

Remarque :

Nous disposons de deux méthodes pour calculer les coefficients a et b d'une fonction affine. La méthode par le calcul permet d'avoir des valeurs exactes pour a et b alors que la méthode graphique ne permet que de lire des valeurs approchées.

5) Signe d'une fonction affine

Propriété triviale :

Si f est une fonction affine définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax + b$, avec $a \neq 0$, alors f s'annule en $x = -\frac{b}{a}$.

Démonstration :

Idée : On va résoudre l'équation $f(x) = 0$ quel que soit les nombres réels a et b .

Par hypothèse, on sait que $a \neq 0$.

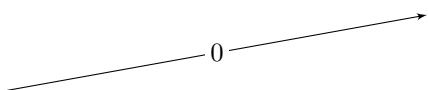
$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\iff ax + b = 0 \\ &\iff ax = -b \\ &\iff x = -\frac{b}{a} \end{aligned}$$

Propriété :

Soit une fonction affine définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax + b$, avec $a \neq 0$.

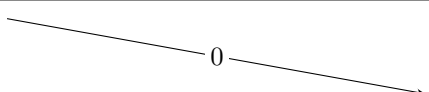
Si $a > 0$ (coefficient directeur positif) :

- ❖ f est croissante sur \mathbb{R} ;
- ❖ f est négative sur $\left]-\infty; -\frac{b}{a}\right]$;
- ❖ f est positive sur $\left]-\frac{b}{a}; +\infty\right[$.

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$
f			

Si $a < 0$ (coefficient directeur négatif) :

- ❖ f est décroissante sur \mathbb{R} ;
- ❖ f est positive sur $\left]-\infty; -\frac{b}{a}\right]$;
- ❖ f est négative sur $\left]-\frac{b}{a}; +\infty\right[$.

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$
f			

Démonstration :

Pour connaître le signe d'une fonction affine définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax + b$, il faut résoudre l'inéquation : $f(x) > 0$.

$$f(x) > 0 \iff ax + b > 0$$

$$\iff ax > -b$$

$$\text{Si } a > 0, \text{ alors } x > -\frac{b}{a}$$

$$\text{Si } a < 0, \text{ alors } x < -\frac{b}{a}$$

Rappel : Le tableau résumant le signe d'une fonction f s'appelle un tableau de signes alors que celui résumant les variations d'une fonction f s'appelle un tableau de variations.