Chapitre 12 : Droites affines

Dans tout le chapitre, le plan est muni d'un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

I. Système d'équations

1) Résolution par substitution

Méthode : Résoudre un système d'équations par la méthode des combinaisons linéaires

Dans une boulangerie, Fabien achète 3 pains au chocolat et 2 croissants ; il paie 5,60€. Dans la même boulangerie, Bob achète 1 pain au chocolat et 3 croissants ; il paie 4,20€.

Calculer le prix d'un pain au chocolat, modélisé par la variable x, et d'un croissant (variable y).

Cela revient à résoudre le système suivant : $\begin{cases} 3x + 2y = 5{,}60 \\ x + 3y = 4{,}20 \end{cases}$.

La méthode de substitution se prête à la résolution de ce système car une inconnue est facile à isoler. Avec 2 variables, on peut utiliser la méthode par substitution.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5{,}60 \\ x + 3y = 4{,}20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5{,}60 \\ x = 4{,}20 - 3y \end{cases}$$

On isole x : on exprime **ici** x en fonction de y

$$\begin{cases} 3(4{,}20 - 3y) + 2y = 5{,}60 \\ x = 4{,}20 - 3y \end{cases}$$

On substitue x dans la 1ère équation

$$\begin{cases} 12{,}60 - 9y + 2y = 5{,}60 \\ x = 4{,}20 - 3y \end{cases}$$

On résout la 1ère équation pour trouver y

$$\begin{cases} -7y = -7 \\ x = 4{,}20 - 3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 4{,}20 - 3 \times 1 \end{cases}$$

On a trouvé y et on la substitue dans la 2e équation.

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 1{,}20 \end{cases}$$

On calcule la valeur de x

2) Résolution par combinaisons linéaires

Méthode : Résoudre un système d'équations pas la méthode des combinaisons linéaires

Résoudre le système suivant : $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 5x + 3y = 2 \end{cases}$

La méthode de substitution ne se prête pas à la résolution du système car en isolant une inconnue, on ramène les équations à des coefficients rationnels. Avec plus de 2 variables, on doit obligatoirement utiliser les combinaisons linéaires.

On multiplie la première équation par 5 et la deuxième équation par 3 dans le but d'éliminer une inconnue par soustraction ou addition des deux équations.

$$\begin{array}{l} \times 5 \\ \times 3 \end{array} \begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 5x + 3y = 2 \end{cases}$$

On soustrait les deux lignes pour éliminer x.

$-\begin{cases} 15x - 10y = 25 \\ 15x + 9y = 6 \end{cases}$ donne :

$$15x - 10y - (15x + 9y) = 25 - 6$$

On résout l'équation obtenue pour trouver une inconnue.

$$-19y = 19$$
$$y = -1$$

On substitue dans une des équations du système la valeur trouvée pour calculer la valeur de la 2e inconnue.

$$3x - 2(-1) = 5$$
$$3x + 2 = 5$$
$$x = 1$$

On note : $S = \{(1\,;-1)\}$