I – Escolha do Modelo

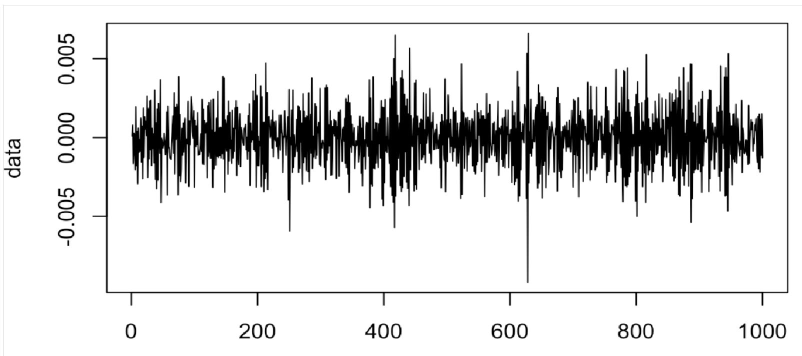
Seguem algumas estatísticas descritivas da série:

Tabela 1 – Estatísticas Descritivas

Estatísticas	**Valores**
Média	0.000017
Variância	0.0000038
Assimetria	-0.0125
Curtose	3.29
Máximo	0.006
Mínimo	0.009

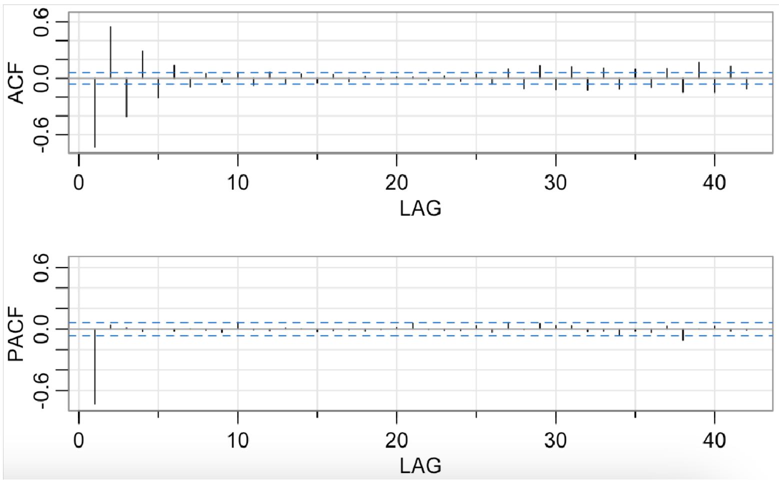
Percebemos que a série possui média próxima de zero, variância pequena, um pouco assimétrica pra esquerda e caudas levemente pesadas. Agora vejamos o plot da série, no qual podemos perceber que não há presença de tendência na série, não havendo necessidade de tirar diferenças.

Figura 1 – Plot da Série



Para decidir qual modelo ARMA ajustar na série, olharemos para a ACF e PACF do modelo:

Figura 2 – Função de Autocorrelação e Autocorrelação Parcial



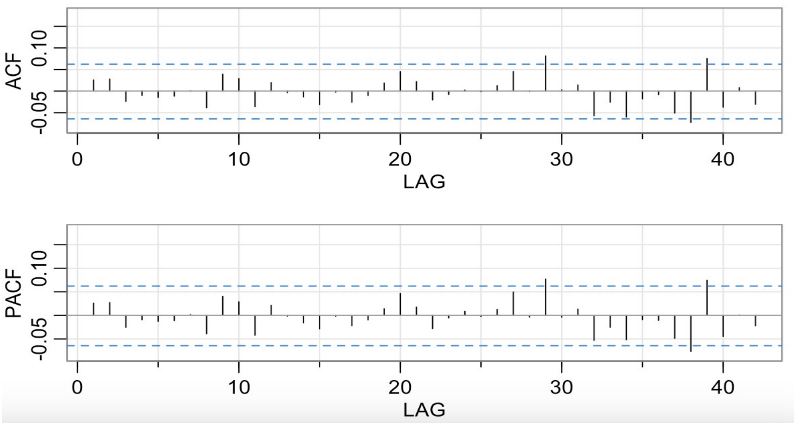
Podemos perceber que na PACF há um único lag estatisticamente significante a 95% no lag 1 enquanto há um decaimento exponencial com sinais trocados na ACF. Por essas características, o modelo ARMA(1,0) parece ser o mais indicado. Abaixo está a estimação do modelo:

Figura 3 – Tabela de Resultados

```
     Estimate Std. Error z value  Pr(>|z|)    
ar1 -0.729006   0.021612 -33.732 < 2.2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
```

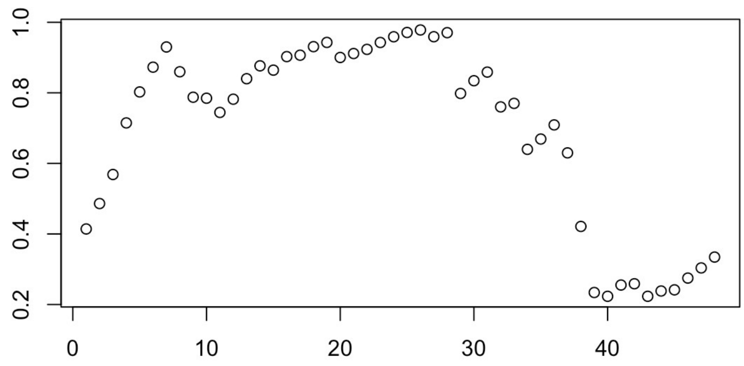
Após a estimação, temos que ver algumas estatísticas para diagnosticar se os resíduos do modelo se assemelham a um ruído branco

Figura 4 – Função de Autocorrelação e Autocorrelação Parcial



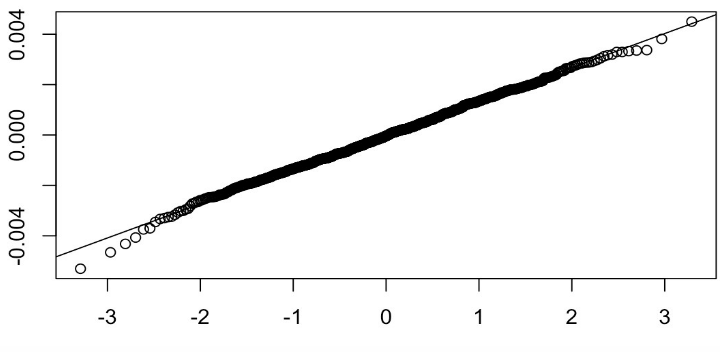
As ACF e PACF correspondem ao esperado de um ruído branco, exceto por alguns poucos lags que ultrapassaram um pouco a linha do IC de 95%, porém, pelos resultados do teste de Ljung-Box, não foi rejeitado para nenhum lag, também a 95%, a hipótese nula de que não há autocorrelação serial.

Figura 5 – Teste de Ljung-Box



Os resíduos em nível lembram um ruído branco, mas apresentam caudas levementes pesadas para valores muito extremos e a distribuição em si desses resíduos aparenta ter uma assimetria à esquerda.

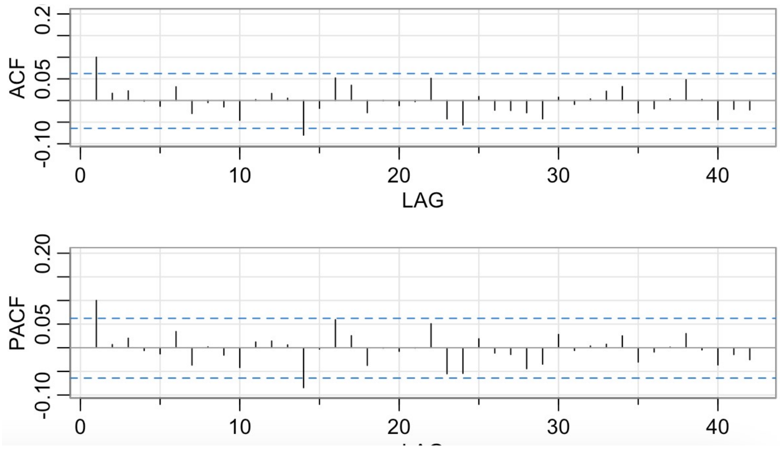
Figura 6 – Q-Q Plot Normal



Em suma, para média, o modelo escolhido é um ARMA(1,0).

Agora vamos modelar a variância da série. Primeiro, mostramos as ACF e PACF dos resíduos ao quadrado do modelo ARMA(1,0) ajustado.

Figura 7 – Função de Autocorrelação e Autocorrelação Parcial



Chama atenção que apenas os primeiros lags tanto da ACF quanto da PACF saltam enquanto que alguns outros lags esporádicos estão levemente fora da linha da IC de 95%. Vamos propor 2 modelos: um GARCH(1,1) e um GARCH(1,0) estimados como a distribuição normal.

Figura 8 – Tabela de Resultados

```
*---------------------------------*
*          GARCH Model Fit        *
*---------------------------------*

Conditional Variance Dynamics
-----------------------------------
GARCH Model     : sGARCH(1,1)
Mean Model      : ARFIMA(1,0,0)
Distribution    : norm

Optimal Parameters
------------------------------------
        Estimate  Std. Error    t value Pr(>|t|)
mu      0.000000          NA         NA       NA
ar1    -0.728814    0.021983 -33.153284  0.00000
omega   0.000000    0.000000   0.058171  0.95361
alpha1  0.028598    0.005623   5.086055  0.00000
beta1   0.968495    0.006109 158.533842  0.00000

*---------------------------------*
*          GARCH Model Fit        *
*---------------------------------*

Conditional Variance Dynamics
-----------------------------------
GARCH Model     : sGARCH(1,0)
Mean Model      : ARFIMA(1,0,0)
Distribution    : norm

Optimal Parameters
------------------------------------
        Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      0.000000          NA       NA       NA
ar1    -0.731569    0.020058  -36.472        0
omega   0.000002    0.000000  839.682        0
alpha1  0.112528    0.015900    7.077        0
```

Como a constante omega foi estatisticamente não significante a 95% no GARCH(1,1), vamos reestimá-lo sem ela.

Figura 9 – Tabela de Resultados

```
*---------------------------------*
*          GARCH Model Fit        *
*---------------------------------*

Conditional Variance Dynamics
-----------------------------------
GARCH Model     : sGARCH(1,1)
Mean Model      : ARFIMA(1,0,0)
Distribution    : norm

Optimal Parameters
------------------------------------
        Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      0.000000          NA       NA       NA
ar1    -0.732000    0.021727  -33.690        0
omega   0.000000          NA       NA       NA
alpha1  0.010764    0.000900   11.956        0
beta1   0.988236    0.000901 1097.172        0
```

Para escolher entre o GARCH(1,1) sem omega ou o GARCH(1,0), escolhemos o de menor coeficiente de AIC, que neste caso é o modelo GARCH(1,0).

Tabela 2 – Tabela de AIC's

Modelo	**AIC**
GARCH(1,1) sem a const. omega	-10.37
GARCH(1,0)	-10.39

Outro ponto importante que vou abordar é sobre a assimetria que a série aparenta ter. Desse modo, cabe propor os modelos EGARCH(1,0), TGARCH(1,0) e GjrGARCH(1,0), estimadas com uma distribuição normal. Vale ressaltar que o algoritmo do TGARCH(1,0) e EGARCH(1,0) não convergiu. Segue abaixo a estimativa do GjrGARCH(1,0):

Figura 10 – Tabela de Resultados

```
Conditional Variance Dynamics
-----------------------------------
GARCH Model     : gjrGARCH(1,0)
Mean Model      : ARFIMA(1,0,0)
Distribution    : norm

Optimal Parameters
------------------------------------
        Estimate  Std. Error   t value Pr(>|t|)
mu      0.000000          NA        NA       NA
ar1     0.031300    0.012247    2.5558 0.010593
omega   0.000002    0.000000 5464.6184 0.000000
alpha1  0.138622    0.050698    2.7342 0.006252
gamma1 -0.065027    0.064631   -1.0061 0.314360
```

Vemos que o coeficiente captura a assimetria foi estatisticamente não-significante com alfa igual a 5%, então se excluindo o modelo a ser considerado como modelo final.

Portanto, o modelo final proposto escolhido é o ARMA(1,0) + GARCH(1,0) sem média para a série. Abaixo encontra-se alguns diagnósticos importantes:

Figura 11 – Q-Q Plot Normal

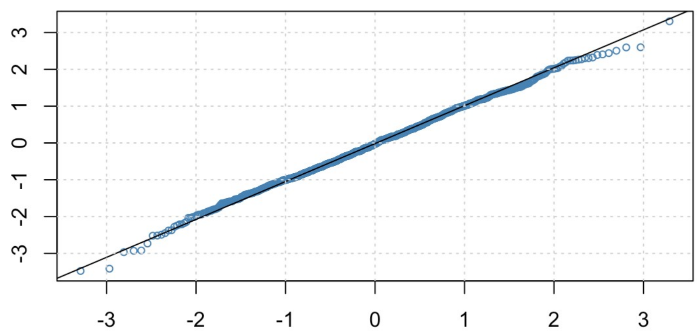


Figura 12 – ACF dos Resíduos Padronizados

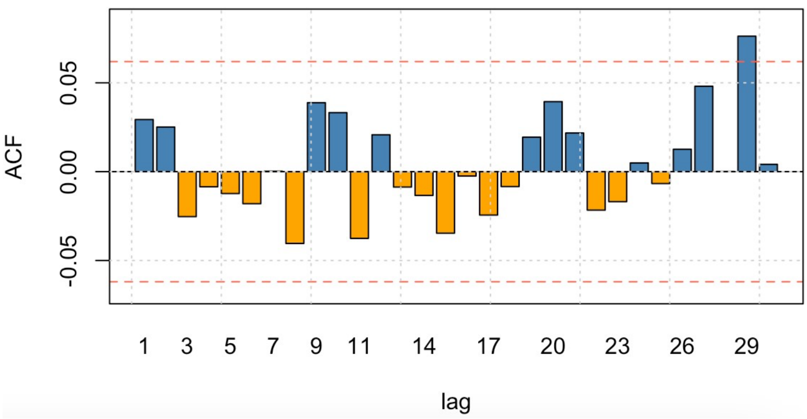
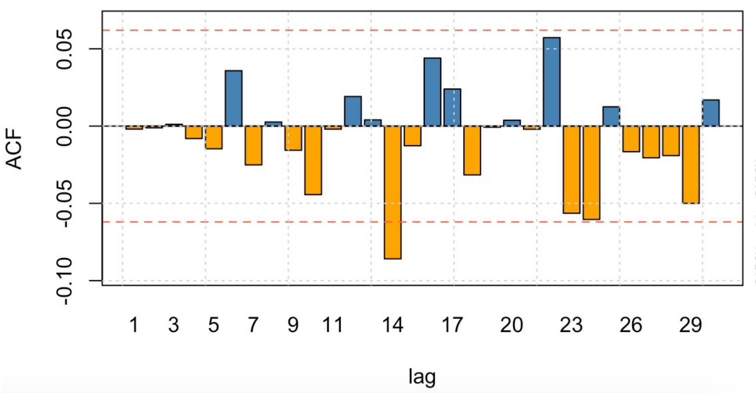


Figura 13 – ACF dos Resíduos Padronizados ao Quadrado



E pelo teste de Ljung-Box dos resíduos padronizados e os resíduos padronizados ao quadrado, não se rejeita a hipótese nula de não haver autocorrelação serial:

Figura 14 – Teste de Ljung-Box sobre Resíduos Padronizados e os Resíduos Padronizados ao Quadrado

```
Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
------------------------------------
                        statistic p-value
Lag[1]                     0.8644  0.3525
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2]    1.1812  0.6280
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5]    1.8167  0.7634
d.o.f=1
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
------------------------------------
                        statistic p-value
Lag[1]                   0.003863  0.9504
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2]  0.004530  0.9949
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5]  0.075331  0.9989
d.o.f=1
```

II – Previsões

Para fazer previsões, elas serão feitas utilizando-se do modelo ARMA(1,0) + GARCH(1,0) sem média. Abaixo encontra-se as estimativas para 12 períodos à frente.

Figura 15 – Tabela de Previsões

```
*------------------------------------*
*       GARCH Model Forecast         *
*------------------------------------*
Model: sGARCH
Horizon: 12
Roll Steps: 0
Out of Sample: 0

0-roll forecast [T0=1972-09-26 21:00:00]:
          Series    Sigma
T+1   9.321e-04 0.001266
T+2  -6.819e-04 0.001334
T+3   4.989e-04 0.001341
T+4  -3.650e-04 0.001342
T+5   2.670e-04 0.001342
T+6  -1.953e-04 0.001342
T+7   1.429e-04 0.001342
T+8  -1.045e-04 0.001342
T+9   7.648e-05 0.001342
T+10 -5.595e-05 0.001342
T+11  4.093e-05 0.001342
T+12 -2.994e-05 0.001342
```

Figura 16 – Gráfico de previsões na Média Incondicional

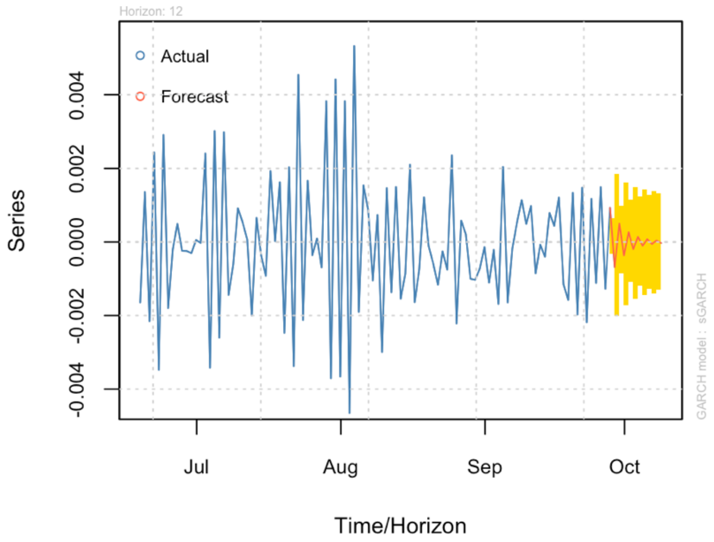


Figura 17 – Gráfico de previsões na Variância Incondicional