Activité Fonction cube

1)

On considère la fonction $f : x \mapsto x^3$ définie sur $]-\infty; +\infty[$

a. Aucun nombre n'est tel que $x^2 = -2$ donc $\sqrt{-2}$ n'existe surement pas !

Il existe un nombre tel que $x^3 = 2$ donc $\sqrt[3]{2}$ existe !

b. $f(7) = 343,\ f(-11) = -1331,\ f(\sqrt[3]{3}) = 3,\ f\left(\dfrac{\sqrt[3]{2}}{4}\right) = \dfrac{2}{4^3} = \dfrac{2}{64} = \dfrac{1}{32}$

c. On veut résoudre $f(x) = 1000$ donc : $x = \sqrt[3]{1000} = 10.$

De même, on trouve : $x = \sqrt[3]{-1000} = -10$ qui est l'opposé.

On a donc $f(10) = 1000$ et $f(-10) = -1000$. Donc si on fait $f(10) + f(-10)$, on trouve 0. Cela semble être la parité de la fonction qui peut nous aider ici.

2)

a. $x^3 < 8 \iff x < \sqrt[3]{8} \iff x < 2$ donc $S =]-\infty, 2[$

b. Développons les deux cotés de cette inéquation : $x^3 + 3x \geq 3x - 6$. On simplifie : $x^3 \geq -6$. La solution est $x \geq \sqrt[3]{-6}$ donc, si on calcule une valeur approchée à la calculette, on trouve $x \geq -1.817...$

L'ensemble solution vaut : $S = [\sqrt[3]{-6}; +\infty[$