Переписывание первой контрольной по алгебре

1. Пусть H — нормальная подгруппа $F_2 = \langle a, b \rangle$, содержащая a^2 и такая, что $F_2/H = \mathbb{Z}/4\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$. Найдите количество таких H.

2. Докажите, что группа, заданная образующими и соотношениями

$$\langle x, y \mid x^3, y^3, [x,y]^3, x[x,y]x^{-1}[x,y]^{-1}, y[x,y]y^{-1}[x,y]^{-1} \rangle$$

   изоморфна группе матриц вида $\begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ с $a, b, c \in \mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$ по умножению.

3. Пусть G действует транзитивно на конечном множестве X, $|X| \geq 2$. Докажите, что существует хотя бы один элемент $g \in G$, который не оставляет ни никакого элемента X на месте.

4. Сколько ожерелий можно составить из 8 желтых, 4 черных и 4 красных бусин, если ожерелья, отличающиеся на повороты и симметрии, считать одинаковыми?