14 Занятие 08/12/2020: криволинейные и поверхностные интегралы

Задачи:

(1) Найти $I = \int_L \sqrt{x^2+y^2}dl$, где L — окружность $x^2+y^2 = ax$.

(2) Найти $I = \int_L zdl$, где L — коническая винтовая линия $x = t\cos t$, $y = t\sin t$, $z = t$, $t \in [0, 2]$.

(3) Найти $I = \int_C (x+y)dx + (x-y)dy$, где C — эллипс $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$, пробегаемый против часовой стрелки.

(4) Найти $I = J = \int_C (y-z)dx + (z-x)dy + (x-y)dz$, где C — окружность, получаемая пересечением сферы $x^2+y^2+z^2 = a^2$ и плоскости $y = x\tan\alpha$ $(0 < \alpha < \pi)$, пробегаемая в направлении против хода часовой стрелки если смотреть со стороны положительных x.

(5) Вычислить по формуле Грина $I = \int_C xy^2dy - x^2ydx$, где C — окружность $x^2+y^2 = a^2$.

(6) Вычислить $I = J = \iint_S x^2dydz + y^2dzdx + z^2dxdy$, где S — внешняя сторона границы куба $0 \le x \le a$, $0 \le y \le a$, $0 \le z \le a$.

(7) Используя формулу Стокса, вычислить интеграл $I = \int_C ydx + zdy + xdz$, где C — круг $x^2+y^2+z^2 = a^2$, $x+y+z = 0$, пробегаемый против хода часовой стрелки, если смотреть с положительной стороны оси $0x$.

(8) Используя формулу Стокса, вычислить интеграл $I = \int_C (y^2+z^2)dx + (x^2+z^2)dy + (x^2+y^2)dz$, где C — кривая $x^2+y^2+z^2 = 2Rx$, $x^2+y^2 = 2rx$ $(0 < r < R,\ z > 0)$, пробегаемая так, что ограниченная ей наименьшая область на внешней стороне сферы остается слева.

(9) Используя формулу Стокса, вычислить интеграл $I = \int_C (y-z)dx + (z-x)dy + (x-y)dz$, где C — эллипс $x^2+y^2 = a^2$, $x/a + z/h = 1$, $a > 0$, $h > 0$, пробегаемый против хода часовой стрелки, если смотреть с положительной стороны оси Ox.