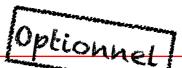
# 3) Opérations sur les fonctions dérivées



Propriété : Soit f et g deux fonctions dérivables sur un interva

- La somme de f et g est dérivable sur l et sa dérivée est, pour tout  $x \in I$ f'(x) + g'(x).
- ❖ La fonction kf est dérivable sur l et sa dérivée est, pour tout  $x \in I$ ,  $k \times f'(x)$ .

Méthode : Calculer les dérivées de sommes, produits et quotients de fonctions Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

1) 
$$f_1(x) = 5x^3$$

2) 
$$f_2(x) = x^2 + x$$

1) 
$$f_1(x) = 5x^3$$
 2)  $f_2(x) = x^2 + x$  3)  $f_3(x) = \frac{1}{2}x^2$ 

4) 
$$f_4(x) = x \times (3x + 4)$$

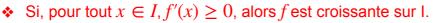
4) 
$$f_4(x) = x \times (3x + 4)$$
 5)  $f_5(x) = 2 \times (x^3 + x^2 + 1)$ .

# IV. Applications de la dérivée

# 1) Signe de la dérivée et sens de variation

#### Théorème:

Soit une fonction f définie et dérivable sur un intervalle I.





• Si, pour tout  $x \in I$ , f'(x) = 0, alors f est constante sur I.



#### Remarque:

Le **SIGNE** de la dérivée nous informe sur les **VARIATIONS** de la fonction.

### Exemple:

Soit la fonction f définie sur [0; 10] par  $f(x) = 2x^2 - 8x + 1$ .

- 1) Calculer la fonction dérivée de f.
- 2) Déterminer le **signe** de f' en fonction de x.
- 3) Dresser le tableau de variations de f.
- 1) Pour tout  $x \in [0; 10]$ , on a : f'(x) =
- 2) On commence par résoudre l'équation f'(x) = 0.

Soit:

Donc

La fonction f' est une fonction affine et f'(0) = -8 donc négative en 0 et  $f'(3) = 4 \times 3 - 8 = 4 > 0$  en x = 3.

3) On peut donc dresser le tableau de signes et le compléter par le tableau de variations.

| x     |  |
|-------|--|
| f'(x) |  |
| f     |  |

### 2) Etude des variations, extremum de fonction

### Propriété:

Lorsque la fonction dérivée f' s'annule et change de signe, la fonction atteint un extremum local.

### Exemple 1:

Soit la fonction f définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^3 + 2x^2 + 2x$ .

1) Calculer la fonction dérivée de f.

2) **a.** Montrer que 
$$f'(x) = 3\left[\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{2}{9}\right]$$

- **b.** En déduire le signe de f' en fonction de x.
- 3) Dresser le tableau de variations de f.
- 4) À l'aide de la calculatrice, représenter graphiquement la fonction f puis la tracer dans le cours.

# Exemple 2:

Soit la fonction f définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^3 + \frac{9}{2}x^2 - 12x + 5$ .

- 1) Calculer la fonction dérivée de f.
- 2) Montrer que f'(x) = 3(x+4)(x-1) puis, déterminer le signe de f' en fonction de x.
- 3) Dresser le tableau de variations de f.
- 4) À l'aide de la calculatrice, représenter graphiquement la fonction f puis la tracer dans le cours.