

## Etudes de Cas

### « Programmation Linéaire et Développement Durable »

*Merci d'apporter votre ordinateur portable avec Excel, batterie chargée, en séance.*

### Problème de dépollution (PL)

Une rivière dont le débit est de 10 000 m<sup>3</sup> par jour contient trois polluants A, B et C. Des mesures ont permis de constater qu'un m<sup>3</sup> d'eau de cette rivière contient une quantité de polluants A, B et C qui est respectivement de 0,15, 0,32 et 0,471 grammes.

Pour dépolluer cette rivière, on dispose de quatre traitements de coût et d'efficacité inégaux. Ces traitements sont décrits dans le tableau suivant :

Polluants	Traitements			
	1	2	3	4
A	0,6	0,15	0,07	0,15
B	0,5	0,12	0,21	0,2
C	0,92	0,41	0,37	0,45
Coût ( €/ 1000 m3)	4	12	18	15

Ainsi, traiter un m<sup>3</sup> d'eau avec le traitement 2 coûte 0,012 €. Une fois traité, ce m<sup>3</sup> ne contiendra que 15 %, 12 % et 41% de la quantité initiale de polluants A, B et C.

On désire diminuer de moitié la pollution de la rivière pour chacun des trois polluants. Formuler un programme linéaire permettant d'atteindre ce résultat au moindre coût. Vous commenterez avec précision les variables de décision utilisées et chacune des contraintes.

Sans résoudre ce PL, que pouvez-vous dire de la solution optimale ?

Comment se modifie le problème si la contrainte de dépollution devient : dépolluer de moitié pour *au moins deux des trois polluants* (au lieu de : pour chaque polluant)?

## Pétrochimie et Développement Durable

Une entreprise de pétrochimie est mise en cause pour la pollution atmosphérique engendrée par ses activités. On donne les éléments d'un problème simplifié où l'on distingue 2 produits et 3 polluants :

	Émissions liées à la production d'une tonne du Produit 1	Émissions liées à la production d'une tonne du Produit 2
NO <sub>2</sub> (m <sup>3</sup> )	24	36
SO <sub>2</sub> (m <sup>3</sup> )	8	12
Particules (kg)	100	50

On estime à 1200 K€ (resp. 1500 K€) le profit réalisé suite à la fabrication et la vente d'une tonne de produit 1 (resp. 2). Il n'y a aucun problème de débouché pour ces produits obtenus à partir de pétrole disponible en quantité illimitée, du fait de la proximité d'une raffinerie. Ces deux produits sont fabriqués par passage de pétrole dans une « colonne de distillation », disponible 130 heures par semaine. La production d'une tonne de produit 1 (resp. 2) requiert 5 (resp. 6,5) heures de distillation.

Suite à la mise en cause de l'entreprise, de nouvelles normes imposent de ne pas rejeter *par semaine* plus de 550 m<sup>3</sup> de NO<sub>2</sub>, 180 m<sup>3</sup> de SO<sub>2</sub> et 1250 kg de particules.

Deux dispositifs antipollution, pouvant se combiner, permettent de diminuer les rejets. Leur coût d'installation est négligeable. Les caractéristiques des dispositifs sont résumées ci-après :

	Dispositif 1	Dispositif 2	Dispositifs 1 et 2
NO <sub>2</sub> (m <sup>3</sup> )	12	3	14
SO <sub>2</sub> (m <sup>3</sup> )	0	45	44
Particules (kg)	54	2	54
Facteur de ralentissement	1,1	1,05	1,35
Coût/tonnes produites	100	150	350

Ainsi, produire une tonne de produit 1 ou 2 en utilisant le dispositif 2 permet de ne rejeter que  $(1 - 45\%) = 55\%$  de la quantité de SO<sub>2</sub> qui aurait été rejetée en l'absence de tout dispositif. Produire une tonne de produit 1 ou 2 en utilisant le dispositif 2 entraîne des coûts supplémentaires de 150 K€. La production d'une tonne de produit 1 ou 2 avec le dispositif 2 nécessite un temps passé dans la colonne de distillation égal à 1,05 fois le temps de distillation nécessaire en dehors de tout dispositif.

Formulez un Programme Linéaire permettant d'aider à la détermination d'un plan de production hebdomadaire respectant les nouvelles normes de production. (*Exercice fourni par Denis Bouyssou*)