

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE
Faculté de génie
Département de génie électrique et génie informatique

Traitement numérique des signaux III

Rapport APP6

Présenté à
l'équipe professorale de la session S4

Produit par
Éric Beaudoin - beae2211
Axel Bosco - bosa2002
Jacob Fontaine - fonj1903
Philippe Spino - spip2401

26 juillet 2017 - Sherbrooke

1 Design d'un des filtres Butterworth

Pour la conception du filtre Butterworth à partir d'un filtre passe-bas, on doit identifier l'ordre de celui-ci, dans notre cas, d'ordre 1. On choisit donc la représentation générale de la fonction de transfert d'un filtre passe-bas d'ordre 1, soit :

$$H(s) = \frac{1}{s + 1} \quad (1)$$

En utilisant la valeur de s lorsqu'on passe d'un filtre passe-bas à un filtre passe-bande, soit :

$$s = \frac{s^2 + \omega_a \omega_b}{(\omega_b - \omega_a)s} \quad (2)$$

On obtient :

$$H(s) = \frac{1}{\frac{s^2 + \omega_a \omega_b}{(\omega_b - \omega_a)s} + 1} \quad (3)$$

On remplace alors le s par son équivalent en fréquence, soit :

$$s = \frac{2}{T_e} \left(\frac{z - 1}{z + 1} \right) \quad (4)$$

On obtient alors :

$$H(z) = \frac{1}{\frac{\frac{2}{T_e} \left(\frac{z-1}{z+1} \right)^2 + \omega_a \omega_b}{(\omega_b - \omega_a) \frac{2}{T_e} \left(\frac{z-1}{z+1} \right)} + 1} \quad (5)$$

En simplifiant le tout pour ne garder qu'un numérateur et un dénominateur, on obtient :

$$H(z) = \frac{(\omega_b - \omega_a)(z - 1)(z + 1)}{\frac{4}{T_e^2}(z^2 - 2z + 1) + \frac{2}{T_e}(\omega_b - \omega_a)(z - 1)(z + 1) + \omega_a \omega_b(z + 1)^2} \quad (6)$$

En sachant que $T_e = \frac{1}{F_e}$ et que Fe vaut 8000, $Te = 1/8000$. Afin de déterminer la forme finale du filtre, on utilise le premier filtre de Butterworth pour la fréquence de 500Hz avec une fenêtre de 400Hz à 600Hz. En les transformant en θ grâce à l'expression :

$$\theta = 2 * \arctan\left(\frac{\omega T_e}{2}\right) \quad (7)$$

Et ensuite la formule :

$$\omega = \frac{2}{T_e} * \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (8)$$

Les valeurs obtenues sont :

$$\omega_a = 2534, 15 \quad (9)$$

$$\omega_b = 3841, 26 \quad (10)$$

En remplaçant tous les termes calculés dans l'équation (6) et en additionnant tous les termes des mêmes ordres, on obtient l'équation finale de $H(z)$, soit :

$$H(z) = \frac{-0.0729573z^{-2} - 0.145915z^{-1} + 0.0729573}{0.854085z^{-2} - 1.86417z^{-1} + 1} \quad (11)$$