

Переписывание по группам

1. Найдите количество нормальных подгрупп H в F_2 таких, что F_2/H изоморфно D_4 (группа симметрий квадрата).
2. Какой известной группе изоморфна группа $\langle x, y, z \mid x^{-1}yxy^{-1}, z^{-1}xzx^{-1}, zy^{-1}z^{-1}y, x^3y^5z^7, x^5y^7z^9 \rangle$?
3. Пусть группа G действует на конечном множестве M и p — простое число. Известно, что для любого $x \in M$ существует $g \in G$ такой, что $\text{ord}(g)$ — степень p , $\text{Fix}(g) = \{x\}$. Доказать, что действие G транзитивно.
4. Рассмотрим граф, вершины которого — узлы клетчатой сетки 4×4 (таким образом, вершин 25), а рёбра — отрезки единичной длины между ними (стороны клеток). Сколько существует способов покрасить рёбра этого графа в 2 цвета, если раскраски, отличающиеся на повороты и симметрии квадрата (сетки), считать одинаковыми?