

# מתמטיקה דיסקרטית - תרגיל בית 1

הגשה ליום חמישי, 1/8 בשעה 23:57

הגשה לפי ההנחיות כמפורט במודל

**שאלה 1.** יהיו  $p, q, r$  פסוקים, הוכיחו או הפריכו כל אחת מהטענות בסעיפים הבאים. עבור הוכחה, עשו זאת בשתי דרכים: הן באמצעות טבלת אמת, והן הוכחה באמצעות זהויות.

א.  $p \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$

ב.  $(p \wedge q) \rightarrow r \equiv (p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$

ג.  $((\neg p) \rightarrow q) \rightarrow p \equiv p \vee \neg p$

ד.  $q \rightarrow (r \wedge \neg p) \equiv r \rightarrow (p \rightarrow q)$

ה.  $\neg(p \rightarrow q) \vee r \equiv \neg p \wedge (r \vee q)$

**שאלה 2.** נגדיר קשר בינארי חדש בשם XOR (eXclusive OR, נסמן ב- $p \oplus q$ ) באמצעות טבלת האמת הבאה:

$p$	$q$	$p \oplus q$
F	F	F
F	T	T
T	F	T
T	T	F

א. הביעו את  $\oplus$  באמצעות  $\vee, \wedge, \neg$ .

ב. הפריכו או הוכיחו באמצעות טבלת אמת ובאמצעות זהויות (שתי דרכים) כי לכל  $p, q, r$  מתקיים

$$(p \oplus q) \oplus r \equiv p \oplus (q \oplus r).$$

ג. הוכיחו או הפריכו כי לכל  $p, q, r$  מתקיים

$$p \wedge (q \oplus r) \equiv (p \wedge r) \oplus (p \wedge q).$$

ד. הוכיחו או הפריכו כי לכל  $p, q$  מתקיים

$$(p \oplus q) \oplus p \equiv q.$$

שאלה 3. עבור כל אחת מהטענות הבאות:

- כתבו את הטענה בשפה מתמטית.
  - כתבו את שלילת הטענה לאחר פישוט.
- א. אין סטודנט שמצליח במבחן בלי לעשות את תרגילי הבית.  
ב. כל בן אדם שאוהב מתמטיקה דיסקרטית אוכל גלידה.  
ג. לכל שלם  $n$  וראשוני  $p$  מתקיים ש- $p$  לא מחלק את  $n$ .  
ד. יש בניין בן יותר מ-100 קומות שלא נמצא באוניברסיטה.  
ה. קיימים מספרים ממשיים  $\alpha, \beta$  כך ש- $\alpha > \beta$ ,  $\alpha^2 < \beta^2$  וגם  $\alpha^3 > \beta^3$ .

שאלה 4. יהיו  $x, y \in \mathbb{N}$ . כתבו כל אחת מהטענות הבאות בצורת "אם-אז" ובצורת הקונטרפוזיטיב.

- א.  $a = b$  הוא תנאי מספיק בשביל  $a \geq b$ .  
ב.  $x > y$  רק אם  $x$  הוא זוגי וגדול מ-2.  
ג.  $y$  ראשוני אם הוא קטן מ- $x$ .  
ד.  $a = b$  הוא תנאי הכרחי בשביל  $a \leq b$ .