

215658964 ע"כ ח"ו

214587347 ר"סא ע"כ

ת"סא ע"כ 1

שאלה 1. יהיו p, q, r פסוקים, הוכיחו או הפריכו כל אחת מהטענות בסעיפים הבאים. עבור הוכחה, עשו זאת בשתי דרכים: הן באמצעות טבלת אמת, והן הוכחה באמצעות זהויות.

$$p \xrightarrow{\text{I}} (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \xrightarrow{\text{II}} r$$

p	q	r	$q \rightarrow r$	$p \wedge q$	I	II
T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	T	F	F
T	F	T	T	F	T	T
T	F	F	T	F	T	T
F	T	T	T	F	T	T
F	T	F	F	F	T	T
F	F	T	T	T	T	T
F	F	F	T	F	T	T

$$(p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p) \vee (\neg q) \equiv (p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p) \vee (\neg q) \quad \text{I}$$

$$(p \wedge q \wedge r) \vee \neg(p \wedge q) \equiv (p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p) \vee (\neg q) \quad \text{II}$$

ס"דא ס"דא *

$$(p \wedge q) \rightarrow r \equiv (p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \quad \text{②}$$

P	q	r	$p \wedge q$	$p \rightarrow r$	$q \rightarrow r$	I	II
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F	F	F
T	F	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	F	T	T	T
F	T	T	F	T	T	T	T
F	T	F	F	T	F	T	T
F	F	T	F	T	T	T	T
F	F	F	F	T	T	T	T

$$(p \wedge q \wedge r) \vee \neg(p \wedge q) \equiv (p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p) \vee (\neg q)$$

$$(q \rightarrow r) \vee (p \rightarrow r) \equiv (p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p) \vee (\neg q)$$

. only 2nd CN

. only 2nd CN *

$$(C \neg p) \rightarrow q) \rightarrow p \equiv p \vee \neg p$$

②

P	q	$\neg p$	$\neg p \rightarrow q$	I	II
T	T	F	T	T	T
T	F	F	T	T	T
F	T	T	T	F	T
F	F	T	F	T	T

سواء كان صحيحا او خاطئا

$$q \rightarrow (r \wedge \neg p) \equiv r \rightarrow (p \rightarrow q)$$

③

P	q	r	$\neg p$	$r \wedge \neg p$	$p \rightarrow q$	I	II
T	T	T	F	F	T	F	T
T	T	F	F	F	T	F	T
T	F	T	F	F	F	T	F
T	F	F	F	F	F	T	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	T	F	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	F	T	T	T

... 128 111e 128 *

$$p \wedge \neg q$$

(I)

(II)

$$\neg(p \rightarrow q) \vee r \equiv \neg p \wedge (r \vee q)$$

(1)

p	q	r	$\neg p$	$\neg q$	$p \wedge \neg q$	$r \vee q$	(I)	(II)
T	T	T	F	F	F	T	T	F
T	T	F	F	F	F	T	F	F
T	F	T	F	T	T	T	T	F
T	F	F	F	T	T	F	T	F
F	T	T	T	F	F	T	T	T
F	T	F	T	F	F	T	F	T
F	F	T	T	T	F	T	T	T
F	F	F	T	T	F	F	F	F

... 128 111e 128 *

האמת הבאה:

p	q	$p \oplus q$
F	F	F
F	T	T
T	F	T
T	T	F

א. הביעו את \oplus באמצעות $\vee, \wedge, \neg, \rightarrow$.

$\neg q$	$\neg p$	p	q	$p \oplus q$	$p \Leftrightarrow q$
T	T	F	F	F	T
F	T	F	T	T	F
T	F	T	F	T	F
F	F	T	T	F	T

$$(\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \equiv \neg(p \Leftrightarrow q).$$

ב. הפריכו או הוכיחו באמצעות טבלת אמת ובאמצעות זהויות (שתי דרכים) כי לכל p, q, r מתקיים

$$(p \oplus q) \oplus r \equiv p \oplus (q \oplus r).$$

[illegible]

T	T	F	F	F	T	F	F	F	T	F	F
T	F	T	F	T	F	F	T	T	F	F	F
T	F	F	F	T	T	F	T	F	F	T	T
F	T	T	T	F	F	T	F	F	F	F	F
F	T	F	T	F	T	T	F	F	T	T	T
F	F	T	T	T	F	F	F	T	F	T	T
F	F	F	T	T	T	F	F	F	F	F	F

ש"ס ח"ס *
 ש"ס ח"ס *

$$(p \oplus q) \oplus r \equiv p \oplus (q \oplus r)$$

$(p \vee q) \wedge (p \vee q)$

$$((p \wedge q) \vee (q \wedge p)) \oplus r \equiv p \oplus ((q \wedge r) \vee (r \wedge q))$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} &: ((p \wedge q) \vee (q \wedge p) \wedge r) \vee (r \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)) \\ &\equiv (p \wedge q \wedge r) \vee (q \wedge p \wedge r) \vee (r \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)) \\ &\quad (p \wedge q \wedge r) \vee (q \wedge p \wedge r) \vee (r \wedge p \wedge \neg q) \vee (r \wedge \neg p \wedge q) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} &\equiv ((q \wedge r) \vee (r \wedge q) \wedge p) \vee (p \wedge (q \vee r) \wedge (r \vee q)) \\ &\quad (q \wedge r \wedge p) \vee (r \wedge q \wedge p) \vee (p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge r \wedge q) \end{aligned}$$

ש"ס ח"ס *

ג. הוכיחו או הפריכו כי לכל p, q, r מתקיים

① ↗

$$p \wedge (q \oplus r) \equiv (p \wedge r) \oplus (p \wedge q). \rightarrow \textcircled{\text{II}}$$

p	q	r	$\neg q \wedge r$	$q \wedge \neg r$	①	$p \wedge r$	$p \wedge q$	②
T	T	T	F	F	F	T	T	F
T	T	F	F	T	T	F	T	T
T	F	T	T	F	T	T	F	T
T	F	F	F	F	F	F	F	F
F	T	T	F	F	F	F	F	F
F	T	F	F	T	F	F	F	F
F	F	T	T	F	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F	F

* ה"ל ש"ל .

ד. הוכיחו או הפריכו כי לכל p, q מתקיים

$$(p \oplus q) \oplus p \equiv q.$$

p	q	$\neg p \wedge q$	$p \wedge \neg q$	$\neg p$	$\neg q$	$(p \oplus q) \oplus p$
T	T	F	F	F	F	T
T	F	F	T	F	T	F
F	T	T	F	T	F	T
F	F	F	F	T	T	F

* ה"ל ש"ל .

שאלה 3. עבור כל אחת מהטענות הבאות:

- כתבו את הטענה בשפה מתמטית.
- כתבו את שלילת הטענה לאחר פישוט.

א. אין סטודנט שמצליח במבחן בלי לעשות את תרגילי הבית.

נסמנים: A - הצלחה קמפוס
 B - עשיית תרגילי הבית

$$B \rightarrow A$$

שלילת הטענה: $(B \wedge \neg A)$

ב. כל בן אדם שאוהב מתמטיקה דיסקרטית אוכל גלידה.

נסמנים: A - אוהב מתמטיקה דיסקרטית
 $B(x)$ - אוכל גלידה
 x - אדם

$$\forall x \in A : B(x)$$

שלילת הטענה: $\exists x \in A : \neg B(x)$

ג. לכל שלם n וראשוני p מתקיים ש- p לא מחלק את n .

$$p = \{p \in \mathbb{N} \mid 1 < p < n : p \nmid n\}$$

$$\forall n \in \mathbb{Z} \quad \forall p \in p : p \nmid n$$

שלילת הטענה: $\exists n \in \mathbb{Z} \quad \exists p \in p : p \mid n$

: $\neg \forall x \in N$

a - קטן

A - קטנים קן יותר מ-100 קומה.
 $p(a)$ - קטן נמצא בקאנטרסט.

$$\exists a \in A : \neg p(a)$$

$$\forall a \in A : p(a) \quad \text{שלילי}$$

②

ה. קיימים מספרים ממשיים α, β כך ש- $\alpha > \beta$, $\alpha^2 < \beta^2$ וגם $\alpha^3 > \beta^3$.

$$\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R} : (\alpha > \beta) \wedge (\alpha^2 < \beta^2) \wedge (\alpha^3 > \beta^3)$$

שלילי

$$\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R} : \neg ((\alpha > \beta) \wedge (\alpha^2 < \beta^2) \wedge (\alpha^3 > \beta^3))$$

שאלה 4. יהיו $x, y \in \mathbb{N}$. כתבו כל אחת מהטענות הבאות בצורת "אם-אז" ובצורת הקונטרפוזיטיב.

א. $a = b$ הוא תנאי מספיק בשביל $a \geq b$.

$$a = b \rightarrow a \geq b$$

$$a < b \rightarrow a \neq b \quad \text{שלילי/אז$$

קבוצת E היא סדרתית

$$(x \in E \wedge x > 2) \rightarrow x > y$$

$$x \leq y \rightarrow (x \notin E \wedge x \leq 2) \quad \text{השלכה:}$$

ג. y ראשוני אם הוא קטן מ- x .

$$L(x, y) = x > y \quad \text{מכפילים:}$$

$$P = \{y \in \mathbb{N} \mid \forall 1 < k \leq y : k \nmid y\} \quad \text{מכפילים:}$$

$$\forall x, y \in \mathbb{N} : L(x, y) \rightarrow (y \in P)$$

$$\exists x, y \in \mathbb{N} : L(x, y) \wedge \neg(y \in P) \quad \text{השלכה:}$$

ד. $a = b$ הוא תנאי הכרחי בשביל $a \leq b$.

$$a \leq b \rightarrow (a = b)$$

שלילה:

$$(a \leq b) \wedge (a \neq b)$$

