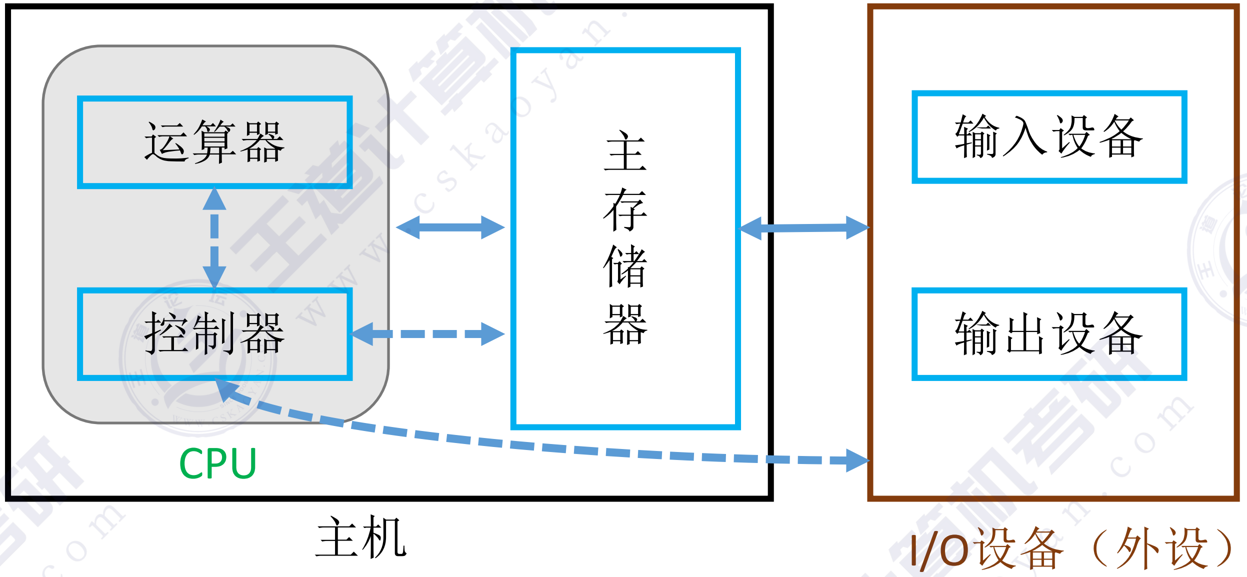
王道考研——计算机组成原理

WWW.CSKAOYAN.COM

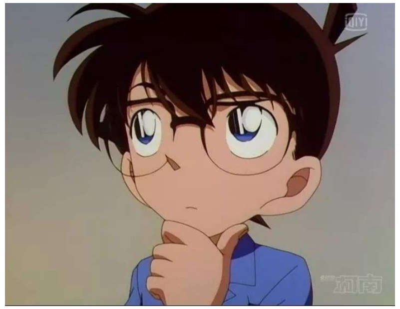
第二章 数据的表示和运算

现代计算机的结构



数据如何在计算机中表示？

运算器如何实现数据的算数、逻辑运算？



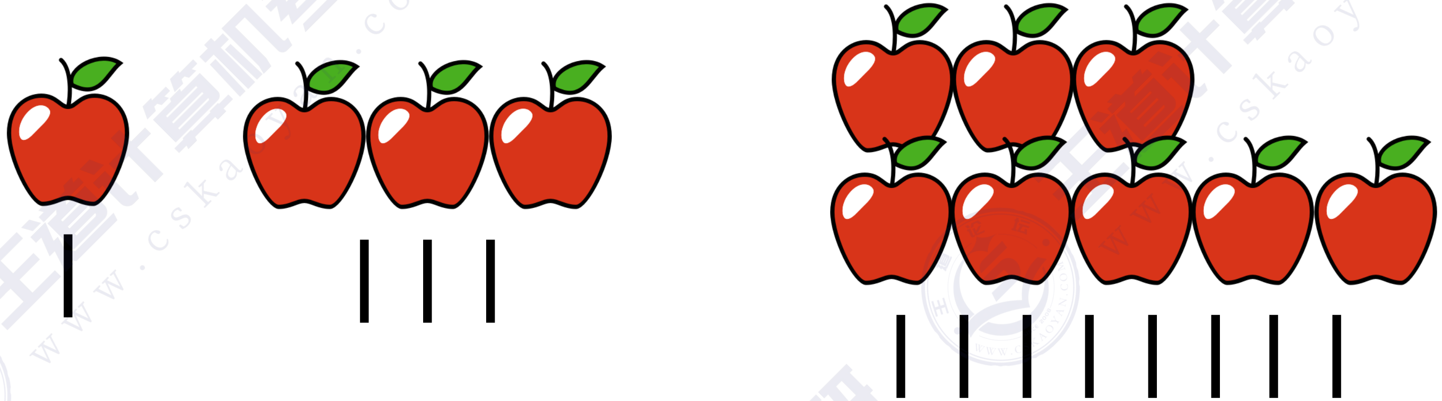
本节内容

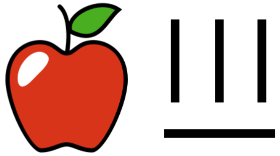
进位计数制

知识总览

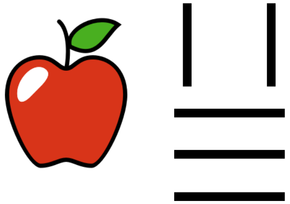
- 进位计数制
  - 十进制、二进制、八进制、十六进制
  - ★ 其他进制 ——>十进制
  - ★ 二进制、八进制、十六进制之间的相互转换
  - ★ 十进制——>其他进制
  - 真值和机器数

最古老的计数方法



8个


符号反映权重

17个


基于“加法”思想的计数方法

罗马数字的几种符号与对应权重

基本字符	I	V	X	L	C	D	M
相应的阿拉伯数字表示为	1	5	10	50	100	500	1000

I—1、II—2、III—3、IIII—4 (IV) 、V—5

X —10、XI—11、XII—12、XIII—13

MDCLXVI—1666、MDCCCLXXXVIII—1888

十进制计数法

古印度人发明的阿拉伯数字：0，1，2，3，4，5，6，7，8，9

符号反映权重

十进制： 975.36

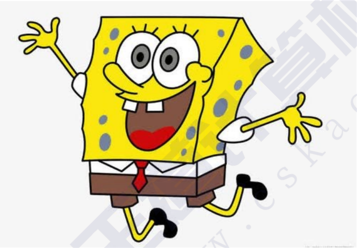
符号所在的位置也反映权重

$9\times100 + 7\times10 + 5\times1 + 3\times0.1 + 6\times0.01$

基于“乘法”思想的计数方法

$9\times10^2 + 7\times10^1 + 5\times10^0 + 3\times10^{-1} + 3\times10^{-2}$

八进制发明者？（误）



十进制： $K_n\ K_{n-1}\ \dots\ K_2\ K_1\ K_0\ K_{-1}K_{-2}\ \dots\ K_{-m}$

位权

$= K_n\times\boxed{10^n} + K_{n-1}\times\boxed{10^{n-1}} + \cdots + K_2\times\boxed{10^2} + K_1\times\boxed{10^1} + K_0\times\boxed{10^0}$

$+K_{-1}\times\boxed{10^{-1}} + K_{-2}\times\boxed{10^{-2}} + \dots + K_{-m}\times\boxed{10^{-m}}$

“进位计数制”

有0~9，共十种符号。

逢十进一

推广：r 进制计数法

r 进制： $K_n K_{n-1} \ \dots \ K_2 K_1 K_0 K_{-1} K_{-2} \dots K_{-m}$ 位权

$$= K_n \times \boxed{r^n} + K_{n-1} \times \boxed{r^{n-1}} + \cdots + K_2 \times \boxed{r^2} + K_1 \times \boxed{r^1} + K_0 \times \boxed{r^0}$$

$$+ K_{-1} \times \boxed{r^{-1}} + K_{-2} \times \boxed{r^{-2}} + \dots + K_{-m} \times \boxed{r^{-m}}$$

基数：每个数码位所用到的不同符号的个数，r 进制的基数为 r

①可使用两个稳定状态的物理器件表示
②0，1 正好对应逻辑值 假、真。方便实现逻辑运算
③可很方便地使用逻辑门电路实现算术运算

二进制：　0,1

八进制：　0,1,2,3,4,5,6,7

十进制：　0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

十六进制：　0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F

二进制：　101.1 —> $1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} = 5.5$

八进制：　5.4 —> $5 \times 8^0 + 4 \times 8^{-1} = 5.5$

十进制：　5.5 —> $5 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} = 5.5$

十六进制：　5.8 —> $5 \times 16^0 + 8 \times 16^{-1} = 5.5$

任意进制→十进制

r 进制： $K_n\ K_{n-1}\ \ldots\ K_2\ K_1\ K_0 K_{-1} K_{-2}\ \ldots\ K_{-m}$ 位权

$= K_n \times \boxed{r^n} + K_{n-1} \times \boxed{r^{n-1}} + \cdots + K_2 \times \boxed{r^2} + K_1 \times \boxed{r^1} + K_0 \times \boxed{r^0}$

$+ K_{-1} \times \boxed{r^{-1}} + K_{-2} \times \boxed{r^{-2}} + \ \ldots + K_{-m} \times \boxed{r^{-m}}$

二进制：1 0 0 1 0 0 1 0 . 1 1 0 $1 * 2^7 + 1 * 2^4 + 1 * 2^1 + 1 * 2^{-1} + 1 * 2^{-2} = 146.75$

八进制：251.5 $2 * 8^2 + 5 * 8^1 + 1 * 8^0 + 5 * 8^{-1} = 169.625$

十六进制：AE86.1 $10 * 16^3 + 14 * 16^2 + 8 * 16^1 + 6 * 16^0 + 1 * 16^{-1} = 44678.0625$

2^{12}	2^{11}	2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}
4096	2048	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1	0.5	0.25	0.125

二进制←→八进制、十六进制

如：1111000010.01101

二进制 —> 八进制

3位一组，每组转换成对应的八进制符号

001 111 000 010 . 011 010

1 7 0 2 . 3 2 八进制

八进制—> 二进制

每位八进制对应的3位二进制

$(251.5)_8 \rightarrow (010\ 101\ 001.\ 101)_2$

二进制 —> 十六进制

4位一组，每组转换成对应的十六进制符号

0011 1100 0010 . 0110 1000

3 C 2 . 6 8 十六进制

十六进制—> 二进制

每位十六进制对应的4位二进制

$(AE86.1)_{16} \rightarrow (1010\ 1110\ 1000\ 0110.\ 0001)_2$

各种进制的常见书写方式

二进制—— $(1010001010010)_2$ 　 1010001010010B

八进制—— $(1652)_8$

十六进制—— $(1652)_{16}$ 　 1652H 　 0x1652

十进制—— $(1652)_{10}$ 　 1652D

十进制→任意进制

十进制 —> 任意进制

r 进制： $K_n\ K_{n-1}\ \ldots\ K_2\ K_1\ K_0 K_{-1} K_{-2}\ \ldots\ K_{-m}$

$= K_n \times r^n + K_{n-1} \times r^{n-1} + \cdots + K_2 \times r^2 + K_1 \times r^1 + K_0 \times r^0 + K_{-1} \times r^{-1} + K_{-2} \times r^{-2} + \ldots + K_{-m} \times r^{-m}$

如：75.3　　整数部分=75

任一数码位K_i < r

$$\frac{K_n \times r^n + K_{n-1} \times r^{n-1} + \cdots + K_2 \times r^2 + K_1 \times r^1 + K_0 \times r^0}{r} = \underbrace{K_n \times r^{n-1} + K_{n-1} \times r^{n-2} + \cdots + K_2 \times r^1 + K_1 \times r^0}_{商} \ \ldots\ \underbrace{K_0}_{\ldots 余数}$$

如：十进制 —> 二进制　　r = 2

$75 \div 2 = 37 \ldots \boxed{1}$ K_0

$37 \div 2 = 18 \ldots \boxed{1}$ K_1

$18 \div 2 = 9 \ldots \boxed{0}$ K_2

$9 \div 2 = 4 \ldots \boxed{1}$ K_3

$4 \div 2 = 2 \ldots \boxed{0}$ K_4

$2 \div 2 = 1 \ldots \boxed{0}$ K_5

$1 \div 2 = 0 \ldots \boxed{1}$ K_6

75D = 1001011B

$(75)_{10} = (1001011)_2$

除基	取余	
2 | 75	1	低位
2 | 37	1	
2 | 18	0	
2 | 9	1	
2 | 4	0	
2 | 2	0	
2 | 1	1	高位
0		

十进制→任意进制

十进制 —> 任意进制

r 进制： $K_n\ K_{n-1}\ \dots\ K_2\ K_1\ K_0 K_{-1} K_{-2}\ \dots\ K_{-m}$

$= K_n \times r^n + K_{n-1} \times r^{n-1} + \cdots + K_2 \times r^2 + K_1 \times r^1 + K_0 \times r^0 + K_{-1} \times r^{-1} + K_{-2} \times r^{-2} + \dots + K_{-m} \times r^{-m}$

如：75.3　　小数部分=0.3

$(K_{-1} \times r^{-1} + K_{-2} \times r^{-2} + \dots + K_{-m} \times r^{-m}) \times \text{r} = \underbrace{K_{-1} \times r^0}_{\text{整数}} + \underbrace{K_{-2} \times r^{-1} + \dots + K_{-m} \times r^{-(m-1)}}_{\text{小数}}$

如：十进制 —> 二进制　r = 2

$0.3 \times 2 = 0.6 = \boxed{0} + 0.6$　K_{-1}

$0.6 \times 2 = 1.2 = \boxed{1} + 0.2$　K_{-2}

$0.2 \times 2 = 0.4 = \boxed{0} + 0.4$　K_{-3}

$0.4 \times 2 = 0.8 = \boxed{0} + 0.8$　K_{-4}

$0.8 \times 2 = 1.6 = \boxed{1} + 0.6$　K_{-5}

……

0.3D = 0.01001… B

乘基	取整	
0.3		
× 2		
0.6	0	高位
× 2		
1.2	1	
0.2		
× 2		
0.4	0	低位
…		

十进制→二进制（拼凑法）

十进制：260.75、533.125

2^{12}	2^{11}	2^{10}	2^{9}	2^{8}	2^{7}	2^{6}	2^{5}	2^{4}	2^{3}	2^{2}	2^{1}	2^{0}	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}
4096	2048	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1	0.5	0.25	0.125

真值和机器数

15 → 1111　　　　+15 → 0 1111
8 → 1000　　　　- 8 → 1 1000
　　　　　　　　真值　机器数

→ 原码、反码、补码、移码

真值：符合人类习惯的数字
机器数：数字实际存到机器里的形式，正负号需要被“数字化”

知识回顾与重要考点

进位计数值

- **r进制数**
  - 基数=r，每个数码位可能出现r种字符。逢r进1
- **r进制数—>十进制**
  - $K_n K_{n-1} \dots K_2 K_1 K_0 . K_{-1} K_{-2} \dots K_{-m}$
    $= K_n \times r^n + K_{n-1} \times r^{n-1} + \dots + K_2 \times r^2 + K_1 \times r^1 + K_0 \times r^0$
    $+ K_{-1} \times r^{-1} + K_{-2} \times r^{-2} + \dots + K_{-m} \times r^{-m}$
  - r进制数的数值=各数码位与位权的乘积之和
- **二进制<—>八进制**
  - 每3个二进制位对应一个八进制位
- **二进制<—>十六进制**
  - 每4个二进制位对应一个十六进制位

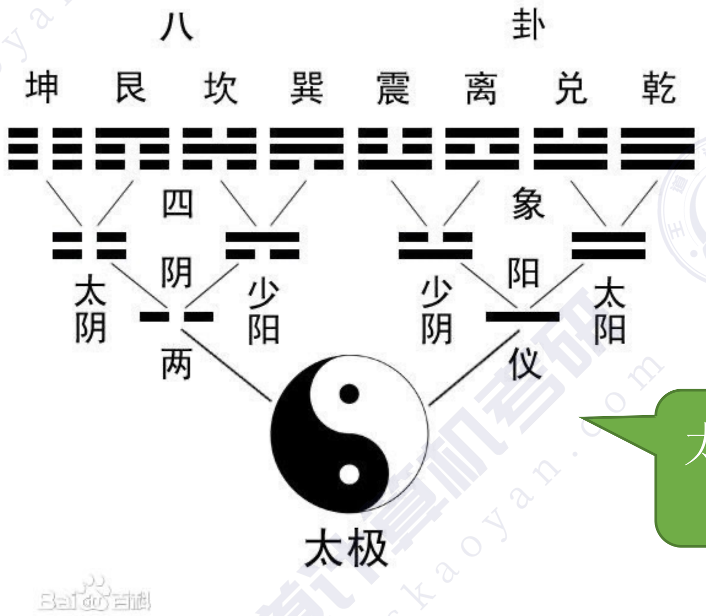
注意"补位"

- **十进制—>r进制**
  - 整数部分：除基取余法，先取得的"余"是整数的低位
  - 小数部分：乘基取整法，先取得的"整"是小数的高位
- **真值和机器数**
  - 真值：实际的带正负号的数值（人类习惯的样子）
  - 机器数：把正负号数字化的数（存到机器里的样子）

注意：有的十进制小数无法用二进制精确表示，如：0.3

2^{12}	2^{11}	2^{10}	2^{9}	2^{8}	2^{7}	2^{6}	2^{5}	2^{4}	2^{3}	2^{2}	2^{1}	2^{0}	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}
4096	2048	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1	0.5	0.25	0.125

中国古代的二进制系统



太极生两仪，两仪生四象，四象生八卦