

Контрольная по тензорам

1. Разложим ли $w \in \bigwedge^3(\mathbb{R}^5)$, где

$$w = 3e_1 \wedge e_2 \wedge e_3 + e_2 \wedge e_4 \wedge e_5 + e_1 \wedge e_3 \wedge e_4 + 2e_2 \wedge e_3 \wedge e_5 + 3e_1 \wedge e_3 \wedge e_5 + e_2 \wedge e_3 \wedge e_4$$

2. Трёхмерное подпространство \mathbb{R}^4 при вложении Плюккера отобразилось в тензор $4e_1 \wedge e_2 \wedge e_3 + 2e_1 \wedge e_2 \wedge e_4 - e_1 \wedge e_3 \wedge e_4 + 3e_2 \wedge e_3 \wedge e_4$. Лежит ли в этом подпространстве прямая, проходящая через точки $(1, 1, 1, 0)$ и $(0, 1, 1, 3)$?
3. Пусть V — трёхмерное векторное пространство над \mathbb{R} с базисом x, y, z . Найдите ранг тензора

$$w = 2y \otimes z \otimes x - x \otimes y \otimes x + x \otimes x \otimes x - y \otimes y \otimes y + y \otimes x \otimes y + 2x \otimes z \otimes y$$

4. Пусть V — двумерное векторное пространство над \mathbb{C} . Перечислите все Жордановы формы, которые может иметь оператор $f \otimes g$ для $f, g : V \rightarrow V$.
5. Пусть V — векторное пространство, W — k -мерное векторное пространство в нём, A — оператор ранга s , действующий на V . При каких i из того, что $\bigwedge^i(W)$ инвариантно относительно $\bigwedge^i(A)$ следует, что W инвариантно относительно A ?