

Теоретическая информатика

Задание 5 (11 декабря 2020 г.)

1. **Игра в города (GG).** В игре в города два игрока по очереди называют города, причем каждый следующий должен начинаться на ту же букву, на которую заканчивается предыдущий. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. На практике проигрыш случается из-за ограниченного знания городов конкретным игроком, но в теории список может попросту исчерпаться.

Формализуем игру: дан ориентированный граф G , с городами в вершинах, и такой что между двумя городами есть ребро тогда и только тогда, когда второй начинается на ту же букву, на которую заканчивается первый. Двое по очереди двигают фишку по ребрам, ставить фишку на уже посещенную вершину нельзя. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. В обычной игре граф удовлетворяет такому свойству: если есть ребра (a, c) , (a, d) и (b, c) , то есть и ребро (b, d) . Мы обобщим игру, отказавшись от каких-либо условий на граф G . Кроме того, будем фиксировать начальную вершину s .

Определим задачу GG: по заданному графу G и вершине s проверить, существует ли выигрышная стратегия для первого игрока. Покажите, что задача GG PSPACE-полна.

2. **2-КНФ выполнимость (2-SAT), продолжение.** Покажите, что задача распознавания выполнимых 2-КНФ формул NL-полна.
3. **Двудольность (BIPARTITE), продолжение.** Покажите, что задача распознавания двудольных неориентируемых графов BIPARTITE \in NL. (Замечание: из факта $USTCON \in L$, упомянутого на лекциях без доказательства, следует более сильное утверждение BIPARTITE $\in L$, таким образом BIPARTITE не является NL-полной в предположении $L \neq NL$.)
4. **Выполнимость хорновских формул (HORN-SAT), продолжение.** Покажите что задача распознавания выполнимых хорновских формул P-полна.