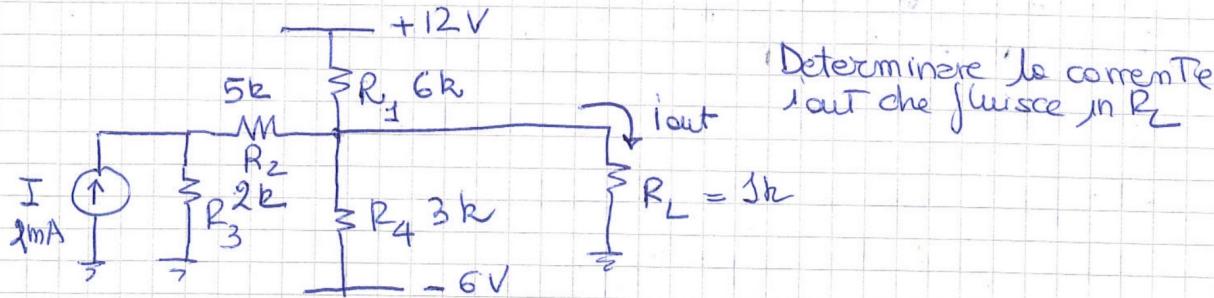
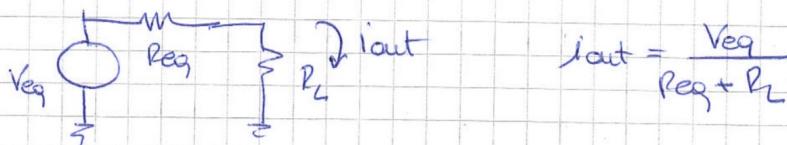


Esercizio iniziale dagli appunti:

ESERCIZIO 10



- Ciruito lineare \Rightarrow eq. Thevenin e sovrapposizione degli effetti.

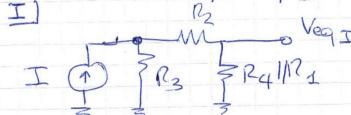


• R_{eq} : spengo tutti i gen. forzanti

$$R_{eq} = R_1 \parallel R_4 \parallel (R_2 + R_3) = \\ = 6k \parallel 3k \parallel 7k = \frac{6 \cdot 3k}{6+3} \parallel 7k = \\ = 2k \parallel 7k = \frac{2 \cdot 7}{2+7} = \frac{14}{9} k = 1.55 k$$

• V_{eq} : sovrapposizione degli effetti, calcolo le tensioni a vuoto

$$V_{eq} = V_{eq}|_I + V_{eq}|_{+12V} + V_{eq}|_{-6V}$$



$$V_{eq}|_I = I \cdot \frac{R_1}{R_3 + [R_2 + R_4 \parallel R_1]} \quad R_4 \parallel R_1 = \\ = 2mA \cdot \frac{2k}{2k + [5k + 3k \parallel 6k]} = \\ \text{partitore di corrente} = 2mA \cdot \frac{2}{9} \times 2k = \frac{8}{9} V$$

+12V

$$\begin{aligned} & V_{eq}|_{+12V} = 12V \cdot \frac{R_4 \parallel (R_2 + R_3)}{R_1 + R_4 \parallel (R_2 + R_3)} = \\ & = 12V \cdot \frac{3k \parallel 7k}{6k + 3k \parallel 7k} = 12V \cdot \frac{2 \cdot 12}{8 \cdot 12} = \\ & = +3.11V \end{aligned}$$

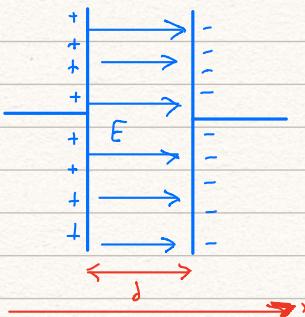
-6V

$$\begin{aligned} & V_{eq}|_{-6V} = \frac{R_1 \parallel (R_2 + R_3)}{R_4 + R_1 \parallel (R_2 + R_3)} (-6V) = \\ & = (-6V) \cdot \frac{6k \parallel 7k}{3k + 6k \parallel 7k} = (-6V) \cdot \frac{42/13}{3+4^2/13} = \\ & = -6V \cdot \frac{42}{42+39} = (-6) \frac{42}{81} = -\frac{84}{27} V = \\ & = -3.11V \end{aligned}$$

$$\therefore V_{eq} = \frac{8}{9} V + 3.11V - 3.11V = \frac{8}{9} V = 0.88 V$$

$$i_{out} = \frac{\frac{8}{9} V}{14k + 12} = \frac{8V}{(14+9)k} = \frac{8}{23} mA = 0.348 mA$$

INTRODUZIONE AI CONDENSATORI:



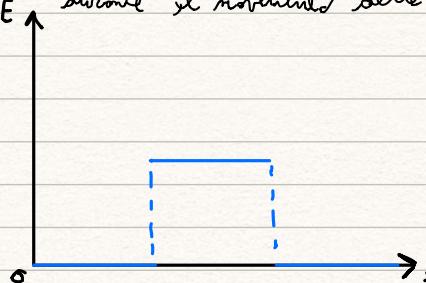
applichiamo il teorema di Gauss

$$\int_{\Sigma_1} \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \int_{-d}^d \frac{\sigma}{\epsilon} dV$$

$$E = \frac{q}{\epsilon A} = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

densità di carica sulla superficie [C/cm^2]

E durante il movimento delle armature



$$\Delta V = \epsilon \cdot d = \frac{Q \cdot d}{\epsilon A} = \frac{Q}{C}$$

$$C = \frac{\epsilon A}{d}$$

[Frad]

Se la carica Q varia nel tempo:

$$dQ = i(t) dt \rightarrow dV(t) = \frac{dQ}{C} = i(t) \cdot \frac{dt}{C}$$

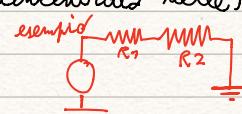
In continua in un condensatore passa 0 corrente

valori tipici: molto piccoli e tolleranze
di circa 20%

$$i(t) = C \frac{dV(t)}{dt}$$

CIRCUITI RC NEL DOMINIO DEL TEMPO:

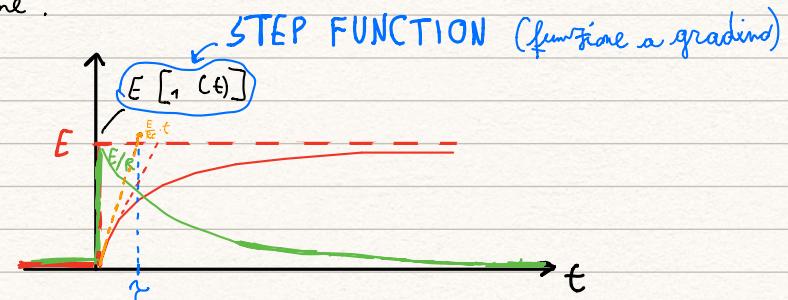
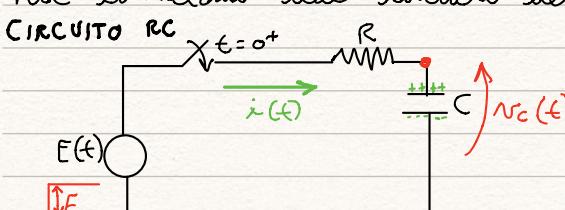
"rete lineare a parametri concentrati" = Il comportamento resistivo è concentrato nelle resistenze, e le connessioni tra i componenti sono ideali (impedenza / resistenza nulla)



• Nella realtà si hanno invece reti a parametri distribuiti.

• L'evoluzione nel tempo di una rete lineare a parametri concentrati è governata da un sistema di equazioni differenziali ordinarie lineari a coefficienti costanti di ordine uguale al numero di componenti reattive indipendenti (non in serie/parallelo tra loro) presenti nella rete.

Noi cominciamo dai circuiti del 1° ordine:



$$C \cdot \frac{dV}{dt} = \frac{E - V}{R} \longrightarrow \frac{dV}{dt} = \frac{E - V}{RC}$$

costante

integrandi entro le parti ottengo a destra una somma
(integro una costante)

Per tempi piccoli l'andamento del condensatore è **lineare** per tempi molto piccoli, ma quando?

equazione differenziale:

$$v_C(t) = E - R \cdot i(t) = E - RC \frac{dv_C(t)}{dt} \longrightarrow v_C(t) = E \left[1 - \exp \left(-\frac{t}{RC} \right) \right] \approx E \cdot \frac{t}{\tau} \quad \tau = RC$$

L'andamento è **lineare** per $t \ll \tau$

- Il condensatore va a regime dopo circa 4-5 τ

"rise-time" = tempo richiesto per passare dal 10% al 90% del valore di tensione.

$$t_{\text{rise}, 10-90\%} = 2.2 \tau$$

METODO DI ANALISI DEI CIRCUITI A SINGOLA COSTANTE DI TEMPO:

TEMPO:

- CALCOLARE LA COSTANTE DI TEMPO τ :

- Spegneri generatori forzanti
- Trovare la resistenza equivalente ai morsetti del condensatore

$$\tau = C \cdot R_{\text{eq}}$$

- CALCOLARE IL VALORE DELLA VARIABILE DI USCITA CON $t = \infty$:

- considera il condensatore un circuito aperto

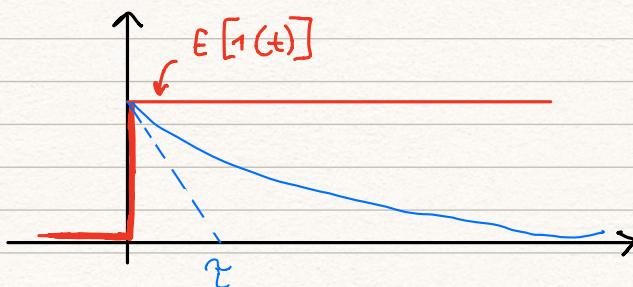
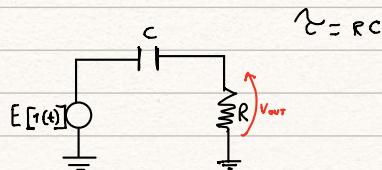
- CALCOLARE IL VALORE DELLA VARIABILE DI USCITA CON $t = 0^+$:

- Considera $\Delta V^+ = \Delta V^-$
- Considera quindi ancora il condensatore come un circuito aperto

- CONNETTO IL VALORE FINALE COL VALORE INIZIALE TRAMITE UN ESPOENZIALE

- L'uscita del circuito RC RALLENTA IL FRONTE, ovvero FILTRA I SEGNALI AD ALTA FREQUENZA

CIRCUITO CR:



$t = 0^+$:

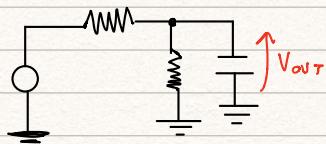
$$\Delta V_C(0^-) = 0 = \Delta V_C(0^+)$$

la differenza di tensione ai capi del condensatore a $t = 0^+$ è 0, quindi :

$$V_{out}(t = 0^+) = E$$

$t = +\infty$: il condensatore si comporta da circuito aperto $\rightarrow V = 0$, $V_{out} = 0$

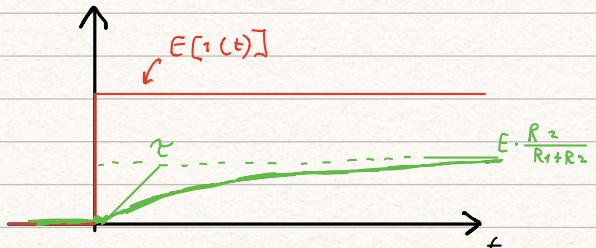
esercizio 1:



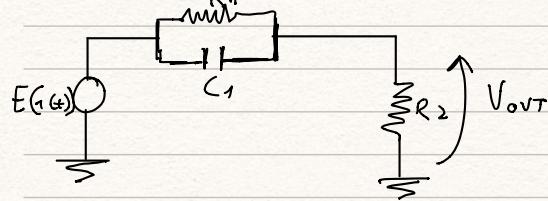
$$t = 0^+ : \Delta V_C(0^-) = \Delta V_C(0^+) \rightarrow V_{out}(0^+) = 0$$

$$t \rightarrow +\infty \quad C_2 \text{ circuito aperto} \quad V_{out} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot E$$

$$\tau = C_2 \cdot R_{eq} = C_2 (R_1 / R_2)$$



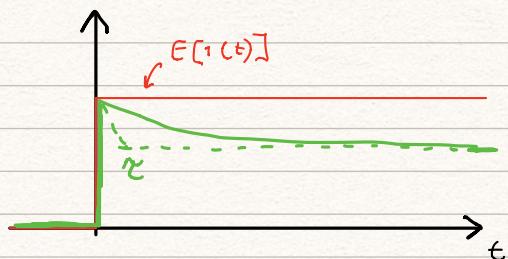
esercizio 2:



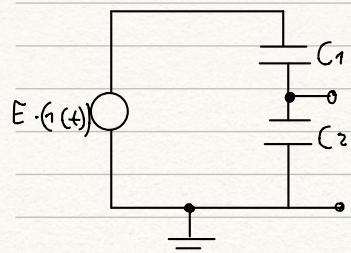
$$t = 0^+ \quad \Delta V_C(0^+) = \Delta V_C(0^-) = 0 \rightarrow V_{out} = E$$

$$t \rightarrow +\infty \quad C_1 \text{ circuito aperto} \quad V_{out} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot E$$

$$R_{eq} = R_1 / R_2 \quad \tau = C_1 \cdot (R_1 / R_2)$$



CAPACITIVE DIVIDER:



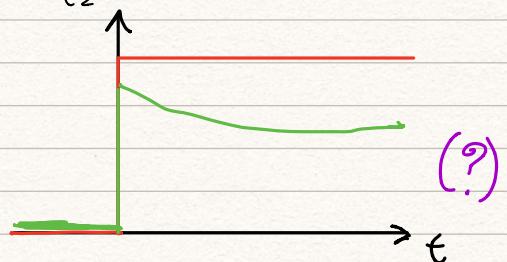
$$C_1 \text{ e } C_2 \text{ sono in serie: } I_1 = I_2 \rightarrow C_1 \frac{dV_1}{dt} = C_2 \frac{dV_2}{dt}$$

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{dV_2}{dV_1} \rightarrow dV_2 = \frac{C_1}{C_2} dV_1$$

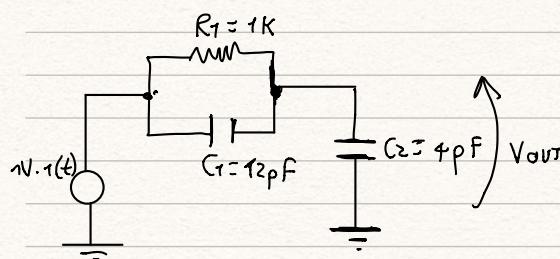
integrandi:

$$V_2 = \frac{C_1}{C_2} V_1 = \frac{C_1}{C_2} (E - V_1) = E \frac{C_1}{C_2} - \frac{C_1}{C_2} V_1$$

$$V_{\text{out}} = V_2 = E \cdot \frac{C_1/C_2}{1+C_1/C_2} = E \frac{C_1/C_2}{1+C_1/C_2} = \boxed{E \cdot \frac{C_1}{C_1+C_2}}$$



esercizio:



$$\tau = R(C_1 + C_2) = 16 \text{ ms}$$

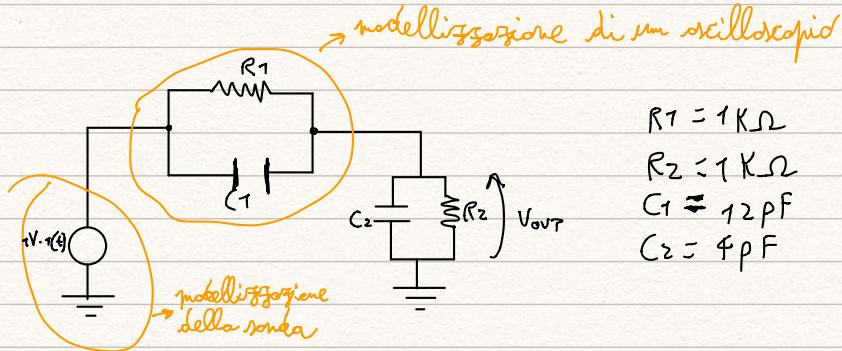


- a $t = +\infty$ i due condensatori sono circuiti aperti quindi $V_{\text{out}} = 1V$

capacità sui cui non ricade

$$\bullet \text{a } t=0^+ \quad V_{\text{out}}(0^+) = \frac{C_1}{C_1+C_2} \cdot 1V = \frac{12 \text{ pF}}{16 \text{ pF}} \cdot 1V = 0.75V$$

PARTITORE CAPACITIVO COMPENSATO: (è il circuito più usato in elettronica)



$$\begin{aligned}R_1 &= 1 \text{ k}\Omega \\R_2 &\leq 1 \text{ k}\Omega \\C_1 &\approx 12 \text{ pF} \\C_2 &= 4 \text{ pF}\end{aligned}$$

- χ : I due condensatori sono tra loro in parallelo e così anche le resistenze

$$\chi = (R_1/(R_2)) \cdot (C_1 + C_2) = (1\text{ k}/1\text{ k}) \cdot (12\text{ pF} + 4\text{ pF}) = 8\text{ ms}$$

- $t \rightarrow \infty$: $V_{out}(t \rightarrow \infty) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot E = 0,5 \text{ V}$

- $t = 0^+$: $V_{out} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot E = 0,75 \text{ V}$

a $t = 0^+$ domina il condensatore

per avere un partitore perfettamente compensato
deve avere: $C_1 R_1 = C_2 R_2$

