



# Δειγματοληπτική κατανομή & Διάστημα εμπιστοσύνης

Κωνσταντίνος Μπουγιούκας, MSc, PhD  
mprougioukas@auth.gr

2024-2025



## Στόχοι του σημερινού μαθήματος

- ☒ Ορισμός πληθυσμού, δείγματος
- ☒ Σφάλμα εκτίμησης
- ☒ Δειγματοληπτική Κατανομή μέσης τιμής
- ☒ Διάστημα Εμπιστοσύνης (ΔΕ) μέσης τιμής





**Πληθυσμός** ορίζεται ως το πλήρες σύνολο των στατιστικών μονάδων (όχι απαραίτητα ανθρώπων) που μοιράζονται συγκεκριμένα χαρακτηριστικά που μας ενδιαφέρουν να μελετήσουμε.

- Όλοι οι ασθενείς με σακχαρώδη διαβήτη
- Όλα τα άτομα που έχουν διαγνωστεί με κατάθλιψη
- Όλες γυναίκες μέσης ηλικίας

Αλλά και:

- όλα τα σχολεία μιας περιφέρειας
- όλα τα νοσοκομεία σε μια περιοχή



Το **Δείγμα** αποτελεί ένα υποσύνολο του πληθυσμού που μελετάμε.

Το πλήθος των στατιστικών μονάδων από τα οποία αποτελείται το δείγμα ονομάζεται **μέγεθος του δείγματος** και συμβολίζεται συνήθως  $n$ .

## Στατιστικό πλαίσιο για την εκτίμηση των παραμέτρων του πληθυσμού





## Σφάλμα της εκτίμησης

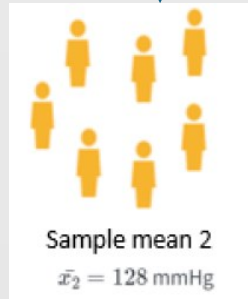
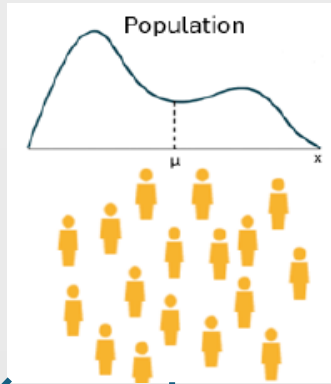
Η διαφορά μεταξύ της σημειακής εκτίμησης και της παραμέτρου

### Τύποι σφάλματος:

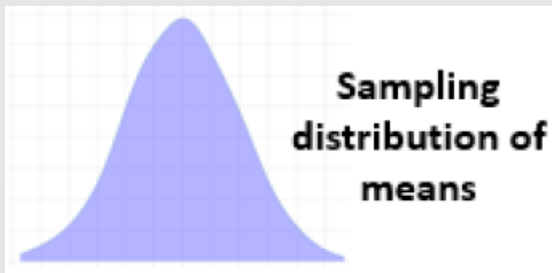
- Σφάλμα δειγματοληψίας (τυχαίο σφάλμα)
- Το σφάλμα που οφείλεται σε πηγές που δεν ανήκουν στο σφάλμα δειγματοληψίας (π.χ. σφάλμα επιλογής-selection bias, σφάλμα ανταπόκρισης-non-response bias κ.ά.)



Πληθυσμός



Μέση τιμή  
για κάθε  
δυνατό  
δείγμα  
μεγέθους  $n$



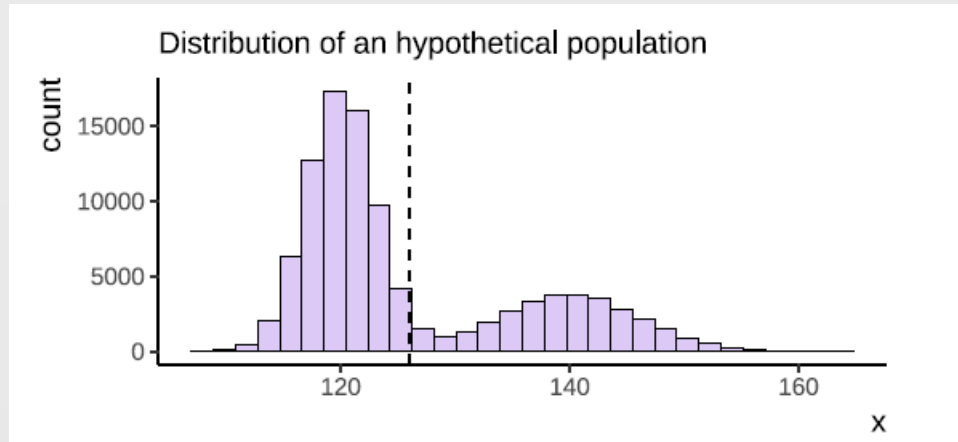
Δειγματοληπτική  
Κατανομή μέσης τιμής

Τυπικό σφάλμα μέσης  
τιμής (standard error of  
mean, SEM)

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Είναι η τυπική απόκλιση της  
δειγματοληπτικής κατανομής  
της μέσης τιμής.

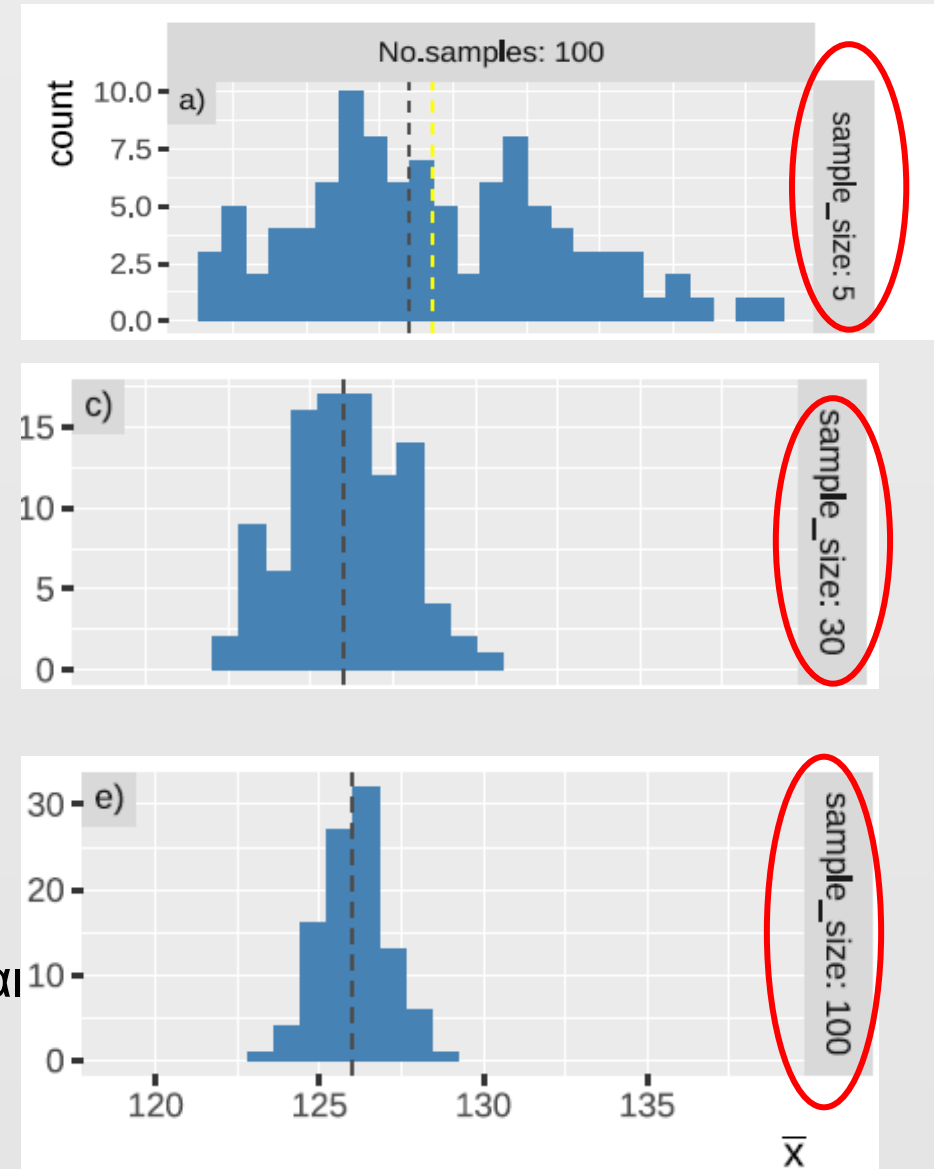
## Πληθυσμός (BP, $\mu=130$ , $\sigma=10$ )



## Ιδιότητες της Δειγματοληπτικής Κατανομής μέσης τιμής

- Καθώς αυξάνεται το μέγεθος δείγματος, η **μέση τιμή** των δειγματικών μέσων συγκλίνει με την πραγματική τιμή του πληθυσμού
- Καθώς αυξάνεται το μέγεθος δείγματος, το **SEM** μειώνεται
- Καθώς αυξάνεται το μέγεθος δείγματος, η κατανομή πλησιάζει την **κανονική** κατανομή

## Δειγματοληπτική Κατανομή μέσης τιμής







## Κεντρικό Οριακό Θεώρημα για την μέση τιμή

Η **δειγματοληπτική κατανομή της μέσης τιμής** όλων των δυνατών δειγμάτων του πληθυσμού είναι κατά προσέγγιση **κανονική** ανεξαρτήτως της κατανομής του πληθυσμού, εφόσον το μέγεθος  $n$  των δειγμάτων είναι επαρκώς μεγάλο.

$$\mu_{\bar{x}} = \mu$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

(τυπική απόκλιση  
δειγματοληπτικής κατανομής)



## Πως θα κατασκευάσω ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης (ΔΕ) για την μέση τιμή?

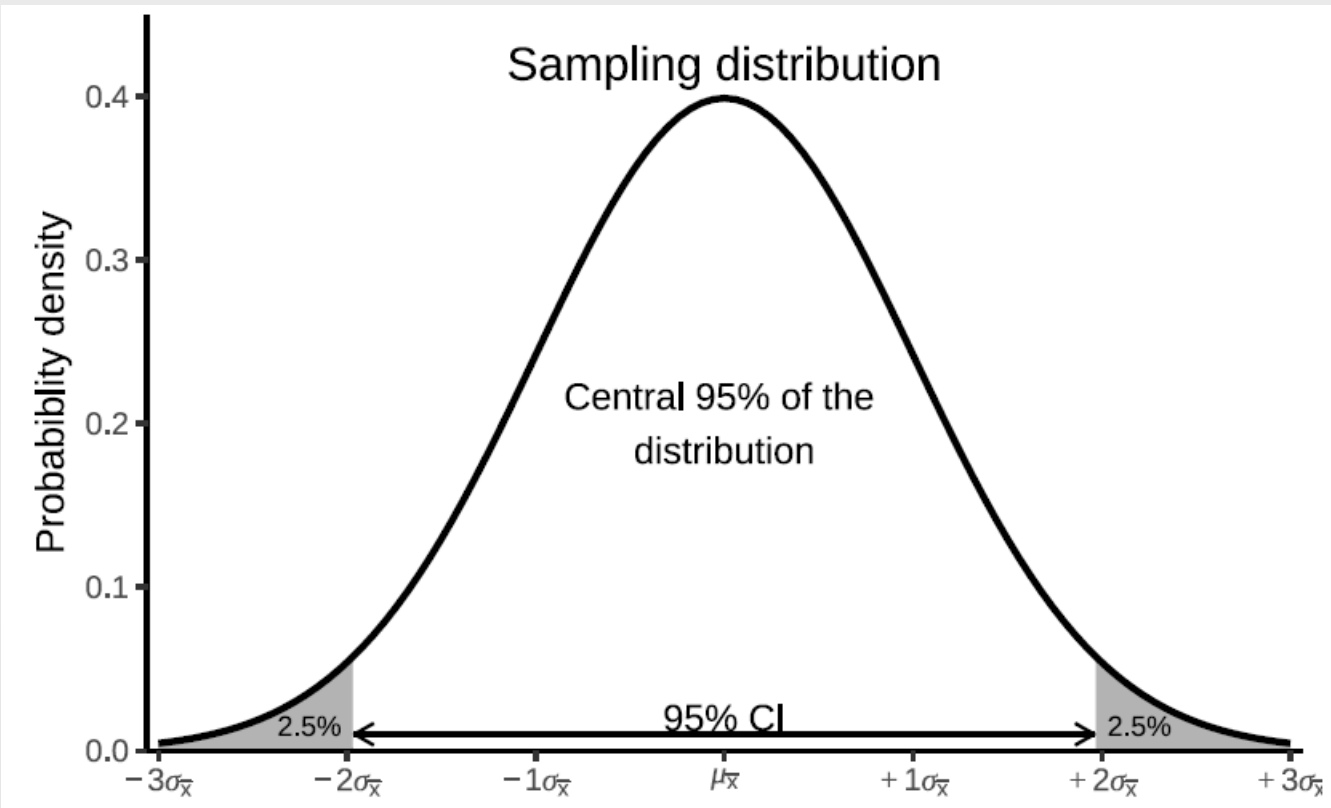
1. Το ΔΕ θα είναι γύρω από την **εκτίμηση** για την μέση τιμή, που είναι η καλύτερη εκτίμηση για την μέση τιμή του πληθυσμού  $\mu_{\bar{x}} = \mu$
2. Το **τυπικό σφάλμα** (SEM) θα αποτελεί μέτρο της μεταβλητότητας των τιμών γύρω από την εκτίμηση

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

(τυπική απόκλιση  
δειγματοληπτικής κατανομής)

+ Κανόνας 68-**95**-99.7

## 95% Διάστημα Εμπιστοσύνης (95% ΔΕ) 95% Confidence Interval (95% CI)



Εκτίμηση μέσης τιμής  $\pm 2 \cdot$  τυπική απόκλιση

$$\mu_{\bar{x}}$$

$$1.96$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Στην πράξη έχουμε ένα μόνο δείγμα!

$$\mu_{\bar{x}}$$

$$\bar{x}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$SE_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$



## 95% διαστήματος εμπιστοσύνης: παράδειγμα

Η μέση συστολική αρτηριακή πίεση ενός τυχαίου δείγματος 36 ατόμων βρέθηκε ίση με 125 mmHg με τυπική απόκλιση 12 mmHg. Το 95% διάστημα εμπιστοσύνης (ΔΕ) είναι:

$$n = 36$$

$$\text{Δειγματική μέση τιμή} = 125 \text{ mmHg}$$

$$\text{Δειγματική τυπική απόκλιση} = 12 \text{ mmHg}$$

$$\bar{x} \pm 1.96 \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Κάτω όριο:  $125 - 1.96 \frac{12}{\sqrt{36}} = 125 - 1.96 \frac{12}{6} = 125 - 3.92 = 121.1 \text{ mmHg}$

Πάνω όριο:  $125 + 1.96 \frac{12}{\sqrt{36}} = 125 + 1.96 \frac{12}{6} = 125 + 3.92 = 128.9 \text{ mmHg}$



# Ερμηνεία 95% διαστήματος εμπιστοσύνης

<https://rpsychologist.com/d3/ci/>

## 95% confidence intervals

