

Übungen zur Computerorientierten Physik

1 Logistische Gleichung

Zeigt viele Grundprinzipien von Chaos mit allereinfachsten Mitteln.

Allgemein: 1-dim. Abbildung $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert Iteration

$$x_{n+1} = f(x_n) \quad (n = 0, 1, \dots) \quad (1)$$

Hier: Logistische Abbildung

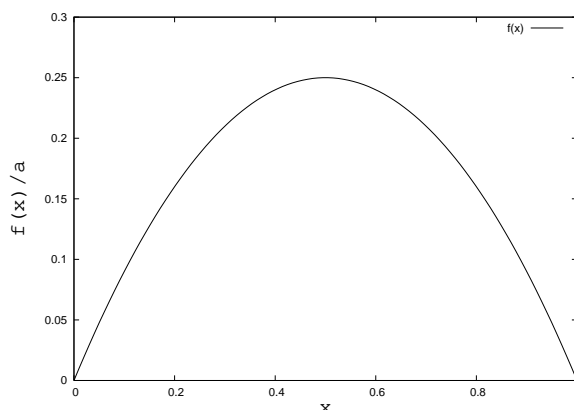
$$f(x) = a * x(1 - x) \quad (2)$$

Beschreibt z.B. Populationswachstum.

Hat Maximum bei $x_m = 0.5$ mit $f(x_m) = a/4$.

→ Beschränkung $a \in [0, 4]$

→ $f([0, 1]) \subset [0, 1]$



1. Entwerfen und implementieren Sie unter Linux ein C Programm, das die logistische Gleichung für gegebenen Wert von **a** iteriert, beginnend mit **x=0.5**. Dazu soll eine Schleife **num_steps=400** mal durchlaufen werden und jedes mal der Schleifenzähler **step** und der aktuelle Wert von **x** (und ein **\n**) in einer Zeile ausgegeben werden.
2. Compilieren Sie mit dem C-Compiler (z.B. mit den Optionen **-o logistic -g**) und stellen Sie sicher, dass das Programm funktioniert. (Sie könnten zum Beispiel den Debugger **gdb** mit **logistic** als Argument aufrufen. Im Debugger können Sie mit **break <Zeile>** einen Breakpoint setzen, das Programm mit **run** starten und ab dem Erreichen des Breakpoints mit **step** schrittweise verfolgen.)
3. Lassen Sie das Program laufen für **a=2.9** und leiten Sie die Ausgabe in der Shell in eine Datei um, z.B. durch

```
./logistic > logistic_a29.dat
```

Betrachten Sie die Ausgabe (“Zeitreihe”) mit `gnuplot`, indem Sie das Programm von der Shell (oder anders) starten und in der Befehlseingabe schreiben:

```
plot "logistic_a29.dat"
```

Was beobachten Sie?

Minimalziel

4. Wiederholen Sie die Simulationen und das Plotten für $a=3.1$, $a=3.5$, $a=3.6$ und $a=3.83$. Was beobachten Sie für die Zeitreihen?
5. Erweitern/ändern Sie ihr Programm wie folgt:
 - Iterieren Sie in Ihrem Program von $a=2.8$ bis $a=4.0$ in 120 Zwischenschritten ($\Delta a=0.01$) und lassen Sie jeweils die ganze Iteration wie oben durchlaufen.
 - Die Ausgabe soll bei gegebenem Wert von a erst nach `num_equilibration = 100` Equilibrierungsschritten (“Einschwingzeit”) beginnen.
 - Es sollen bei jeder Ausgabe nun in jeder Zeile a und x ausgegeben werden, es werden also zu jedem a Wert viele x Werte ausgegeben.

Leiten Sie die gesamte Ausgabe (für alle Werte von a) wieder in eine (einzeln) Datei um

```
./logistic > logistic_dots.dat
```

und stellen Sie die Ausgabedatei wieder mit `gnuplot` dar. Was beobachten Sie?

6. Zusatzaufgabe

Variieren Sie a im Bereich 3.4 und 3.6 mit 200 Zwischenschritten. Was beobachten Sie?