



Έλεγχος Υποθέσεων

Κωνσταντίνος Μπουγιούκας, MSc, PhD
mpougioukas@auth.gr

2025-2026



Στόχοι του σημερινού μαθήματος

- Βήματα του ελέγχου υποθέσεων
- Τύποι σφάλματος στον έλεγχο υποθέσεων (σφάλμα τύπου I και II)
- Κατανόηση ελέγχου υποθέσεων μέσω παραδείγματος



- Μια **στατιστική υπόθεση (statistical hypothesis)** είναι ένα ερευνητικό ερώτημα διατυπωμένο με στατιστικούς όρους. Δηλαδή είναι ένας ισχυρισμός για μία παράμετρο ενός πληθυσμού (π.χ., μέση τιμή) ο οποίος μπορεί να ελεγχθεί με τη χρήση των δεδομένων του δείγματος.

Παράδειγμα:

Ερευνητικό ερώτημα: Έχει το φάρμακο X επίδραση στη συστολική αρτηριακή πίεση;

Στατιστική υπόθεση (πειραματική): Το φάρμακο X μεταβάλλει τη μέση συστολική αρτηριακή πίεση (πριν και μετά τη λήψη του), δηλαδή $\mu_{\text{πριν}} \neq \mu_{\text{μετά}}$ ή $\mu_{\text{πριν}} - \mu_{\text{μετά}} \neq 0$.

- Μια **στατιστική δοκιμασία ή έλεγχος (statistical test)** είναι μια **διαδικασία λήψης απόφασης** που χρησιμοποιεί τη **στατιστική ελέγχου (test statistic)** για να μας βοηθήσει να αποφασίσουμε εάν απορρίψουμε ή όχι την στατιστική μας υπόθεση, βασιζόμενοι στο δείγμα.

Παραδείγματα: t-test, chi-square test.

Έλεγχος υποθέσεων-Βήματα

1. Καθορίζεται η μηδενική υπόθεση H_0 ($=$) και εναλλακτική υπόθεση H_1 (\neq).
2. Ορίζεται το **επίπεδο σημαντικότητας** α (συνήθως $\alpha=0.05$).
3. Επιλέγεται μια κατάλληλη **στατιστική δοκιμασία (statistical test)** και υπολογίζεται η τιμή του στατιστικού (**test statistic**) με βάση τα δεδομένα του δείγματος.
4. Σύγκριση της **πιθανότητας p** να έχουμε την συγκεκριμένη τιμή του στατιστικού (ή κάτι πιο ακραίο) θεωρώντας ότι ισχύει η H_0 , με το **επίπεδο σημαντικότητας α** (συνήθως $\alpha=0.05$). Εάν p -τιμή $< \alpha \Rightarrow$ **απόρριψη της H_0** και αναφέρουμε ότι **υπάρχει στατιστικά σημαντικό αποτέλεσμα**.
5. **Ερμηνεία** αποτελεσμάτων.

Έλεγχος υποθέσεων: 1^ο Βήμα

Καθορισμός της μηδενικής και της εναλλακτικής υπόθεσης

Η **μηδενική υπόθεση** (null hypothesis) (H_0) δείχνει ότι δεν υπάρχει επίδραση, διαφορά, ή συσχέτιση, ενώ η **εναλλακτική υπόθεση** (alternate hypothesis) (H_1) ότι υπάρχει.

- Παράδειγμα

H_0 : το φάρμακο X **δεν** μεταβάλλει τη μέση συστολική αρτηριακή πίεση.

H_1 : το φάρμακο X μεταβάλλει τη μέση συστολική αρτηριακή πίεση.



Έλεγχος υποθέσεων: 2^o Βήμα

Επιλογή επίπεδου σημαντικότητας (significance level) α

Αποτελεί την μέγιστη αποδεκτή πιθανότητα εσφαλμένης απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης H_0 .

Σημείωση: Αυτό σημαίνει ότι συνδέεται με το σφάλμα τύπου I (Type I error) στον έλεγχο υποθέσεων.

Κατά σύμβαση επιλέγουμε $\alpha=0.05$, δηλ. υπάρχει 5% πιθανότητα να απορρίψουμε την H_0 , ενώ είναι στην πραγματικότητα είναι αληθής.

(Άλλες συχνές τιμές του επιπέδου σημαντικότητας είναι $\alpha=0.1$ ή $\alpha=0.01$, ανάλογα με το ερευνητικό ερώτημα, τις συνέπειες του λάθους και το πεδίο εφαρμογής)

Έλεγχος υποθέσεων: 3^ο Βήμα

Ανάλυση δεδομένων με την επιλογή της κατάλληλης στατιστικής δοκιμασίας (statistical test). Υπολογισμός της στατιστικής τιμής από το δείγμα (test statistic).

Λαμβάνουμε υπόψη:

- Εάν οι μετρήσεις στα δείγματα είναι ανεξάρτητες ή εξαρτημένες.
- Εάν τα δεδομένα προέρχονται από κατανομές που είναι κανονικές (normal distributions).

Επιλέγουμε παραμετρικές ή μη-παραμετρικές στατιστικές δοκιμασίες.

Έλεγχος υποθέσεων: 4^ο Βήμα

Σύγκριση της πιθανότητας να έχουμε την συγκεκριμένη τιμή του στατιστικού (ή κάτι πιο ακραίο) με το επίπεδο σημαντικότητας α .

Η **p-τιμή (p-value)** είναι η πιθανότητα να έχουμε το παρατηρούμενο αποτέλεσμα για την τιμή του στατιστικού (ή κάτι πιο ακραίο), **εάν η μηδενική υπόθεση H_0 είναι αληθής.**

- Εάν $p\text{-τιμή} < \alpha \Rightarrow$ **απόρριψη της H_0 .** Το αποτέλεσμα είναι στατιστικά σημαντικό.
- Εάν $p\text{-τιμή} \geq \alpha \Rightarrow$ **δεν μπορούμε να απορρίψουμε την H_0 .** Το αποτέλεσμα δεν είναι στατιστικά σημαντικό.

Όσο **μικρότερη** είναι η p-τιμή, τόσο μεγαλύτερη είναι η **ένδειξη ενάντια της μηδενικής υπόθεσης H_0 .**



Έλεγχος υποθέσεων: 5^ο Βήμα

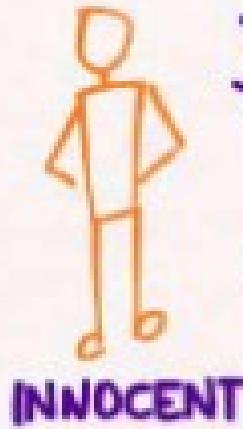
Ερμηνεία των αποτελεσμάτων

Επικοινωνία των αποτελεσμάτων με ουσιαστικό και κατανοητό τρόπο καθιστά την έρευνα χρήσιμη για άλλους.

Στατιστική σημαντικότητα **Vs** πρακτική (ή κλινική) σημαντικότητα.

Σφάλμα τύπου I και II στον έλεγχο υποθέσεων

		Στον πληθυσμό από όπου το δείγμα εξάγεται, η μηδενική υπόθεση είναι		
		Αληθής (Δεν υπάρχει διαφορά)	Ψευδής (Υπάρχει διαφορά)	
Βασισμένη στο δείγμα η απόφαση είναι	Αποδοχή μηδενικής υπόθεσης	Σωστή απόφαση: 1-α	Σφάλμα τύπου II: β	
Απόρριψη μηδενικής υπόθεσης		Σφάλμα τύπου I: α	Σωστή απόφαση: 1-β (ισχύς μελέτης)	



jury doesn't reject his innocence
CORRECT DECISION



I've been framed!
jury rejects his innocence

false positive

INNOCENT

		Στον πληθυσμό από όπου το δείγμα εξάγεται, η μηδενική υπόθεση είναι	
		Αληθής (Δεν υπάρχει διαφορά)	Ψευδής (Υπάρχει διαφορά)
Βασισμένη στο δείγμα η απόφαση είναι		Σωστή απόφαση: 1-α 	Σφάλμα τύπου II: β
Απόρριψη μηδενικής υπόθεσης		Σφάλμα τύπου I: α 	Σωστή απόφαση: 1-β (ισχύς μελέτης)

jury doesn't reject his innocence

GUILTY MAN

false negative



I got away with it!!



jury rejects his innocence

CORRECT DECISION

GUILTY MAN

Παράδειγμα ερευνητικού ερωτήματος

Έχουμε ένα κέρμα με δύο όψεις: κορώνα (Κ) και γράμματα (Γ).

Ας υποθέσουμε ότι κάποιος **ισχυρίζεται** ότι αυτό το κέρμα έχει κατασκευαστεί με τέτοιο τρόπο ώστε να **ευνοεί** τις **Κορώνες** (Κ). Αυτό σημαίνει ότι το κέρμα θα είναι μεροληπτικό (όχι δίκαιο) και θα εμφανίζει Κορώνα πιο συχνά από το 50% των ρίψεων.

Εμείς θέλουμε να ελέγξουμε αν αυτός ο ισχυρισμός αληθεύει, δηλαδή αν το κέρμα είναι δίκαιο ή μεροληπτικό προς κορώνες.



Κ

Γ

Ρίψη κέρματος:

- H_0 : Δίκαιο κέρμα, $p_k = p_\Gamma$
- H_1 : $p_k > p_\Gamma$ (μονόπλευρος έλεγχος)

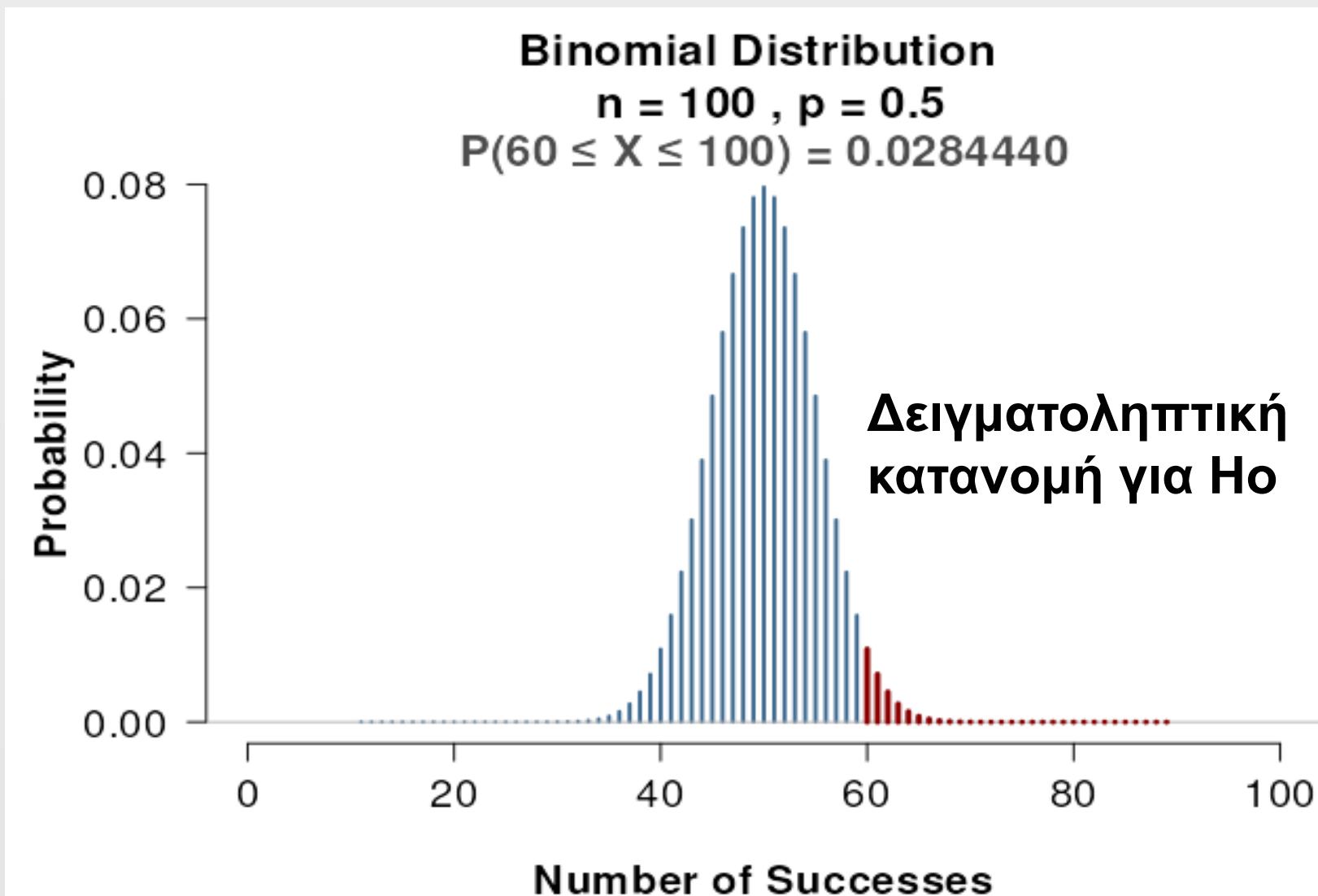


Θέτουμε $\alpha = 0.05$

- Πλήθος δοκιμών, $N = 100$
- Παρατηρούμενος Αριθμός Επιτυχιών (Κορώνα): 60

Από την binomial distribution υπό την H_0 , υπολογίζουμε την p -τιμή = 0.028.

Επειδή $0.028 < 0.05$, δηλαδή p -τιμή < α , η H_0 απορρίπτεται.



<https://shiny.rit.albany.edu/stat/binomial/>