

Дифференциальные уравнения. Занятие 1.

1. Постройте при помощи метода изоклин интегральные кривые следующих дифференциальных уравнений

(a) $\dot{x} = t^2 + x^2$;

(b) $\dot{x} = t - e^x$;

(c) $\dot{x} = \frac{x-t}{x^2+1}$;

(d) $\dot{x} = \frac{x}{x+t}$;

(e) $\dot{x} = t^2 + x$;

(f) $\dot{x} = \frac{1-xt}{t}$.

2. Постройте дифференциальные уравнения для следующих семейств решений

(a) $x = e^{Ct}$,

(b) $x = Ct^3$,

(c) $x = C(t - C)^2$,

(d) $x = \sin(t + C)$,

(e) $Cx = \sin Ct$,

(f) $x^2 + Cy^2 = 2y$,

(g) $y^2 + Cx = x^3$,

(h) все параболы, ось которых параллельна оси ординат, касающиеся оси абсцисс и прямой $x = t$.

3. **Для подготовки к следующему занятию.** Найдите все решения, следующих дифференциальных уравнений (хотя понятие решения пока не было определено). Найдите то из них, которое удовлетворяет указанному начальному данному.

(a) $x' = (1 - 2t)x^2$, $x(0) = -\frac{1}{6}$;

(b) $y' = 2x/(y + x^2y)$, $y(0) = -2$;

(c) $x' = tx^3(1 + t^2)^{-1/2}$, $x(0) = 1$;

4. Угадайте решения следующих дифференциальных уравнений.

(a) $\dot{x} = x^a$. При каких значениях a у решения есть странные свойства?

(b) Найдите все решения при $a = 0.5$.

(c) Докажите, что при $a > 1$ функция x не может быть задана на всем R .

(d) $\dot{x} = \text{sign}(x)$

(e) $\dot{x} = -\text{sign}(x)$

(f) $\dot{x} = -\text{sign}(x) + 0.5$