

1 基本逻辑

1.1 基础概念

1. 全称命题: $\forall x$, 均有 A 成立
2. 特称命题: $\exists x$, 使得 A 成立
 - (a) 全称命题和特称命题互为否定命题
 - (b) 全称命题否定命题: $\exists x$, 使得 \bar{A} 成立
 - (c) 特称命题否定命题: $\forall x$, 均有 \bar{A} 成立
 - (d) Case: $\forall x \in \mathbb{R}$ 均有 $x^2 \geq 0$ 成立。否定命题: $\exists x \in \mathbb{R}$, 使得 $x^2 < 0$ 成立
 - (e) Case: $\exists x \in \mathbb{R}$ 使得 $x^2 \geq 0$ 。否定命题: $\forall x \in \mathbb{R}$, 均有 $x^2 < 0$ 成立
3. 蕴称命题: $A \Rightarrow B$ (若 A 成立, 则 B 成立)

- (a) 其否定命题: A 成立且 \bar{B} 成立
- (b) 逆否命题: 若 B 不成立则 A 不成立 ($\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$)。与蕴含命题等价
- (c) 其否命题: $\bar{A} \Rightarrow \bar{B}$ 。原命题真, 其否命题可真可假

4. 多元命题: $\forall x, \forall y$, 均有 A 成立; 或 $\forall x, \exists y$, 使得 A 成立

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a \quad \Leftrightarrow \quad \forall \epsilon > 0, \exists N > 0, \forall n > N \Rightarrow |x_n - a| < \epsilon$$

$$\text{其否定命题: } a \text{ 不是 } x_n \text{ 的极限} \quad \Leftrightarrow \quad \exists \epsilon > 0, \forall N > 0, \exists n > N \Rightarrow |x_n - a| \geq \epsilon$$

5. 充分条件: $A \Rightarrow B$, 若 A 成立, 则 B 成立, 称 A 是 B 的充分条件
6. 必要条件: $A \Leftarrow B$, 若 B 成立, 则 A 成立, 称 A 是 B 的必要条件
7. 充分必要条件: $A \Leftrightarrow B$, 若 A 成立, 则 B 成立, 若 B 成立, 则 A 成立, 称 A 和 B 互为充分必要条件
8. 反证思路: 所给出的”否定命题”是推理中增加的一个强有力的条件。假设其否定命题成立, 推导出与已知成立的某条件矛盾, 则思路完成。以下情形可用:
 - (a) 显而易见但不易说明
 - (b) 与常见形式对立
9. 数学归纳: 在试算 n 较小时的特殊情况后, 增加 $n = k$ 是 A 成立 (第一数学归纳法) 或者 $n < k + 1$ 是 A 成立 (第二数学归纳法) 这个强有力的条件, 推导 $n = k + 1$ 是 A 成立

1.2 定理

1.3 运算

1.4 公式

1.5 方法步骤

1.6 条件转换思路

1.7 理解