



# Κατανομές Πιθανότητας

Κωνσταντίνος Μπουγιούκας, MSc, PhD  
mpougioukas@auth.gr

2025-2026



## Στόχοι του σημερινού μαθήματος

- ☒ Ορισμός της πιθανότητας
- ☒ Κανονική Κατανομή
- ☒ Λοξότητα και κύρτωση
- ☒ Άλλες συνεχείς κατανομές





## Η έννοια της πιθανότητας (θεωρητική προσέγγιση)

Ρίψη ενός αμερόληπτου ζαριού (τυχαίο πείραμα)

$\Omega = \{ \text{[1 dot]}, \text{[2 dots]}, \text{[3 dots]}, \text{[4 dots]}, \text{[5 dots]}, \text{[6 dots]} \}$  Δειγματικός χώρος

$A = \{ \text{[5 dots]} \}$  Ενδεχόμενο ή απλό γεγονός

Ποια είναι η πιθανότητα να έρθει  ?



$$P(A) = \frac{\text{πλήθος ευνοϊκών περιπτώσεων}}{\text{πλήθος δυνατών περιπτώσεων}}$$

$$P(\text{[5 dots]}) = \frac{\text{[5 dots]}}{\text{[1 dot] [2 dots] [3 dots] [4 dots] [5 dots] [6 dots]}}$$

$$P(5) = 1/6 = 0.167$$



## Η έννοια της πιθανότητας (Αξιώματα)

1.  $P(A) \geq 0$

2.  $P(\Omega) = 1$

$$\Omega = \left\{ \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \right\}$$

3. Όταν τα A και B ασυμβίβαστα ή ξένα γεγονότα ισχύει για την τομή τους:  $P(A \cap B) = 0$

Σε αυτή την περίπτωση ισχύει για την ένωσή τους:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$




## Η έννοια της πιθανότητας (προσέγγιση μέσω της συχνότητας εμφάνισης)

Η πιθανότητα ενός γεγονότος  $A$  είναι η **σχετική συχνότητα** πραγματοποίησης του γεγονότος σε ένα **μεγάλο αριθμό επαναλήψεων** ενός τυχαίου πειράματος ή διαδικασίας (π.χ. ρίψη ενός ζαριού).

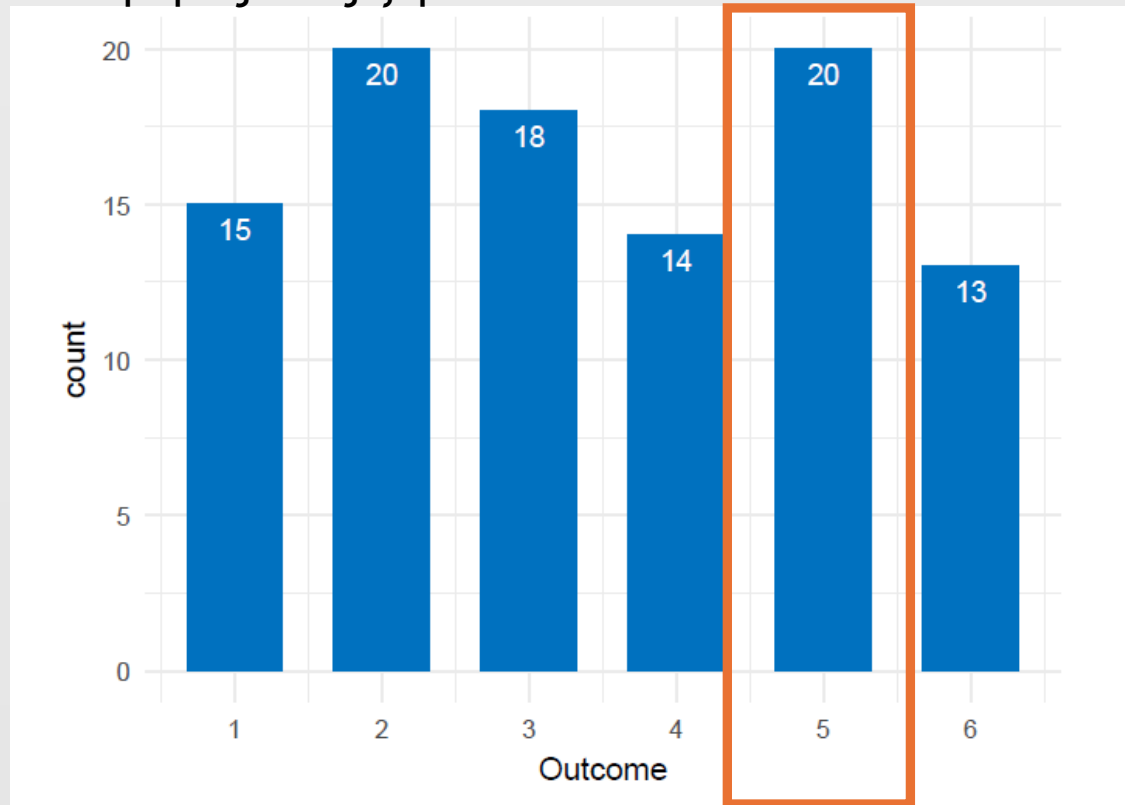
$$P(A) = \frac{\text{Αριθμός που έχει συμβεί το } A}{\text{Συνολικός αριθμός πειραμάτων}}$$



# Η έννοια της πιθανότητας (εμπειρικά) – Ρίψη ζαριού

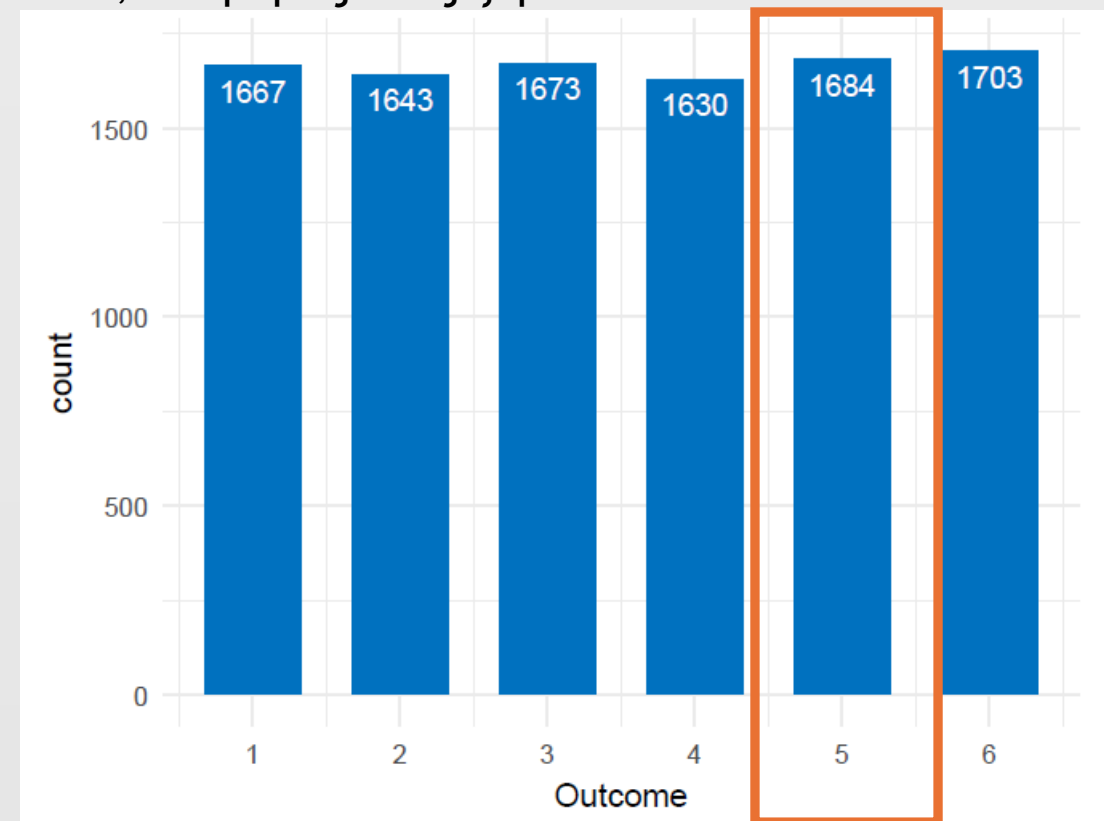
Ποια είναι η πιθανότητα να έρθει  ?

100 ρίψεις ενός ζαριού.



$$P(\text{rolling a 5}) = \frac{20 \text{ times the number "5" occurred}}{100 \text{ experiments}} = \frac{20}{100} = 0.20 \text{ or } 20\%$$

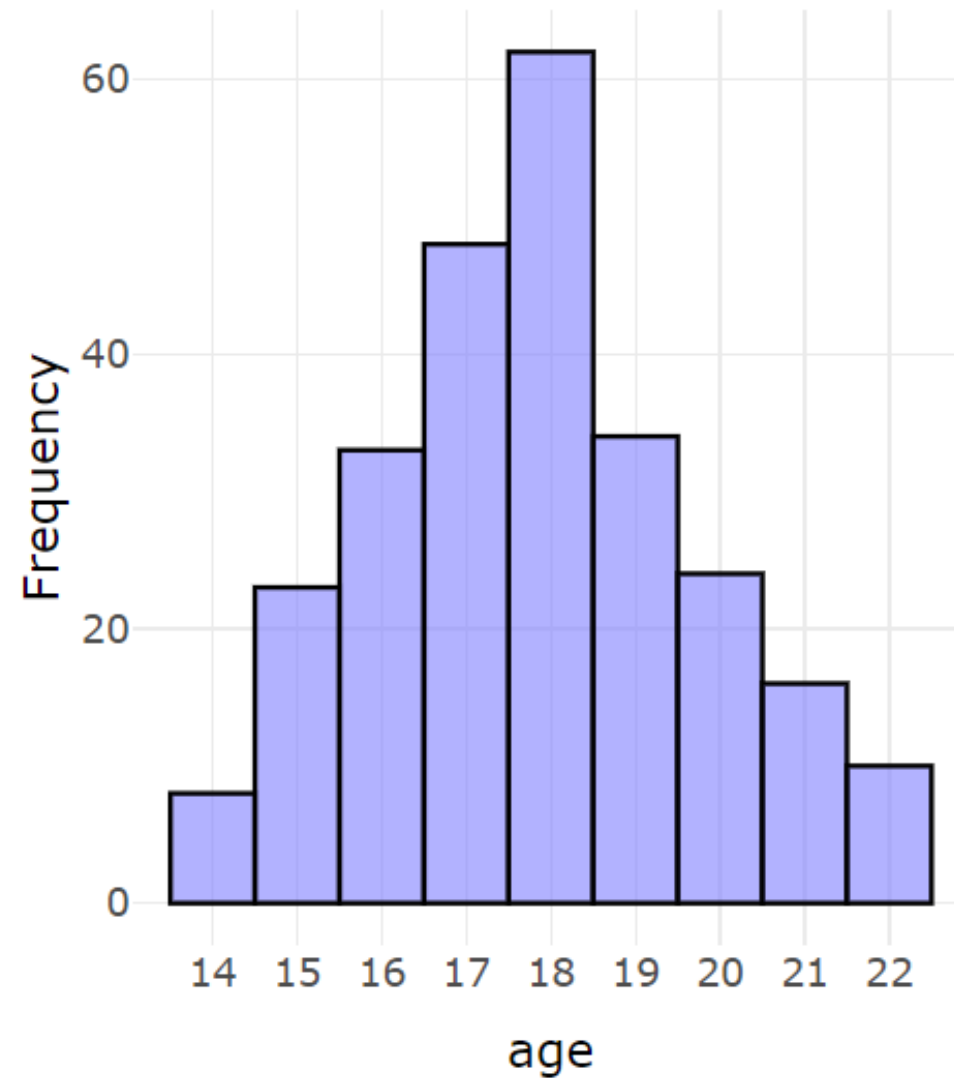
10,000 ρίψεις ενός ζαριού.



$$P(\text{rolling a 5}) = \frac{1684 \text{ times the number "5" occurred}}{10000 \text{ experiments}} = \frac{1684}{10000} = 0.1684 \text{ or } 16.84\%$$

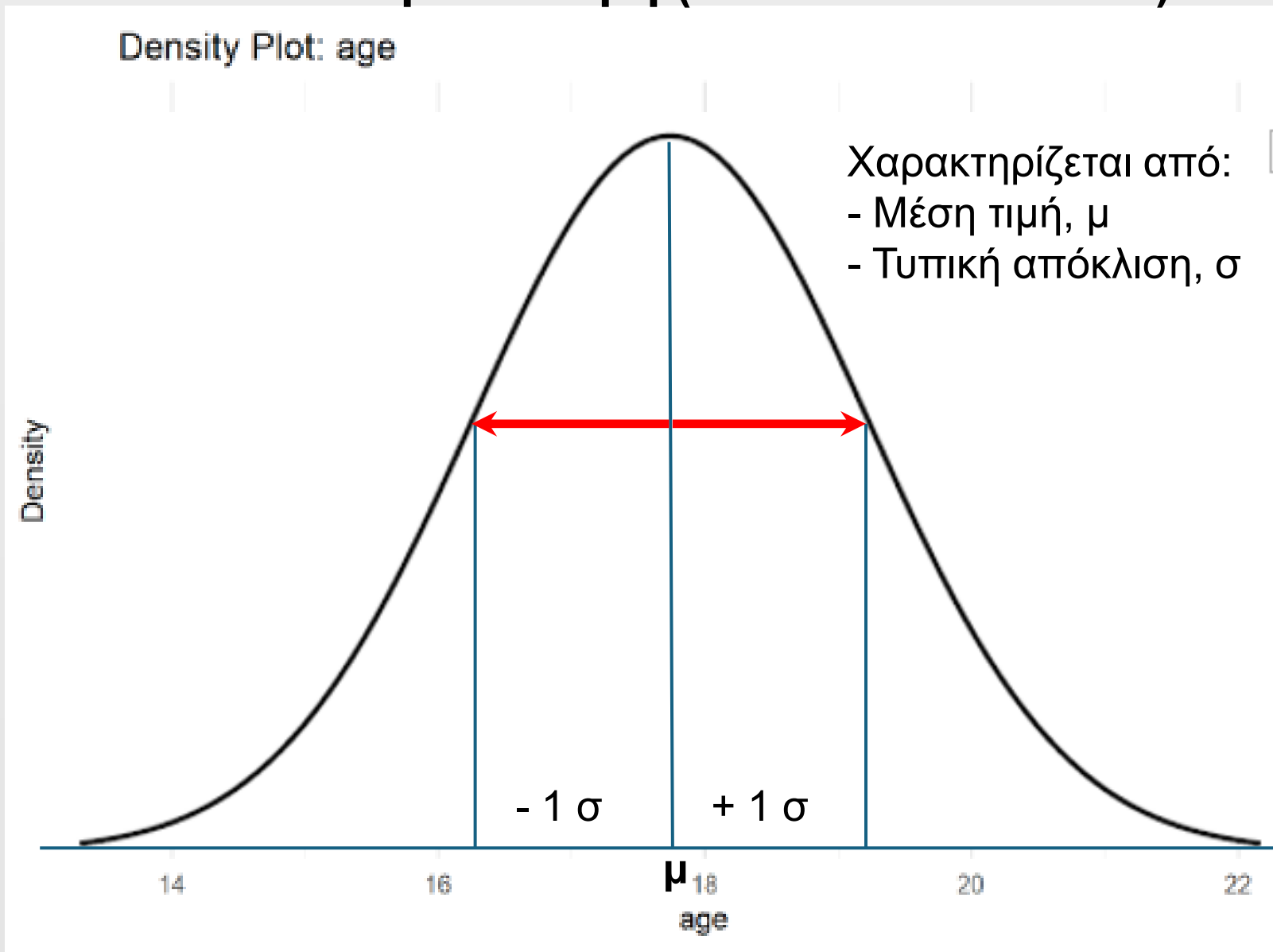


Histogram: age





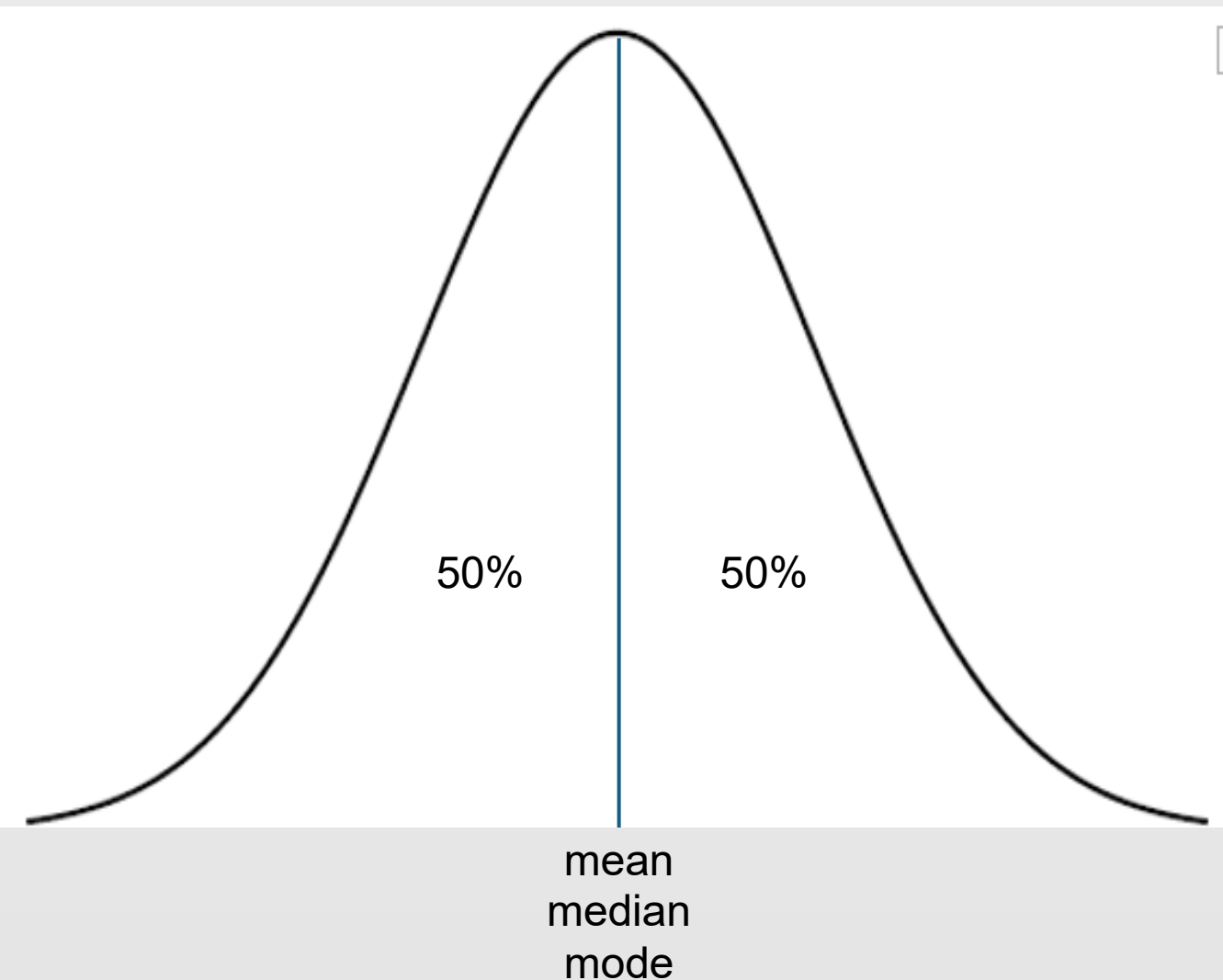
## Κανονική κατανομή (normal distribution)







## Κανονική κατανομή (normal distribution)

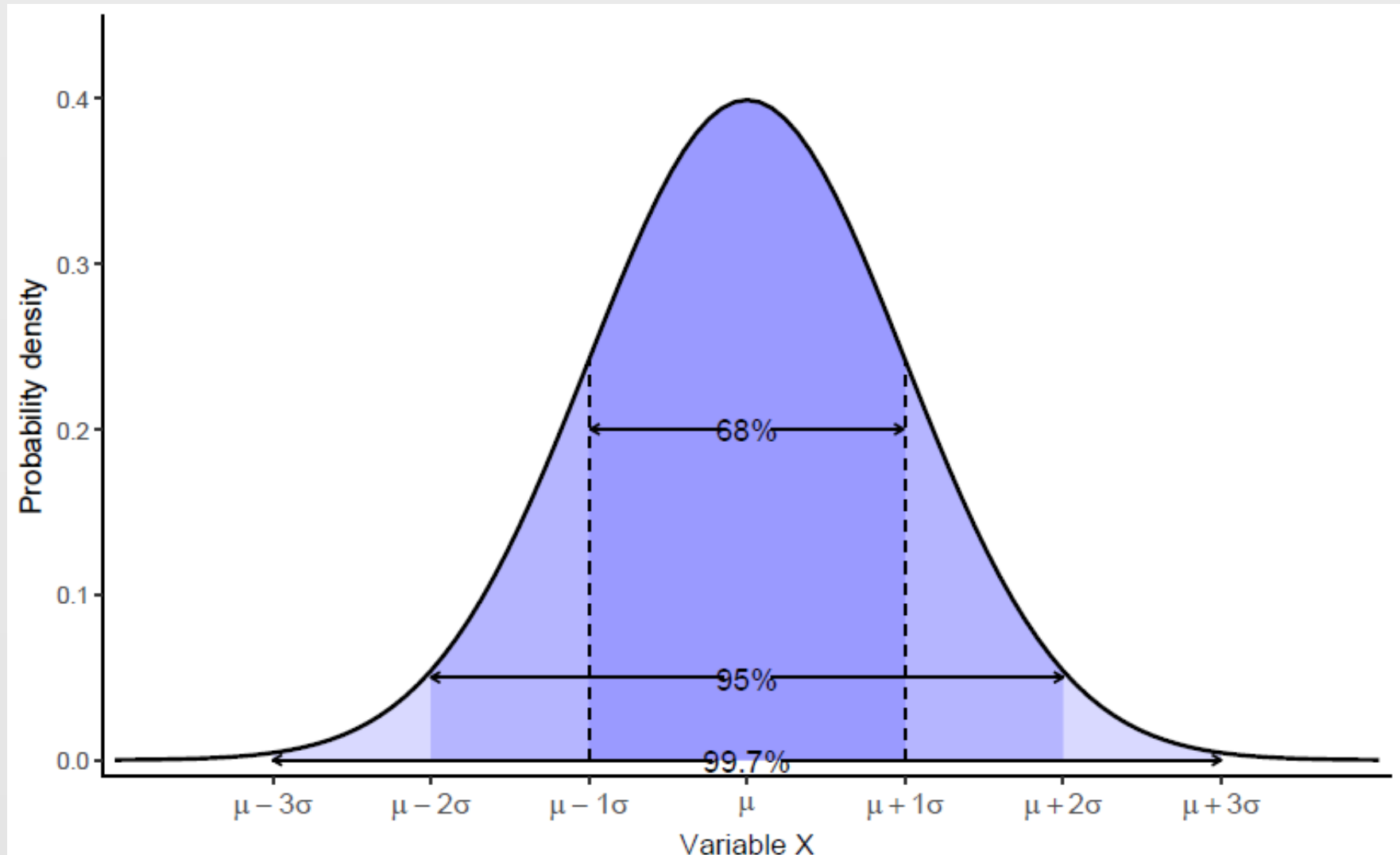


### Ιδιότητες:

- Είναι συμμετρική γύρω από τη μέση τιμή και η κορυφή της βρίσκεται πάνω από αυτή.
- Η μέση τιμή, η διάμεσος και η επικρατούσα τιμή συμπίπτουν.
- Το εμβαδόν που ορίζεται κάτω από την καμπύλη της κατανομής είναι 1 (100%). Το 50% της κατανομής βρίσκεται αριστερά και το 50% δεξιά.
- Η βάση του κανόνα 68-95-99.7

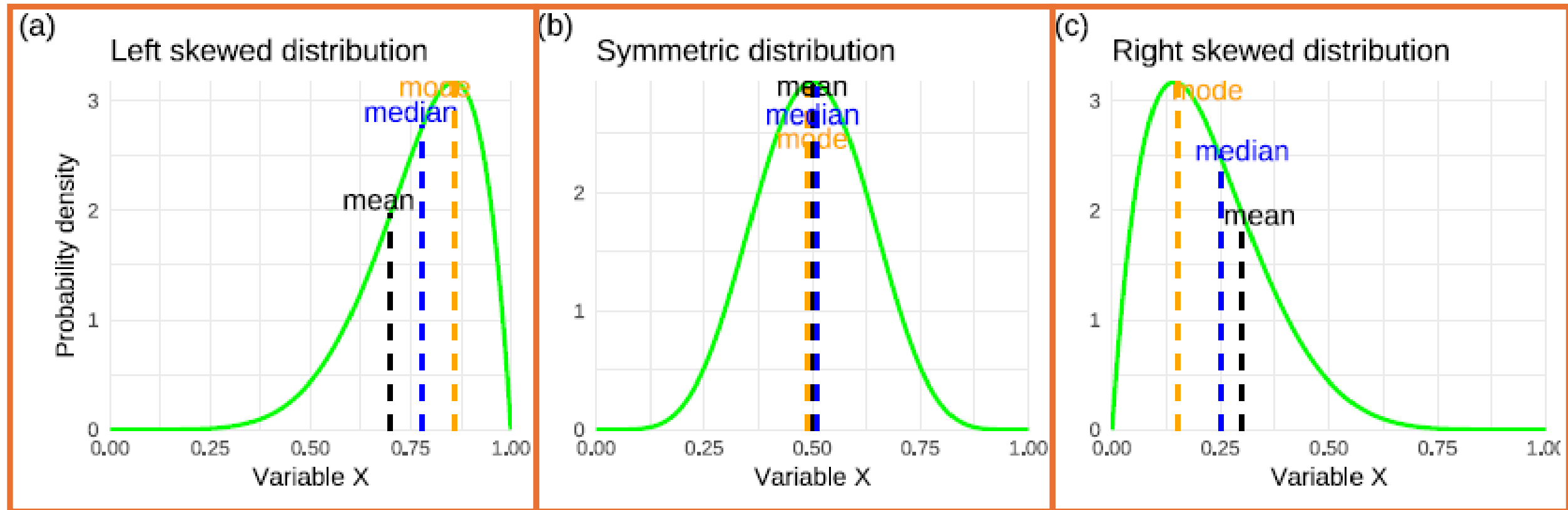


## Κανονική κατανομή-Κανόνας 68-95-99.7



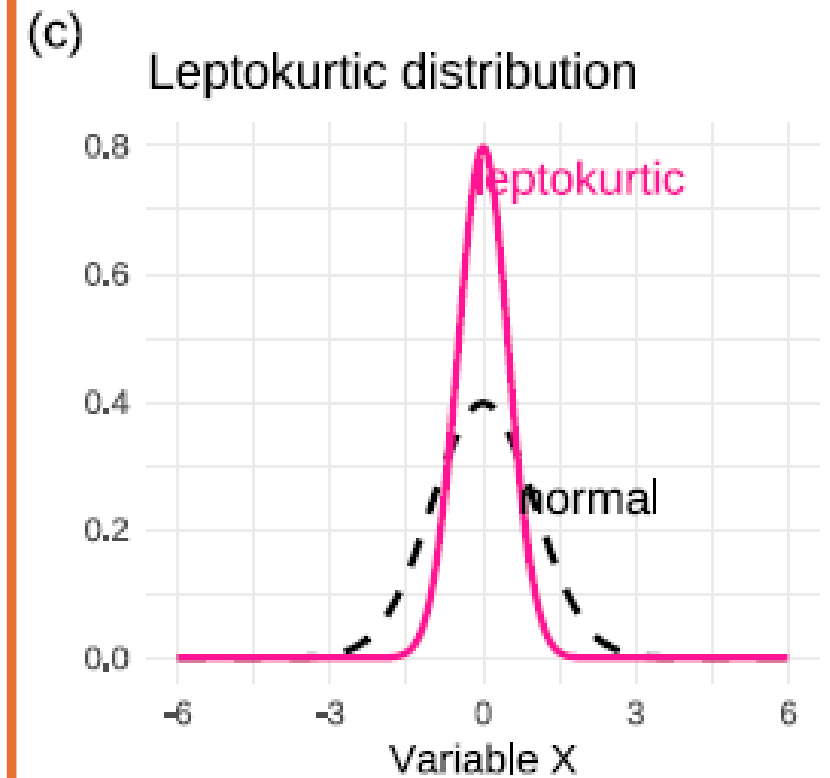
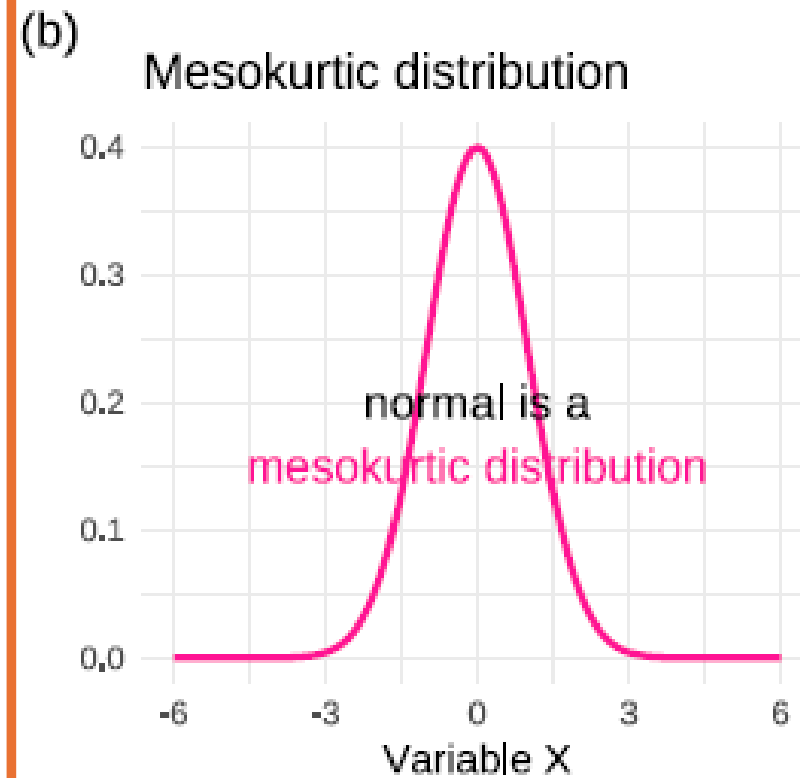
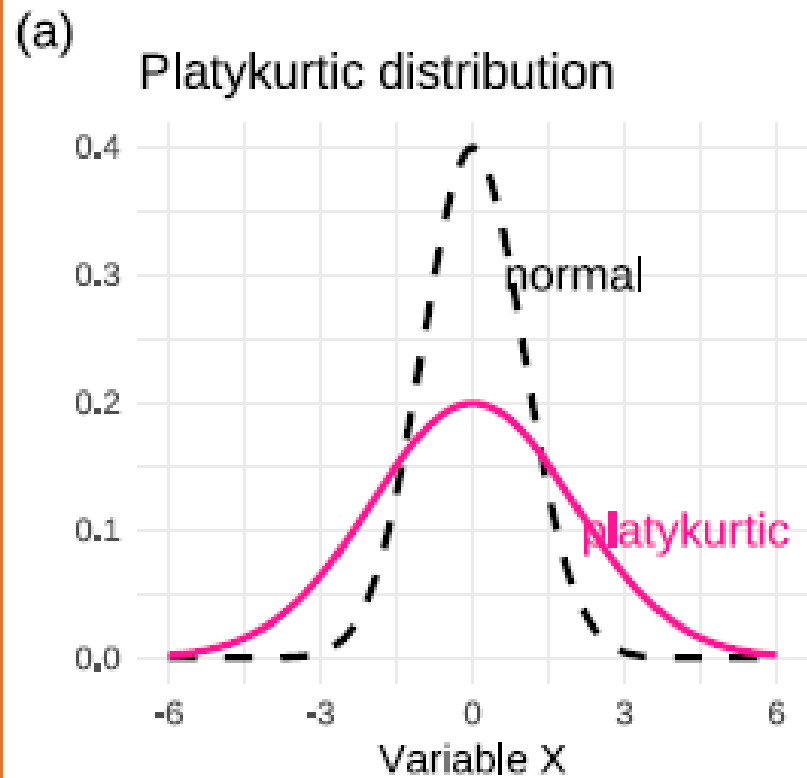


## Ασυμμετρία ή λοξότητα (skewness)



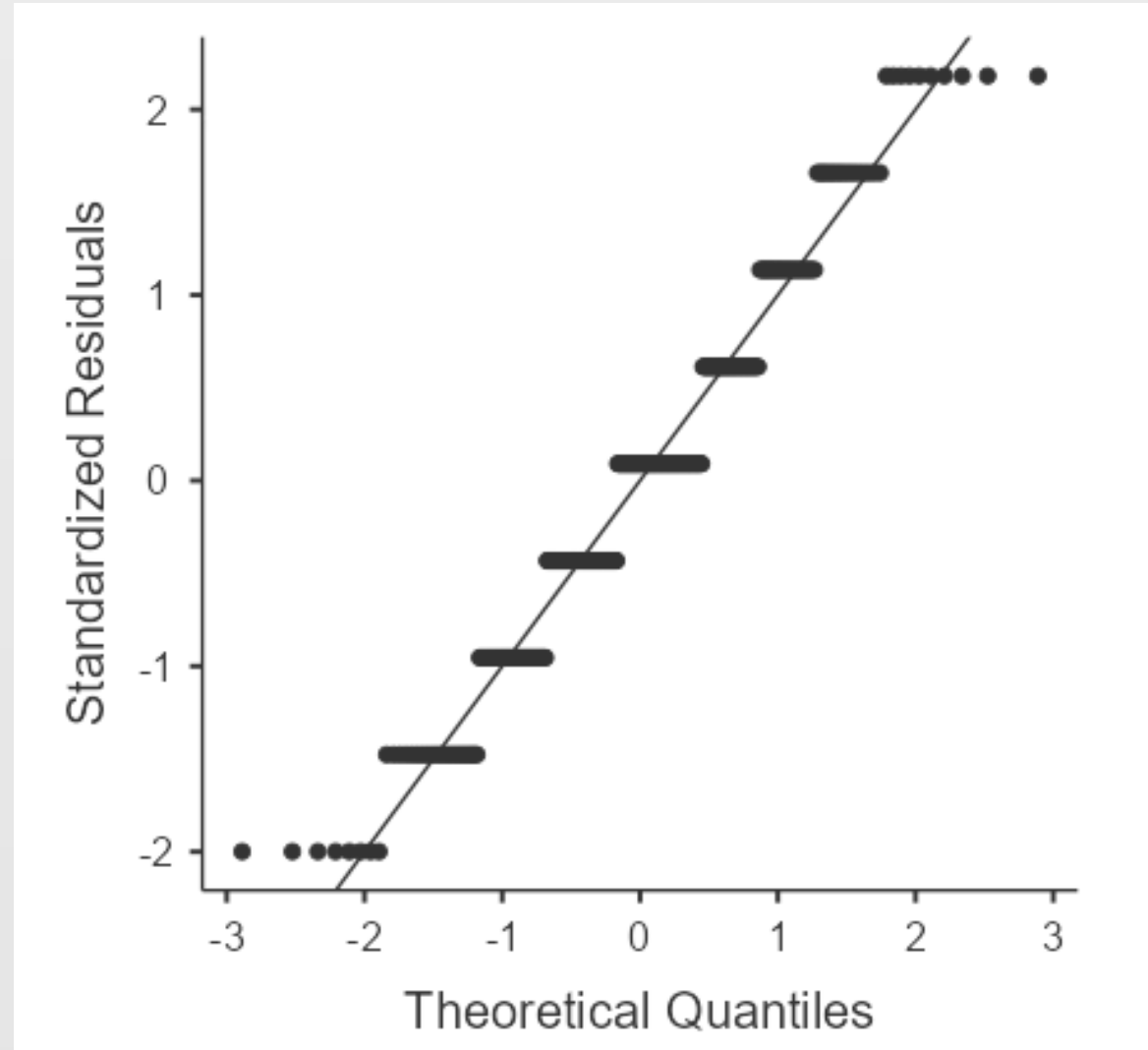
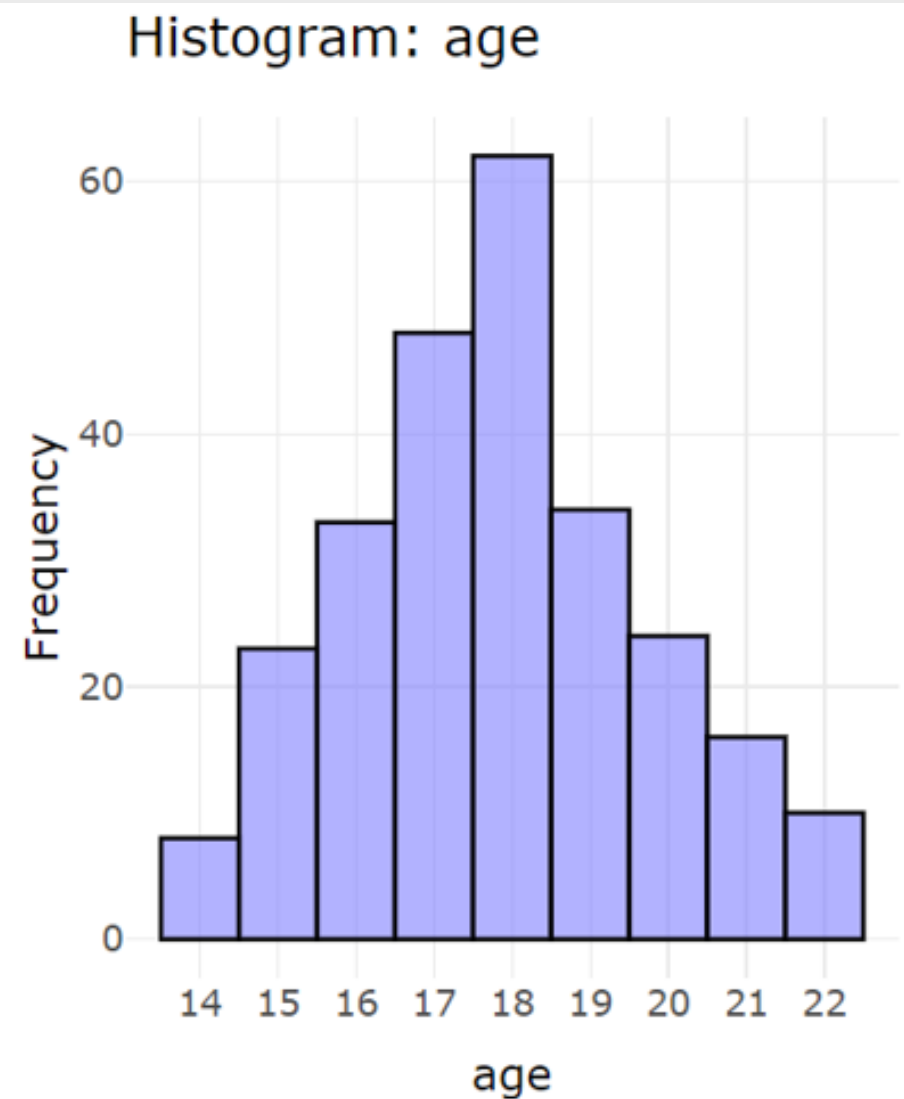


## Κύρτωση (kurtosis)



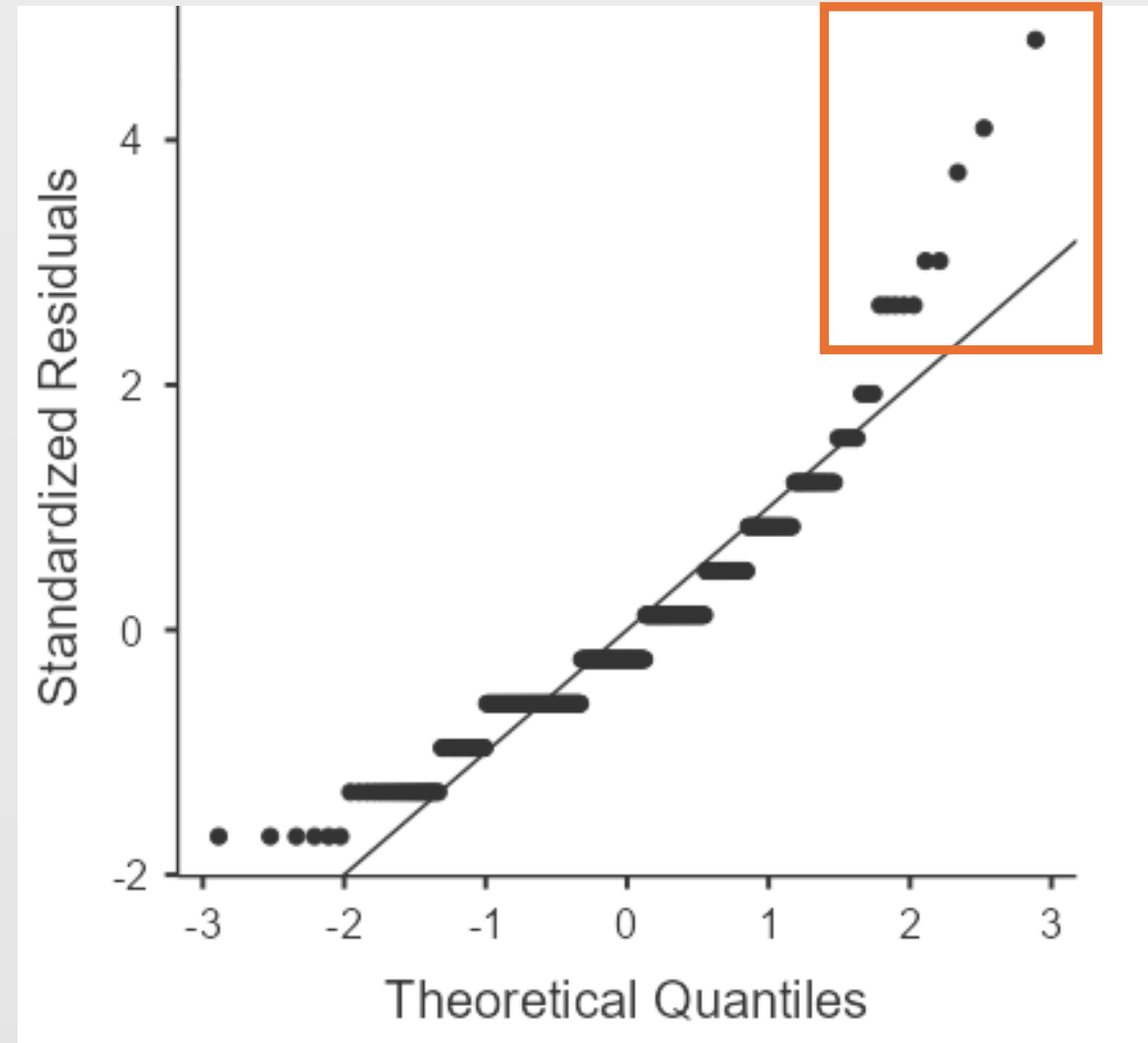
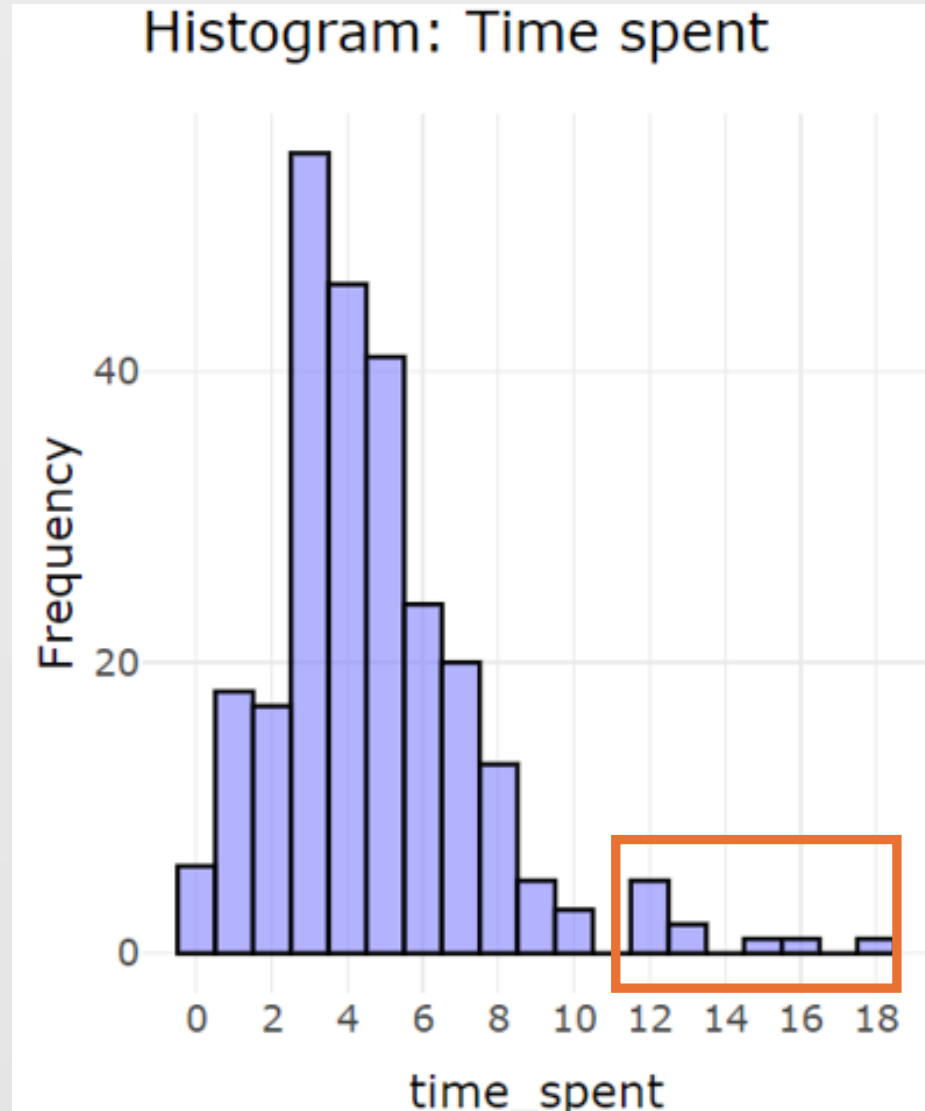


## Q-Q plot age



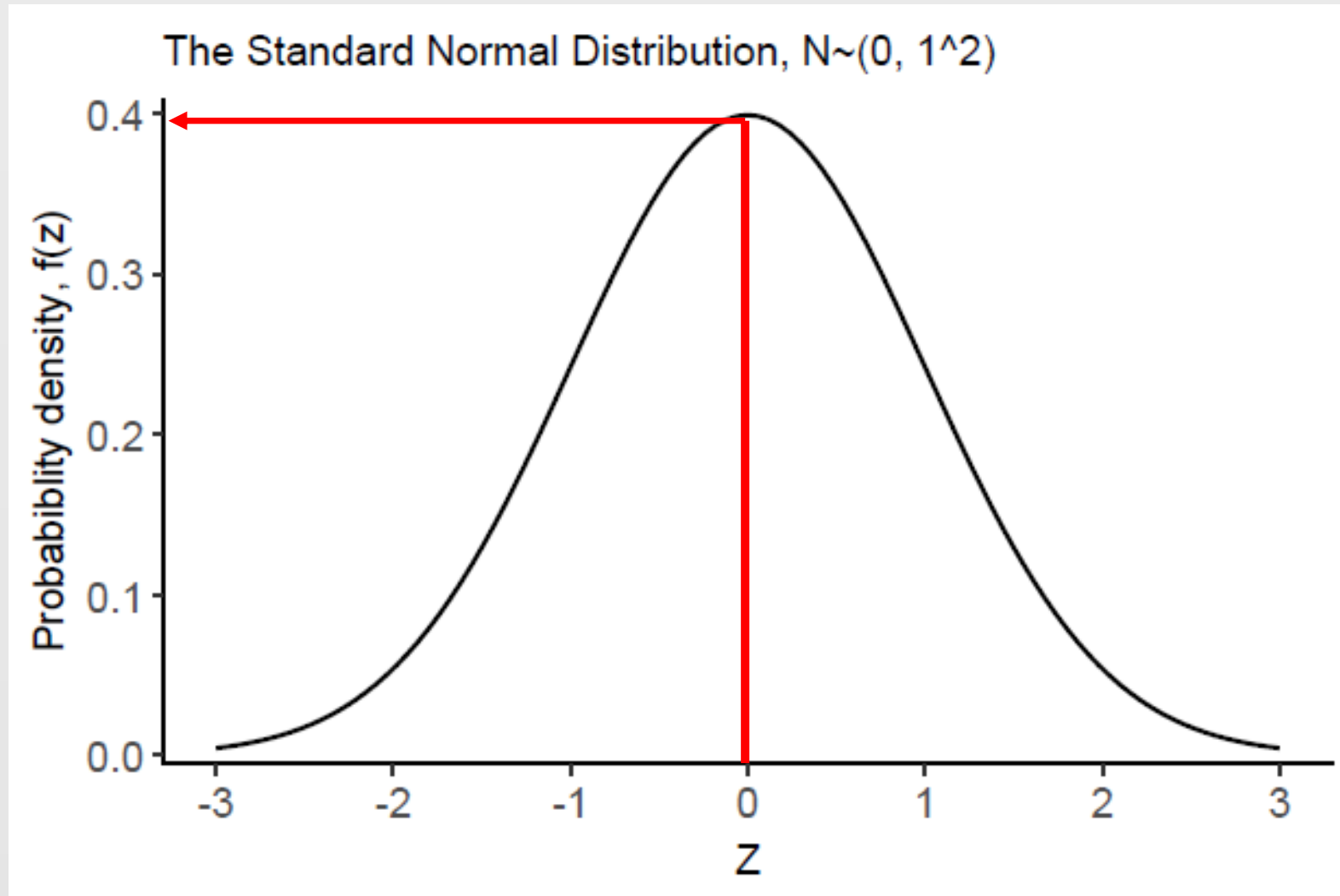


## Q-Q plot time\_spent





## Τυπική κανονική κατανομή (Standard normal distribution)



Μετασχηματισμός:

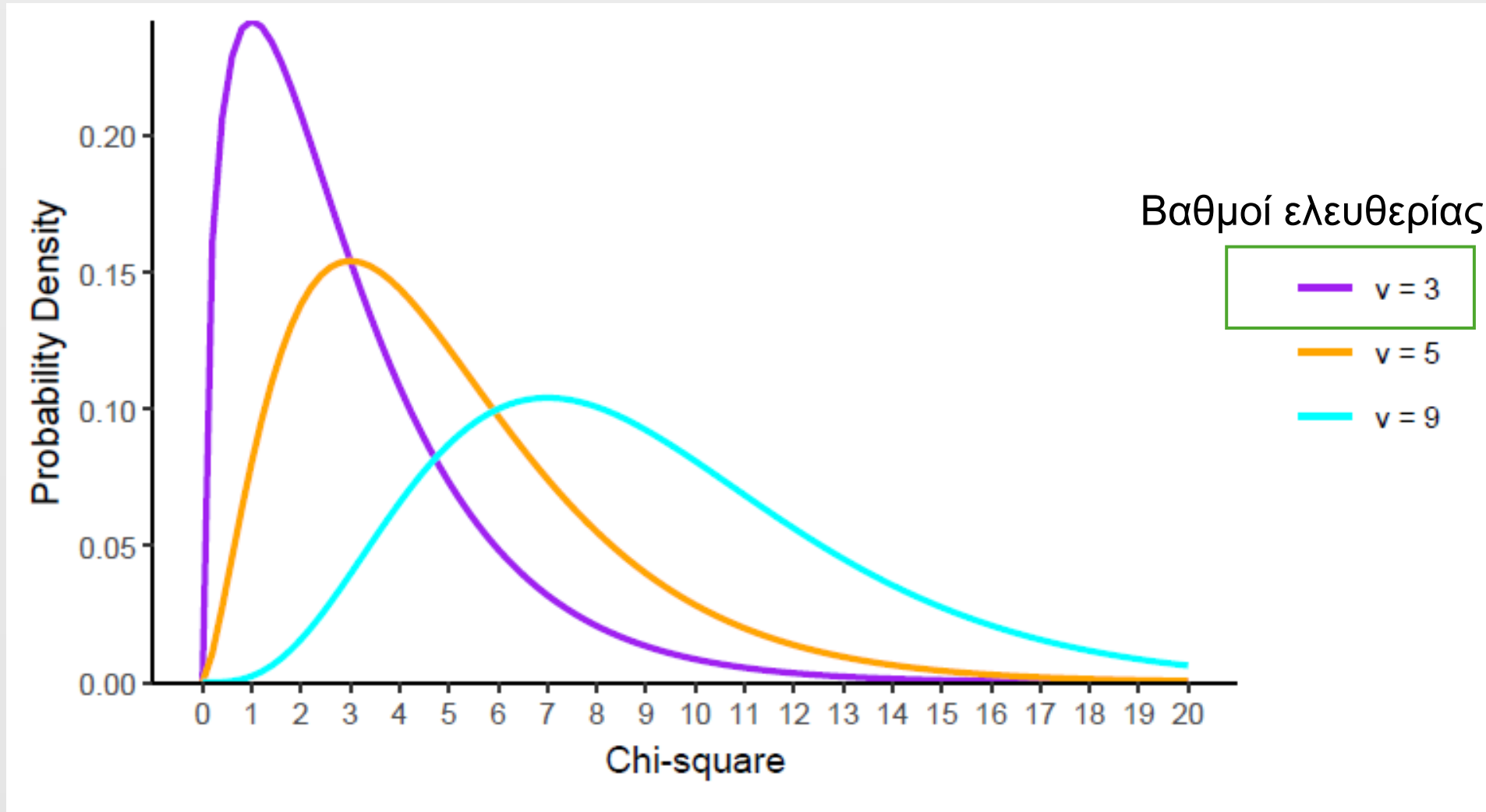
$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Χαρακτηρίζεται από:

- Μέση τιμή,  $\mu=0$
- Τυπική απόκλιση,  $\sigma=1$



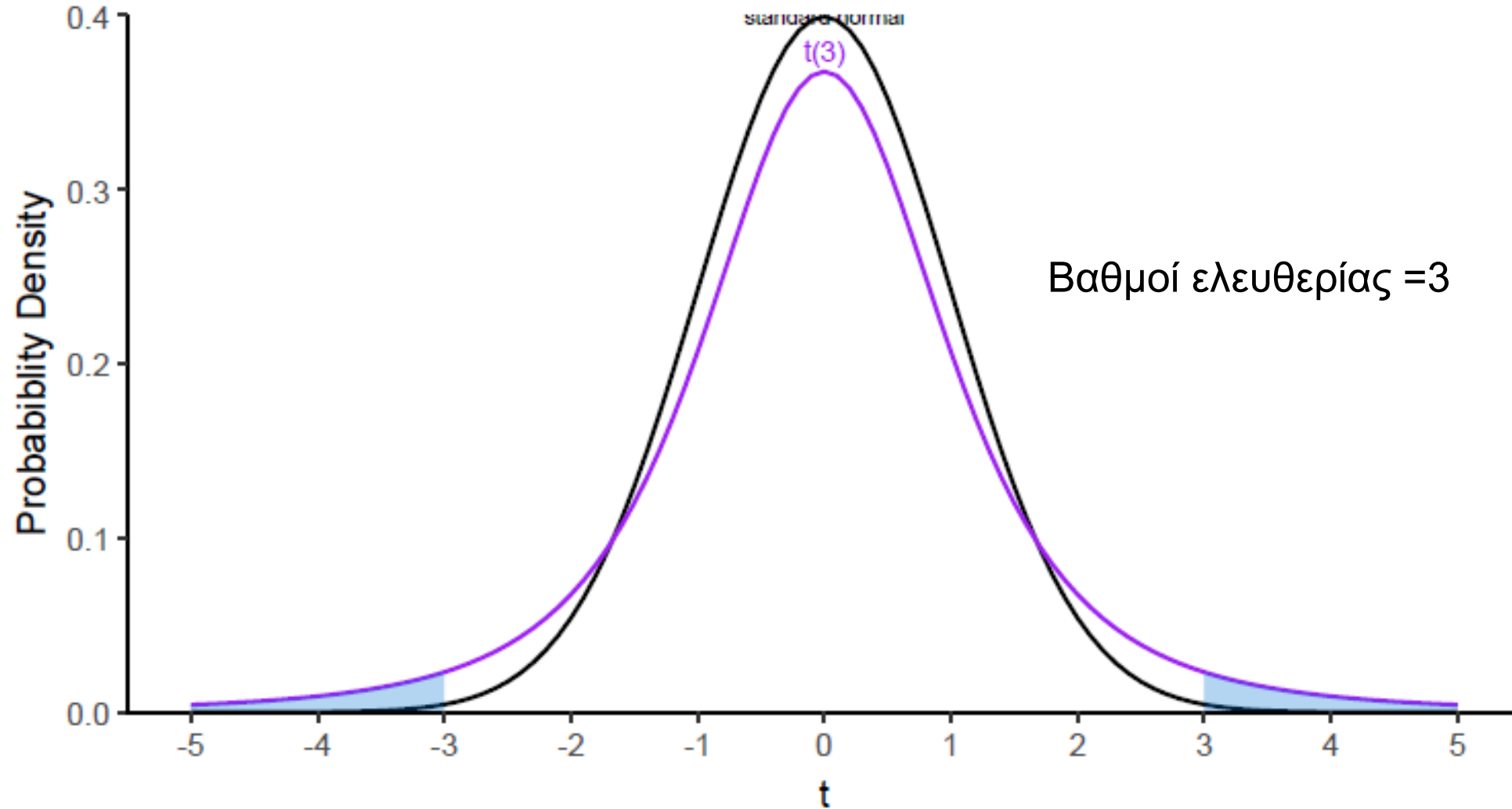
## Κατανομή $\chi^2$





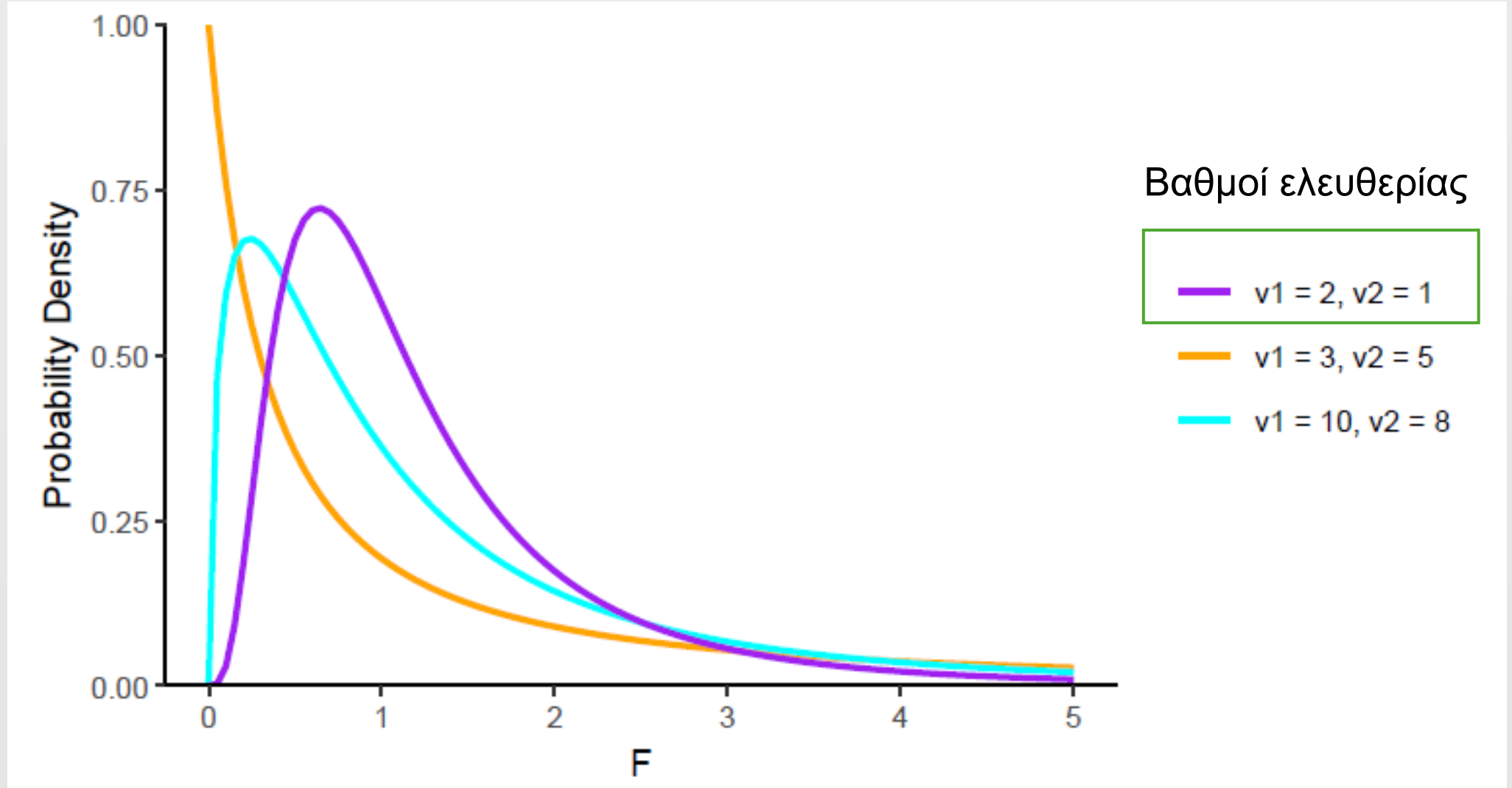


## T-κατανομή





## F-κατανομή





# Διαδραστική εφαρμογή

<https://0199fb9a-2825-fa63-841d-618e6ca174d6.share.connect.posit.cloud/>

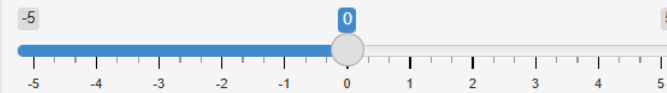
## Interactive Probability Distribution Visualizer

Select Distribution:

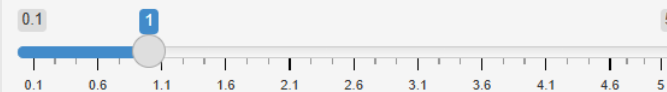
Normal

The Normal distribution is defined by its mean ( $\mu$ ) and standard deviation ( $\sigma$ ). Baseline is Standard Normal ( $\mu=0$ ,  $\sigma=1$ ).

Mean ( $\mu$ ):



Standard Deviation ( $\sigma$ ):



Plot Legend:

— Current Parameters (Interactive)

... Baseline Reference (Fixed)

## Probability Density Function of the Normal Distribution

Probability Density Function (PDF)

$$f(x|\mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

