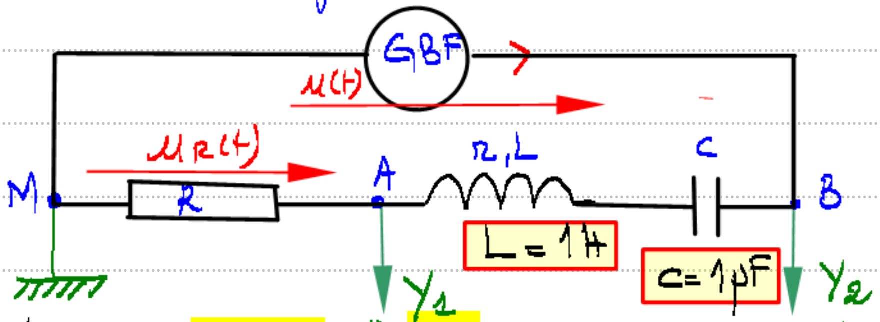
Oscillations électriques forcées

I) Etude expérimentale

On réalise le montage suivant



On visualise $u(t)$ et $u_R(t)$ $u_R(t) = R\,i(t)$ donc $u_R(t)$ et $i(t)$ ont le même comportement

⊙ Le GBF est à fréquence "N" réglable et il délivre une tension sinusoïdale $\boxed{u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)}$

• On fait correspondre à ce circuit une fréquence propre N_0 tel que $\boxed{N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$. dans notre cas $\boxed{N_0 = 159\,Hz}$

1°) Expérience ①

Pour différents valeurs de la fréquence N du GBF, on remarque que :

⊛ L'amplitude U_m de la tension $u(t)$ délivrée par le GBF garde la même valeur pour toutes les fréquences.

⊛ $u_R(t)$ est sinusoïdale mais sa fréquence est imposée par le GBF. On dit que les oscillations sont forcées

1.b : Au cours des oscillations forcées, il y a un transfert d'énergie du GBF vers le dipôle R, L, C (dans un seul sens)

donc : Le GBF est appelé Excitateur

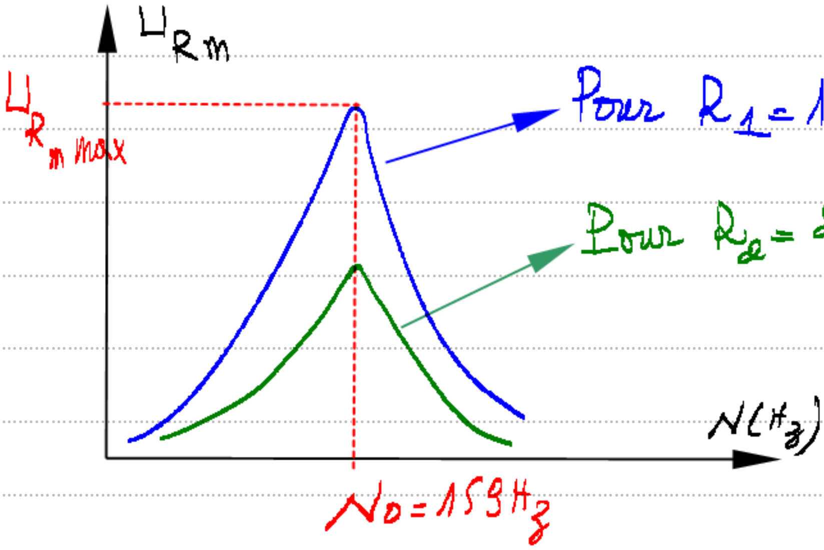
Le dipôle R, L, C est appelé Résonateur

2°) Experience ②

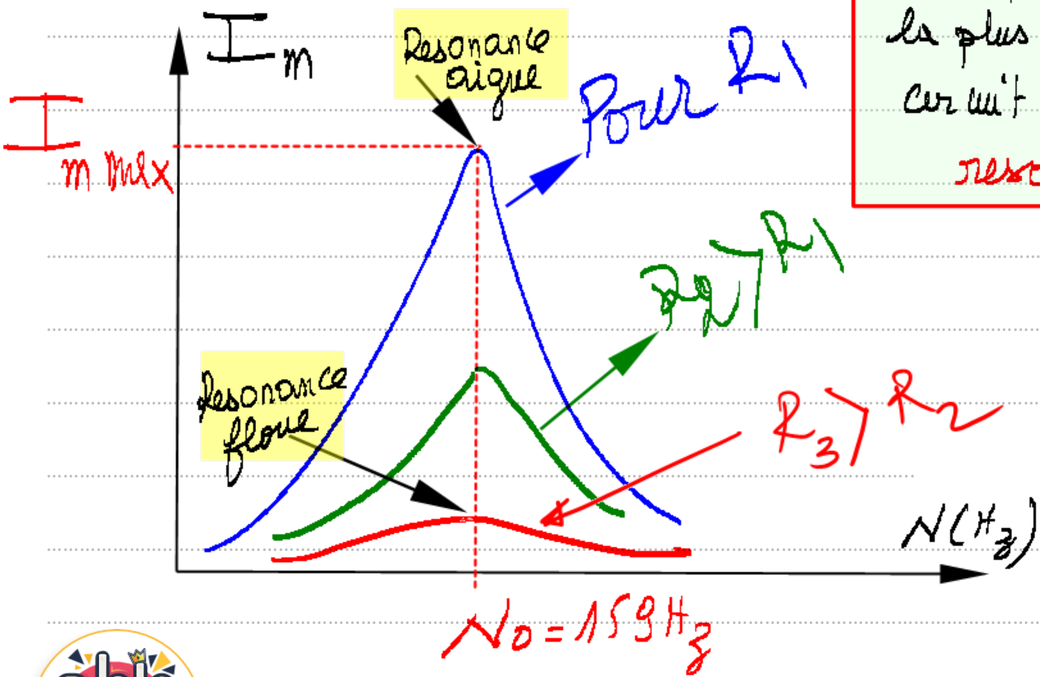
On fait varier la frequence N du GBF, on remarque que l'amplitude de $u_R(t)$ (c-à-d U_{Rm}) augmente en fonction de la fréquence pour atteindre une valeur maximale $U_{Rm\,max}$ pour $N = N_0$ (propre) $\forall$ la valeur de R

Si on continu à augmenter N U_{Rm} diminue.

L'allure de la courbe $U_{Rm} = f(N)$ est :



donc on peut deduire $I_m = f(N)$



Lorsque I_m atteint la valeur la plus élevée, on dit que le circuit est en etat de resonance d'intensité

3°) Experience ③

On fait varier la fréquence N du GBF, on remarque que :

* Si $N < N_0$: $u_R(t)$ (c-à-d $i(t)$) est en avance de phase sur $u(t)$

$\Rightarrow \varphi_u - \varphi_{u_R} < 0$ c-à-d $\varphi_u - \varphi_i < 0$

* Si $N = N_0$: $u_R(t)$ et $u(t)$ sont en phase : à la résonance d'intensité

$\varphi_u - \varphi_i = 0$

* Si $N > N_0$: $u_R(t)$ est en retard de phase sur $u(t)$

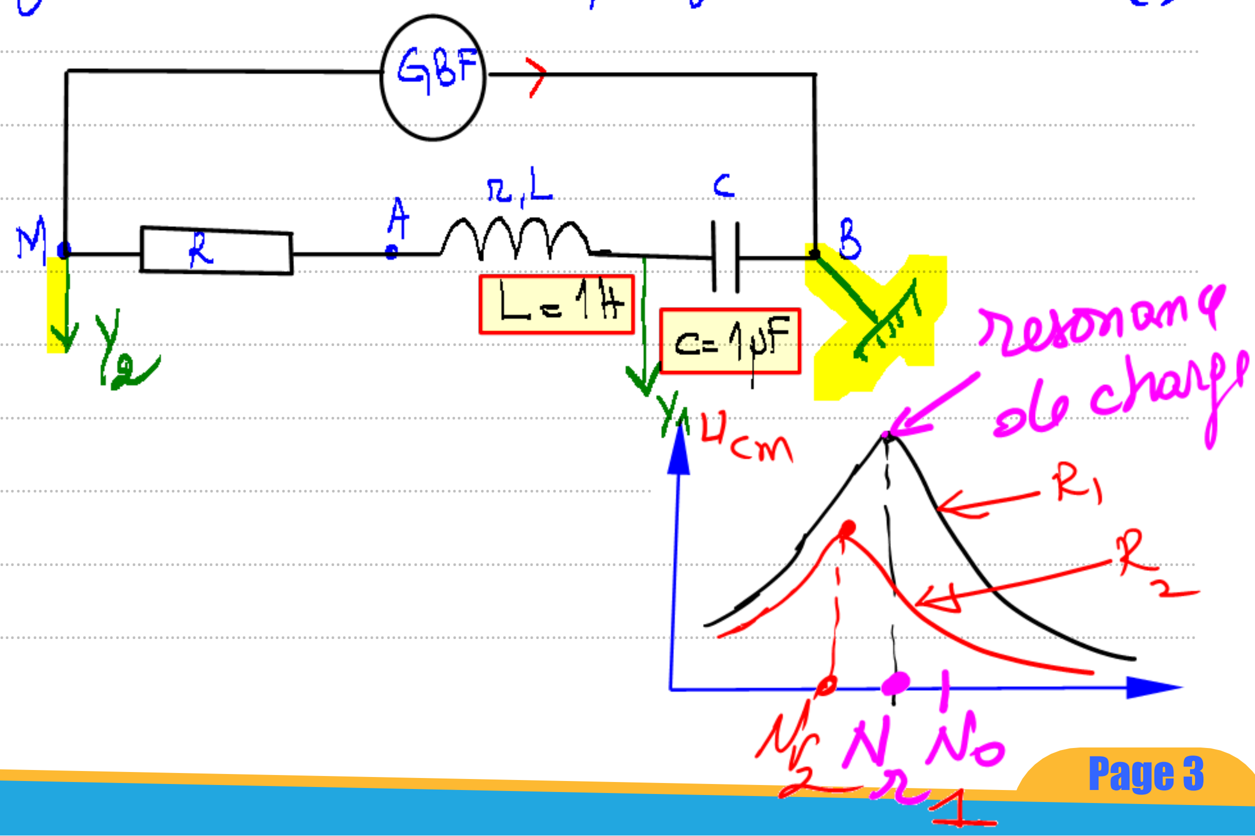
$\varphi_u - \varphi_{u_R} > 0$

Conclusion

Résonance d'intensité $\begin{cases} I_m \text{ est max} \quad (U_{R_m} \text{ aussi}) \\ N = N_0 \\ \varphi_u - \varphi_i = 0 \end{cases}$

4°) Experience 4

On modifie les connexions de l'oscilloscope afin de visualiser $u(t)$ et $u_C(t)$



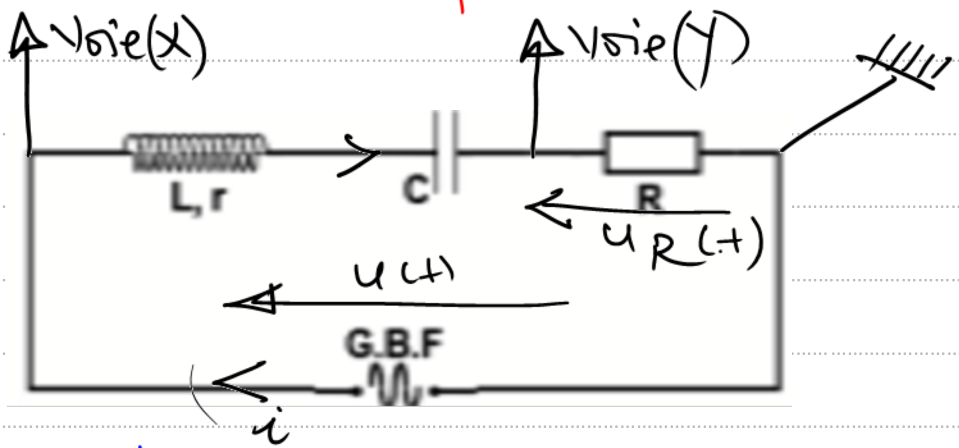
On fait varier la fréquence N du GBF, on remarque que $u_C(t)$ est toujours en retard de phase sur $u(t)$ ($\forall$ la valeur de N)

NB : ① $u_C(t)$ est toujours en retard de phase par rapport à toutes les tensions possibles du circuit

② $u_B(t)$ est toujours en avance de phase par rapport à toutes les tensions du circuit

(II) Etude théorique : Ex-Cours

1°)

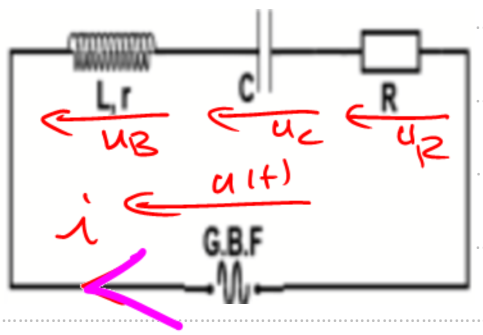


2°) Excitateur ⟶ GBF

Résonateur ⟶ dipôle R,L,C

3°) Forcée car la fréquence est imposée par le GBF

4°)



Loi des mailles

$$u_R(t)+u_B(t)+u_C(t)-u(t)=0$$

$$(R+r)\,i(t)+L\frac{di(t)}{dt}+\frac{1}{C}q(t)=u(t)$$

or $i(t)=\dfrac{dq(t)}{dt} \Rightarrow q(t)=\int i(t)\,dt$

المعادلة التفاضلية : $$\boxed{(R+r)i(t)+L\frac{di(t)}{dt}+\frac{1}{C}\int i(t)\,dt=u(t)}$$

$u(t)=U_m\sin(\omega t+\varphi_u)$ et $i(t)=I_m\sin(\omega t+\varphi_i)$

دمنك :

- $(R+r)i(t)=(R+r)I_m\sin(\omega t+\varphi_i)\longrightarrow \vec{V}_1\begin{pmatrix}(R+r)I_m \\ \varphi_i=?\end{pmatrix}$ (V)

- $L\frac{di}{dt}=L\omega I_m\cos(\omega t+\varphi_i)=L\omega I_m\sin(\omega t+\varphi_i+\frac{\pi}{2})\longrightarrow \vec{V}_2\begin{pmatrix}L\omega I_m \\ \varphi_i+\frac{\pi}{2}\end{pmatrix}$ (V)

- $\frac{1}{C}\int i(t)\,dt=\frac{1}{C}\times I_m\times\left(-\frac{1}{\omega}\cos(\omega t+\varphi_i)\right)$

$=-\frac{I_m}{C\omega}\sin(\omega t+\varphi_i+\frac{\pi}{2})$

$=\frac{I_m}{C\omega}\sin(\omega t+\varphi_i-\frac{\pi}{2})\longrightarrow \vec{V}_3\begin{pmatrix}\frac{I_m}{C\omega}=U_{Cm} \\ \varphi_i-\frac{\pi}{2}\end{pmatrix}$ (V)

$\int \sin(t)\,dt=-\cos t$

$\int \sin(at+b)=-\frac{1}{a}\cos(at+b)$

$\int \cos(at+b)=\frac{1}{a}\sin(at+b)$

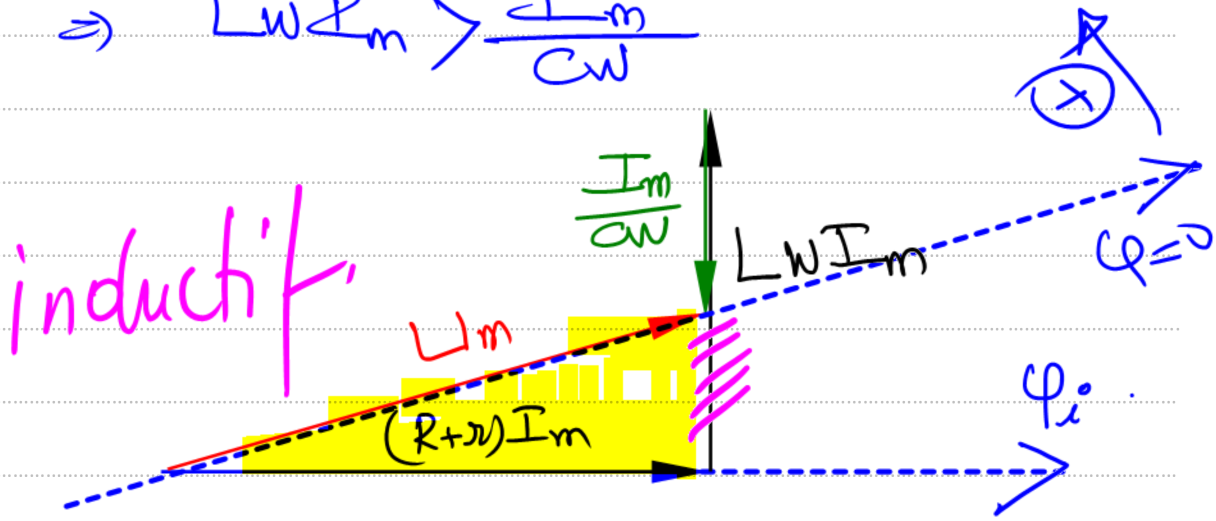
NB : $\left.\begin{array}{l} U_{Cm}=\frac{Q_m}{C} \\ I_m=\omega Q_m \end{array}\right\} U_{Cm}=\frac{I_m}{C\omega}$

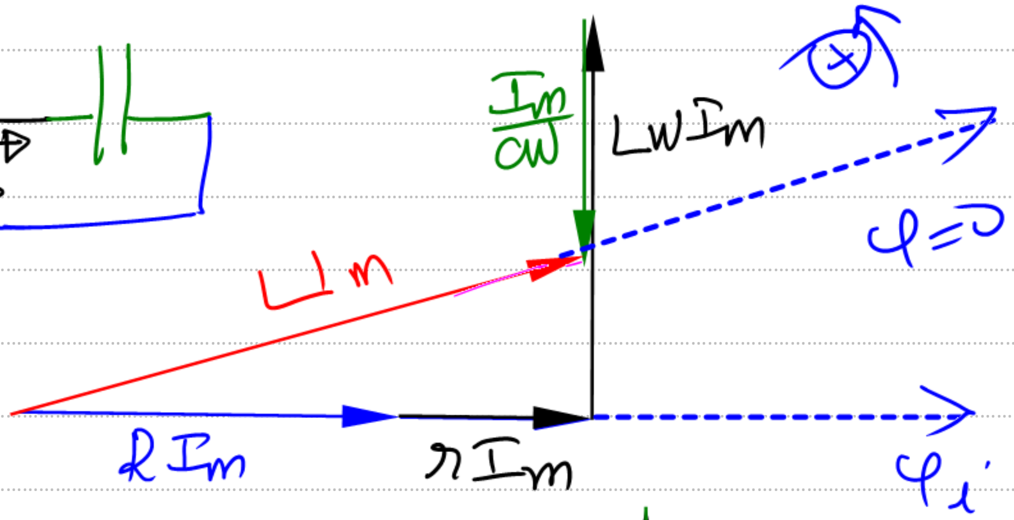
- $u(t)=U_m\sin(\omega t+\varphi_u)\longrightarrow \vec{V}\begin{pmatrix}U_m \\ \varphi_u\end{pmatrix}$ (V) $=0$ dans le cas

5°/a) $N > N_0 \Rightarrow \omega > \omega_0 \Rightarrow \omega^2 > \omega_0^2$

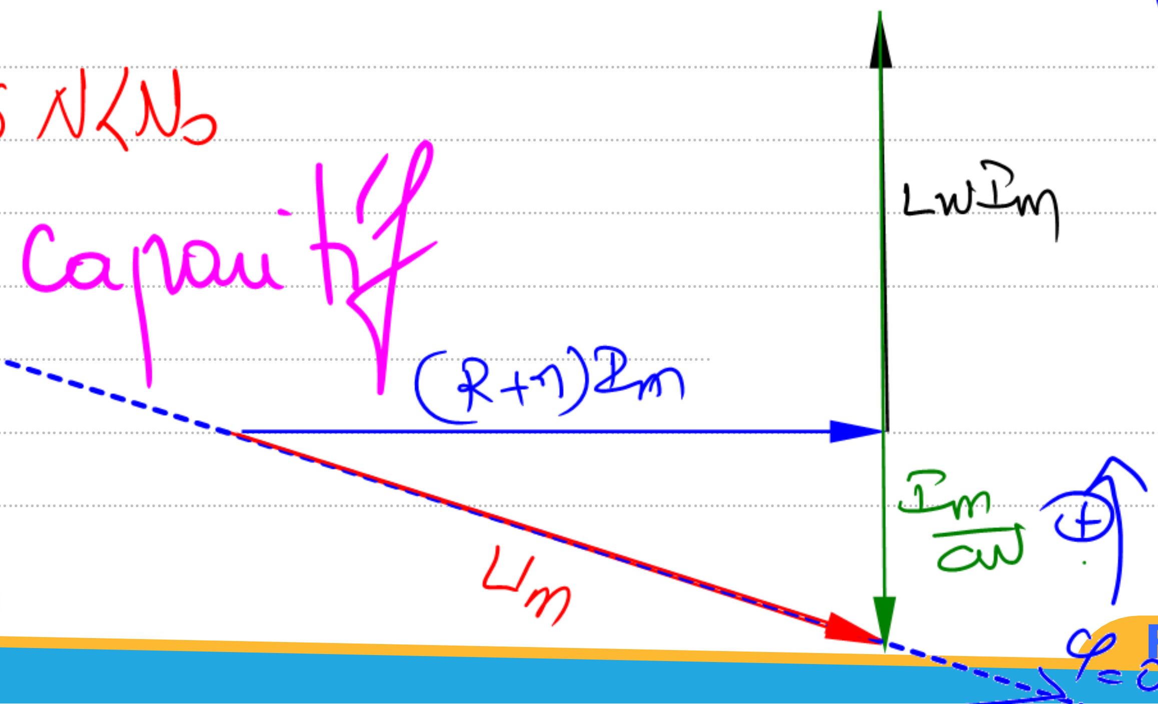
$\Rightarrow \omega . \omega > \frac{1}{LC} \Rightarrow L\omega > \frac{1}{C\omega}$.

$\Rightarrow L\omega I_m > \frac{I_m}{C\omega}$





NB
Si $N < N_0$



5°/ b) I_m ? th de Pythagore

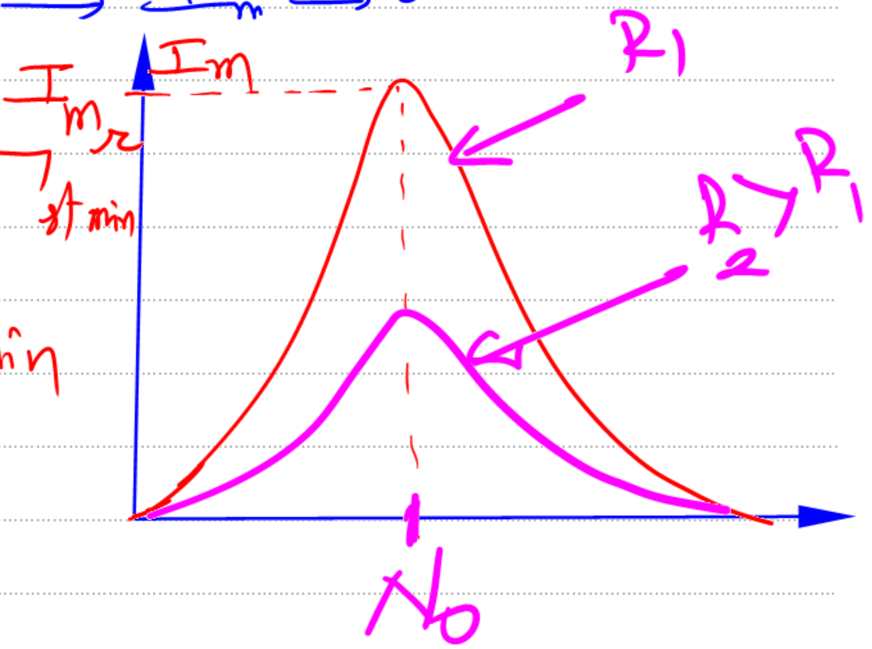
$$U_m^2 = (R+r)^2 I_m^2 + \left(L\omega I_m - \frac{I_m}{C\omega}\right)^2$$

$$= I_m^2 \left[(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2\right]$$

$$\boxed{I_m = \frac{U_m}{\sqrt{(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}}$$

NB : si $\omega \to 0 \longrightarrow I_m \to 0$

si $\omega \to +\infty \longrightarrow I_m \to 0$



I_m est max si $\sqrt{\ \ }$ est min

donc si $\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2$ est min

$\Rightarrow$ si $L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0$

$\Rightarrow L\omega = \frac{1}{C\omega}$

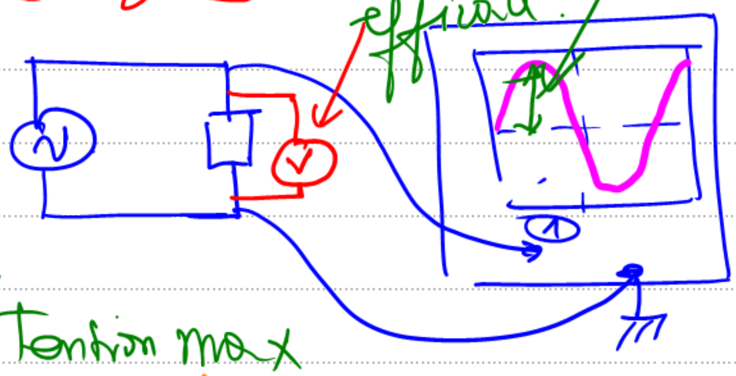
$\omega^2 = \frac{1}{LC} = \omega_0^2$

$\Rightarrow \omega = \omega_0$ $\quad \forall R$

* Impedance Z $\quad U_R = 10V \neq U_{Rm} = 14$

efficace

* Rappels



Tensions sinusoïdales

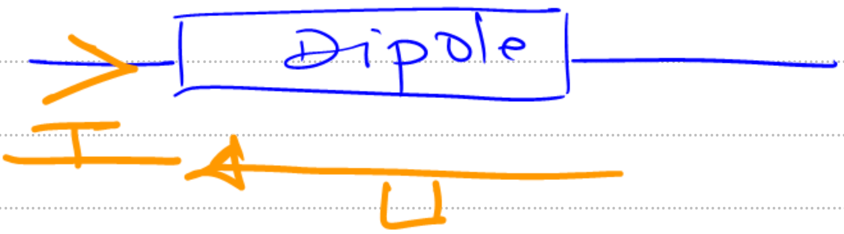
Tension efficace. (Voltmetre) $\qquad$ Tension max (courbe)

$$\boxed{\sqrt{2}\,U = U_m}$$

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \leftarrow \text{courbe}$$

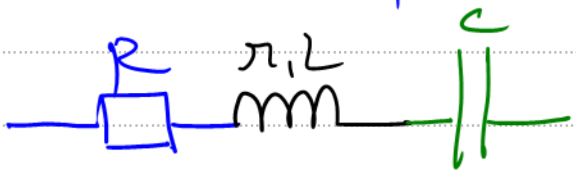
Amperemetre.

1) Definition



Impedance $\quad \boxed{Z = \frac{U}{I}} \xRightarrow{\text{consequence}} Z = \frac{U_m}{I_m}$ (Ω)

Cas du dipole RLC



$$Z = \frac{U}{I} = \frac{U_m}{I_m} = \sqrt{(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

NB

$$\boxed{Z = \sqrt{(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \;(\Omega)$$

- $Z_R = R \quad (\Omega) \qquad \left(Z_R = \frac{U_{Rm}}{I_m}\right)$
- $Z_B = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2} \quad (\Omega) \qquad \left(Z_B = \frac{U_{Bm}}{I_m}\right)$

si $r = 0$ $Z_B = L\omega \quad (\Omega)$

- $Z_C = \frac{1}{C\omega} \qquad \left(Z_C = \frac{U_{Cm}}{I_m}\right)$

- $tg(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{L\omega I_m - \frac{I_m}{C\omega}}{(R+r) I_m}$

$$\boxed{tg(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R+r}}$$

AN