

## Контрольная по категориям: переписывание

1. Эквивалентна ли категория множеств категории множеств с отмеченной точкой? Категория множеств с отмеченной точкой — это категория, объекты которой пары  $(X, x)$ , где  $X$  — множество, а  $x$  — элемент  $X$ , а морфизмы из  $(X, x)$  в  $(Y, y)$  — это отображения из  $X$  в  $Y$ , которые переводят  $x$  в  $y$ .
2. Пусть  $F$  — функтор вложения категории абелевых групп в категорию групп. Постройте правый сопряжённый к функтору  $F$  или докажите, что его не существует. То же самое про левый сопряжённый.
3. Пусть  $\mathcal{C}$  — некоторая категория, а  $C$  — объект этой категории. Докажите, что  $C$  является финальным тогда и только тогда, когда для любого объекта  $X$  категории  $\mathcal{C}$  существует произведение  $X \amalg C$  объектов  $X$  и  $C$  и при этом проекция из  $X \amalg C$  в  $X$  является изоморфизмом.
4. Пусть  $J$  — категория, объекты которой все факторгруппы группы  $S_4$ , не совпадающие со всей группой, а морфизмы — естественные проекции факторгрупп. Найдите предел очевидного функтора из  $J$  в категорию групп.