

INT 1. Рассмотрим распределение на булевых строках длины n , где вероятность того, что $i + 1$ символ равен i -ому равна $\frac{3}{4}$. Чему равна энтропия данного распределения?

INT 2. Алисе сообщили значение случайной величины α , а Бобу — значение некоторой функции $f(\alpha)$. Придумайте алгоритм, который позволит Алисе сообщить Бобу значение α , передав в среднем не более $H(\alpha | f(\alpha)) + 1$ битов.

Определение

Пусть $F: \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$ — вычислимая функция. **Сложность описания** x относительно F определим следующим образом: $K_F(x) := \min\{|p| \mid F(p) = x\}$.

Будем говорить, что способ описания F не хуже G , обозначим $F \prec G$, если существует такая константа c_G , что для $\forall x \in \{0, 1\}^*$, $K_F(x) \leq K_G(x) + c_G$.

Оптимальным будем называть такой способ описания U , который не хуже любого другого. **Колмогоровской сложностью** x будем называть значение $K(x) := K_U(x)$.

INT 3. Докажите, что существует оптимальный способ описания F .

INT 4. Докажите, что ряд $\sum_{x \in \{0, 1\}^*} 2^{-K(x)}$ расходится.

INT 5. Существует ли такой оптимальный способ описания U , что:

- величина колмогоровской сложности $K(x)$ для любого слова x чётна?
- колмогоровская сложность любого слова x является степенью двойки?

INT 6. Пусть колмогоровская сложность матрицы смежности неориентированного графа на n вершинах без петель и кратных ребер не меньше $\frac{n(n-1)}{2}$. Покажите, что отсюда следует, что граф связан, если n достаточно велико.

