

IMPACTO DA VOLATILIDADE FISCAL SOBRE O DÉFICIT PRIMÁRIO BRASILEIRO

Bruno Medeiros Fernandes^{1*}

01 de Junho de 2023

O experimento quantitativo de medir a incerteza em torno do resultado fiscal segue a metodologia criada por Fernández-Villaverde et al. (2015), a qual consiste em modelar a evolução da variância estocástica de instrumentos fiscais. Uma abordagem alternativa seria estimar um modelo estrutural de ciclo dos negócios com a capacidade de endogenizar o mecanismo produtor da variância variável no tempo nas regras fiscais, porém o tamanho do espaço de estados nesse exercício tornaria essa estratégia muito onerosa. Os autores, por sua vez, optam por estimar a série implícita de volatilidade¹ do instrumento fiscal, em seguida estimam um SVAR com essa série e variáveis macroeconômicas. Por fim, estimam um DSGE pelo método dos momentos generalizados (Generalized Method of Moments - GMM) simulados com parâmetros ora calibrados ora com momentos aproximados aos respectivos obtidos no modelo empírico.

1 Modelo de Espaço-Estado

A regra fiscal é estimada supondo que o comportamento fiscal passado é um bom guia para o atual. Uma descrição detalhada do modelo é fornecida abaixo:

$$x_t - x = \rho_x (x_{t-1} - x) + \phi_{x,y} \tilde{y}_{t-1} + \phi_{x,b} \left(\frac{b_{t-1}}{y_{t-1}} - \frac{b}{y} \right) + \exp(\sigma_{x,t}) \varepsilon_{x,t}, \quad \varepsilon_{x,t} \mapsto N(0, 1) \quad (1)$$

x é o instrumento fiscal em questão, onde nesse experimento quantitativo com dados brasileiros, o déficit primário como porcentagem do PIB é usado para representá-lo. \tilde{y}_{t-1} é o log do produto sem tendência, b_t é a dívida, y_t é o próprio produto e $\frac{b}{y}$ significa a razão dívida-PIB média. A equação 1 tem seu componente sistemático modelado com o intuito de permitir 2 *feedbacks* importantes: um relacionado ao estado do ciclo dos negócios ($\phi_{x,y} < 0$) e outro ao tamanho do endividamento do país em relação a sua capacidade de pagar ($\phi_{x,b} < 0$)².

Após a extração dos componentes sistemáticos na equação 1, considerando a identificação proposta por Fernández-Villaverde et al. (2015), o que resta é um componente

¹Entenda volatilidade como sinônimo de variância nesse contexto.

²Em teoria, o esperado do phis é negativo.

idiossincrático $\varepsilon_{x,t}$ correspondente à incerteza em torno do instrumento fiscal. Sabemos que o instrumento escolhido para analisar a performance fiscal do governo tem uma decisão subjacente, que no caso de não poder ser prevista pelos agentes (componente sistemático), é fruto de ações pontuais e discricionárias por parte da autoridade fiscal (componente idiossincrático). Para modelar a regra de decisão por de trás da resposta fiscal com mais realismo, os autores propõem uma técnica estatística: a incorporação da variância variante no tempo da inovação da equação 1, $\varepsilon_{x,t}$, na forma de volatilidade estocástica. O significado dessa alteração implica que o log do desvio-padrão, $\sigma_{x,t}$, da inovação no instrumento fiscal é aleatório no tempo ao invés de constante, como suposto tradicionalmente. A equação 2 abaixo modela $\sigma_{x,t}$ como um AR(1):

$$\sigma_{x,t} = (1 - \rho_{\sigma_x}) \sigma_x + \rho_{\sigma_x} \sigma_{x,t-1} + (1 - \rho_{\sigma_x}^2)^{\frac{1}{2}} \eta_x u_{x,t}, \quad u_{x,t} \mapsto N(0, 1) \quad (2)$$

Como podemos observar, duas inovações independentes afetam o instrumento fiscal x . A primeira, $\varepsilon_{x,t}$, como mencionado, é uma no choque fiscal x_t e captura mudanças explícitas de legislação, assim com uma ampla gama de decisões fiscais, sempre quando o governo desvia do que seria esperado dado o valor passado desse instrumento. A segunda, $u_{x,t}$, é uma no choque de volatilidade fiscal $\sigma_{x,t}$ e ela dá luz ao espalhamento dos valores do instrumento fiscal x em maior ou menor amplitude³. Segundo os autores, mudanças inesperadas na volatilidade das inovações no choque fiscal poderiam ser interpretadas como uma representação das variações inesperadas na incerteza sobre a política fiscal. Entre os parâmetros, σ_x determina o desvio-padrão médio de uma inovação no choque fiscal, η_x dita o desvio-padrão incondicional de uma inovação no choque de volatilidade fiscal e ρ_{σ_x} controla a persistência deste choque. Exemplificando: um valor de $\sigma_{x,t} > \sigma_x$, implica um nível de incerteza maior do que o usual sobre a trajetória do instrumento fiscal (ou déficit primário nesse estudo quantitativo) e variações $\sigma_{x,t}$ no tempo, por sua vez, irá depender de η_x e ρ_{σ_x} (Fernández-Villaverde et al., 2015).

É interessante notar que as equações 1, responsável por modelar a série observada, por conseguinte chamada de equação de medida; e a equação 2, comumente chamada de equação de transição e responsável por modelar uma série temporal desconhecida/não-observada ao pesquisador, formam em conjunto um modelo de espaço-estado. A grande vantagem de se estimar esse modelo é a possibilidade de separar 2 efeitos distintos: um advindo da inovação diretamente sobre o choque fiscal, cujo impacto o muda em nível; outro efeito provém da inovação capaz de alterar a variância do choque fiscal, assim tornando uma inovação em nível mais ou menos intensa. Na prática, uma ação discricionária do governo pode ter um impacto maior nas contas públicas durante períodos de grande incerteza sobre a política fiscal do que teria em situações em que os agentes econômicos estão menos inquietos. Tal separação de efeitos não seria possível, por exemplo, em um modelo GARCH, pois nele a própria inovação $\varepsilon_{x,t}$ seria utilizada a fim de modelar a volatilidade do instrumento fiscal inconstante no tempo. Uma consequência seria que períodos em que se apura enorme discricionariade do governo seria automaticamente períodos de forte incerteza fiscal.

³De forma resumida: o choque de volatilidade fiscal $\sigma_{x,t}$ é, portanto, o desvio-padrão da inovação $\varepsilon_{x,t}$ no choque fiscal x_t .

2 Estimação e Dados

As estimações são feitas inspirando-se em Fernández-Villaverde et al. (2015), mas com algumas mudanças com intuito de ajudar nas estimações. Os parâmetros são estimados de forma bayesiana ao combinar a função verossimilhança com *priors* difusas e os sorteios da *posterior* são feitos usando o algoritmo de Metropolis-Hastings (MH). Foram realizados 500 mil sorteios com 1 bloco de parâmetros e *burn-in* de 80%. A *proposal distribution* é um passeio aleatório, cuja matrix covariância é estimada empiricamente conforme os sorteios são feitos. Além disso, a constante de escala da variância da *proposal* é ajustada dinamicamente para induzir a taxa de aceitação em 26.6% que, de acordo com Bernardo et al. (1995), é a ótima para um espaço de parâmetro de tamanho 6. Essa técnica de estimação contando com estimativa empírica e ajuste dinâmico é o algoritmo Metropolis-Hastings com escala ótima adaptativa baseada em um processo de Robbins-Moro⁴. O detalhamento de como funciona este algoritmo pode ser encontrado em Garthwaite et al. (2016).

As especificações das *priors* não são menos importantes e serão abordadas agora. Na relação abaixo encontra-se a detalhamento delas:

- $\rho_x \mapsto U(0,1)$
- $\phi_{x,y} \mapsto U(-\infty, +\infty)$
- $\phi_{x,b} \mapsto U(-\infty, +\infty)$
- $\sigma_x \mapsto U(-\infty, +\infty)$
- $\rho_{\sigma_x} \mapsto U(0,1)$
- $\eta_x \mapsto U(0, 1.25)$

Essas *priors* atribuem probabilidades iguais para todo o domínio de cada parâmetro. Em teoria, o domínio de η_x seria os \mathbb{R}^{++} , porém notou-se que quando $\eta_x > 1.25$, frequentemente o algoritmo incorria altas chances de sortear algumas combinações de valores para os parâmetros que arremetiam a um modelo não-estacionário, com ρ_x infinitamente próximo de 1 e η_x assumindo altos valores por volta de 3.5, por exemplo⁵.

As séries são dessazonalizadas pelo método X-11-ARIMA e a tendência linear é removida passando o Filtro de Baxter-King. A não-linearidade que relaciona as inovações no choque fiscal e na sua volatilidade geram a necessidade do uso de um filtro de partículas para auferir a verossimilhança. São utilizadas 50,000 delas e para a inicialização da variável estado (o choque de volatilidade fiscal) e da observada (o instrumento fiscal), Fernández-Villaverde et al. (2015) simula as partículas a partir de uma distribuição estacionária incondicional compatível com os dados⁶.

⁴Apesar de 500 mil sorteios com a algoritmo MH, ainda não foi suficiente para que atingisse convergência. Como não havia muito tempo adicional livre para continuar sorteando pela proximidade do prazo de depósito da dissertação, optou-se por usar os últimos 100 mil sorteios como *posterior*. Resultados do teste de Geweke estão no apêndice A.

⁵Para verificação, olhar o apêndice B

⁶Para mais detalhes, consultar o apêndice C

Para estimação do modelo, usa-se o Resultado Primário do Governo Geral (RPGG) sobre o PIB como instrumento fiscal, sendo que déficits recebem valores positivos; a Dívida Líquida do Governo Geral (DLGG) sobre o PIB como a razão dívida-PIB do modelo, ambas produzidas pela Secretaria do Tesouro Nacional⁷; já o produto é representado pela série do PIB brasileiro, compilado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

O período desse estudo começa no primeiro trimestre de 1998 (1998:T1) e termina no último de 2019 (2019:T4). Optou-se por iniciar as estimações em 1996, 2 anos após o fim da implementação do Plano Real, momento em que a maioria dos indicadores econômicos brasileiros havia encontrado melhor estabilização. Como a série do PIB tem a tendência retirada com uso do Filtro de Baxter-King, então 11 trimestres da amostra são perdidos. Da mesma forma, optou-se também por não incluir o período da pandemia de 2020 a 2022, porque trouxe muita instabilidade ao algoritmo e acarretou superestimação de muitos dos parâmetros do espaço-estado à medida que foi exigido do modelo "grande esforço" para se adequar a esse período raro na história da humanidade⁸. Uma resposta negativa dos déficits primários à razão dívida-PIB implica que a razão dívida-PIB deverá ser reversível à média, apesar de ser virtualmente impossível rejeitar uma raiz unitária em testes padrão de séries temporais univariadas (?). O artigo mostra que os testes de raiz unitária são inconsistentes e enganadores, quando aplicados à razão dívida-PIB, porque não levam em consideração informações importantes como flutuações do PIB e das despesas públicas. Em conclusão, esse resultado é utilizado para defender o uso da série da razão dívida-PIB em nível para estimar a regra fiscal.

3 Resultados

Após a estimação da *posterior* dos parâmetros do modelo de espaço-estado pelo algoritmo MH e filtro de partícula, obtivemos as distribuições apresentadas na figura 1.

As distribuições foram todas monomodais com quase todas com formato próximo de uma normal, abstraindo das caudas mais pesadas - como observado com σ_x - e assimetrias - como observado com η_x . A distribuição de ρ_{σ_x} tem o lado direito mais íngreme e o esquerdo com decaimento lento, indicando que a série de volatilidade fiscal tem persistência, mas a verossimilhança tem pouca sensibilidade a esse parâmetro.

O conceito de *Highest Density Posterior Interval* (HDPI) de 90% é o intervalo da distribuição *posterior* que captura a região contínua de maior probabilidade. Na tabela a seguir, temos os valores máximo, mínimos e o valor médio dos intervalos:

Observando os valores na tabela 1, vemos que os desvios da volatilidade média duram algum tempo, embora a persistência não seja identificada com tanta precisão quanto a dos choques fiscais ρ_x . O $\varepsilon_{x,t}$ tem um desvio-padrão médio de 0.89% ($100 \times \exp(-4.72)$). Uma inovação positiva de um desvio-padrão de $u_{x,t}$ aumenta o desvio-padrão da inova-

⁷Para construir séries mais longas, somou-se as séries de setor público desagregadas em governo federal, estadual, municipal e Banco Central.

⁸O algoritmo de estimação dos parâmetros do espaço-estado está esquematizado no apêndice D para consulta.

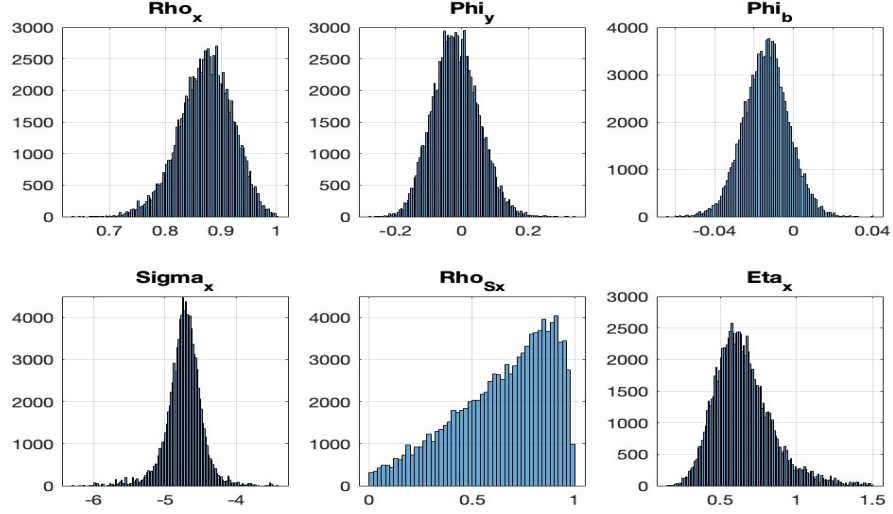


Figura 1: Histograma das Distribuições dos Parâmetros do Estado-Espaço

Parâmetros	Valor Médio	Banda Inferior	Banda Superior
ρ_x	0.87	0.79	0.95
ϕ_y	-0.02	-0.13	0.09
ϕ_b	-0.01	-0.03	0.005
σ_x	-4.72	-5.11	-4.36
ρ_{σ_x}	0.62	0.26	0.98
η_x	0.63	0.34	0.96

Tabela 1: Tabela com o HDPI dos Parâmetros

ção no choque fiscal para cerca de 1.5% ($100 \times \exp(-4.72 + (1 - 0.62^2)^{0.5} \times 0.63)$). Os parâmetros ϕ_y e ϕ_b , por sua vez, têm suas estimativas pontuais negativas, conforme o *feedback* esperado do *business cycle* e da trajetória da dívida, respectivamente.

Um exercício interessante a se fazer é o de analisar na linha do tempo o quanto um choque de volatilidade fiscal de um desvio-padrão pode impactar o resultado fiscal. Com esse fim, será exibido os intervalos de probabilidade posteriores de 90% da série suavizada de choques de volatilidade fiscal para o déficit primário, $100 \times \exp(\sigma_{x,t})$, sobre a amostra. Sua estimação é feita através de 1,000 sorteios da *posterior*, 10,000 partículas do filtro e 500 do *smoother*⁹.

⁹Para referência de como funciona em teoria e na prática um filtro e um suavizador de partículas, é possível consultar Fernández-Villaverde and Rubio-Ramírez (2007). Ainda assim, no apêndice E é esquematizado o algoritmo de estimação de ambos os estados filtrados e suavizados da volatilidade fiscal.

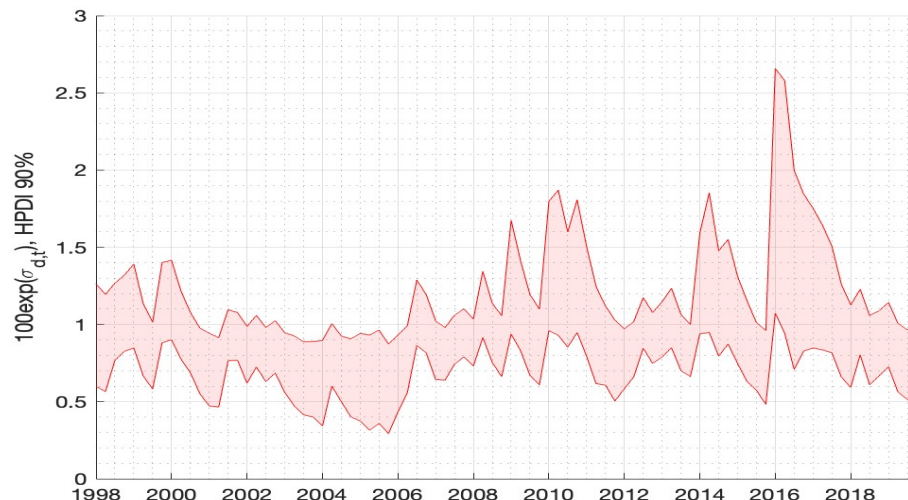


Figura 2: Série Suavizada de Choques de Volatilidade Fiscal no Déficit Primário

A figura 2 mostra em quantos pontos percentuais uma inovação de um desvio-padrão no choque de volatilidade fiscal teria alterado o déficit primário como porcentagem do PIB em diferentes momentos. O intervalo preenchido de cor laranja corresponde ao HDPI da distribuição dos choques ao longo do tempo. Por exemplo, em 2016:T1, com 90% de probabilidade, o déficit primário teria oscilado entre 1.1 pontos percentuais (banda inferior) e 2.65 pontos percentuais (banda superior).

É pertinente uma análise relacionando os períodos do gráfico com os acontecimentos relevantes e a conjuntura macroeconômica subjacentes. O gráfico começa com um impacto por volta de 1% sobre o déficit primário como razão do PIB entre 1998-2000. Nesse período a economia brasileira sofria fortes turbulências devido à Crise Financeira Asiática em 1997, a Russa em 1998 e o risco de moratória da dívida externa brasileira em 1999. Como consequência, o Governo iniciou uma campanha de formação de superávit, mediante forte aumento de receitas proporcionado por alteração da legislação tributária, controle das despesas e a adoção do tripé macroeconômico¹⁰.

O período de 2000-2008 foi quase todo relativamente calmo em termos fiscais para o Brasil, onde o intervalo de 90% não chega a superar 1%. Exceções foram os anos de eleições em 2002 e em 2006. O período 2002-2008 foi marcado pela tendência de aumento de receitas e, em ritmo um pouco menor, das despesas, em conformidade com a política da época de formação de superávit primário como política fiscal. Isso foi possível, em grande medida, pelo contexto internacional favorável - logo após a Crise das Pontocons - que se desenrolou puxado pelas altas taxas médias de crescimento no mundo e consequente

¹⁰O tripé macroeconômico é um conjunto de 3 pilares essenciais que sustentaram a política econômica: estabilidade de preços (controle da inflação), equilíbrio fiscal (equilíbrio das contas públicas) e câmbio flutuante (livre variação da taxa de câmbio).

superciclo das *commodities*. No primeiro mandato do presidente Lula, reconhecido por ter uma política econômica mais ortodoxa, o intervalo de confiança da volatilidade fiscal manteve-se estável abaixo de 1%. Esse prognóstico modificou-se no segundo mandato, em que houve uma inflexão da política econômica do governo Lula entre 2006-2008 em direção a uma mais heterodoxa com principal foco no fortalecimento do consumo e do mercado interno, via distribuição de renda. Nessa fase também houve um ambiente externo extremamente favorável, que contribuiu para que o governo acumulasse mais reservas internacionais e reduzisse a taxa real de juros devido ao efeito do grande volume de exportações de *commodities* sobre a taxa de câmbio (apreciação do Real). O governo adotou uma política fiscal expansionista com orçamento equilibrado, direcionando o aumento de arrecadação principalmente para transferência de renda (aumentos reais do salário mínimo e programas de distribuição de renda como Bolsa Família), investimentos (o Programa de Aceleração do Crescimento - PAC) e concessão de crédito subsidiado por intermédio dos bancos públicos (como Banco Nacional de Desenvolvimento - BNDES).

A fase seguinte de política econômica, de 2009-2011, foi marcada pelos efeitos da crise financeira internacional de 2008 e pelas ações anticíclicas adotadas pelo governo brasileiro. No gráfico, podemos notar picos mais agudos, relacionados à absorção fiscal dos efeitos econômicos da crise (em 2008) e do posterior período de implementação de medidas de seu enfrentamento. Entre 2009-2010, houve redução dos depósitos compulsório dos bancos; criação pelo Banco Central de uma linha de crédito emergencial para financiar a folha de pagamento de pequenas empresas; corte da taxa básica de juro; criação de linhas especiais de empréstimos e expansão do crédito direcionado via bancos públicos; desonerações tributárias e aumento do investimento público, sobretudo em habitação (por meio o programa Minha Casa Minha Vida). Em suma, a sucessão de superávits primários ajudou a conter as crises do início dos anos 2000 e viabilizaram o uso da política fiscal para compensar os efeitos econômicos da crise financeira.

No início do governo Dilma I em 2011, houve uma redução da volatilidade fiscal por alguns anos até que novas agitações de natureza política e econômica a fizessem elevar-se. Algumas fragilidades macroeconômicas fizeram-se perceptíveis, tais como a tendência de baixa do investimento privado desde a crise de 2008, como também pode ser citada a perda da produtividade e competitividade da indústria nacional. Para contrapor essa problemática, o Governo Federal desenhou um conjunto de medidas econômicas, de cunho heterodoxo/desenvolvimentista, que ficaram conhecidas como Nova Matriz Econômica (NME)¹¹. Tais medidas incluíam, sobretudo: uma campanha de ampliação do investimentos públicos e concessão de crédito subsidiado via bancos públicos, redução da taxa de juros, desvalorização do real em relação ao dólar, desonerações tributárias à indústria e subsídios ao preço dos combustíveis e às tarifas de energia para diminuição do seu preço de mercado. Vale lembrar que o pico em questão na série de volatilidade começa em 2010, ano eleitoral, e a variância parece manter-se elevada 2011 adentro, muito provavelmente pela incerteza gerada na transição da tradicional política econômica baseada no tripé para a nova matriz.

¹¹A NME, adotada no início do governo Dilma, foi um conjunto de medidas para beneficiar o setor industrial, visando a redução dos custos das empresas nacionais e o aumento da competitividade diante da concorrência estrangeira. Desejava-se adotar um modelo mais voltado às exportações de produtos industriais do que ao fortalecimento do mercado interno ao passo que protagonizasse a indústria nacional e diminuísse a dependência da economia brasileira de **commodities** exportadas.

A nova política manteve a economia dinâmica até o cenário internacional sofrer uma reviravolta em meados de 2012, com especial atenção à queda dos preços de *commodities* e enfraquecimento do comércio mundial. Do lado interno, a desaceleração da economia brasileira culminou no esgotamento das medidas de estímulo adotadas, fazendo com que a NME não surtisse o efeito desejado e levando a economia à estagnação. No ano eleitoral de 2014, esses fatores aliados aos fortes gastos tomados pelo governo com a prerrogativa de ampliar ainda mais as linhas de crédito subsidiado, subsídios ao setor industrial, desonerações e programas como Minha Casa Minha Vida e FIES, fizeram com que o choque de volatilidade fiscal atingisse uma nova grande alta, alcançando 1.86% na banda superior

O segundo mandato de Dilma Rousseff foi marcado por grande instabilidade política e econômica e os motivos para isso foram: 1) as desonerações tiveram um efeito de diminuição de receitas maior que esperado, porque a economia estava em desaceleração; 2) os subsídios estavam sendo pagos pelos bancos federais e pelo Fundo de Garantia do Tempo de Serviço (FGTS), cuja responsabilidade era de executores das políticas públicas do governo. Essa prática, conhecida como “pedalada fiscal” cessou em 2015 e as pendências com os bancos relativas aos anos anteriores, no valor de R\$ 55,6 bilhões, foram acertadas integralmente em dezembro de 2015, por exigência do Tribunal de Contas da União (TCU), gerando um grande impacto das despesas públicas; 3) somado à descoberta das contabilidades criativas do Governo Federal e o início da contração econômica, a Operação Lava Jato gerou profunda incerteza em torno das contas do governo, elevando a volatilidade fiscal para 2.65% (banda superior) em 2016:T1. No interregno entre os picos de volatilidade em 2014 e 2016, o intervalo fica contido abaixo de 1% de impacto no déficit primário, o qual é resultado de uma breve alteração de postura do governo Dilma em 2015, quando decidiu abandonar a maioria das políticas relacionadas à MNE. Além disso, 2015 é marcado com uma alteração na postura da condução da política monetária, onde o Banco Central passou a adotar uma mais contracionista, visto que houve a perda do controle da inflação.

A partir de 2016, o Brasil já se encontrava em recessão. Diante à crise política e institucional generalizada, a presidente Dilma Rousseff sofreu *impeachment* motivado por crimes de responsabilidade e, então, seu vice assume, Michel Temer. Durante seu governo, importantes medidas foram tomadas para recuperar os níveis de confiança na política econômica, fiscal e monetária. Nessa fase, houve medidas fiscais e monetárias contracionistas com objetivo de recuperar a economia e reequilibrar as contas públicas. As mais importantes foram: 1) aprovação da Emenda Constitucional do Teto de Gastos; 2) aprovação da Lei das Estatais; 3) inícios das discussões/articulações sobre a reforma da previdência; 4) atuação do Banco Central focada no combate à inflação com elevação da taxa de juro real; e 5) liberalização dos preços monitorados. Os choques adversos dissiparam-se a partir do final de 2017, logo a economia foi recuperando-se vagarosamente, promovendo a estabilização da renda e a colocação da inflação de volta à meta¹². Em 2019, durante o governo Bolsonaro, a reforma da previdência foi aprovada pelo Congresso Nacional, o que levou o intervalo HDPI de 90% de choque suavizados de volatilidade fiscal a ficar novamente abaixo dos 1%. Esse feito foi conquistado graças à

¹²É digno de nota que o ano eleitoral de 2018 foi o que teve menor presença de volatilidade fiscal dentre todos os outros desde 1998. O segundo menor foi as de 2002.

economia estimada de quase R\$ 900 bilhões, segundo o antigo Ministério da Economia¹³, ao longo de 10 anos nos custos do Governo Federal advindos da Previdência Social¹⁴.

¹³De acordo com o Instituto Nacional de Seguro Social (INSS), em 2022, 3 anos depois da aprovação da reforma da previdência, a economia chegou a R\$ 156,1 bilhões aos cofres públicos.

¹⁴Análises mais profundas sobre o governo Bolsonaro não foram realizadas, pois seria difícil determinar relações entre os resultados empíricos e tendências gerais dos efeitos provocados pelo arcabouço de políticas fiscais dentro do intervalo de apenas um ano contido na amostra. Reconhece-se que a aprovação da Reforma da Previdência foi o marco do primeiro ano de seu governo e teve um grandioso impacto tanto nos resultados fiscais quanto nas expectativas.

Referências

- Bernardo, J., Berger, J., Dawid, A., and Smith, A. (1995). Efficient metropolis jumping rules. *Bayesian Statistics*, 5.
- Fernández-Villaverde, J., Guerrón-Quintana, P., Kuester, K., and Rubio-Ramírez, J. (2015). Fiscal volatility shocks and economic activity. *American Economic Review*, 105(11):3352–84.
- Fernández-Villaverde, J. and Rubio-Ramírez, J. F. (2007). Estimating macroeconomic models: A likelihood approach. *The Review of Economic Studies*, 74(4):1059–1087.
- Garthwaite, P. H., Fan, Y., and Sisson, S. A. (2016). Adaptive optimal scaling of metropolis–hastings algorithms using the robbins–monro process. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 45(17):5098–5111.