1 基本逻辑

1.1 基础概念

1. 全称命题: $\forall x$, 均有 A 成立
2. 特称命题: $\exists x$, 使得 A 成立
   (a) 全称命题和特称命题互为否定命题
   (b) 全称命题否定命题: $\exists x$, 使得 $\overline{A}$ 成立
   (c) 特称命题否定命题: $\forall x$, 均有 $\overline{A}$ 成立
   (d) *e.g.* $\forall x \in \mathbb{R}$ 均有 $x^2 \geq 0$ 成立。否定命题: $\exists x \in \mathbb{R}$, 使得 $x^2 < 0$ 成立
   (e) *e.g.* $\exists x \in \mathbb{R}$ 使得 $x^2 \geq 0$。否定命题: $\forall x \in \mathbb{R}$, 均有 $x^2 < 0$ 成立
3. 蕴称命题: $A \Rightarrow B$(若 A 成立，则 B 成立)
   (a) 其否定命题: A 成立且 $\overline{B}$ 成立
   (b) **逆否命题**: 若 B 不成立则 A 不成立 ($\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$)。与蕴含命题**等价**
   (c) 其否命题: $\overline{A} \Rightarrow \overline{B}$。原命题真，其否命题可真可假
4. 多元命题: $\forall x, \forall y$, 均有 A 成立；或 $\forall x, \exists y$, 使得 A 成立

$$\lim_{n\to\infty} x_n = a \quad \Leftrightarrow \forall \epsilon > 0, \exists N > 0, \forall n > N \Rightarrow |x_n - a| < \epsilon$$

$$\text{其否定命题: } a \text{ 不是} x_n \text{ 的极限} \quad \Leftrightarrow \exists \epsilon > 0, \forall N > 0, \exists n > N \Rightarrow |x_n - a| \geq \epsilon$$

5. 充分条件: $A \Rightarrow B$，若 A 成立，则 B 成立，称 A 是 B 的充分条件
6. 必要条件: $A \Leftarrow B$，若 B 成立，则 A 成立，称 A 是 B 的必要条件
7. 充分必要条件: $A \Leftrightarrow B$，若 A 成立，则 B 成立，若 B 成立，则 A 成立，称 A 和 B 互为充分必要条件
8. 反证思路：所给出的”**否定命题**”是推理中增加的一个强有力的条件。假设其否定命题成立，推导出与已知成立的某条件矛盾，则思路完成。以下情形可用：
   (a) 显而易见但不易说明
   (b) 与常见形式对立
9. 数学归纳：在试算 n 较小时的特殊情况后，增加 $n = k$ 是 A 成立（第一数学归纳法）或者 $n < k+1$ 是 A 成立（第二数学归纳法）这个强有力的条件，推导 $n = k+1$ 是 A 成立

1.2 定理

1.3 运算

1.4 公式

1.5 方法步骤

1.6 条件转换思路

1.7 理解