稳态增长时技术进步必须是哈罗德中性吗?
——Uzawa 稳态定理再考察

黎德福　黄玖立*

摘要　本文通过一个包括调整成本的新古典增长模型证明: 新古典增长模型的稳态增长要求资本积累的边际效率的变化率与资本增进型技术进步率之和必须等于零。该条件表明，仅当资本积累的边际效率不变时，稳态增长才要求技术进步必须是哈罗德中性，而当存在调整成本且使资本积累的边际效率持续下降时，只有非哈罗德中性技术进步才能实现稳态增长。因此，哈罗德中性技术进步仅是资本积累的边际效率不变时新古典增长模型实现稳态均衡的特殊要求，Uzawa(1961) 稳态定理将它作为所有情况下新古典增长模型的稳态条件是错误的，应该予以修正。

关键词　新古典增长模型　Uzawa 稳态定理　技术进步方向　调整成本

一、引　　言

Uzawa(1961) 稳态定理认为，新古典增长模型要拥有稳态均衡，必须要么限定生产函数是柯布—道格拉斯形式，要么限定技术进步是哈罗德中性。由于这个“权威的”限制条件，许多宏观经济模型以及绝大部分经济增长文献或者对生产函数的具体形式或者对技术进步的方向设定非常严格的假设(Jones，2005) 。然而，这样的限制是否真的必要呢? 理论上，除了哈罗德中性，技术进步还包括希克斯中性和索洛中性等，而且希克斯中性技术进步在经验研究中的应用比哈罗德中性技术进步还要频繁，最典型的就是全要素生产率指标的测度。现实中，我们也很难找到非常符合经济直觉的理由让我们相信这样的限制是必要的，如当前全球大部分国家劳动收入份额不断下降使得许多经济学家相信，技术进步是资本增进型的(Karabarbounis and Neiman，2014) 。更重要的是，如果为了拥有稳态而将技术进步人为设定为哈罗德中性，则新古典增长模型就不能用于分析长期技术进步方向的决定了，从而也就无法分析经济体是否可以根据不同的环境条件选择不同的技术进步方向。

* 黎德福，同济大学经济与管理学院，经济与金融系，E-mail: tjldf@ tongji. edu. cn ，通讯地址: 上海市四平路 1239 号，邮政编码: 200092，手机: 13916719170; 黄玖立，南开大学泰达学院，E-mail: jlhuang@ nankai. edu. cn，通讯地址: 天津经济技术开发区宏达街 23 号南开大学泰达学院 3 区 318 室，邮政编码: 300457。本项研究受到国家社科基金青年项目“经济发展过程中的技术进步方向选择研究”(批准号: 10CJL012) 、中央高校基本科研业务费专项资金项目“农业劳动力大规模转移情况下经济波动的机制与宏观调控政策研究”的资助。感谢国家社科基金项目“促进沿海内地沿边对外贸易优势互补研究”(13BJL050) 和教育部“新世纪优秀人才支持计划”(NCET-13-0298) 的资助。文责自负。

Uzawa 定理自提出之后，一些文献试图简化其证明方法(Barro and Sala-i-Martin，2004，第 1 章; Schlicht，2006; Acemoglu，2009，第 2 章) ，也有不少文献试图为它提供合理的经济解释(Fellner，1961; Kennedy，1964; Samuelson，1965; Drandakis and Phelps，1966; Acemoglu，2003; Jones，2005; Jones and Scrimgeour，2008) ，但这些努力都没有能够消除对该定理的质疑。Aghion and Howiit(1998，第 16 章) 就明确怀疑限制技术进步必须是哈罗德中性的合理性。Sato 等(Sato，Ramachandran and Lian，1999; Sato and Ramachandran，2000) 指出，当资本积累是投资的非线性函数时，新古典增长模型在稳态时可以有非哈罗德中性技术进步。在 Schlicht(2006) 的方法的基础上，Irmen(2013) 通过考虑投资调整成本也证明，稳态增长完全可以包括资本增进型技术进步①。

与 Irmen(2013) 类似，本文也考虑投资调整成本对资本积累的影响。但不同的是，本文通过消费者的跨期优化行为和企业的利润最大化行为求解新古典增长模型的稳态均衡②。本文试图证明，对于新古典增长模型，无论是哈罗德中性还是非哈罗德中性技术进步都不能保证稳态均衡的存在。为了拥有稳态均衡，资本积累的边际效率的变化率和资本增进型技术率之和必须等于零。这样，哈罗德中性技术进步不仅不是新古典增长模型拥有稳态路径的必要条件，相反，在某些情况下，为了实现稳态均衡，技术进步不能是哈罗德中性。因此，新古典增长模型的稳态均衡不仅不排斥资本增进型技术进步，相反，在资本积累的边际效率递减时，还要求技术进步必须包括资本增进型③。在给出了稳态均衡的条件之后，我们可以发现，Uzawa 稳态定理仅适用于资本积累的边际效率不变的情况。现有文献在证明 Uzawa 定理时均基于没有投资调整成本的新古典增长模型，此时资本积累的边际效率一定不变。但是，资本积累的边际效率不变仅是新古典增长模型的一种特殊情况，为了使 Uzawa 稳态定理的结论不被误解，必须要清楚地指出资本积累的边际效率不变这个前提条件。为什么资本积累的边际效率不变，稳态要求技术进步必须是哈罗德中性? 本文进一步证明因为它隐含资本积累具有无限价格弹性。

本文后面的结构安排如下: 第二节，给出一个包括投资调整成本的新古典增长模型; 第三节，在现有文献的基础上明确界定稳态增长与平衡增长的区别，并分别给出它们在新古典增长模型中的实现条件; 第四节是现有 Uzawa 定理存在的问题及修正; 第五部分是结束语。

---

① 因为如果调整成本使资本积累的边际效率递减时，资本积累就变成了投资的非线性函数。

② 相对于 Schlicht(2006) 的方法，本文的分析方法不仅能够证明包括资本增进型技术进步的稳态均衡与微观主体的利益最大化行为一致，而且能够分析资本积累的边际效率对消费者跨期优化的欧拉方程的影响，由此可以发现用通常的欧拉方程来证明 Uzawa 稳态定理时可能会出现逻辑不一致，比如 Acemoglu(2009，第 15 章) 证明命题 15. 12 时就存在逻辑不一致。

③ 尽管 Irmen(2013) 指出了稳态增长时可以出现资本增进型技术进步，以及出现包括资本增进型技术进步的稳态路径的条件，但是并没有指出新古典增长模型实现稳态增长的一般条件。

二、包括调整成本的新古典增长模型

(一) 模型

假设一个代表性消费者具有常相对风险偏好(CRRA),其终生效用可表示为

$$\int_{t=0}^{\infty}\frac{C(t)^{1-\theta}}{(1-\theta)}e^{-\rho t}dt \tag{1}$$

其中,$C(t)$ 是第 t 期的消费,θ 是相对风险系数,ρ 是时间贴现率。

代表性企业的生产函数满足标准的新古典性质①,同时包括资本和劳动增进型技术,即:

$$Y(t)=F[B(t)K(t),A(t)L(t)] \tag{2}$$

其中,$Y(t)$,$K(t)$,$L(t)$ 分别表示产出、资本存量和劳动,$B(t)$ 和 $A(t)$ 分别表示资本增进型和劳动增进型技术。$B(t)K(t)$ 表示有效资本,$A(t)L(t)$ 表示有效劳动。假设初始禀赋大于等于 1,即 $A(0)$,$B(0)$,$L(0)\geqslant 1$。此外,两种技术进步率外生给定,分别是 $\dot{A}(t)/(A(t)=a\geqslant 0$,$\dot{B}(t)/B(t)=b\geqslant 0$,劳动的增长率假设为 $\dot{L}(t)/L(t)=n\geqslant 0$。

代表性消费者的收入来源包括利息(租金)和工资,支出包括消费和投资,则该消费者的预算约束是

$$C(t)+I(t)=rK+wL \tag{3}$$

其中,r 是资本的市场价格,w 是劳动的市场工资,且 $C(t)>0$,$I(t)>0$。

假定投资可以改变资本存量,但需要支付相应的调整成本。进一步假设调整成本采取线性可加的形式,则投资函数是:

$$I(t)=I_k(t)+h[I_k(t)] \tag{4}$$

其中,$I_k(t)$ 是用于增加新资本存量的投资,$h[I_k(t)]$ 是投资 $I_k(t)$ 对应的调整成本函数。假定该调整成本为正,且随着投资的增加以递增的速率上升,即 $h[\cdot]>0$,$h[0]=0$,$\partial h/\partial I_k>0$,$\partial^2 h/\partial I_k^2\geqslant 0$。资本积累方程是

$$\dot{K}(t)=I_k(t)-\delta K(t) \tag{5}$$

其中,$K(0)>0$,$\delta\geqslant 0$,$I_k(t)>0$。需要注意的是,进入积累方程的是 $I_k(t)$ 而非 $I(t)$。

由于 $\partial I(t)/\partial I_k(t)=1+\partial h/(\partial I_k(t)\geqslant 1$,总投资 $I(t)$ 是 $I_K(t)$ 的单调递增函数。由(4)式可解出新增资本与投资之间的关系即资本积累效率函数,具体表示为如下隐函数形式:

$$I_k(t)=G[I(t)]\leqslant I(t) \tag{6}$$

其中,$G[I(t)]$ 是资本积累的效率函数,反映投资转换为新资本的效率。将(6)式代入(5)式得包括调整成本的资本积累函数是:

$$\dot{K}(t)=G[I(t)]-\delta K(t) \tag{7}$$

① 即不变的规模报酬、正但递减的边际产出、Inada 条件和每种要素都是必要的(Barro and Sala-i-Martin,2004,第 1 章)。

由(6)和(7)式可知 $\dot{K}(t)=G[I(t)]-\delta K(t)\leqslant I(t)-\delta K(t)$，它表明资本积累不仅取决于投资的数量 $I(t)$，还取决于投资转换为资本的效率函数 $G(\cdot)$。由反函数的性质可得:

$$\begin{cases} G_I \equiv \dfrac{\partial G}{\partial I(t)} = \dfrac{1}{\partial I(t)/\partial I_k(t)} = \dfrac{1}{1+\partial h/\partial I_k(t)} > 0 \\ G_{II} \equiv \dfrac{\partial^2 G}{\partial I(t)^2} = \dfrac{\partial\{[1+\partial h/\partial I_k(t)]^{-1}\}}{\partial I(t)} = -\dfrac{\partial^2 h/\partial I_k(t)^2}{[1+\partial h/\partial I_k(t)]^3} \leqslant 0 \end{cases} \tag{8}$$

其中，G_I 是资本积累的边际效率，G_{II} 是资本积累边际效率的一阶导数。(8)式表明，当存在调整成本时，资本积累的边际效率是投资的非递增函数。直观地，随着投资增长，投资的调整成本递增，从而投资转化为资本的效率越来越低。

(二) 市场均衡

我们利用最优控制方法求解模型的稳态均衡。构造汉密尔顿方程如下:

$$H(C,K,\lambda)=\frac{C(t)^{1-\theta}}{1-\theta}e^{-\rho t}+\lambda(t)\{G[rK(t)+wL(t)-C(t)]-\delta K(t)\} \tag{9}$$

$\lambda(t)$ 是协态变量。通常的横截条件是

$$\lim_{t\to\infty}\lambda(t)K(t)=0 \tag{10}$$

(9)式的一阶条件是:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial H}{\partial C}=C^{-\theta}e^{-\rho t}-\lambda G_I=0 \\ &\dot{\lambda}=-\frac{\partial H}{\partial K}=-\lambda(G_I r-\delta) \end{aligned} \tag{11}$$

由一阶条件可得欧拉方程:

$$\frac{\dot{C}}{C}=\left[G_I r-\frac{\dot{G}_I}{G_I}-\rho-\delta\right]/\theta \tag{12}$$

值得注意的是，当消费的增长率为常数，即 $\dot{C}/C$ 为常数时，我们从(12)式并不能得出资本的价格 r 一定也是常数的结论。从数学上，r 是否为常数还取决于资本积累的边际效率 G_I 是否是常数。比如，当资本积累的方程是 Irmen(2013)曾用到的形式，如(13)式:

$$\dot{K}(t)=I(t)^{\beta}-\delta K(t)\qquad(0\leqslant\beta\leqslant1) \tag{13}$$

此时，$G_I=\beta I^{\beta-1}$。当 $\beta<1$ 时，欧拉方程就是 $\frac{\dot{C}}{C}=\left[\beta I^{\beta-1}r-(\beta-1)\frac{\dot{I}}{I}-\rho-\delta\right]/\theta$。如果此时 I 的增长率大于零，为了保证消费的增长率为常数，$\beta I^{\beta-1}r$ 也必须为正常数。当 I 持续上升时，$I^{\beta-1}$ 将会持续下降。这意味着，利率 r 也必须持续上升，并且增长率是 $\frac{\dot{r}}{r}=(1-\beta)\frac{\dot{I}}{I}$。直觉上讲，由于存在投资的调整成本，市场利率必须持续上升才能保证资本存量的净回报率高于消费者的时间贴现率。当且仅当 $\beta=1$ 时，$G_I=1$，投资可以完全转化为资本存量的增加，投资调整成本为零，此时资本积累方程(13)式就是通常意义上的

资本积累方程。此时欧拉方程是 $\dot{C}/C = [r-\rho-\delta]/\theta$,当消费增长率是常数时,$r$ 一定是常数。因此,消费者的欧拉方程是与资本积累函数的形式紧密相关的,并不是在任何资本积累函数的情况下都可以得到 $\dot{C}/C = [r-\rho-\delta]/\theta$ 的欧拉方程①。

由生产函数(2)式可得,代表性企业实现利润最大化的一阶条件要求市场利率等于资本边际效率:

$$r = \partial Y/\partial K = B[\partial Y/\partial(BK)] \tag{14}$$

将(14)式代入(12)式可得市场均衡时的欧拉方程:

$$\theta\frac{\dot{C}}{C} = G_I B\frac{\partial Y}{\partial(BK)} - \frac{\dot{G}_I}{G_I} - \rho - \delta \tag{15}$$

(15)式是消费者跨期最优与企业利润最大化同时实现的欧拉方程。

三、稳态增长和平衡增长的条件

(一) 稳态增长与平衡增长的定义

目前的文献中,稳态增长(steady state growth)与平衡增长(balanced growth)是两个紧密相关的概念,有时几乎等同地使用。但是,考虑资本积累的边际效率可变时,二者有非常重要的差异,实现条件也有重要的区别②。Barro and Sala-i-Martin(2004)将稳态增长定义为经济的各内生变量以不变的指数增长,Jones and Scrimgeour(2008)则将平衡增长定义为各变量以不变的指数增长。但是,Temple(2008)和 Acemoglu(2009)均认为,平衡增长不仅要求经济的各内生变量以不变的指数增长,而且要求资本产出比 K/Y 和利率 r 保持不变。然而,Temple(2005)和 Acemoglu(2009)均没有同时给出稳态增长和平衡增长的定义,我们并不清楚他们是否认识到二者的区别。Schlicht(2006)认为,在连续时间的设定下,平衡增长是指数增长的特殊情况,不仅要求各变量的增长率为常数,还要有部分变量保持特殊的比例关系,比如 K/Y 保持不变等③,即“平衡增长”比“稳态增长”的条件更严苛。因此,本文采用 Schlicht(2006)的定义,结合 Irmen(2013)关于包括调整成本时的研究,将稳态增长与平衡增长分别定义如下④:

稳态增长:对于前述中的新古典增长模型,除了调整成本 h 以外,各内生变量以不变的指数增长的均衡路径。

平衡增长:对于前述中的新古典增长模型,利率 r 和资本产出比 K/Y 不变时的稳态增长路径。

---

① Acemoglu(2009,第 15 章,p520)假设资本积累方程是 $\dot{K}(t) = sK(t)$,其中 s 是外生给定的参数。但他此时错误地认为 $\dot{C}/C = [r-\rho-\delta]/\theta$ 仍然成立,并由之认为当 $\dot{C}/C$ 为常数时,r 必定为常数,并进而用之证明此时技术进步仍然只能是哈罗德中性(即命题 15.12)。

② 感谢审稿人对澄清二者的建议。

③ 本文后面将证明,稳态增长也能实现某些比例不变,比如资本与劳动的收入份额不变,但是不能保证利率 r 和 K/Y 不变。因此并不是只要有某些比例关系不变的稳态增长率就是平衡增长,只有 r 和 K/Y 不变的稳态增长才是平衡增长。

④ 当然,正如 Barro and Sala-i-Martin(2004)指出的,也有人用平衡增长表示各变量增长率为常数的状态,而用稳态增长专指增长率为零的特殊情况。

接下来，我们依次推导并给出新古典稳态增长和平衡增长所需的条件。

（二）稳态增长条件

定义 $k \equiv BK/AL$ 表示有效资本与有效劳动之比，可得生产函数的集约形式 $f(k) = F(BK/AL, 1)$，由它可得有效资本的边际产出 $f'(k) = \partial Y/\partial(BK)$。定义有效劳均消费 $\hat{c} \equiv C/AL$。由（7）式和（15）式可得：

$$\begin{cases} \dfrac{\dot{k}}{k} = b + \dfrac{G(I)}{K} - \delta - a - n \\ \dfrac{\dot{\hat{c}}}{\hat{c}} = \dfrac{1}{\theta}\left[G_I Bf'(k) - \dfrac{\dot{G}_I}{G_I} - \rho - \delta \right] - a - n \end{cases} \tag{16}$$

假设时间 t_0 之后，经济位于稳态增长路径，根据前述定义，有效劳动、有效资本和消费均以相同的指数增长。根据变量的定义，我们有 $\dot{\hat{c}}(t)/\hat{c}(t) = 0$ 和 $\dot{k}(t)/k(t) = 0$，由（16）式可得：

$$\begin{cases} \dfrac{G(I)}{K} = a + n + \delta - b \\ G_I Bf'(k) - \dfrac{\dot{G}_I}{G_I} = \rho + \delta + \theta(a + n) \end{cases} \tag{17}$$

由（17）式的第二个方程可得：

$$f'(k^*) = \frac{\rho + \delta + \theta(a + n) + \dot{G}_I/G_I}{G_I B} \tag{18}$$

由于 t_0 之后 $\dot{k}(t)/k(t) = 0$，因此（18）式的左边是一个正的常数，那么右边也必须是一个正常数。这样，时间 t_0 之后，$G_I(t)B(t)$ 必须是常数。也即，当 $t > t_0$ 时，有：

$$\dot{G}_I/G_I + \dot{B}/B = 0 \tag{19}$$

由于实现稳态增长，k^* 必须是常数，因此（19）式是新古典增长模型实现稳态增长的必要条件。（19）式表示，在稳态路径上，资本积累的边际效率的变化率与资本增进型技术进步率之和必须等于零。直觉上，消费者可以通过储蓄积累物质资本，然而，由于存在递增的调整成本，资本增进型技术进步必须能够弥补调整成本的上升速度才能保证有效资本以不变的指数增长。

当 $\dot{G}_I/G_I + \dot{B}/B = 0$ 时，则有

$$f'(k^*) = [\rho + \delta + \theta(a + n) - b] / G_I B \tag{20}$$

由（7）式可得稳态时资本积累的速度是

$$\dot{K}^*/K^* = \dot{I}_K^*/I_K^* = G(I)/K - \delta = a + n - b \tag{21}$$

由（2）、（3）式和 $\hat{c} = C/AL$，可得稳态时其他内生变量的增长率是

$$\dot{Y}^*/Y^* = \dot{I}^*/I^* = \dot{C}^*/C^* = a + n \tag{22}$$

如果资本和劳动的市场价格分别用 r 和 w 表示，并且在稳态增长时等于它们的边际产出，则有 $r = \dfrac{\partial Y}{\partial K} = Bf'(k^*)$，$w = \dfrac{\partial Y}{\partial L} = A[f(k^*) - k^* f'(k^*)]$。要素的收入之比为：

$$\frac{rK}{wL}=\frac{k^{*}f'(k^{*})}{f(k^{*})-k^{*}f'(k^{*})} \tag{23}$$

由于 k^{*} 是常数,因此要素收入份额不变。

当 k^{*} 是常数时,两种要素的价格的增长率分别是

$$\begin{cases}\dot{r}/r=\dot{B}/B=b\\ \dot{w}/w=\dot{A}/A=a\end{cases} \tag{24}$$

由包括调整成本的投资函数 $I(t)=I_k(t)+h[I_k(t)]$ 可知,当 $\dot{I}^{*}/I^{*}>\dot{I}_K^{*}/I_K^{*}$ 时,正如 Irmen(2013)所指出,调整成本 h 的增长率不会是常数。

由上可知,当 $\dot{G}_I/G_I+\dot{B}/B=0$ 成立时,除了调整成本 h 之外所有内生变量的增长率都能够为常数,前面描述的包括调整成本的新古典增长模型能够实现稳态均衡。因此,它是包括调整成本的新古典增长模型实现稳态均衡的充分必要条件。

值得注意的是,稳态增长并没有要求技术进步必须是哈罗德中性,也没有要求生产函数必须是 Cobb-Dauglas 形式,只要求 $\dot{G}_I/G_I+\dot{B}/B=0$ 必须成立①。相反,当 $\dot{G}_I/G_I<0$ 时,为了满足稳态条件,必须有 $\dot{B}/B>0$。也就是说,此时技术进步就不能是哈罗德中性,或者说,如果此时技术进步是哈罗德中性,新古典增长模型反而无法实现稳态增长。

进一步,对(16)式在稳态($\hat{c}^{*}$,k^{*})附近进行泰勒展开,可得

$$\begin{pmatrix}\dfrac{\dot{k}(t)}{k(t)}\\[2ex] \dfrac{\dot{\hat{c}}(t)}{\hat{c}(t)}\end{pmatrix}\approx\begin{pmatrix}\dfrac{\partial[\dot{k}(t)/k(t)]}{\partial k}\Big|_{\substack{k=k^{*}\\ \hat{c}=\hat{c}^{*}}}, & -\dfrac{G_I}{k^{*}}\\[2ex] \dfrac{1}{\theta}G_I Bf''(k^{*}), & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}k\\ \hat{c}\end{pmatrix} \tag{25}$$

(25)式的系数行列式是

$$det\begin{pmatrix}\dfrac{\partial[\dot{k}(t)/k(t)]}{\partial k}\Big|_{\substack{k=k^{*}\\ \hat{c}=\hat{c}^{*}}}, & -\dfrac{G_I}{k^{*}}\\[2ex] \dfrac{1}{\theta}G_I Bf''(k^{*}), & 0\end{pmatrix}=\frac{1}{\theta}G_I Bf''(k^{*})\frac{G_I}{k^{*}}<0 \tag{26}$$

因此,(26)式表明,如果条件 $\dot{G}_I/G_I+\dot{B}/B=0$ 成立,新古典增长模型的稳态均衡路径还是鞍点稳定的。

(三) 平衡增长条件

平衡增长不仅要求各变量增长率为常数,而且要求利率 r 和资本产出比 K/Y 不变,因此实现平衡增长的条件比实现稳态增长的限制条件更多。由于稳态路径上,利率 r 的增长率是 $\dot{r}/r=\dot{B}/B=b$,因此平衡增长要求 $\dot{B}/B=b=0$,代入稳态条件可得,还必须有 $\dot{G}_I/G_I=0$。因此,为了实现平衡增长,不仅要求资本积累的边际效率的变化率与资本增进型技术进步率之和等于零,还要求二者分别等于零。即平衡增长的条件是:$\dot{G}_I/G_I=0$ 和 $\dot{B}/B=0$ 同时成立。

---

① 可以证明,即使对于 Cobb-Dauglas 生产函数,新古典增长模型实现稳态增长也要求 $\dot{G}_I/G_I+\dot{B}/B=0$ 必须成立。

当 $\dot{G}_I/G_I$ 小于零时，经济虽然可以实现稳态增长，但不可能实现平衡增长。比如，根据 Irmen(2013) 的设定，资本积累方程(13) 式要求 $\dot{G}_I/G_I = -(1-\beta)(a+n)$。此时，稳态增长的均衡要求 $\dot{B}/B = b = (1-\beta)(a+n)$。但是，此时利率 r 将以大于零的速度 $(1-\beta)(a+n)$ 持续增长，K/Y 则以 $-(1-\beta)(a+n)$ 的增长率持续下降。显然，经济虽然实现了稳态增长，但是并没有实现平衡增长①。因此，实现平衡增长与稳态增长的条件并不一定相同。

四、现有 Uzawa 稳态定理存在的问题及修正

在前面给出的新古典增长模型实现稳态增长的条件基础上，本文认为主要有两个原因使现有 Uzawa 稳态定理成为一个令人惊讶和困惑的结论(Jones and Scrimgeour，2008; Acemoglu，2009，第 2 章)。

首先，现有 Uzawa 稳态定理存在"以偏概全"的缺陷，因此需要修正。Uzawa 稳态定理认为，新古典增长模型要实现稳态均衡，技术进步必须是哈罗德中性。前文的稳态条件已经指出，新古典增长的稳态均衡并没有这一要求。只是当资本积累方程隐含地假设资本积累的边际效率不变即 $\dot{G}_I/G_I = 0$ 时，新古典增长模型实现稳态均衡才会要求资本增进型技术进步率必须等于零，即 $\dot{B}/B = 0$。事实上，证明现有 Uzawa 稳态定理的文献均假设资本积累的方程是 $\dot{K}(t) = I(t) - \delta K(t)$，这相当于假设资本积累的边际效率不变(Uzawa，1961; Acemoglu，2003; Barro and Sala-i-Martin，2004，第 1 章; Schlicht，2006; Jones and Scrimgeour，2008; Acemoglu，2009，第 2 章)。相对照地，只要放松这一限制，假设资本积累的边际效率可变，我们可以很容易发现，稳态增长的实现无需限制技术进步的方向，即无需哈罗德技术进步的假定(Sato，Ramachandran and Lian，1999; Sato and Ramachandran，2000; Irmen，2013)。由于新古典增长模型的资本积累方程可以包括调整成本并且可以边际效率递减②，因此资本积累的边际效率不变只是新古典增长模型的一种非常特殊的情形。现有的 Uzawa 稳态定理并没有指出这一前提条件，从而误将新古典增长模型在特殊假设下的一个特殊要求，当成一般条件下的共同要求，从而给新古典增长模型强加了一个并不存在的限制，自然也就是一个不合理的结论③。为了让现有 Uzawa 稳态定理的结论仍然成立，我们必须将其前提条件清楚地指出来，将其修正为如下形式: 当资本积累的边际效率不变时，新古典增长模型在稳态均衡时要求技术进步必须是哈罗德中性。

其次，现有 Uzawa 稳态定理也没有从直觉上解释为什么资本积累的边际效率不变要求稳态技术进步必须是哈罗德中性? 通过指出结论成立的前提条件，修正后的 Uzawa 定理，逻辑上已经是一个正确的命题。但是为什么资本积累的边际效率不变($\dot{G}_I/G_I =$

① 由于平衡增长是稳态增长的一种特殊情况，因此不可能出现实现了平衡增长但没有实现稳态增长的情况。

② 比如 Irmen(2013) 使用的资本积累方程 $\dot{K}(t) = I(t)^{\beta} - \delta K(t)$ 就是一个既简洁又更加一般的情形。

③ 虽然新古典增长模型实现平衡增长要求技术进步必须是哈罗德中性，但是哈罗德中性技术进步并不能保证平衡增长存在。如果存在递增的投资调整成本，资本积累的边际效率小于零。这时不管技术进步是什么类型，都不可能实现平衡增长。因此，为了实现平衡增长，新古典模型必须同时满足两个前提条件: 一方面，资本积累的边际效率不变，即 $\dot{G}_I/G_I = 0$; 另一方面，技术进步必须是哈罗德中性，即 $\dot{B}/B = 0$。因此，也不能认为现有 Uzawa 稳态定理给出了新古典增长模型实现平衡增长的条件。

0)，稳态增长就要求技术进步必须是哈罗德中性呢? 比如，为什么资本积累函数 $\dot{K}(t) = I(t) - \delta K(t)$ 要求稳态增长时技术进步必须是哈罗德中性呢? 下文将证明: 如果 $\dot{G}_I/G_I = 0$，则资本积累的价格弹性趋向无穷大，即 $\varepsilon_K = \frac{\dot{K}/K}{\dot{r}/r} \to \infty$。

证明: 当 $\dot{G}_I/G_I = 0$ 时，$G(\cdot)$ 是 I 的线性函数，不妨假设 $G(I) = \varphi I + I_0$，其中 $\varphi > 0$ 是一个常数。将 $G(I)$ 代入(7)式，并令 $s \equiv I/Y > 0$，可得:

$$\dot{K}/K = \varphi sY/K + I_0/K - \delta \tag{27}$$

令 α 表示资本的产出弹性，则由新古典生产函数可得资本的平均产出在竞争市场上与资本的市场价格的关系是 $Y/K = r/\alpha$①，将它代入(27)式得:

$$\dot{K}/K = \varphi sr/\alpha + I_0/K - \delta \tag{28}$$

将(28)式代入资本积累的价格弹性公式得:

$$\varepsilon_K = [(\varphi s/\alpha) r + I_0/K - \delta] / (\dot{r}/r) \tag{29}$$

由于 $\varphi s/\alpha > 0$，只要 $\dot{r}/r > 0$，则随着时间的推移，r 将趋于无穷大，ε_K 也就趋于无穷大，即资本积累具有无限的价格弹性。

证毕。

因此，修正的 Uzawa 定理可以进一步表述为: 当资本积累对价格的弹性为无穷大时，新古典增长模型的稳态均衡要求技术进步必须是哈罗德中性。

当资本积累具有无限价格弹性时，资本积累的速度将对资本价格的任何上升产生无穷大的反应，因此从长期来看，资本价格的任何上升都是不可以的。也就是说，从长期来看，技术进步不能导致资本的边际生产率和价格的上升，因此，要么没有技术进步，要有也只能是哈罗德中性。因此，正是由于资本积累的边际效率不变意味着资本积累具有无限价格弹性，所以稳态增长要求没有资本增进型技术进步。但这同时也更加清楚地表明，修正前的 Uzawa 稳态定理只是资本积累具有无限价格弹性时的特殊结论。如果资本积累的边际效率下降，资本积累的价格弹性就是有限的(这在不可再生资源对物质资本积累的约束越来越大的情况下可能更加现实)，也就是资本积累将变得越来越困难，此时稳态增长就不仅不要求技术进步是哈罗德中性，而且相反，必须有资本增进型技术进步以不断提高资本的使用效率。因此，一旦明确了前提条件，Uzawa 定理的结论就不仅不令人意外，甚至还为进一步研究稳态增长时技术进步方向的决定因素提供了启示，即包括资本在内的物质要素积累的价格弹性可能是影响稳态时技术进步方向的关键因素之一。

五、结　束　语

本文通过一个包括投资调整成本的新古典增长模型证明，新古典增长模型要拥有稳态均衡，资本积累的边际效率的变化率与资本增进型技术进步率之和必须等于零。根据这个条件，当资本积累的边际效率下降时，新古典增长模型的稳态均衡不仅不要求

---

① 在早期的增长与发展文献中，常假设资本的收益用于投资，劳动的收益用于消费，此时 $I = rK$，资本积累方程就是 $\dot{K}/K = r - \delta$。此时，资本积累具有无限价格弹性非常明确。

技术进步必须是哈罗德中性，还要求技术进步不能是哈罗德中性，必须包括资本增进型。只有当资本积累的边际效率不变时，新古典增长模型的稳态均衡才要求技术进步必须是哈罗德中性，因此现有 Uzawa 稳态定理必须进行修正。为什么资本积累的边际效率不变，稳态均衡就要求技术进步必须是哈罗德中性呢？本文证明，这是因为资本积累的边际效率不变隐含资本积累具有无限的价格弹性，资本积累对资本的价格上升将产生无限大的反应。因而长期里，技术进步不能导致资本的边际生产率和价格上升，也就是技术进步不能包括资本增进的成分，只能是纯劳动增进型，即哈罗德中性。

参 考 文 献

Acemoglu, D., 2003, "Labor- and Capital-Augmenting Technical Change," *Journal of European Economic Association*, 1(1): 1-37.

Acemoglu, D., 2009, *Introduction to Modern Economic Growth*, Princeton, NJ: Princeton University Press.

Aghion, P. and P. Howitt, 1998, *Endogenous Growth Theory*, Cambridge MA: MIT Press.

Barro, R. J. and X. Sala-i-Martin, 2004, *Economic Growth*, New York: McGraw-Hill.

Drandakis, E. M. and E. S. Phelps, 1966, "A Model of Induced Invention, Growth, and Distribution," *Economic Journal*, 76 (304): 823-840.

Fellner, W., 1961, "Two Propositions in the Theory of Induced Innovations," *Economic Journal*, 71 (282): 305-308.

Irmen, A., 2013, "Adjustment Costs in a Variant of Uzawa's Steady-state Growth Theorem," *Economics Bulletin*, 33 (4): 2860-2873.

Jones, C. I., 2005, "The Shape of Production Functions and the Direction of Technical Change," *Quarterly Journal of Economics*, 120 (2): 517-549.

Jones, C. I. and D. Scrimgeour, 2008, "A New Proof of Uzawa's Steady-State Growth Theorem," *Review of Economics and Statistics*, 90(1): 180-182.

Karabarbounis, L. and B. Neiman, 2014, "The Global Decline of the Labor Share," *Quarterly Journal of Economics*, 129(1): 61-103.

Kennedy, C. M., 1964, "Induced Bias in Innovation and the Theory of Distribution," *Economic Journal*, 74 (295): 541-547.

Samuelson, P. A., 1965, "A Theory of Induced Innovation along Kennedy-Weisäcker Lines," *Review of Economics and Statistics*, 47(4): 343-356.

Sato, R, 1996, "A Note on Modeling Endogenous Growth," *Keio Economic Studies*, 33(2): 93-101.

Sato, R., R. V. Ramachandran and C. Lian, 1999, "A Model of Optimal Economic Growth with EndogenousBias," *Macroeconomic Dynamics*, 3(3): 293-310.

Sato, R., R. V. Ramachandran and C. Lian, 2000, "Optimal Growth with Endogenous Technical Progress: Hicksian Biasina Macro Model," *The Japanese Economic Review*, 51(2): 193-206.

Schlicht, E., 2006, "A Variant of Uzawa's Theorem," *Economics Bulletin*, 5(6): 1-5.

Solow, R. M., 1956, "A Contribution to the Theory of Economic Growth," *Quarterly Journal of Economics*, 70(1): 65-94.

Temple, J., 2008, "Balanced Growth," in Steven Durlauf and Lawrence Blume eds., *The New Palgrave Dictionary of Economics* (second edition), Palgrave Macmillan.

Uzawa, H., 1961, "Neutral Inventions and the Stability of Growth Equilibrium," *Review of Economic Studies*, 28(2): 117-124.