Chapitre 10 :
Fonctions de référence

I. Fonctions affines et fonctions linéaires

1) Définitions

Définition :

Une **fonction affine** f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$, où a et b sont deux nombres réels.

Si $b = 0$, la fonction f définie par $f(x) = ax$ est appelée **fonction linéaire**.

Exemples :

La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x + 5$ est une fonction affine car a=2 et b=5

La fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{8}{3}x$ est une fonction linéaire car b=0 et $a = \frac{8}{3}$.

2) Variations

Propriété :

Soit f une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$.

- Si $a > 0$, alors f est croissante sur $\mathbb{R}$.
- Si $a < 0$, alors f est décroissante sur $\mathbb{R}$.
- Si $a = 0$, alors f est constante sur $\mathbb{R}$.

Démonstration (à faire sur une feuille annexe) :

On utilise la définition de la croissance (ou la décroissance) d'une fonction vue au chapitre 6.

Rappel : f est croissante sur [m;p] si lorsque m < p, alors f(m) < f(p).

Soient m et p deux nombres réels tels que $m < p$

Calculer $f(p) - f(m)$:

Quel est le signe de $p - m$? Qu'en déduire sur le signe de $f(p) - f(m)$?

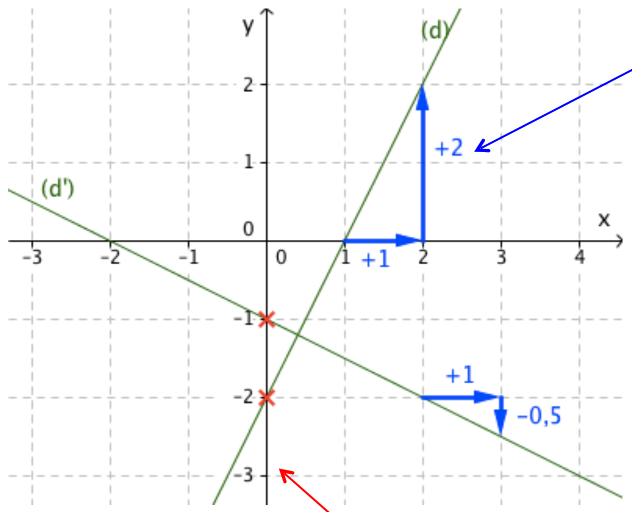
On procède par disjonction des cas :

- Si $a > 0$, en déduire le signe de $f(p) - f(m)$, puis montrer que f est croissante.
- Si $a < 0$, en déduire le signe de $f(p) - f(m)$, puis montrer que f est décroissante.
- Si $a = 0$, en déduire le signe de $f(p) - f(m)$, puis montrer que f est constante.

3) <u>Représentation graphique</u>

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite non verticale (**non parallèle à l'axe des ordonnées)**.
Dans le cas d'une fonction **linéaire**, il s'agit d'une droite passant par **l'origine** du repère.
Dans le cas d'une fonction **constante**, il s'agit d'une droite horizontale **(parallèle à l'axe des abscisses)**.

<u>Exemple :</u>



2 est appelé le coefficient directeur : quand on se décale horizontalement de 1, on se décale verticalement de 2.

-2 est l'ordonnée à l'origine : il se lit sur l'axe des ordonnées

Pour *(d)* : Le coefficient directeur est 2
L'ordonnée à l'origine est -2 (quand x=0)

La fonction f représentée par la droite *(d)* est définie par $f(x) = 2x - 2$

Pour *(d')* : Le coefficient directeur est -0,5
L'ordonnée à l'origine est -1 (quand x=0)

La fonction g représentée par la droite *(d')* est définie par $g(x) = -0{,}5x - 1$

<u>Définition :</u>

Pour la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$: a est appelé le **coefficient directeur** (ou pente) de la droite et b est l'ordonnée à l'origine de la droite.