1 Equazioni dello stato ed equilibrio

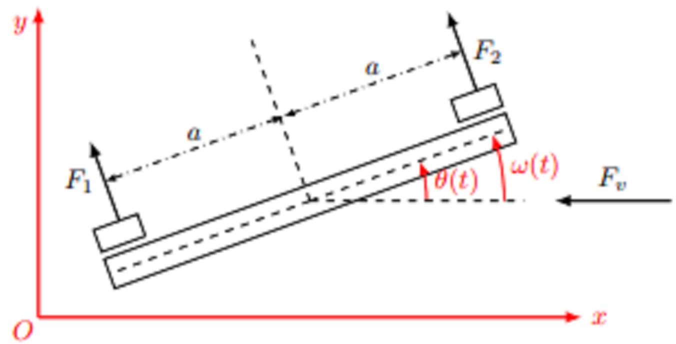

Figura 1:

Equazioni dello stato:

$$u(t) = F_p$$

$$f(x(t), u(t)) = \begin{bmatrix} x_2(t) \\ \frac{-\beta x_2(t) + \frac{a}{2}\sin(x_1(t))F_v + au(t)}{J} \end{bmatrix}$$

$$y(t) = h(x(t)) = x_1(t)$$

Dove:

- $x(t)_1 = y(t) = \theta(t)$ indica l'angolo di inclinazione rispetto al piano
- $x(t)_2 = \omega(t)$ indica la velocità di rotazione rispetto all'asse perpendicolare al *piano passante per il baricentro*
- J(param.) indica il momento di inerzia del drone rispetto all'asse di rotazione che passa per il baricentro
- β(param.) indica il coefficiente d'attrito dinamico dovuto alla presenza dell'aria
- a(parametro) indica la semi-ampiezza planare del drone
- F_v(param.) indica la forza costante dovuta all'azione del vento
- $F_p(t) = F_1(t) - F_2(t)$ indica la differenza tra le forze di propulsione $F_1(t)$ ed $F_2(t)$ applicate sul drone (come indicato in figura 1)

Considerando che:

- $J = 10\frac{kg}{m^2}$
- $\beta = 0.5N$

- $a = 0.01m$
- $F_v = -5N$
- $\theta_e = \frac{\pi}{3} rad$

Per trovare la coppia di equilibrio poniamo $f(x(t), u(t)) = 0$, quindi

$$\begin{bmatrix} x_2(t) \\ \frac{-\beta x_2(t) + \frac{a}{2}\sin(x_1(t))F_v + au(t)}{J} \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} x_2(t) \\ \frac{\frac{0.01}{2}\sin(\frac{\pi}{3})(-5) + 0.01u(t)}{10} \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} x_2(t) \\ \frac{\frac{-0.05\sqrt{3}}{2} + 0.01u(t)}{10} \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} x_2(t) \\ \frac{-\sqrt{3}}{400} + \frac{u(t)}{1000} \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} x_2(t) \\ \frac{5}{2}\sqrt{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ u(t) \end{bmatrix}$$

Quindi la coppia di equilibrio è

$$\left(\begin{bmatrix} \frac{\pi}{3} \\ 0 \end{bmatrix}, \frac{5}{2}\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = u_e = 2.17 \right)$$

2 Linearizzazione della funzione nel punto di equilibrio

Per linearizzare la funzione è necessario derivare la funzione per poi arrivare a

$$\delta\dot{x} = A\delta x + B\delta u$$

$$\delta\dot{y} = C\delta x + D\delta u$$

Calcoliamo la Jacobiana per f:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial u} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial u} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{aF_v}{2J}\cos(x_1(t)) & -\beta & a \end{bmatrix}$$

E facciamo le derivate parziali per h:

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x_1} & \frac{\partial h_1}{\partial x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial h}{\partial u} = 0$$

Che nell'equilibrio valgono:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{aF_v}{2J}\cos(x_{1e}) & -\frac{\beta}{J} & \frac{a}{J} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$0$$

Quindi:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{aF_v}{2J}\cos(x_{1e}) & -\frac{\beta}{J} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{a}{J} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = 0$$

3 Funzione di trasferimento

La funzione di trasferimento viene calcolata secondo

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$$