



图 3.8 循环冗余码的运算过程

注意

循环冗余码（CRC）是具有纠错功能的，只是数据链路层仅使用了它的检错功能，检测到帧出错则直接丢弃，是为了方便协议的实现，因此本节不介绍 CRC 的检错功能。

3.3.2 纠错编码

最常见的纠错编码是海明码，其实现原理是在有效信息位中加入几个检验位形成海明码，并把海明码的每个二进制位分配到几个奇偶检验组中。某一位出错后，就会引起有关的几个检验位的值发生变化，这不但可以发现错位，而且能指出错位的位置，为自动纠错提供依据。

1. 码距

任何一种编码的检错能力和纠错能力都与该编码的最小距离有关。码距（也称海明距离）是指两个码字对应位取值不同的比特数量。计算码距的一种方法是对两个位串进行异或（ \oplus ）运算，结果中 1 的个数即为码距。例如， $0110 \oplus 0011 = 0101$ ，异或结果中有两个 1，说明这两个码字有 2 个比特不同，因此 0110 和 0011 的码距为 2。在一个编码集中，任意两个码字的码距的最小值称为该编码集的码距。例如，对于编码集{10011, 01011, 11110, 00001}，尽管 11110 和 00001 的码距为 5，但 10011 和 01011 的码距为 2，取最小值，因此该编码集的码距为 2。

根据纠错理论，编码方案的检错能力和纠错能力与码距 l 的关系如下：

$$l = d + c + 1, \quad d \geq c$$

即码距 l 越大，其检错的位数 d 就越大，纠错的位数 c 也就越大，且纠错能力恒小于或等于检错能力（能纠错必然能检错）。例如，当码距 $l=3$ 时，这种编码最多能检错 2 位，或能纠错 1 位。此外，考虑到 $c=0$ 和 $d=c$ 的两种边界情况，还可以推出如下结论：

- 1) 为了检测 d 位错误，需要一个码距为 $d+1$ 的编码方案。当一个有效码字发生 d 位错误时，不可能变成另一个有效码字。可见，码距为 1 的编码方案无法检测任何错误。
- 2) 为了纠正 c 位错误，需要一个码距为 $2c+1$ 的编码方案。当一个有效码字发生 c 位错误时，它还是离原来的码字最近，从而能确定原来的码字，达到纠错的目的。

2. 海明码的编码过程

海明码具有 1 位纠错能力，现以数据 1010 为例讲述海明码的编码过程。

(1) 确定海明码的位数

设信息位有 n 位，检验位为 k 位， k 位检验位能表示 2^k 种状态，信息位和检验位共有 $n+k$ 种 1 位出错的状态，此外还需要一种表示正确的状态，因此 n 和 k 应满足

$$2^k \geq n+k+1$$