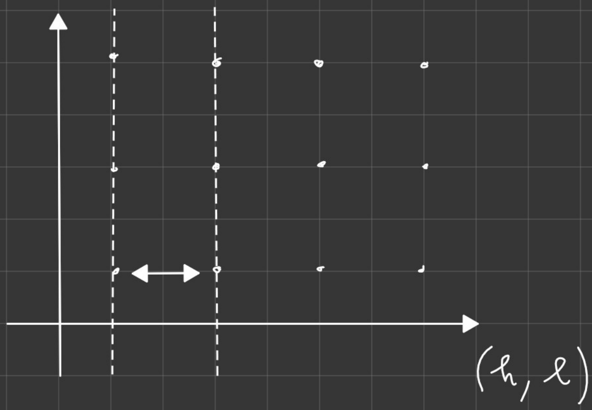
# ESERCITAZIONE 2

nella scorsa esercitazione avevamo visto che, per la diffrazione:



$1\ 0\ 0 \longrightarrow d = a$
$1\ 1\ 0 \longrightarrow d = a\sqrt{2}$
$1\ 2\ 0 \longrightarrow d = a\sqrt{5}$

in generale:

$$d = \frac{a}{\sqrt{h^2+l^2}}$$

in 3D:

$$d = \frac{a}{\sqrt{h^2+l^2+k^2}}$$

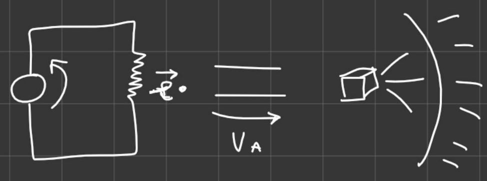
esercizio 1:

## Esercizio 1

Si consideri l'emissione termoionica di elettroni tramite effetto Joule di un resistore. Il fascio elettronico generato è accelerato da una differenza di potenziale $V_A$ e va ad incidere su un cristallo di KCl, caratterizzato da un passo reticolare a = 0.629 nm. Quanto è la tensione minima $V_A$ per avere un picco di diffrazione sullo schermo situato posteriormente al cristallo in esame?

passo reticolare
$a = 0{,}629$ nm

$V_{A_{MIN}}$ per avere un picco di diffrazione?



$E_{cin}(x=0) = 0$
$E_{cin}(x=L) = qV_A$

$$\boxed{n\lambda = 2d\sin\theta}$$

dalla scorsa esercitazione

per ricavare $\lambda$, uso la relazione di De Broglie:

$$\boxed{\lambda p = h}$$

costante di Planck

$$E_K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m}$$

$$p = mV \qquad h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$$

$$E_K = \frac{1}{2} \frac{h^2}{\lambda^2 m} \longrightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE_K}} \longrightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{2mqV_A}}$$

quindi, una volta trovata la relazione di $\lambda$:

$$n \frac{h}{\sqrt{2mqV_A}} = 2d \sin\theta$$

$$V_A = \frac{n^2 h^2}{2mq} \cdot \frac{1}{4d^2 \sin^2\theta}$$

io voglio $V_A$ minima, ergo minimizzo il numeratore e massimizzo il denominatore:

- $n = 1$
- $\sin\theta = 1$

$$d = \frac{a}{\sqrt{k^2 + h^2 + l^2}}$$

$$V_{A_{MIN}} = \frac{h^2}{2mq} \cdot \frac{1}{4a^2} = 0{,}95\,V$$

esercizio 1

## Esercizio 2

Si consideri un fascio di neutroni fatto incidere contro nuclei atomici di un materiale in esame caratterizzato da un reticolo cubico semplice con passo $a = 0.1\ nm$. Qual è la minima temperatura T di emissione per avere almeno un picco di diffrazione? Qual è l'energia cinetica minima? Si consideri per la massa dei neutroni $m_n = 1839 m_e$.

$a = 0{,}1\ nm$

$m_n = 1839\ m_e$

$$E = \frac{3}{2} KT \qquad E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

dall'es. precedente

$$n\lambda = 2d\sin\theta$$

$$\frac{3}{2} KT = \frac{h^2}{2m\lambda^2} \longrightarrow \boxed{\lambda = \frac{h}{\sqrt{3m_n KT}}}$$

noi sappiamo che quando l'energia aumenta la lunghezza d'onda diminuisce

$$\frac{nh}{\sqrt{3 m_n k T}} = 2 d \sin\theta \longrightarrow T = \frac{n^2 h^2}{12 d^2 \sin^2\theta \, m_n k}$$

voglio $T_{minima}$ ergo

- $n = 1$
- $\sin\theta = 1$
- $d = a$

$T = 154{,}78\ K$ ✓

$E = \frac{3}{2} kT \simeq 20\ meV$ ✓

da qui in avanti non sono più es. sulla diffrazione di Broglie

esercizio 3 :

## Esercizio 3

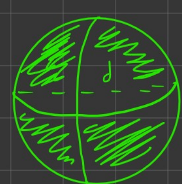
Si consideri una sfera in tungsteno di diametro $d = 2\ cm$. Alla temperatura T = 2000 °C, la sfera emette solo il 40% della potenza irraggiata da un corpo nero di pari diametro e temperatura. Calcolare la lunghezza d'onda del picco di emissione di un secondo corpo nero di pari diametro che irraggia la medesima potenza della sfera.


$d = 2\ cm$

$T = 2000\ °C$

$P_1 = 0{,}4\ P_2$

sfera #1




$d_2 = 2\ cm$

$T = 2000°C$

corpo nero

sfera # 2


$d_3 = 2\ cm$

$\lambda$?

$P_3 = P_1$

sfera #3

La potenza di un corpo nero è descritta dalla legge di Stephan Boltzmann

$$\boxed{P = \sigma T^4 A}$$

area complessiva di irraggiamento

costante di Stefan - Boltzmann $= 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \frac{W}{m^2 K}$

$2000\ °C = 2273\ K$ $\quad A = 4\pi r^2 = \pi d^2$ $\quad \sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \frac{W}{m^2 K}$

$P_2 = 1{,}9\ kW \longrightarrow P_1 = 0{,}4 \cdot 1{,}9\ kW = 761\ W = P_3$

$$T_3 = \sqrt[4]{\frac{P_3}{\sigma A_3}} = 1808\ k$$

per ricavare la lunghezza d'onda del picco di emissione uso la legge di Wien:

$$\boxed{\lambda T = C_W = 2,897 \cdot 10^{-3}\ m \cdot K}$$

costante di Wien

$$\lambda_3 = \frac{C_W}{T_3} = 1,6\ \mu m \ ✓$$

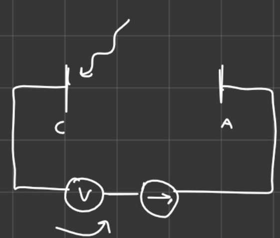
esercizio 4:

## Esercizio 4

Si consideri un fascio di luce incidente su un metallo (Cromo) con una funzione lavoro W = 4.5 eV.

1. Qual è la massima lunghezza d'onda per avere effetto fotoelettrico in assenza di polarizzazione?
2. Considerando $\lambda = 200\ nm$, quanto vale l'energia cinetica e la velocità dell'elettrone all'anodo?
3. Per che tensione $V_A$ non si hanno più elettroni all'anodo (stopping voltage)? Disegnare un grafico della corrente fotoelettrica in funzione di $V_A$.
4. Considerando $V_A = 2\ V$, quali sono l'energia cinetica e la velocità dell'elettrone all'anodo? L'andamento della lunghezza d'onda da catodo ad anodo è crescente o decrescente?

è un esercizio sull'effetto fotoelettrico




consegne:

1) $\lambda_{MAX}$ $\quad V_A = 0V$

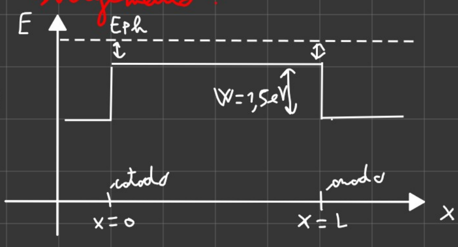
2) $\lambda = 200\ nm$ $\quad E_K, v$ ANODO

3) $\underline{V_{STOP}}$? $\lambda = 200nm$ $I_{ph}(V_A)$

4) $V_A = 2V$ $\lambda = 200nm$ $E_K, v$ ANODO $\quad \lambda(x)$?

svolgimento:

1)




$E_{ph} \geq W$

$E_{ph} = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$

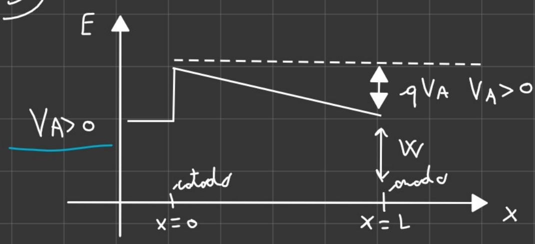
$\frac{hc}{\lambda} \geq W$

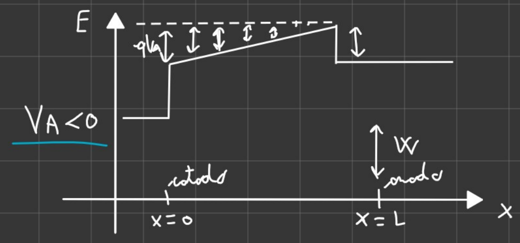
$\boxed{\lambda \leq \frac{hc}{W}} \rightarrow \underline{\lambda_{MAX} = 276\ nm}$ ✓

2) $\boxed{E_K = E_{ph} - W} \rightarrow 6,2\,eV - 4,5\,eV = 1,7\,eV = E_K(x=0) = E_K(x=L)$ ✓

$$E = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = 7,67 \cdot 10^5\ m/s$$ ✓

3) ora polarizzo:

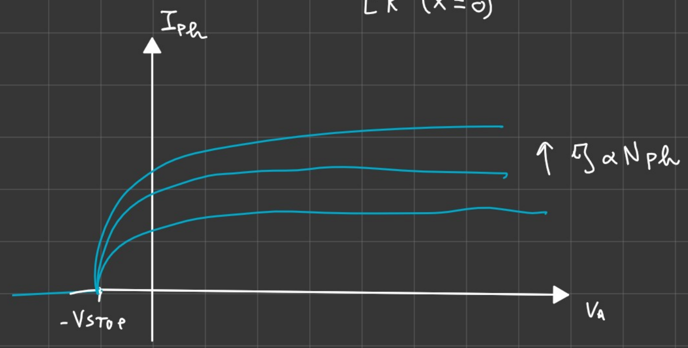


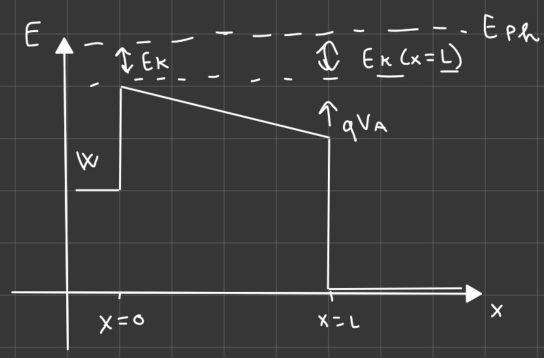

io voglio $E_K(x=L)=0$

$$E_K(x=L) = \underbrace{E_{ph} - W}_{E_K(x=0)} - q|V_A| = 0 \rightarrow |V_A| = \frac{E_{ph}-W}{q} = \frac{E_K(x=0)}{q}$$

$$|V_A| = -1,7\,eV$$




4)




$$E_K(x=L) = E_{ph} - W + qV_A = 3,7\,eV$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = v = \sqrt{\frac{2E_K}{m_e}} = 1,13 \cdot 10^6\ m/s$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$$

$$E_K(x) = E_{ph} - W - qE\,x = E_{ph} - W + q\frac{V_A}{L} x$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{m\left(E_{ph} - W + q\frac{V_A}{L} x\right)}} \qquad \lambda \propto \frac{1}{\sqrt{x}}$$