# Zestaw Problemów: Kinematyka

Numerowane zadania w części zadania egzaminacyjne są zadaniami, które mógłbyś spotkać podczas egzaminu (zauważ, że część z nich jest wzięta prosto z egzaminów). Pomiędzy zadaniami egzaminacyjnym dodałem kilka zadań, które mają pomóc ci zrozumieć szerszy kontekst problemu, te zadania nie są numerowane ale zaznaczyłem je **pogrubieniem**. Trudniejsze zadania zaznaczyłem na **zielono**, a najtrudniejsze na **czerwono**. Powodzenia!

## I. Zadania Egzaminacyjne

---

**Zadanie 1.** Rozważmy hipotetyczną sytuację, w której zawodnik z piłką znajdował się przez pewien czas w kabinie spadającej swobodnie z przyspieszeniem ziemskim $\vec{g}$. Kabina podczas spadania nie obraca się. W pewnym momencie piłkarz – znajdujący się w stanie nieważkości – lekko rzucił piłkę. Prędkość początkowa $\vec{u}_0$ rzuconej piłki, określona względem kabiny, ma kierunek równoległy do podłogi kabiny. Opory powietrza pomijamy. Ruch piłki w układzie odniesienia związanym z kabiną, od momentu odrzucenia jej przez zawodnika do chwili uderzenia piłki w ścianę kabiny, będzie odbywał się:

**A.** wzdłuż linii prostej równoległej do podłogi kabiny, ze stałą prędkością.

**B.** wzdłuż ramienia paraboli skierowanego w górę, z przyspieszeniem skierowanym w górę.

**C.** wzdłuż ramienia paraboli skierowanego w dół, z przyspieszeniem skierowanym w dół.

**D.** wzdłuż linii prostej równoległej do podłogi kabiny, z niezerowym przyspieszeniem.

**Proszę podaj argumentacje swojej odpowiedzi.**

---

**Zadanie 2.** Teraz studiujemy ruch tej samej piłki stojąc na Ziemi (wyobraź sobie, że kabina z zadania 1. spada na ziemie). Ruch piłki w naszym nowym układzie odniesienia, od momentu odrzucenia jej przez zawodnika do chwili uderzenia piłki w ścianę kabiny, będzie odbywał się (użyj odpowiedzi z zadania 1.): **A lub B lub C lub D?**

**Zadanie Dodatkowe:** wydaje mi się, że byłoby kształcące zobaczyć ten przykład w akcji. Najbliższym fizycznym przykładem w tym kontekście może być następujące: mamy pełną butelkę wody, w której zrobiliśmy kilka dziur (żeby umożliwić cieknięcie wody), studiujemy co się stanie jeżeli pionowo opuścimy butelkę z okna budynku. Spróbuj, zrozumieć w jaki sposób ten przykład jest podobny do zadania 1. i 2., i wytłumacz co się stanie z wypływającą wodą podczas lotu butelki (pomiń opory powietrza). Na koniec obejrzy następujący filmik (start 4:00):

`https://www.youtube.com/watch?v=0jjFjC30-4A`.

Powyższy przykład (patrz zadnia 1 i 2) był studiowany już przez A. Einsteina około 1910 roku, tylko zamiast piłki Einstein rozważał ruch światła, doprowadziło go to do nowego rozumienie zasady równoważności (`https://pl.wikipedia.org/wiki/Zasada_r%C3%B3wnowa%C5%BCno%C5%9Bci`).

---

**Zadanie 3.** Dwaj kolarze zbliżali się do mety, jadąc jeden obok drugiego ruchem jednostajnym z prędkością $15\,\mathrm{m/s}$. W odległości $100\,\mathrm{m}$ od mety jeden z nich przyspieszył i jadać ruchem jednostajnie przyspieszonym po sześciu sekundach minął metę. W jakiej odległości od mety znajdował się wówczas drugi kolarz jadący do końca z niezmienną prędkością?

**A.** $2,5\,\mathrm{m}$.

**B.** $5\,\mathrm{m}$.

**C.** $10\,\mathrm{m}$.

**D.** $15\,\mathrm{m}$.

---

**Zadanie 4.** Paweł szedł na Uniwersytet z prędkością o średniej wartości $(5/6)\,\mathrm{m/s}$. Kiedy dotarł na miejsce, okazało się, że z powodu pandemii Kornawirusa lekcje odwołano. Ile powinna wynieść średnia wartość prędkości, z jaką poruszał się w drodze powrotnej, aby na całej trasie wyniosła ona $4\,\mathrm{km/h}$?

**A.** $3,5\,\mathrm{km/h}$.

**B.** $4\,\mathrm{km/h}$.

**C.** $4,5\,\mathrm{km/h}$.

**D.** $6\,\mathrm{km/h}$.

**Zadanie Dodatkowe:** czy całkowita wartość prędkości średniej ($4\,\mathrm{km/h}$) jest arytmetyczną średnią wartości dwóch cząstkowych prędkości ($5/6\,\mathrm{m/s}$ i twojej odpowiedzi), podaj argumentacje swojej odpowiedzi.

---

**Zadanie 5.** Kamień został rzucony poziomo z prędkością $5\,\mathrm{m/s}$. Po jakim czasie wektor jego prędkości będzie odchylony od pionu o $40°$?

**A.** $0,2\,\mathrm{s}$.

**B.** $0,4\,\mathrm{s}$.

**C.** $0,6\,\mathrm{s}$.

**D.** $0,8\,\mathrm{s}$.

**Zadanie Dodatkowe:** rozważmy teraz następującą hipotetyczną sytuację, w której obserwujemy i dokonujemy pomiarów ruchu kamienia z nowego układu odniesienia (nazwijmy go układem K). Początek oryginalnego układu oraz układu K pokrywa się w przestrzeni w czasie $0\,\mathrm{s}$, dodatkowo mamy, że układ K porusza się względnie do układu oryginalnego z prędkością $5\,\mathrm{m/s}$, która jest równoległa do początkowej prędkości kamienia. Po jakim czasie wektor prędkości kamienia mierzony z układu K będzie odchylony od pionu o $40°$?

---

**Zadanie 6.** Kamień został rzucony poziomo z prędkością $5\,\mathrm{m/s}$. Jaką wartość prędkości będzie miał kamienie kiedy wektor jego prędkości będzie odchylony od pionu o $40°$?

**A.** $1,2\,\mathrm{m/s}$.

**B.** $3,4\,\mathrm{m/s}$.

**C.** $5,6\,\mathrm{m/s}$.

**D.** $7,8\,\mathrm{m/s}$.

**Zadanie Dodatkowe:** jaką wartość prędkości, mierzoną w układzie K, będzie miał kamień kiedy wektor jego prędkości będzie odchylony od pionu o $40°$ w układzie K.

---

**Zadanie 7.** Oblicz wartość prędkości obiegu Ziemi wokół Słońca (odległość Ziemi od Słońca wynosi 150 mln km, symbol $\sim$ oznacza około).

**A.** $\sim 1 \times 10^3\,\mathrm{km/h}$.

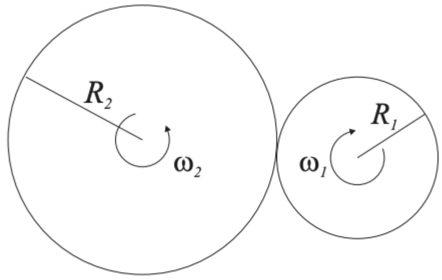
**B.** $\sim 10 \times 10^3\,\mathrm{km/h}$.

**C.** $\sim 100 \times 10^3\,\mathrm{km/h}$.

**D.** $\sim 1000 \times 10^3\,\mathrm{km/h}$.

**Zadanie Dodatkowe:** oblicz wartość prędkości obiegu Ziemi wokół Słońca jaką zmierzy statek kosmiczny uciekający z układu słonecznego z wartością prędkości 500 km/s względem ruchu Marsa (odległości Marsa od Słońca wynosi 57,7 mln km), kierunek wektora prędkości statku leży w płaszczyźnie układu słonecznego i jest skierowany promieniowo na zewnątrz. Co zmieniłoby się jeżeli statek miałby wartością prędkości 500 km/s względem ruchu Ziemi a nie Marsa (przedstaw jakościową odpowiedź).

---




Rysunek 1: Ten rysunek dotyczy zadania 8.

**Zadanie 8.** Dwie przekładnie odpowiednio o promieniach $R_1 = 2\,\mathrm{cm}$, $R_2 = 10\,\mathrm{cm}$ obracają się w taki sposób, że punkty na ich styku nie ślizgają się po sobie. Wiedząc, że prędkość kątowa mniejszej przekładni wynosi $\omega_1 = 6.28\,\mathrm{rad/s}$ wyznacz okres obrotu przekładni większej.

**A.** 5 s.

**B.** 10 s.

**C.** 12 s.

**D.** 15 s.

---

**Zadanie 9.** Które z poniższych zdań są nieprawdziwe:

**A.** w ruchu jednostajnym prostoliniowym prędkość rośnie proporcjonalnie do czasu;

**B.** w ruchu jednostajnie zmiennym droga zmienia się proporcjonalnie do kwadratu czasu;

**C.** prędkość liniowa w ruchu jednostajnym po okręgu związana jest z prędkością kątową następującą zależnością (gdzie symbole w równaniu mają swoje standardowe znaczenie): $\vec{v} = \vec{r} \times \vec{\omega}$;

**D.** wszystkie odpowiedzi są nieprawdzie.

---

**Zadanie 10.** Jeżeli wiemy, że dwa identyczne ciała poruszają się ruchem jednostajnym po okręgu i ich prędkości kątowe są takie same, to możemy powiedzieć, że:

**A.** prędkość liniowa pierwszego ciała jest większa od prędkości liniowej drugiego ciała;

**B.** prędkości liniowe obydwu ciał są różne;

**C.** prędkości liniowe obydwu ciał są sobie równe;

**D.** wszystkie odpowiedzi są nieprawdzie.

**Zadanie 11.**

**A.** Przyspieszenie grawitacyjne ciał na dowolnej planecie można obliczyć, korzystając ze wzoru $g = \frac{GM}{R^2}$, gdzie G to stała grawitacji, M to masa planety, R to promień planety. Sprawdź, czy obliczając przyspieszenie, z tego wzoru, otrzymasz wynik w $\mathrm{m/s^2}$.

**B.** Woltomierz pozwala zmierzyć napięcie z dokładnością do 2%. Oblicz bezwzględną niepewność pomiaru, jeśli urządzenie podało wynik 235 V. Zapisz ten wynik wraz z niepewnością pomiarową.

**C.** Przeczytaj opis i odpowiedz, czy w danym przypadku można traktować poruszające się ciało jako punkt materialny podaj krótkie uzasadnienie: (i) samolot leci z Gdańska do Sztokholmu, (ii) podczas zawodów akrobatycznych samolot wykonał figurę zwaną korkociągiem.

**Zadanie Dodatkowe:** poszukaj w dostępnych źródłach informacji na temat cykloidy. Wskaż, gdzie pojawia się ta krzywa. Podaj wzór opisujący tą krzywą?

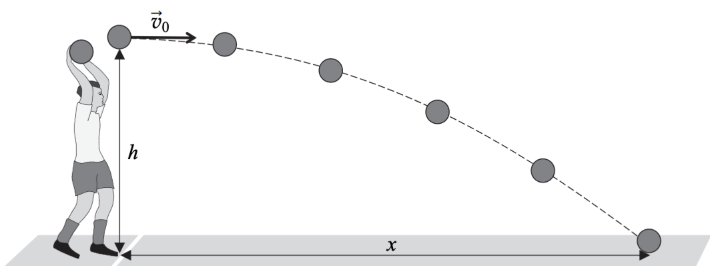
---

**Zadanie 12.** Kierowca samochodu jadącego z prędkością 80 km/h nacisnął hamulec, który zaczął działać, gdy samochód był w odległości 60 m od ronda. Samochód jechał po linii prostej ze stałym opóźnieniem i wjechał na rondo gdy jego prędkość spadła do 35 km/h. W czasie jazdy po rondzie samochód nie przyspieszał ani nie zwalniał.

**A.** Oblicz czas dojazdu do ronda i wartość opóźnienia samochodu podczas dojazdu.

---

**Zadanie 13.** Rzut z autu jest elementem gry w piłkę nożną i polega na wprowadzeniu piłki do gry z linii bocznej boiska. Podczas wykonywania autu piłkarz rzuca piłkę oburącz zza głowy.




Rysunek 2: Schematyczny rysunek rzutu z autu.

**A.** Zawodnik podczas meczu wyrzuca piłkę z autu w kierunku poziomym. W momencie wyrzutu piłka znajduje się na wysokości $h = 1,96$ m ponad poziomą powierzchnią boiska. Oblicz czas lotu piłki od momentu wyrzutu do chwili uderzenia piłki o ziemię.

**B.** Piłka wyrzucona poziomo z autu, z wysokości $h = 1,96$ m, spadła na boisko w odległości $x = 5,10$ m – jeśli zmierzyć w kierunku poziomym od miejsca wyrzutu (zobacz rys. poniżej). Oblicz wartość $\vec{v}_0$ prędkości początkowej piłki.

---

**Zadanie 14**. Płynąc z prądem rzeki, motorówka pokonuje pewną drogę w czasie 2 h. Pod prąd pokonanie tego samego odcinka zajmuje jej aż 4 h. W jakim czasie motorówka przebyłaby tę samą drogę po jeziorze?

---

**Zadanie 15**. Z dziurawej rynny co $0,5\,\mathrm{s}$ spada kropla wody. Czy dwie kolejne krople poruszają się względem siebie ruchem jednostajnym, czy jednostajnie przyspieszonym? Odpowiedź uzasadnij.

---

## II. Zadania Matematyczne

---

**Zadanie 16**. Spróbuj opisać ruch piłki w 2 wymiarach (przedstawiony w zadaniach 1 i 2) za pomocą wektorów. To znaczy przedstaw równania ruchu piłki z dwóch układów odniesienia (odpowiednio z pytań 1 i 2). Wymagane terminy w równaniach nazwij odpowiednio według swoich upodobań. Wreszcie, czy mógłbyś użyć transformacji Galileusza do zmiany między układami odniesienia, jeśli tak, to w jaki sposób?

---

**Zadanie 17**. Dwie przykładowe wielkości skalarne w fizyce, które są zdefiniowane za pomocą iloczynu skalarnego wektorów, to praca i moc. Dla stałej siły: praca mechaniczna jest iloczynem skalarnym wektorów siły i przemieszczenia, a moc jest iloczynem skalarnym siły i prędkości.
**A.** Oblicz pracę wykonaną przez pole grawitacyjne podczas przemieszczania ciała z pozycji $(1, 1, 1)$ do $(0, 0, 0)$, tutaj pozycje są podane w metrach, przyjmij, że siła grawitacji jest podana przez $(-mg, 0, 0)$ gdzie $m$ to masa ciała (przyjmij $m = 10\,\mathrm{kg}$), a $g$ to $10\,\mathrm{m/s^2}$.
**B.** Jaka jest średnia ilość energii w jednostce czasu przenoszona do tego ciała przez pole grawitacyjne podczas jego ruchu (przyjmij, że prędkość początkową ciała jest zerowa), który przedstawiono w poprzedniej części zadania.

---

**Zadanie 18.** Policz prędkość chwilową cząsteczki w ruch po okręgu w czasie t jeżeli prędkość kątowa ($\vec{\omega}$) oraz wektor położenia cząstki w czasie t mają następujące wartości (pracujemy w układzie Kartezjańskim): $\vec{\omega} = (A, B, C)$ i $\vec{r} = (AR/B, BR/C, CR/A)$

---

## III. Zadania Teoretyczne

W tej sekcji przestudiujemy twierdzenie Buckingham. Twierdzenie Buckingham znane też jako twierdzenie pi jest kluczowym prawem stosowanym w analizie wymiarowej. Twierdzenie wprowadził E. Buckingham w 1914 roku. Stwierdza ono, że: jeżeli mamy jakieś równanie opisane przez pewną liczbę niezależnych parametrów fizycznych to równanie to możemy wyrazić przy pomocy modułów bezwymiarowych, których liczba równa jest liczbie tych parametrów fizycznych pomniejszonych o wymiary podstawowe. Twierdzenie Buckingham można najlepiej zrozumieć po rozwiązaniu kilku przykładów. Mamy nadzieję, że możemy rzucić okiem na to podczas naszych lekcji, zanim przejdziemy do poniższych problemów.

---

**Zadanie 19/Rozgrzewka.** Jednostki naturalne to układ jednostek zaproponowanych przez Maxa Plancka i będących kombinacjami uniwersalnych stałych fizycznych: stałej Plancka $\hbar$, stałej Grawitacji G i prędkości światła.

**A.** Napisz nazwę wielkości fizycznej, której jednostką jest $\sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}}$, $\sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}}$, $\sqrt{\frac{\hbar c}{G}}$ . Uzasadnij odpowiedź.

**B.** Oblicz wartość liczbową tych jednostek w układzie SI (w czysto naturalnym układzie jednostek wszystkie jednostki są zwykle tak zdefiniowane, że wartości liczbowe wybranych stałych fizycznych w zakresie tych jednostek wynoszą dokładnie 1).

---

**Zadanie 20.** Możemy użyć analizy wymiarowej do oszacowania skali długości, $l_P$, na której badanie grawitacji musi uwzględniać efekty kwantowe. Spekuluj, dlaczego możesz oczekiwać, że $l_P$ zależy od trzech podstawowych stałych $G$, $c$ i $\hbar$, tj. że powinno ich być funkcja $f$ z:

$$f(l_p, G, c, \hbar) = constans\,. \tag{1}$$

Znajdź bezwymiarową kombinację $l_P$ i trzech podstawowych stałych, a potem użyj analizy wymiarowej w celu oszacowania skali długości $l_P$ (zwykle nazywanej długością Plancka). W jednostkach SI: $G = 6.67 \times 10^{11}\,\mathrm{Nm^2/kg^2}$, $c = 3 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$, $h = 2\pi\hbar = 6.6310^{34}\,\mathrm{Js}$.

**Ciekawostka.** W 1941 roku Sir Geoffrey I. Taylor wykorzystał analizę wymiarową do oszacowania energii uwolnionej podczas eksplozji bomby atomowej. Pierwsza bomba atomowa została zdetonowana w pobliżu Alamogordo w Nowym Meksyku 16 lipca 1945 r. W 1947 r. Filmy z eksplozji zostały odtajnione, co umożliwiło sir Geoffreyowi dokończenie analizy i oszacowanie energii uwolnionej podczas eksplozji, mimo że uwalnianie energii wciąż było sklasyfikowany. Rzeczywista uwolniona energia została później odtajniona, a jej wartość była niezwykle zbliżona do szacunków Taylora.

Należy zauważyć, że analiza wymiarowa jest bardzo potężnym narzędziem. Niektóre proste procesy fizyczne, które można badać za jego pomocą, to: wysokość fali w płytkiej wodzie, okres w prostym ruchu wahadłowym.