Remarque importante :

Lorsque que l'on augmente de $\mathbf{t}\,\%$ puis que l'on baisse de $\mathbf{t}\,\%$, on ne revient pas à la quantité de départ!

Démonstration (à laisser faire aux élèves) :

Soit P_{ini} une quantité subissant une hausse de $t\ \%$ puis une baisse de $t\ \%$. Selon la propriété précédente, la quantité finale s'écrit :

$$P_{fin} = P_{ini} \times \left(1 + \frac{t}{100}\right) \times \left(1 - \frac{t}{100}\right)$$

On reconnaît une identité remarquable :

$$P_{fin} = P_{ini} \times \left[1 - \left(\frac{t}{100}\right)^2\right] = P_{ini} - P_{ini} \times \left(\frac{t}{100}\right)^2 .$$

À part lorsque $t = 0$, $P_{fin} \neq P_{ini}$.

4) Évolution réciproque

Définition :

Soit $\mathbf{t}$ le taux d'évolution de la valeur $\mathbf{X_{ini}}$ à la valeur $\mathbf{X_{fin}}$.

On appelle **évolution réciproque** le taux d'évolution $\mathbf{t}'$ permettant de passer de la valeur $\mathbf{X_{fin}}$ à la valeur $\mathbf{X_{ini}}$.

Exemple :

Un boxeur veut changer de catégorie. Il part d'un poids initial de 80 kg et augmente son poids à 100 kg. Après quelques combats perdus, il décide de revenir à son poids initial.

Quelles sont les variations (en %) de son poids ?

On peut représenter la situation comme suit:

80 kg augmenté de $25\ \%$ → 100 kg diminué de $20\ \%$ → 80 kg

$\times 1{,}25$ $\times 0{,}8$

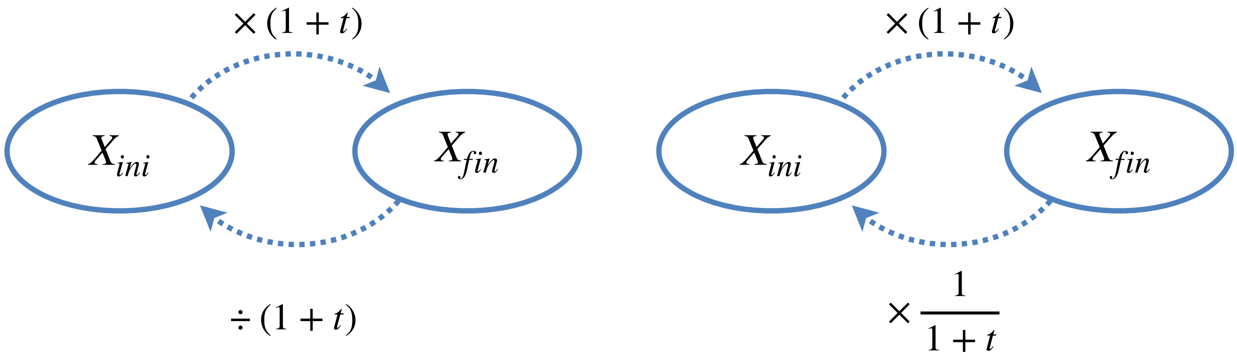
En déduire l'évolution réciproque de 25% :

On dit que $\mathbf{-20\ \%}$ est **l'évolution réciproque** de $+\mathbf{25}\ \%$.

Fonction inverse = division

Propriété :

On appelle $\mathbf{t}$ le taux d'évolution de la valeur $\mathbf{X_{ini}}$ à la valeur $\mathbf{X_{fin}}$.
L'évolution **réciproque** possède le coefficient multiplicateur **inverse** de l'évolution directe.



Méthode : Déterminer et utiliser un taux d'évolution réciproque

a) *La population de pingouins du Cap s'est effondrée de 12 % sur l'année 2014.*
Quel devrait être le pourcentage d'évolution sur l'année 2015 pour que la population revienne à son niveau initial ?

b) *Le nombre de visiteurs étrangers à Paris a augmenté de 16 % sur l'année 2018. On s'attend à qu'il redescende à sa valeur initiale en 2019.*
Quel est le pourcentage de baisse sur l'année 2019 ?

a) On cherche tout d'abord le coefficient multiplicateur correspondant à la diminution de 12 %. Il est égal à : $1-\dfrac{12}{100}=0{,}88$.
On en déduit le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque.
Il est égal à : $\dfrac{1}{0{,}88}\approx 1{,}136=1+\dfrac{13{,}6}{100}$.
Pour que la population de pingouins retrouvent sa valeur initiale, il faudrait qu'elle augmente d'environ $13{,}6\,\%$ sur l'année 2015.

b) Le coefficient multiplicateur est dans ce cas égal à $1+\dfrac{16}{100}=1{,}16$.
Le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque est égal à son inverse.
Donc, on en déduit que $\dfrac{1}{1{,}16}\approx 0{,}86=1-0{,}14=1-\dfrac{14}{100}$.
Sur l'année 2019, la baisse a été de $14\,\%$.