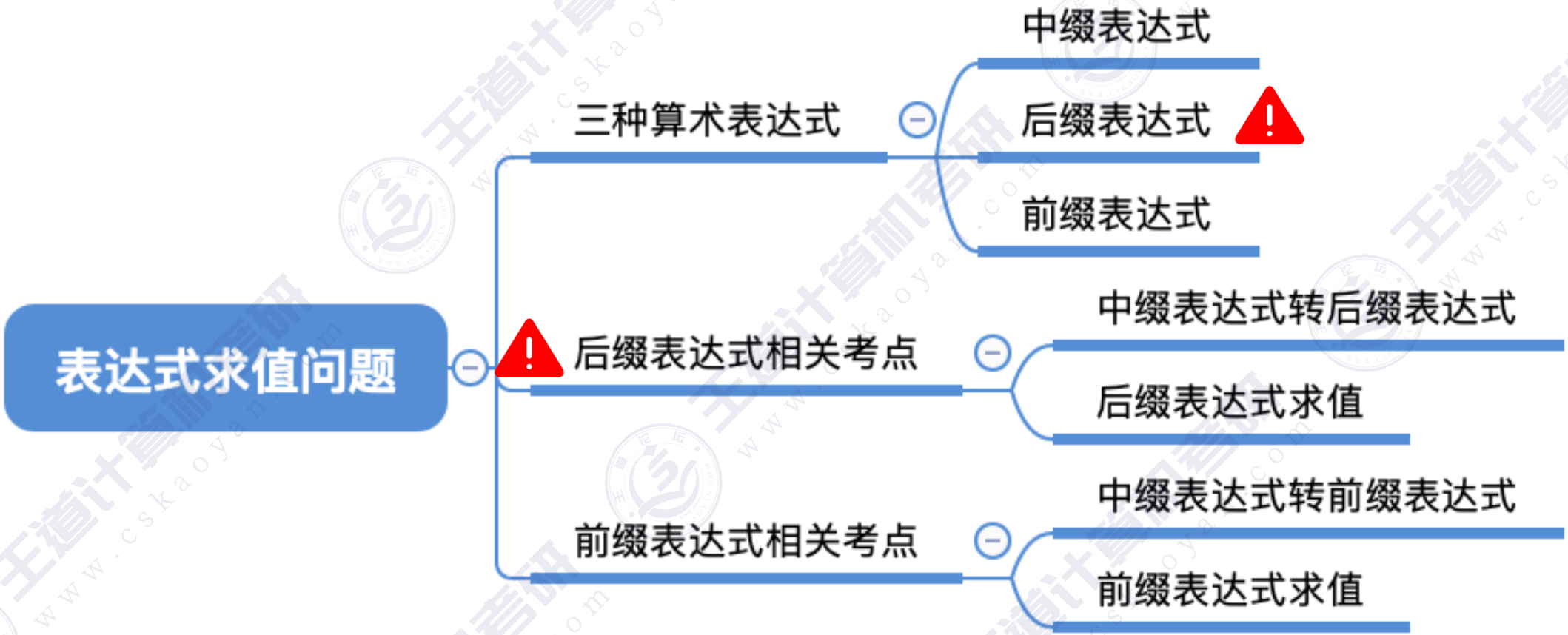
本节内容

栈的应用

——表达式求值

知识总览



大家熟悉的算数表达式

Reference: Wikipedia
——**Reverse Polish notation**

$$((15 \div (7 - (1 + 1))) \times 3) - (2 + (1 + 1))$$
③ ② ① ④ ⑦ ⑥ ⑤

$$15 \div 7 - 1 + 1 \times 3 - 2 + 1 + 1$$
① ② ④ ③ ⑤ ⑥ ⑦

由三个部分组成：操作数、运算符、界限符

界限符是必不可少的，
反映了计算的先后顺序

波兰数学家的灵感

$$((15 \div (7 - (1 + 1))) \times 3) - (2 + (1 + 1))$$

一个灵感：可以不用界限符也能无歧义地表达运算顺序

Reverse Polish notation（逆波兰表达式 = 后缀表达式）

Polish notation（波兰表达式 = 前缀表达式）

中缀、后缀、前缀表达式

运算符在两个操作数中间

中缀表达式

a + b

a + b - c

a + b - c * d

规则：运算符在两个操作数后面

后缀表达式

a b +

a b + c -

a b + c d * -

规则：运算符在两个操作数前面

前缀表达式

+ a b

- + a b c

- + a b * c d

中缀表达式转后缀表达式（手算）

中缀转后缀的手算方法：

① 确定中缀表达式中各个运算符的运算顺序

② 选择下一个运算符，按照「左操作数 右操作数 运算符」的方式组合成一个新的操作数

③ 如果还有运算符没被处理，就继续 ②

$$((15 \div (7 - (1 + 1))) \times 3) - (2 + (1 + 1))$$

③ ② ① ④ ⑦ ⑥ ⑤

中缀表达式

$$15\ 7\ 1\ 1\ +\ -\ \div\ 3\ \times\ 2\ 1\ 1\ +\ +\ -$$

① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦

后缀表达式

中缀表达式转后缀表达式（手算）

中缀转后缀的手算方法：

① 确定中缀表达式中各个运算符的运算顺序

② 选择下一个运算符，按照「左操作数 右操作数 运算符」的方式组合成一个新的操作数

③ 如果还有运算符没被处理，就继续 ②

运算顺序不唯一，因此对应的后缀表达式也不唯一

A + B * (C - D) – E / F

③ ② ① ⑤ ④

① ② ③ ④ ⑤

A B C D - * + E F / -

A + B * (C - D) – E / F

⑤ ③ ② ④ ①

② ③ ① ④ ⑤

A B C D - * E F / - +

私房菜：“左优先”原则，不要FreeStyle，保证手算和机算结果相同

“左优先”原则：只要左边的运算符能先计算，就优先算左边的

客观来看两种都正确，只是“机算”结果是前者

中缀表达式转后缀表达式（手算）

中缀转后缀的手算方法：

① 确定中缀表达式中各个运算符的运算顺序

② 选择下一个运算符，按照「左操作数 右操作数 运算符」的方式组合成一个新的操作数

③ 如果还有运算符没被处理，就继续②

运算顺序不唯一，因此对应的后缀表达式也不唯一

“左优先”原则：只要左边的运算符能先计算，就优先算左边的

可保证运算顺序唯一

A + B - C * D / E + F

① ④ ② ③ ⑤

A B + C D * E / - F +

① ② ③ ④ ⑤

后缀表达式的计算（手算）

$$((15 \div (7 - (1 + 1))) \times 3) - (2 + (1 + 1))$$

③ ② ① ④ ⑦ ⑥ ⑤

中缀表达式

$$15\ 7\ 1\ 1\ +\ -\ \div\ 3\ \times\ 2\ 1\ 1\ +\ +\ -$$

① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦

后缀表达式

后缀表达式的手算方法：

从左往右扫描，每遇到一个运算符，就让运算符前面最近的两个操作数执行对应运算，合体为一个操作数

注意：两个操作数的左右顺序

后缀表达式的计算（手算）

后缀表达式的手算方法：
从左往右扫描，每遇到一个运算符，就让运算符前面最近的两个操作数执行对应运算，合体为一个操作数

注意：两个操作数的左右顺序

A + B * (C - D) – E / F

③ ② ① ⑤ ④

① ② ③ ④ ⑤

A B C D - * + E F / -

后缀表达式的计算（手算）

后缀表达式的手算方法：
从左往右扫描，每遇到一个运算符，就让运算符前面最近的两个操作数执行对应运算，合体为一个操作数

注意：两个操作数的左右顺序

A + B - C * D / E + F
① ④ ② ③ ⑤

① ② ③ ④ ⑤
A B + C D * E / - F +

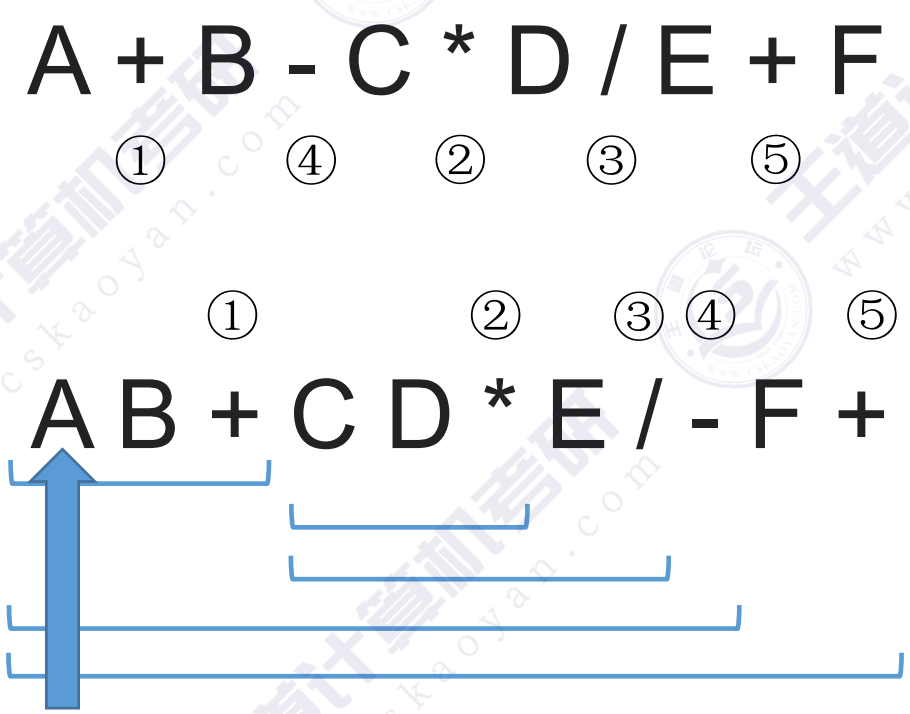
特点：最后出现的操作数先被运算

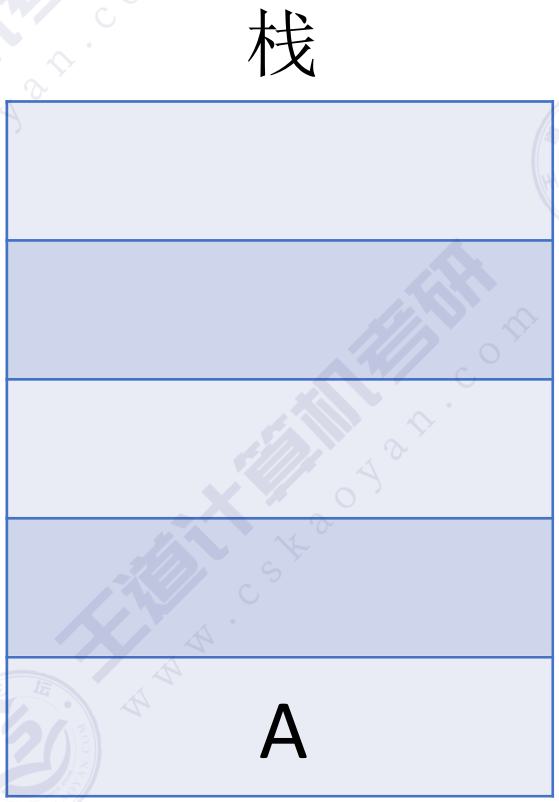
LIFO（后进先出）

栈！！！

后缀表达式的计算（机算）

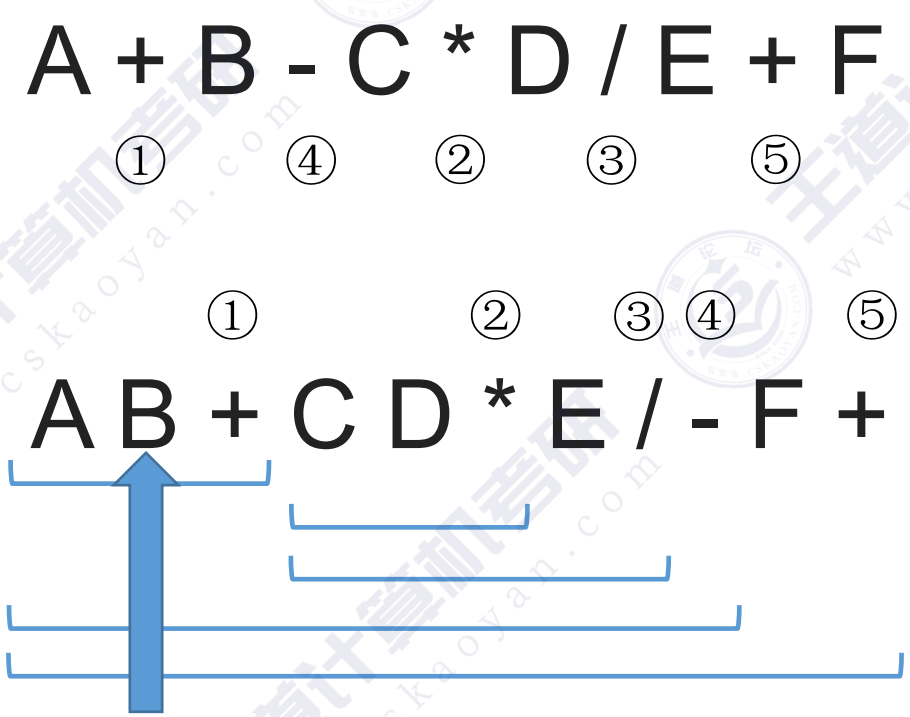
用栈实现后缀表达式的计算：
①从左往右扫描下一个元素，直到处理完所有元素
②若扫描到操作数则压入栈，并回到①；否则执行③
③若扫描到运算符，则弹出两个栈顶元素，执行相应运算，运算结果压回栈顶，回到①

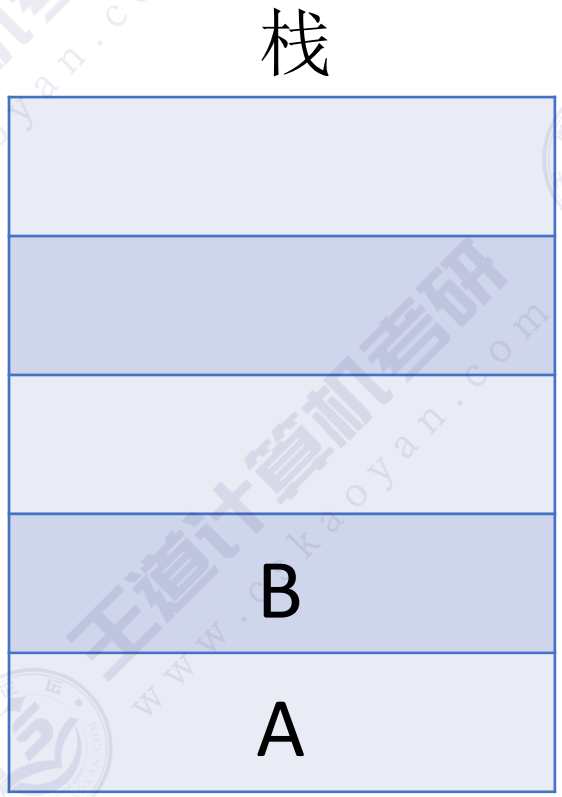




后缀表达式的计算（机算）

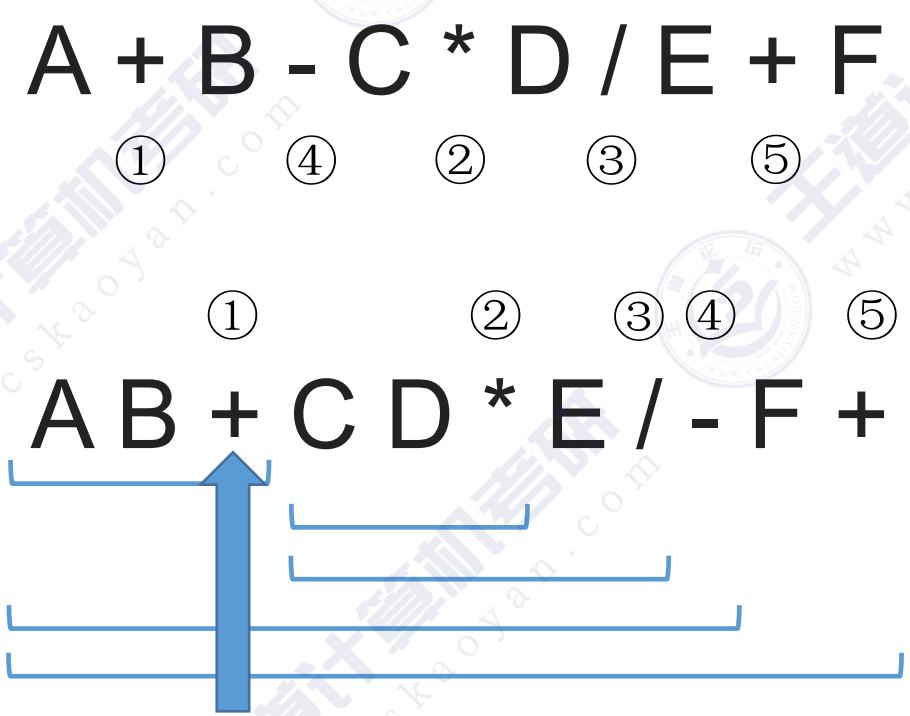
用栈实现后缀表达式的计算：
①从左往右扫描下一个元素，直到处理完所有元素
②若扫描到操作数则压入栈，并回到①；否则执行③
③若扫描到运算符，则弹出两个栈顶元素，执行相应运算，运算结果压回栈顶，回到①

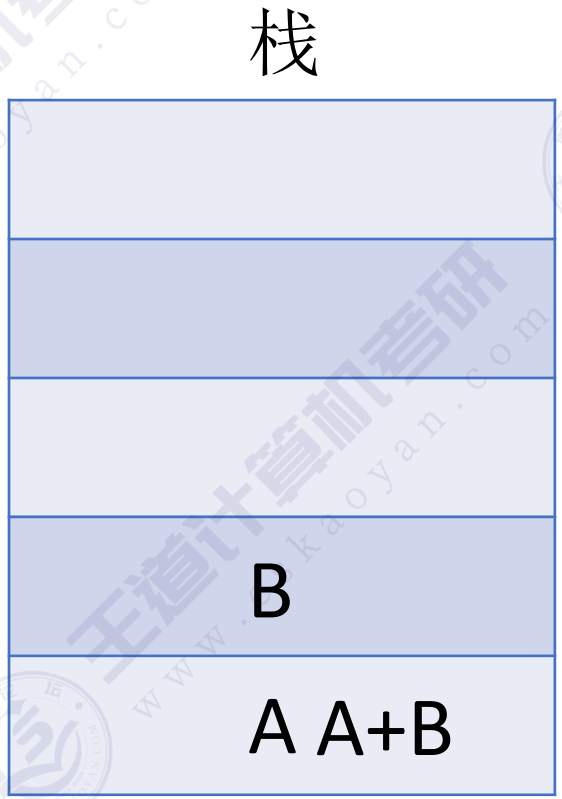




后缀表达式的计算（机算）

用栈实现后缀表达式的计算：
①从左往右扫描下一个元素，直到处理完所有元素
②若扫描到操作数则压入栈，并回到①；否则执行③
③若扫描到运算符，则弹出两个栈顶元素，执行相应运算，运算结果压回栈顶，回到①



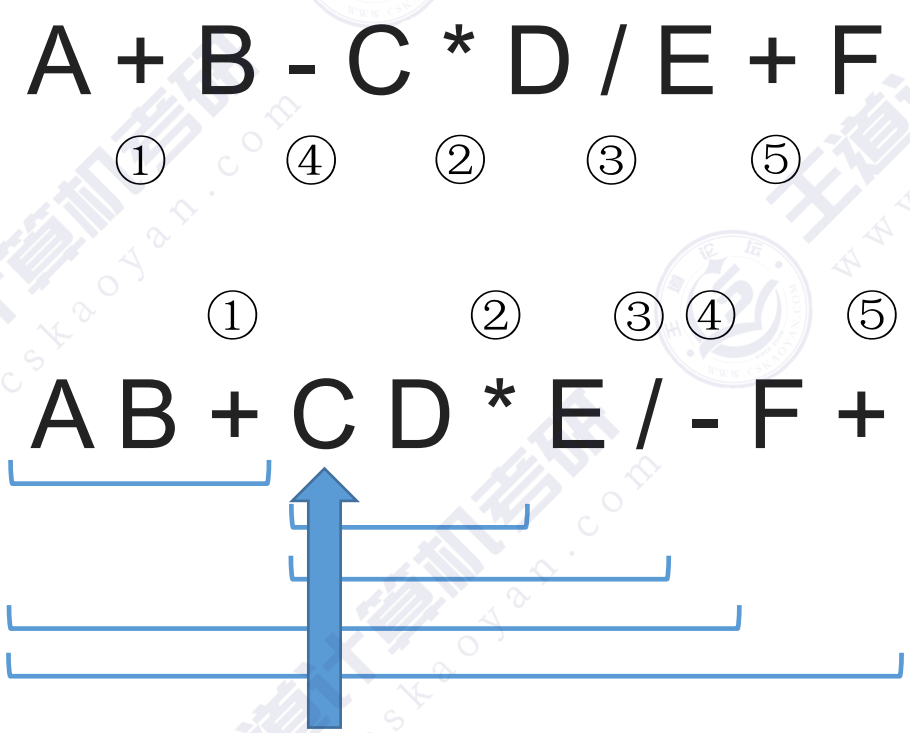


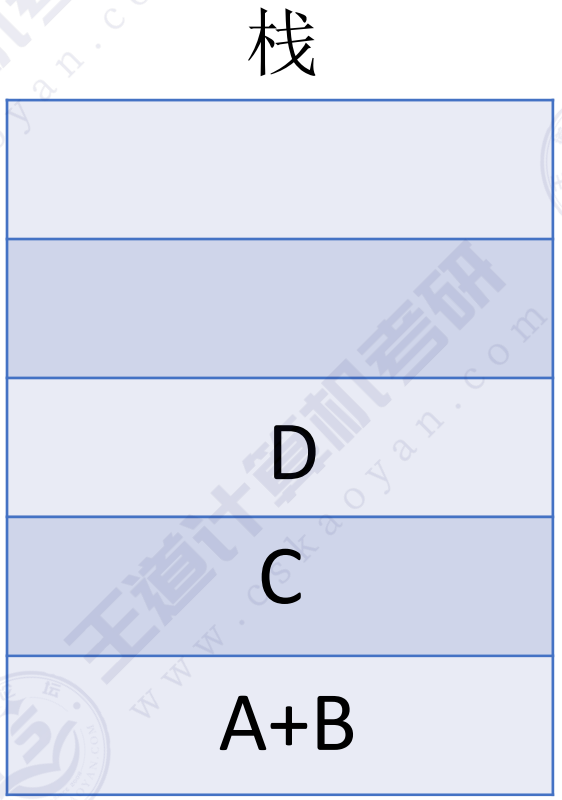
注意：先出栈的是“右操作数”

+

后缀表达式的计算（机算）

用栈实现后缀表达式的计算：
①从左往右扫描下一个元素，直到处理完所有元素
②若扫描到操作数则压入栈，并回到①；否则执行③
③若扫描到运算符，则弹出两个栈顶元素，执行相应运算，运算结果压回栈顶，回到①

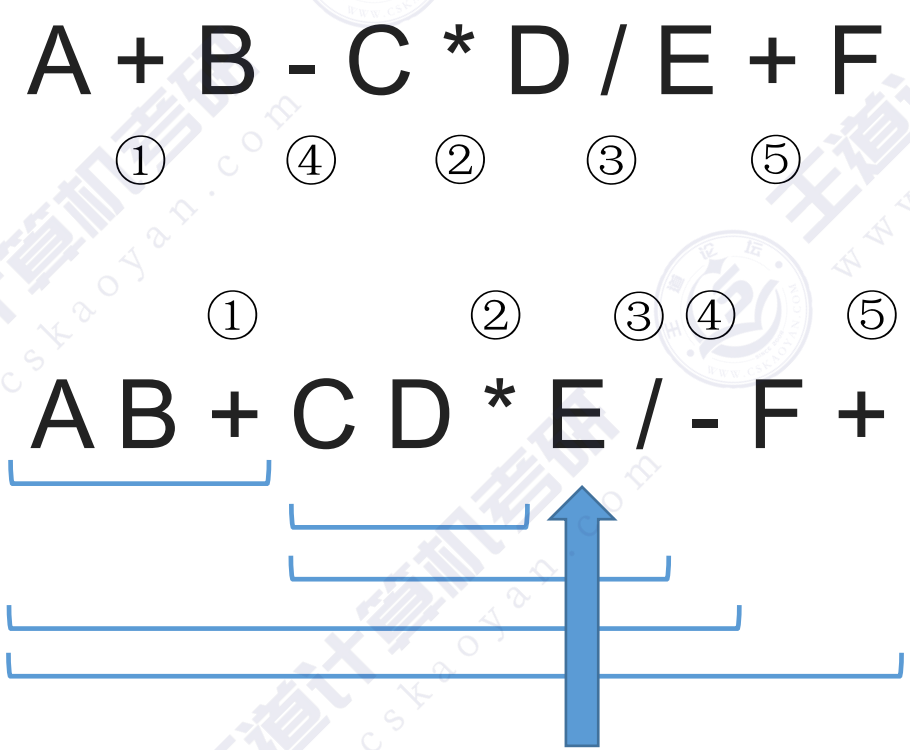


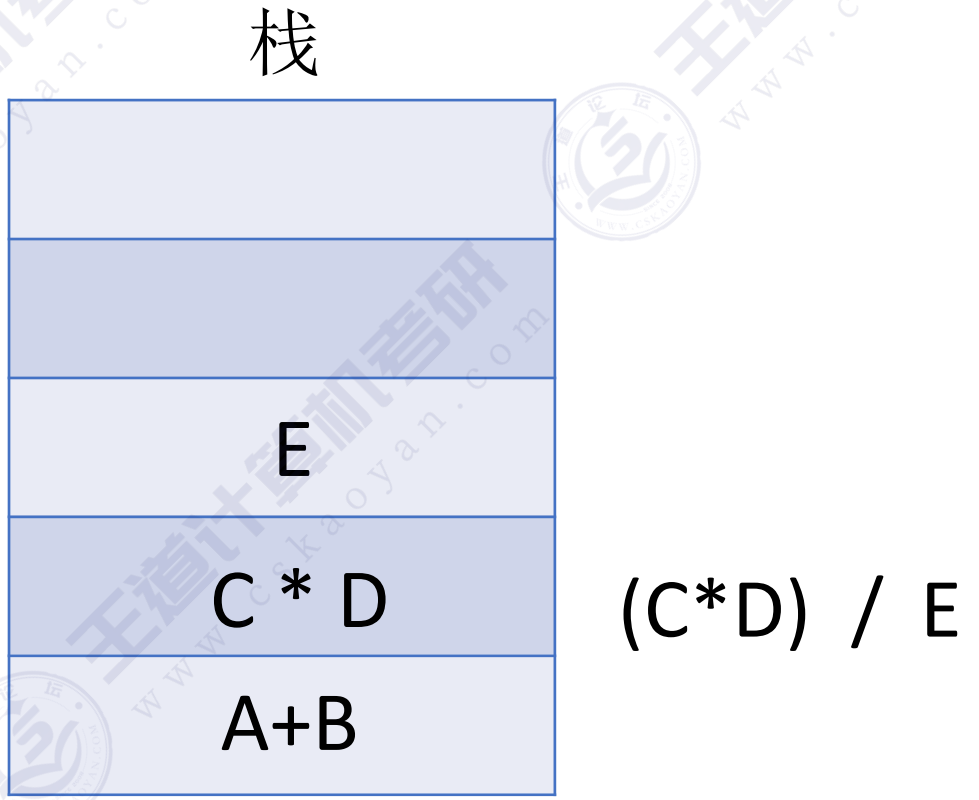


C * D

后缀表达式的计算（机算）

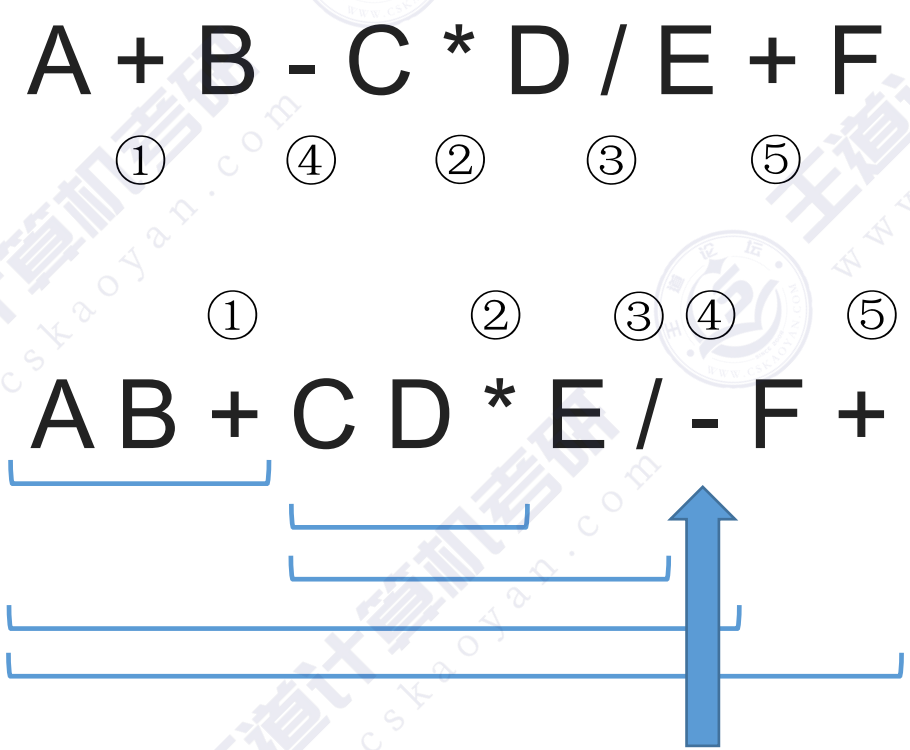
用栈实现后缀表达式的计算：
①从左往右扫描下一个元素，直到处理完所有元素
②若扫描到操作数则压入栈，并回到①；否则执行③
③若扫描到运算符，则弹出两个栈顶元素，执行相应运算，运算结果压回栈顶，回到①

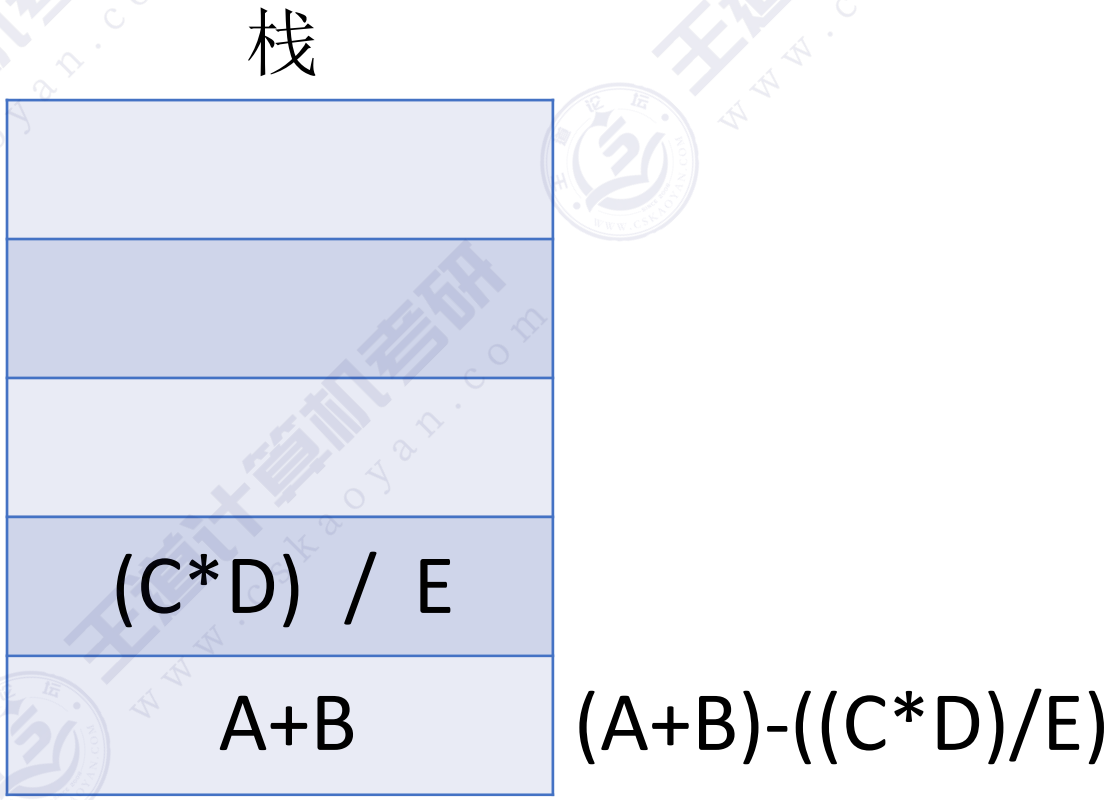




后缀表达式的计算（机算）

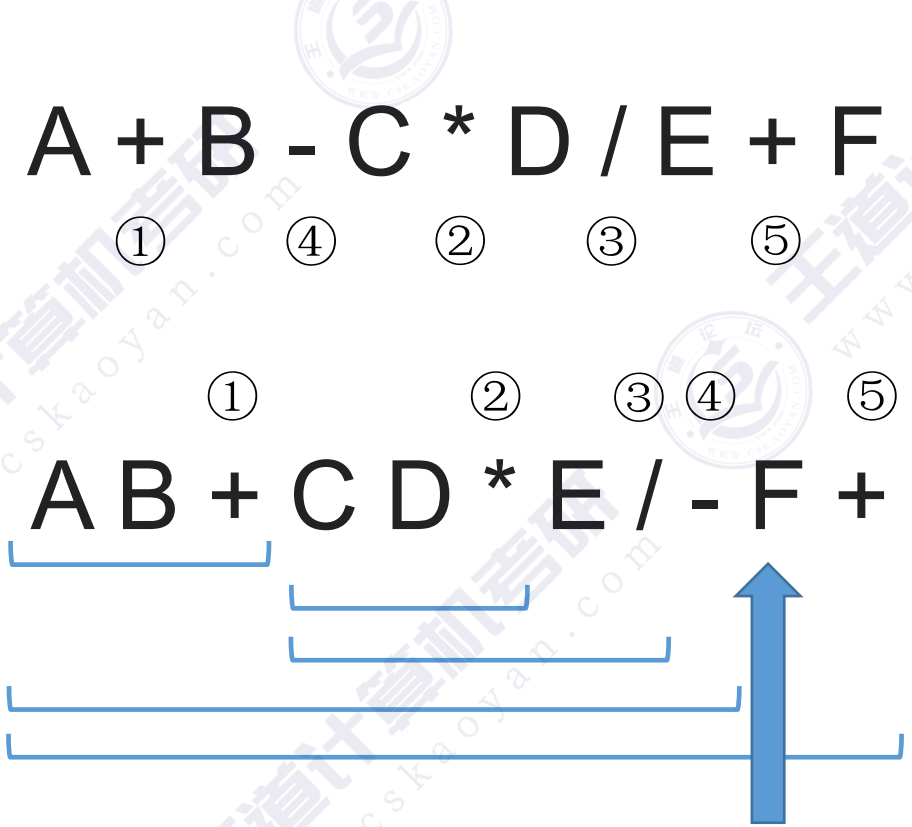
用栈实现后缀表达式的计算：
①从左往右扫描下一个元素，直到处理完所有元素
②若扫描到操作数则压入栈，并回到①；否则执行③
③若扫描到运算符，则弹出两个栈顶元素，执行相应运算，运算结果压回栈顶，回到①

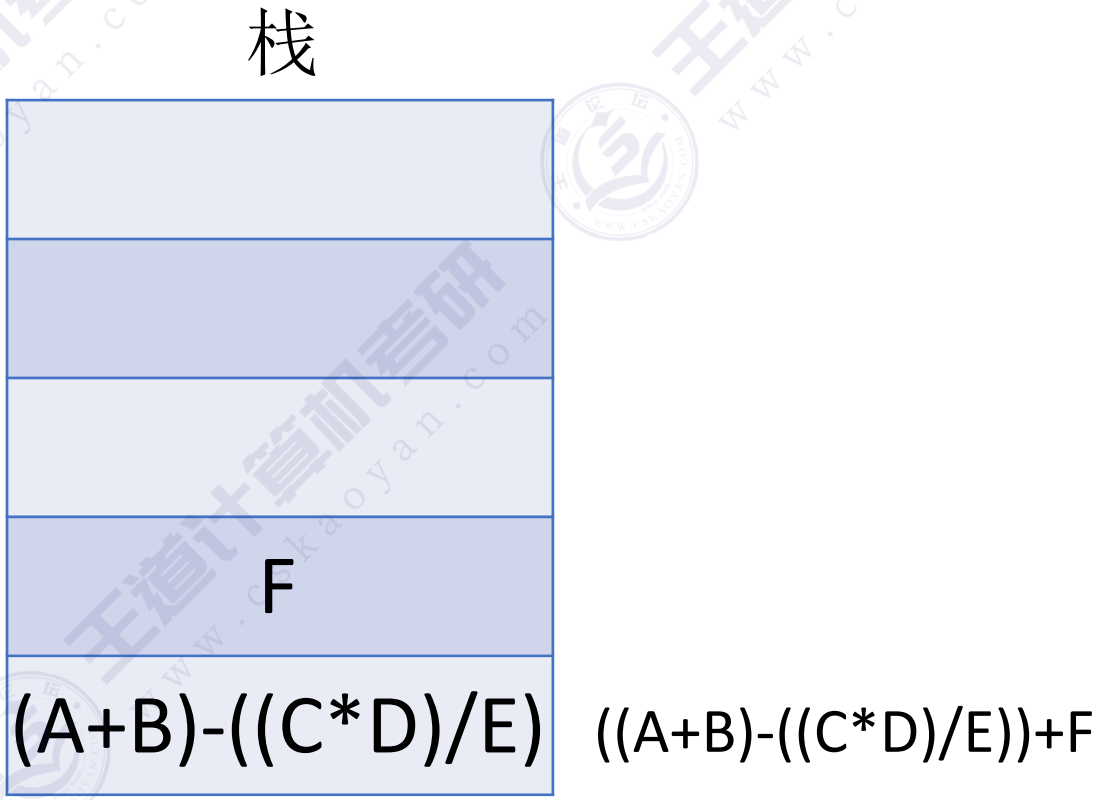




后缀表达式的计算（机算）

用栈实现后缀表达式的计算：
①从左往右扫描下一个元素，直到处理完所有元素
②若扫描到操作数则压入栈，并回到①；否则执行③
③若扫描到运算符，则弹出两个栈顶元素，执行相应运算，运算结果压回栈顶，回到①





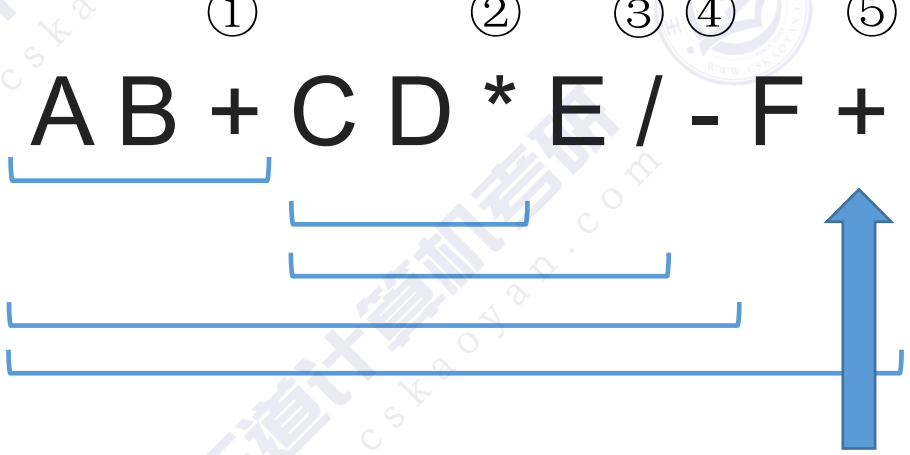
后缀表达式的计算（机算）

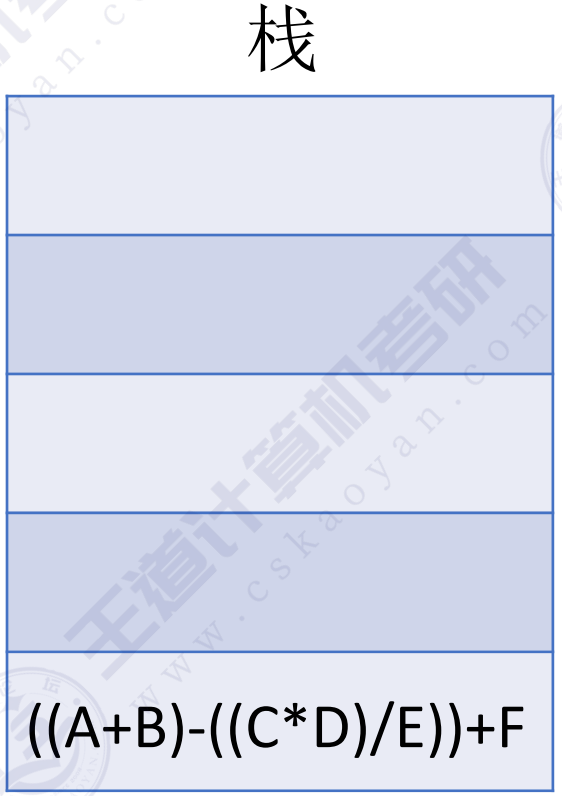
用栈实现后缀表达式的计算：
①从左往右扫描下一个元素，直到处理完所有元素
②若扫描到操作数则压入栈，并回到①；否则执行③
③若扫描到运算符，则弹出两个栈顶元素，执行相应运算，运算结果压回栈顶，回到①

注意：先出栈的是“右操作数”

A + B - C * D / E + F
① ④ ② ③ ⑤

① ② ③ ④ ⑤
A B + C D * E / - F +





若表达式合法，则最后栈中只会留下一个元素，就是最终结果

后缀表达式的计算（机算）

后缀表达式适用于基于栈的编程语言（**stack-oriented programming language**），如：Forth、PostScript

用栈实现后缀表达式的计算：

①从左往右扫描下一个元素，直到处理完所有元素

②若扫描到操作数则压入栈，并回到①；否则执行③

③若扫描到运算符，则弹出两个栈顶元素，执行相应运算，运算结果压回栈顶，回到①

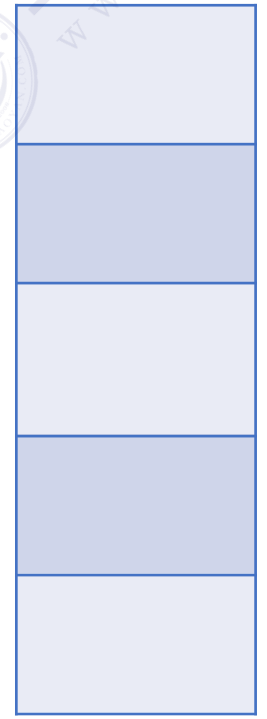
注意：先出栈的是“右操作数”

$$((15 \div (7 - (1 + 1))) \times 3) - (2 + (1 + 1))$$

③ ② ① ④ ⑦ ⑥ ⑤

15 7 1 1 + - ÷ 3 × 2 1 1 + + -

栈



思考：后缀表达式怎么转中缀？

中缀表达式转前缀表达式（手算）

中缀转前缀的手算方法：

① 确定中缀表达式中各个运算符的运算顺序

② 选择下一个运算符，按照「运算符 左操作数 右操作数」的方式组合成一个新的操作数

③ 如果还有运算符没被处理，就继续②

“右优先”原则：只要右边的运算符能先计算，就优先算右边的

A + B * (C - D) – E / F

③ ② ① ⑤ ④

A + B * (C - D) – E / F

⑤ ③ ② ④ ①

⑤ ③ ② ① ④

- + A * B - C D / E F

⑤ ④ ③ ② ①

+ A - * B - C D / E F

中缀表达式转前缀表达式（手算）

$$((15 \div (7 - (1 + 1))) \times 3) - (2 + (1 + 1))$$

③ ② ① ④ ⑦ ⑥ ⑤

中缀转后缀：“左优先”

$$15\ 7\ 1\ 1\ +\ -\ \div\ 3\ \times\ 2\ 1\ 1\ +\ +\ -$$

$$((15 \div (7 - (1 + 1))) \times 3) - (2 + (1 + 1))$$

⑤ ④ ③ ⑥ ⑦ ② ①

中缀转前缀：“右优先”

$$-\ \times\ \div\ 15\ -\ 7\ +\ 1\ \ 1\ \ 3\ +\ 2\ +\ 1\ \ 1$$

⑦ ⑥ ⑤ ④ ③ ② ①

前缀表达式的计算

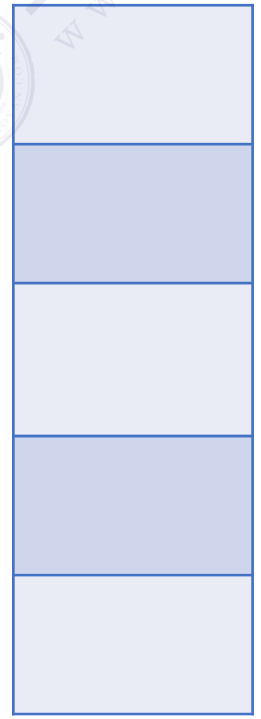
用栈实现前缀表达式的计算：
①从右往左扫描下一个元素，直到处理完所有元素
②若扫描到操作数则压入栈，并回到①；否则执行③
③若扫描到运算符，则弹出两个栈顶元素，执行相应运算，运算结果压回栈顶，回到①

注意：先出栈的是“左操作数”

$$((15 \div (7 - (1 + 1))) \times 3) - (2 + (1 + 1))$$
⑤ ④ ③ ⑥ ⑦ ② ①

$$- \times \div 15\ -\ 7\ +\ 1\ \ 1\ \ 3\ +\ 2\ +\ 1\ \ 1$$
⑦ ⑥ ⑤ ④ ③ ② ①

栈



知识回顾与重要考点