

acm-template

langman

February 21, 2018

Contents

| | | |
|----------|-------------|-----------|
| 1 | 头文件 | 3 |
| 2 | 图论 | 4 |
| 2.1 | 并查集 | 4 |
| 2.2 | 最短路 | 5 |
| 2.2.1 | dijkstra | 5 |
| 2.2.2 | spfa | 5 |
| 2.2.3 | Flody | 7 |
| 2.3 | 最小生成树 | 7 |
| 2.4 | 最大流 | 8 |
| 2.4.1 | Dinic | 8 |
| 3 | 数学方面 | 10 |
| 3.1 | 三个特别的数 | 10 |
| 3.1.1 | Fib 数列 | 10 |
| 3.1.2 | 卡特兰 数 | 10 |
| 3.1.3 | 斯大林公式 | 10 |
| 3.2 | 数论 | 10 |
| 3.2.1 | 欧几里得 | 10 |
| 3.2.2 | 乘法逆元 | 12 |
| 3.2.3 | 欧拉函数 | 12 |
| 3.2.4 | 莫比乌斯函数 | 13 |
| 3.3 | 组合数学 | 15 |
| 3.3.1 | 求组合数 | 15 |
| 3.3.2 | lucas定理 | 15 |
| 3.4 | 线代 | 17 |
| 3.4.1 | 矩阵快速幂 | 17 |
| 3.4.2 | 矩阵方面知识 | 18 |
| 3.5 | 计算几何 | 18 |
| 3.5.1 | 几何基本知识 | 18 |
| 3.5.2 | 判断点是否在多边形中 | 19 |

| | | |
|----------|---------------------|-----------|
| 4 | 状态转移 dp | 19 |
| 4.1 | 背包 | 19 |
| 4.2 | 树形dp | 19 |
| 4.3 | 数位dp | 19 |
| 4.4 | 状压dp | 19 |
| 4.5 | dp | 20 |
| | 4.5.1 LIS | 20 |
| 5 | The end | 20 |

1 头文件

```
#include <iostream>
#include <cstdio>
#include <cstring>
#include <string>
#include <algorithm>
#include <queue>
#include <stack>
#include <vector>
#include <cmath>
#include <set>
#include <cstdlib>
#include <functional>
#include <climits>
#include <cctype>
#include <iomanip>
using namespace std;
typedef long long ll;
#define INF 0x3f3f3f3f
const int mod = 1e9+7 ;
#define clr(a,x) memset(a,x,sizeof(a))
#define cle(a,n) for(int i=1;i<=n;i++) a.clear();
const double eps = 1e-6;
int main()
{
    freopen("in.txt","r",stdin);
    freopen("out.txt","w",stdout);
    //舒服了
    return 0;
}
```

2 图论

2.1 并查集

```
int par[maxn];
int rank[maxn];

void init()
{
    for(int i = 1; i <= n; i++)
    {
        par[i] = i;
        rank[i] = 0;
    }
}

int find(int x)
{
    return x == par[x] ? x : find(par[x]);
}
```

2.2 最短路

两种算法 但是要注意dijkstra无法处理负边的情况

2.2.1 dijkstra

需要注意的在于 可以更优化 我没写了 而且需要注意重边的情况

```
//dijkstra 算法
//无负权
int map[2005][2005]; //记录路径 注意双向
int dp[2005]; //单源最短路径记录
bool vis[2005]; //记录是否用过
int N; //顶点数
void dijkstra(int s)
{
    clr(dp, INF);
    clr(vis, 0);
    dp[s] = 0;
    while(true)
    {
        int v = -1;
        for(int u = 1; u <= N; u++) //从没用过的点中找一个距离最小的顶点
        {
            if(!vis[u] && (v == -1 || dp[u] < dp[v]))
                v = u;
        }
        if(v == -1) break;
        vis[v] = true;
        for(int i = 1; i <= N; i++)
        {
            dp[i] = min(dp[i], dp[v] + map[v][i]);
        }
    }
}
```

2.2.2 spfa

需要注意的是怎么建边 双向边?

```
// Bellman Ford 存在最短路 这个比较难看感觉
//这个可以有负权
//但是 spfa 是在bellmen Ford 的基础上的加强
//这里用的是用前向星的方法去建图
//这里不用判重边的还是很舒服
int N, M;
```

```

int cnt;
struct edge{
int to,Next,w;
}E[maxn];
int pre[maxn],dp[maxn];//pre 路径结点 dp 最短路
bool vis[maxn];
int in[maxn];//这个的作用在于处理进去过多少次 就能看出是不是存在负环
void addedge(int x,int y,int z)
{
E[++cnt] .to = y;
E[cnt].Next = pre[x];
E[cnt].w = z;
pre[x] = cnt;
return;
}
bool spfa(int s)//这个算法还能判断是否存在负环
{
int i,t,temp;
queue<int>Q;
clr(vis,0);
clr(dp,INF);
clr(in,0);

Q.push(s);
vis[s] = true;
dp[s] = 0;

while(!Q.empty())
{
t = Q.front();Q.pop();vis[t] = false;
for(i = pre[t];i;i=E[i].Next)
{
temp = E[i].to;
if(dp[temp] > dp[t]+E[i].w)
{
dp[temp] = dp[t]+E[i].w;
if(!vis[temp])
{
Q.push(temp);
vis[temp] = true;
if(++in[temp]>N) return false; //负环判定关键
}
}
}
}
}

```

```

}
return true;
}

```

2.2.3 Flody

这个就不写了,一个小dp

2.3 最小生成树

这是个什么玩意呢 图里面是吧,找到n-1条边使得生成一颗树,然后他的边权之和最小

```

//prime 算法
//还有一个不想去写了 没有这个必要
//注意重边
// 还有这个算法 在树生成不起来的情况下 需要特判一下
// dfs一遍就行 看是否全联通
int map[maxn][maxn];
int dp[maxn];
int vis[maxn];
int N;
int prime()
{
    clr(dp,INF);
    clr(vis,0);
    dp[1] = 0;
    int res = 0;
    while(true)
    {
        int v = -1;
        for(int u = 1;u<=N;u++)
        {
            if(!vis[u] && (v==-1 || dp[u]<dp[v])) v = u;
        }
        if(v == -1) break;
        vis[v] = 1;
        res += dp[v];
        for(int u = 1;u<=N;u++)
        {
            dp[u] = min(dp[u],map[v][u]);
        }
    }
    return res;
}

```

2.4 最大流

2.4.1 Dinic

板子先存着,坑定用的着

```
//最大流 dinic算法
//记得有时候要建双向边
const int MAXN = 1000;
struct edge{int to,cap,rev;}; //用边来存图
vector<edge>G[MAXN]; //图的链接表表示
int level[MAXN]; //顶点到源点的距离标号
int iter[MAXN]; //当前弧在其之前的边已经没有用了

void addedge(int from,int to,int cap) //为图加一条从from到to的容量为cap的边
{
    G[from].push_back((edge){to,cap,(int)G[to].size()});
    G[to].push_back((edge){from,0,(int)G[from].size()-1});
}

void bfs(int s) //bfs计算从源点出发的距离标号
{
    clr(level,-1);
    queue<int>que;
    level[s] = 0;
    que.push(s);
    while(!que.empty())
    {
        int v = que.front();
        que.pop();
        for(int i = 0;i<G[v].size();i++)
        {
            edge &e = G[v][i];
            if(e.cap>0 && level[e.to]<0)
            {
                level[e.to] = level[v]+1;
                que.push(e.to);
            }
        }
    }
}

int dfs(int v, int t,int f) //通过dfs寻找增广路
{
    if(v == t) return f;
    for(int i = iter[v] ;i<G[v].size();i++)
    {
```



```

    edge &e = G[v][i];
    if(e.cap > 0 && level[v] < level[e.to])
    {
        int d = dfs(e.to,t,min(f,e.cap));
        if(d>0)
        {
            e.cap -=d;
            G[e.to][e.rev].cap += d;
            return d;
        }
    }
}
return 0;
}
int max_flow(int s,int t)    //从 s 到 t 的最大流
{
    int flow = 0;
    while(true)
    {
        bfs(s);
        if(level[t] < 0 ) return flow;
        clr(iter,0);
        int f;
        while((f = dfs(s,t,INF)) > 0 )
            flow += f;
    }
}

```

3 数学方面

3.1 三个特别的数

3.1.1 Fib 数列

$$f(x) = f(x-1) + f(x-2)$$

$$f(0) = 0, f(1) = 1$$

3.1.2 卡特兰 数

$$\sum_{i=1}^n f_i * f_{n-i} = f_n$$

$$h(n) = C_{2n}^n - C_{2n-1}^n$$

注意它这个数字来自于什么情况。

3.1.3 斯大林公式

$$\sqrt{2 * PI * n} * \left(\frac{n}{e}\right)^n = n!$$

3.2 数论

第一个自然是最基础的欧几里得算法，欧几里得算法的用处有很多，求最大公倍数，解方程，很多。在后面的过程会把一些常见的板子列出来，一般来说这些板子都已经经过验证，但是不好说对吧。简单题我们可以通过一些模板直接得出答案，但是怎么说，这些对于难题估计只能算工具，重要的是如何转换。

3.2.1 欧几里得

//欧几里得求最大公因数

```
int gcd(int a, int b)
{
    return b == 0 ? a : gcd(n, a % b);
}
```

//扩展欧几里得算法

// $a*x + b*y = gcd(a, b)$ 这个用于 x 和 y

// 不能肯定 x, y 的正负

```
int exgcd(int a, int b, int &x, int &y)
{
    if (b == 0)
    {
        x = 1;
        y = 0;
    }
}
```

```

        return a;
    }
    int r = exgcd(b,a%b,x,y);
    int t = y;
    y = x - (a/b)*y;
    x = t;
    return r;
}

```

然后是基于这个定理得出的一个定理，中国剩余定理

```

int n;
ll a[maxn],m[maxn]; //a余数 m除数
ll gcd(ll a,ll b) {
    return !b?a:gcd(b,a%b);
}
ll exgcd(ll a,ll b,ll &x,ll &y) {
    if (!b) {
        x=1,y=0;
        return a;
    }
    ll d=exgcd(b,a%b,y,x);
    y-=(a/b)*x;
    return d;
}
ll inv(ll a,ll m) {
    ll x,y;
    ll d=exgcd(a,m,x,y);
    if (d!=-1) return -1;
    return (x%m+m)%m;
}
bool merge(ll a1,ll m1,ll a2,ll m2,ll &a3,ll &m3) {
    ll d=gcd(m1,m2),c=a2-a1;
    if (c%d) return false;
    c=(c/m2+m2)%m2,
    c/=d,m1/=d,m2/=d,
    c*=inv(m1,m2),
    c=(c/m2+m2)%m2,
    c=(c*m1*d)+a1;
    m3=m1*m2*d;
    a3=(c/m3+m3)%m3;
    return true;
}
ll crt() {
    ll a1=a[1],m1=m[1];

```

```

    for (int i=2;i<=n;i++) {
        ll aa,mm;
        if (!merge(a1,m1,a[i],m[i],aa,mm)) return -1;
        a1=aa,m1=mm;
    }
    return (a1%m1+m1)%m1;
}

```

3.2.2 乘法逆元

思想是通过扩展欧几里得来得出，如果缘分到了，那么 还能用费马小定理来解

```

//扩展欧几里得
int extgcd(int a, int b, int& x, int& y)
{
    int d = a;
    if(b != 0){
        d = extgcd(b, a % b, y, x);
        y -= (a / b) * x;
    }else {
        x = 1;
        y = 0;
    }
    return d;
}

int mod_inverse(int a, int m)
{
    int x, y;
    extgcd(a, m, x, y);
    return (m + x % m) % m;
}

//费马小定理
//模p, p为素数
return quick(a,p-2);

```

3.2.3 欧拉函数

这个东西好呀，他求的是比n小的，并且和n互质的数的个数

```

//欧拉函数 求的是 1 -> n-1 中与n 互质的数的个数
ll phi(ll n) //直接实现
{
    ll rea = n;
    for(int i = 2;i*i<=n;i++)

```

```

{
    if(n%i == 0)
    {
        rea = rea - rea/i;
        do n/=i;
        while(n%i == 0);
    }
    if(n>1)
    rea = rea - rea/n;
    return rea;
}
}
//素数表
bool check[50000];
int p[20000];
void prim()//线性筛素数
{
    clr(check,0);

}

```

更多的来说我觉得这个东西是一个工具，他对解一些题有很重要的作用，起到一个工具的作用 我目前学的比较浅，对他的优化作用没有很深的了解。

3.2.4 莫比乌斯函数

$$F_n = \sum_{i=1}^n f_i$$

$$f_i = \sum_{d|n} u(d) * f\left(\frac{d}{n}\right)$$

和欧拉函数一样很重要的一个函数他的定义我就不说了，毕竟我latex学的还不好，公式的 插入对我来说用处不大。

```

const int MAXN = 100005;
bool check[MAXN+10];
int prime[MAXN+10];
int mu[MAXN+10];
void Moblus()
{
    clr(check,0);
    mu[1] = 1;
}

```

```

int tot = 0;
for(int i = 2; i <= MAXN; i++)
{
    if( !check[i] )
    {
        prime[tot++] = i;
        mu[i] = -1;
    }
    for(int j = 0; j < tot; j++)
    {
        if(i * prime[j] > MAXN) break;
        check[i * prime[j]] = true;
        if( i % prime[j] == 0)
        {
            mu[i * prime[j]] = 0;
            break;
        }
        else
        {
            mu[i * prime[j]] = -mu[i];
        }
    }
}

```

3.3 组合数学

3.3.1 求组合数

第一个是求组合数,方法很多不去列举, 注意的是一一般来说, 组合数都是需要去模一个数, 所以他的分母在计算的时候是需要去求逆元的

```
LL C[1005][1005];
void init()
{
    C[0][0] = 1;
    C[1][0] = C[1][1] = 1;
    for(int i = 2; i <= 1000; i++) {
        C[i][0] = 1;
        for(int j = 1; j <= i; j++)
            C[i][j] = (C[i-1][j-1] + C[i-1][j]) % mod;
    }
}
```

3.3.2 lucas定理

当组合数的基数过大的时候进行这些操作但是注意, 我们的操作也是要求那个模数为素数, 且模数要小的情况下, 素数的情况我们可以用扩展lucas定理来解决。一个工具, 一个数论上的分支。

```
//卢卡斯定理
//用于求组合数 当那两个玩意特别大的时候
//注意啊, 我这里是用快速幂来求乘法逆元
//他的要求为 mod 必须为素数
//好像也没有如果, 不然好像还真不知道
int mod;
ll dp[maxn+5];
void init()
{
    dp[0] = 1;
    for(int i = 1; i <= mod; i++)
    {
        dp[i] = dp[i-1]*i%mod;
    }
}
ll quick(ll a, ll n)
{
    ll res = 1;
    while(n)
    {
        if(n&1) res = res*a%mod;
```

```

        a = (a%mod)*(a%mod)%mod;
        n/=2;
    }
    return res;
}
ll lucas(ll n, ll m)
{
    ll ret = 1;
    while(n && m)
    {
        ll a = n%mod, b = m%mod;
        if(a<b) return 0;
        ret = ((ret * dp[a])%mod*quick(dp[b]*dp[a-b]%mod,mod-2))%mod;
        n/=mod;
        m/=mod;
    }
    return ret;
}
//扩展卢卡斯定理 及p不为素数 p<=1000000左右吧
//还利用了中国剩余定理
ll n,m,MOD,ans;

ll fast_pow(ll a,ll p,ll Mod)
{
    ll ans=1ll;
    for (;p>=1,a=a*a%Mod)
        if (p&1)
            ans=ans*a%Mod;
    return ans;
}
void exgcd(ll a,ll b,ll &x,ll &y)
{
    if (!b) x=1ll,y=0ll;
    else exgcd(b,a%b,y,x),y-=a/b*x;
}
ll inv(ll A,ll Mod)
{
    if (!A) return 0ll;
    ll a=A,b=Mod,x=0ll,y=0ll;
    exgcd(a,b,x,y);
    x=((x%b)+b)%b;
    if (!x) x+=b;
    return x;
}

```



```

11 Mul(11 n,11 pi,11 pk)
{
    if (!n) return 111;
    11 ans=111;
    if (n/pk)
    {
        for (11 i=2;i<=pk;++i)
            if (i%pi) ans=ans*i%pk;
        ans=fast_pow(ans,n/pk,pk);
    }
    for (11 i=2;i<=n%pk;++i)
        if (i%pi) ans=ans*i%pk;
    return ans*Mul(n/pi,pi,pk)%pk;
}
11 C(11 n,11 m,11 Mod,11 pi,11 pk)
{
    if (m>n) return 011;
    11 a=Mul(n,pi,pk),b=Mul(m,pi,pk),c=Mul(n-m,pi,pk);
    11 k=011,ans;
    for (11 i=n;i;i/=pi) k+=i/pi;
    for (11 i=m;i;i/=pi) k-=i/pi;
    for (11 i=n-m;i;i/=pi) k-=i/pi;
    ans=a*inv(b,pk)%pk*inv(c,pk)%pk*fast_pow(pi,k,pk)%pk;
    return ans*(Mod/pk)%Mod*inv(Mod/pk,pk)%Mod;
}
11 slove(11 n,11 m,11 p) //求C(n,m) mod p;
{
    for(11 x=p,i=2;i<=p;i++)
    {
        if(x%i == 0)
        {
            11 pk = 1;
            while(x%i == 0) pk*=i,x/=i;
            ans = (ans + C(n,m,mod,i,pk))%mod;
        }
    }
    return ans;
}

```

3.4 线代

3.4.1 矩阵快速幂

这类方法，很多是用在递推关系式的时候，像什么fib数列什么的。

```

struct node
{
    ll p[2][2];
};
node mut(node a,node b)
{
    node o;
    clr(o.p,0);
    for(int i = 0;i<2;i++)
    {
        for(int j = 0;j<2;j++)
        {
            for(int k = 0;k<2;k++)
            {
                o.p[i][j] =( a.p[i][k] * b.p[k][j] + o.p[i][j])%mod;
            }
        }
    }
    return o;
}
node quick(node a,ll l)
{
    node origin;
    clr(origin.p,0);
    origin.p[1][1] = origin.p[0][0] = 1;
    while(l)
    {
        if(l&1) origin = mut(a,origin);
        a = mut(a,a);
        l/=2;
    }
    return origin;
}

```

3.4.2 矩阵方面知识

就是用高斯消元法去解决一些问题，像什么秩和方阵的值。

3.5 计算几何

3.5.1 几何基本知识

矢量

矢量的乘积有很多的作用，注意定义。适用点在于：1:面积 2: 位置
跨立实验与判断两线段是否相交

线段 P_1P_2, Q_1Q_2 ,相交的条件为

$$P_1Q_1 \times P_1P_2 * P_1P_2 \times P_1Q_2 \geq 0$$

$$Q_1P_1 \times Q_1Q_2 * Q_1Q_2 \times Q_1P_2 \geq 0$$

*pick*定理

线段上的是整数点的数的个数 求gcd;

PICK定理 设以整数点为顶点的多边形的面积为S, 多边形内部的整数点数为N, 多边形边界上的整数点数为L, 则 $S=L/2 + N-1$

3.5.2 判断点是否在多边形中

4 状态转移 dp

dp的定义: 1: 记忆化搜索; 2: 状态转移 所以我们的解决方案总是跟着这个来走, 从定义出发。 难点集中于两个方面, 状态式的确定和状态转移方程的确定

4.1 背包

背包的问题主要有以下几种: 01背包, 部分背包, 完全背包;[相对来说比较简单], 分组背包[个人感觉较难] 背包难在如何, 确定维数, 确定背包的容量是什么以及背包的价值是什么, 还有背包的dp关系转移式。

4.2 树形dp

关键点在于找状态点间的关系, 他一般只有三个关系, 父亲节点, 儿子节点, 还有兄弟节点, 去找他们之间的关系, 所以一般是两遍dfs 找父亲与儿子的关系, 找儿子与父亲的关系。

4.3 数位dp

这个dp的精髓在于记忆化搜索, 也就是在最高位不是被限定的情况下进行记录, 这样的话省掉很多多余的步骤。 所有的出发点都处于这个目的。

4.4 状压dp

这个dp的精髓在于状态转移, 不过能压缩的情况也是很限定的。 像什么每个点的状态在于都是能用两个状态来描述, 且这些点不多, 但是组合的方式很多。 一些状压dp经常用的上的公式。

//1 获得当前行的数

```
int getnum(int x)
{
    int ret = 0;
    while(x)
    {
```

```

        x &= x-1;
        ret++;
    }
    return ret;
}
//2 看当前行左右是不是满足题设
bool check(int x)
{
    if(x & x<<1) return 0;
    return 1;
}
// 看是不是可以满足条件,和题目给的图一样,是可以放的,并且和上一个是不是会冲突
bool suit(int x,int y)
{
    if(x&y) return 0;
    return 1;
}

```

4.5 一些常见的dp

4.5.1 LIS 最长上升子序列

```

LIS(LDS)
template<class Cmp>
int LIS (Cmp cmp)(nlogn)
{
    static int m, end[N];
    m = 0;
    for (int i=0;i<n;i++)
    {
        int pos = lower_bound(end, end+m, a[i], cmp)-end;
        end[pos] = a[i], m += pos==m;
    }
    return m;
}

cout << LIS(less<int>()) << endl;           //严格上升
cout << LIS(less_equal<int>()) << endl;      //非严格上升
cout << LIS(greater<int>()) << endl;         //严格下降
cout << LIS(greater_equal<int>()) << endl;    //非严格下降

```

...

5 The end