

អ៊ីពែបូល

ដំណោះស្រាយលំហាត់

1. សង់អ៊ីពែបូលនិងអាស៊ីមតូតរបស់វា

ក. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

ខ. $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$

គ. $y^2 - 4x^2 = 16$

ឃ. $x^2 - y^2 = 1$

ង. $x^2 - 5y^2 = 25$

ច. $y^2 - x^2 = 25$

ដំណោះស្រាយ

ក. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ មានអ័ក្សទទឹងស្របនឹងអ័ក្ស $x'ox$ យើងបាន

$a=3; b=4; h=0; k=0$

កំពូល $(-a,0)=(-3,0)$ និង $(a,0)=(3,0)$

អាស៊ីមតូត $y = \frac{b}{a}x = \frac{4}{3}x$ និង $y = -\frac{b}{a}x = -\frac{4}{3}x$

ខ. $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$ មានអ័ក្សទទឹងស្របនឹងអ័ក្ស $y'oy$

គេបាន: $a=3; b=4; h=0; k=0$

កំពូល $(0,3); (0,-3)$

អាស៊ីមតូត $y = \frac{a}{b}x = \frac{3}{4}x$ និង $y = -\frac{a}{b}x = -\frac{3}{4}x$

គ. $y^2 - 4x^2 = 16 \Rightarrow \frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{4} = 1$ មានអ័ក្សទទឹងស្របនឹងអ័ក្ស $y'oy$

មាន $a=4; b=2; h=0; k=0$

កំពូល $(0,-4); (0,4)$ អាស៊ីមតូត $y = \frac{a}{b}x = 2x; y = -\frac{a}{b}x = -2x$

ឃ. $x^2 - y^2 = 1$ មានអ័ក្សទទឹងស្របនឹងអ័ក្ស $x'ox$ យើងបាន

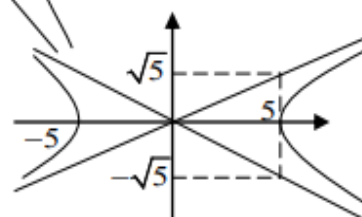
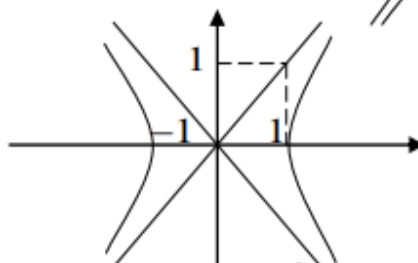
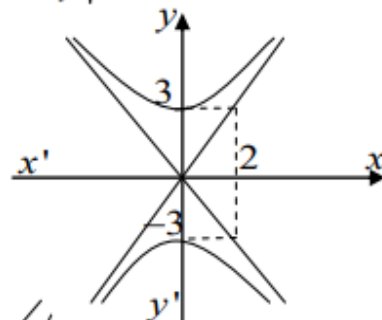
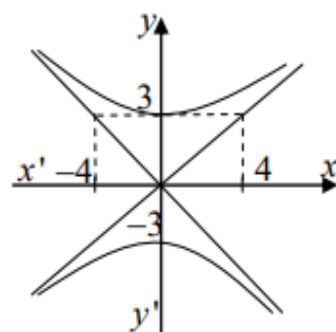
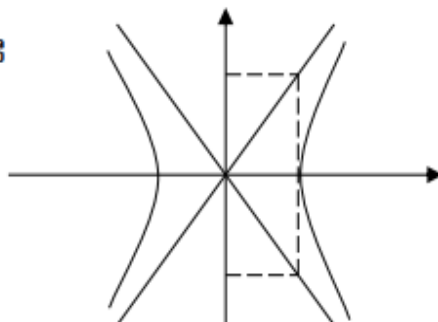
មាន $h=0; k=0; a=1; b=1$

កំពូល $(-1,0); (1,0)$

អាស៊ីមតូត $y = \frac{b}{a}x = x; y = -\frac{b}{a}x = -x$

ង. $x^2 - 5y^2 = 25 \Rightarrow \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{5} = 1$ មានអ័ក្សទទឹងស្រប

នឹងអ័ក្ស $x'ox$ យើងបាន



មាន $h=0; k=0; a=5; b=\sqrt{5}$

កំពូល $(-5,0);(5,0)$

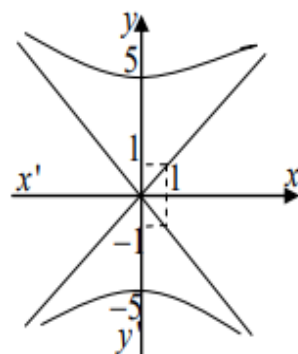
អាស៊ីមតូត $y=\frac{b}{a}x=\frac{\sqrt{5}}{5}x; y=-\frac{b}{a}x=-\frac{\sqrt{5}}{5}x$

ច. $y^2-x^2=25 \Rightarrow \frac{y^2}{25}-\frac{x^2}{25}=1$ មានអ័ក្សទទឹងស្របនឹងអ័ក្ស $y'oy$

មាន $a=5; b=5; h=0; k=0$

កំពូល $(0,5)$ និង $(0,-5)$

អាស៊ីមតូត $y=x; y=-x$



2. រកផ្ចិត កំណុំ កំពូល អ៊ុចសង់ទ្រីស៊ីតេនិងអាស៊ីមតូតនៃអ៊ីពែបូល បន្ទាប់មកសង់អ៊ីពែបូលនោះ

ក. $y^2-\frac{x^2}{4}=1$

ខ. $5y^2=4x^2+20$

គ. $\frac{(x-1)^2}{4}-\frac{(y+2)^2}{1}=1$

ឃ. $\frac{(x-2)^2}{4}-\frac{(y+3)^2}{9}=1$

ង. $4(x-2)^2-9(y+3)^2=36$

ច. $9x^2-y^2-36x-6y+18=0$

ឆ. $4x^2-y^2+8x+2y-1=0$ ។

ដំណោះស្រាយ

ក. $y^2-\frac{x^2}{4}=1$ អ័ក្សទទឹងស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេ

មាន $h=0; k=0; a=1; b=2; c=\sqrt{5}$

យើងបាន

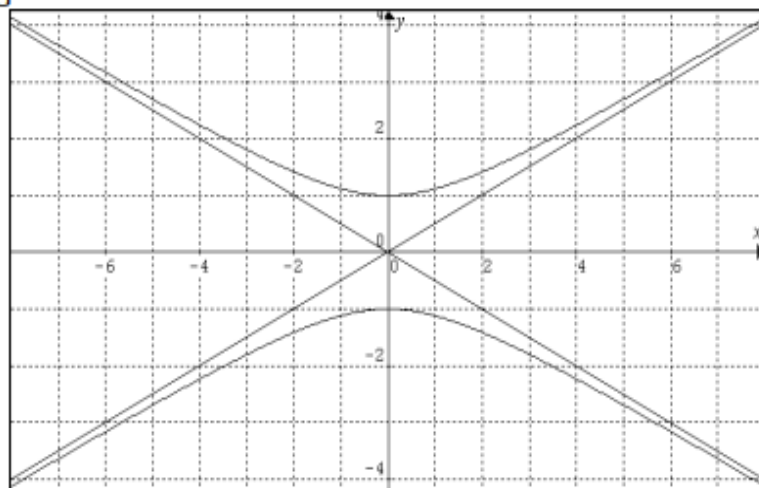
ផ្ចិត $(0,0)$

កំពូល $(0,-1);(0,1)$

កំណុំ $(0,-\sqrt{5});(0,\sqrt{5})$

$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{1}=\sqrt{5}$

អាស៊ីមតូត $y=\pm\frac{1}{2}x$



ខ. $5y^2=4x^2+20 \Rightarrow \frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{5}=1$ អ័ក្សទទឹងស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេ

មាន $h=0; k=0; a=2; b=\sqrt{5}; c=3$

យើងបាន

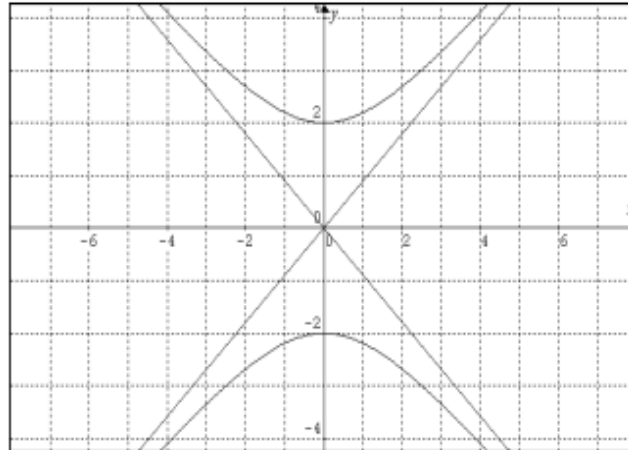
ផ្ចិត $(0,0)$

កំពូល $(0,-2);(0,2)$

កំណុំ $(0,-3);(0,3)$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{3}{2}$$

អាស៊ីមតូត $y = \pm \frac{2}{\sqrt{5}}x$



គ. $\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y+2)^2}{1} = 1$ អ័ក្សទទឹងស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស

មាន $h=1; k=-2; a=2; b=1; c=\sqrt{5}$

ផ្ចិត $(1,-2)$

កំពូល $(-1,-2);(3,-2)$

កំណុំ $(1-\sqrt{5},-2);(1+\sqrt{5},-2)$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

អាស៊ីមតូត

$$y = k + \frac{b}{a}(x-h) = -2 + \frac{1}{2}(x-1) = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$$

$$y = k - \frac{b}{a}(x-h) = -2 - \frac{1}{2}(x-1) = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$

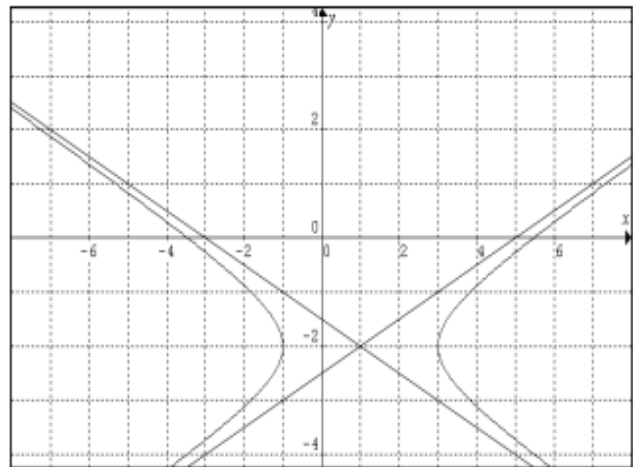
ឃ. $\frac{(x-2)^2}{4} - \frac{(y+3)^2}{9} = 1$ អ័ក្សទទឹងស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស

មាន $h=2; k=-3; a=2; b=3; c=\sqrt{13}$

ផ្ចិត $(2,-3)$

កំពូល $(0,-3);(4,-3)$

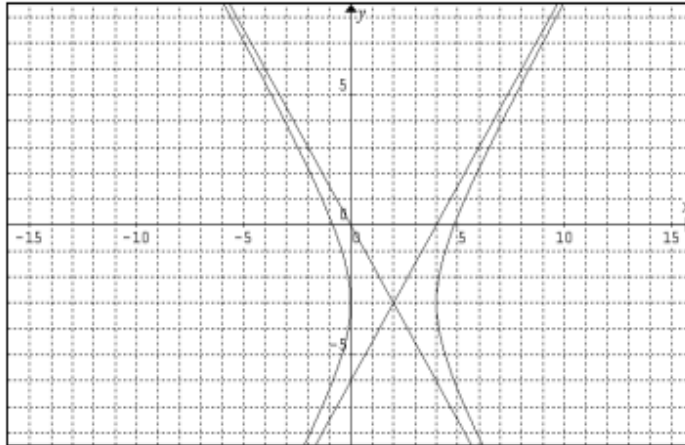
កំណុំ $(-1,-3);(5,-3)$



$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

អាស៊ីមតូត $y = k + \frac{b}{a}(x-h) = -3 + \frac{3}{2}(x-2) = \frac{3}{2}x - 6$

និង $y = k - \frac{b}{a}(x-h) = -3 - \frac{3}{2}(x-2) = -\frac{3}{2}x$



ឯ. $4(x-2)^2 - 9(y+3)^2 = 36 \Rightarrow \frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y+3)^2}{4} = 1$ អ័ក្សទទឹងស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស

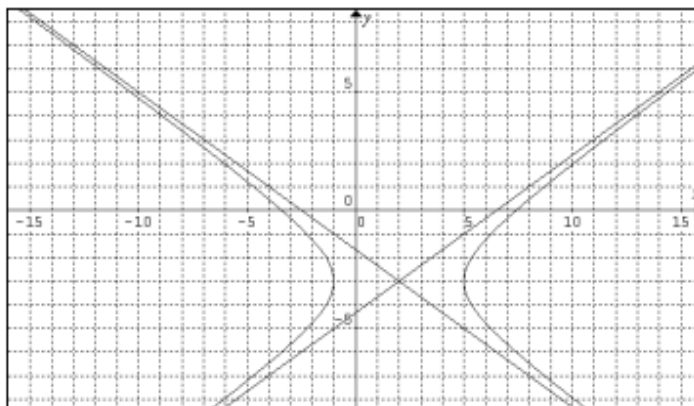
មាន $h=2; k=-3; a=3; b=2; c=\sqrt{13}$

ផ្ចិត $(2, -3)$ កំពូល $(-1, -3); (5, -3)$

កំណុំ $(2-\sqrt{13}, -3); (2+\sqrt{13}, -3)$ $e = \frac{\sqrt{13}}{3}$

អាស៊ីមតូត $y = k + \frac{b}{a}(x-h) = -3 + \frac{2}{3}(x-2) = \frac{2}{3}x - \frac{13}{3}$

និង $y = k - \frac{b}{a}(x-h) = -3 - \frac{2}{3}(x-2) = -\frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$



$$\text{ឆ. } 9x^2 - y^2 - 36x - 6y + 18 = 0$$

$$\Rightarrow 9x^2 - 36x + 36 - y^2 - 6y - 9 = 9$$

$$\Rightarrow 9(x-2)^2 - (y+3)^2 = 9$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 - \frac{(y+3)^2}{9} = 1 \text{ អ័ក្សទទឹងស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស}$$

$$\text{មាន } h=2; k=-3; a=1; b=3; c=\sqrt{10}$$

$$\text{ជ្រិត } (2, -3)$$

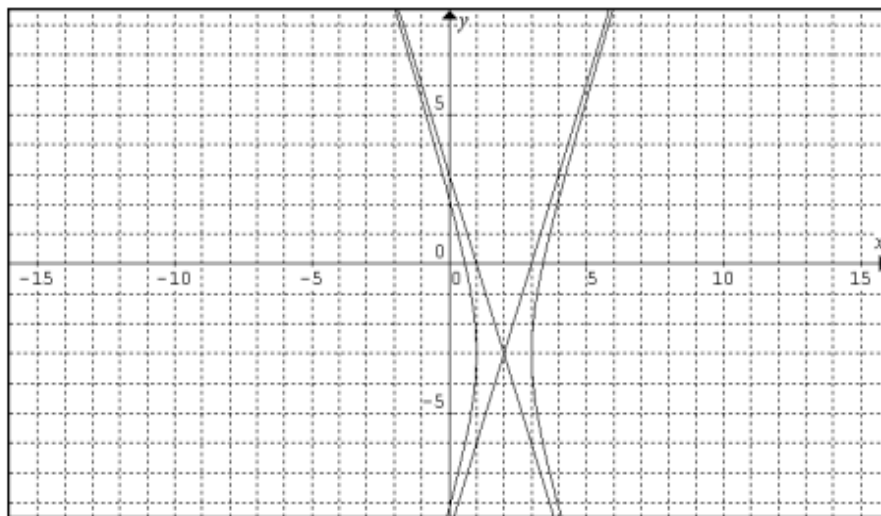
$$\text{កំពូល } (1, -3); (3, -3)$$

$$\text{កំណុំ } (2 - \sqrt{10}, -3); (2 + \sqrt{10}, -3)$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{10}}{1} = \sqrt{10}$$

$$\text{សមីការត្រង់ } y = k + \frac{b}{a}(x-h) = -3 + \frac{3}{1}(x-2) = 3x-9$$

$$y = k - \frac{b}{a}(x-h) = -3 - \frac{3}{1}(x-2) = -3x+3$$



$$\text{ឆ. } 4x^2 - y^2 + 8x + 2y - 1 = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 8x + 4 - y^2 + 2y - 1 = 4$$

$$\Rightarrow 4(x+1)^2 - (y-1)^2 = 4$$

$$\Rightarrow (x+1)^2 - \frac{(y-1)^2}{4} = 1 \text{ អ័ក្សទទឹងស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស}$$

$$\text{មាន } h=-1; k=1; a=1; b=2; c=\sqrt{5}$$

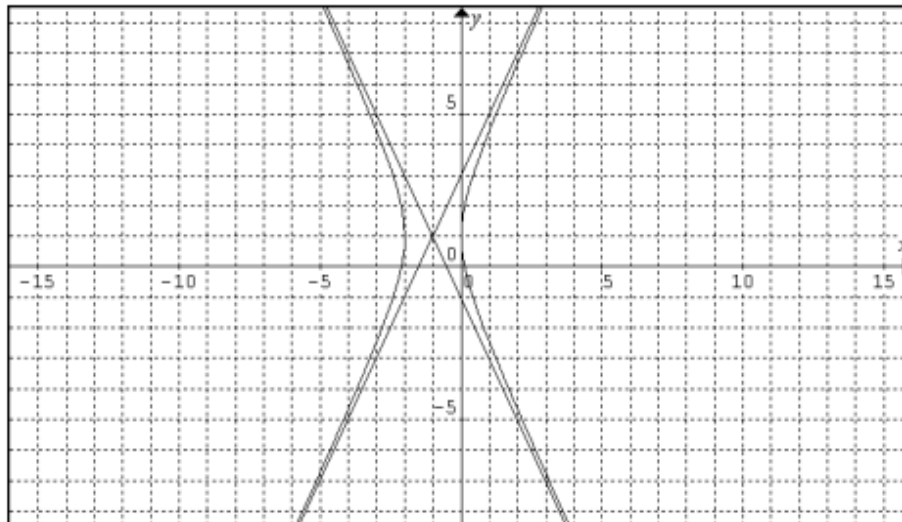
$$\text{ជ្រិត } (-1, 1) \text{ កំពូល } (-2, 1); (0, 1)$$

កំណុំ $(-1-\sqrt{5},1);(-1+\sqrt{5},1)$

$$e = \frac{c}{a} = \sqrt{5}$$

អាស៊ីមតូត $y = k + \frac{b}{a}(x-h) = 1+2(x+1) = 2x+3$

$$y = k - \frac{b}{a}(x-h) = 1-2(x+1) = -2x-1$$



3. រកផ្ចិត កំណុំ កំពូលនិងអាស៊ីមតូតនៃអ៊ីពែបូល បន្ទាត់មកសង់អ៊ីពែបូលនោះ

ក. $x^2 - y^2 - 2x - 2y - 1 = 0$

ខ. $y^2 - 4x^2 - 16x - 2y - 19 = 0$

គ. $3y^2 - x^2 + 6x - 12y = 0$

ឃ. $4x^2 - 5y^2 - 16x + 10y + 31 = 0$

ដំណោះស្រាយ

ក. $x^2 - y^2 - 2x - 2y - 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 - (y+1)^2 = 1$ អ៊ីពែបូលទទឹងស្របនឹងអ៊ីពែបូលអាប៉ូស៊ីស

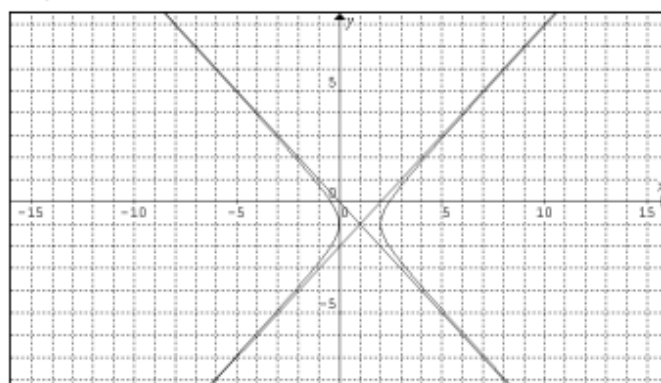
មាន $h=1; k=-1; a=1; b=1; c=\sqrt{2}$

ផ្ចិត $(1, -1)$ កំពូល $(0, -1); (2, -1)$

កំណុំ $(1+\sqrt{2}, -1); (1-\sqrt{2}, -1)$

អាស៊ីមតូត $y = k + \frac{b}{a}(x-h) = -1 + \frac{1}{1}(x-1) = x-2$

$$y = k - \frac{b}{a}(x-h) = -1 - \frac{1}{1}(x-1) = -x$$



$$ខ. y^2 - 4x^2 - 16x - 2y - 19 = 0$$

$$\Rightarrow (y^2 - 2y + 1) - 4(x^2 + 4x + 4) = 4$$

$$\Rightarrow \frac{(y-1)^2}{4} - (x+2)^2 = 1$$

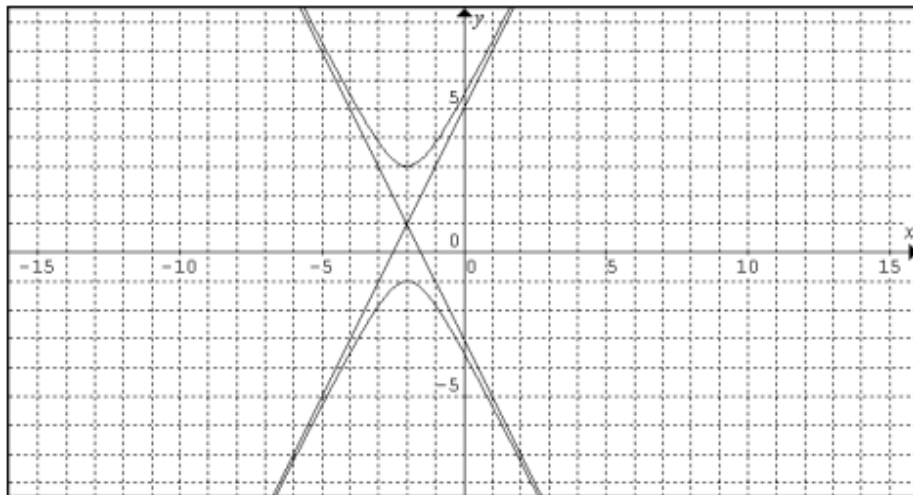
ជាសមីការស្តង់ដារដែលមានអ័ក្សទទឹងស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេ យើងបាន

$$h = -2; k = 1; a = 2; b = 1; c = \sqrt{5}$$

$$\text{ផ្ចិត } (-2, 1) \quad \text{កំពូល } (-2, -1); (-2, 3) \quad \text{កំណុំ } (-2, 1 - \sqrt{5}); (-2, 1 + \sqrt{5})$$

$$\text{សមីការអាស៊ីមតូត } y = k + \frac{a}{b}(x - h) = 1 + \frac{2}{1}(x + 2) = 2x + 5$$

$$y = k - \frac{a}{b}(x - h) = 1 - \frac{2}{1}(x + 2) = -2x - 3$$



$$គ. 3y^2 - x^2 + 6x - 12y = 0$$

$$\Rightarrow 3(y^2 - 4y + 4) - (x^2 - 6x + 9) = 3$$

$$\Rightarrow (y-2)^2 - \frac{(x-3)^2}{3} = 1$$

ជាសមីការស្តង់ដារដែលមានអ័ក្សទទឹងស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេ

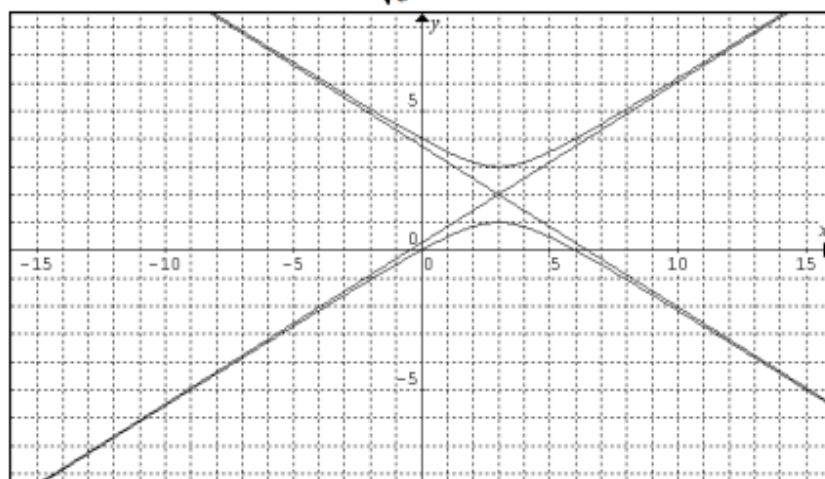
$$h = 3; k = 2; a = 1; b = \sqrt{3}; c = 2$$

$$\text{ផ្ចិត } (3, 2)$$

$$\text{កំពូល } (3, 1); (3, 3)$$

$$\text{កំណុំ } (3, 0); (3, 4)$$

សមីការអាស៊ីមតូត $y = k + \frac{b}{a}(x-h) = 2 + \frac{1}{\sqrt{3}}(x-3)$ និង $y = k - \frac{b}{a}(x-h) = 2 - \frac{1}{\sqrt{3}}(x-3)$



ឬ. $4x^2 - 5y^2 - 16x + 10y + 31 = 0$

$\Rightarrow 4(x^2 - 4x + 4) - 5(y^2 - 2y + 1) = -20$

$\Rightarrow \frac{(y-1)^2}{4} - \frac{(x-2)^2}{5} = 1$

ជាសមីការស្តង់ដារដែលមានអ័ក្សទទឹងស្របនឹងអ័ក្សដេក

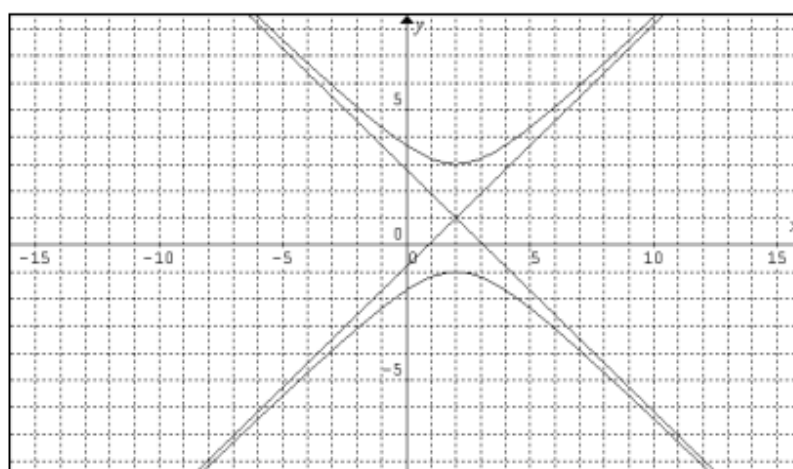
$h=2; k=1; a=2; b=\sqrt{5}; c=3$

ផ្ចិត (2, 1)

កំពូល (2, -1); (2, 3)

កំណុំ (2, -2); (2, 4)

សមីការអាស៊ីមតូត $y = k + \frac{a}{b}(x-h) = 1 + \frac{2}{\sqrt{5}}(x-2)$ និង $y = k - \frac{a}{b}(x-h) = 1 - \frac{2}{\sqrt{5}}(x-2)$



4. រកសមីការស្តង់ដារនៃអ៊ីពែបូលដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌដែលឱ្យ ៖

ក. ផ្ចិតមានកូអរដោនេ $(0, 0)$ កំពូលមានកូអរដោនេ $(0, 2)$ និងកំណុំមានកូអរដោនេ $(0, 4)$ ។

ខ. ផ្ចិតមានកូអរដោនេ $(0, 0)$ កំពូលមានកូអរដោនេ $(3, 0)$ និងកំណុំមានកូអរដោនេ $(5, 0)$ ។

គ. កំពូលទាំងពីរមានកូអរដោនេ $(\pm 1, 0)$ និងអាស៊ីមតូតទាំងពីរមានសមីការ $y = \pm 3x$ ។

ឃ. កំពូលទាំងពីរមានកូអរដោនេ $(0, \pm 3)$ និងអាស៊ីមតូតទាំងពីរមានសមីការ $y = \pm 3x$ ។

ង. កំពូលទាំងពីរមានកូអរដោនេ $(2, \pm 3)$ និងចំណុចមួយនៅលើក្រាបមានកូអរដោនេ $(0, 5)$ ។

ដំណោះស្រាយ

ក. ផ្ចិតមានកូអរដោនេ $(0, 0)$ កំពូលមានកូអរដោនេ $(0, 2)$ និងកំណុំមានកូអរដោនេ $(0, 4)$

ដោយកំពូលនិងកំណុំមានអាប័ស៊ីសស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេ និងមានផ្ចិត $(0, 0)$

នោះ សមីការស្តង់ដារមានរាង

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

$$\text{កំពូលមានកូអរដោនេ } (0, 2) = (0, a) \Rightarrow a = 2$$

$$\text{កំណុំមានកូអរដោនេ } (0, 4) = (0, c) \Rightarrow c = 4$$

$$\text{តាមរូបមន្ត } c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow b^2 = c^2 - a^2 = 16 - 4 = 12$$

$$\text{ដូចនេះ សមីការស្តង់ដារ } \boxed{\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{12} = 1}$$

ខ. ផ្ចិតមានកូអរដោនេ $(0, 0)$ កំពូលមានកូអរដោនេ $(3, 0)$ និងកំណុំមានកូអរដោនេ $(5, 0)$

$$\text{សមីការស្តង់ដារមានរាង } \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\text{ដោយ កំពូលមានកូអរដោនេ } (3, 0) = (a, 0) \Rightarrow a = 3$$

$$\text{កំណុំមានកូអរដោនេ } (5, 0) = (c, 0) \Rightarrow c = 5$$

$$\text{តាមរូបមន្ត } c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow b^2 = c^2 - a^2 = 25 - 9 = 16$$

$$\text{ដូចនេះ សមីការស្តង់ដារ } \boxed{\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1}$$

គ. កំពូលទាំងពីរមានកូអរដោនេ $(\pm 1, 0)$ និងអាស៊ីមតូតទាំងពីរមានសមីការ $y = \pm 3x$

ដោយ កំពូលទាំងពីរមានកូអរដោនេ $(\pm 1, 0)$

យើងបាន កូអរដោនេផ្ចិត $\begin{cases} h = \frac{1-1}{2} = 0 \\ k = 0 \end{cases}$

យើងបានសមីការស្តង់ដា $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

កំពូលទាំងពីរមានកូអរដោនេ $(\pm 1, 0) \Rightarrow a = 1$

អាស៊ីមតូតទាំងពីរមានសមីការ $y = \pm 3x \Rightarrow \frac{b}{a} = 3 \Rightarrow b = 3$

ដូចនេះ: $\boxed{x^2 - \frac{y^2}{9} = 1}$

ឃ. កំពូលទាំងពីរមានកូអរដោនេ $(0, \pm 3)$ និងអាស៊ីមតូតទាំងពីរមានសមីការ $y = \pm 3x$
ដោយ កំពូលទាំងពីរមានកូអរដោនេ $(0, \pm 3)$

យើងបាន កូអរដោនេផ្ចិត $\begin{cases} h = 0 \\ k = \frac{3-3}{2} = 0 \end{cases}$

យើងបានសមីការស្តង់ដា $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$

កំពូលទាំងពីរមានកូអរដោនេ $(0, \pm 3) \Rightarrow a = 3$

អាស៊ីមតូតទាំងពីរមានសមីការ $y = \pm 3x \Rightarrow \frac{a}{b} = 3 \Rightarrow b = 1$

ដូចនេះ: $\boxed{\frac{y^2}{9} - x^2 = 1}$

ង. កំពូលទាំងពីរមានកូអរដោនេ $(2, \pm 3)$ និងចំណុចមួយនៅលើក្រាបមានកូអរដោនេ $(0, 5)$
ដោយ កំពូលទាំងពីរមានកូអរដោនេ $(2, \pm 3)$ មានអ័ក្សទទឹងស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេ

យើងបាន កូអរដោនេផ្ចិត $\begin{cases} h = \frac{2+2}{2} = 2 \\ k = \frac{3-3}{2} = 0 \end{cases}$

សមីការស្តង់ដា $\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{y^2}{a^2} - \frac{(x-2)^2}{b^2} = 1$

កំពូល $(2, 3) = (h, k+a) \Rightarrow a = 3$

អ៊ីពែបូលកាត់តាមចំណុច $(0, 5)$ យើងបាន

$\frac{25}{9} - \frac{4}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{4}{b^2} = \frac{16}{9} \Rightarrow b^2 = \frac{9}{4}$

ដូចនេះ សមីការស្តង់ដារ $\boxed{\frac{y^2}{9} - \frac{(x-2)^2}{4} = 1}$

5. រកសមីការស្តង់ដារនៃអ៊ីពែបូលដែលចំពោះគ្រប់ចំណុចនៅលើអ៊ីពែបូលមានផលដកចម្ងាយរបស់វាពីចំណុច $(2, 2)$ និង $(10, 2)$ ស្មើនឹង 6 ។

ដំណោះស្រាយ

តាង $F_1(2, 2)$; $F_2(10, 2)$ ចំណុច $P(x, y)$ ជាចំណុចនៅលើអ៊ីពែបូល

តាម សម្មតិកម្ម គេបាន $F_1P - F_2P = 6$

$$\begin{aligned} \sqrt{(x-2)^2 + (y-2)^2} - \sqrt{(x-10)^2 + (y-2)^2} &= 6 \\ \Rightarrow \sqrt{(x-2)^2 + (y-2)^2} &= 6 + \sqrt{(x-10)^2 + (y-2)^2} \\ \Rightarrow (x-2)^2 + (y-2)^2 &= 36 + (x-10)^2 + (y-2)^2 + 12\sqrt{(x-10)^2 + (y-2)^2} \\ \Rightarrow (x-2)^2 - (x-10)^2 - 36 &= 12\sqrt{(x-10)^2 + (y-2)^2} \\ \Rightarrow x^2 - 4x + 4 - x^2 + 20x - 100 - 36 &= 12\sqrt{(x-10)^2 + (y-2)^2} \\ \Rightarrow 16x - 132 &= 12\sqrt{(x-10)^2 + (y-2)^2} \\ \Rightarrow 4x - 33 &= 3\sqrt{(x-10)^2 + (y-2)^2} \\ \Rightarrow (4x - 33)^2 &= 9[(x-10)^2 + (y-2)^2] \\ \Rightarrow 16x^2 - 264x + 1089 &= 9(x^2 - 20x + 100 + y^2 - 4y + 4) \\ \Rightarrow 16x^2 - 264x + 1089 &= 9x^2 - 180x + 9y^2 - 36y + 936 \\ \Rightarrow 7x^2 - 84x - 9y^2 + 36y + 153 &= 0 \\ \Rightarrow 7(x-6)^2 - 9(y-2)^2 &= 63 \\ \Rightarrow \frac{(x-6)^2}{9} - \frac{(y-2)^2}{7} &= 1 \end{aligned}$$

ដូចនេះ សមីការស្តង់ដារ $\boxed{\frac{(x-6)^2}{9} - \frac{(y-2)^2}{7} = 1}$

6. រកសមីការស្តង់ដារនៃអ៊ីពែបូលដែលចំពោះគ្រប់ចំណុចនៅលើអ៊ីពែបូលមានផលដកចម្ងាយរបស់វាពីចំណុច $(-3, 0)$ និង $(-3, 3)$ ស្មើនឹង 2 ។

ដំណោះស្រាយ

តាមសម្មតិកម្ម $(-3, 0)$ និង $(-3, 3)$ ជាកំណុំ ដែល $2a=2 \Rightarrow a=1$

ផ្ចិតនៃអ៊ីបេបូលជាចំណុចកណ្តាលនៃពីរចំណុច

$$\begin{cases} h = \frac{-3-3}{2} = -3 \\ k = \frac{0+3}{2} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{កំណុំ } (-3, 3) = (h, k+c) \Rightarrow k+c=3 \Rightarrow c=3-k=3-\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow b^2 = c^2 - a^2 = \frac{9}{4} - 1 = \frac{5}{4}$$

$$\text{ដូចនេះ សមីការស្តង់ដារ} \quad \boxed{\left(y - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{(x+3)^2}{\frac{5}{4}} = 1}$$

7. បង្ហាញថាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹង $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ត្រង់ចំណុច (x_o, y_o) មានសមីការ $\frac{x_o x}{a^2} - \frac{y_o y}{b^2} = 1$ ។

ដំណោះស្រាយ

សមីការបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ (x_o, y_o) មានសមីការ $y - y_o = y_o'(x - x_o)$

$$\text{ដោយ } \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

ដេរីវេ អង្គទាំងពីរ យើងបាន

$$\left(\frac{x_o^2}{a^2} - \frac{y_o^2}{b^2}\right)' = 0 \Rightarrow \frac{2x_o}{a^2} - \frac{2y_o y_o'}{b^2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{y_o y_o'}{b^2} = \frac{x_o}{a^2} \Rightarrow y_o' = \frac{x_o b^2}{a^2 y_o}$$

យើងបាន

$$y - y_o = \frac{x_o b^2}{y_o a^2} (x - x_o) \Rightarrow y y_o a^2 - y_o^2 a^2 = x x_o b^2 - x_o^2 b^2$$

$$\Rightarrow \frac{y y_o}{b^2} - \frac{y_o^2}{b^2} = \frac{x x_o}{a^2} - \frac{x_o^2}{a^2} \Rightarrow \frac{x x_o}{a^2} - \frac{y y_o}{b^2} = \frac{x_o^2}{a^2} - \frac{y_o^2}{b^2} = 1$$

$$\text{ដូចនេះ សមីការបន្ទាត់ប៉ះ} \quad \boxed{\frac{x x_o}{a^2} - \frac{y y_o}{b^2} = 1}$$

8. កំណុំទាំងពីរនៃអ៊ីពែបូលគឺ $F_1(0, 3)$ និង $F_2(0, -3)$ ហើយ P ជាចំណុចមួយនៅលើអ៊ីពែបូល ដែលមានផលដកចម្ងាយរបស់វាពីចំណុច F_1 និង F_2 ស្មើនឹង 2 ឯកតា។ ប្រើនិមួយៗនៃអ៊ីពែបូលទាញរកសមីការស្តង់ដារនៃអ៊ីពែបូលនោះ។

ដំណោះស្រាយ

តាង $P(x, y)$ ជាចំណុចមួយនៅលើអ៊ីពែបូល

គេបាន

$$F_1P - F_2P = 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 + (y-3)^2} - \sqrt{x^2 + (y+3)^2} = 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 + (y-3)^2} = 2 + \sqrt{x^2 + (y+3)^2}$$

$$\Rightarrow x^2 + (y-3)^2 = 4 + 4\sqrt{x^2 + (y+3)^2} + x^2 + (y+3)^2$$

$$\Rightarrow -12y - 4 = 4\sqrt{x^2 + (y+3)^2}$$

$$\Rightarrow -3y - 1 = \sqrt{x^2 + (y+3)^2}$$

$$\Rightarrow 9y^2 + 6y + 1 = x^2 + y^2 + 6y + 9$$

$$\Rightarrow 8y^2 - x^2 = 8$$

$$\Rightarrow y^2 - \frac{x^2}{8} = 1$$

ដូចនេះ សមីការស្តង់ដារ $\boxed{y^2 - \frac{x^2}{8} = 1}$

9. រកសមីការនៃអ៊ីពែបូលដែលមានកំណុំ $(\pm 4, 0)$ ហើយតម្លៃនៃផលដកចម្ងាយពីចំណុចមួយនៅលើអ៊ីពែបូលទៅកំណុំទាំងពីរស្មើនឹង 4 ។

ដំណោះស្រាយ

តាង $P(x, y)$ ជាចំណុចនៃអ៊ីពែបូល ហើយ $F_1(-4, 0); F_2(4, 0)$ ជាកំណុំ

$$F_1P - F_2P = 4$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x+4)^2 + y^2} - \sqrt{(x-4)^2 + y^2} = 4$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x+4)^2 + y^2} = 4 + \sqrt{(x-4)^2 + y^2}$$

$$\Rightarrow (x+4)^2 + y^2 = 16 + 8\sqrt{(x-4)^2 + y^2} + (x-4)^2 + y^2$$

$$\Rightarrow 16x - 16 = 8\sqrt{(x-4)^2 + y^2}$$

$$\Rightarrow 2x - 2 = \sqrt{(x-4)^2 + y^2}$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 8x + 4 = x^2 - 8x + 16 + y^2$$

$$\Rightarrow 3x^2 - y^2 = 12$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$$

ដូចនេះ សមីការស្តង់ដារ $\boxed{\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1}$

10. រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងអ៊ីពែបូល $9x^2 - 4y^2 = 36$ ដែលកាត់តាមចំណុច $(1, 0)$ ។

ដំណោះស្រាយ

សមីការអ៊ីពែបូលមានរាង $9x^2 - 4y^2 = 36$ និងបន្ទាត់ប៉ះមានរាង $y = ax + b$ កាត់តាមចំណុច

$(1, 0) \Rightarrow 0 = a + b \Rightarrow a = -b$ យើងបានសមីការបន្ទាត់ប៉ះ $y = ax - a = a(x - 1)$ យកទៅជំនួសក្នុង

សមីការអ៊ីពែបូល នោះ

$$9x^2 - 4[a^2(x-1)^2] - 36 = 0$$

$$\Rightarrow 9x^2 - 4a^2x^2 + 8a^2x - 4a^2 - 36 = 0$$

$$\Rightarrow x^2(9 - 4a^2) + 8a^2x - (4a^2 + 36) = 0$$

$$\Delta' = 16a^4 + (9 - 4a^2)(4a^2 + 36)$$

$$= 16a^4 + 36a^2 + 324 - 16a^4 - 144a^2$$

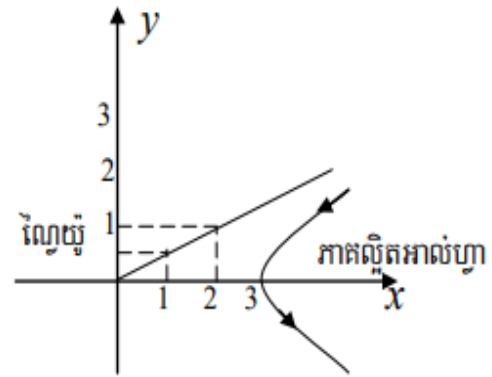
$$= -108a^2 + 324$$

បន្ទាត់ប៉ះនឹងអ៊ីពែបូលកាលណា

$$\Delta' = 0 \Rightarrow -108a^2 + 324 = 0 \Rightarrow a^2 = 3 \Rightarrow a = \pm\sqrt{3}$$

ដូចនេះ សមីការបន្ទាត់មានរាង $y = \pm\sqrt{3}(x-1)$

11. អ្នករូបវិទ្យាម្នាក់បានរកឃើញថា នៅពេលភាគល្អិត អាល់ហ្វាត្រូវបានបាញ់ចេញឆ្ពោះទៅណែយ៉ូនៃអាតូម មួយ ដោយវាបានច្រានចេញពីណែយ៉ូតាមគន្លង អ៊ីដ្រូស្តាស្តិក។ រូបខាងស្តាំនេះបង្ហាញពីគន្លងនៃភាគល្អិតដែលចាប់ផ្តើមឆ្ពោះទៅគល់អ័ក្សកូអរដោនេ តាមបន្ទាត់មួយមានសមីការ $y = \frac{1}{2}x$ ហើយធ្លាក់មក 3 ឯកតាពីណែយ៉ូ ។ ចូររកសមីការនៃគន្លង។



ដំណោះស្រាយ

រកសមីការនៃគន្លង

ដោយណែយ៉ូនៅត្រង់គល់ $o(0, 0)$ គន្លងនៃអាល់ហ្វាជាអ៊ីដ្រូស្តាស្តិកដែលមានកំពូល $(3, 0)$

សមីការអាស៊ីមតូត $y = \frac{1}{2}x$

សមីការមានរាង $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

កំពូល $(3, 0) = (a, 0) \Rightarrow a = 3$

អាស៊ីមតូត $y = \frac{1}{2}x = \frac{b}{a}x \Rightarrow b = \frac{3}{2}$

ដូចនេះ សមីការនៃគន្លង $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{\frac{9}{4}} = 1$

ស្វែងរកគុណ

