = \frac{d_V l_V - d_H l_H}{J_F} \dot{z}_F - \frac{d_V l_V^2 + d_H l_H^2}{J_F} \dot{\varphi}_F - \frac{d_V l_V}{J_F} \dot{z}_V + \frac{d_H l_H}{J_F} \dot{z}_H + \frac{c_V l_V - c_H l_H}{J_F} z_F - \frac{c_V l_V^2 + c_H l_H^2}{J_F} \varphi_F - \frac{c_V l_V}{J_F} z_V + \frac{c_H l_H}{J_F} z_H$$

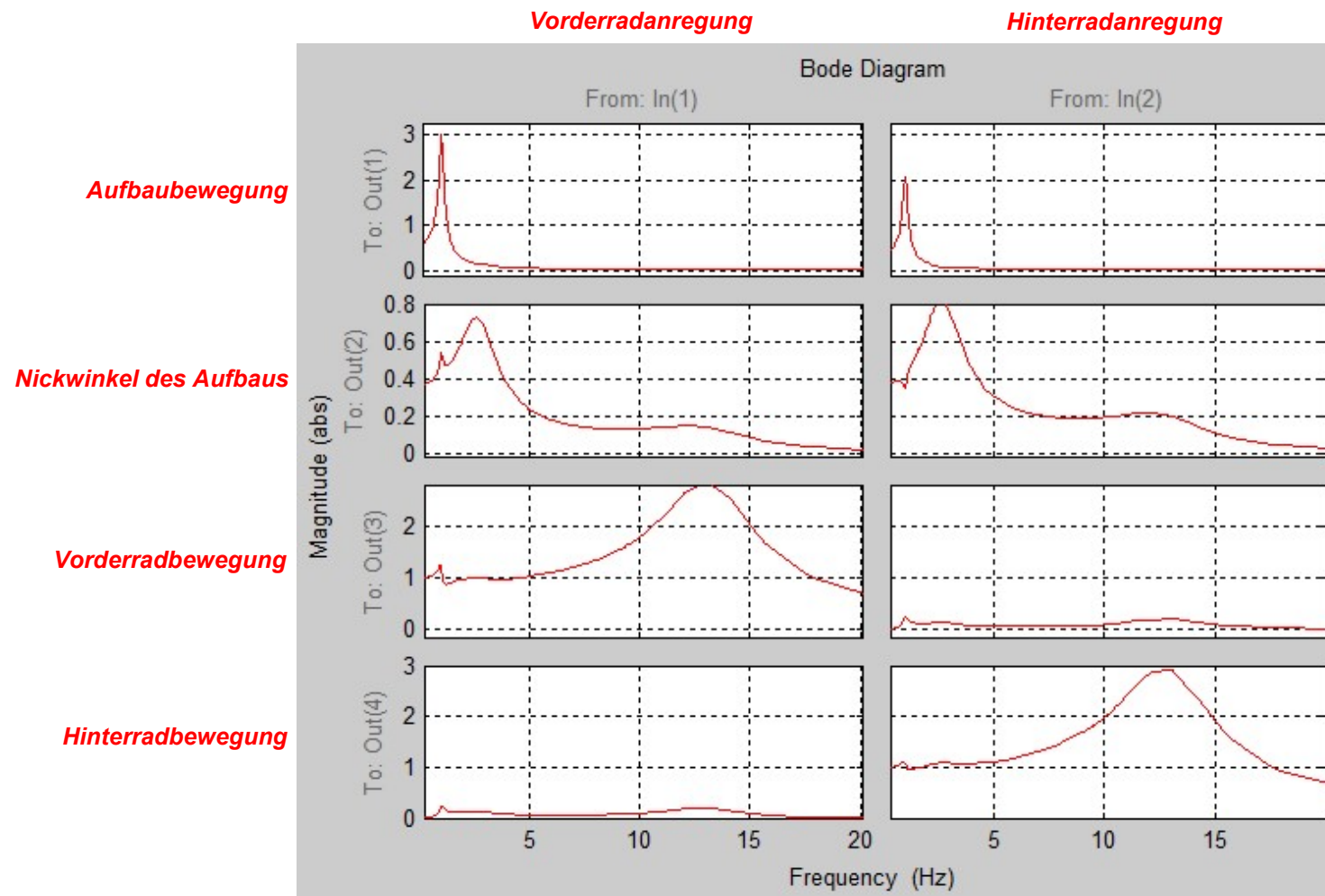
Zustandsgleichungen:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \\ \dot{x}_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{c_V + c_H}{m_F} & \frac{c_V l_V - c_H l_H}{m_F} & \frac{c_V}{m_F} & \frac{c_H}{m_F} & -\frac{d_V + d_H}{m_F} & \frac{d_V l_V - d_H l_H}{m_F} & \frac{d_V}{m_F} & \frac{d_H}{m_F} \\ \frac{c_V l_V - c_H l_H}{J_F} & -\frac{c_V l_V^2 + c_H l_H^2}{J_F} & -\frac{c_V l_V}{J_F} & \frac{c_H l_H}{J_F} & \frac{d_V l_V - d_H l_H}{J_F} & -\frac{d_V l_V^2 + d_H l_H^2}{J_F} & -\frac{d_V l_V}{J_F} & \frac{d_H l_H}{J_F} \\ \frac{c_V}{m_V} & -\frac{c_V l_V}{m_V} & -\frac{c_{RV} + c_V}{m_V} & 0 & \frac{d_V}{m_V} & -\frac{d_V l_V}{m_V} & -\frac{d_V}{m_V} & 0 \\ \frac{c_H}{m_H} & -\frac{c_H l_H}{m_H} & 0 & -\frac{c_{RH} + c_H}{m_H} & \frac{d_H}{m_H} & -\frac{d_H l_H}{m_H} & 0 & -\frac{d_H}{m_H} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{c_{RV}}{m_V} & 0 \\ 0 & \frac{c_{RH}}{m_H} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_V \\ u_H \end{bmatrix}$$

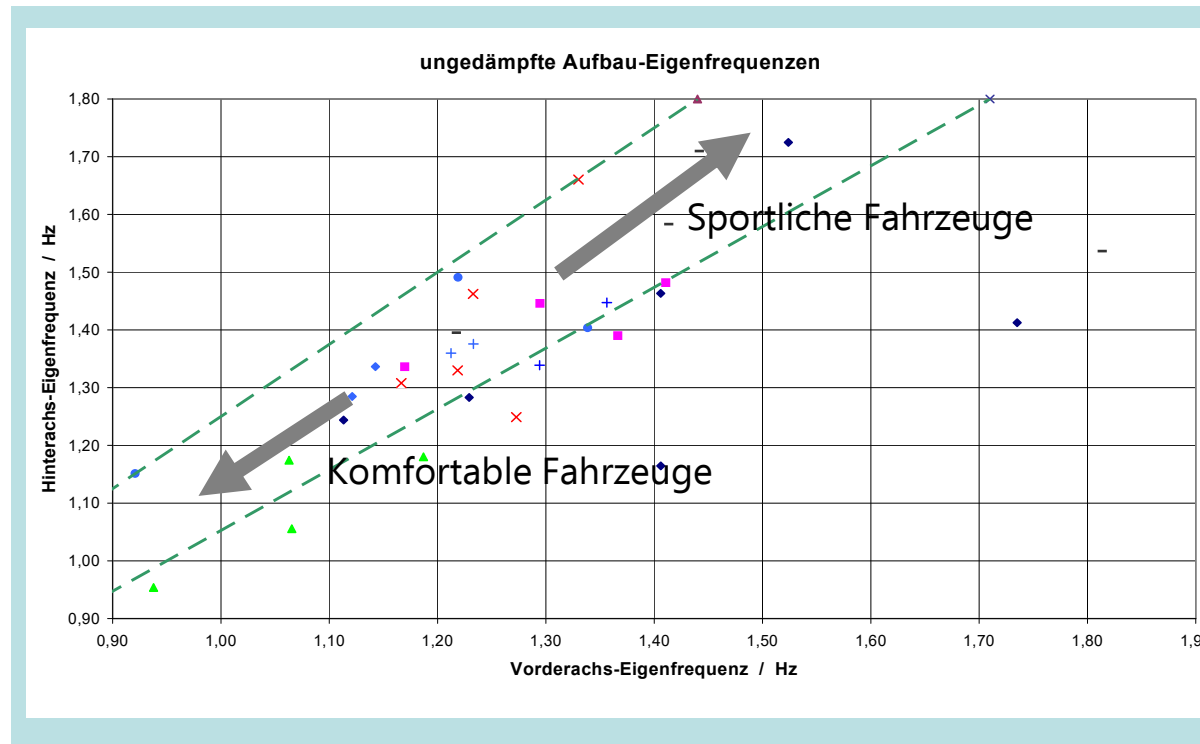


# Vertikaldynamik      Halbfahrzeug

Das entwickelte Modell eines Halbfahrzeugs besitzt 8 Übertragungsfunktionen, deren Analyse wertvolle Erkenntnisse z.B. im Hinblick auf eine optimale Fahrzeugabstimmung liefern kann.



Vermessene Federraten und Achslasten zur groben Abschätzung der Eigenfrequenzen

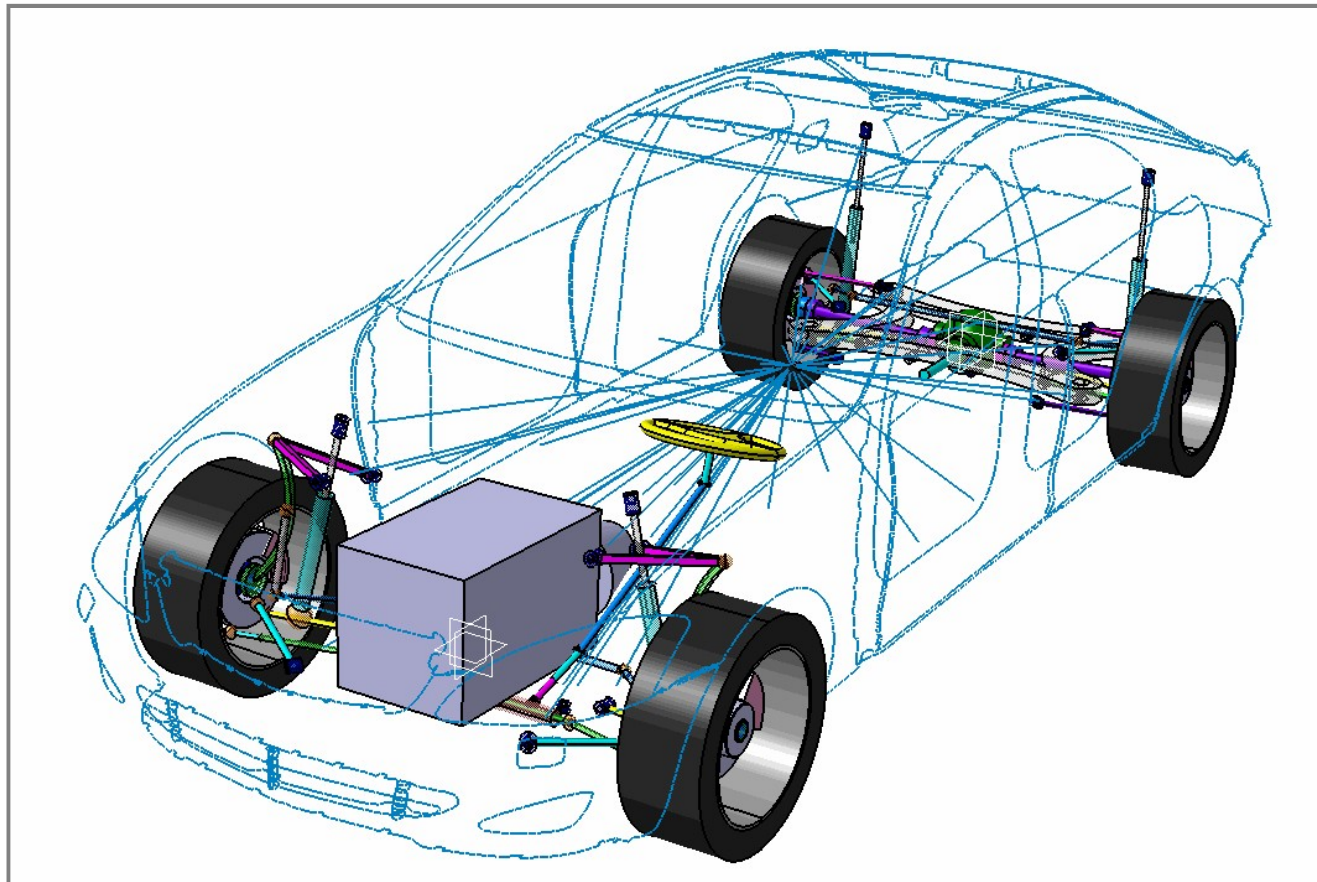


Einfache, grobe Auslegungsregel:

$$f_{VA}/f_{HA}=0,95-0,8$$

Bei einer Achslastverteilung von 50%/50% sollte die radbezogene Federsteifigkeit an der HA immer höher als die an der VA sein.





- Achse
- Gummilager
- Feder/Dämpfer
- Regler
- Lenkung
- Reifenmodel
- Karosserie
- Antrieb
- Mensch/Sitz
- Straße
- .....

