

EXERCICE 1

(4 points)

1. Soit le polynôme  $P(x) = -3x^3 - 7x^2 + 7x + 3$ .
  - a) Montrer que le polynôme  $P$  peut se factoriser sous la forme  $P(x) = (x - 1)Q(x)$ , où  $Q(x)$  est un trinôme du second degré que l'on déterminera.
  - b) Déterminer alors les solutions de l'équation  $3x^3 + 7x^2 - 7x - 3 = 0$ .
2. On considère la fraction rationnelle :  $f(x) = \frac{-3x^3 - 7x^2 + 7x + 3}{3x^2 - x - 4}$ 
  - a) Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ .
  - b) Résoudre l'inéquation  $f(x) \leq 0$ .

EXERCICE 2

(5 points)

D'après une étude sur la consommation des produits biologiques en France, publiée par l'Agence Bio, on estime que :

- 40% de la population consomme au moins une fois par mois des produits biologiques. 56% de ces consommateurs, trouve normal de payer plus cher les produits biologiques.
- 36% de la population trouve normal de payer plus cher les produits biologiques.

On interroge une personne dans la population. On note :

- $B$  l'évènement : « la personne consomme au moins une fois par mois des produits biologiques » ;
- $C$  l'évènement : « la personne trouve normal de payer plus cher les produits biologiques » ;

On rappelle que si  $A$  et  $B$  sont deux évènements d'un ensemble probabiliste, avec  $A$  de probabilité non nulle, la probabilité de  $B$  sachant  $A$  est le réel noté  $p_A(B)$ .

1. Donner sans justificatif, la probabilité de l'évènement  $B$  et celle de l'évènement  $C$ .  
Donner la probabilité de l'évènement  $C$  sachant que l'évènement  $B$  est réalisé, notée  $p_B(C)$ .
2. Représenter les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.  
(On pourra compléter l'arbre avec les réponses obtenues dans les questions suivantes).
3. Définir par une phrase l'évènement  $B \cap C$  puis calculer sa probabilité.
4. a) Calculer la probabilité de l'évènement  $\overline{B} \cap C$ .  
b) En déduire que la probabilité de l'évènement  $C$  sachant que  $\overline{B}$  est réalisé, est égale à 0,227 à  $10^{-3}$  près.
5. Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.  
La personne interrogée ne trouve pas normal de payer plus cher les produits biologiques.  
Quelle est la probabilité que ce soit une personne qui ne consomme pas au moins une fois par mois des produits biologiques ?

EXERCICE 3

(6 points)

Une entreprise fabrique des articles en grande quantité.

**Une étude statistique a permis de constater que 10% des articles fabriqués sont défectueux.**

Dans cet exercice, toutes les valeurs approchées des résultats demandés seront arrondies au millième.  
Les trois parties sont indépendantes.

PREMIÈRE PARTIE

Les articles fabriqués peuvent présenter au maximum deux défauts notés  $a$  et  $b$ .

On note :

A l'évènement : « Un article prélevé au hasard présente le défaut  $a$  » ;

$B$  l'évènement : « Un article prélevé au hasard présente le défaut  $b$  » ;

$\bar{A}$  et  $\bar{B}$  les évènements contraires respectifs de  $A$  et  $B$ .

On donne les probabilités suivantes :  $p(A) = 0,05$  ;  $p(B) = 0,06$ .

1. Quelle est la probabilité de l'évènement « un article prélevé au hasard ne présente aucun défaut » ?
2. Calculer la probabilité de l'évènement « un article prélevé au hasard présente les deux défauts ».
3. On prélève au hasard un article parmi ceux qui présentent le défaut  $a$ . Calculer la probabilité que cet article présente également le défaut  $b$ .
4. Les évènements  $A$  et  $B$  sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.

#### DEUXIÈME PARTIE

On prélève au hasard trois articles et on considère ces trois prélèvements comme étant indépendants.

1. Calculer la probabilité qu'un seul des trois articles soit sans défaut.
2. Calculer la probabilité qu'au moins un des trois articles soit sans défaut.

#### TROISIÈME PARTIE

L'entreprise décide de mettre en place un test de contrôle de ces articles avant leur mise en vente. Ce contrôle détecte et élimine 85% des articles défectueux, mais il élimine également à tort 5% des articles non défectueux. Les articles non éliminés sont alors mis en vente.

On prend au hasard un article fabriqué et on note :

$D$  l'évènement « l'article est défectueux » ;

$V$  l'évènement « l'article est mis en vente ».

1. Construire un arbre pondéré rendant compte de cette situation.
2. Montrer que la probabilité qu'un article fabriqué soit mis en vente après contrôle est 0,87.
3. Calculer la probabilité qu'un article mis en vente après contrôle soit défectueux.

#### EXERCICE 4

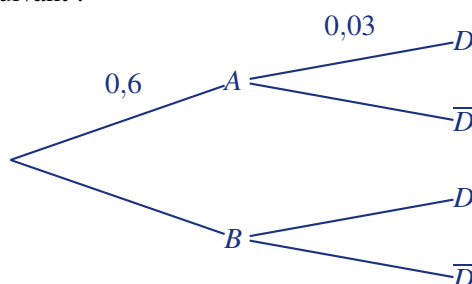
(5 points)

Une entreprise fabrique un article dans deux unités de production notées  $A$  et  $B$ . L'unité  $A$ , assure 60% de la production. On a constaté que :

- 3% des pièces provenant de l'unité  $A$  présentent un défaut de fabrication ;
- 8% des pièces provenant de l'unité  $B$  présentent un défaut de fabrication.

1. On prélève un article au hasard, et on note :
  - $A$  l'évènement « la pièce provient de l'unité  $A$  » ;
  - $B$  l'évènement « la pièce provient de l'unité  $B$  » ;
  - $D$  l'évènement « la pièce présente un défaut »,  $\bar{D}$  l'évènement contraire.

a) Recopier et compléter l'arbre suivant :



- b) Calculer la probabilité qu'un article présente un défaut et provienne de l'unité  $A$ .
- c) Montrer que la probabilité qu'un article présente un défaut est égale à 0,05.

2. L'entreprise envisage de mettre en place un test de contrôle de ces articles avant leur mise en vente. Ce contrôle détecte et élimine 82% des articles défectueux, mais il élimine également à tort 4% des articles non défectueux. Les articles non éliminés sont alors mis en vente.

On prend au hasard un article fabriqué et on note  $V$  l'évènement « l'article est mis en vente ».

- a) Calculer  $p(V \cap D)$  et  $p(V \cap \overline{D})$ . En déduire que la probabilité qu'un article fabriqué soit mis en vente après contrôle est 0,921.
- b) L'entreprise souhaite qu'il y ait moins de 1% des articles vendus défectueux. Ce contrôle permet-il d'atteindre cet objectif?