

II. Tangente à une courbe

1) Introduction

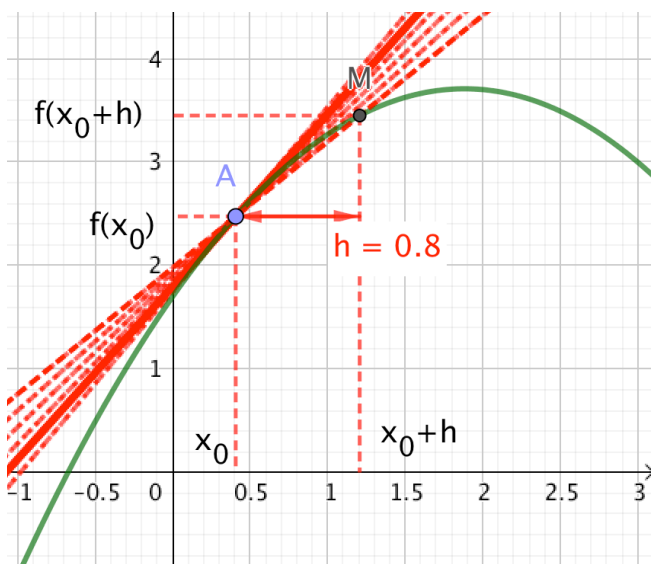
Sur bouillotvincent.github.io, dans la séance 3, cliquez le lien vers l'activité Géogébra.

Le point A est un point fixe d'abscisse $x_0 = 2$. Le point M est un point mobile qui va devenir très proche de A. Son abscisse sera donc $x_0 + h$ avec h un curseur qui peut varier.

La droite passant par les points A et M a pour coefficient directeur (=pente) le taux de variation entre A et M. Il est donné par Géogébra dans la variable appelée **pente**.

- ❖ Choisir l'outil "Tangente", puis cliquer sur la courbe verte et le point A. La tangente s'affiche.
 - ❖ Graphiquement quelle est la pente de la tangente ? _____
 - ❖ On va maintenant faire varier le curseur afin que la variable **pente** soit la plus proche possible de la valeur de la pente de la tangente trouvée ci-dessus. Quelle valeur de h semble donner le meilleur résultat ? _____
 - ❖ En déduire le lien entre le nombre dérivé et la pente de la tangente.
-

2) Tangente à une courbe



Explications:

h devient de plus en plus petit et tend vers 0.

Le point M bouge et tend de plus en plus vers le point A sans jamais être confondu : la notion de limite réapparaît.

La pente de la tangente est donc égale à la dérivée de la fonction f au point $x = x_0$.

Définition :

La **tangente** à la courbe \mathcal{C}_f au point A est la droite passant par A et de coefficient directeur $f'(a)$.

Rem :

Graphiquement, c'est la droite qui touche la courbe en un seul point et qui a la même pente que la courbe au point A.

Méthode : Déterminer le coefficient directeur d'une tangente à une courbe

On considère la fonction trinôme f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + 4$ étudiée précédemment.

Déterminer le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f au point A de la courbe d'abscisse $x = 1$?

On a vu que le nombre dérivé de f en 1 vaut 2 : $f'(1) = 2$.

Dans ce cas, on peut conclure directement que la tangente à la courbe représentative de f au point A de la courbe d'abscisse $x = 1$ est la droite **passant par A et de coefficient directeur 2**.

3) Equation de la tangente

Propriété :

Soit f une fonction dérivable en x_0 et \mathcal{C}_f courbe représentative de f .

La tangente T à \mathcal{C}_f au point d'abscisse x_0 admet pour équation :

$$T : y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) .$$

Rem : Dans cette formule, **la variable x** n'apparaît qu'une seule fois !

Exemple : Déterminer l'équation de la tangente T à la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + 4$.