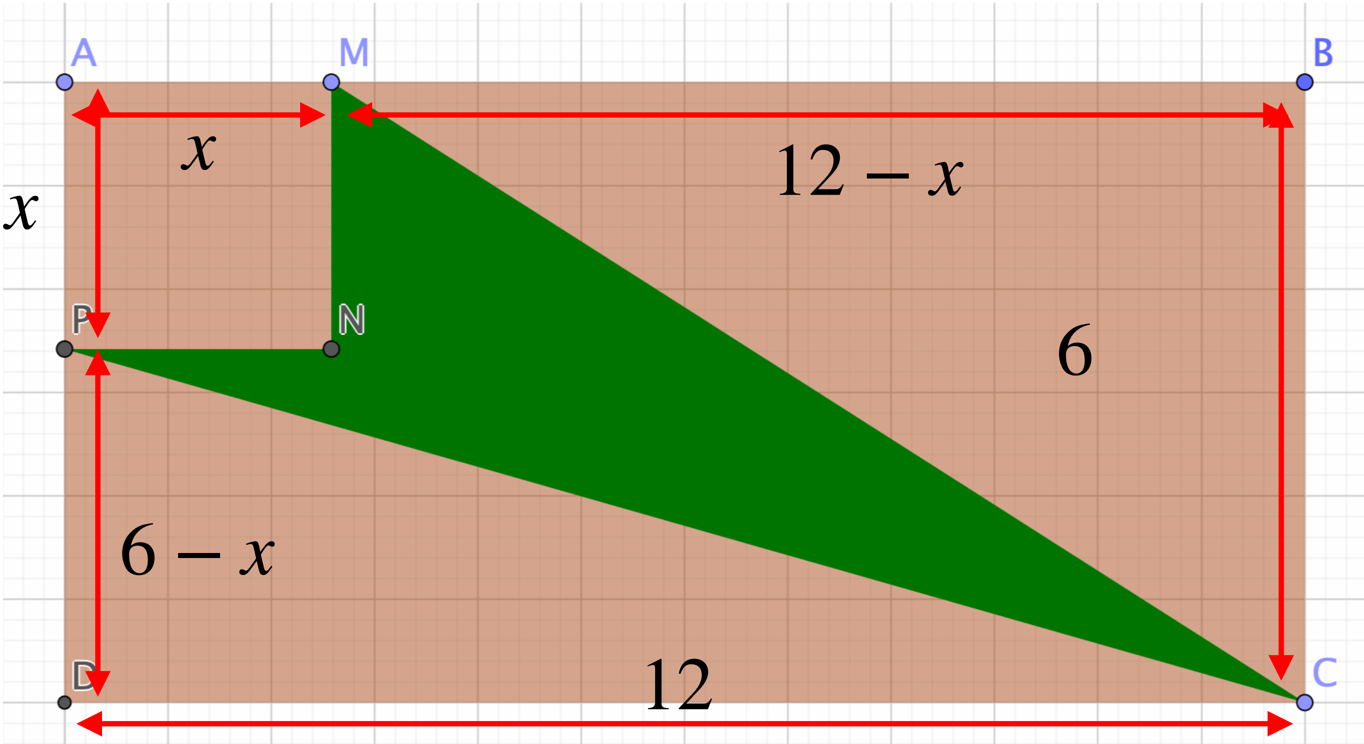
Posons $AM = x$



L'aire du triangle vert est égale à l'aire du rectangle complet moins les aires rouges.

$\mathscr{A}_{MBC} = \dfrac{6 \times (12 - x)}{2}$

$\mathscr{A}_{PDC} = \dfrac{12 \times (6 - x)}{2}$

Donc : $\mathscr{A} = 12 \times 6 - x^2 - \mathscr{A}_{MBC} - \mathscr{A}_{PDC}$

D'où : $\mathscr{A} = 72 - x^2 - 3 \times (12 - x) - 6 \times (6 - x)$

Finalement : $\mathscr{A} = 72 - x^2 - 36 + 3x - 36 + 6x = -x^2 + 9x = x(-x + 9)$

Méthode avec tableur :

x	0	1	2	3	4	4,5	5	6
$x(-x+9)$	0	8	14	18	20	20,25	20	18

x	4	4,1	4,2	4,3	4,4	**4,5**	4,6	4,7	4,8	4,9	5
$x(-x+9)$	20	20,09	20,16	20,21	20,24	**20,25**	20,24	20,21	20,16	20,09	20

$$-x^2+9x=-[x^2-9x]=-[x^2-4{,}5\times 2x]$$

or $(A-B)^2=A^2-2\times A\times B\quad+B^2$

$$x^2-2\times x\times 4{,}5=x^2-2\times x\times 4{,}5+4{,}5^2-4{,}5^2$$

$$x^2-2\times x\times 4{,}5=x^2-2\times x\times 4{,}5+4{,}5^2-4{,}5^2$$

$$x^2-2\times x\times 4{,}5=[x-4{,}5]^2\qquad -4{,}5^2$$

Revenons à l'équation de départ :

$$-x^2+9x=-[x^2-9x]=-[(x-4{,}5)^2\qquad -4{,}5^2]=-(x-4{,}5)^2+4{,}5^2$$

$A(x)=4{,}5^2-(x-4{,}5)^2$

$(x-4{,}5)^2$ est toujours positif ou nul en $x=4{,}5$

A(x) est la différence entre $4{,}5^2$ et un nombre toujours positif ou nul en $x=4{,}5$.

Donc A(x) va être maximum quand $(x-4{,}5)^2$ est nul.

On en déduit que le maximum est en x=4,5 et qu'il vaut $4{,}5^2=20{,}25$.

L'aire du triangle vert est égale à l'aire du rectangle complet moins les aires rouges.

Donc : $\mathscr{A} = 12 \times 6 - x^2 - \dfrac{6 \times (12 - x)}{2} - \dfrac{12 \times (6 - x)}{2}$

Donc : $\mathscr{A} = 72 - x^2 - 3 \times (12 - x) - 6 \times (6 - x)$

Finalement : $\mathscr{A} = 72 - x^2 - 36 + 3x - 36 + 6x = -x^2 + 9x$

Là, on est embêté car on doit trouver le maximum de cette fonction. Le plus simple est de tracer cette fonction à la calculatrice et de trouver son **maximum** de manière graphique.

Méthode calculatoire (experte) :

$$-x^2 + 9x = -(x^2 - 9x) = -\left[(x - 4{,}5)^2 - 20{,}25\right] = -(x - 4{,}5)^2 + 20{,}25$$

Cela me dit que la fonction va être maximum quand $x = 4{,}5$. Voyez-vous pourquoi?