1 一元函数微分学的概念

1.1 导数

1. 设 $y=f(x)$ 定义在区间 I 上，让自变量在 $x=x_0$ 处加一个增量 Δx（可正可负），其中 $x_0\in I, x_0+\Delta x\in I$，则可得函数的增量 $\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$。若函数增量 Δy 与自变量增量 Δx 的比值在 $\Delta x\to 0$ 时的极限存在，即 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$ 存在，则称函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处可导，并称这个极限为 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的导数（变化率），记作 $f'(x_0)$，即

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=x_0}=f'(x_0)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}. \tag{*}$$

广义化

$$\lim_{狗\to 0}\frac{f(x_0+狗)-f(x_0)}{狗}. \tag{**}$$

令 $x_0+\Delta x=x$，从而得到

$$\text{函数式} f'(x_0)=\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}, \tag{***}$$

2. 下面这三种提法是等价的:
   - $y=f(x)$ 在点 x_0 处可导；
   - $y=f(x)$ 在点 x_0 处导数存在；
   - $f'(x_0)=A$（A 为有限数）。

3. ★ 函数在一点可导的充要条件: $f'(x_0)$ 存在 $\Leftrightarrow$ 其左导数 $f'_-(x_0)$ 与右导数 $f'_+(x_0)$ 均存在且相等

4. 函数在一点可导的必要条件: 若 $f(x)$ 在一点可导 $\Rightarrow$ $f(x)$ 在该点连续

5. 导数的性质
   - ★求导一次，奇偶性互换
   - 若 $f(x)$ 是可导的周期为 T 的周期函数，则 $f'(x)$ 也是以 T 为周期的周期函数
   - 若 $f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增；若 $f'(x)<0$，则 $f(x)$ 单调递减

1.2 基础概念

1.3 结论

1.4 定理

1.5 运算

1.6 公式

1.7 方法总结

1.8 条件转换思路

1.9 理解