מוניה סעדי: 214025884

רואא סעדי: 215001017

1.א. שתי הטענות הן שקולות לוגיות.

הוכחה באמצעות טבלת אמת: $P \to (q \to r) \equiv (p \wedge q) \to r$

P	q	r	q —> r	p∧q	P —> (q —> r)	(p ∧ q) —> r
T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	T	F	F
T	F	T	T	F	T	T
T	F	F	T	F	T	T
F	T	T	T	F	T	T
F	T	F	F	F	T	T
F	F	T	T	F	T	T
F	F	F	T	F	T	T

הוכחה באמצעות זהויות:

1. $P \to (q \to r)$

לפי התרגול $(p \to q \equiv \neg p \vee q)$:

$p \to (\neg q \vee r)$

$\neg p \vee (\neg q \vee r)$

לפי חוק האסוציטיביות (הקיבוץ):

$(\neg p \vee \neg q) \vee r$

לפי חוק דה-מורגן:

$\neg (p \wedge q) \vee r$

2. $(p \wedge q) \to r$

לפי חוק דה-מורגן:

$\neg (p \wedge q) \vee r$

1.ב. שתי הטענות הן שקולות לוגיות.

הוכחה באמצעות טבלת אמת: $(p \rightarrow r) \vee ((q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$

p	q	r	$p \wedge q$	$P \rightarrow r$	$q \rightarrow r$	$(p \wedge q) \rightarrow r$	$(p \rightarrow r) \vee ((q \rightarrow r)$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F	F	F
T	F	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	F	T	T	T
F	T	T	F	T	T	T	T
F	T	F	F	T	F	T	T
F	F	T	F	T	T	T	T
F	F	F	F	T	T	T	T

הוכחה באמצעות זהויות:

1. $(p \rightarrow r) \vee ((q \rightarrow r)$

לפי התרגול ($p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$):

$(\neg p \vee r) \vee (\neg q \vee r)$

לפי חוק האסוציטיביות (הקיבוץ):

$(\neg p \vee \neg q) \vee r$

לפי חוק דה-מורגן:

$\neg (p \wedge q) \vee r$

2. $(p \wedge q) \rightarrow r$

לפי חוק דה-מורגן:

$\neg (p \wedge q) \vee r$

1.ג. שתי הטענות הן לא שקולות לוגיות.

הוכחה באמצעות טבלת אמת: $p \vee \neg p \not\equiv (\neg p \rightarrow q) \rightarrow p$

p	$\neg p$	q	$\neg p \rightarrow q$	$(\neg p \rightarrow q) \rightarrow p$	$p \vee \neg p$
T	F	T	T	T	T
T	F	F	T	T	T
F	T	T	T	F	T
F	T	F	F	T	T

1.ד. שתי הטענות הן לא שקולות לוגיות. $q \rightarrow (r \wedge \neg p) \not\equiv r \rightarrow (p \rightarrow q)$

הוכחה באמצעות טבלת אמת:

P	$\neg p$	q	r	$r \wedge \neg p$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow (r \wedge \neg p)$	$r \rightarrow (p \rightarrow q)$
T	F	T	T	F	T	F	T
T	F	T	F	F	T	F	T
T	F	F	T	F	F	T	F
T	F	F	F	F	F	T	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	T	F	F	T	F	T
F	T	F	T	T	T	T	T
F	T	F	F	F	T	T	T

1.ה. שתי הטעונות הן לא שקולות. $\neg(p \rightarrow q) \vee r \not\equiv \neg p \wedge (r \vee q)$

הוכחה באמצעות טבלת אמת:

$\neg p$	p	q	r	$p \rightarrow q$	$r \vee q$	$\neg (p \rightarrow q)$	$\neg(p \rightarrow q) \vee r$	$\neg p \wedge (r \vee q)$
F	T	T	T	T	T	F	T	F
F	T	T	F	T	T	F	F	F
F	T	F	T	F	T	T	T	F
F	T	F	F	F	F	T	T	F
T	F	T	T	T	T	F	T	T
T	F	T	F	T	T	F	F	T
T	F	F	T	T	T	F	T	T
T	F	F	F	T	F	F	F	F

2.א.

$(\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$

2.ב. נכון כי שתי הטענות הן שקולות לוגיות

הוכחה באמצעות טבלת אמת: $(p \oplus q) \oplus r \equiv p \oplus (q \oplus r)$

p	q	r	$p \oplus q$	$q \oplus r$	$(p \oplus q) \oplus r$	$p \oplus (q \oplus r)$
T	T	T	F	F	T	T
T	T	F	F	T	F	F
T	F	T	T	T	F	F
T	F	F	T	F	T	T
F	T	T	T	F	F	F
F	T	F	T	T	T	T
F	F	T	F	T	T	T
F	F	F	F	F	F	F

הוכחה באמצעות זהויות:

הטענה הראשונה: $(p \oplus q) \equiv (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$

$(p \oplus q) \oplus r \equiv$

$\left(\neg\left((\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)\right) \wedge r\right) \vee \left(\left((\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)\right) \wedge \neg r\right)$

חלק ראשון מהטענה:

לפי דה -מורגן: $\neg\left((\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)\right) \equiv \left((p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee q)\right)$

לפי חוק הפילוג: $\left((p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee q)\right) \equiv \left((p \vee \neg q) \wedge (\neg p)\right) \vee \left((p \vee \neg q) \wedge q\right)$

לפי חוק הפילוג: $\left(\left((p \vee \neg q) \wedge (\neg p)\right) \vee \left((p \vee \neg q) \wedge q\right)\right) \wedge r \equiv$

$\left(\left((p \wedge \neg p) \vee (\neg q \wedge \neg p)\right) \vee \left((p \wedge q) \vee (\neg q \wedge q)\right)\right) \wedge r \equiv$

$\left(\left((p \wedge \neg p) \wedge r\right) \vee \left((\neg q \wedge \neg p) \wedge r\right) \vee \left((p \wedge q) \wedge r\right) \vee \left((\neg q \wedge q) \wedge r\right)\right)$

חלק ראשון מהטענה: $\left(\left((p \wedge \neg p) \wedge r\right) \vee \left((\neg q \wedge \neg p) \wedge r\right) \vee \left((p \wedge q) \wedge r\right) \vee \left((\neg q \wedge q) \wedge r\right)\right)$

1. הטענה זו תמיד התשובה שלה היא F: $(p \wedge \neg p) \wedge r$
2. הטענה זו תמיד התשובה שלה היא F: $(\neg q \wedge q) \wedge r$

אנו יכולים למחוק את שתיהם כי אין להם צורך במצב הזה

חלק שני מהטענה: $\left(\left((\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)\right) \wedge \neg r\right) \equiv$

לפי חוק הפילוג: $\left(\left((\neg p \wedge q) \wedge \neg r\right) \vee \left((p \wedge \neg q) \wedge \neg r\right)\right)$

כל הטענה הראשונה:

$$\left(\left((p \wedge \neg p) \wedge r\right) \vee \left((\neg q \wedge \neg p) \wedge r\right) \vee \left((p \wedge q) \wedge r\right) \vee \left((\neg q \wedge q) \wedge r\right)\right) \vee$$
$$\left(\left((\neg p \wedge q) \wedge \neg r\right) \vee \left((p \wedge \neg q) \wedge \neg r\right)\right)$$

אז: $\left(\left((\neg q \wedge \neg p) \wedge r\right) \vee \left((p \wedge q) \wedge r\right)\right) \vee \left(\left((\neg p \wedge q) \wedge \neg r\right) \vee \left((p \wedge \neg q) \wedge \neg r\right)\right)$

A. $(\neg q \wedge \neg p) \wedge r$
B. $(p \wedge q) \wedge r$
C. $(\neg p \wedge q) \wedge \neg r$
D. $(p \wedge \neg q) \wedge \neg r$

הטענה בקיצור: $\boldsymbol{A} \vee \boldsymbol{B} \vee \boldsymbol{C} \vee \boldsymbol{D}$

הטענה השניה: $(q \oplus r) \equiv (\neg q \wedge r) \vee (q \wedge \neg r)$

$$p \oplus (q \oplus r) \equiv$$
$$\left(\neg p \wedge \left((\neg q \wedge r) \vee (q \wedge \neg r)\right)\right) \vee \left(p \wedge \neg\left((\neg q \wedge r) \vee (q \wedge \neg r)\right)\right)$$

חלק ראשון מהטענה: $\left(\neg p \wedge \left((\neg q \wedge r) \vee (q \wedge \neg r)\right)\right) \equiv$

לפי חוק הפילוג: $\left(\left(\neg p \wedge (\neg q \wedge r)\right) \vee \left(\neg p \wedge (q \wedge \neg r)\right)\right)$

חלק שני מהטענה: $\left(p \wedge \neg\left((\neg q \wedge r) \vee (q \wedge \neg r)\right)\right)$

לפי דה -מורגן: $\neg\left((\neg q \wedge r) \vee (q \wedge \neg r)\right) \equiv (q \vee \neg r) \wedge (\neg q \vee r)$

לפי חוק הפילוג: $(q \vee \neg r) \wedge (\neg q \vee r) \equiv \left((q \vee \neg r) \wedge (\neg q)\right) \vee \left((q \vee \neg r) \wedge r\right)$

לפי חוק הפילוג: $p \wedge \left(\left((q \vee \neg r) \wedge (\neg q)\right) \vee \left((q \vee \neg r) \wedge r\right)\right) \equiv$

$$p \wedge \left(\left((q \wedge \neg q) \vee (\neg r \wedge \neg q)\right) \vee \left((q \wedge r) \vee (\neg r \wedge r)\right)\right)$$

$$\Big(\big(p \wedge (q \wedge \neg q)\big) \vee \big(p \wedge (\neg r \wedge \neg q)\big) \vee \big(p \wedge (q \wedge r)\big) \vee \big(p \wedge (\neg r \wedge r)\big)\Big)$$

חלק שני מהטענה: $\Big(\big(p \wedge (q \wedge \neg q)\big) \vee \big(p \wedge (\neg r \wedge \neg q)\big) \vee \big(p \wedge (q \wedge r)\big) \vee \big(p \wedge (\neg r \wedge r)\big)\Big)$

1. **הטענה זו תמיד התשובה שלה היא *F*:** $p \wedge (q \wedge \neg q)$
2. **הטענה זו תמיד התשובה שלה היא *F*:** $p \wedge (\neg r \wedge r)$

כל הטענה השניה:

$$\Big(\big(\neg p \wedge (\neg q \wedge r)\big) \vee \big(\neg p \wedge (q \wedge \neg r)\big)\Big) \vee \Big(\big(p \wedge (q \wedge \neg q)\big) \vee \big(p \wedge (\neg r \wedge \neg q)\big) \vee \big(p \wedge (q \wedge r)\big) \vee \big(p \wedge (\neg r \wedge r)\big)\Big)$$

אז: $\Big(\big(\neg p \wedge (\neg q \wedge r)\big) \vee \big(\neg p \wedge (q \wedge \neg r)\big)\Big) \vee \Big(\big(p \wedge (\neg r \wedge \neg q)\big) \vee \big(p \wedge (q \wedge r)\big)\Big)$

A. $\neg p \wedge (\neg q \wedge r) \equiv (\neg q \wedge \neg p) \wedge r$ לפי חוק הקומוטטיביות והאסוציטיביות.

B. $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$ חוק האסוציטיביות.

C. $\big(\neg p \wedge (q \wedge \neg r)\big) \equiv (\neg p \wedge q) \wedge \neg r$ לפי חוק האסוציטיביות.

D. $p \wedge (\neg r \wedge \neg q) \equiv (p \wedge \neg q) \wedge \neg r$ לפי חוק הקומוטטיביות והאסוציטיביות.

הטענה בקיצור: $\boldsymbol{A} \vee \boldsymbol{C} \vee \boldsymbol{D} \vee \boldsymbol{B}$

$\boldsymbol{A} \vee \boldsymbol{C} \vee \boldsymbol{D} \vee \boldsymbol{B} \equiv \boldsymbol{A} \vee \boldsymbol{B} \vee \boldsymbol{C} \vee \boldsymbol{D}$ לפי חוק הקומוטטיביות.

אז הטענה הראשונה והשניה שקולות לוגיות.

2.ג. נכון כי שתי הטענות הן שקולות לוגיות

הוכחה באמצעות טבלת אמת: $p \wedge (q \oplus r) \equiv (p \wedge r) \oplus (p \wedge q)$

P	q	r	$q \oplus r$	$p \wedge r$	$p \wedge q$	$p \wedge (q \oplus r)$	$(p \wedge r) \oplus (p \wedge q)$
T	T	T	F	T	T	F	F
T	T	F	T	F	T	T	T
T	F	T	T	T	F	T	T
T	F	F	F	F	F	F	F
F	T	T	F	F	F	F	F
F	T	F	T	F	F	F	F
F	F	T	T	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F

2.ד.נכון כי שתי הטענות הן שקולות לוגיות

הוכחה באמצעות טבלת אמת: $(p \oplus q) \oplus p \equiv q$

p	q	$p \oplus q$	$(p \oplus q) \oplus p$
T	T	F	T
T	F	T	F
F	T	T	T
F	F	F	F

3.א. הטענה בשפה מתמטית:

A- סטודנט שמצליח במבחן

B- עושה תרגילי הבית

$A \longrightarrow B$

שלילת הטענה:

$A \wedge \neg B$

3.ב. הטענה בשפה מתמטית:

A- בן אדם שאוהב מתמטיקה דסקריטית

B- אוכל גלידה

$A \longrightarrow B$

שלילת הטענה:

$A \wedge \neg B$

3.ג. הטענה בשפה מתמטית:

P- קבוצת המספרים הראשונים

$\forall n \in \mathrm{N}\ \forall p \in P : p \nmid n$

שלילת הטענה:

$\exists n \in \mathrm{N}\ \exists p \in P : p \,/\, n$

3.ד. הטענה בשפה מתמטית:

A- בניין בן יותר מ 100 קומות

B- נמצא באוניבירסיטה

$A \wedge \neg B$

שלילת הטענה:

$\neg A \vee B$

3.ה. הטענה בשפה מתמטית:

$\exists\alpha,\beta \in R: (\alpha > \beta) \wedge (\alpha^2 < \beta^2) \wedge (\alpha^3 > \beta^3)$

שלילת הטענה:

$\forall\alpha,\beta \in R: \neg(\alpha > \beta) \vee \neg(\alpha^2 < \beta^2) \vee \neg(\alpha^3 > \beta^3)$

4.א. הטענה בשפה מתמטית בצורת "אם-אז":

$(a=b) -> (a \geq b)$

הטענה בשפה מתמטית בצורת הקונטרפוזיטיב:

$\neg (a \geq b) -> \neg (a =b)$

4.ב. הטענה בשפה מתמטית בצורת "אם-אז":

$(x > 2) \wedge (x=2y) -> (x > y)$

הטענה בשפה מתמטית בצורת הקונטרפוזיטיב:

$\neg (x > y) -> \neg (x > 2) \vee \neg (x=2y)$

4.ג. הטענה בשפה מתמטית בצורת "אם-אז":

$(y < x) -> y \in P$

הטענה בשפה מתמטית בצורת הקונטרפוזיטיב:

$\neg y \in P -> Y \geq X$

4.ד. הטענה בשפה מתמטית בצורת "אם-אז":

$(a=b) -> (a \leq b)$

הטענה בשפה מתמטית בצורת הקונטרפוזיטיב:

$\neg (a \leq b) -> \neg (a =b)$