



# Κατανομές Πιθανότητας

Κωνσταντίνος Μπουγιούκας, MSc, PhD  
mpougioukas@auth.gr

2024-2025



## Στόχοι του σημερινού μαθήματος

- ☒ Ορισμός της πιθανότητας
- ☒ Κανονική Κατανομή
- ☒ Λοξότητα και κύρτωση
- ☒ Άλλες συνεχείς κατανομές






## Η έννοια της πιθανότητας (Αξιωματικός ορισμός)

Ρίψη ενός αμερόληπτου ζαριού (τυχαίο πείραμα)

$\Omega = \{ \text{•} \text{••} \text{•••} \text{••••} \text{•••••} \text{••••••} \}$  Δειγματικός χώρος

$A = \{ \text{••••} \}$  Ενδεχόμενο ή απλό γεγονός

Ποια είναι η πιθανότητα να έρθει  ?



$$P(A) = \frac{\text{πλήθος ευνοϊκών περιπτώσεων}}{\text{πλήθος δυνατών περιπτώσεων}}$$

$$P(\text{••••}) = \frac{\text{••••}}{\text{•} \text{••} \text{•••} \text{••••} \text{•••••} \text{••••••}}$$

$$P(5) = 1/6 = 0.167$$



## Η έννοια της πιθανότητας (Αξιώματα)

1.  $P(A) \geq 0$

2.  $P(\Omega) = 1$

$$\Omega = \left\{ \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \right\}$$

3. Όταν τα A και B ασυμβίβαστα ή ξένα γεγονότα ισχύει για την τομή τους:  $P(A \cap B) = 0$

Σε αυτή την περίπτωση ισχύει για την ένωσή τους:  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$




## Η έννοια της πιθανότητας (μέθοδος σχετικής συχνότητας)

Η πιθανότητα ενός γεγονότος  $A$  είναι η **σχετική συχνότητα** πραγματοποίησης του γεγονότος σε ένα **μεγάλο αριθμό επαναλήψεων** ενός τυχαίου πειράματος ή διαδικασίας.

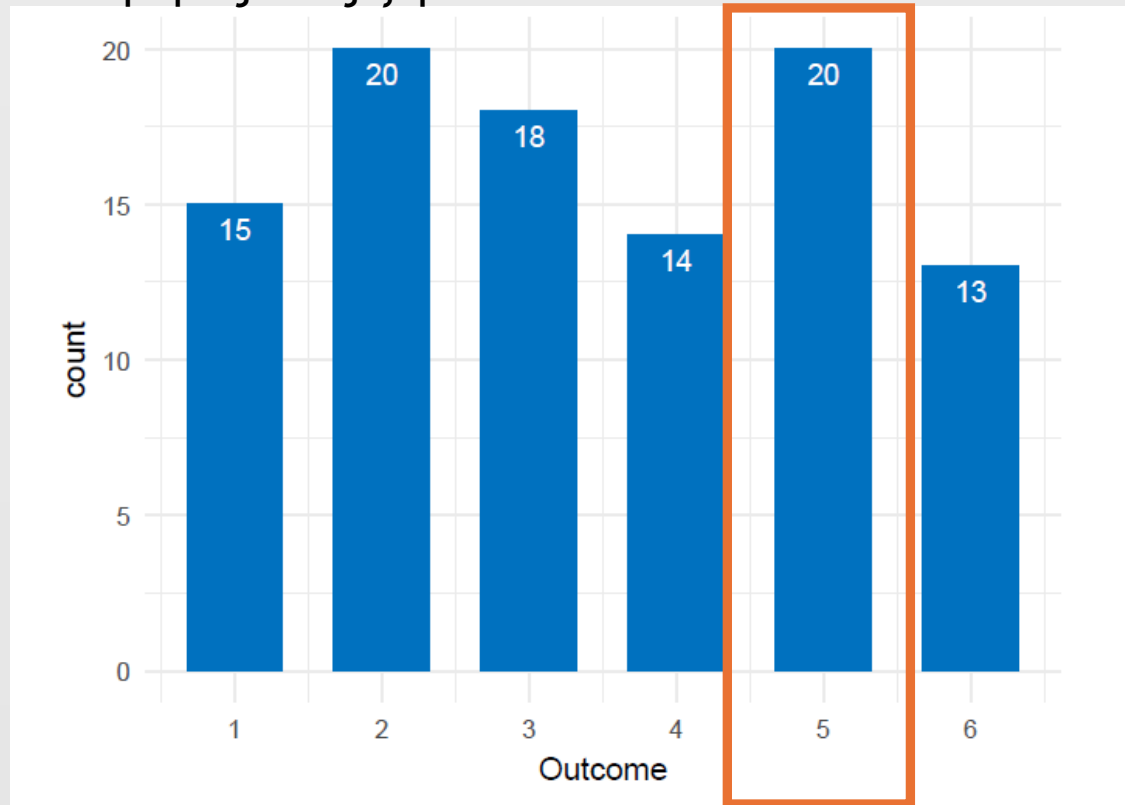
$$P(A) = \frac{\text{Αριθμός που έχει συμβεί το } A}{\text{Συνολικός αριθμός πειραμάτων}}$$



## Η έννοια της πιθανότητας (εμπειρικά) – Ρίψη ζαριού

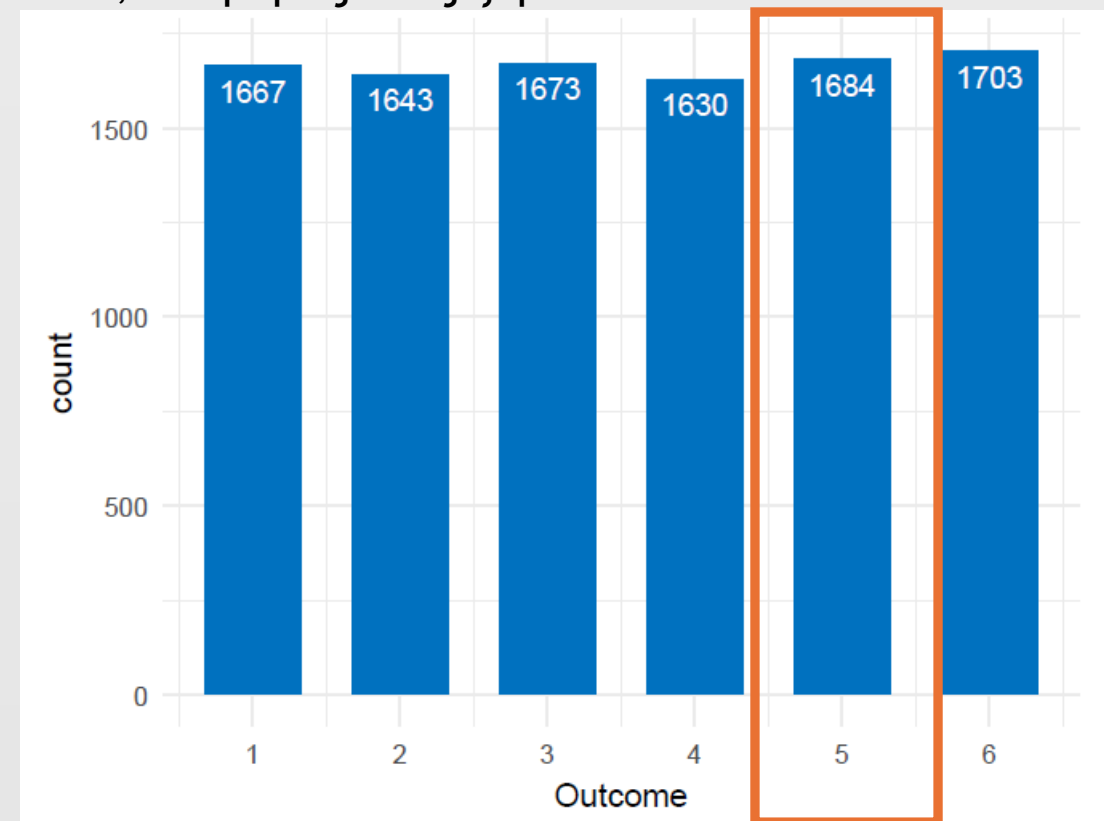
Ποια είναι η πιθανότητα να έρθει  ?

100 ρίψεις ενός ζαριού.



$$P(\text{rolling a 5}) = \frac{20 \text{ times the number "5" occurred}}{100 \text{ experiments}} = \frac{20}{100} = 0.20 \text{ or } 20\%$$

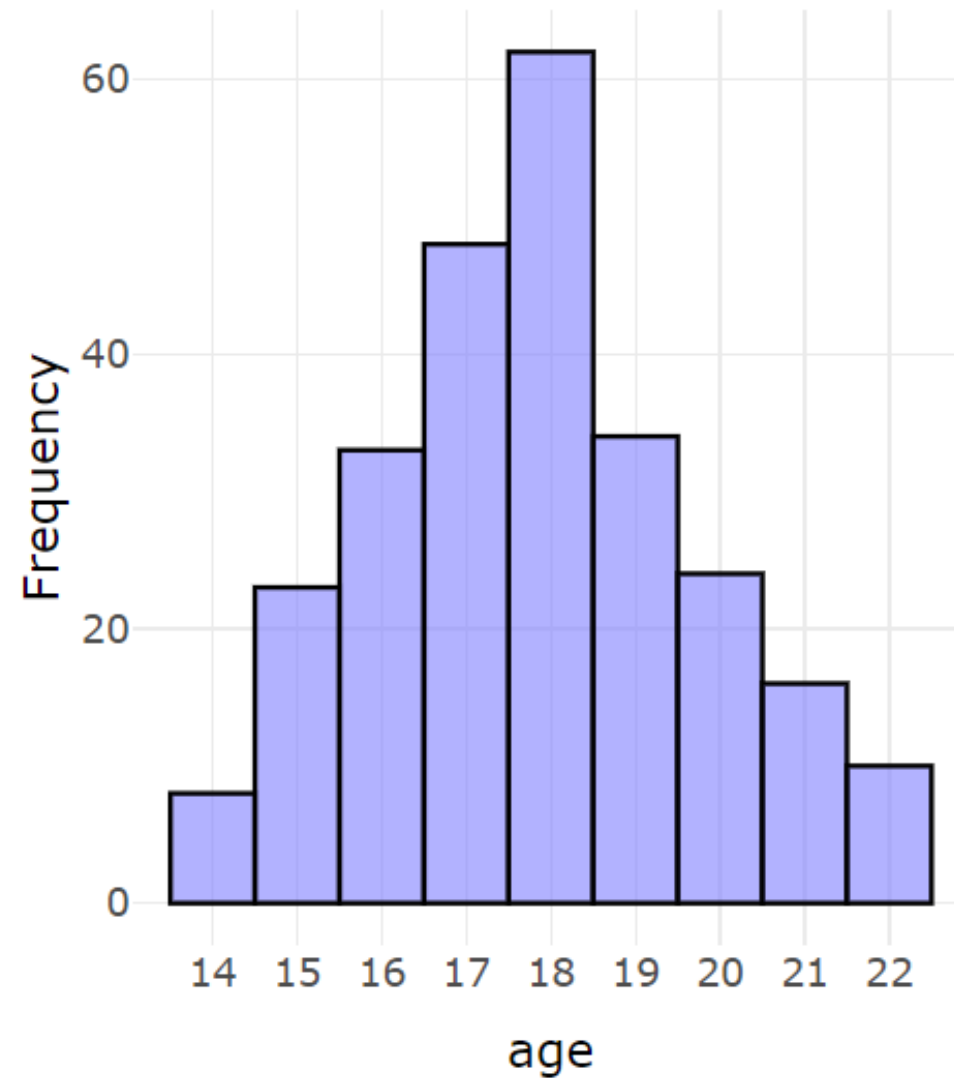
10,000 ρίψεις ενός ζαριού.



$$P(\text{rolling a 5}) = \frac{1684 \text{ times the number "5" occurred}}{10000 \text{ experiments}} = \frac{1684}{10000} = 0.1684 \text{ or } 16.84\%$$

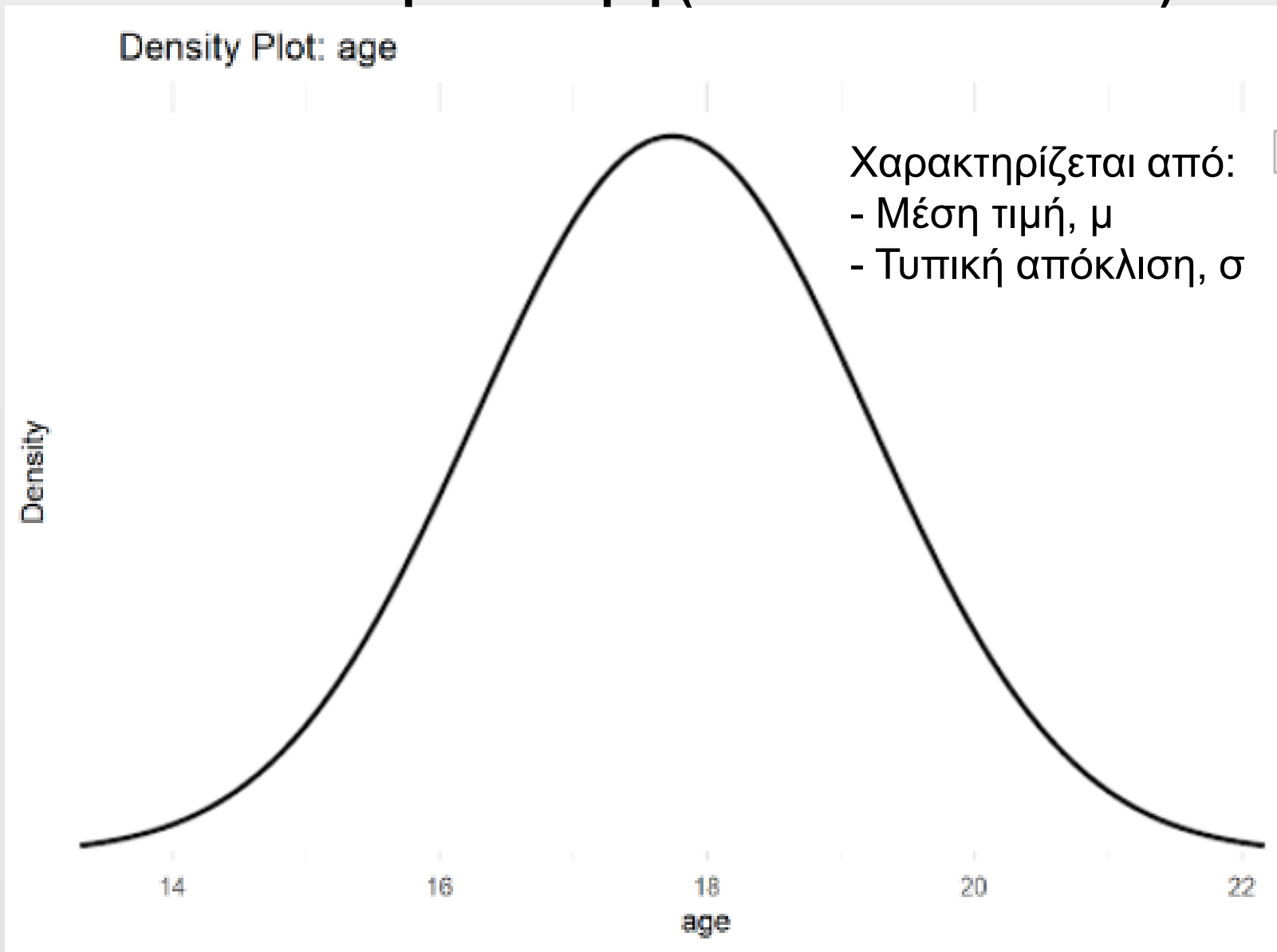


Histogram: age





## Κανονική κατανομή (normal distribution)



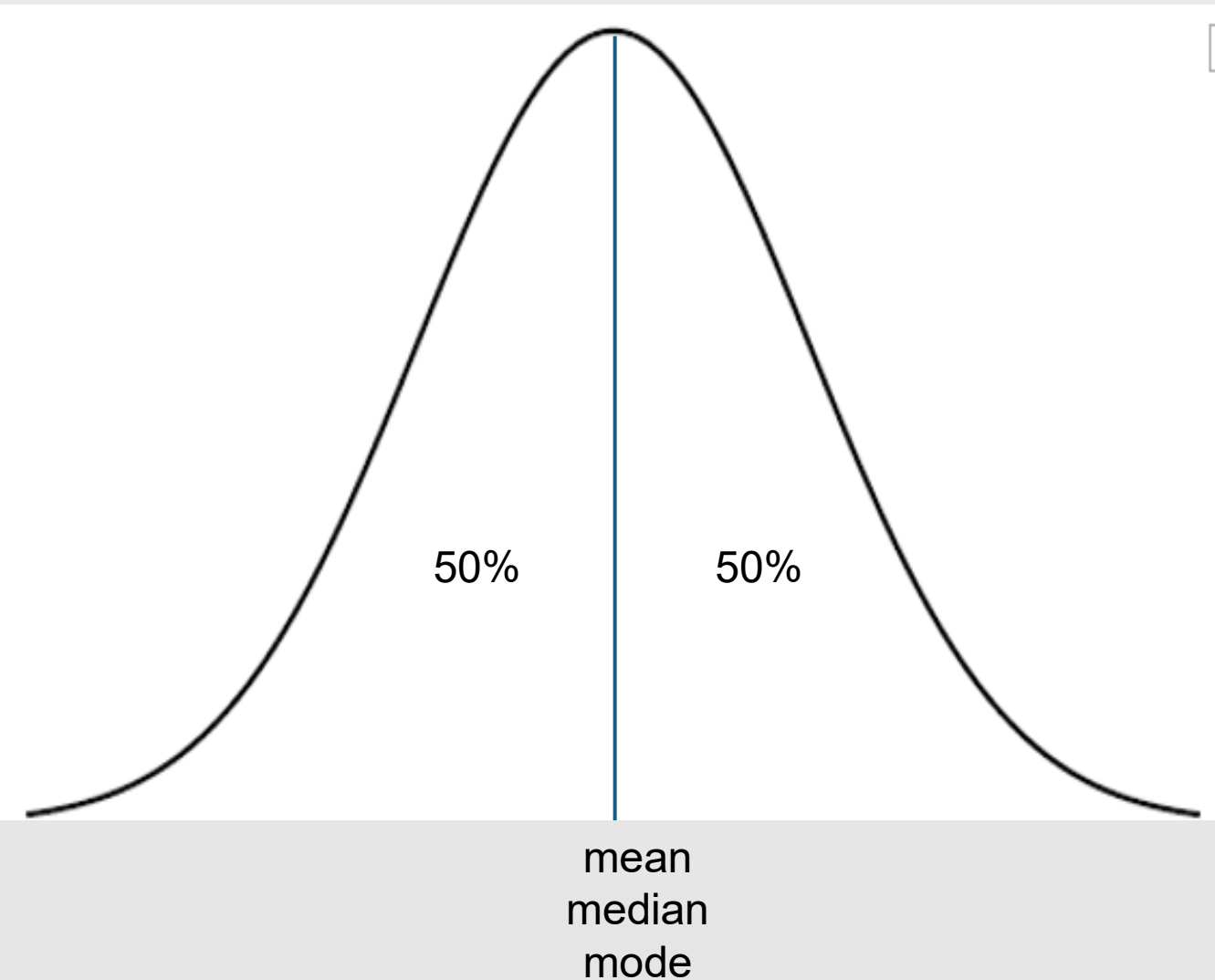




## Κανονική κατανομή (normal distribution)

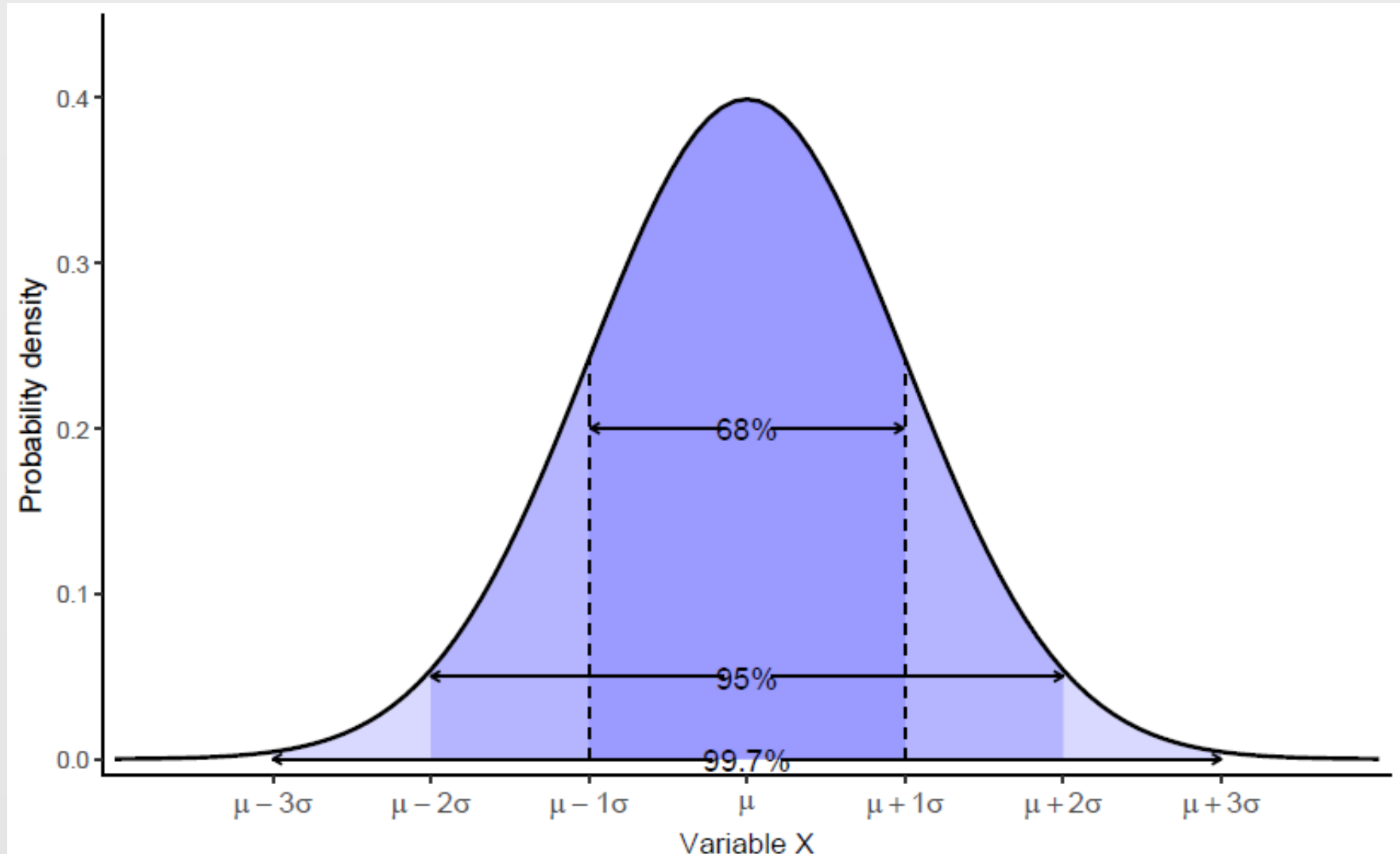
### Ιδιότητες:

- Είναι συμμετρική γύρω από τη μέση τιμή και η κορυφή βρίσκεται πάνω από αυτή
- Η μέση τιμή, η διάμεσος και η επικρατούσα τιμή συμπίπτουν
- Το εμβαδόν που ορίζεται από την καμπύλη της κατανομής είναι 1 (100%). Το 50% της κατανομής βρίσκεται αριστερά και το 50% δεξιά.
- Βάση του κανόνα 68-95-99.7



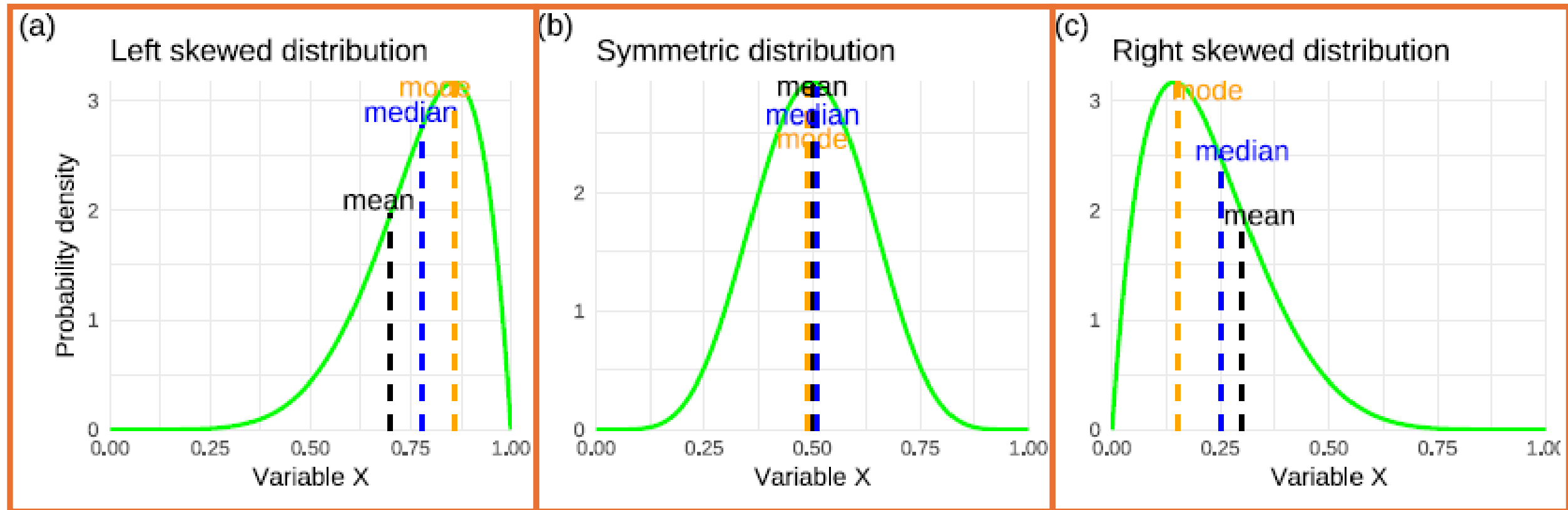


## Κανονική κατανομή-Κανόνας 68-95-99.7





## Ασυμμετρία ή λοξότητα (skewness)

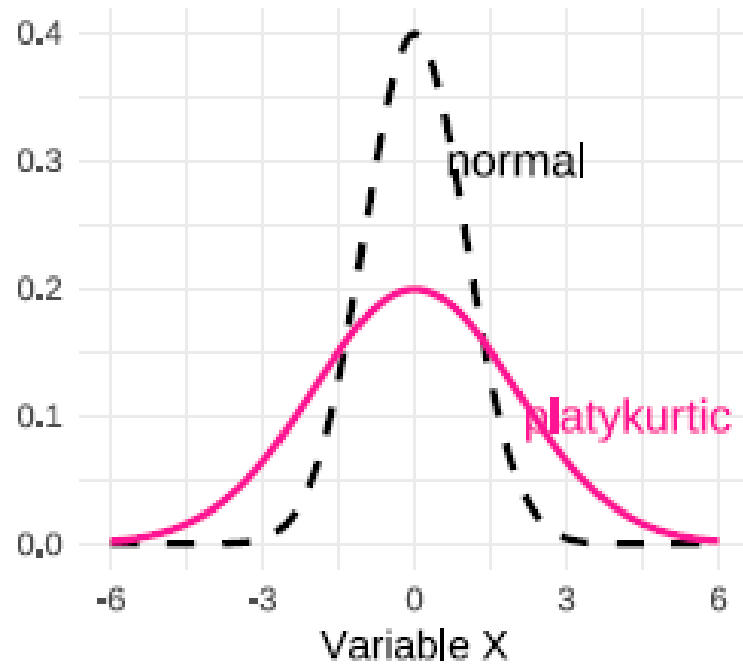




## Κύρτωση (kurtosis)

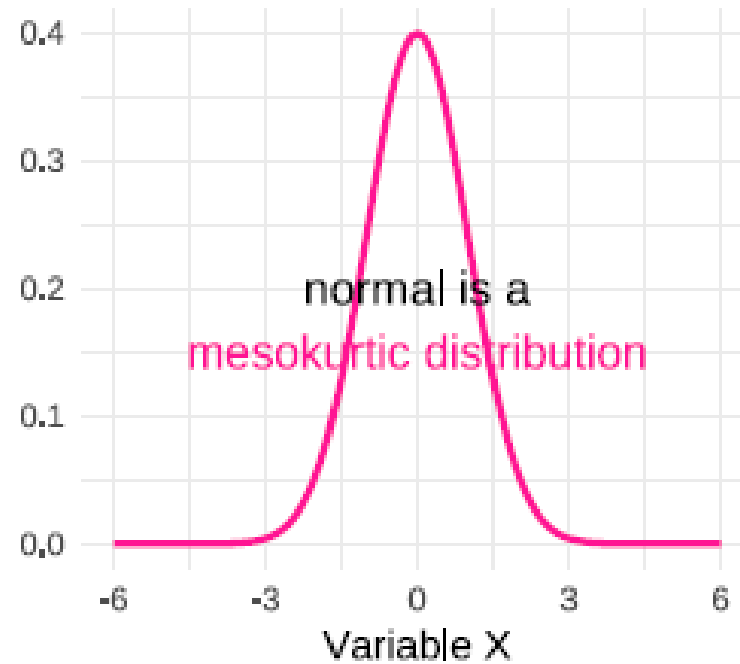
(a)

Platykurtic distribution



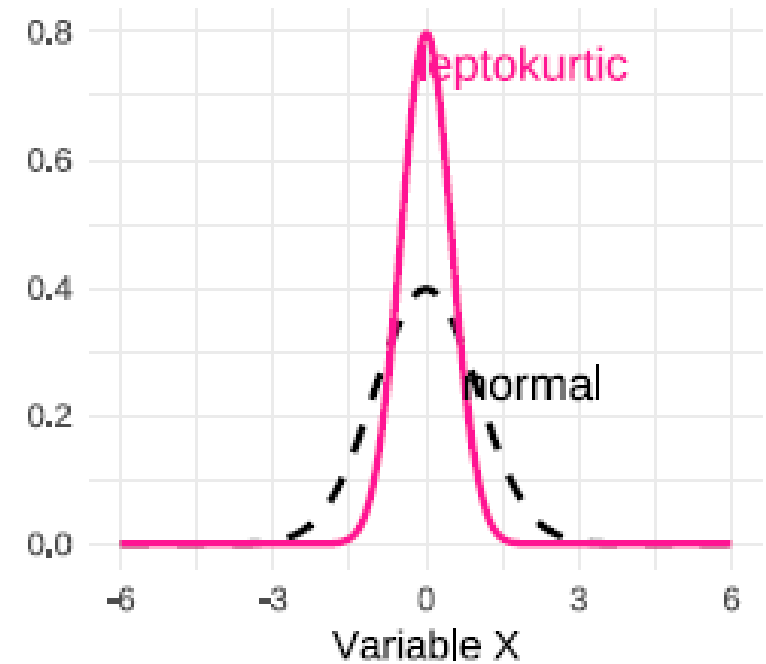
(b)

Mesokurtic distribution



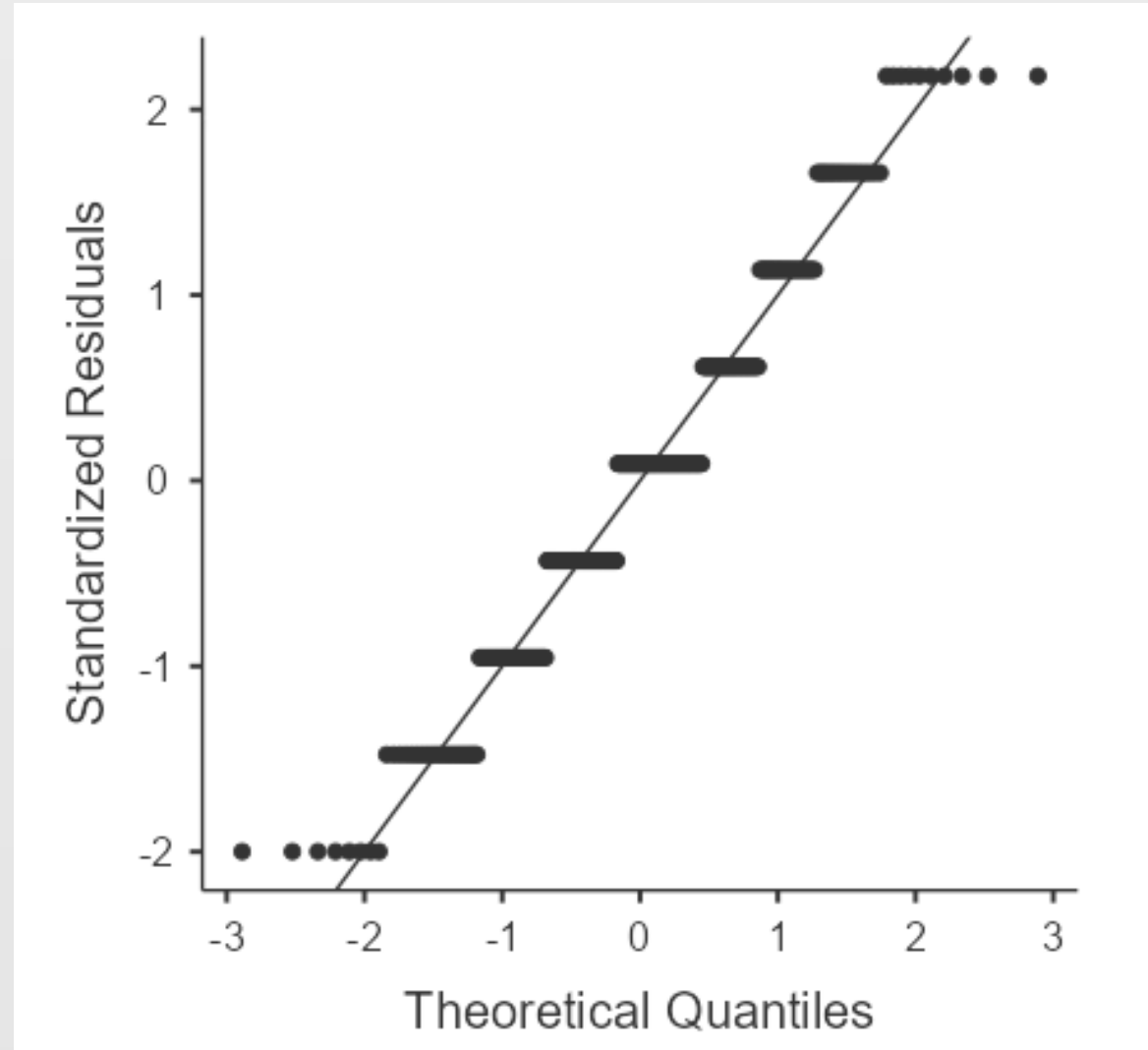
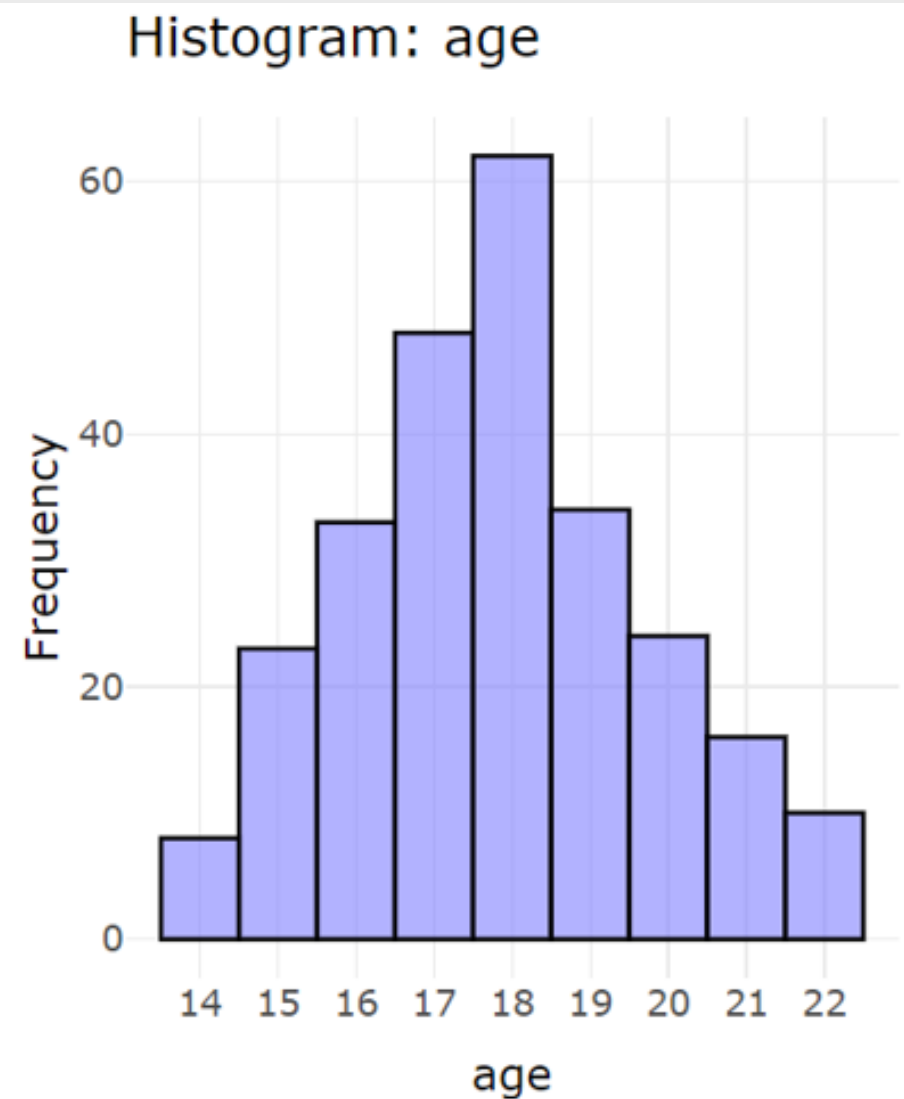
(c)

Leptokurtic distribution



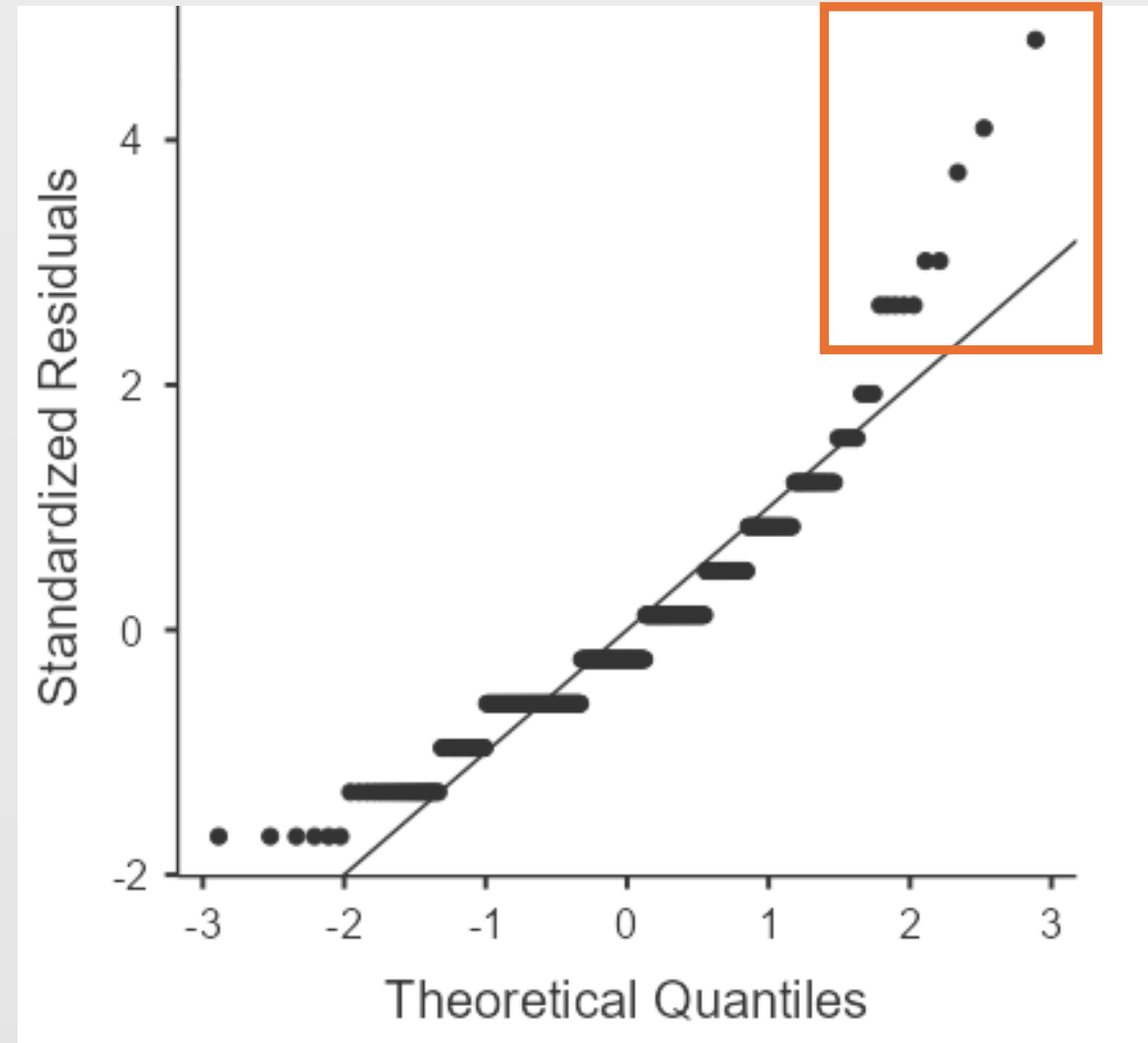
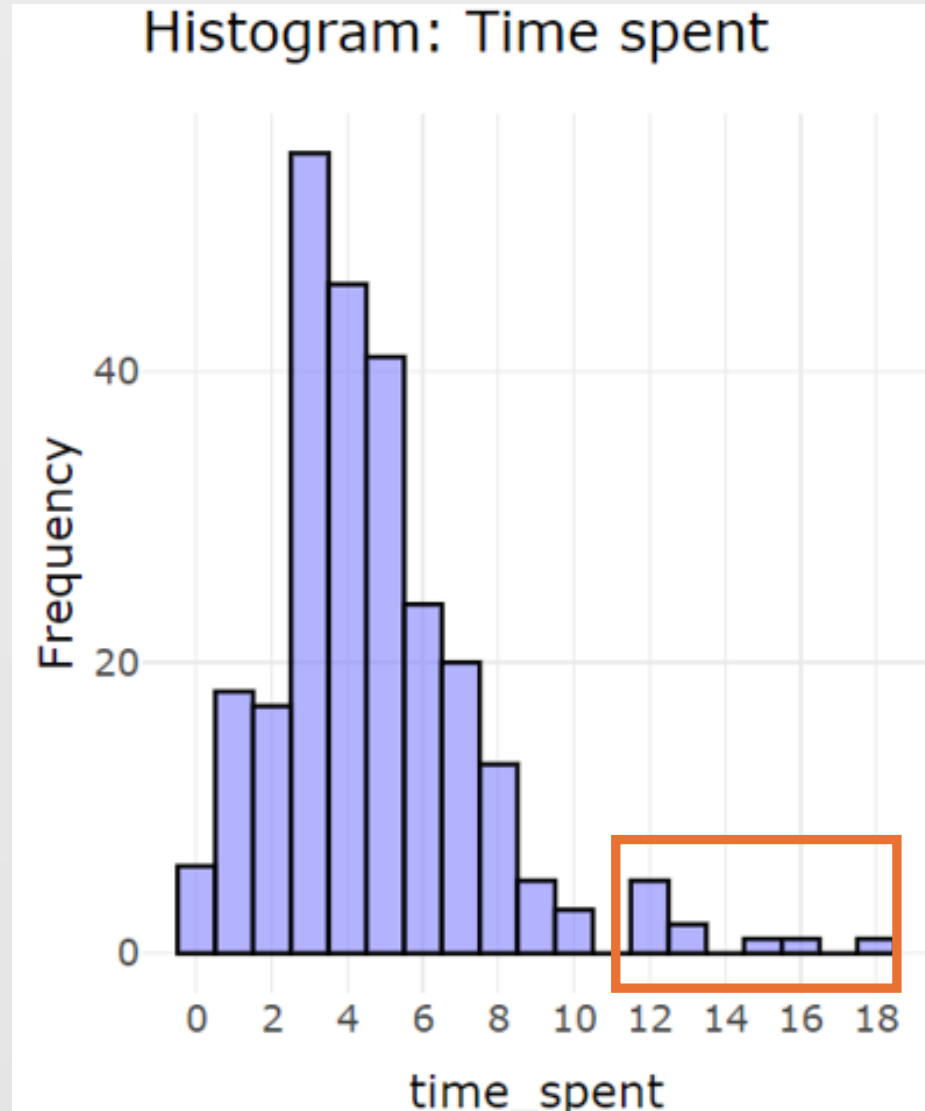


## Q-Q plot age



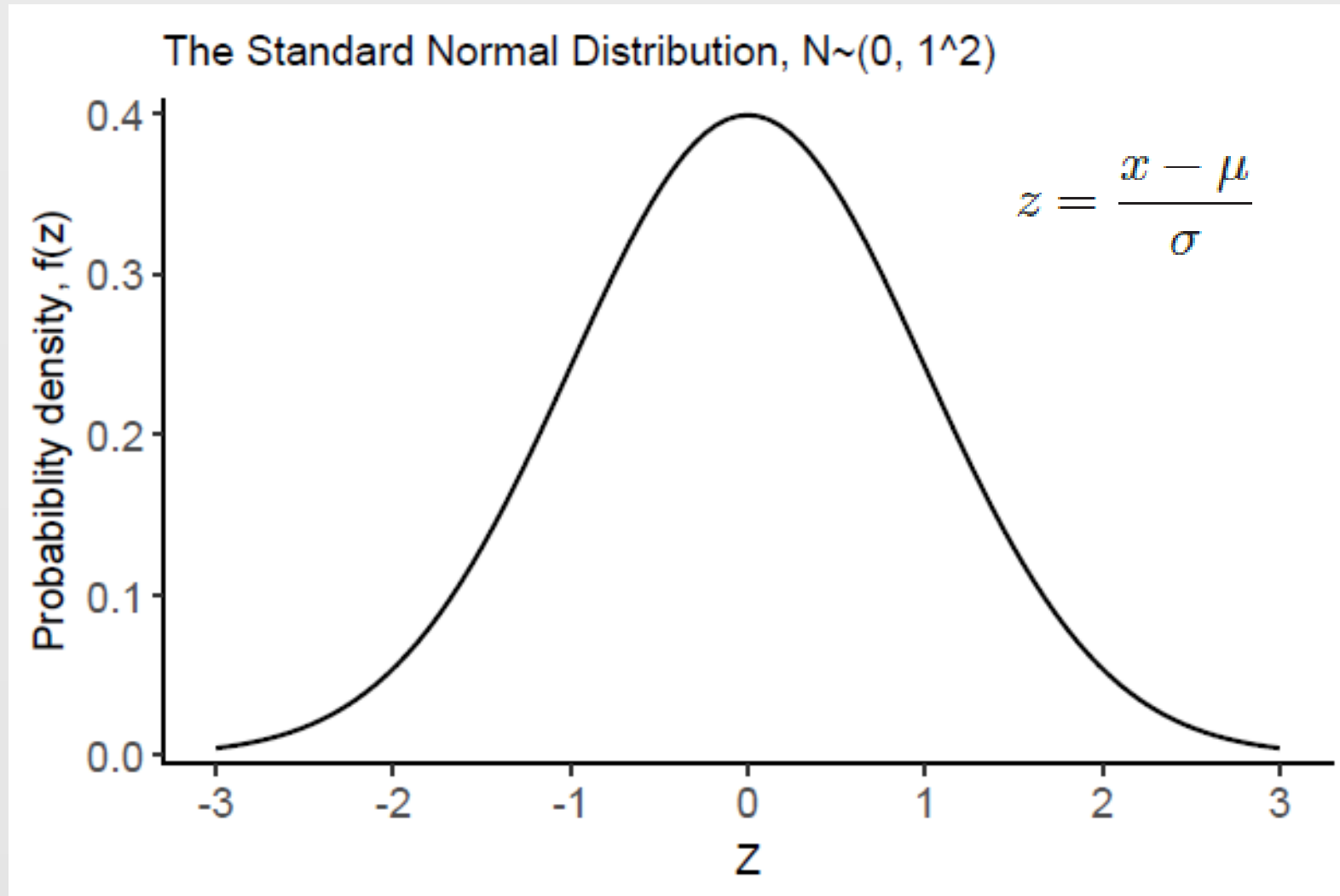


## Q-Q plot time\_spent





## Τυπική κανονική κατανομή (Standard normal distribution)

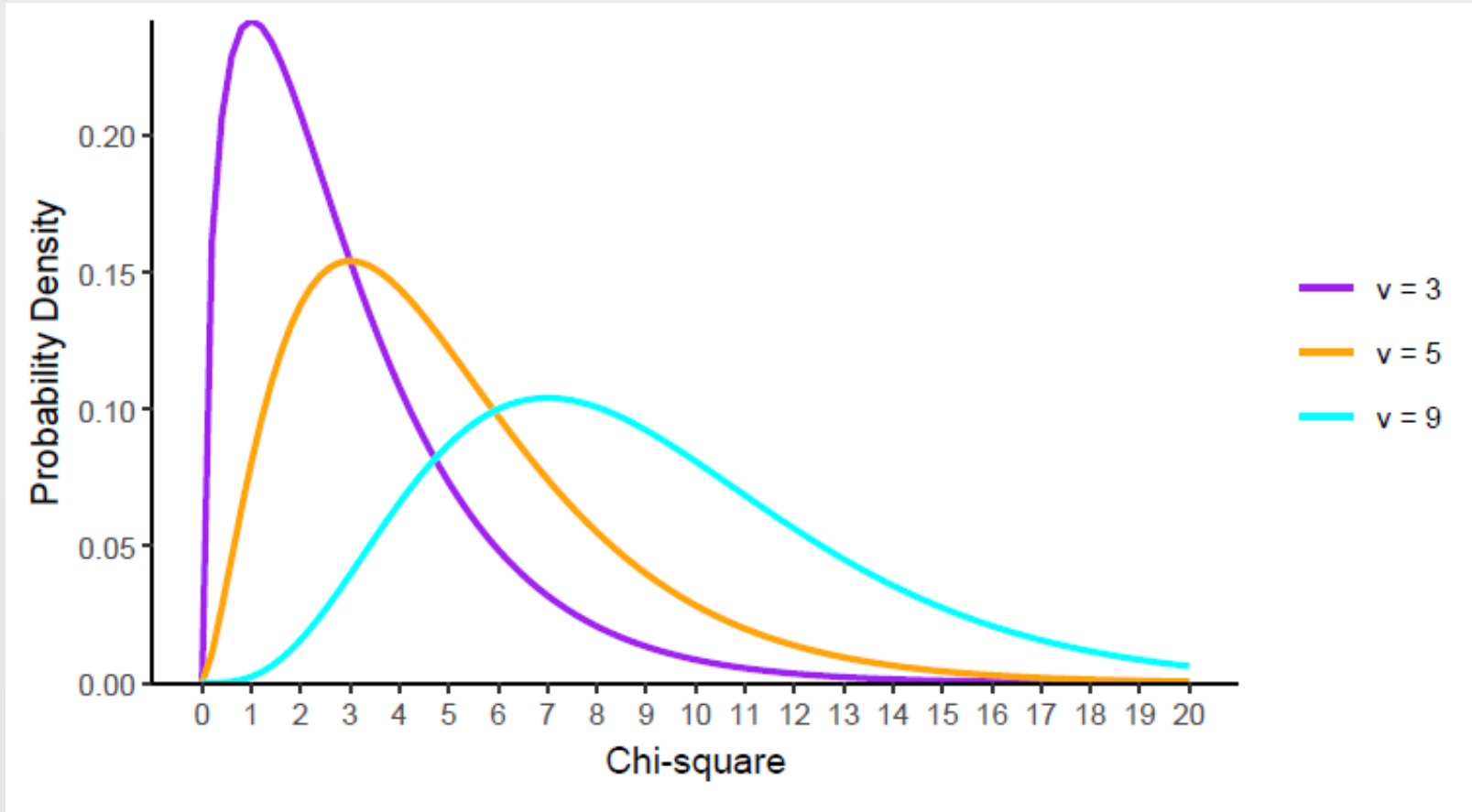


Χαρακτηρίζεται από:

- Μέση τιμή,  $\mu=0$
- Τυπική απόκλιση,  $\sigma=1$



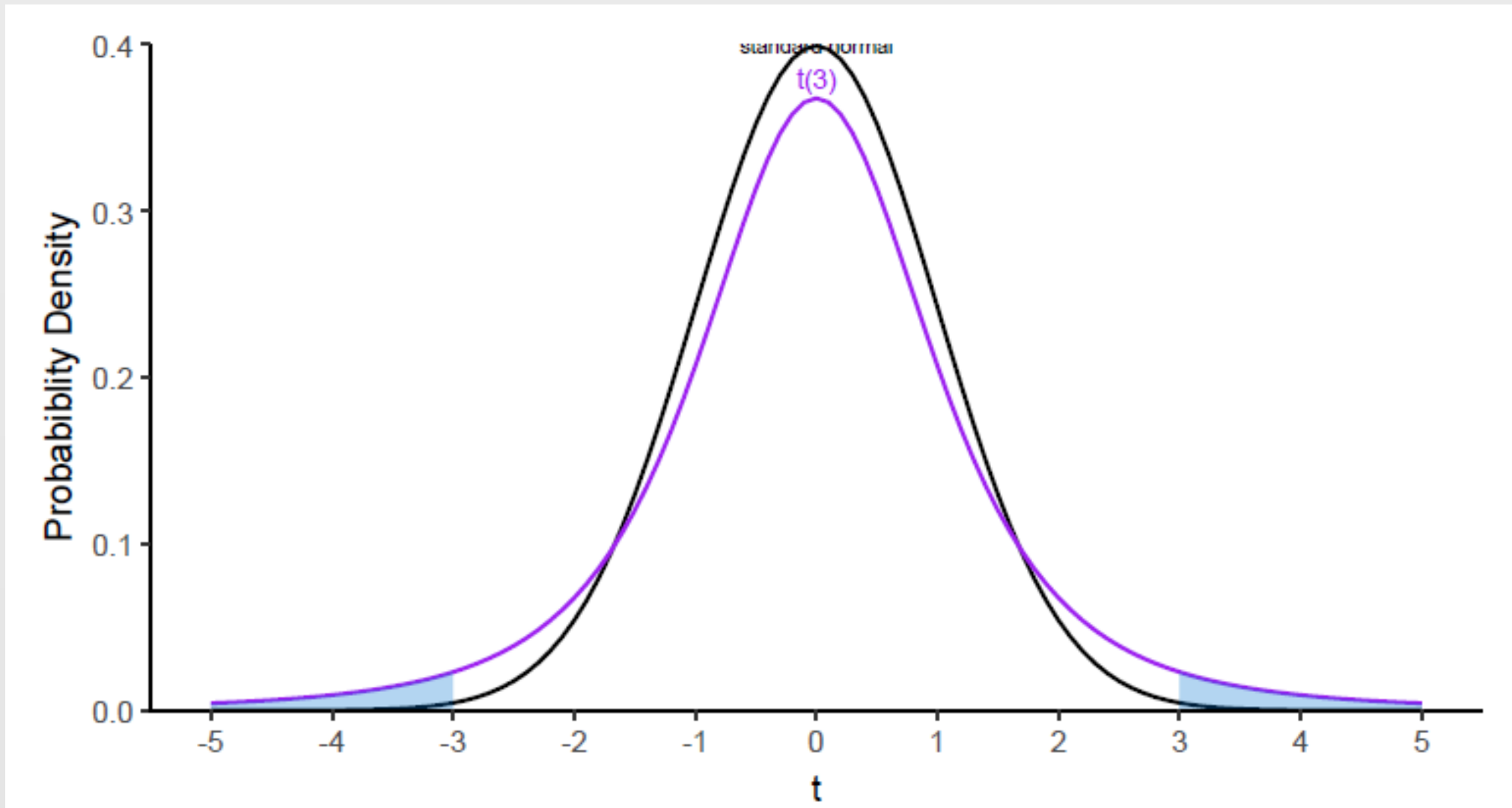
## Κατανομή $\chi^2$







## T-κατανομή





## F-κατανομή

