



Έλεγχος Υποθέσεων

Κωνσταντίνος Μπουγιούκας, MSc, PhD
mprougioukas@auth.gr

2024-2025



Στόχοι του σημερινού μαθήματος

- ☒ Βήματα του ελέγχου υποθέσεων
- ☒ Τύποι σφάλματος στον έλεγχο υποθέσεων (σφάλμα τύπου I και II)
- ☒ Κατανόηση ελέγχου υποθέσεων μέσω παραδείγματος





- Μια **στατιστική υπόθεση** (**statistical hypothesis**) είναι ένα ερευνητικό ερώτημα διατυπωμένο με στατιστικούς όρους.
 - Παράδειγμα: το φάρμακο Χ έχει **επίδραση στην μείωση** της συστολικής αρτηριακής πίεσης.
- Μια **στατιστική δοκιμασία ή έλεγχος** (**statistical test**) είναι μια συνάρτηση η οποία μας βοηθάει να αποφασίσουμε εάν απορρίψουμε ή όχι την στατιστική μας υπόθεσή, βασιζόμενοι στο δείγμα.



Έλεγχος υποθέσεων-Βήματα

1. Καθορίζεται η **μηδενική υπόθεση** H_0 (=) και **εναλλακτική υπόθεση** H_1 (≠) .
2. Ορίζεται το **επίπεδο σημαντικότητας** α (συνήθως $\alpha=0.05$).
3. Επιλέγεται μια κατάλληλη **στατιστική δοκιμασία** και υπολογίζεται η τιμή του στατιστικού με βάση τα δεδομένα του δείγματος.
4. Σύγκριση της **πιθανότητας** p να έχουμε την συγκεκριμένη τιμή του στατιστικού (ή κάτι πιο ακραίο) θεωρώντας ότι ισχύει η H_0 , με το **επίπεδο σημαντικότητας** α (0.05). Στατιστικά σημαντικό αποτέλεσμα ($p < 0.05$).
5. **Ερμηνεία** αποτελεσμάτων.



Έλεγχος υποθέσεων: 1^ο Βήμα

1. Καθορισμός της μηδενικής και της εναλλακτικής υπόθεσης

Η **μηδενική υπόθεση** (null hypothesis) (H_0) δείχνει ότι δεν υπάρχει επίδραση, διαφορά, ή συσχέτιση, ενώ η **εναλλακτική υπόθεση** (alternate hypothesis) (H_1) ότι υπάρχει.

- Παράδειγμα

H_0 : το φάρμακο X **δεν** έχει επίδραση στην μείωση της συστολικής αρτηριακής πίεσης.

H_1 : το φάρμακο X έχει επίδραση στην μείωση της συστολικής αρτηριακής πίεσης.



Έλεγχος υποθέσεων: 2^ο Βήμα

2. Επιλογή επίπεδου σημαντικότητας (significance level) α

Συνήθως: **$\alpha=0.05$** (άλλες συχνές τιμές $\alpha=0.1$ ή $\alpha=0.01$ ανάλογα το ερευνητικό ερώτημα)

- Αποτελεί την μέγιστη αποδεκτή πιθανότητα εσφαλμένης απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης H_0 .
- Σφάλμα τύπου I (Type I error)



Έλεγχος υποθέσεων: 3^ο Βήμα

3. Ανάλυση δεδομένων με την επιλογή της κατάλληλης στατιστικής δοκιμασίας (υπολογισμός της στατιστικής τιμής από το δείγμα)

Λαμβάνουμε υπόψη:

- Εάν τα δείγματα είναι ανεξάρτητα ή εξαρτημένα.
- Εάν η κατανομή των δεδομένων στα δείγματα είναι κανονική (normal distribution).

Επιλέγουμε παραμετρικές ή μη-παραμετρικές στατιστικές δοκιμασίες.



Έλεγχος υποθέσεων: 4^ο Βήμα

4. Σύγκριση της πιθανότητας να έχουμε την συγκεκριμένη τιμή του στατιστικού (ή κάτι πιο ακραίο) με το επίπεδο σημαντικότητας α .

Η p -τιμή (p -value) είναι η πιθανότητα να έχουμε το παρατηρούμενο αποτέλεσμα (ή κάτι πιο ακραίο), εάν η μηδενική υπόθεση H_0 είναι αληθής.

- Εάν $p\text{-τιμή} < \alpha$, το αποτέλεσμα είναι στατιστικά σημαντικό. **Απόρριψη H_0 .**
- Εάν $p\text{-value} \geq \alpha$, το αποτέλεσμα είναι **ΜΗ** στατιστικά σημαντικό. **Δεν** μπορούμε να απορρίψουμε την H_0 .

Όσο **μικρότερη** είναι η p -τιμή, τόσο μεγαλύτερη είναι η ένδειξη **ενάντια** της μηδενικής υπόθεσης H_0 .



Έλεγχος υποθέσεων: 5^ο Βήμα




5. Ερμηνεία των αποτελεσμάτων

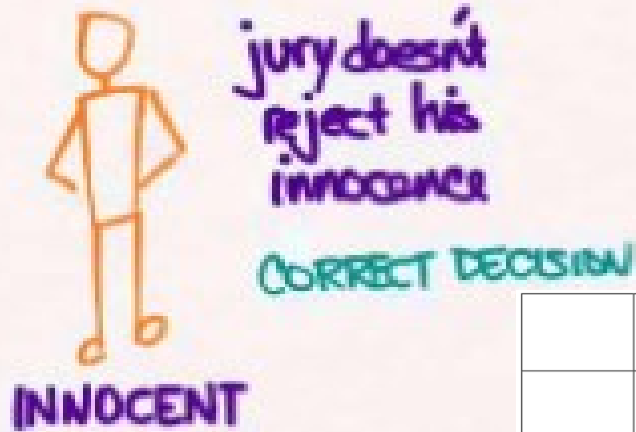
Επικοινωνία των αποτελεσμάτων με ουσιαστικό και κατανοητό τρόπο καθιστά την έρευνα χρήσιμη για άλλους.

Στατιστική σημαντικότητα **Vs** πρακτική (ή κλινική) σημαντικότητα.

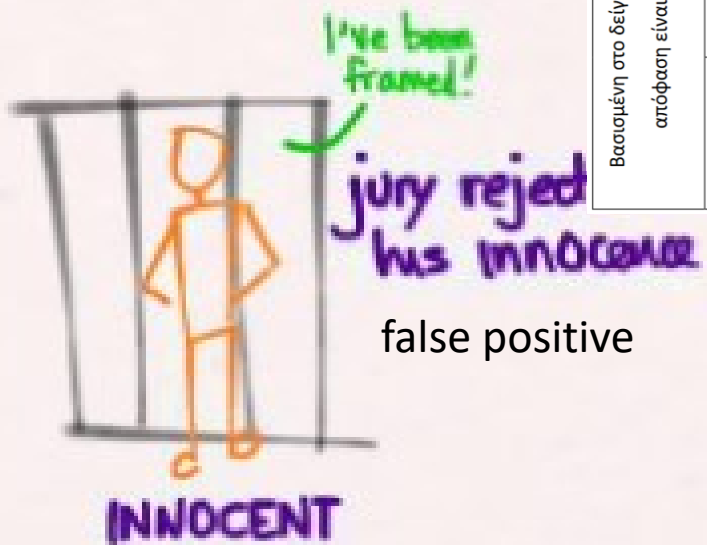


Σφάλμα τύπου I και II

		Στον πληθυσμό από όπου το δείγμα εξάγεται, η μηδενική υπόθεση είναι	
		Αληθής (Δεν υπάρχει διαφορά)	Ψευδής (Υπάρχει διαφορά)
Βασισμένη στο δείγμα η απόφαση είναι	Αποδοχή μηδενικής υπόθεσης	Σωστή απόφαση: 1-α 	Σφάλμα τύπου II: β 
	Απόρριψη μηδενικής υπόθεσης	Σφάλμα τύπου I: α 	Σωστή απόφαση: 1-β (ισχύς μελέτης) 



false negative



		Στον πληθυσμό από όπου το δείγμα εξάγεται, η μηδενική υπόθεση είναι	
		Αληθής (Δεν υπάρχει διαφορά)	Ψευδής (Υπάρχει διαφορά)
Βασισμένη στο δείγμα η απόφαση είναι	Αποδοχή μηδενικής υπόθεσης	Σωστή απόφαση: 1-α 😊	Σφάλμα τύπου II: β 😞
	Απόρριψη μηδενικής υπόθεσης	Σφάλμα τύπου I: α 😞	Σωστή απόφαση: 1-β (ισχύς μελέτης) 😊

Ρίψη κέρματος:

- H_0 : Δίκαιο κέρμα, $p_K = p_G$
- H_1 : $p_K > p_G$ (μονόπλευρος έλεγχος)



$\alpha = 0.05$

$N = 100$

60 φορές κεφαλή

p -τιμή = 0.028

p -τιμή < 0.05. Απόρριψη H_0 .

