

1 一元函数微分学的应用 - 几何应用

1.1 极值的定义

- 对于函数 $f(x)$, 若存在点 x_0 的某个邻域, 使得在该邻域内任意一点 x , 均有

$$f(x) \leq f(x_0) \quad (\text{或} f(x) \geq f(x_0))$$

成立, 则称点 x_0 为 $f(x)$ 的 极大值点 (或 极小值点), $f(x_0)$ 为 $f(x)$ 的极大值 (或极小值)。

- 极值是一个局部的概念。
- 极值要求点 x_0 的左右邻域均有定义, 端点处不讨论极值, 间断点不可能是极值点。

1.2 极值的定义

1.2.1 单调性的判别

- 设函数 $y = f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导。

171+1 若在 (a, b) 内有 $f'(x) \geq 0$, 且等号仅在有限个点处成立, 则函数 $y = f(x)$ 在 $[a, b]$ 上严格单调增加。

171+2 若在 (a, b) 内有 $f'(x) \leq 0$, 且等号仅在有限个点处成立, 则函数 $y = f(x)$ 在 $[a, b]$ 上严格单调减少

171+3 导数为 0 仅能说明在某点处的函数值变化充分小, 而不能说明没变化

1.3 基础概念

1.4 结论

1.5 定理

1.6 运算

1.7 公式

1.8 方法总结

1.9 条件转换思路

1.10 理解