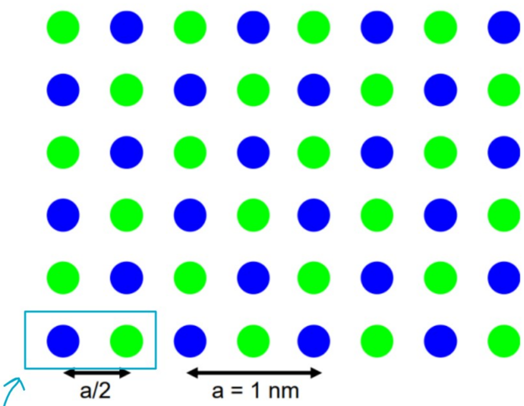
ESERCITAZIONE 8:

esercizio 1, sui reticoli di Bravais:

Esercizio 1

Si consideri la struttura atomica bidimensionale mostrata in figura. Dire se tale struttura è un reticolo di Bravais motivando la risposta. Nel caso in cui non fosse un reticolo di Bravais, proporre una possibile combinazione reticolo-base. Si indichi una possibile coppia di vettori primitivi, una possibile cella primitiva e si calcoli la densità atomica della struttura.



base, non è un reticolo di Bravais

ottengo una cella primitiva

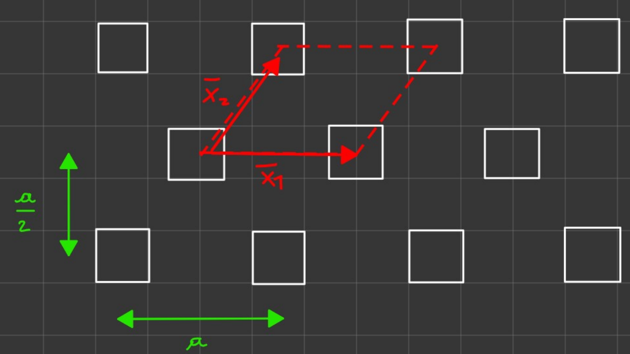
$N_{basi\ per\ cella}: 4 \cdot \frac{1}{4} = 1$

$\frac{2\ atomi}{\cancel{base}} \cdot \frac{1\ \cancel{base}}{cella} = \frac{2\ atomi}{cella}$

$A = 1\ nm \cdot 0,5\ nm = 0,5\ \frac{(nm)^2}{cella}$

densità atomica

$\rho_{AT} = \frac{2\ atomi/cella}{0,5 (nm)^2/cella} \simeq 4\ \frac{atomi}{(nm)^2} = 4 \cdot 10^{-18}\ m^2 = 4 \cdot 10^{-14}\ cm^2$

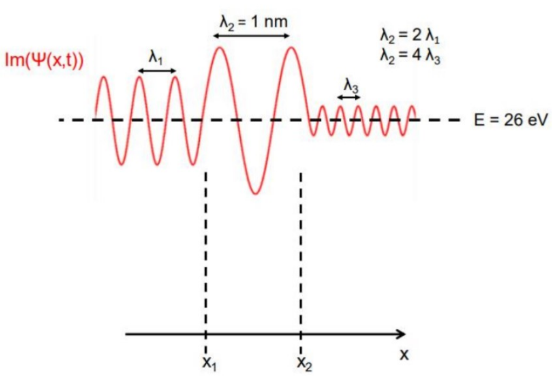


ho un reticolo obliquo

esercizio 2:

Esercizio 2

Un elettrone di energia $E = 26\ eV$ proveniente da sinistra incontra un profilo di potenziale $V(x)$ ignoto ($E > V$). A partire dall'andamento della parte immaginaria della funzione d'onda dell'elettrone ad un certo istante t, si risalga a $V(x)$ fornendone un grafico quotato. Si supporti tale grafico attraverso argomenti qualitativi sull'autofunzione dell'elettrone.

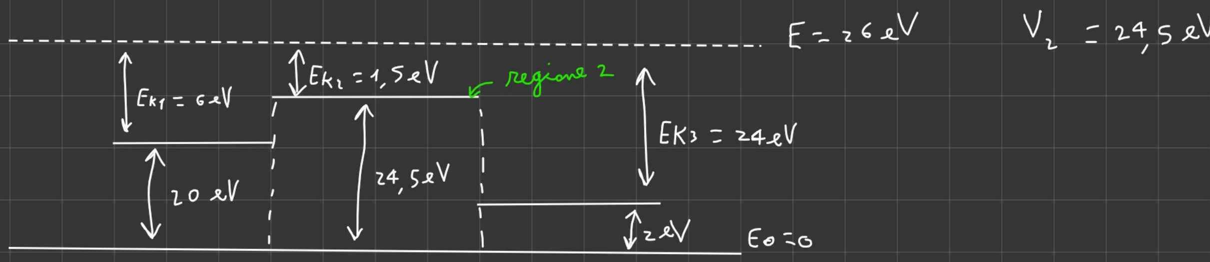


$\lambda_1 = 0,5\ nm$

$\lambda_3 = 0,25\ nm$

$E_K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m} = \frac{1}{2} \frac{h^2}{m\lambda^2}$ $\qquad p = \frac{h}{\lambda}$

$E_{K_2} = 1{,}5\,eV$



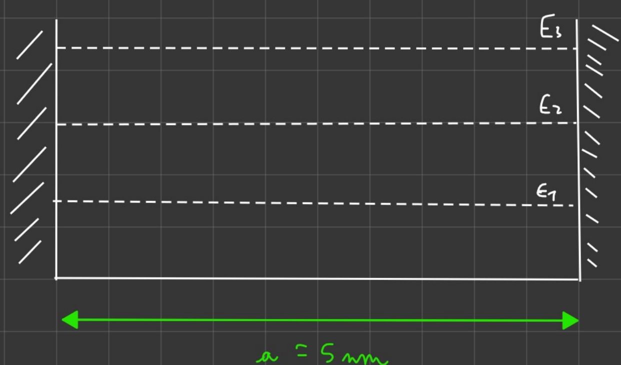
$\lambda_1 = \frac{1}{2}\lambda_2$ $\qquad E_{K_1} = 4 E_{K_2} = 6\,eV \rightarrow V_1 = 26\,eV - 6\,eV = 20\,eV$

$\lambda_3 = \frac{1}{4}\lambda_2$ $\qquad E_{K_3} = 16 E_{K_2} = 24\,eV \rightarrow V_3 = 26\,eV - 24\,eV = 2\,eV$

esercizio 3:

Esercizio 3

Si consideri una buca di potenziale monodimensionale a pareti infinite di larghezza $a = 5\,nm$. Determinare le energie dei primi 3 autostati confinati. Considerando il terzo autostato, determinare 1) dove la probabilità di trovare un elettrone è nulla e 2) la lunghezza d'onda del fotone emesso a causa del rilassamento dell'elettrone dal terzo autostato al primo autostato.



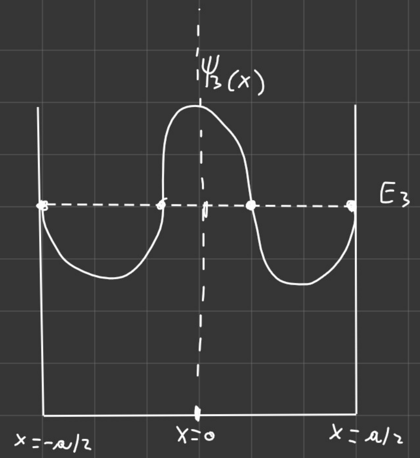
1) E_1, E_2, E_3

2) prob. di trovare e^- nulla

3) $\lambda_{3\to1}$

1) $E = n^2 \frac{h^2}{8ma^2} \longrightarrow$ $E_1 = 15\,meV$ $\qquad E_2 = 60\,meV$ $\qquad E_3 = 135\,meV$

2)



$x_1 = -\frac{a}{2} = -2{,}5\ nm$

$x_2 = x_1 + \frac{\lambda_3}{2} = -0{,}83\ nm$

$\lambda_3 ? \rightarrow 3\frac{\lambda_3}{2} = a \rightarrow \lambda_3 = \frac{2}{3}a = 3{,}33\ nm$

l'autofunzione è pari $\rightarrow x_4 = 2{,}5\ nm$

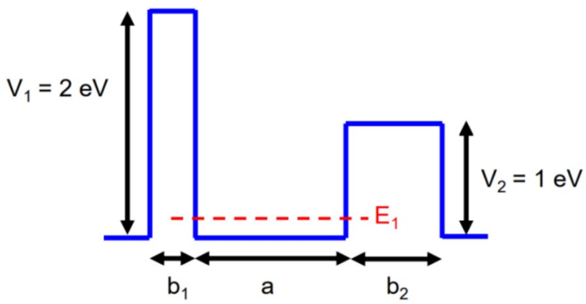
3) $E_3 - E_1 = 135\ meV - 15\ meV = 120\ meV$

$E = \frac{hc}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} \rightarrow \frac{hc}{\Delta E_{3\rightarrow 1}} = 10{,}33\ \mu m$

Esercizio 4:

Esercizio 4

Si consideri il profilo di potenziale in figura, dove un elettrone è inizialmente posizionato nella buca centrale. Determinare la larghezza della buca a affinché un elettrone nello stato fondamentale abbia energia $E_1 = 0.5\ eV$. Determinare b_1 e b_2 affinché l'elettrone abbia uguale probabilità di tunneling verso destra e verso sinistra, con un tempo di tunneling medio (riferito alla singola barriera) $T_{tun} = 1\ s$.



1) a? $a: E_1 = 0{,}5\ eV$

2) b_1, b_2? $b_1 b_2: P_{T1} = P_{T2}$

$T_{TUN} = 1\ s$

1) $E_n = n^2 \frac{h^2}{8ma^2} \rightarrow a = \frac{h}{\sqrt{8mE_1}} = 0{,}868\ nm$ ✓

$E = \frac{1}{2}mv^2$

$v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$

2) $t_{TUN} = \frac{t_{AR}}{P_T}$

$t_{AR} = \frac{2a}{v} = 4{,}15\ fs = 4{,}15 \cdot 10^{-15}\ s$

$P_T = \frac{t_{AR}}{T_{TUN}} = 4 \cdot 10^{-15}$

ora uso WKB

$P_T = e^{-2\alpha b_2}$

$\alpha = \frac{\sqrt{2m(V_2 - E_1)}}{\hbar}$

$$\log(P_T) = -2b_2 \frac{\sqrt{2m(V_2 - E_1)}}{\hbar} \rightarrow b_2 = 4,57\ nm$$

$$b_2 = -\frac{\hbar \log(P_T)}{\sqrt{2m(V_2 - E_1)}}$$

$$\log(P_T) = -2b_1 \frac{\sqrt{2m(V_1 - E_1)}}{\hbar} \rightarrow b_1 = 2,64\ nm$$

più energia viene compensata da meno distanza

Secondo metodo

$t_0 = t_A \cdot \frac{1}{2}$

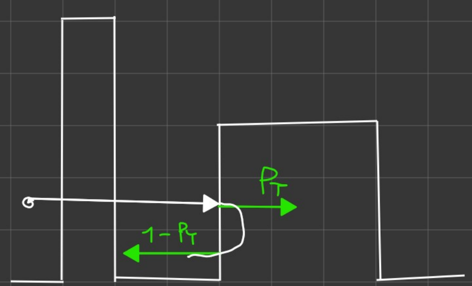
$P_0 \simeq P_T$

$t_1 = t_A + t_R = 2t_A + t_{AR}$

$P_1 = (1 - P_T)P_T$

$t_n = (n+1)\frac{t_{AR}}{2}$

$P_n = (1 - P_T)^n P_T$



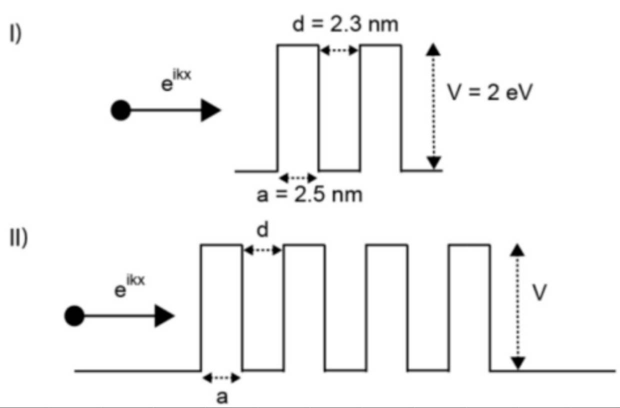
$$t_{TUN_{1,2}} = \frac{t_{AR}}{P_T} \cdot \frac{1}{2}$$

$$T_{TUN_{1,2}} = \frac{1}{\frac{1}{T_{TUN_1}} + \frac{1}{T_{TUN_2}}} = \frac{T_{TUN}}{2}$$

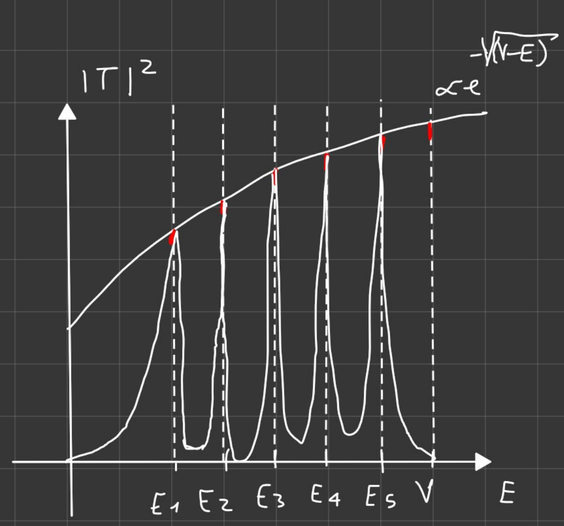
esercizio 5:

Esercizio 5

Si consideri il profilo di potenziale barriera-buca-barriera in figura (1) ed un elettrone incidente da sinistra verso destra. Utilizzando l'approssimazione di buca a pareti infinite, si rappresenti qualitativamente il modulo quadro del coefficiente di trasmissione $|T_1|^2$ in funzione di E per $E < V$. Inoltre, estendendo il profilo di potenziale al reticolo mostrato in figura (2), si rappresenti in modo qualitativo $|T_2|^2$ in funzione di E per $E < V$. Nel caso in cui si considerasse ogni buca a pareti finite, come cambierebbe qualitativamente il grafico ottenuto?



1)



l'elettrone può tunnellare solo se, una volta che io passo nel dominio successivo, l'energia è ammessa dall'eq. di Schrodinger come soluzione in quel dominio

prima di tutto calcolo gli autostati della buca a pareti infinite

$$E_n = n^2 \frac{h^2}{8 m d^2} \longrightarrow E_1 = 71{,}3 \text{ meV}$$

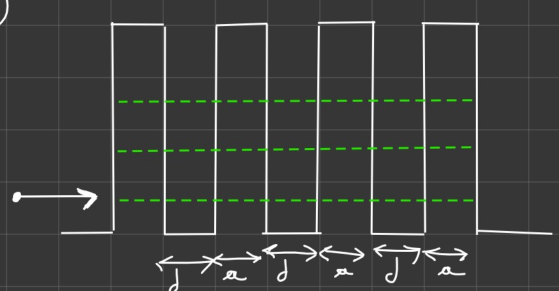
$E_2 = 285{,}2$ meV

$E_3 = 641$ meV

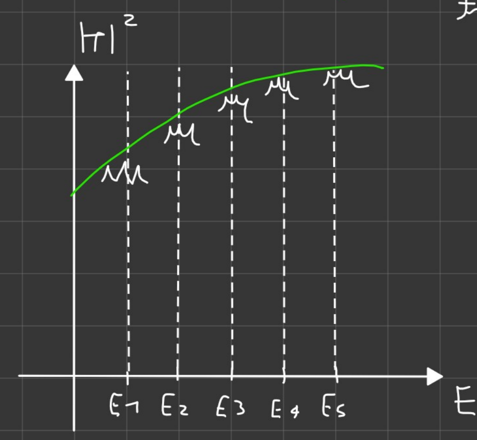
$E_4 = 1{,}14$ eV

$E_5 = 1{,}78$ eV

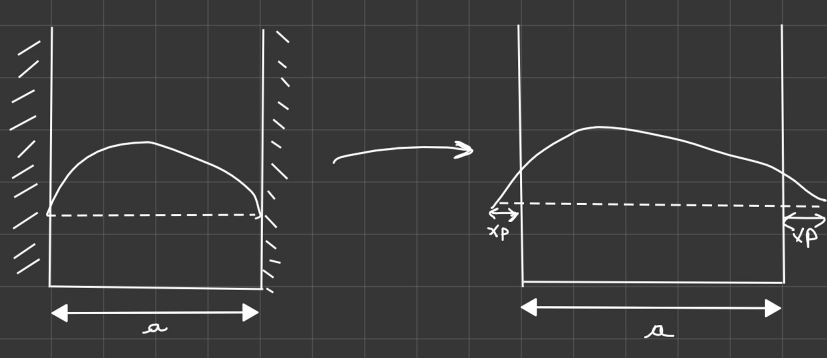
2)



avrò 3 picchi (per via del tripletto di buche)



3) Cosa succede se considero ora una buca a pareti finite?



$x_p = 1/\alpha \rightarrow \frac{\lambda'}{2} = \frac{\lambda}{2} + 2x_p$

$\frac{\lambda}{2} = a$

Con la buca a pareti finite sta facendo aumentare la mia lunghezza d'onda:

$$\lambda' = \lambda + 4x_p$$

Un incremento di lunghezza d'onda porta a una riduzione dell'energia, con un conseguente spostamento dei picchi nel grafico.