Taki Academy
www.takiacademy.com

Mathématiques

Classe : $4^{ème}$ Mathématiques

Primitives : Résumé

Nom du prof : Fraj Zemni

Primitives

Définition :

Soient F et f deux fonctions définies sur un intervalle I.

F est une primitive de f sur I **si et seulement si** F est dérivable sur I et $\forall x \in I$, $F'(x) = f(x)$

Théorème 1:

Toute fonction $\boxed{\text{continue}}$ sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ admet des primitives sur cet intervalle.

Théorème 2:

Si F et G sont deux primitives de f sur un intervalle I alors $\forall x \in I$, $F(x)=G(x) + c$ où $c \in \mathbb{R}$.

Théorème 3:

Si f est continue sur un intervalle I, alors pour tout x_0 de I et y_0 de $\mathbb{R}$, il existe une primitive F et une seule de f sur I vérifiant $F(x_0) = y_0$.

Tableau des primitives usuelles:

f(x)	I	F(x)
a	$\mathbb{R}$	$ax + b$
x^n , $n \in \mathbb{N}^*$	$\mathbb{R}$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}+c$
x^n , $n \in \mathbb{Z}^- \setminus \{-1\}$	$]-\infty,0[$ ou $]0,+\infty[$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}+c$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$]0,+\infty[$	$2\sqrt{x}+c$
$\cos x$	$\mathbb{R}$	$\sin x + c$
$\sin x$	$\mathbb{R}$	$-\cos x+c$
$\cos(ax+b)$ $a \neq 0$	$\mathbb{R}$	$\frac{1}{a}\sin(ax+b)$
$\sin(ax+b)$; $a \neq 0$	$\mathbb{R}$	$-\frac{1}{a}\cos(ax+b)$
$\frac{1}{\cos^2 x} = 1+\tan^2 x$	$\left]-\frac{\pi}{2}+k\pi, \frac{\pi}{2}+k\pi\right[$ $k \in \mathbb{Z}$	$\tan x + c$
$\frac{1}{\sin^2 x} = 1+\cot an^2 x$	$]k\pi, (k+1)\pi[$, $k \in \mathbb{Z}$	$-\cot x + c$

Calculs sur les primitives :

u et v étant deux fonctions dérivables sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.

Fonction f	Une primitive F de f
$u' + v'$	$u+v$
$\alpha.u'$	$\alpha.u$
$u'.v + u.v'$	$u.v$
$\frac{u'}{u^2}$; $\forall x \in I,\ u(x) \neq 0$	$-\frac{1}{u}$
$\frac{u'v - uv'}{v^2}$; $\forall x \in I,\ v(x) \neq 0$	$\frac{u}{v}$
$u'.u^n$; $(n \in \mathbb{N}^*)$	$\frac{u^{n+1}}{n+1}$
$\frac{u'}{u^n}$; $(n \in \mathbb{N}\backslash\{0,1\}$ $(u(x) \neq 0)$	$\frac{-1}{(n-1)u^{n-1}}$
$\frac{u'}{\sqrt{u}}$; $(u(x)>0,\ \forall x \in I)$	$2\sqrt{u}$
$u'\sqrt{u}$, $(u(x) > 0,\ \forall\ x \in I)$	$\frac{2}{3}u\sqrt{u}$
$v'(x).u'(v(x))$ v dérivable sur I et u dérivable sur v(I)	$(uov)(x)$
$\frac{u'(x)}{u(x)}$; $u(x) \neq 0$	$\ln\ \lvert u(x) \rvert + c$
$u'(x).e^{u(x)}$	$e^{u(x)} + c$