



Faculty of Electronics, Telecommunications and Information Technology

Diagrame de decizie binara

Student: Muresan Gabriel Vasile

Grupa: An 2 CSI

Introducere

O diagramă de decizie binară (BDR) sau un program de ramificare este o formă de reprezentare a unei funcții booleene a variabilelor sub forma unui grafic aciclic direcționat. alcătuite din noduri interne de soluții (etichetate), fiecare dintre ele având câte doi descendenți fiecare. și două noduri terminale (etichetate 0 și 1), fiecare dintre acestea corespund uneia dintre cele două valori ale funcției Boolean. În literatura străină, diagramele de decizie binară și programele de ramificare sunt denumite diagrama deciziei binare (BDD) și, respectiv, programele de ramificare (BP).

Diagramele de decizie binare (BDD) sunt un derivat al arborilor de decizie. Arbori de decizie sunt folosiți pentru învățare și clasificare: adică pentru a reprezenta cunoștințe într-un mod compact. BDD sunt utilizate în același scop, pentru un domeniu mai restricționat: reprezentarea de funcții booleane.

Funcțiile booleane

Funcțiile booleane au multe aplicații; cele mai proeminente sunt în proiectarea circuitelor digitale VLSI cât și optimizarea și verificarea acestora. Algebra booleană este numită în onoarea lui Georges Boole (1815 -1864), care a inventat pentru a formaliza, folosind limbajul matematicii, logica aristotelică clasică. Algebra booleană operează numai pe două valori, pe care le putem numi „ false ”și „ true”, sau „ 0 ”și „ 1”. O variabilă booleană poate avea una dintre aceste două valori.

Funcția booleană poate fi reprezentată ca un grafic aciclic direcționat alcătuită din mai multe noduri de soluție internă și două noduri terminale, numită nod terminal 0 și nod terminal 1. Fiecare nod de decizie intern la nivel este marcat cu o variabilă booleană și are doi copii. numit cel mai tânăr descendent și copilul senior. Trecerea de la nodul interior la copilul cel mai mic sau cel mai înalt se efectuează în funcție de valoarea variabilei (0 sau respectiv 1). Pentru valorile

date, calea de la nodul rădăcină la nodul 1-terminal corespunde faptului că la aceste valori de intrare funcția Boolean ia valoarea 1.

BDR se numește ordonată dacă variabilele diferite apar în aceeași ordine în întregime de la nodul rădăcină al graficului. BDR se numește abreviat. Dacă în grafic sunt aplicate următoarele două reguli de reducere:

În majoritatea cazurilor, o diagramă de decizie binară este înțeleasă ca diagrama binară de decizie ordonată abreviat (DBDE). Avantajul unui BDD ordonat scurt este acela că este canonic (unic) pentru o anumită funcție și o ordine dată de variabile. Această proprietate face ca DBDE să fie utilă pentru verificarea echivalenței funcționale.

Cifra din stânga arată un arbore binar de decizie (fără aplicarea regulilor de reducere) care corespunde tabelului de adevăr pentru funcția Boolean prezentată în aceeași figură. Pentru valorile de intrare date, se poate determina valoarea unei funcții booleene, se deplasează arborele de la nodul rădăcină la nodurile terminale ale arborelui, alegând direcția de tranziție de la nodul în funcție de valorile de intrare. Dungile liniare din figură prezintă tranziții către cel mai tânăr descendent, iar liniile continue arată tranziții către descendentul superior. De exemplu, în cazul în care valorile de intrare set (,,), din nodul rădăcină trebuie să meargă de-a lungul liniei punctate spre stânga (deoarece valoarea este 0), atunci trebuie să mergi la linii continue la dreapta (deoarece valorile sunt egale și 1). Ca urmare, ne aflăm într-un nod 1-terminal, care este, valoarea este 1.

O funcție booleană “n-ary” poate lua n variabile booleene ca și input și generează o singură valoare booleană. Tabelul 1 reprezintă funcția booleană binară “and” care este folosită pentru a calcula o pereche de valori booleene într-o singură valoare booleană.

x_1	x_2	$x_1 \wedge x_2$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Arborii de decizie pentru functii booleane

Putem vizualiza o funcție booleană cu n argumente ca *clasificator peste șiruri binare de lungime n* : fiecare șir reprezintă valorile de intrare; un șir este mapat la 0 sau 1. Atunci putem construi un arbore de decizie pentru a clasifica astfel de șiruri pe baza caracterelor componente. Figura 1 prezintă doi arbori de decizie diferiți pentru funcția „și” booleană.

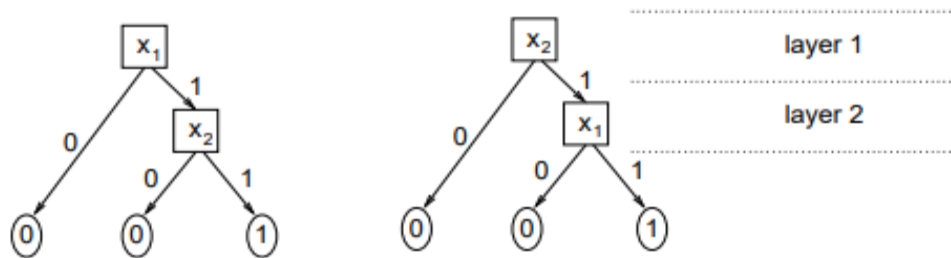


Figura 1. Doi arbori de decizie care calculeaza aceeași funcție booleană „și”

Vom impune acum câteva constrângeri privind modul în care se construiește arborele decizional:

1. Comandăm toate valorile de intrare o dată pentru totdeauna (de aceea vom numi rezultatul diagrame comandate).
2. Cerem ca un arbore de decizie pentru o funcție cu n intrări să aibă întotdeauna n "layers"; de asemenea, pe stratul i este vorba doar despre valoarea variabilei x_i .

A se reține ca ordinul influențează dramatic mărimea arborelui rezultat; nu există un anumit algoritm eficient pentru a se afla cel mai bun ordin.

Diagrame de decizie binara ordonate

Diagramele de decizie binara ordonate au fost introduce in anul 1986 de catre Randal Bryant. Acesta a impus o conditie aditionala:

3. Arborele nu ar trebui sa contina 2 subarbori identici.

Sa se considere functia booleana care compara egalitatea dintre 2 valori de 2 biti ; aceasta functie are 4 intrari variabile $f(x_1, x_2, y_1, y_2) = (x_1 \Leftrightarrow y_1) \wedge (x_2 \Leftrightarrow y_2)$. Arborele de decizie si diagrama de decizie binara ordonata pentru aceasta functie sunt illustrate in figura 2.

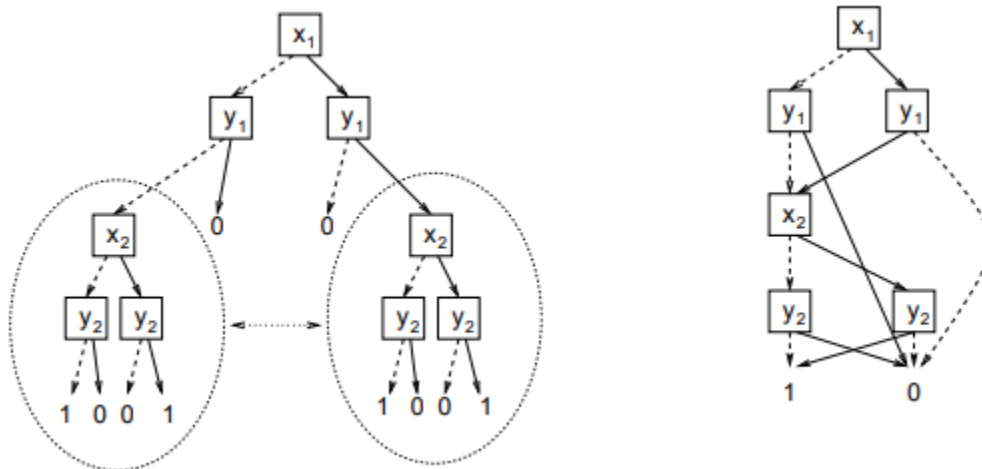


Figura 2. Arborele de decizie (stanga) si diagrama de decizie binara ordonata (dreapta) pentru functia echivalenta pentru 2 siruri e cate 2 biti fiecare, pentru celasi ordin. Toti subarborii identici in arborele de decizie sunt combinati in diagrama de decizie binara ordonata.

In lucrarea lui, Bryant prezinta:

- Cum se poate construi diagrame de decizie binara ordonate rapid avand arborele de decizie;

- Doua diagrame de decizie binara ordonate sunt identice ca si numi daca functiile booleane pe care le reprezinta sunt de asemenea identice;
- Cum se poate implementa functii booleane care calculeaza diagramele de decizie binara ordonate intr-un timp linear.

Operații logice pe diagrame de decizie binară

Multe dintre operațiile logice (conjuncție. Disjuncție. Negație) pot fi formate direct peste o diagrama de decizie binara prin algoritmi care efectuează manipularea graficelor în timp polinomial. Cu toate acestea, repetarea acestor operații, o pluralitate de ori, de exemplu, în timpul formării conjuncțiilor sau disjuncțiilor poate duce la o diagrama de decizie binara exponențial mare în cel mai rău. Acest lucru se datorează faptului că rezultatul oricăror operațiuni anterioare pe două diagrame de decizie binara pot fi, în general BDR într-o mărime proporțională cu produsul dintre dimensiunile de mai sus, astfel încât pentru mai multe dimensiuni diagrama de decizie binara poate crește exponențial.