# ACM-template

langman

June 27, 2018



Figure 1: stay hungry stay foolish

# ${\bf Contents}$

1	头文	头文件													
2	图论 2.1 2.2 2.3 2.4 2.5	二分图 并查集 最短路 2.3.1 2.3.2 2.3.3	dijkstra	5 6 7 7 7 9 9 10											
3	字符	串 3.0.1 3.0.2 3.0.3	kmp          字典树          ac自动机	12 12 12 13											
4	常用 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5	树状数 前缀和 线段树		15 15 16 17 17 21											
5	<b>数学</b> 5.1 5.2	三个特 5.1.1 5.1.2 5.1.3 数论 5.2.1 5.2.2 5.2.3	" · · · - / · · · · · · · · · · · · · · ·	22 22 22 22 22 22 23 23 23											
	5.3	5.2.4 5.2.5 5.2.6 5.2.7 博弈 5.3.1 5.3.2 5.3.3	欧几里得          乘法逆元          欧拉函数          莫比乌斯函数          主要的解题思想          题型          SG函数	24 26 26 27 29 29 29											

 $SHU-langman \\ CONTENTS$ 

		5.3.4	解题第	部							 						30
	5.4	组合数	学 .								 						30
		5.4.1	求组合														30
		5.4.2	polay														30
		5.4.3	Pell方														31
		5.4.4	lucas														31
	5.5	0.1.1															33
	0.0	5.5.1	fft优化														33
		5.5.2	矩阵性														36
		5.5.3	矩阵力														37
	5.6	计算几		лщ <i>л</i> 													$\frac{37}{37}$
	5.0	ロ <del>タ</del> ノロ 5.6.1	几何基														
		0.0.1															37
		5.6.2	判断点														37
		5.6.3	凸包的	可题		•	•					•					38
6	太状	转移 d	n														39
U	6.1	背包:															39
	-																
	6.2	一些常															39
		6.2.1	LIS 最	长上	.升	子	序:	列									39
	6.3	树形dp									 						40
	6.4	数位dp									 						40
	6.5	状压dp									 						40
	6.6	the end	d								 						41

SHU-langman 1 头文件

# 1 头文件

```
#include <iostream>
#include <cstdio>
#include <cstring>
#include <string>
#include <algorithm>
#include <queue>
#include <stack>
#include <vector>
#include <cmath>
#include <set>
#include <cstdlib>
#include <functional>
#include <climits>
#include <cctype>
#include <iomanip>
using namespace std;
typedef long long 11;
#define INF Ox3f3f3f3f
const int \mod = 1e9+7;
#define clr(a,x) memset(a,x,sizeof(a))
\#define\ cle(a,n)\ for(int\ i=1;i<=n;i++)\ a.clear();
const double eps = 1e-6;
int main()
  freopen("in.txt","r",stdin);
  freopen("out.txt","w",stdout);
  //舒服了
  return 0;
}
```

# 2 图论

# 2.1 二分图

```
判断是否二分图
int color[N], graph[N][N];
//0为白色,1为黑色
bool bfs(int s, int n) {
   queue<int> q;
   q.push(s);
   color[s] = 1;
   while(!q.empty()) {
       int from = q.front();
       q.pop();
       for(int i = 1; i <= n; i++) {
           if(graph[from][i] \&\& color[i] == -1) {
              q.push(i);
              color[i] = !color[from];//染成不同的颜色
          }
          if(graph[from][i] && color[from] == color[i])//颜色有相同,则不是二分图
              return false;
       }
   }
   return true;
}
  求出最大匹配数
#define N 202
              //记录y中节点是否使用 o表示没有访问过,1为访问过
int useif[N];
            //记录当前与y节点相连的x的节点
int link[N];
int mat [N] [N]; //记录连接x和y的边,如果i和j之间有边则为1,否则为0
            //二分图中x和y中点的数目
int gn,gm;
int can(int t)
   int i;
   for(i=1;i<=gm;i++)
   {
      if(useif[i] == 0 && mat[t][i])
          useif[i]=1;
          if(link[i] == -1 || can(link[i]))
          {
            link[i]=t;
```

```
return 1;
           }
       }
    return 0;
}
int MaxMatch()
    int i,num;
    num=0;
    memset(link, 0xff, sizeof(link));
    for(i=1;i<=gn;i++)
      memset(useif,0,sizeof(useif));
       if(can(i)) num++;
    return num;
}
     并查集
2.2
 int par[maxn];
 int rank[maxn];
 void init()
   for(int i = 1;i<=n;i++)</pre>
     par[i] = i;
     rank[i] = 0;
 }
 int find(int x)
   return x==par[x]?x:find(par[x]);
```

# 2.3 最短路

两种算法 但是要注意dijkstra无法处理负边的情况

# 2.3.1 dijkstra

需要注意的在于 可以更优化 我没写了 而且需要注意重边的情况

```
//dijkstra 算法
//无负权
int map[2005][2005];//记录路径 注意双向
int dp[2005];//单源最短路径记录
bool vis[2005];//记录是否用过
int N;//顶点数
void dijkstra(int s)
{
 clr(dp,INF);
 clr(vis,0);
 dp[s] = 0;
 while(true)
 {
   int v = -1;
   for(int u = 1; u <= N; u++) //从没用过的点中找一个距离最小的顶点
     if(!vis[u] && (v==-1 | | dp[u] < dp[v])
     v = u;
   }
   if(v == -1) break;
   vis[v] = true;
   for(int i = 1;i<=N;i++)</pre>
   {
     dp[i] = min(dp[i],dp[v]+map[v][i]);
   }
 }
}
2.3.2 spfa
需要注意的是怎么建边 双向边?
// Bellman Ford 存在最短路 这个比较难看感觉
//这个可以有负权
//但是 spfa 是在bellmen Ford 的基础上的加强
//这里用的是用前向星的方法去建图
//这里不用判重边的还是很舒服
int N,M;
```

```
int cnt;
struct edge{
int to,Next,w;
}E[maxn];
int pre[maxn],dp[maxn];//pre 路径结点 dp 最短路
bool vis[maxn];
int in[maxn];//这个的作用在于处理进去过多少次 就能看出是不是存在负环
void addedge(int x,int y,int z)
{
E[++cnt] .to = y;
E[cnt].Next = pre[x];
E[cnt].w = z;
pre[x] = cnt;
return;
}
bool spfa(int s)//这个算法还能判断是否存在负环
int i,t,temp;
queue<int>Q;
clr(vis,0);
clr(dp,INF);
clr(in,0);
Q.push(s);
vis[s] = true;
dp[s] = 0;
while(!Q.empty())
  t = Q.front();Q.pop();vis[t] = false;
  for(i = pre[t];i;i=E[i].Next)
   temp = E[i].to;
    if(dp[temp] > dp[t]+E[i].w)
     dp[temp] = dp[t]+E[i].w;
     if(!vis[temp])
     {
       Q.push(temp);
       vis[temp] = true;
       if(++in[temp]>N) return false; //负环判定关键
     }
   }
  }
```

```
}
return true;
}
2.3.3 Flody
```

这个就不写了,一个小dp

# 2.4 最小生成树

这是个什么玩意呢 图里面是吧,找到n-1条边使得生成一颗树,然后他的边权 之和最小

```
//prime 算法
//还有一个不想去写了 没有这个必要
//注意重边
// 还有这个算法 在树生成不起来的情况下 需要特判一下
// dfs一遍就行 看是否全联通
int map[maxn] [maxn];
int dp[maxn];
int vis[maxn];
int N;
int prime()
{
  clr(dp,INF);
  clr(vis,0);
  dp[1] = 0;
  int res = 0;
  while(true)
  {
   int v = -1;
   for(int u = 1; u \le N; u++)
     if(!vis[u] && (v==-1 || dp[u] < dp[v])) v = u;
   if(v == -1) break;
   vis[v] = 1;
   res += dp[v];
   for(int u = 1; u \le N; u++)
     dp[u] = min(dp[u],map[v][u]);
  }
  return res;
}
```

# 2.5 最大流

#### 2.5.1 Dinic

{

```
板子先存着,坑定用的着
//最大流 dinic算法
//记得有时候要建双向边
const int MAXN = 1000;
                             //用边来存图
struct edge{int to,cap,rev;};
                             //图的链接表表示
vector<edge>G[MAXN];
                             //顶点到源点的距离标号
int level[MAXN];
                             //当前弧在其之前的边已经没有用了
int iter[MAXN];
void addedge(int from,int to,int cap)
                                      //为图加一条从from到to的容量为cap的边
{
 G[from].push_back((edge){to,cap,(int)G[to].size()});
 G[to].push_back((edge){from,0,(int)G[from].size()-1});
}
                           //bfs计算从源点出发的距离标号
void bfs(int s)
{
 clr(level,-1);
 queue<int>que;
 level[s] = 0;
 que.push(s);
 while(!que.empty())
 {
   int v = que.front();
   que.pop();
   for(int i = 0; i < G[v].size(); i++)
   {
     edge &e = G[v][i];
     if(e.cap>0 && level[e.to]<0)
       level[e.to] = level[v]+1;
       que.push(e.to);
     }
   }
 }
                                     //通过dfs寻找增广路
int dfs(int v, int t,int f)
 if(v == t) return f;
 for(int i = iter[v] ;i<G[v].size();i++)</pre>
```

```
edge &e = G[v][i];
    if(e.cap > 0 && level[v] < level[e.to])</pre>
       int d = dfs(e.to,t,min(f,e.cap));
       if(d>0)
          e.cap -=d;
          G[e.to][e.rev].cap += d;
          return d;
       }
    }
  }
  return 0;
}
int max_flow(int s,int t) //从 s 到 t 的最大流
{
  int flow = 0;
  while(true)
  {
    bfs(s);
    if(level[t] < 0 ) return flow;</pre>
    clr(iter,0);
    int f;
    while((f = dfs(s,t,INF)) > 0 )
    flow += f;
  }
}
```

SHU-langman 3 字符串

# 3 字符串

#### 3.0.1 kmp

**适用点** 这个主要用在,一个是:他的那个周期函数的运用.一个是那个单模板串,多个匹配串的形式. 最主要的运用就是他的那个失配函数的运用.这里就随便弄一个板子过来了,为了打的快一点.

```
int f[ 15000];
void getfill(string s)
{
    memset(f,0,sizeof(f)); //根据其前一个字母得到
    for(int i=1;i<s.size();i++)</pre>
    {
        int j=f[i];
        while(j && s[i]!=s[j])
            j=f[j];
        f[i+1]=(s[i]==s[j])?j+1:0;
    }
}
int find(string a,string s)
{
    int ans=0;
    getfill(s);int j=0;
    for(int i=0;i<a.size();i++)</pre>
        while(j && a[i]!=s[j])
            j=f[j];
        if(a[i]==s[j])
            j++;
        if(j==s.size()){
            ans++;
    }
    return ans;
}
```

# 3.0.2 字典树

这个是一个比较高级的东西,一般这个玩意和前缀有点关系.

//字典树的板子其实比较简单

//主要就是存一些简单的关系,而且好像可以开的挺大的,但是必须开全局才行 //不过这只是一种数据结构,他的操作还有很多其他的用处,算法也是要靠自己去实现的 //很多题型应该是对那个val进行操作 SHU-langman 3 字符串

```
const int maxnode = 1000100, sigma_size = 26;
int trie[maxnode][sigma_size];
int val[maxnode];//这里最简单的意义在于记录那个点是否是单词结尾节点。
inline int idx(char c) { return c-'a'; }
void init()
  clr(trie[0],0);
  clr(val,0);
  sz = 1;
}
void insert(char *s,int value)
    int u=0, n=strlen(s);
    for (int i=0; i<n; i++)
    {
        int c=idx(s[i]);
        if (trie[u][c]==0) //empty
        {
            clr(trie[sz],0);
            val[sz]=0; //not a word
            trie[u][c]=sz++;
       u=trie[u][c];
    }
    val[u] = value;
}
int search(char *s)
{
    int u=0, n=strlen(s);
    for (int i=0; i<n; i++)
        int c=idx(s[i]);
        if (trie[u][c]==0)
            return -1;
       u=trie[u][c];
    return val[u];
}
```

# 3.0.3 ac自动机

呦呦呦这个就高级了,他是基于那两个东西,字典树和kmp所衍生出来的一个算法.

SHU-langman 3 字符串

```
struct Trie
{
   int next[500010][26],fail[500010],end[500010];
   //第一个是他的边,第二个是那个失配数组,第三个是每个结点的权,字典树里面的东西
   int root,L;
   int newnode()//建新结点
       for(int i = 0; i < 26; i++)
           next[L][i] = -1;
       end[L++] = 0;
       return L-1;
   }
   void init()//初始化这颗树
   {
       L = 0;
       root = newnode();
   }
   void insert(char buf[]) //在字典树中插入单词
   {
       int len = strlen(buf);
       int now = root;
       for(int i = 0; i < len; i++)
           if(next[now][buf[i]-'a'] == -1)
               next[now][buf[i]-'a'] = newnode();
           now = next[now][buf[i]-'a'];
       }
       end[now]++;
   void build()//这里就是在做那个啥失配数组
   {
       queue<int>Q;
       fail[root] = root;
       for(int i = 0; i < 26; i++)
           if(next[root][i] == -1)
               next[root][i] = root;
           else
           {
               fail[next[root][i]] = root;
               Q.push(next[root][i]);
       while( !Q.empty() )
           int now = Q.front();
```

Q.pop();

```
for(int i = 0; i < 26; i++)
               if(next[now][i] == -1)
                   next[now][i] = next[fail[now]][i];
               else
               {
                   fail[next[now][i]]=next[fail[now]][i];
                   Q.push(next[now][i]);
               }
       }
   }
   int query(char buf[])
       int len = strlen(buf);
       int now = root;
       int res = 0;
       for(int i = 0; i < len; i++)
           now = next[now][buf[i]-'a'];
           int temp = now;
           while( temp != root )
               res += end[temp];//其实这里的这个玩意不管怎么说应该都只是1,表示有一个!
               end[temp] = 0;//这里的意思我感觉是在与去重
               temp = fail[temp];//向上归根
           }
       }
       return res;
   }
};
```

# 4 常用数据结构

# 4.1 STL

```
//头文件
#include <queue>
#include <stack>
#include <string>
#include <set>
#include <map>
struct cmp1{
   bool operator ()(int &a,int &b){
       return a>b;//最小值优先
```

```
}
};
int main()
{
 //优先队列
 priority_queue<int, vector<int>, cmp1>que1;
 que1.push(i);que1.top();que1.pop();que1.empty();que1.clear();//进,顶,出,空,删,
 //排序
 sort(shu,shu+n,cmp);//范围,排序方式
 //容器
 vector<int>q2; vector<int> q2_1{1,2,3,4};
 q2.push_back(i);q2.top();q2.pop();q2.empty();q2.clear();q2.size();
 //map的一些常见用法
 map<int,int>q;//前面是key,后面val,这是一个映射的过程
 q.insert(make_pair(a,b)); q[a] = b,q.size()//这个是赋值的方法
 for(map<int,int>::iterator i = q.begin();i != q,end();i++) {cout<<(i->first)<<(i->first)<</pre>
 q.count(a),q.find(a),q.clear();//这个是查key a是否出现过,前面的返回的是是否,后面的返
 //set的用法
 set<int>q;
 q.insert(a);q.size();q.clear();
 for(set<<u>int</u>>::iterator j = q.begin();j!=q.end();j++) cout<<*j<<endl; //插入,遍历啥
 //string一些初始化方法
 char shu[100];
 char s1[] = {"dadaa"};
 string a("sssss"), string s = "qqqq", string s1(s,3,4);//s1是s从下标3开始4个字符的拷
 string s2(s,2);//从s2的第二个字符开始拷贝
 string s3(shu,3);//复制字符串cs的前3个字符到s当中
}
     树状数组
适用于的方面是,单点更新,多次查询。
//一维的
int tree[maxn];
int lowbit(int t)
 return t\&(-t);
}
void add(int x,int y)
 for(int i=x;i<=n;i+=lowbit(i))</pre>
 tree[i]+=y;
}
```

```
int getsum(int x)
  int ans=0;
  for(int i=x;i>0;i-=lowbit(i))
    ans+=tree[i];
  return ans;
}
//二维的, 自己感觉一下, 需要容斥一下
int data[MAX][MAX], n;
int lowbit(int x) {
    return x&-x;
}
void Add(int x, int y, int w) {
    for (int i = x; i <= n; i += lowbit(i)) {</pre>
        for (int j = y; j <= n; j += lowbit(j)) {</pre>
            data[i][j] += w;
        }
    }
}
int Sum(int x, int y) {
    int ans = 0;
    for (int i = x; i > 0; i -= lowbit(i)) {
        for (int j = y; j > 0; j = lowbit(j)) {
            ans += data[i][j];
        }
    }
    return ans;
}
```

# 4.3 前缀和

适用于多次区间更新,一次查询,代码就不搞上去了。

# 4.4 线段树

现在的我对于这方面还不够熟悉,先留个板子

```
#define lson rt<<1
#define rson rt<<1/1
//单点更新模板题
const int maxn = 50005;
ll a[maxn];
struct node
{
  int l,r;
```

```
ll sum;
}tree[maxn<<2];</pre>
void build(int rt, int l, int r)//建树
  tree[rt].1 = 1;
  tree[rt].r = r;
  if(1 == r)
    tree[rt].sum = a[1];
   return;
  }
  int mid = (l+r)>>1;
  build(lson,1,mid);
  build(rson,mid+1,r);
  tree[rt].sum = tree[lson].sum+tree[rson].sum;
}
void update_dian(int rt,int a,int val)
  if(tree[rt].1 == a && tree[rt].r == a)
    tree[rt].sum += val;
    return;
  }
  int mid = (tree[rt].l+tree[rt].r)>>1;
  if(a<=mid) update_dian(lson,a,val);</pre>
  else update_dian(rson,a,val);
  tree[rt].sum = tree[lson].sum+tree[rson].sum;
}
11 query(int rt,int l,int r)
// cout<<l<" "<<r<<endl;
  if(l == tree[rt].l && r == tree[rt].r) return tree[rt].sum;
  int mid = (tree[rt].l+tree[rt].r)/2;
  if(r <= mid) return query(lson,1,r);</pre>
  if(l>mid)
              return query(rson,1,r);
  return query(lson,1,mid) + query(rson,mid+1,r);
}
//区间加模板
int lazy[maxn<<2];</pre>
struct node
  int 1,r;
  int s;
```

```
tree[maxn << 2];
void pushup(int rt)
  tree[rt].s = tree[lson].s+tree[rson].s;
void pushdown(int rt ,int len)
  if(lazy[rt]!=0)
  {
    lazy[lson] += lazy[rt];
    lazy[rson] += lazy[rt];
    tree[lson].s += lazy[rt]*(len-(len>>1));
    tree[rson].s += lazy[rt]*(len>>1);
    lazy[rt] = 0;
  }
}
void build(int rt, int l, int r)//建树
  tree[rt].1 = 1;
  tree[rt].r = r;
  if(1 == r)
    tree[rt].s = a[1];
    return ;
  }
  int mid = (1+r)>>1;
  build(lson,1,mid);
  build(rson,mid+1,r);
  pushup(rt);
void duan_up(int rt,int l,int r,ll m)
  if(tree[rt].1>=1 && tree[rt].r<=r)
  {
    lazy[rt] += m;
    tree[rt].s += m*(tree[rt].r-tree[rt].l+1);
    return;
  }
  pushdown(rt,tree[rt].r-tree[rt].l+1);
  int mid = (tree[rt].l+tree[rt].r)>>1;
  if(l<=mid) duan_up(lson,l,r,m);</pre>
  if(r>mid) duan_up(rson,1,r,m);
  pushup(rt);
}
```

```
11 query(int rt,int l,int r)
  if(1 <= tree[rt].1 && r >= tree[rt].r) return tree[rt].s;
  pushdown(rt,tree[rt].r-tree[rt].l+1);
  int mid = (tree[rt].l+tree[rt].r)/2;
  ll ans= 0;
  if(1 <= mid) ans+= query(lson,1,r);</pre>
  if(r>mid)
               ans+= query(rson,1,r);
  return ans;
}
//区间变
11 a[maxn];
int lazy[maxn];
struct node
{
  int 1,r;
  11 s;
}tree[maxn<<2];</pre>
void pushup(int rt)
  tree[rt].s = tree[lson].s+tree[rson].s;
}
void pushdown(int rt ,int len)
  if(lazy[rt])
    lazy[lson] = lazy[rson] = lazy[rt];
    tree[lson].s = lazy[rt]*(len-(len>>1));
    tree[rson].s = lazy[rt]*(len>>1);
    lazy[rt] = 0;
  }
}
void build(int rt, int l, int r)//建树
{
  tree[rt].1 = 1;
  tree[rt].r = r;
  if(1 == r)
  {
    tree[rt].s = 1;
    return ;
  }
  int mid = (1+r)>>1;
  build(lson,1,mid);
  build(rson,mid+1,r);
```

```
pushup(rt);
}
void duan_up(int rt,int l,int r,int m)
  if(tree[rt].1>=1 && tree[rt].r<=r)
    lazy[rt] = m;
    tree[rt].s = m*(tree[rt].r-tree[rt].l+1);
    return;
  }
  pushdown(rt,tree[rt].r-tree[rt].l+1);
  int mid = (tree[rt].l+tree[rt].r)>>1;
  if(l<=mid) duan_up(lson,l,r,m);</pre>
  if(r>mid) duan_up(rson,1,r,m);
  pushup(rt);
}
int query(int rt,int l,int r)
  if(1 <= tree[rt].1 && r >= tree[rt].r) return tree[rt].s;
  pushdown(rt,tree[rt].r-tree[rt].l+1);
  int mid = (tree[rt].l+tree[rt].r)/2;
  int ans= 0;
  if(1 <= mid) ans+= query(lson,1,r);</pre>
  if(r>mid)
               ans+= query(rson,1,r);
  return ans;
}
```

# 4.5 高精度

我个人习惯使用Java。就是怎么说呢,感觉要学会用自动补全以及几个常用的加减乘除加add减sub乘mul除div模mod就很ok,然后那个大叔据都是从字符串转过来的,要熟悉一下字符串的一些常用函数.

```
import java.util.*;
import java.math.*;
import java.util.Scanner;

public class Main {
    public static void main(String[] args) {
        Scanner cin = new Scanner(System.in);
        while(cin.hasNext())
        {
        int n = cin.nextInt();//输入的方式比较的麻烦
        BigInteger a = new BigInteger(); //里面是字符串
        BigDecimal b = new BigDecimal();
```

# //接下来是比较常见的函数以及用法。

```
a = a.add(a);a = a.multiply(a);
BigInteger c = new BigInteger.valueOf(n);//类型转换
subtract();//减法
multiply();
divide(); //相除取整
remainder(); //取余
pow(); a.pow(b)=a^b
gcd(); //最大公约数
abs(); //绝对值
negate(); //取反数
mod(); a.mod(b)=a%b=a.remainder(b);
}
}
```

# 5 数学方面

# 5.1 三个特别的数

# 5.1.1 Fib 数列

$$f(x) = f(x-1) + f(x-2)$$
$$f(0) = 0, f(1) = 1$$

#### 5.1.2 卡特兰 数

$$\sum_{i=1}^{n} f_i * f_{n-i} = f_n$$
$$h(n) = C_{2n}^n - C_{2n-1}^n$$

注意它这个数字来自于什么情况。

# 5.1.3 斯大林公式

$$\sqrt{2*PI*n}*(\frac{n}{e})^n = n!$$

# 5.2 数论

第一个自然是最基础的欧几里得算法,欧几里得算法的用处有很多,求最大公倍数,解方程,很多。在后面的过程会把一些常见的板子列出来,一般来说这些板子都已经经过验证,但是不好说对吧。简单题我们可以通过一些模板直接得出答案,但是怎么说,这些对于难题估计只能算工具,重要的是如何转换。

#### 5.2.1 素数

素数筛法

```
long long su[MAX],cnt;
bool isprime[MAX];
void prime()
{
    cnt=1;
    memset(isprime,1,sizeof(isprime));//初始化认为所有数都为素数
    isprime[0]=isprime[1]=0;//0和1不是素数
    for(long long i=2;i<=MAX;i++)
    {
        if(isprime[i])
            su[cnt++]=i;//保存素数i
        for(long long j=1;j<cnt&&su[j]*i<MAX;j++)
        {
            isprime[su[j]*i]=0;//筛掉小于等于i的素数和i的积构成的合数
        }
      }
}</pre>
```

#### 5.2.2 梅森素数

一个知识点吧,m是一个正整数,且 $2^m-1$ 为素数,那么m一定为素数。如果m是一个素数, $M_p=2^p-1$ 是梅森数如果p是一个素数,并且 $M_p=2^p-1$ 也是素数,那么称 $M_p$ 为梅森素数对梅森素数的判定是一个算法:Lucas-Lehmer:  $r_k\equiv r_{k-1}-2\mod M_p$   $r_1=4$  当且仅当  $r_{p-1}\equiv 0\mod M_p$ 

# 5.2.3 miller-robin快速判素数

//快速判素数的一个随机算法。他能处理很大的数字用那个飞马小定理 //其中要注意的点就是 一个别抱 long long 的精度,还有就是乘法也需要经行处理不过都是板子 //第三点就是经量预处理,还有这个算法是随机的所以还是有可能不行的。

```
const int MAXN = 65;
ll x[MAXN];/这我也不晓得用来干啥的
int flag = 0;
ll multi(ll a, ll b, ll p) {
    ll ans = 0;
    while(b) {
        if(b&1LL) ans = (ans+a)%p;
        a = (a+a)%p;
        b >>= 1;
    }
```

```
return ans;
}
11 qpow(ll a, ll b, ll p) {
    11 \text{ ans} = 1;
    while(b) {
        if(b&1LL) ans = multi(ans, a, p);
       a = multi(a, a, p);
       b >>= 1;
    return ans;
}
bool Miller_Rabin(ll n) {
    if(n == 2) return true;
    int s = 5, i, t = 0; //s是随机函数
    11 u = n-1;
    while(!(u & 1)) {
       t++;
       u >>= 1;
    }
    while(s--) \{
       11 a = rand()(n-2)+2;
       x[0] = qpow(a, u, n);
        for(i = 1; i <= t; i++) {
            x[i] = multi(x[i-1], x[i-1], n);
            if(x[i] == 1 \&\& x[i-1] != 1 \&\& x[i-1] != n-1) return false;
        if(x[t] != 1) return false;
    return true;
}
5.2.4 欧几里得
//欧几里得求最大公因数
int gcd(int a,int b)
{
   return b == 0?a:gcd(n,a%b);
}
//扩展欧几里得算法
// a*x + b*y = gcd(a,b) 这个是用于 x 和 y
// 不能肯定 x, y的正负
int exgcd(int a,int b,int &x,int &y)
{
   if(b == 0)
```

```
{
     x = 1;
     y = 0;
     return a;
   }
   int r = exgcd(b,a%b,x,y);
   int t = y;
   y = x - (a/b)*y;
   x = t;
  return r;
}
   然后是基于这个定理得出的一个定理, 中国剩余定理
ll a[maxn], m[maxn]; //a余数 m除数
ll gcd(ll a,ll b) {
    return !b?a:gcd(b,a%b);
}
ll exgcd(ll a,ll b,ll &x,ll &y) {
    if (!b) {
        x=1, y=0;
        return a;
    }
    11 d=exgcd(b,a\%b,y,x);
    y=(a/b)*x;
    return d;
}
11 inv(11 a,11 m) {
    11 x,y;
    11 d=exgcd(a,m,x,y);
    if (d==-1) return -1;
    return (x%m+m)%m;
}
bool merge(ll a1,ll m1,ll a2,ll m2,ll &a3,ll &m3) {
    11 d=gcd(m1,m2),c=a2-a1;
    if (c%d) return false;
    c=(c\%m2+m2)\%m2,
    c/=d,m1/=d,m2/=d,
    c = inv(m1, m2),
    c=(c\%m2+m2)\%m2,
    c=(c*m1*d)+a1;
    m3=m1*m2*d;
    a3=(c\%m3+m3)\%m3;
    return true;
```

```
11 crt() {
   11 a1=a[1],m1=m[1];
   for (int i=2;i<=n;i++) {
       11 aa,mm;
       if (!merge(a1,m1,a[i],m[i],aa,mm)) return -1;
       a1=aa,m1=mm;
   }
   return (a1%m1+m1)%m1;
}
      乘法逆元
5.2.5
思想是通过扩展欧几里得来得出,如果缘分到了,那么还能用费马小定理
来解
//扩展欧几里得
int extgcd(int a, int b, int& x, int& y)
   int d = a;
   if(b != 0){
       d = extgcd(b, a \% b, y, x);
       y = (a / b) * x;
   }else {
       x = 1;
       y = 0;
   return d;
}
int mod_inverse(int a, int m)
{
   int x, y;
   extgcd(a, m, x, y);
   return (m + x \% m) \% m;
}
//费马小定理
//模p, p为素数
return quick(a,p-2);
```

# 5.2.6 欧拉函数

```
p为素数时\phi(p)=p-1
a与n互质的时候 a^{\phi(n)}\equiv 1 \bmod n
m,n互质\phi(mn)=\phi(m)*\phi(n)
```

这个东西好呀,他求的是比n小的,并且和n互质的数的个数

```
//欧拉函数 求的是 1 \rightarrow n-1 中与n 互质的数的个数
ll phi(ll n) //直接实现
{
  11 rea = n;
  for(int i = 2; i*i<=n; i++)
    if(n\%i == 0)
      rea = rea - rea/i;
      while(n\%i == 0) n/=i;
    if(n>1)
    rea = rea - rea/n;
    return rea;
  }
}
//欧拉打表
for(int i = 1;i<=maxn;i++) phi[i] = i;</pre>
for(int i = 2;i<=maxn;i+=2) phi[i]/=2;</pre>
for(int i = 3; i \le maxn; i+=2)
  if(phi[i] == i)
  {
    for(j = i ; j \le \max; j = i)
      phi[j] = phi[j]/i*(i-1);
  }
}
```

更多的来说我觉得这个东西是一个工具,他对解一些题有很重要的作用,起到一个工具的作用 我目前学的比较浅,对他的优化作用没有很深的了解。

# 5.2.7 莫比乌斯函数

```
F_n = \sum_{d|n}^n f_d f_n = \sum_{d|n} u(d) * f(\frac{n}{d})
F_n = \sum_{n|d} f_d f_n = \sum_{n|d} u(\frac{d}{n}) * f(d)
```

和欧拉函数一样很重要的一个函数他的定义我就不说了,毕竟我latex学的还不好,公式的插入对我来说用处不大。

```
const int MAXN = 1000005;
bool check[MAXN+10];
```

```
int prime[MAXN+10];
int mu[MAXN+10];
void Moblus()
{
    clr(check,0);
    mu[1] = 1;
    int tot = 0;
    for(int i = 2; i <= MAXN; i++)</pre>
    {
        if( !check[i] )
        {
            prime[tot++] = i;
            mu[i] = -1;
        for(int j = 0; j < tot; j++)
        {
             if(i * prime[j] > MAXN) break;
             check[i * prime[j]] = true;
             if( i % prime[j] == 0)
             {
                 mu[i * prime[j]] = 0;
                 break;
             }
            else
             {
                 mu[i * prime[j]] = -mu[i];
             }
        }
    }
}
```

# 5.3 博弈

#### 5.3.1 主要的解题思想

官方说的是通过必败点和必胜点来判定 先通过必败点来推,直接来看必胜点,把问题抽象成图 把状态抽象成点,必败点就是先手必败点,然后通过必败点能走到的搞成必胜点,如过有一个状态没有走过 而且他后面的路都是必胜点那么他就是必败点。感觉就像dp一样,记忆化搜索。 当然题目不可能出的那么简单的。 不过根据雄爷定理,万事不离期宗,掌握基本,扩展自己去发掘。

#### 5.3.2 题型

#### 巴什博弈

这个是最简单的博弈,就是一堆东西,每个人自己能拿1-n件,谁最后一个拿完谁赢,这个是最简单的,不记录。

#### 威佐夫博弈

有两堆各若干个物品,两个人轮流从某一堆或同时从两堆中取同样多的物品,规定每次至少取一个,多者不限,最后取光者得胜。 这个的解题思路在于通过前面的那个np问题来解决,用局势来思考这些问题,前几个局势在于(0,0),(1,2),(3,5),(4,7).....然后一些大佬就总结出了一些牛逼的结论 $(a_k,b_k),a_k=\frac{k*(\sqrt{5}+1)}{2},b_k=a_k+k$ 人才。

#### Fibonacci

有一堆个数为n的石子,游戏双方轮流取石子,满足:

- (1) 先手不能在第一次把所有的石子取完:
- (2) 之后每次可以取的石子数介于1到对手刚取的石子数的2倍之间(包含1和对手刚取的石子数的2倍)。约定取走最后一个石子的人为赢家。结论是当n为Fibonacci数时,先手必败

#### 尼姆博弈

有三堆各若干个物品,两个人轮流从某一堆取任意多的物品,规定每次至少取一个,多者不限,最后取光者得胜。 这个博弈有点意思 他的必败点的局势在于 $(a,b,c)a \wedge b \wedge c = 0$ 

#### 5.3.3 SG函数

这个在看之前感觉很高级但是啊,好像也就是一个dp的过程,通过一个必败点,看成起点然后,那个方法看成通向下一个起点的路,然后找所有能直接到这个必败点的必胜点。好像也就那么回事。好像能解决的都是小数字题这是一个板子,f里面存的是方法,多堆问题可以转化成异或来解决。

```
void getSG(int n){
   int i,j;
   memset(SG,0,sizeof(SG));
   for(i = 1; i <= n; i++){
      memset(S,0,sizeof(S));
      for(j = 0; f[j] <= i && j <= N; j++)</pre>
```

```
S[SG[i-f[j]]] = 1;
for(j = 0;;j++) if(!S[j]){
    SG[i] = j;
    break;
}
}
```

#### 5.3.4 解题策略

\*1:相信自己的第一感觉

2 : 博弈都会和一些特别的数搭边 , 所以第一件事坑定是分析局势然后 找找看是不是有特别的意义,像什么卡特兰数, f i b 数列 ,幂次方,异 或的值是否为 0 ;

3:不挂怎么说,记得打表。

# 5.4 组合数学

#### 5.4.1 求组合数

第一个是求组合数,方法很多不去列举,注意的是一般来说,组合数都是需要去模一个数,所以他的分母在计算的时候是需要去求逆元的

#### 5.4.2 polay定理

设G=p1, p2, ..., pt是X=a1,a2,...,an上一个置换群,用m种颜色对X中的元素进行涂色,那么不同的涂色方案数为

$$\frac{1}{G} \sum_{k=1}^{t} m^{Cyc(p_k)}$$

 $Cyc(p_k)$ 是置换 $p_k$ 的循环节个数

# 5.4.3 Pell方程

$$x^2 - dy^2 = 1$$

当d不为平方数时,有无穷多的解。接下来是通项的推导

$$x_{n+1} = x_1 * x_n + d * y_1 * y_n, y_{n+1} = x_1 * y_n + y_1 * x_n$$

暴力求 $x_1, y_1$ 然后矩阵快速幂

#### 5.4.4 lucas定理

当组合数的基数过大的时候进行这些操作但是注意,我们的操作也是要求那个模数为素数,且模数要小的情况下,素数的情况我们可以用扩展lucas定理来解决。一个工具,一个数论上的分支。

```
//卢卡斯定理
//用于求组合数 当那两个玩意特别大的时候
//注意啊,我这里是用快速幂来求乘法逆元
//他的要求为 mod 必须为素数
//好像也没有如果,不然好像还真不知道
int mod;
11 dp[maxn+5];
void init()
 dp[0] = 1;
 for(int i = 1;i<=mod;i++)</pre>
   dp[i] = dp[i-1]*i\%mod;
ll quick(ll a , ll n)
 11 \text{ res} = 1;
 while(n)
    if(n\&1) res = res*a\%mod;
    a = (a\%mod)*(a\%mod)\%mod;
    n/=2;
 }
 return res;
}
ll lucas(ll n, ll m)
 11 \text{ ret} = 1;
 while(n && m)
```

```
ll a = n\mbox{mod}, b = m\mbox{mod};
    if(a<b) return 0;</pre>
    ret = ((ret * dp[a])%mod*quick(dp[b]*dp[a-b]%mod,mod-2))%mod;
    n/=mod;
    m/=mod;
  }
  return ret;
}
//扩展卢卡斯定理 及p不为素数 p <= 1000000左右吧
//还利用了中国剩余定理
11 n,m,MOD,ans;
ll fast_pow(ll a,ll p,ll Mod)
{
    ll ans=111;
    for (;p;p>>=1,a=a*a\%Mod)
        if (p&1)
            ans=ans*a%Mod;
    return ans;
}
void exgcd(ll a,ll b,ll &x,ll &y)
{
    if (!b) x=111, y=011;
    else exgcd(b,a\%b,y,x),y=a/b*x;
}
11 inv(11 A,11 Mod)
{
    if (!A) return Oll;
    11 a=A,b=Mod,x=011,y=011;
    exgcd(a,b,x,y);
    x=((x\%b)+b)\%b;
    if (!x) x+=b;
    return x;
}
11 Mul(ll n,ll pi,ll pk)
    if (!n) return 111;
    ll ans=111;
    if (n/pk)
    {
        for (ll i=2;i<=pk;++i)
            if (i%pi) ans=ans*i%pk;
        ans=fast_pow(ans,n/pk,pk);
```

```
for (ll i=2; i \le n\%pk; ++i)
        if (i%pi) ans=ans*i%pk;
    return ans*Mul(n/pi,pi,pk)%pk;
}
11 C(ll n,ll m,ll Mod,ll pi,ll pk)
    if (m>n) return Oll;
    11 a=Mul(n,pi,pk),b=Mul(m,pi,pk),c=Mul(n-m,pi,pk);
    11 k=011,ans;
    for (ll i=n;i;i/=pi) k+=i/pi;
    for (ll i=m;i;i/=pi) k-=i/pi;
    for (ll i=n-m; i; i/=pi) k-=i/pi;
    ans=a*inv(b,pk)%pk*inv(c,pk)%pk*fast_pow(pi,k,pk)%pk;
    return ans*(Mod/pk)%Mod*inv(Mod/pk,pk)%Mod;
}
ll slove(ll n, ll m, ll p) // 求 C(n, m) mod p;
   for(ll x=p,i=2;i<=p;i++)
     if(x\%i == 0)
       11 pk = 1;
       while(x\%i == 0) pk*=i,x/=i;
       ans = (ans + C(n,m,mod,i,pk))\mbox{mod};
     }
   }
   return ans;
}
```

# 5.5 线代

# 5.5.1 fft优化多项式乘法法

这个是一个工具,他的作用是加速多项式得乘法。这个点得难处还是在于多项式的构建,其实也不是非常复杂得东西,当然他的原理,不敢去碰。 关键词:多项式乘法,并且复杂度为1e5左右。

```
#include <bits/stdc++11>
```

```
using namespace std;
//版子
struct complex
{
    double r,i;
    complex(double _r = 0.0,double _i = 0.0)
```

```
{
       r = _r; i = _i;
   complex operator +(const complex &b)
       return complex(r+b.r,i+b.i);
   }
   complex operator -(const complex &b)
   {
       return complex(r-b.r,i-b.i);
   }
   complex operator *(const complex &b)
       return complex(r*b.r-i*b.i,r*b.i+i*b.r);
   }
};
const int MAXN = 200010;
complex x1[MAXN],x2[MAXN];//这一个是第一个多项式的系数,第二个是第二个多项式的系数
char str1[MAXN/2],str2[MAXN/2];//这是未处理的输入字符
int sum [MAXN];//这是答案所放的位置
* 进行FFT和IFFT前的反转变换。
 * 位置i和 (i二进制反转后位置) 互换
* len必须去2的幂
void change(complex y[],int len)
   int i,j,k;
   for(i = 1, j = len/2; i < len-1; i++)
       if(i < j)swap(y[i],y[j]);</pre>
       //交换互为小标反转的元素, i<j保证交换一次
       //i做正常的+1, j左反转类型的+1,始终保持i和j是反转的
       k = len/2;
       while(j \ge k)
          j = k;
          k /= 2;
       if(j < k) j += k;
   }
}
 * 做FFT
```

```
* len必须为2~k形式,
 * on==1时是DFT, on==-1时是IDFT
void fft(complex y[],int len,int on)
{
    change(y,len);
   for(int h = 2; h <= len; h <<= 1)
        complex wn(cos(-on*2*PI/h),sin(-on*2*PI/h));
        for(int j = 0; j < len; j+=h)
        {
            complex w(1,0);
            for(int k = j;k < j+h/2;k++)
                complex u = y[k];
                complex t = w*y[k+h/2];
                y[k] = u+t;
                y[k+h/2] = u-t;
                w = w*wn;
            }
       }
   }
    if(on == -1)
        for(int i = 0; i < len; i++)
            y[i].r /= len;
}
void ans()
{
        //step 1
        int len = 1;
        int len1 = strlen(str1),len2 = strlen(str2);
        while(len<2*len1 || len<2*len2)</pre>
                                               len<<=1;//第一步确定len相当于在确定那
        //step 2
 for(int i = 0;i<len1;i++)</pre>
                                   //第二膊就是把系数表示用点来表示,挺复杂的,首先就是
  x1[i] = complex(str1[len1-1-i]-'0',0);
 for(int i = len1;i<len;i++)</pre>
   x1[i] = complex(0,0);
for(int i = 0;i<len2;i++)</pre>
  x2[i] = complex(str2[len2-1-i]-'0',0);
for(int i = len2;i<len;i++)</pre>
  x2[i] = complex(0,0);
        //step 3
        fft(x1,len,1);fft(x2,len,1);//第三步反正就是这意思,我也不懂这个是啥原理
        for(int i = 0;i<len;i++)</pre>
```

{

```
x1[i] = x1[i]*x2[i];
       fft(x1,len,-1);
       for(int i = 0;i<len;i++)</pre>
               sum[i] = (int)(x1[i].r+0.5);
       //step 4
       //这就是自己加工了,这里面存的是答案,不过这也是倒着存的,注意去前导o,因为这里
}
5.5.2 矩阵快速幂
这类方法、很多是用在递推关系式的时候、像什么fib数列什么的。
struct node
 11 p[2][2];
node mut(node a, node b)
{
 node o;
 clr(o.p,0);
 for(int i = 0;i<2;i++)</pre>
   for(int j = 0; j<2; j++)
   {
     for(int k = 0; k<2; k++)
       o.p[i][j] = (a.p[i][k] * b.p[k][j] + o.p[i][j]) mod;
   }
 }
 return o;
node quick(node a,ll 1)
 node origin;
 clr(origin.p,0);
 origin.p[1][1] = origin.p[0][0] = 1;
 while(1)
 {
```

```
if(l&1) origin = mut(a,origin);
  a = mut(a,a);
  1/=2;
}
return origin;
}
```

# 5.5.3 矩阵方面知识

就是用高斯消元法去解决一些问题,像什么秩和方阵的值。

# 5.6 计算几何

# 5.6.1 几何基本知识

矢量

矢量的乘积有很多的作用,注意定义。 适用点在于: 1:面积 2: 位置 跨立实验与判断两线段是否相交 线段 $P_1P_2,Q_1Q_2$ ,相交的条件为  $P_1Q_1$ x $P_1P_2$ \*  $P_1P_2$ x $P_1Q_2$  >= 0

 $Q_1P_1$ x $Q_1Q_2$ \*  $Q_1Q_2$ x $Q_1P_2 >= 0$  pick定理

线段上的是整数点的数的个数 求gcd;

PICK定理 设以整数点为顶点的多边形的面积为S,多边形内部的整数点数为N,多边形边界上的整数点数为L,则 S=L/2+N-1

#### 5.6.2 判断点是否在多边形中

```
const double eps=1e-8;/解析几何中有时并不能保证等于0,在误差范围就行struct CPoint/点的存法
{
    double x,y;
}point[103];
int dcmp(double x)/不晓得干啥
{
    if(x<-eps) return -1;
    else return (x>eps);
}
double cross(CPoint p0,CPoint p1,CPoint p2)//点乘
{
    return (p1.x-p0.x)*(p2.y-p0.y)-(p2.x-p0.x)*(p1.y-p0.y);
}
double dot(CPoint p0,CPoint p1,CPoint p2)//叉乘
{
    return (p1.x-p0.x)*(p2.x-p0.x)+(p1.y-p0.y)*(p2.y-p0.y);
```

```
int PointOnSegment(CPoint p0, CPoint p1, CPoint p2)//判断点是否在线段上
   return dcmp(cross(p0,p1,p2))==0&&dcmp(dot(p0,p1,p2))<=0;
}
int PointInPolygon(CPoint cp, CPoint p[], int n)//判断点是否在多边形中
    int i,k,d1,d2,wn=0;
  // double sum=0;
   p[n]=p[0];
   for( i=0;i<n;i++)</pre>
       if(PointOnSegment(cp,p[i],p[i+1])) return 2;
       k=dcmp(cross(p[i],p[i+1],cp));
       d1=dcmp(p[i+0].y-cp.y);
       d2=dcmp(p[i+1].y-cp.y);
       if (k>0\&\&d1<=0\&\&d2>0) wn++;
       if (k<0\&\&d2<=0\&\&d1>0)wn--;
   return wn!=0;
}
  为1的时候,则在内部。2,应该是边上。
5.6.3 凸包问题
struct node
   int x,y;
} a[105],p[105];
int top,n;
double cross(node p0, node p1, node p2)//计算叉乘,注意p0,p1,p2的位置,这个决定了方向
{
   return (p1.x-p0.x)*(p2.y-p0.y)-(p1.y-p0.y)*(p2.x-p0.x);
double dis(node a, node b) // 计算距离,这个用在了当两个点在一条直线上
   return sqrt((a.x-b.x)*(a.x-b.x)+(a.y-b.y)*(a.y-b.y));
bool cmp(node p1, node p2) // 极角排序
{
   double z=cross(a[0],p1,p2);
   if(z>0||(z==0\&\&dis(a[0],p1)<dis(a[0],p2)))
       return 1;
```

```
return 0;
}
void Graham()//p是凸包的点
{
    int k=0;
    for(int i=0; i<n; i++)</pre>
        if(a[i].y < a[k].y | | (a[i].y = a[k].y \& a[i].x < a[k].x))
             k=i;
        swap(a[0],a[k]);//找p[0]
        sort(a+1,a+n,cmp);
        top=1;
        p[0]=a[0];
        p[1]=a[1];
        for(int i=2; i<n; i++)//控制进栈出栈
             while(cross(p[top-1],p[top],a[i])<0&&top)</pre>
             top++;
             p[top]=a[i];
        }
}
```

# 6 状态转移 dp

dp的定义: 1: 记忆化搜索; 2: 状态转移 所以我们的解决方案总是跟着这个来走, 从定义出发。 难点集中于两个方面, 状态式的确定和状态转移方程的确定

# 6.1 背包

背包的问题主要以下几种: 01背包,部分背包,完全背包;[相对来说比较简单],分组背包[个人感觉较难]背包难在如何,确定维数,确定背包的容量是什么以及背包的价值是什么,还有背包的dp关系转移式。

# 6.2 一些常见的dp

# 6.2.1 LIS 最长上升子序列

```
LIS(LDS)
template < class Cmp>
int LIS (Cmp cmp)(nlogn)
{
    static int m, end[N];
    m = 0;
```

# 6.3 树形dp

关键点在于找状态点间的关系,他一般只有三个关系,父亲节点 ,儿子节 点,还有兄弟节点,去找他们之间的关系,所以一般是两遍dfs 找父亲与儿子的关系,找儿子与父亲的关系。

# 6.4 数位dp

这个dp的精髓在于记忆化搜索,也就是在最高位不是被限定的情况下进行记录,这样的话省掉很多多余的步骤。所有的出发点都处于这个目的。

# 6.5 状压dp

这个dp的精髓在于状态转移,不过能压缩的情况也是很限定的。 像什么每个点的状态在于都是能用两个状态来描述,且这些点不多,但是组合的方式很多。 一些状压dp经常用的上的公式。

#### //1 获得当前行的数

```
int getnum(int x)
{
   int ret = 0;
   while(x)
   {
      x &= x-1;
      ret++;
   }
   return ret;
}
//2 看当前行左右是不是满足题设
bool check(int x)
{
   if(x & x<<1) return 0;</pre>
```

SHU-langman 6 DP

```
return 1;
}
// 看是不是可以满足条件,和题目给的图一样,是可以放的,并且和上一个是不是会冲突
bool suit(int x,int y)
{
   if(x&y) return 0;
   return 1;
}
```

# 6.6 the end