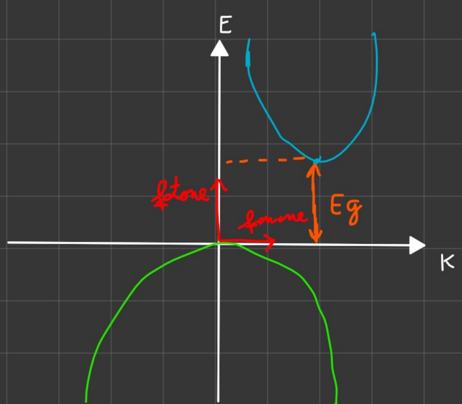
ESERCITAZIONE 11:

Esercizio 1

Si consideri un materiale caratterizzato da $E_g = 1\ eV$, $a = 0.5\ nm$, apice della banda di valenza localizzato in $k = 0$ e fondo della banda di conduzione localizzato in $k_0 = 0.2\frac{\pi}{a}$. Sapendo che la massa efficace degli elettroni in BC è $m^*_{BC} = 0.1\ m_e$ e quella delle lacune in BV è $m^*_{BV} = 0.5\ m_e$:

1. Determinare l'espressione analitica delle due bande. Il materiale è a gap diretto o indiretto?
2. L'energia minima E_{min}, la corrispondente lunghezza d'onda massima λ_{max} di un fotone che possa essere assorbito con un processo a tre particelle. Determinare inoltre la quantità di moto del fonone associato.
3. L'energia minima E_{min} e la corrispondente lunghezza d'onda massima λ_{max} di un fotone che possa essere assorbito con un processo a due particelle.

1) Vogliamo le due relazioni $E_C(K)$ e $E_V(K)$



$$E_C(K) = E_g + B(K-K_0)^2$$
$$E_V(K) = -AK^2$$

$$E(K) = \frac{\hbar^2}{2m^*}K^2$$

$$B = \frac{\hbar^2}{2m^*_{BC}} = 320\ meV \cdot (\mu m)^2$$

$$A = \frac{\hbar^2}{2m^*_{BV}} = 76\ meV\ (\mu m)^2$$

Il materiale ora è a GAP INDIRETTO (come il silicio) poiché il massimo e il minimo delle due bande non sono allineati.

2) Un processo a 3 particelle è un processo in cui un elettrone cerca di transire da una banda all'altra ed è aiutato da due contributi:

- un fotone che contribuisce in termini di energia
- un fonone che contribuisce in termini di momento

l'energia del fotone per partecipare al processo è almeno Eg

$E_{ph} = E_g = 1\,eV$

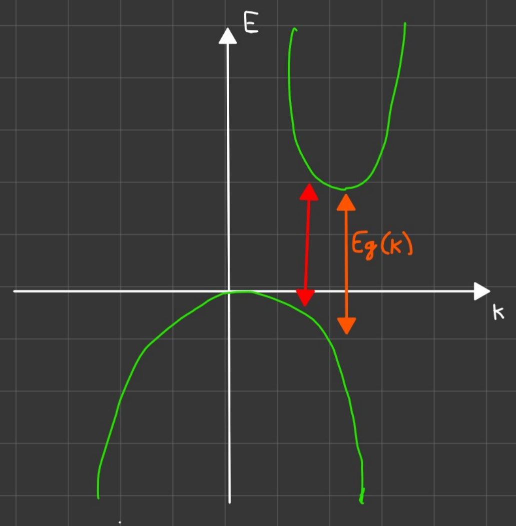
$E_{ph} = \frac{hc}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{hc}{E_g} = 1,24\,\mu m$

$E_{fonone} = \hbar \Delta k = \hbar K_0 = 1,32 \cdot 10^{-24}\,\frac{Kg\,m}{s}$

È molto improbabile ottenere un processo a 3 particelle con materiali a gap indiretto

I materiali a gap indiretto invece hanno bisogno di un solo contributo di energia (fotone) quindi è per loro più semplice avere un processo a 2 particelle (elettrone e fotone).

3) Ora vogliamo vedere lo spostamento minimo della curva relativo all'energia del fotone



$E_C(K) = E_g + B(K-K_0)^2$

$E_V(K) = -AK^2$

$\Delta E(K) = E_C(K) - E_V(K) = E_g + B(K-K_0)^2 + AK^2$

per trovare i minimi

$\frac{\partial(\Delta E)}{\partial K} = 0 \rightarrow 2B(K-K_0) + 2AK = 0$

$2K(A+B) = 2BK_0$

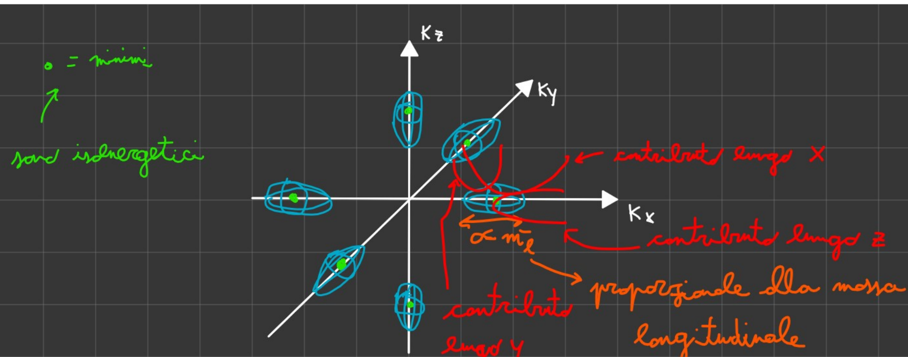
$\bar{K} = \frac{B}{A+B} K_0 = 0,83 \cdot K_0 = 1,047 \cdot 10^9\,m^{-1}$ ✓

$\Delta E(\bar{K}) = E_g + B(\bar{K}-K_0)^2 + A\bar{K}^2 = 1,1\,eV$ ✓ $\rightarrow \lambda = 1,12\,\mu m$

esercizio 2:

Esercizio 2

Calcolare la massa DOS, la massa di conduzione e la mobilità degli elettroni sapendo che il semiconduttore in esame ha degenerazione $g = 6$, $m_l^* = 0.85\,m_e$, $m_t^* = 0.15\,m_e$, $\tau_m = 100\,fs$, $n = 5 \cdot 10^{16} cm^{-3}$. Calcolare infine la resistività trascurando il contributo delle lacune.



$$E = E_c + \frac{\hbar^2 (k_x - k_0)}{2 m_l} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2 m_t} + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2 m_t}$$

per calcolare la massa DOS l'ipotesi che facciamo è che gli stati (il numero di stati) del semiconduttore equivalente siano esattamente pari a quelli del semiconduttore originale.

$$V_{\text{singolo ellissoide}} = \frac{4}{3}\pi \overbrace{a \cdot b \cdot c}^{\text{i tre semiassi}} = \frac{4}{3}\pi \frac{\sqrt{2 m_l^* (E - E_c)}}{\hbar^2} \cdot \left(\frac{\sqrt{2 m_t^* (E - E_c)}}{\hbar^2} \right)^2 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{2 (E - E_c)}{\hbar^2} \right)^{3/2} \left(m_l^{*\frac{1}{2}} \cdot m_t^* \right)$$

massa longitudinale — massa trasversale

$$V_{TOTALE} = g\, V_{\text{singolo ellissoide}} = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{2 (E - E_c)}{\hbar^2} \right)^{3/2} \left(m_l^{*\,1/2} \cdot m_t^* \right) \cdot g$$

$$V_{sfera} = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{2 m^*_{DOS} (E - E_c)}{\hbar^2} \right)^{3/2}$$

$$m^{*\,3/2}_{DOS} = g\, m_l^{*\,1/2} \cdot m_t^* \longrightarrow m^*_{DOS} = g^{2/3} \cdot m_l^{*\frac{1}{3}} \cdot m_t^{*\frac{2}{3}}$$

vedo questa come una media geometrica

$$\text{media geometrica} = \left(\sum_i \alpha^i \right)^{\frac{1}{n}}$$

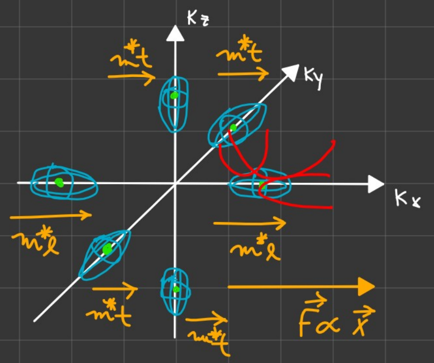
$\leftarrow$ numero di oggetti che sto sommando

$\uparrow$ contributo

$$\underline{m^*_{DOS} = 0{,}883 \cdot m_e} \quad \checkmark$$

2) Ora vogliamo conoscere la massa per la conduzione, che è quella che osserviamo quando andiamo ad applicare un campo.

Supponiamo ora di applicare un campo lungo x:



Nella curvatura della banda avrò quindi 2 contributi da massa longitudinale e 4 contributi da massa trasversale

vado ora a fare un parallelo (come media pesata) dei contributi:

$$\frac{6}{m_c^*} = \frac{4}{m_t^*} + \frac{2}{m_l^*}$$

$$m_c^* = 6 \cdot \frac{m_t^* \cdot m_l^*}{4m_l^* + 2m_t^*} = 0,27 \cdot m_e \quad \checkmark$$

massa di conduzione

Con la massa di conduzione possiamo ora ricavare la mobilità elettronica con precisione

da drude, non considerando scattering:

$$\frac{\partial K}{\partial t} = 0$$

$$\bar{K} = \frac{qF}{\hbar} \cdot \tau_m \qquad v_e = \underbrace{\frac{q\tau_m}{m_c^*}}_{\mu} F = \mu F$$

$$\mu = 850,6 \, \frac{cm^2}{V \cdot s} \quad \checkmark$$

resistività

3) $$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{qn\mu_n + \cancel{qp\mu_p}}$$

da testo posso trascurare i contributi delle lacune

conducibilità

$$\rho = \frac{1}{qn\mu_n} = 150 \; m\Omega \cdot cm$$

esercizio 3:

Esercizio 3

Confrontare le distribuzioni di probabilità di Maxwell-Boltzmann e Fermi-Dirac, determinando l'intervallo di energie per cui le due differiscono di meno dell'1% a temperatura ambiente.

$$f_{MB}(E) = e^{-\frac{E-E_f}{kt}}$$

$$f_{FD}(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_f}{kt}}+1}$$

ora ci chiediamo quando una è maggiore dell'altra

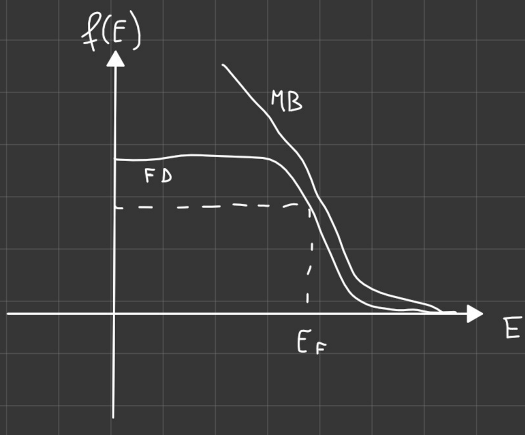
$$f_{MB}(E) \overset{?}{\geq} f_{FD}(E$$

$$e^{-\frac{E-E_f}{kt}} \geq \frac{1}{e^{\frac{E-E_f}{kt}}+1} \rightarrow 1 + e^{-\frac{E-E_f}{kt}} \geq 1$$

$$e^{-\frac{E-E_f}{kt}} \geq 0$$

questa cosa è sempre vera

ergo la statistica di Maxwell-Boltzmann è sempre una sovrastima.



$$\frac{f_{MB}(E) - f_{FD}(E)}{f_{FD}(E)} \leq 0{,}01$$

$$\frac{e^{-\frac{E-E_f}{kt}} - \frac{1}{e^{\frac{E-E_f}{kt}}-1}}{\frac{1}{e^{\frac{E-E_f}{kt}}-1}} \leq 0{,}01$$

$$\frac{1+e^{-\frac{E-E_f}{kt}}-1}{\cancel{\left(e^{\frac{E-E_f}{kt}}+1\right)}} \cdot \cancel{\left(e^{\frac{E-E_f}{kt}}+1\right)} \leq 0{,}01$$

$$e^{-\frac{E-E_f}{kt}} \leq 0{,}01 \longrightarrow -\frac{(E-E_f)}{kt} \leq \log(0{,}01) \longrightarrow E \geq E_F - kt\log(0{,}01)$$

$$\longrightarrow \underline{E \geq E_F + 4{,}6\ kt}\ \checkmark$$

a $T = 300\,K$

$\longrightarrow 4{,}6\,KT \simeq 120\ meV$