Ex 117 p 197

Etudions le système d'équations $\begin{cases} 10x + 40y = 30 \\ -3x + 8y = 5 \end{cases}$

1) On va diviser la première ligne par 10 :

$$\begin{cases} x + 4y = 3 \\ -3x + 8y = 5 \end{cases}$$

2) On va travailler sur la première ligne afin d'écrire x en fonction de y :

$$\begin{cases} x = 3 - 4y \\ -3x + 8y = 5 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} x = 3 - 4y \\ -3(3 - 4y) + 8y = 5 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} x = 3 - 4y \\ -9 + 12y + 8y = 5 \end{cases}$$

On résout la deuxième ligne pour trouver la valeur de y : $\begin{cases} x = 3 - 4y \\ 20y = 14 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} x = 3 - 4y \\ y = 0{,}7 \end{cases}$

On remplace la valeur de y dans la première ligne : $\begin{cases} x = 3 - 4 \times 0{,}7 = 0{,}2 \\ y = 0{,}7 \end{cases}$

La solution du système est le couple : $\{(0{,}2; 0{,}7)\}$

Ex 116 p 197

a. $\begin{cases} 19x - 3y = 2 \\ 11x + 6y = 84 \end{cases}$

Travailler sur la variable x semble être une très mauvaise idée vue les coefficients 19 et 11… Faire des combinaisons sur y semble plus futé !

$$\begin{matrix} \times 2 \\ \times 1 \end{matrix} \begin{cases} 19x - 3y = 2 \\ 11x + 6y = 84 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} 38x - 6y = 4 \\ 11x + 6y = 84 \end{cases}$$

On a -6 devant y dans la première ligne et +6 devant y dans la deuxième ligne.

Donc, si on fait la **somme** des deux lignes, on va faire disparaitre y :

$$\begin{cases} (38x - 6y) + (11x + 6y) = 4 + 84 \\ 11x + 6y = 84 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} 49x = 88 \\ 11x + 6y = 84 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{88}{49} \\ 11x + 6y = 84 \end{cases}$$

Dans la deuxième équation, on remplace x par la valeur trouvée ;

$$\begin{cases} x = \dfrac{88}{49} \\ 11 \times \dfrac{88}{49} + 6y = 84 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{88}{49} \\ +6y = 84 - 11 \times \dfrac{88}{49} \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{88}{49} \\ +6y = \dfrac{3148}{49} \end{cases}$$

On conclue donc que : $\begin{cases} x = \dfrac{88}{49} \\ y = \dfrac{1574}{147} \end{cases}$ est la solution de notre équation.

b. $\begin{cases} -7x + 4y = -77 \\ 6x + 5y = 243 \end{cases}$

Faire des combinaisons sur y semble mieux que sur x : je préfère travailler avec des 4 et des 5 que des 6 et des 7.

$$\begin{matrix} \times 5 \\ \times 4 \end{matrix} \begin{cases} -7x + 4y = -77 \\ 6x + 5y = 243 \end{cases} \iff \begin{cases} -35x + 20y = -385 \\ 24x + 20y = 972 \end{cases}$$

On a 20 devant y dans la première ligne et 20 devant y dans la deuxième ligne.

Donc, si on fait la **soustraction** des deux lignes, on va faire disparaitre y :

$$\begin{cases} -35x + 20y = -385 \\ (24x + 20y) - (-35x + 20y) = 972 - (-385) \end{cases} \iff \begin{cases} -35x + 20y = -385 \\ 59x = 1357 \end{cases}$$

On trouve $\begin{cases} -35x + 20y = -385 \\ x = 23 \end{cases} \iff \begin{cases} -35 \times 23 + 20y = -385 \\ x = 23 \end{cases} \iff \begin{cases} 20y = 420 \\ x = 23 \end{cases}$

Finalement : $\begin{cases} y = 21 \\ x = 23 \end{cases}$. Donc le couple solution est $(23; 21)$

Ex 186 p 206

Seulement le a. était à faire

Le système d'équation est : $\begin{cases} x^2 - 3y^2 = -8 \\ 2x^2 + y^2 = 12 \end{cases}$

L'idée est la même qu'avec les autres équations. On va utiliser de la substitution ou des combinaisons pour faire disparaitre une inconnue d'une des équations.

Disons que nous allons faire de la combinaison ici. Multiplions la deuxième ligne par 3 en vue de faire disparaitre y.

$$\begin{matrix} \times 1 \\ \times 3 \end{matrix} \begin{cases} x^2 - 3y^2 = -8 \\ 2x^2 + y^2 = 12 \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - 3y^2 = -8 \\ 6x^2 + 3y^2 = 36 \end{cases}$$

On additionne les deux lignes car il y a -3 devant le y^2 de la première équation et +3 devant le y^2 de la seconde équation.

$$\begin{cases} x^2 - 3y^2 = -8 \\ (6x^2 + 3y^2) + (x^2 - 3y^2) = 36 + (-8) \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - 3y^2 = -8 \\ 7x^2 = 28 \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - 3y^2 = -8 \\ x^2 = 4 \end{cases}$$

On a trouvé la valeur de x^2, que l'on va remplacer dans la première ligne :

$$\begin{cases} 4 - 3y^2 = -8 \\ x^2 = 4 \end{cases} \iff \begin{cases} 3y^2 = 12 \\ x^2 = 4 \end{cases} \iff \begin{cases} y^2 = 4 \\ x^2 = 4 \end{cases}$$

Il faut maintenant trouver tous les couples possibles de x et y. On se rappelle que $x^2 = A$ a deux solutions si $A > 0$.

Donc, $x = -\sqrt{4} = -2$ ou $x = +\sqrt{4} = +2$ et $y = -\sqrt{4} = -2$ ou $y = +\sqrt{4} = +2$

On obtient donc **4 couples solutions** : $\{(-2,-2),(-2,2),(2,-2),(2,2)\}$

Activité 1 p 180

1)

a. Les points A et B appartiennent à la droite (AB). La définition d'une droite nous donne que tout point M de la droite (AB) peut s'écrire : $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$. C'est la définition de la colinéarité.

b. Calculons $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$.

$\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-(-1) \end{pmatrix} = \overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-1 \\ y+1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 5-1 \\ -5-(-1) \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$

Deux vecteurs sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est nul : $\det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) = 0$.

Donc : $(x-1)\times(-4) - (y+1)\times 4 = 0 \iff -4x + 4 - 4y - 4 = 0$

On en déduit : $x + y = 0$ … Il y a donc une erreur d'énoncé.

c. On a $y = -x$: c'est une fonction linéaire.

2) On considère l'ensemble des points $(x;y)$ tels que $3x + 5y - 2 = 0$

a. Réécrivons cette équation : $5y = 2 - 3x \iff y = \dfrac{2}{5} - \dfrac{3}{5}x$

b. L'ensemble des points est une droite dont la pente est $-\dfrac{3}{5}$.