STABILITÀ E COMPENSAZIONE:

DEFINIZIONE: Un sistema retroazionato con un solo polo (che quindi non può avere uno sfasamento di 360°, che cambierebbe la sua retroazione negativa in una retroazione "positiva") è chiamato sistema incondizionatamente stabile.

Se il sistema ha due o più poli ha invece la possibilità di avere uno sfasamento di 360°

ad esempio se consideriamo un sistema con due poli e nessuno zero:

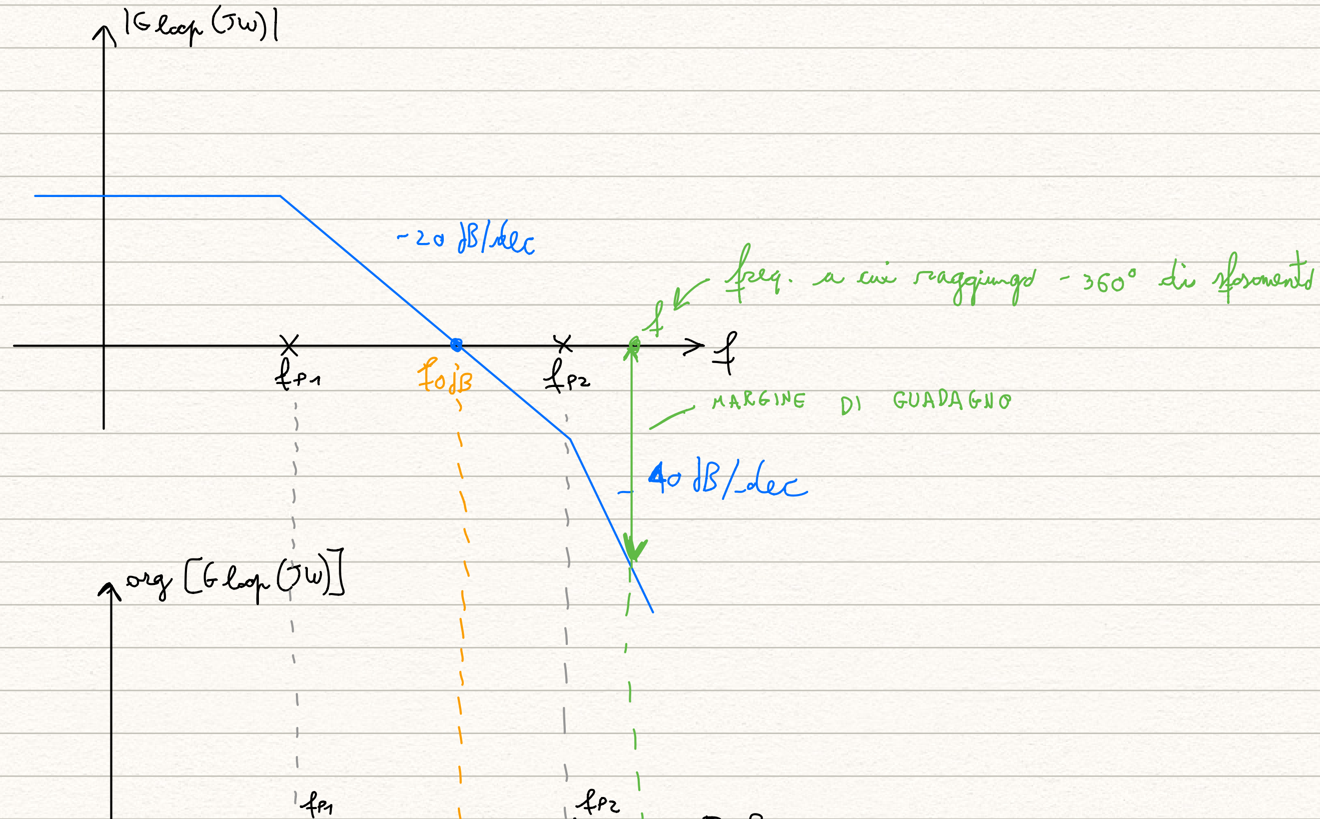
$$G_{loop}(s) = \frac{G_{loop}(0)}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)}$$

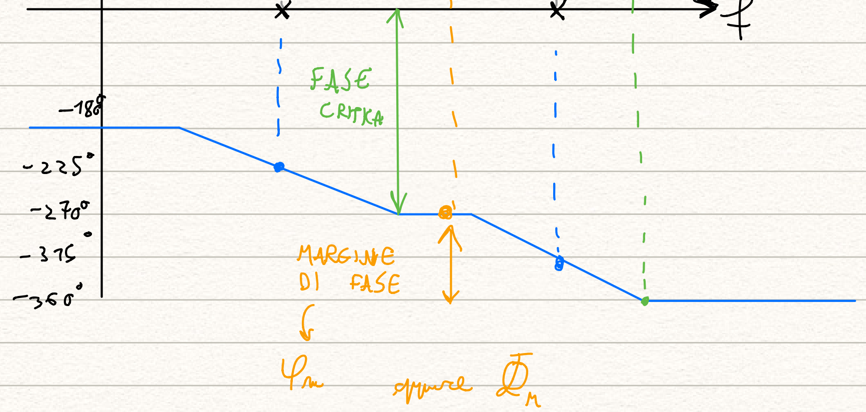
$G_{loop}(0) < 0$
Sistema retroazionato negativamente

$\bar{\omega}$ a cui lo sfasamento raggiunge 360°

- $|G_{loop}(j\bar{\omega})| < 1 \longrightarrow$ SISTEMA STABILE
- $|G_{loop}(j\bar{\omega})| = 1 \longrightarrow$ OSCILLATORE PURO
- $|G_{loop}(j\bar{\omega})| > 1 \longrightarrow$ SISTEMA INSTABILE

CASO 1:





$$\Phi_M = \arg\left[G_{loop}(J\omega)\right] - (-360°)$$

$$\omega_{0dB} = 2\pi f_{0dB}$$

$\Phi_M > 0$ SISTEMA STABILE

$\Phi_M > 45°$ CONDIZIONE PER LA STABILITÀ

$$|G_{loop}(J\bar{\omega})| = 1$$

$$G_{loop}(J\omega) = 1 \cdot e^{-J\theta}$$

$$G_{andata} = -G_{ideale} \cdot G_{loop}$$

$$G_{reale} = \frac{G_{andata}}{1 - G_{loop}} = \frac{G_{andata}}{1 - 1e^{-J\theta}} = \frac{-G_{ideale} \cdot G_{loop}}{1 - e^{J\theta}} = \frac{-G_{ideale} \cdot 1 \cdot e^{-J\theta}}{1 - Je^{J\theta}}$$

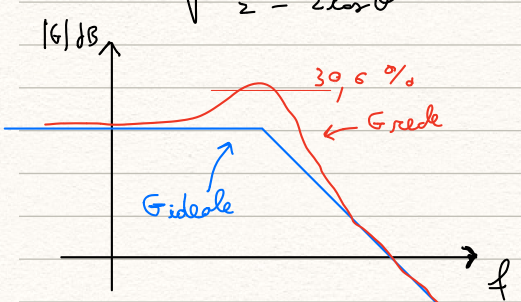
CALCOLO IL MODULO DI G_{reale}:

$$|G_{reale}| = |G_{ideale}| \left| \frac{e^{J\theta}}{1 - e^{-J\theta}} \right|$$

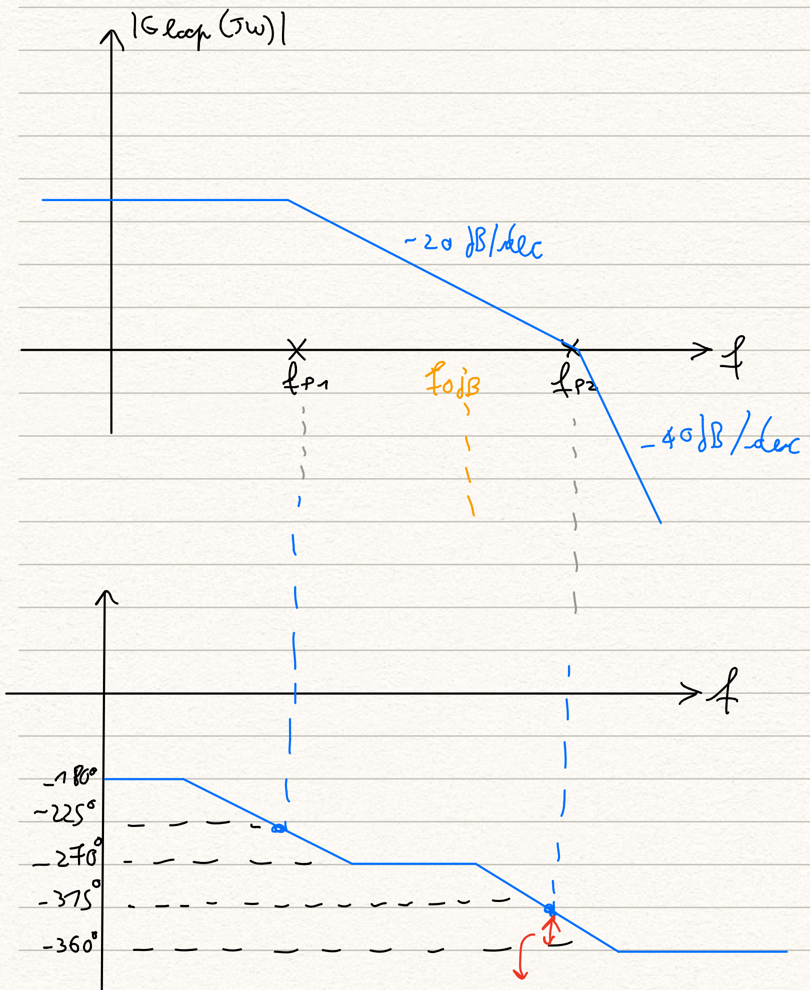
$$e^{-J\theta} = \cos\theta + J\sin\theta$$

$$\left| \frac{e^{-J\theta}}{1 - e^{J\theta}} \right| = \left| \frac{\cos\theta + J\sin\theta}{1 - \cos\theta - J\sin\theta} \right| = \frac{\sqrt{\cos^2\theta + \sin^2\theta}}{\sqrt{(1-\cos\theta)^2 + \sin^2\theta}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 2\cos\theta + \cos^2\theta + \sin^2\theta}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2 - 2\cos\theta}} = \frac{1}{\sqrt{2}\,\underbrace{\sqrt{1 - \cos(-315°)}}_{0,29}} = 1,306$$



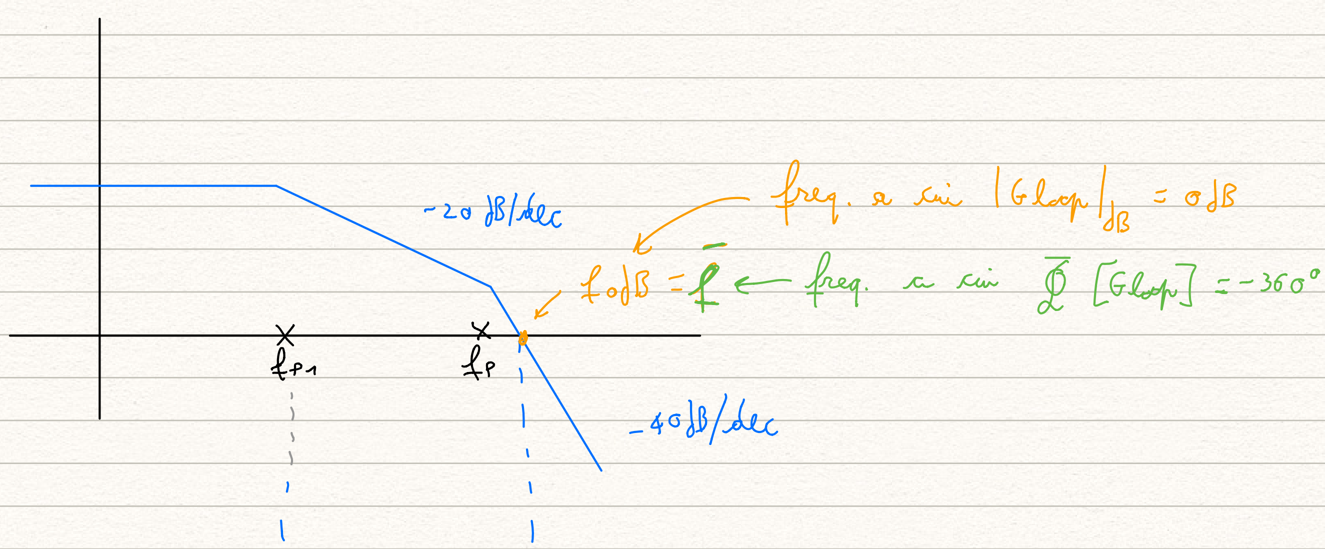
CASO 2:

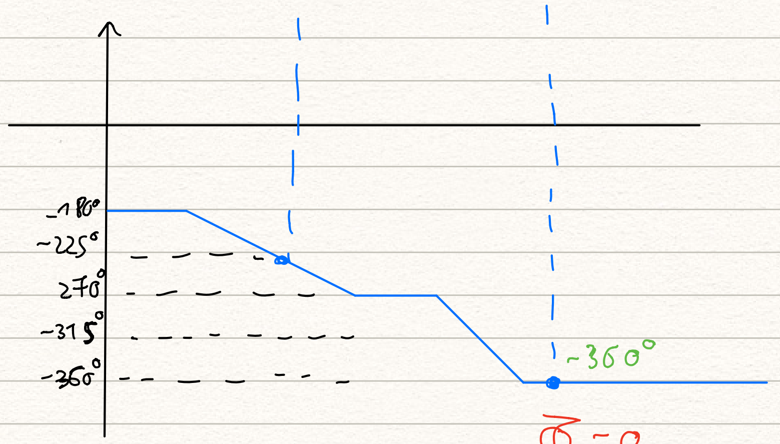


$\Phi_M = 45°$ ← AL LIMITE DELLA STABILITÀ

MARGINE DI FASE: complemento a (-360°) della fase di Gloop alla frequenza alla quale il modulo del Gloop taglia l'asse 0dB.

GRAFICO IN CASO D'INSTABILITÀ:





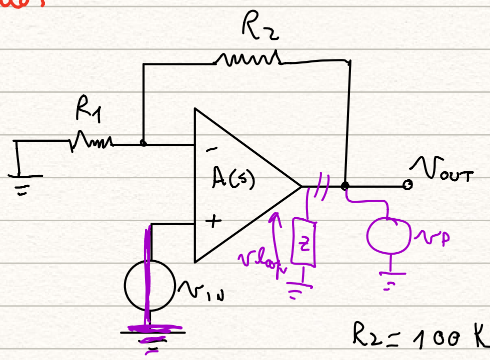
$\Phi_M = 0$ gain margin = 0

CRITERI DI BODE PER LA STABILITÀ

sono una condizione sufficente (non necessaria)

- $|G\,loop\,(j\omega)|$ taglia l'asse 0dB con pendenza -20 dB/dec ⟶ IL SISTEMA È STABILE
- $|G\,loop\,(j\omega)|$ taglia l'asse 0dB con pendenza -60 dB/dec o superiore ⟶ SISTEMA INSTABILE
- $|G\,loop\,(j\omega)|$ taglia l'asse 0dB con pendenza -40 dB/dec ⟶ NON SI SA COSA DIRE

esempio:



$R_2 = 100\,K\Omega$

$R_1 = 100\,\Omega$

GUADAGNO AD ANELLO APERTO DELL' OP. AMP.

$$A(s) = \frac{A_0}{(1+s\tau_1)\,(1+s\tau_2)}$$

$$f_{P1} = \frac{1}{2\pi\tau_1} = 500\ KHz$$

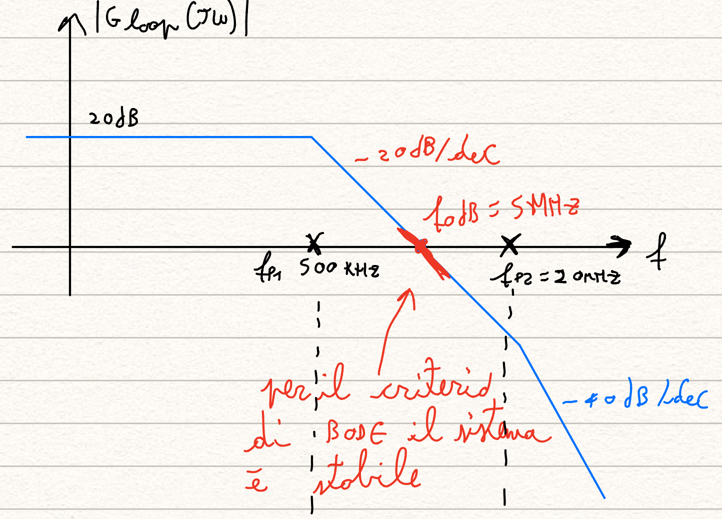
$$f_{P2} = \frac{1}{2\pi\tau_2} = 20\ MHz$$

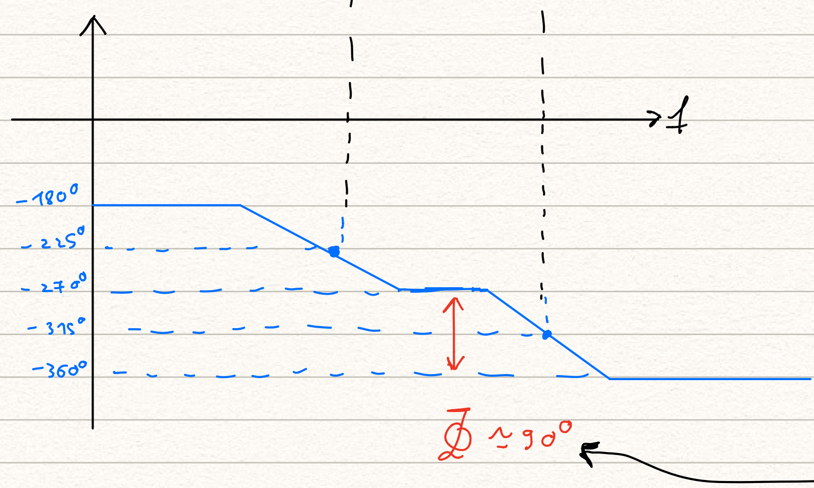
$A_0 = 80$ dB

CALCOLARE IL MARGINE DI FASE

$$G_{loop}(s) = \frac{v_{loop}(s)}{v_p(s)} = \frac{-R_1}{R_1+R_2}\,A(s)$$

$$|G_{loop}(0)| = \frac{R_1}{R_1+R_2}\,A_0 \simeq \frac{10^2}{10^5}\cdot 10^4 = 10 = 20\,dB$$





MARGINE DI FASE:

$$\Phi_m = \left[-180° - \operatorname{arctg}\frac{f_{0dB}}{f_{P1}} - \operatorname{arctg}\frac{f_{0dB}}{f_{P2}}\right] - (-360°) =$$

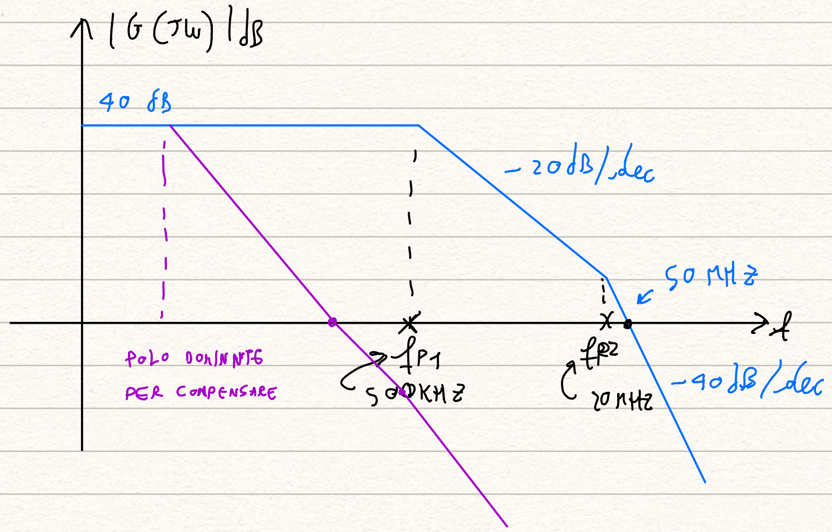
$$\simeq -180° - 84° - 14° + 360° = 82°$$

(B) Se abbassassimo R_2 a $10\,k\Omega$?

$$G_{ideale} = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 101 \longrightarrow \simeq 40\,dB$$

$$G_{loop}(s) = -\frac{R_1}{R_1+R_2}\,A(s) = -\frac{R_1}{R_1+R_2} \cdot \frac{A_0}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)} \simeq \frac{10^2}{10^4+10^2} \cdot \frac{10^4}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)}$$

$$G_{loop}(0) = 100 \longrightarrow 40\,dB$$



$$|G_{loop}(J2\pi f_{P2})|\, f_{P2} = |G_{loop}(J2\pi f_{P1})|\, f_{P1}$$

$$f_{P2} = f_{P1} \cdot \frac{|G_{loop}(J2\pi f_{P1})|}{|G_{loop}(J2\pi f_{P2})|}$$

$$|G_{loop}(J2\pi f_{P2})|\, f_{P2}^2 = f_{0dB}^2 \cdot 1$$

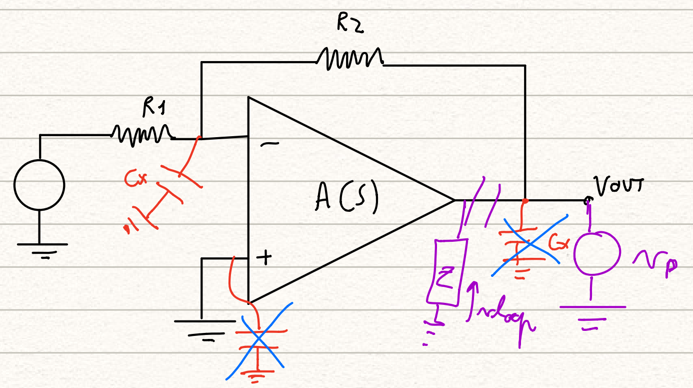
$$f_{0dB} = \sqrt{|G_{loop}(J2\pi f_{P2})|\, f_P^2}$$

$$\Phi_m = \left[-180° - arctg\frac{f_{0dB}}{f_{P1}} - arctg\frac{f_{0dB}}{f_{P2}}\right] - (-360°) = -180° - 89° - 58° + 360° = 33° \;!!!\ldots$$

$\Phi_m < 45° \rightarrow$ Il sistema è stabile da un punto di vista matematico ma non da un punto di vista reale

"unity gain stable" = di un circuito con un operazionale che è stabile con guadagno ad anello chiuso stabile

EFFETTO DI UN CARICO CAPACITIVO IN INGRESSO:



$$A(s) = \frac{A_0}{1 + s\tau_0}$$

C_x capacità parassita al morsetto ⊖

$G_{IDEALE} = -\frac{R_2}{R_1}$ grazie alla terra virtuale

Calcoliamo $G_{loop}(s)$:

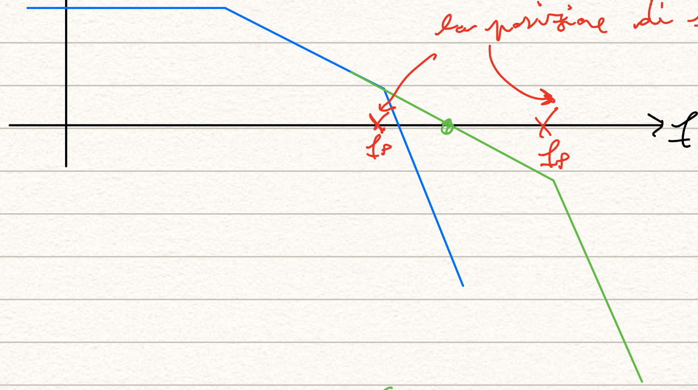
$$G_{loop}(s) = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} A_0 \cdot \frac{1}{1 + s\tau_0} \cdot \frac{1}{1 + s\tau_p}$$

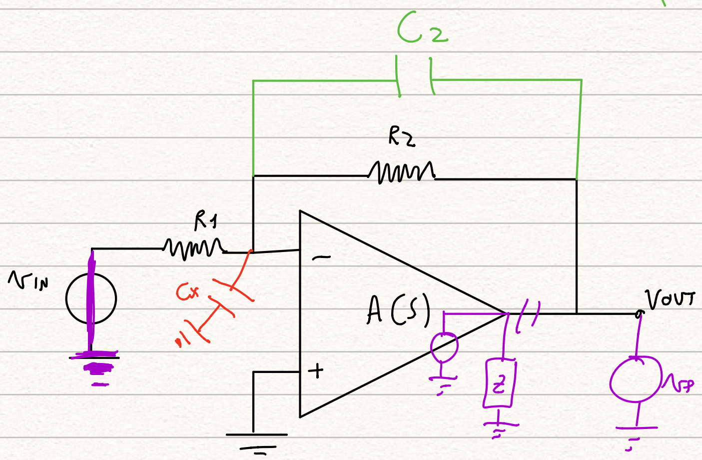
$$\tau_p = C_x (R_1 // R_2) \qquad f_0 = \frac{1}{2\pi\tau_0}$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi\tau_p}$$

$|G_{loop}(Jw)|\, dB$

la posizione di f_p dipende dal valore di C_x





$$G_{loop}(s) = G_{loop}(0) \frac{1}{s\tau_0 + 1} \cdot \frac{1}{1 + s\tau_p}$$

$$\tau_p = (C_x + C_2)(R_1 // R_2)$$

COMPENSAZIONE

$\tau_z = \tau_p$