Программа ФА, весна 2022

- 1. Линейные векторные пространства, нормированные пространства, банаховы пространства, эквивалентность норм
- 2. Полные системы, сепарабельные пространства, пополнение банаховых пространств.
- 3. Линейные операторы; ограниченность и непрерывность, норма линейного оператора, продолжение линейного непрерывного оператора с плотного линейного множества.
- 4. Полнота пространства линейных операторов в случае, когда второе пространство полно, равномерная и поточечная сходимость операторов...
- 5. Выпуклые и однородно выпуклые функционалы, полунормы, функционал Минковского и его свойства.
- 6. Теорема Хана-Банаха в вещественном варианте.
- 7. Комплексный вариант теоремы Хана-Банаха (для полунорм и для нормированных пространств). Следствия из теоремы Хана-Банаха: разделение выпуклых множеств.
- 8. Факторпространства.
- 9. Теорема Банаха-Штейнгауза для нормированных пространств.
- 10. Обратный оператор. Вывод существования обратного из оценки на норму.
- 11. Обратимость оператора Id + A, следствие.
- 12. Теорема Банаха об обратном операторе.
- 13. Теоремы об открытом отображении и о замкнутом графике.
- 14. Гильбертово пространство, неравенство Коши-Буняковского-Шварца, примеры. Теорема Пифагора.
- 15. Тождество параллелограмма, поляризационное тождество.
- 16. Ортогональные системы, полные системы, базис, счетность ортогональной системы в сепарабельном гильбертовом пространстве.
- 17. Ортогонализация Грама-Шмидта, существование счетного базиса в сепарабельном гильбертовом пространстве.

- 18. Неравенство Бесселя, равенство Парсеваля, ряды Фурье, полнота и замкнутость в гильбертовом пространстве.
- 19. Теорема Рисса-Фишера, ортогональные дополнения и теорема Рисса о непрерывных линейных функционалах на гильбертовом пространстве.
- 20. Топологические векторные пространства, уравновешенные множества, ограниченные множества, простейшие свойства.
- 21. Непрерывные функционалы на топологическом векторном пространстве, слабая и слабая* топологии. Рефлексивность.
- 22. Локально выпуклые пространства, непрерывность функционала Минковского, теорема о разделяющем семействе полунорм.
- 23. Метризуемые пространства, метрика, порожденная счетным семейством полунорм, примеры.
- 24. Отделимость выпуклых множеств в топологических векторных пространствах и локально выпуклых пространствах.
- 24. Теорема Банаха-Алаоглу, слабая* метризуемость компакта в сопряженном пространстве.
- 25. Поляра, слабое замыкание выпуклого множества в локально выпуклом пространстве, теорема о биполяре.
- 26. Слабая ограниченность в локально выпуклом пространстве.
- 27. Крайние множества и крайние точки, теорема Крейна-Мильмана.
- 28. Вывод теоремы Стоуна-Вейерштрасса из теоремы Крейна-Мильмана.