一 选择题 (共42分)

1. (本题 3分)(5893)

(A)

参考解:

若把单缝的宽度增大为原来的 3 倍，根据惠更斯——菲涅尔原理，中央极大的合振幅 A_0 将增大为原来的 3 倍，光强 I_0 将增大为原来的 9 倍．设单缝宽度原来为 a，后来增大为 a'，$a' = 3a$.

则据单缝衍射公式有

$$a\sin\theta_1 = \lambda\text{，}\quad a'\sin\theta_1' = \lambda$$

∴
$$\sin\theta' = \frac{a}{a'}\sin\theta_1 = \frac{a}{3a}\sin\theta_1 = \frac{1}{3}\sin\theta_1$$

$\sin\theta_1$ 减小为原来的 $\frac{1}{3}$.

2. (本题 3分)(7906)

(C)

参考解:

∵
$$d / a = 0.15 / 0.03 = 5$$

即干涉的第五极大受衍射包线第一极小的调制而消失，故有 9 条．

3. (本题 3分)(7907)

(A)

参考解:

$$d / a = \beta / \alpha = 4\text{，}\quad \beta = 0\text{，}\pi\text{，}2\pi\text{，}3\pi$$

$$\beta = \pi \qquad a = \frac{\pi}{4} \qquad \frac{I_1}{I_0} = [\frac{\sin(\pi/4)}{\pi/4}]^2\cos^2\pi$$

$$\beta = 2\pi \qquad a = \frac{2\pi}{4} \qquad \frac{I_2}{I_0} = [\frac{\sin(\pi/2)}{\pi/2}]^2\cos^2(2\pi)$$

∴
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{[\frac{\sin(\pi/4)}{\pi/4}]^2\cos^2\pi}{[\frac{\sin(\pi/2)}{\pi/2}]^2\cos^2(2\pi)} = \frac{\frac{8}{\pi^2}}{\frac{4}{\pi^2}} = 2$$

4. (本题 3分)(3526)

(B)

5. (本题 3分)(7913)

(D)

6. (本题 3分)(3533)

(D)

7. (本题 3分)(3954)

(D)

参考解: $\theta = 1.22\lambda / D = 5.3\times10^{-7}$ rad

8. (本题 3分)(5218)

(D)

9. (本题 3分)(7953)

(A)

10. (本题 3分)(7954)

(B)

11. (本题 3分)(7955)

(D)

12. (本题 3分)(7957)

(C)

13. (本题 3分)(7958)

(B)

14. (本题 3分)(7959)

(D)

二 填空题 (共94分)

15. (本题 3分)(1769)

2 1 分

4 2 分

16. (本题 3分)(3945)

$$\frac{I_0 \sin^2(\dfrac{\pi a \sin\theta}{\lambda})}{\dfrac{\pi^2 a^2 \sin^2\theta}{\lambda^2}}$$ 3 分

或写成 $I = I_0 \dfrac{\sin^2 u}{u^2}$， $u = \dfrac{\pi a \sin\theta}{\lambda}$

17. (本题 3分)(7908)

4 3 分

参考解：

当干涉的第 4 极主极大的位置和衍射的第 1 极小的位置重合时不仅可出现第 ±4，±8，±12，⋯ 主极大的缺级而且 d/a 为最大.

即所缺级次 $k = \pm(d/a)k'$，($k' = 1，2，3，\cdots$)，当 $k' = 1$ 时，$k = \pm 4$. 此时 d/a 最大，且 $d/a = 4$.

18. (本题 3分)(7909)

3 3 分

19. (本题 3分)(7910)

$0.255[或(\frac{\sin 3\pi/5}{3\pi/5})^2]$ 3 分

参考解：

$$\frac{d}{a}=\frac{\beta}{\alpha}=5\,, \qquad \therefore \quad \beta=0，\pi，2\pi，3\pi，4\pi$$

当 $\beta=3\pi \qquad \alpha=3\pi/5$

而由光强公式 $I_3: I_0=\cos^2\beta(\frac{\sin\alpha}{\alpha})^2 \ =(\cos^2 3\pi)\cdot(\frac{\sin 3\pi/5}{3\pi/5})^2=0.255$

20. (本题 4分)(3363)

3，3/2 各 2 分

21. (本题 3分)(3527)

±4，±8，… 3 分

22. (本题 3分)(3949)

5 3 分

23. (本题 3分)(7939)

$n(a+b)\sin\theta=\pm k\lambda$ 2 分

变小 1 分

24. (本题 4分)(7914)

N^2 2 分

N 2 分

25. (本题 3分)(7915)

$I_0(\frac{\sin\pi/5}{\pi/5})^2$ 或 $0.875I_0$ 3 分

26. (本题 3分)(1776)

照射光波长 1 分

圆孔的直径 2 分

27. (本题 3分)(1779)

$\sqrt{2\lambda D}$ 3 分

28. (本题 3分)(7950)

48 3 分

参考解： $k=\frac{\rho^2}{\lambda}(\frac{1}{R}+\frac{1}{r_0})=48$

29. (本题 5分)(1777)

2.24×10^{-5} 3 分

4.47 2 分

30. (本题 3分)(1778)

2.24×10^{-4} 3 分

31. (本题 3分)(1781)

13.9 3 分

32. (本题 3分)(3224)

$2.7\ \times10^{-7}$ 3 分

33. (本题 3分)(3535)

$5.2\ \times10^{-7}$ 3 分

34. (本题 3分)(5756)

1.34 3 分

参考解： $l/S=1.22\lambda/d$

$$l=\frac{1.22\lambda S}{d}=\frac{1.22\times5.5\times10^{-7}\times10^{4}}{5\times10^{-3}}\text{m}=1.34\ \ \text{m}$$

35. (本题 3分)(1782)

0.025 3 分

36. (本题 3分)(3958)

500 3 分

37. (本题 3分)(7940)

982 3 分

参考解：

$$\lambda/\Delta\lambda=N$$

$$\lambda=\frac{589.6+589.0}{2}\text{nm}=589.3\ \ \text{nm}$$

$\Delta\lambda$ =(589.6－589.0) nm = 0.6 nm

N = 589.3 / 0.6 = 982

38. (本题 3分)(3532)

$2d$ 3 分

39. (本题 3分)(3692)

0.170 nm 3 分

40. (本题 3分)(3963)

2.82×10^{-10} m 3 分

参考解： $2d\sin\theta=\lambda$， $d=2.82\times10^{-10}$ m

41. (本题 3分)(1787)

振幅 1 分

相位 2 分

42. (本题 3分)(7960)

波长 2 分

传播方向 1 分

43. (本题 3分)(7961)

干涉 1 分

衍射 2 分

44. (本题 3分)(7961)

干涉 1 分

衍射 2 分

三 计算题 (共151分)

45. (本题 5分)(1770)

解：根据光强公式，强度的极小值出现在

$$u = k\pi, \quad k = 1，2，\cdots$$

的位置.

次极大近似地可以认为是位于相邻两个极小的正中，因而可由下式求得

$$u \approx (k + \frac{1}{2})\pi, \quad k = 1，2，\cdots$$ 2 分

将上式代入光强公式，则得各次极大的光强

$$I_k \approx I_0 [\frac{\sin(k + \frac{1}{2})\pi}{(k + \frac{1}{2})\pi}]^2，(k = 1，2，\cdots)$$

代入 $\sin^2(k + \frac{1}{2})\pi = 1$

可得 $I_k \approx I_0 \frac{1}{(k + \frac{1}{2})^2 \pi^2}$ 3 分

46. (本题 5分)(3947)

解：干涉极大的衍射角ϕ满足如下条件：

$$d\sin\phi = k\lambda，k = 0，1，2，\cdots$$ 1 分

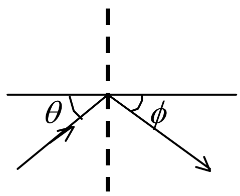
单缝衍射第一个暗点（中央明纹边缘）在 ϕ' 方向，$a\sin\phi' = \lambda$ 1 分

在 0 到ϕ' 范围内， $d\sin\phi \leqslant d\sin\phi' = \frac{d}{a}\lambda$

故 $k \leqslant d/a = 5.5$ k只能取 0，1，2，3，4，5. 2 分

另一侧，k可取-1，-2，-3，-4，-5. 共计 11 条干涉明条纹. 1 分

47. (本题 5分)(1773)



解：由于斜入射，平行光入射到光栅面上各点的光线间有光程差，因此，相邻两缝对应点射出的在衍射角ϕ 方向的光线的光程差为 $(a+b)(\sin\theta + \sin\phi)$，

$(a+b)$ 是光栅常数，θ 是入射角，ϕ 是衍射光线与光栅法线的夹角. 按照形成光栅衍射主最大的条件

$$(a+b)(\sin\theta + \sin\phi) = k\lambda，$$ 2 分

取ϕ 的最大值，即$\sin\phi = 1$，可得 $k = 5.09$ 3 分

∴ 最多能观察到第 5 级谱线.

48. (本题10分)(3531)

解：(1) $(a+b)\sin\phi = k\lambda$， 当 $\phi = \pi/2$ 时

$$k=(a+b)/\lambda = 3.39，k_{\max} = 3 \qquad 2\text{ 分}$$

又 ∵ $a=b$ $(a+b)\sin\phi = 2a\sin\phi = k\lambda$ 1 分

有谱线 $a\sin\phi = k\lambda/2$

但当 $k=\pm2，\pm4，\pm6，\cdots$ 时缺级. 1 分

∴ 能看到 5 条谱线，为 0，±1，±3 级 1 分

(2) $(a+b)(\sin\phi+\sin\theta)=k\lambda$，

$$\theta = 30^\circ，\phi = \pm 90^\circ \qquad 1\text{ 分}$$

$$\phi = \frac{1}{2}\pi，\ k=(a+b)(\sin 30^\circ + \sin 90^\circ)/\lambda = 5.09 \quad 取\ k_{\max}=5 \qquad 1\text{ 分}$$

$$\phi = -\frac{1}{2}\pi，\ k=(a+b)(\sin 30^\circ - \sin 90^\circ)/\lambda = -1.7 \quad 取\ k'_{\max}=-1 \qquad 1\text{ 分}$$

∵ $a=b$， ∴ 第 2，4，⋯ 缺级. 1 分

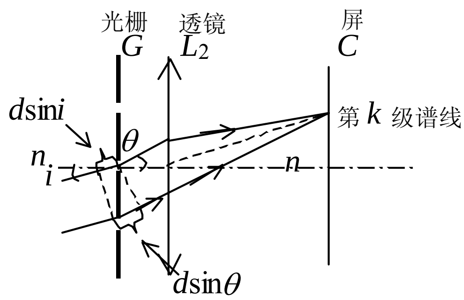
∴ 能看 5 条谱线，为+5，+3，+1，0，−1 级 1 分

49. (本题10分)(5220)

解：(1) 斜入射时的光栅方程

$$d\sin\theta - d\sin i = k\lambda，$$

$$k=0，\pm1，\pm2，\cdots \qquad 2\text{ 分}$$



规定 i 从光栅 G 的法线 n—n 起，逆时针方向为正；θ 从光栅 G 的法线 n—n 起，逆时针方向为正.

(2) 对应于 $i=30^\circ$，设 $\theta=90^\circ$，$k = k_{\max 1}$，则有

$$d\sin 90^\circ - d\sin 30^\circ = k_{\max 1}\lambda$$

$$k_{\max 1} = (d/\lambda)(\sin 90^\circ - d\sin 30^\circ) = 2.10$$

取整 $k_{\max 1} = 2$. 2 分

(3) 对应于 $i=30^\circ$，设 $\theta=-90^\circ$，$k=k_{\max 2}$，

则有 $$d\sin(-90^\circ) - d\sin 30^\circ = k_{\max 2}\lambda$$

$$k_{\max 2} = (d/\lambda)[\sin(-90^\circ) - d\sin 30^\circ] = -6.30$$

取整 $k_{\max 1} = -6$. 2 分

(4) 但因 $d/a=3$，所以，第−6，−3，⋯ 级谱线缺级. 2 分

(5) 综上所述，能看到以下各级光谱线：

−5，−4，−2，−1，0，1，2，

共 7 条光谱线. 2 分

50. (本题 5分)(5894)

解：当平行光垂直于光栅平面入射时，单槽衍射零级主极大在衍射角 $\theta = 2\gamma$ 方向（这是最强的衍射光）. 按题意，此方向出现波长 λ 的第 1 级谱线. 故有

$$d\sin 2\gamma = \lambda \qquad 4\text{ 分}$$

∴ $$2\gamma = \sin^{-1}\frac{\lambda}{d} = \sin^{-1}\frac{0.5\ \mu\text{m}}{1000\ \mu\text{m}/1200} = \sin^{-1}0.6 = 36.9^\circ$$

$$\gamma = 18.5^\circ \qquad 1\text{ 分}$$

51. (本题 5分)(3950)

解：光栅方程， $(a+b)\sin\phi = k\lambda$，

现知 $a=b$，对于第一级谱线（主极大），有

$$(a+b)\sin\phi = 2a\sin\phi = \lambda \qquad ① \qquad 1\text{ 分}$$

$$I = I_0 \sin^2 u / u^2,$$

$$u = \pi a \sin\phi / \lambda \qquad ② \qquad 2\text{ 分}$$

由①得对于第一级, $u = \frac{1}{2}\pi$ 1 分

∴ $$I_1 / I_0 = \frac{\sin^2 \frac{1}{2}\pi}{(\frac{1}{2}\pi)^2} = 0.405 \qquad 1\text{ 分}$$

52. (本题10分)(5755)

解：(1) $d\sin\theta_1 = 3\lambda_1$ ， $d\sin\theta_2 = 3\lambda_2$

∵ $\lambda_2 - \lambda_1 \ll \lambda_1$

∴ $d\cos\theta_1(\theta_2 - \theta_1) \approx 3(\lambda_2 - \lambda_1)$

得 $$\theta_2 - \theta_1 \approx \frac{3(\lambda_2 - \lambda_1)}{d\cos\theta_1}$$

$$\cos\theta_1 = \cos(\sin^{-1}\frac{3\lambda_1}{d}) = \cos(\sin^{-1}\frac{3\times 0.589}{3.5}) = 0.86$$

∴ $$\theta_2 - \theta_1 \approx \frac{3(5895.9 - 5890.0)\times 10^{-4}}{3.5\times 0.86} = 5.9\times 10^{-4}\ \text{rad} \qquad 5\text{ 分}$$

(2) $$\Delta\theta_1 = \frac{\lambda_1}{Nd\cos\theta_1} = \frac{5890\times 10^{-4}}{1000\times 3.5\times 0.86} = 2.0\times 10^{-4}\ \text{rad} \qquad 5\text{ 分}$$

53. (本题 8分)(5895)

解：可以把这个光栅看作是 N 个衍射单元所组成的，每个衍射单元是由一组间隔为 d 的双缝所组成．在衍射角为 θ 时，每个衍射单元的光强为

$$I' = 4I_0(\sin\alpha/\alpha)^2\cos^2\beta,$$

其中 $\alpha = \frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$， $\beta = \frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}$． 4 分

在衍射角为 θ 时，N 个衍射单元的多光束干涉的光强为（相邻两个衍射单元的间隔为 $3d$）

$$I = I'(\frac{\sin N\gamma}{\sin\gamma})^2, \qquad 3\text{ 分}$$

其中 $\gamma = \frac{\pi(3d)\sin\theta}{\lambda}$．这块光栅的光强公式为

$$I = 4I_0(\frac{\sin\alpha}{\alpha})^2\cos^2\beta\,(\frac{\sin N\gamma}{\sin\gamma})^2 \quad . \qquad 1\text{ 分}$$

54. (本题 5分)(7951)

解：透镜焦面上中央亮斑的直径等于第一暗环的直径．设第一暗环的衍射角为ϕ_1，则

$$a\sin\phi_1 = 0.61\lambda \qquad 1\text{ 分}$$

透镜焦距为 f 时，焦面上第一暗环直径为

$$D = 2f\,\mathrm{tg}\,\phi_1 \qquad 2\text{ 分}$$

通常　$a \gg \lambda$，因而ϕ_1很小，于是　$\phi_1 \approx \sin\phi_1 \approx \mathrm{tg}\,\phi_1$

所以

$$D = 1.22\,\lambda f / a \qquad 2\text{ 分}$$

55. (本题 5分)(7952)

解：圆孔对于 P 点能分成整数 k 个波带时，有

$$k = \frac{(\frac{1}{2}D)^2}{\lambda}\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{r_0}\right)$$

因点光源极远，上式中　$R\to\infty$，变为　$k = \dfrac{D^2}{4\lambda r_0}$

代入数据试算得　$k \doteq 3$

可知圆孔对 P 点恰可分成奇数个半波带，故 P 点为亮点．　5 分

56. (本题 5分)(3226)

解：设人眼在空气中最小分辨角为θ，汽车与人之距离为 S

$$\theta = 1.22\frac{\lambda}{d} \qquad 2\text{ 分}$$

$$S\theta = l$$

$$S = \frac{l}{\theta} = \frac{l}{1.22\lambda/d} = ld/1.22\lambda \qquad 2\text{ 分}$$

$$= 4.9\times10^3\ \mathrm{cm} \qquad 1\text{ 分}$$

57. (本题 5分)(3227)

解：(1) 已知　$d = 3$ mm，$\lambda = 550$ nm，人眼的最小分辨角为：

$$\theta = 1.22\lambda/d = 2.24\times10^{-4}\ \mathrm{rad} \qquad 3\text{ 分}$$

(2) 设等号两横线相距 $\Delta x = 2$ mm 时，人距黑板 l 刚好看清，则

$$l = \Delta x/\theta = 8.9\ \mathrm{m} \qquad 1\text{ 分}$$

所以距黑板 10 m 处的同学看不清楚．　1 分

58. (本题 5分)(3537)

解：人眼最小分辨角为　$\theta_r = 1.22\,\lambda/D$　2 分

汽车两前灯对人眼的张角　$\theta' \approx d/L$　1 分

人眼刚能分辨两灯时，$\theta_r = \theta'$，或　$d/L = 1.22\,\lambda/D$

$$\therefore\quad L = Dd/(1.22\lambda) = 9.09\ \mathrm{km} \qquad 2\text{ 分}$$

59. (本题 5分)(1783)

解：根据光栅的分辨本领 R 与条纹级次 k 和光栅刻线总数 N 的关系式

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN \qquad 3\text{ 分}$$

得

$$N = \frac{1}{k}\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 333 \qquad 2\text{ 分}$$

上式中取$\lambda = 589.30$ nm，为平均波长．

60. (本题10分)(5897)

解：据光栅公式 $d\sin\psi = k\lambda$

得： $d = \dfrac{k\lambda}{\sin\psi} = \dfrac{2\times600}{\sin30^\circ} = 2.4\times10^3\ \text{nm} = 2.4\ \mu\text{m}$ 3 分

据光栅分辨本领公式 $R = \lambda/\Delta\lambda = kN$

得： $N = \dfrac{\lambda}{k\Delta\lambda} = 60000.$ 3 分

在$\theta = 30^\circ$ 的方向上,波长$\lambda_2 = 400$ nm 的第 3 级主极大缺级，因而在此处恰好是波长λ_2的单缝衍射的一个极小，因此有：

$d\sin30^\circ = 3\lambda_2$， $a\sin30^\circ = k'\lambda_2$

∴ $a = k'd/3$， $k'=1$ 或 2 2 分

缝宽 a 有下列两种可能：

当 $k'=1$ 时， $a = \dfrac{1}{3}d = \dfrac{1}{3}\times2.4\ \mu\text{m} = 0.8\ \mu\text{m}$. 1 分

当 $k'=2$ 时， $a = 2\times d/3 = 2\times2.4/3\ \mu\text{m} = 1.6\ \mu\text{m}$. 1 分

61. (本题 5分)(5898)

解：光栅总缝数 $N = 100\times1200 = 1.200\times10^5$（条） 1 分

分辨率 $R = \lambda/\Delta\lambda = kN$，$k$ 是光谱的级次. 2 分

可分辨的最小波长差为

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{kN} = \frac{600\ \text{nm}}{2\times1.2\times10^5} = 2.5\times10^{-3}\ \text{nm}$$ 2 分

62. (本题 5分)(5898)

解：光栅总缝数 $N = 100\times1200 = 1.200\times10^5$（条） 1 分

分辨率 $R = \lambda/\Delta\lambda = kN$，$k$ 是光谱的级次. 2 分

可分辨的最小波长差为

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{kN} = \frac{600\ \text{nm}}{2\times1.2\times10^5} = 2.5\times10^{-3}\ \text{nm}$$ 2 分

63. (本题 5分)(7942)

解：光栅的分辨本领 R 与光栅狭缝总数 N 和光栅光谱的级数 k 有关. 光栅分辨本领公式为 $R = \lambda/\Delta\lambda = kN$ 3 分

$$N = \frac{\lambda}{k\Delta\lambda} = \frac{656.3}{1\times0.18} = 3646\ \text{条}$$ 2 分

64. (本题 8分)(7943)

解：光栅常数 $a + b = \dfrac{k\lambda}{\sin\theta} = \dfrac{2\times600}{\sin30^\circ} = 2400\ \text{nm}$ 3 分

又 $\lambda/\Delta\lambda = kN$

$$N = \frac{\lambda}{\Delta\lambda\cdot k} = \frac{600}{5\times10^{-3}\times2} = 60000\ \text{条}$$ 3 分

光栅宽度为 $L = N(a+b) = 6\times10^4\times2400\ \text{nm} = 14.4\ \text{cm}$ 2 分

65. (本题10分)(7944)

解：(1) 应用光栅公式 $(a+b)\sin\theta_1=\lambda_1$

$$\sin\theta_1=\frac{\lambda_1}{a+b}=\frac{589\times500\times10^{-6}}{1}=0.2945 \qquad 1\text{ 分}$$

$$\theta_1=17^\circ\ 7.7' \qquad 1\text{ 分}$$

$$\sin\theta_2=\frac{\lambda_2}{a+b}=\frac{589.6\times500\times10^{-6}}{1}=0.2948 \qquad 1\text{ 分}$$

$$\theta_2=17^\circ\ 8.7' \qquad 1\text{ 分}$$

$$\Delta\theta=17^\circ\ 8.7'-17^\circ\ 7.7'=1' \qquad 1\text{ 分}$$

(2) 该光栅的总缝数 $N=\dfrac{L}{a+b}=100\times500=5\times10^4$ 2 分

则该光栅的第一级光谱中波长$\lambda=600$ nm 处正好能分辨的谱线波长差$\Delta\lambda$为

$$\Delta\lambda=\frac{\lambda}{N}=\frac{600}{5\times10^{-4}}\text{ nm}=0.012\text{ nm} \qquad 3\text{ 分}$$

66. (本题 5分)(1785)

解：布拉格衍射公式 $2d\sin\theta=k\lambda$

$$\lambda=\frac{2d\sin\theta}{k}=\frac{0.476}{k}\text{ nm} \qquad 2\text{ 分}$$

所以只有当 $k=5$ 和 4，即波长等于 0.095 nm 和 1.19 nm 的 X 射线能产生强反射.

3 分

67. (本题 5分)(1786)

解：设晶面间距为 d；第一束 X 射线波长为λ_1，掠射角$\theta_1=30^\circ$，级次 $k_1=1$；另一束射线波长为$\lambda_2=0.097$ nm，掠射角$\theta_2=60^\circ$，级次 $k_2=3$.

根据布拉格公式： 第一束 $2d\sin\theta_1=k_1\lambda_1$ 2 分

第二束 $2d\sin\theta_2=k_2\lambda_2$ 2 分

两式相除得 $\lambda_1=\dfrac{k_2\lambda_2}{k_1}\dfrac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}=0.168$ nm 1 分

68. (本题 5分)(7956)

解：布拉格公式 $2d\sin\phi=k\lambda$

$$k\lambda=2\times2.75\times\sin45^\circ=0.3.8885\text{ nm} \qquad 3\text{ 分}$$

$$k=3,\quad \lambda_1=0.130\text{ nm} \qquad 1\text{ 分}$$

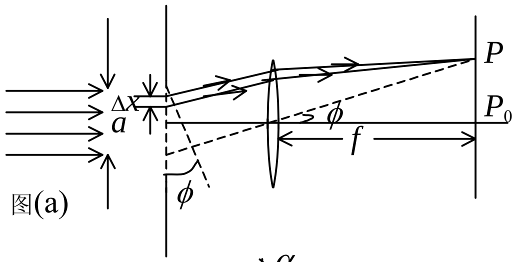
$$k=4,\quad \lambda_2=0.097\text{ nm} \qquad 1\text{ 分}$$

所以波长为 0.130 nm 和 0.097 nm 的 X 射线能产生主极大.

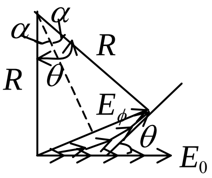
四 理论推导与证明题 (共20分)

69. (本题10分)(1771)

证：考虑图(a)所示的观察夫琅禾费衍射的装置．把宽度为 a 的单缝分成很多宽为Δx 的光带．各光带投射到屏上 P 点的光波的振动合成，可视为同振动方向同周期同振幅的简谐振动的合成，从相邻波带到达 P 点的光振动具有相同的微小初相差．



图(a)



图(b)

根据同方向振动合成的振幅矢量法，可把从各光带向ϕ 角方向传播到达 P 点光振动的振幅合成画成(b)图．

E_0 为衍射图样中心处 P_0 点的振幅，此时从相邻光带传来光振动的相位差为零，故振幅矢量元的箭头首尾相连成直线，合成振幅具有最大值．

随着ϕ的增大，相邻波带在 P 点处的振动初相差也增大．但对于一定的ϕ，这一初相差也是一定的，所以矢量元箭头首尾相连成一定半径 R 的弧线．其弦长即为该处的合振幅 E_ϕ．

设θ表示来自缝之顶边与底边的两光带在 P 点处振幅矢量元的相位差，见图(b)，由几何关系可知 $$E_\phi = 2R\sin\frac{1}{2}\theta = 2R\sin u$$

这里的 $$u = \frac{1}{2}\theta = \frac{1}{2}E_0/R\,,\qquad R = \frac{1}{2}E_0/u$$

所以 $$E_\phi = E_0\frac{\sin u}{u} \qquad ① \qquad 3\text{ 分}$$

又由光程差 $a\sin\phi$ 可知位相差 $$\theta = 2\pi\frac{a\sin\phi}{\lambda}$$

$$u = \frac{\pi a}{\lambda}\sin\phi \qquad ② \qquad 2\text{ 分}$$

方程①连同方程②（u 的定义），给出在任意衍射角ϕ 处（P 点）单缝衍射图样的光振幅．该点的光强 I_ϕ正比于该振幅的平方，故

$$I_\phi = I_0(\frac{\sin u}{u})^2 \qquad 2\text{ 分}$$

即是光强的分布式（其中$I_0 = E_0^2$）．

附图(a)和(b) 3 分

70. (本题10分)(1784)

证：光栅的分辨本领是指把波长靠得很近的两条谱线分辨清楚的本领．它的定义是恰能分辨的两条谱线的平均波长λ与这两谱线波长差$\Delta\lambda$ 之比，用 R 表示

$$R=\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$ 3 分

按照瑞利判据，要分辨第 k 级光谱中波长为λ 和$\lambda+\Delta\lambda$ 的两条谱线，则波长为λ 的第 k 级明条纹中心应正好和波长为$\lambda+\Delta\lambda$ 的 $kN-1$ 级暗纹重合．

根据光栅衍射公式，波长为λ 的光的第 k 级明纹中心的衍角ϕ满足

$$(a+b)\sin\phi=k\lambda，\quad (k=0，\pm1，\cdots)$$ 2 分

根据光栅光强公式，知波长为$\lambda+\Delta\lambda$ 的 $kN-1$ 级暗纹对应的衍射角ϕ角满足

$$(a+b)\sin\phi=(kN-1)\frac{(\lambda+\Delta\lambda)}{N}$$ 2 分

所以刚能分辨两谱线的条件是 $$k\lambda=\frac{kN-1}{N}(\lambda+\Delta\lambda)$$

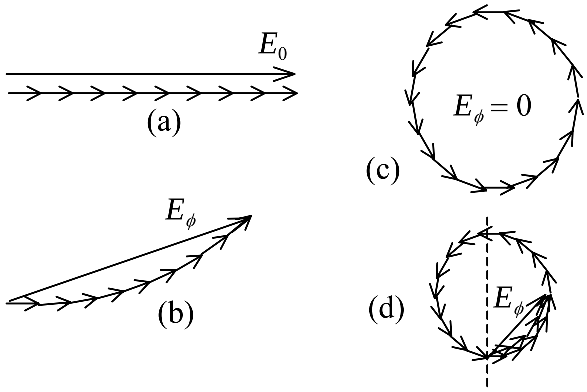
故得 $$R=\frac{\lambda}{\Delta\lambda}=kN-1$$

对于光栅 $kN>>1$，故得光栅的分辨本领 $$R=\frac{\lambda}{\Delta\lambda}=kN$$ 3 分

五 回答问题 (共25分)

71. (本题10分)(1772)

答：考虑如图的观察夫琅禾费衍射的装置，把狭缝分成很多等宽的沿着缝长方向的光带．各光带投射到会聚透镜后焦面处屏上某点的光振动，可视为同振动方向同频率等振幅的简谐振动，同时相邻波带到达该点的光振动具有相同的微小初相差．



根据同方向振动合成的振幅矢量法，可以把各光带向衍射角ϕ 方向传播到达某点的光振动进行合成．

在衍射图样中心处ϕ 等于零，因而狭缝上相邻光带在中心处振幅矢量元的相位差也为零．在这种情况下，光带振幅矢量元箭头首尾相接地排成一条直线，合成振幅具有最大值 E_0，如图(a)． 2 分

随着衍射角ϕ 的增大，相邻光带在某点处的振动的相位差也增大．但对于一定的ϕ，这一相位差也是一定的．所以矢量元首尾相连成一定半径的弧线，其弦长即为该点处的合振幅 E_ϕ，见图(b)． 2 分

随着ϕ 的进一步增大，到达这样一个局面，见图 (c)，这时这根箭头链子弯曲而绕成 360° 的圆，最后一个箭头与第一个箭头首尾相接，这一情况相应于 $I_\phi = 0$，即相应于第一个极小． 2 分

随着ϕ 的再增大，相位差也继续增大，这根链子盘绕而超过 360° ，如图(d)所示． 2 分

光强正比于振幅的平方，所以光强的变化不难从合成振幅的变化加以说明．随着ϕ 的增大，光强将从中央极大减小到第一个极小 ($I_\phi = 0$)，再增加到第一个次极大，然后减小到第二个极小 ($I_\phi = 0$)，以后陆续形成各个次极大与极小，每个次极大都较前一个的光强为小． 2 分

72. (本题10分)(1780)

答：(1)　远处的点光源发出的平行光，通过一个由圆边框限制的透镜，在透镜焦面上会聚而成的像，实际上是平行光经过圆光孔（透镜边框）并经透镜会聚在其焦面上的圆孔夫琅禾费衍射图样，它并不是一个点，而是被几个迅速变暗的次级光环所围绕的一个圆形光斑，称为爱里斑．其光强分布如图 1 所示．

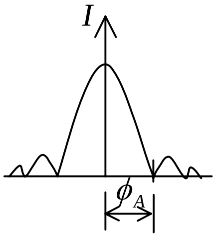


图 1

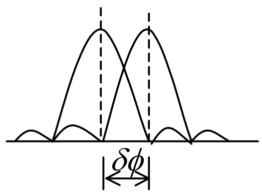


图 2

如果圆光孔的直径为 d，光波波长为λ ，分析表明，对应于爱里斑中央亮斑边缘或其第一暗环的衍射角ϕ_A由下式决定

$$\sin\phi_A \approx 1.22\frac{\lambda}{d}$$

通常ϕ_A很小，所以 $$\phi_A \approx 1.22\frac{\lambda}{d}$$ 3 分

这也就是圆孔的夫琅禾费衍射现象．

(2) 如果远处有两个对圆孔中心张角很小的等强度光源点，它们在透镜焦面上的像（爱里斑）可能重叠以至不能看出是两个像．经验表明如果这样两个爱里斑的重叠使一个爱里斑的中心正好落在另一个爱里斑的第一暗环上（如图 2），则通常人眼刚刚可以分辨出这两个光斑．这称为瑞利判据．这时两个爱里斑中心对透镜中心的张角$\delta\phi$就是透镜成像能分辨出来的两个像斑的最小张角．　　3 分

(3) 一般光学仪器，如望远镜、照像机、显微镜等的像点都可以认为是物镜光孔（直径为 d）的爱里斑．对于两个张角为$\delta\phi$的光源点（物点），其像点中心对物镜的张角也是$\delta\phi$. 根据瑞利判据可知光学仪器能够分辨出两个物点的最小张角，即最小分辨角，是 $\delta\phi \approx 1.22\frac{\lambda}{d}$.

光学仪器的最小分辨角的倒数称为该仪器的分辨本领 R，即

$$R = \frac{1}{\delta\phi} = \frac{d}{1.22\lambda},$$ 4 分

它与入射光的波长λ 成反比，和物镜的直径 d 成正比．

73. (本题 5分)(7916)

答：因为在全息照片底片上不同处分别记录了从同一物点发出的不同倾角的物光信息；对于整个物体来说，底片上同一处也以不同的物光倾角记录了来自整个物体各点的信息，所以通过全息照片的一个碎片仍能看到整片记录的全部信息．

5 分