

1 导学

1.1 命题

1. 全称命题: $\forall x, A(x)$ 成立 $\xrightarrow{\text{否定}} \exists x, \neg A(x)$ 成立
 - (a) “对于所有 $x, A(x)$ 成立”的否定是“存在至少一个 x , 使得 $A(x)$ 不成立”
 - (b) e.g.
 - i. 命题: 所有学生都及格
 - ii. 否定: 存在至少一个学生没及格
 - iii. 练习: 对所有整数 n , 如果 n 是偶数, 则 n^2 也是偶数。
2. 特称命题: $\exists x, A(x)$ 成立 $\xrightarrow{\text{否定}} \forall x, \neg A(x)$ 成立
 - (a) “存在 x 使 $A(x)$ 成立”的否定是“对所有 $x, A(x)$ 都不成立”
 - (b) e.g.
 - i. 命题: 有学生没迟到
 - ii. 否定: 每个学生都迟到
 - iii. 练习: 存在一个整数 n , 使得 $n^2 - n + 1$ 可以被 3 整除。
3. 蕴式命题: $A \rightarrow B$ (若 A , 则 B) $\xrightarrow{\text{否定}}$ A 成立且 $\neg B$ 成立
 - (a) “如果 A , 则 B ”的否定是“发生了 A , 但 B 没发生”
 - (b) e.g.
 - i. 命题: 如果下雨, 我就带伞
 - ii. 否定: 下雨了, 但我没带伞
 - iii. 练习: 如果一个三角形是等边三角形, 则它的内角都是 60°
4. 多元命题 (多个条件)
 - (a) $\forall x, \forall y, A$ 成立
 - (b) $\forall x, \exists y, A$ 成立 $\xrightarrow{\text{否定}} \exists x, \forall y, \neg A$ 成立
 - i. 对每个全称量词 \forall 取反 \rightarrow 变成特称 \exists
 - ii. 对每个特称量词 \exists 取反 \rightarrow 变成全称 \forall
 - iii. 否定公式在逻辑上包裹命题内容
 - iv. e.g.
 - A. 命题: 对每个学生, 都存在一道题他能做对
$$\forall x \exists y, P(x, y)$$
 - B. 否定: 存在至少一个学生, 他没有做对任何一道题
$$\exists x \forall y, \neg P(x, y)$$
 - C. 练习: 对所有整数 m , 存在一个整数 n , 使得 $m + n$ 是偶数。
5.
$$\left. \begin{array}{l} P \text{真 } \neg p \text{ 假} \\ P \text{假 } \neg p \text{ 真} \end{array} \right\} \Rightarrow P \cap \neg P = O \text{ 恒假}$$