

Breaking the Sorting Barrier for Directed Single-Source Shortest Paths

B. Tascan, B. Durie, S. Lackner

FB Informatik
Universität Salzburg

January 15, 2026



Verzeichnis

1 Einführung

- SSSP Algorithmen
 - Dijkstra
 - Bellman-Ford

2 Bounded Multi-Source Shortest Path

- Die Datenstruktur
- Der Algorithmus
- Laufzeit

3 Literatur





-
-



-
-
- Datenstrukturen



1 Einführung

- SSSP Algorithmen
 - Dijkstra
 - Bellman-Ford

2 Bounded Multi-Source Shortest Path

- Die Datenstruktur
- Der Algorithmus
- Laufzeit

3 Literatur



SSSP Algorithmen

- Single-Source Shortest Path Algorithmen (SSSP's)



Dijkstra



Bellman-Ford



1 Einführung

- SSSP Algorithmen
 - Dijkstra
 - Bellman-Ford

2 Bounded Multi-Source Shortest Path

- Die Datenstruktur
- Der Algorithmus
- Laufzeit

3 Literatur



Die Datenstruktur

- Dijkstra hat eine asymptotische Laufzeit von $\mathcal{O}(m \log n)$



Die Datenstruktur

- Dijkstra hat eine asymptotische Laufzeit von $\mathcal{O}(m \log n)$
- Um diese Laufzeit zu verbessern, wird eine spezielle Datenstruktur benötigt



Die Datenstruktur

- Dijkstra hat eine asymptotische Laufzeit von $\mathcal{O}(m \log n)$
- Um diese Laufzeit zu verbessern, wird eine spezielle Datenstruktur benötigt
- Diese Struktur ist eine sogenannte Block-based linked List



Die Datenstruktur

- Es gibt zwei Sequenzen an Blöcken, \mathcal{D}_0 und \mathcal{D}_1 , welche beide Linked Lists sind mit maximal M Key/Value Paaren und einem Upperbound von B



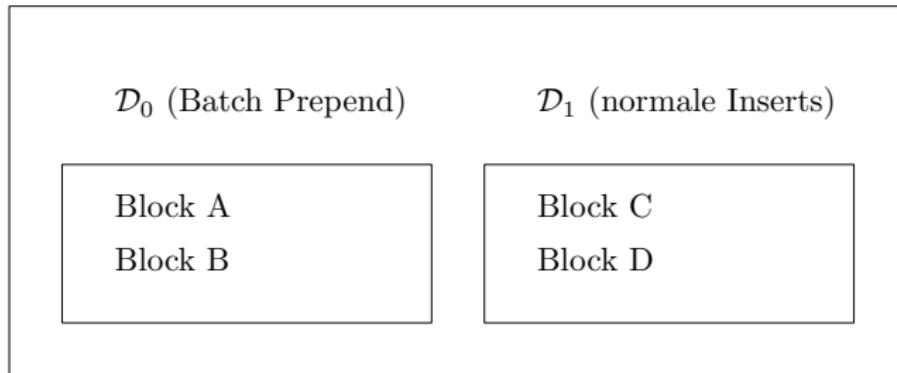
Die Datenstruktur

- Es gibt zwei Sequenzen an Blöcken, \mathcal{D}_0 und \mathcal{D}_1 , welche beide Linked Lists sind mit maximal M Key/Value Paaren und einem Upperbound von B
- \mathcal{D}_0 enthält Batch Prepend Elemente, unbounded



Die Datenstruktur

- Es gibt zwei Sequenzen an Blöcken, \mathcal{D}_0 und \mathcal{D}_1 , welche beide Linked Lists sind mit maximal M Key/Value Paaren und einem Upperbound von B
- \mathcal{D}_0 enthält Batch Prepend Elemente, unbounded
- \mathcal{D}_1 enthält mit Insert eingefügte Elemente, bounded mit $O(\max\{1, N/M\})$



Die Datenstruktur

- Beide Sequenzen sind nach deren Werten sortiert, d.h. der Upperbound eines Blocks ist nie größer als alle Werte des darauffolgenden Blocks



Die Datenstruktur

- Beide Sequenzen sind nach deren Werten sortiert, d.h. der Upperbound eines Blocks ist nie größer als alle Werte des darauffolgenden Blocks
- Die Blöcke werden von einem binären Suchbaum gebalanced

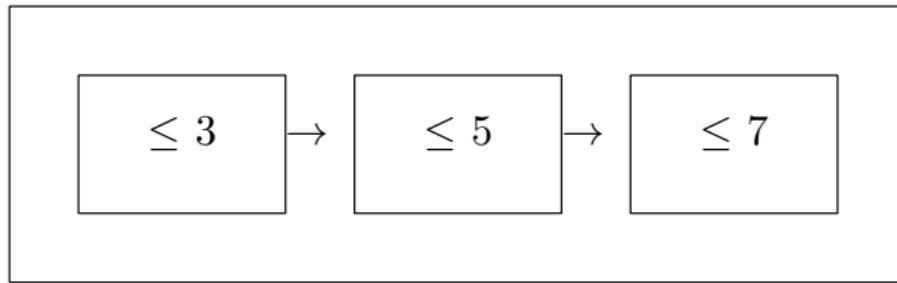
Block C ($\max = 6$)

G(4), B(5), F(6)



Die Datenstruktur

- Beide Sequenzen sind nach deren Werten sortiert, d.h. der Upperbound eines Blocks ist nie größer als alle Werte des darauffolgenden Blocks
- Die Blöcke werden von einem binären Suchbaum gebalanced



Die Datenstruktur

- Insert



Die Datenstruktur

- Insert
- Batch Prepend



Die Datenstruktur

- Insert
- Batch Prepend
- Pull



Die Datenstruktur

- Insert(a, b):



Die Datenstruktur

- Insert(a, b):
- Sollten mehrere Key/Value Paare den selben Key haben, so wird das Paar mit dem kleineren Value bevorzugt



Die Datenstruktur

- Insert(a, b):
- Sollten mehrere Key/Value Paare den selben Key haben, so wird das Paar mit dem kleineren Value bevorzugt
- Der entsprechende Block wird mithilfe des Binären Baums gesucht



Die Datenstruktur

- Insert(a, b):
- Sollten mehrere Key/Value Paare den selben Key haben, so wird das Paar mit dem kleineren Value bevorzugt
- Der entsprechende Block wird mithilfe des Binären Baums gesucht
- Insert beim gefunden Block in \mathcal{D}_1



Die Datenstruktur

- Insert(a, b):
- Sollten mehrere Key/Value Paare den selben Key haben, so wird das Paar mit dem kleineren Value bevorzugt
- Der entsprechende Block wird mithilfe des Binären Baums gesucht
- Insert beim gefunden Block in \mathcal{D}_1
- Laufzeit von Insert $O(\max\{1, \log(N/M)\})$



Die Datenstruktur

- Batch Prepend(L):



Die Datenstruktur

- Batch Prepend(L):
- L Key/value Paare werden so eingetragen dass keine kleineren Werte vorhanden sind



Die Datenstruktur

- Batch Prepend(L):
- L Key/value Paare werden so eingetragen dass keine kleineren Werte vorhanden sind
- Insert ist immer am Beginn von \mathcal{D}_0



Die Datenstruktur

- Batch Prepend(L):
- L Key/value Paare werden so eingetragen dass keine kleineren Werte vorhanden sind
- Insert ist immer am Beginn von \mathcal{D}_0
- Laufzeit von Batch Prepend $O(L \cdot \max\{1, \log(L/M)\})$



Die Datenstruktur

- Pull:



Die Datenstruktur

- Pull:
- Pull gibt eine Menge S' , mit einem Upper Bound x , an kleinsten Werten zurück



Die Datenstruktur

- Pull:
- Pull gibt eine Menge S' , mit einem Upper Bound x , an kleinsten Werten zurück
- Das führt zu einer Sortierung in Gruppen statt einer genauen Sortierung der Werte



Die Datenstruktur

- Pull:
- Pull gibt eine Menge S' , mit einem Upper Bound x , an kleinsten Werten zurück
- Das führt zu einer Sortierung in Gruppen statt einer genauen Sortierung der Werte
- Laufzeit von Pull $O(|S'|)$



1 Einführung

- SSSP Algorithmen
 - Dijkstra
 - Bellman-Ford

2 Bounded Multi-Source Shortest Path

- Die Datenstruktur
- Der Algorithmus
- Laufzeit

3 Literatur



1 Einführung

- SSSP Algorithmen
 - Dijkstra
 - Bellman-Ford

2 Bounded Multi-Source Shortest Path

- Die Datenstruktur
- Der Algorithmus
- Laufzeit

3 Literatur



Literatur

