

Chapitre 11 : Information chiffrée

I. Proportion et pourcentage

1) Proportion d'une sous-population

Définition :

Soit A une partie d'un ensemble E.

Soit n_E le nombre d'éléments de E et n_A le nombre d'éléments de A.

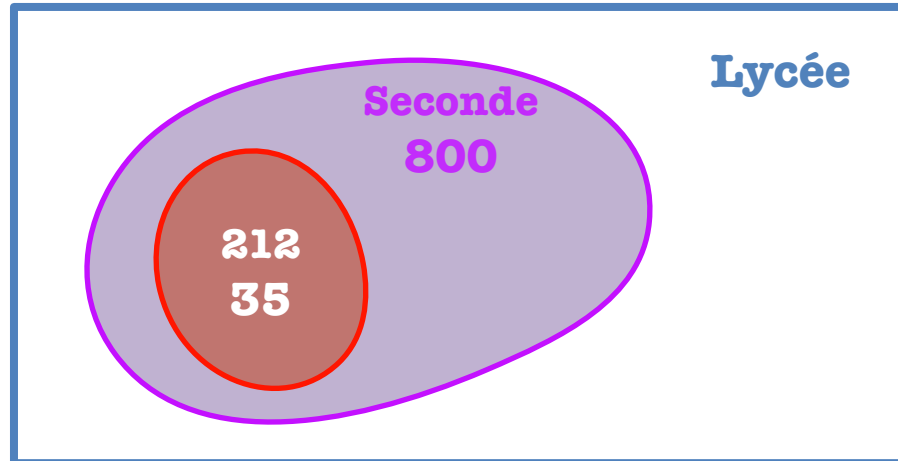
La **proportion** p des éléments de A par rapport à E s'écrit : $p = \frac{n_A}{n_E}$

On note $A \subset E$

Exemple :

Cette année, au Lycée Ferney-Voltaire, environ 800 élèves sont inscrits en classe de Seconde. 35 d'entre eux sont en Seconde 12.

On peut représenter cette situation par un **diagramme de Venn** (ou diagramme en patates!) :



La population totale n_E est égale à 800.

La sous-population A des élèves de Seconde 12 n_A est égale à 35.

Donc, la **proportion** d'élèves de 212 parmi tous les élèves de Seconde, notée p , est : $p = \frac{n_A}{n_E} = \frac{35}{800} = 0,04375 \approx 4,4 \%$.

2) Pourcentage d'une quantité

Définition :

Pour prendre le pourcentage **de** quelque chose (= quantité), on **multiplie** cette quantité par le pourcentage souhaité.

Exemple :

10% des 50000 girafes restantes disparaissent chaque année. On fait le calcul

suivant : $10\% \times 50000 = \frac{10}{100} \times 50000 = 5000$ girafes

disparaissent.

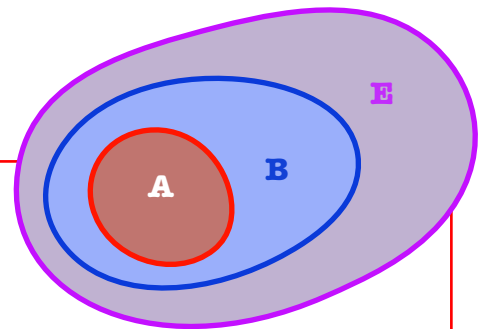
3) Proportions échelonnées

Propriété :

Soit $A \subset B \subset E$.

On appelle p_1 la proportion de **A** dans **B** et p_2 la proportion de **B** dans **E**.

La proportion p de **A** dans l'ensemble **E** est : $p = p_1 \times p_2$



Exemple :

40% des employés d'une entreprise sont des femmes. 25% d'entre elles gagnent moins de 2200€ par mois.

Quelle est la proportion de femmes gagnant moins de 2200€ par mois ?

On fait : $p = p_1 \times p_2 = \frac{40}{100} \times \frac{25}{100} = 10\%$

II. Évolution exprimée en pourcentages

1) Évolution d'une quantité

Propriétés :

- ❖ Augmenter une valeur de $p\%$ revient à la multiplier par $1 + \frac{p}{100}$.
- ❖ Diminuer une valeur de $p\%$ revient à la multiplier par $1 - \frac{p}{100}$.
- ❖ $1 + \frac{p}{100}$ et $1 - \frac{p}{100}$ sont appelés des coefficients multiplicateurs.

Méthode : Calculer une évolution

- A. L'effectif d'un lycée de 1500 élèves va augmenter l'année prochaine de 4 %.
Calculer le nouvel effectif.

On part de 1500 élèves et on ajoute 4 % de 1500 :

$$1500 + 1500 \times 4\% = 1500 \times (1 + 4\%) = 1500 \times 1,04 = 1560 \text{ élèves.}$$

- B. Un ordinateur valant 800€ en 2010 voit son prix baisser de 10% par an. Quel est son prix en 2011 ?

On part de 800€ et on enlève 10 % de 800 :

$$800 \times (1 - 10\%) = 800 \times 0,9 = 720 \text{ élèves.}$$

- C. Un vêtement en soldes à - 70% est vendu 15€. Quel était son prix avant réduction ?

On cherche le prix de départ. Appelons-le **P** . La formule que l'on a vue précédemment nous indique que : $P \times (1 - 70\%) = 15$.

On doit donc résoudre cette équation : $P \times (1 - 70\%) = P \times 0,3 = 15$.

$$\text{Donc, } P = \frac{15}{0,3} = 50 \text{ € .}$$

2) Taux d'évolution

Définition : On prend une valeur initiale X_{ini} qui subit une évolution pour arriver à une valeur finale X_{fin} .

On définit le taux d'évolution comme la division: $t = \frac{X_{\text{fin}} - X_{\text{ini}}}{X_{\text{ini}}}$.

Remarque 1:

Lorsque t est exprimé en %, on parle de pourcentage d'évolution de.

Remarque 2:

Si $t > 0$, l'évolution est une **augmentation**.

Si $t < 0$, l'évolution est une **diminution**.

Méthode : Calculer un taux d'évolution

Entre deux années successives, le montant des importations d'un pays est passé de 33 millions à 29 millions.

Calculer le taux d'évolution en % du montant des importations.

$$t = \frac{29 - 33}{33} = \frac{-4}{33} \approx -0,12 = -12\%.$$

On conclut que les importations ont **diminué de 12 %** entre les deux années.

3) Evolutions successives

Propriété :

Si une grandeur subit **plusieurs évolutions successives** alors le coefficient multiplicateur global est égal **aux produits des coefficients multiplicateurs de chaque évolution**.

Méthode : Comment calculer un taux d'évolution **global**

En 2013, une entreprise d'automobiles voit ses ventes augmenter de 15% par rapport à 2012.

En 2014, ses ventes diminuent de 10 % par rapport à 2013.

Calculer le taux d'évolution des ventes sur les deux années.

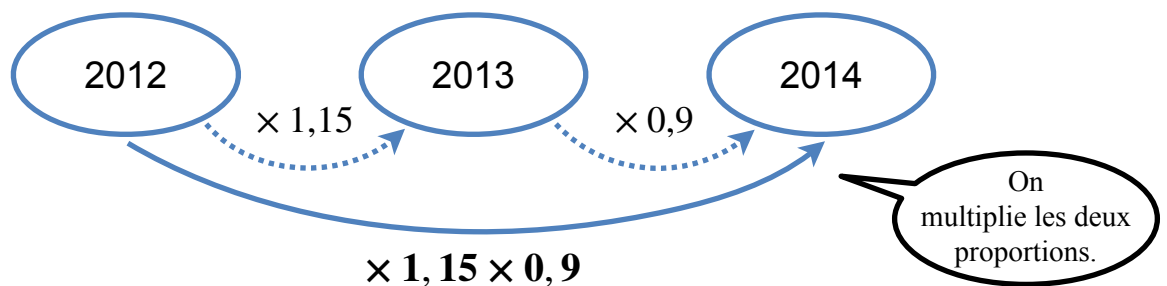
Le coefficient multiplicateur correspondant à l'augmentation en 2013 est égal à :

$$1 + \frac{15}{100} = 1,15.$$

Le coefficient multiplicateur correspondant à la diminution en 2014 est égal à :

$$1 - \frac{10}{100} = 0,9.$$

Graphiquement, on peut représenter la situation comme ci-dessous :



Le coefficient multiplicateur global (sur les deux années) est donc égal à :

$$1,15 \times 0,9 = 1,035 = 1 + \frac{3,5}{100}.$$

On conclut que le taux d'évolution des ventes sur les deux années vaut **3,5 %**.