Ex 103 p 196

Deux manières de résoudre ce problème.

* **À l'aide des équations de droites :**

Trouvons l'équation de la droite passant par A et B : $A(-2;-7)$ et $B(4;0)$

- coeff. directeur = pente

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0-(-7)}{4-(-2)} = \frac{7}{6} \Rightarrow f(x) = \frac{7}{6}x + b$$

- ordonnée à l'origine :

On prend le point $B(4;0)$ car une des coordonnées est nulle ($y_B = 0$).

donc $\underbrace{f(4)}_{y_B} = \frac{7}{6} \times 4 + b \iff 0 = \frac{7}{6} \times 4 + b.$

$$\iff b = -\frac{14}{3}.$$

- conclusion : $\boxed{f(x) = \frac{7}{6}x - \frac{14}{3}}$

$C \in \mathcal{D}$, avec $\mathcal{D}$ passant par A et B ?

Si oui, alors $f(x_C) = y_C = \frac{7}{6}x_C - \frac{14}{3}.$

$\frac{7}{6}x_C - \frac{14}{3} \neq y_C$

or $C(-3;13)$

donc : $\frac{7}{6} \times (-3) - \frac{14}{3} = \frac{-21}{6} - \frac{28}{6} = \frac{-49}{6} \neq 13$

donc $C \notin \mathcal{D}$

donc A, B et C non alignés.

* **À l'aide des vecteurs et du critère de colinéarité.**

$$\vec{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \vec{AB}\begin{pmatrix} 4-(-2) \\ 0-(-7) \end{pmatrix} = \vec{AB}\begin{pmatrix} 6 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC}\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \vec{AC}\begin{pmatrix} -3-(-2) \\ 13-(-7) \end{pmatrix} = \vec{AC}\begin{pmatrix} -1 \\ 20 \end{pmatrix}.$$

On calcule le déterminant des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$:

$$\det(\vec{AB}, \vec{AC}) = 6 \times 20 - 7 \times (-1) \neq 0$$

donc $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ non colinéaires

donc A, B et C ne sont pas alignés.