

Теоретическая информатика III

Задачи для семинара 4/7 сентября

4 сентября 2020 г.

1 Построение конечных автоматов

1. Построить детерминированный конечный автомат для множества всех
 - (a) строк над алфавитом $\{a, b\}$, содержащих нечётное число символов a .
 - (b) строк над алфавитом $\{a, b\}$, содержащих от одного до трёх символов a .
 - (c) строк над алфавитом $\{a, b\}$, не содержащих подстроки aaa .
 - (d) строк над алфавитом $\{a, b\}$, в которых нет двух одинаковых символов, идущих подряд.
 - (e) строк над алфавитом $\{a, b\}$, *кроме строк вида $a^n b^m$* для некоторых $n, m \geq 0$ (то есть, для языка $\overline{a^* b^*}$).
 - (f) строк над алфавитом $\{a, b\}$, содержащих подстроку aa .

2 Замкнутость

1. Верно ли, что множество регулярных языков замкнуто относительно:
 - (a) пересечения;
 - (b) объединения;
 - (c) дополнения.
2. Построить DFA, распознающий языки $L_1 \cap L_2$, $L_1 \cup L_2$ и $L_1 \setminus L_2$, где

$$L_1 = \{u \in \Sigma^* : |u| \equiv 0 \pmod{3}\},$$

$$L_2 = \{u \in \Sigma^* : u \text{ не содержит подстроки } aa\}.$$

3. Пусть K и L — регулярные языки. Показать, что язык $K \cdot L^{-1} = \{u \mid \exists v \in L : uv \in K\}$ регулярен.
4. (*) Верно ли, что класс регулярных языков замкнут относительно следующей операции:

$$\text{PerfectShuffle}(L_1, L_2) = \{u_1 v_1 u_2 v_2 \cdots u_n v_n \mid u_i, v_i \in \Sigma, u_1 \cdots u_n \in L_1, v_1 \cdots v_n \in L_2\}.$$

Убедитесь, что вы правильно поняли условие: берутся любые два слова из одного и другого языка одинаковой длины, и из них склеивается слово вдвое большей длины, где по нечетным позициям стоит слово из L_1 , а по четным — из L_2 .

3 Задачи на доказательство нерегулярности

1. Доказать, что язык $L = \{a^m b^n \mid m, n \geq 0, m \neq n\}$ нерегулярен.
2. Доказать, что множество простых чисел в унарной записи, $L = \{aa, aaa, aaaaa, \dots\}$, нерегулярно.
3. Доказать, что язык Дика нерегулярен.

4 Являются ли регулярными следующие языки

1. Язык палиндромов $L_{pal} = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$;
2. $L = \{a^m b^n \mid m \geq 2, n \geq 3\}$;
3. $L = \{a^m b^n \mid m \leq n\}$;
4. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ содержит хотя бы одно } a \text{ и хотя бы одно } b\}$;
5. $L = \{a^m b^n \mid m \text{ и } n \text{ взаимно просты}\}$;