Problème : ex 67 p 116

largeur : x
profondeur : $12 - x$
hauteur : profondeur : $12 - x$

1) $V(x) = x \times (12 - x) \times (12 - x) = x \times (12 - x)^2$

On va utiliser une identité remarquable : $(12 - x)^2 = 12^2 - 2 \times 12 \times x + x^2$

donc $V(x) = x \times (12^2 - 2 \times 12 \times x + x^2)$

et, on développe encore !

$V(x) = x \times (12^2 - 2 \times 12 \times x + x^2) = x \times 12^2 - x \times 24 \times x + x \times x^2$

$V(x) = 144x - 24x^2 + x^3$

2) Calculons $V'(x) = 3x^2 - 48x + 144$

On a dérivé x^3 : on trouve $3x^2$

On a dérivé x^2 : on trouve $2x$. On a multiplié x^2 par -24 : donc on multiplie $2x$ par -24. On obtient $2x \times (-24) = -48x$.

3) On va calculer $V'(4)$ et $V'(12)$.

On trouve :

$V'(4) = 3 \times 4^2 - 48 \times 4 + 144 = 0$

$V'(12) = 3 \times 12^2 - 48 \times 12 + 144 = 0$

4 et 12 sont donc les racines de $V'(x)$.

On en déduit que $V'(x) = a(x - x_1)(x - x_2) = 3(x - 4)(x - 12)$

Il reste maintenant à calculer le signe de $V'(x)$. Voir le tableau page suivante. **On fait attention que le coefficient 3 est un nombre positif.**

4) Pour les variations, on va intégrer directement notre résultat dans le tableau de signes.

x	0		4		12
$(x - 4)$		$-$	0	$+$	
$(x - 12)$		$-$		$-$	0
$f'(x) = 3(x-4)(x-12)$		$+$	0	$-$	0
f		$\nearrow$		$\searrow$	

5) Il semble évident que l'on va avoir un placard de taille maximum si $x = 4$. Dans ce cas, le volume de notre placard sera de $f(4) = 256$ dm^2