Remarque :

Nous disposons de deux méthodes pour calculer les coefficients a et b d'une fonction affine. La méthode par le calcul permet d'avoir des valeurs exactes pour a et b alors que la méthode graphique ne permet que de lire des valeurs approchées.

5) Signe d'une fonction affine

Propriété triviale :

Si f est une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$, avec $a \neq 0$, alors f s'annule en $x = -\dfrac{b}{a}$.

Démonstration :

Idée : On va résoudre l'équation $f(x) = 0$ quel que soit les nombres réels a et b.

Par hypothèse, on sait que $a \neq 0$.

$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\iff ax + b = 0 \\ &\iff ax = -b \\ &\iff x = -\frac{b}{a} \end{aligned}$$

Propriété :

Soit une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$, avec $a \neq 0$.

Si a > 0 (coefficient directeur positif) :

- ❖ f est croissante sur $\mathbb{R}$;
- ❖ f est négative sur $\left]-\infty; -\dfrac{b}{a}\right]$;
- ❖ f est positive sur $\left]-\dfrac{b}{a}; +\infty\right[$.

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	
f		$\nearrow$	0	$\nearrow$	

Si a < 0 (coefficient directeur négatif) :

- ❖ f est décroissante sur $\mathbb{R}$;
- ❖ f est positive sur $\left]-\infty; -\dfrac{b}{a}\right]$;
- ❖ f est négative sur $\left]-\dfrac{b}{a}; +\infty\right[$.

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	
f		$\searrow$	0	$\searrow$	

Démonstration :

Pour connaitre le signe d'une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$, il faut résoudre l'inéquation : $f(x) > 0$.

$$
\begin{aligned}
f(x) > 0 &\iff ax + b > 0 \\
&\iff ax > -b
\end{aligned}
$$

Si $m > 0$, alors $x > -\dfrac{b}{a}$

Si $m < 0$, alors $x < -\dfrac{b}{a}$

Rappel : Le tableau résumant le signe d'une fonction f s'appelle un tableau de signes alors que celui résumant les variations d'une fonction f s'appelle un tableau de variations.