

Дифференциальные уравнения. Большое домашнее задание.

Дедлайн 16 декабря 23:59.

В задачах 1-9 “решить дифференциальные уравнения”. Не забывайте об особых решениях. Помните, что нужно указать точки, в которых “ y ” не является функцией от “ x ”. В задачах 10, 11, 13 предъявите все решения уравнения. В задачке 12 решите задачу Коши. В задачах 14-15 решите текстовые задачи. В задаче 15 придется вспомнить школьный курс физики.

Задачи 1-9 стоят по 2 балла. Задачи 10-13 стоят по 4 балла. Задачи 14 и 15 стоят по 3 балла.

1. $\left(2y^2 + \frac{y^2}{x}\right) dx + \left(2y + \frac{1}{xy}e^{-2x}\right) dy = 0$

2. $\dot{y} - y \operatorname{ctg} t = \operatorname{tg}^2 t$

3. $y'(y \tan y + \frac{x}{y}) = 1$

4. $t(t+1)\dot{y} - (2t+1)y + (t+1)^2 = 0$

5. $y' = (\tan y \cdot t + y^2)^{-1}$

6. $x' = \frac{x + \log t}{xt}$

7. $(x + 2(x+y) \log(x+y))dx + xdx = 0$

8. $x't = x(\log^2 x - \log^2 t)$

9. $y' - \frac{y}{x} = \frac{x^3}{y^2}$

10.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x - y - z, \\ \dot{y} &= x + y, \\ \dot{z} &= 3x + z.\end{aligned}$$

11.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 2x - y - z, \\ \dot{y} &= 2x - y - 2z, \\ \dot{z} &= 2z - x + y.\end{aligned}$$

12. $y''' - 3y' - 2y = 9e^{2x}, \quad y(0) = 0, y'(0) = -3, y''(0) = 3.$

13. $y'''' + 5y'' + 4y = 0.$

14. Найдите кривые, у которых точка пересечения любой касательной с осью абсцисс имеет абсциссу, вдвое меньшую абсциссы точки касания

15. Тело охладилось за 10 минут от 100 градусов до 60. Температура окружающего воздуха поддерживается равной 20 градусам. Когда тело остынет до температуры 25 градусов в предположении, что скорость остывания пропорциональна разнице температур?