

مبرهنة ميلمان

مبرهنة ميلمان (بالإنجليزية: Millman's theorem)^[1] في الهندسة الكهربائية هي حالة خاصة لقانون العقد وهي مبرهنة تمكن من تحديد قيمة الجهد الكهربائي عند عقدة تلتقي فيها مجموعة من الفروع على التوازي. سميت هذه المبرهنة نسبة للكهربائي الأمريكي جاكوب ميلمان.

نص المبرهنة

في دائرة كهربائية مكونة من عدة فروع مركبة على التوازي، بحيث يتكون كل فرع من مولد توتر مثالي على التوالي مع عنصر خطي. الجهد الكهربائي الناتج عند العقدة هو مجموع جداءات كل جهد ومسامحة الفرع المتصل به، الكل مقسوم على مجموع المسامحات الكهربائية.

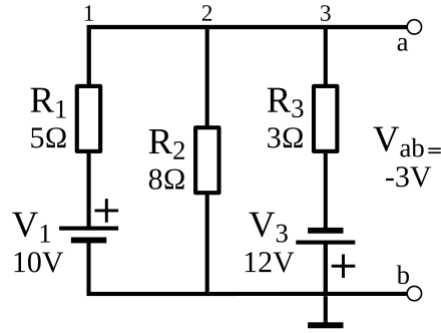
$$V_M = \frac{\sum_{k=1}^N E_k \cdot Y_k}{\sum_{k=1}^N Y_k} = \frac{\sum_{k=1}^N \frac{E_k}{Z_k}}{\sum_{k=1}^N \frac{1}{Z_k}}$$

نسمي Y_k المسامحة الكهربائية وهي مقلوب المعاوقة الكهربائية Z_k ، ($Y_k = \frac{1}{Z_k}$).

في حالة شبكة مكونة من مقاومات فقط:

$$V_M = \frac{\sum_{k=1}^N E_k \cdot G_k}{\sum_{k=1}^N G_k} = \frac{\sum_{k=1}^N \frac{E_k}{R_k}}{\sum_{k=1}^N \frac{1}{R_k}}$$

يمكن أن نبين هذه المبرهنة باعتماد مبرهنة نوترون، بحيث يستبدل كل فرع بمولد نورتون المكافئ، وبالتالي فإن مجموع شدات التيار الصادرة عن كل المولدات تمر عبر مواصلة كهربائية تساوي مجموع مواصلات كل فرع. يمكن قانون أوم بالتالي من تحديد الجهد.



مثال تطبيقي لمبرهنة ميلمان

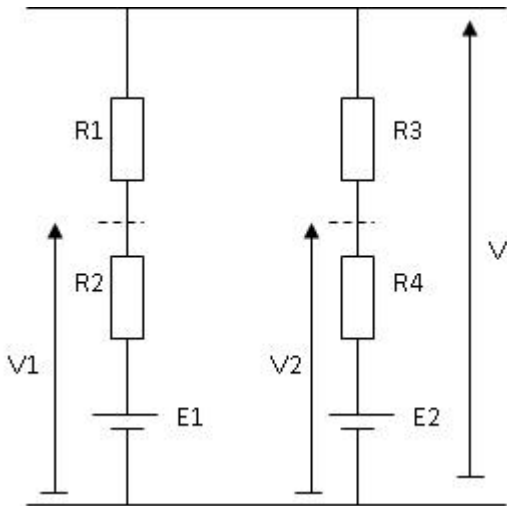
- في الدائرة جانبه، تم حساب الجهد V_{ab} حسب مبرهنة ميلمان:

$$V_{ab} = \frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{\frac{10}{5} + \frac{0}{8} + \frac{-12}{3}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{8} + \frac{1}{3}} = -3V$$

- الإشارة السالبة تشير إلى أن الجهد عند النقطة a سالب بالنسبة لأرضي الدائرة.

مثال:

في حالة مولدات الجهد غير المثالية (أنظر الشكل جنبه)، تضاف المقاومات الداخلية لكل مولد إلى مقاومة الفرع.



$$V = \frac{\frac{E_1}{R_1 + R_2} + \frac{E_2}{R_3 + R_4}}{\frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4}}$$

$$V = \frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}}$$

تطبيقات

تفيد مبرهنة ميلمان كثيرا في حالة V_M منعدم، (مثلا في دوائر المكبر العملياتي، النظام الخطي) حيث لا داعي لتبسيط تعبير المقام.

انظر أيضًا

- قانون أوم
- مبرهنة نورتن

• مبرهنة ثيفينين

• الدائرة المكافئة

مراجع

1. . Millman, Jacob (1940). "[A Useful Network Theorem](#)". Proceedings of the IRE 28 (9): 413–417. .doi:10.1109/JRPROC.1940.225885. Retrieved 26 February 2015
نسخة محفوظة 22 يناير 2020 على موقع واي باك مشين.