

线性代数

Bowen

September 3, 2025

1 行列式

1.1 基础

定义与性质 行列式定义：

$$\det A = \sum_{\sigma \in S_n} \operatorname{sgn}(\sigma) \prod_{i=1}^n a_{i, \sigma(i)}$$

行列式的基本性质 可以列出性质，如 $|A^T| = |A|$

1.1.1 计算方法

按行/列展开

对角线法则 ($2 \times 2, 3 \times 3$)

1.2 克拉默法则

线性方程组解法

唯一解情况

无解或无穷多解情况

2 矩阵

2.1 初等变换

初等行变换

交换两行

行倍加

行乘非零常数

初等列变换

交换两列

列倍加

列乘非零常数

2.1.1 伴随矩阵

伴随矩阵定义

余子式矩阵

转置操作

2.1.2 矩阵的秩

秩的定义

行秩与列秩

零矩阵的秩

秩的计算方法

初等变换法

阶梯形矩阵法

3 例题与练习

3.1 行列式练习

1. 计算矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ 的行列式。
2. 证明 $|AB| = |A||B|$ 。

3.2 矩阵运算练习

1. 求矩阵 A 的逆矩阵。
2. 利用初等变换求矩阵的秩。