一 选择题 (共 3分)

1. (本题 3分)(5888)

(D)

参考解：

当从增透膜 MgF_2 薄膜的上、下两表面的反射光的光程差为$\frac{1}{2}\lambda$时，反射光为相消干涉：

$$2n_2 e = \frac{1}{2}\lambda$$

∴ $$e = \frac{\lambda}{4n_2} = \frac{5000\times10^{-10}}{4\times1.38} = 90.6 \text{ nm}.$$

二 填空题 (共24分)

2. (本题 3分)(3936)

8.9 μm　　3 分

参考解：

$$(n-1)d = 5\lambda$$

$$d = 5\lambda/(n-1) = 8.9 \ \mu\text{m}$$

3. (本题 3分)(7501)

$\frac{\lambda}{2L}(N_2 - N_1)$　　3 分

4. (本题 3分)(7502)

$\frac{\lambda}{2L}(N_2 + N_1)$　　3 分

5. (本题 3分)(7937)

2.90×10^{-5} cm　　3 分

参考解：

透射光加强即反射光干涉减弱，由以下公式可求 $e_{\min}$

$$2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2 i} + \frac{1}{2}\lambda = \frac{1}{2}(2k+1)\lambda$$

令 $k=1$　　$$e_{\min} = \frac{\lambda}{2\sqrt{1.4^2 - \sin^2 52°}} = 2.90\times10^{-5} \text{ cm}$$

6. (本题 3分)(3929)

32 cm　　3 分

参考解答：$L = \lambda^2/\Delta\lambda = 32$ cm

7. (本题 3分)(3930)

1.4×10^2 mm　　3 分

8. (本题 3分)(3932)

0.24 mm　　3 分

9. (本题 3分)(7945)

480 nm　　3 分

参考解：

反射增强，有　$2n'e+\frac{1}{2}\lambda=k\lambda$

$$\lambda=\frac{4n'e}{2k-1}=480\ \text{nm}\quad（选\ k=3）$$

三 计算题 (共115分)

10. (本题 5分)(3939)

解：两个虚相干光源的间距为 d

$$d=2(n-1)\alpha a=0.87\ \text{mm}$$ 2 分

（式中$\alpha=0.5^\circ=0.0087$ rad）

$$\lambda=\Delta x\cdot d/(a+L)$$ 2 分

$$=0.63\ \mu\text{m}$$ 1 分

11. (本题 5分)(3940)

解：由双棱镜干涉公式

$$\lambda=d\Delta x/D=[2(n-1)\alpha a/(a+L)]\Delta x$$ 3 分

所以　$\alpha=[\lambda(a+L)]/[2(n-1)a\Delta x]=0.44^\circ$　　2 分

12. (本题 5分)(3941)

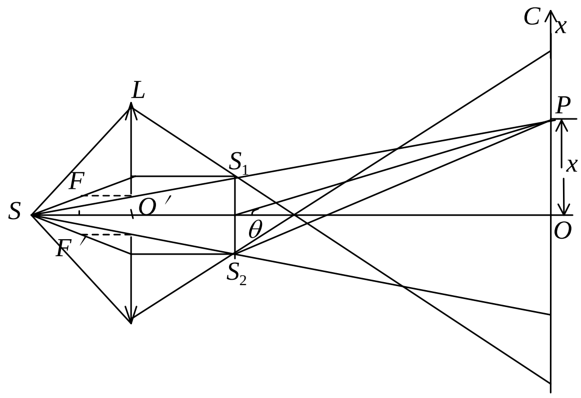
解：等效的两虚光源间距为　$d=2L_1\phi$　　2 分

干涉条纹间距为　$\Delta x=\lambda L/d=\lambda(L_1+L_2)/2L_1\phi$　　1 分

$$=1.1\ \text{mm}$$ 2 分

13. (本题10分)(5889)

解：根据几何光学作图法可知点光源 S 发出的光束经过上半个透镜 L_1 和下半个透镜 L_2 分别折射后所形成的两光束和两个同相位的相干光源 S_1 和 S_2 的位置，如图所示．由透镜成像公式



$$\frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f} \quad 和 \quad u=2f$$

得 $\quad v=2f$

又因 SS_1 和 SS_2 分别通过上下两个半透镜的中心，由图可得

$$\overline{S_1S_2}:h=(u+v):u=2:1$$

∴ $\quad \overline{S_1S_2}=2h$，且 S_1S_2 平面与屏的距离= $8f$. 5 分

根据类似双缝干涉的计算可知 P 点的光强

$$I=2A_1^2(1+\cos\Delta\phi)=4I_1\cos^2(\frac{1}{2}\Delta\phi) \qquad 2 分$$

其中 $$\Delta\phi=\frac{2\pi}{\lambda}\delta\doteq\frac{2\pi}{\lambda}(2h)\sin\theta\approx\frac{2\pi}{\lambda}(2h)\frac{x}{8f}\approx\frac{2\pi hx}{4\lambda f} \qquad 2 分$$

∴ $$I=4I_1\cos^2\frac{\pi hx}{4\lambda f}.$$

当 $x=0$ 时，$I_0=4I_1$. $\qquad I=I_0\cos^2\frac{\pi hx}{4\lambda f}$. 1 分

14. (本题10分)(5892)

解：设视场中的干涉条纹由最清晰（λ_1 的明纹与λ_2的明纹重合）变为最模糊（λ_1的明纹与λ_2的暗纹重合）的过程中，可动反射镜 M_2 移动的距离为 d，则在此过程中，对于λ_1，光程差增加了

$$2d=p\lambda_1 \qquad ① \qquad 3 分$$

对于λ_2，光程差增加了 $$2d=(p-\frac{1}{2})\lambda_2 \qquad ② \qquad 3 分$$

由①式和②式联立解得： $$p=\frac{\lambda_2}{2(\lambda_2-\lambda_1)} \qquad ③ \qquad 1 分$$

将③式代入①式得： $$d=\frac{\lambda_1\lambda_2}{4(\lambda_2-\lambda_1)}=\frac{589.0\times589.6}{4(589.6-589.0)} \qquad 2 分$$

$$=1.45\times10^5\ \text{nm}=1.45\times10^{-4}\ \text{m} \qquad 1 分$$

15. (本题 5分)(7503)

解： $$2(n-1)d=\Delta N\lambda \qquad 3 分$$

$$d=\frac{\Delta N\lambda}{2(n-1)}=5.43\times10^{-3}\ \text{mm} \qquad 2 分$$

16. (本题 5分)(7504)

解： $$2(n_2-n_1)d=\Delta N\lambda \qquad 3 分$$

$$n_2=n_1+\frac{\Delta N\lambda}{2d} \qquad 1 分$$

$$=1.000655 \qquad 1 分$$

17.（本题 5分）(7505)

解：
$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{2L}(N_2 - N_1) \quad 3\text{ 分}$$
$$= 1.96\times10^{-4}\ \text{rad} \quad 2\text{ 分}$$

18.（本题10分）(5887)

解：对于透射光等倾条纹的第 k 级明纹有：
$$2n_2 e\cos r = k\lambda \quad 3\text{ 分}$$
中心亮斑的干涉级最高，为 $k_{\max}$，其 $r = 0$，有：
$$k_{\max} = \frac{2n_2 e}{\lambda} = \frac{2\times1.50\times1.00\times10^{-5}}{6.328\times10^{-7}} = 47.4$$
应取较小的整数，$k_{\max} = 47$（能看到的最高干涉级为第 47 级亮斑）． 3 分

最外面的亮纹干涉级最低，为 $k_{\min}$，相应的入射角为 $i_m = 45°$(因 $R=d$),相应的折射角为 r_m，据折射定律有 $n_1\sin i_m = n_2\sin r_m$

∴
$$r_m = \sin^{-1}\left(\frac{n_1}{n_2}\sin i_m\right) = \sin^{-1}\frac{1.00\sin45°}{1.50} = 28.13°$$
由 $2n_2 e\cos r_m = k_{\min}\lambda$ 得：
$$k_{\min} = \frac{2n_2 e\cos r_m}{\lambda} = \frac{2\times1.50\times1.00\times10^{-5}\cos28.13°}{6.328\times10^{-7}} = 41.8$$
应取较大的整数，$k_{\min} = 42$（能看到的最低干涉级为第 42 级亮斑）． 3 分

∴ 最多能看到 6 个亮斑（第 42，43，44，45，46，47 级亮斑）． 1 分

19.（本题10分）(5891)

解：设开始时干涉仪的等效空气薄膜的厚度为 e_1，则对于视场中心的亮斑有
$$2e_1 = k\lambda \quad ① \quad 2\text{ 分}$$
对于视场中最外面的一个亮纹有
$$2e_1\cos r = (k-9)\lambda \quad ② \quad 2\text{ 分}$$
设移动了可动反射镜 M_2 之后，干涉仪的等效空气薄膜的厚度变为 e_2，则对于视场中心的亮斑有
$$2e_2 = (k-10)\lambda \quad ③ \quad 2\text{ 分}$$
对于视场中最外面的一个亮纹有
$$2e_2\cos r = (k-14)\lambda \quad ④ \quad 2\text{ 分}$$
联立解①—④，得： $k = 18$ 2 分

20.（本题10分）(5891)

解：设开始时干涉仪的等效空气薄膜的厚度为 e_1，则对于视场中心的亮斑有
$$2e_1 = k\lambda \quad ① \quad 2\text{ 分}$$
对于视场中最外面的一个亮纹有
$$2e_1\cos r = (k-9)\lambda \quad ② \quad 2\text{ 分}$$
设移动了可动反射镜 M_2 之后，干涉仪的等效空气薄膜的厚度变为 e_2，则对于视场中心的亮斑有
$$2e_2 = (k-10)\lambda \quad ③ \quad 2\text{ 分}$$
对于视场中最外面的一个亮纹有
$$2e_2\cos r = (k-14)\lambda \quad ④ \quad 2\text{ 分}$$
联立解①—④，得： $k = 18$ 2 分

21. (本题 5分)(1763)

解：线宽 $\Delta\lambda = \lambda^2 / l_c = 2.07 \times 10^{-3}$ nm 3 分

频宽 $\Delta\nu = |-c\,\Delta\lambda / \lambda^2| = c / l_c$

$= 1.5 \times 10^9$ Hz 2 分

22. (本题 5分)(1764)

解： $\because\ \lambda\nu = c$， $\therefore\ \lambda\Delta\nu = -\nu\Delta\lambda$

$\Delta\lambda = |(-\lambda\Delta\nu)/\nu| = c\,\Delta\nu / \nu^2 = 0.173$ nm 2 分

$l_c = \lambda^2 / \Delta\lambda = (c/\nu)^2 / (c\,\Delta\nu / \nu^2) = c / \Delta\nu = 6000$ km 3 分

23. (本题 5分)(1765)

解：每变化一个条纹，干涉仪的动镜移动半个波长，故能测出十分之一个条纹，则能测出长度的最小值为

$$(1/10) \times \frac{1}{2}\lambda = 30.3 \text{ nm}$$ 3 分

用迈克耳孙干涉仪动镜可以测量的量程为光的相干长度之半

$$\frac{1}{2} l_c = \frac{1}{2}\lambda^2 / \Delta\lambda = 18 \text{ cm}$$ 2 分

24. (本题 5分)(3931)

解：镉光的相干长度 $L = \lambda^2 / \Delta\lambda = 32$ cm 3 分

相干时间 $\Delta t = L / c = 1.1 \times 10^{-9}$ s 2 分

25. (本题 5分)(3927)

解：因为 $2e\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \lambda/2 = k\lambda$ 2 分

令 $k = 0$ ， $2e\sqrt{n^2 - \sin^2 i} = \lambda/2$

$e = (\lambda/2)/2\sqrt{n^2 - \sin^2 i} = 111$ nm 3 分

26. (本题 5分)(3933)

解：尽量少反射的条件为

$$2ne = (2k+1)\lambda/2 \quad (k = 0, 1, 2, \cdots)$$

令 $k = 0$ 得 $d_{\min} = \lambda / 4n$ 4 分

$= 114.6$ nm 1 分

27. (本题 5分)(5754)

解：设膜的厚度为 e，令膜的上下表面反射的光束为 1 和 2，1、2 两束反射光的光程差为 $\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i}$ 2 分

（因 $n_1 < n_2 < n_3$，两束反射光都有相位π的突变，故因反射导致的附加光程差为零）.

相长干涉条件为 $\delta = k\lambda$ $k = 1，2，3，\cdots$

即 $2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} = k\lambda$

$\therefore$ $e = k\lambda / (2\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i})$ 2 分

取 $k = 1$，得最小厚度 $e = \lambda / (2\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i})$ 1 分

四 理论推导与证明题 (共13分)

28. (本题 8分)(5890)

证：假设不考虑两束相干光线在分束板 G_1 的镀银层上反射时产生的相位突变之差，则对于等倾条纹的第 k 级明纹有

$$2e\cos\theta_k = k\lambda \qquad ①$$

对于等倾条纹的第($k+1$)级明纹有

$$2e\cos\theta_{k+1} = (k+1)\lambda \qquad ②$$

②－①, 有 $$2e(\cos\theta_{k+1} - \cos\theta_k) = \lambda \qquad ③$$ 4 分

第 k 级明纹与第($k+1$)级明纹的角间隔

$$(\Delta\theta)_k = \theta_k - \theta_{k+1} \qquad ④$$

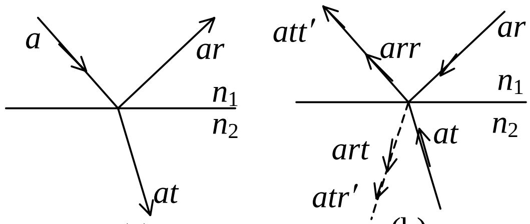
当 $(\Delta\theta)_k$ 很小时，近似有 $$\cos\theta_{k+1} - \cos\theta_k \approx (\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\cos\theta_k)(\theta_{k+1} - \theta_k)$$

$$\approx \sin\theta_k(\Delta\theta)_k \qquad ⑤$$ 3 分

由⑤式和③式得： $$(\Delta\theta)_k = \theta_k - \theta_{k+1} \approx \lambda/(2e\sin\theta_k)\,.$$ 1 分

29. (本题 5分)(1759)

答：在不考虑吸收时，根据光的可逆性原理，由(b)图应该得到(a)图中每一光线反向传播的结果. 图 2 分



(a) (b)

对照(a)、(b)两图，可知

$$att' + ar^2 = a\,,$$

$$atr' + art = 0$$

从而得到： (1) $tt' = 1 - r^2$ 和 (2) $r' = -r$ 3 分

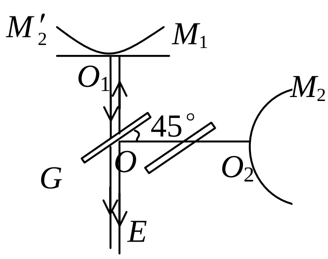
这两式称为斯托克斯关系;后式表示从界面上的反射和从界面下的反射振幅相等，但相位差为π.

五 回答问题 (共40分)

30. (本题 5分)(0457)

解：(1) ∵ $OO_1 = OO_2$，所以 M_2 经分光束板 G 成像于 M_2'，M_1 与 M_2' 之间形成牛顿环，且属于平行光垂直入射情况。故干涉条纹是以 O_1 为中心的明暗相间、内疏外密的同心圆，但圆心 O_1 点为零级亮点．其第 k 级亮纹的半径为 1 分

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}\,,\quad k = 0、1、2、\cdots$$ 2 分



(2) 当 M_1 朝 G 移动时，因空气隙厚度增加，干涉条纹将向中心收缩（即不断吞掉），但条纹疏密情况不变。 2 分

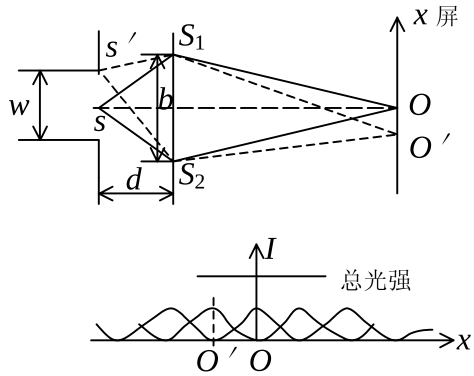
31. (本题10分)(1766)

答：要观察到光波的干涉现象，只有把光源上同一点发出的光，采取分振幅或分波面法，使它分成两束，并使各原子发出的同一波列分成的两个波列自身相遇才能实现． 4 分

从同一波列分出的两个波列能否相遇显然与该波列持续的时间τ 有关，令波列长度 $l_c = c\tau$（c 为光速），则只有当两束光的光程差小于波列长度，从同一波列分出的两个波列能相遇时，才可以观察到干涉现象．我们把光波中波列的平均长度l_c称为该光波的相干长度，而波列持续的平均时间 $\tau = l_c / c$ 称为该光波的相干时间，用它们来衡量光的时间相干性．普通光源发出的单色光的相干长度在毫米数量级，而激光的相干长度一般可大几个数量级． 6 分

32. (本题10分)(1767)

答：普通的扩展光源，其上不同部分发出的光是彼此独立的，不相干的．从这种光源发出的光波场中两点（例如双孔干涉中的双孔作为次波源）得到的两列次波发生干涉时，要得到足够清晰的干涉条纹，对于光源的尺度及两个次波源的位置是有限制的．超出这一限制干涉现象消失，这就是光的空间相干性问题．



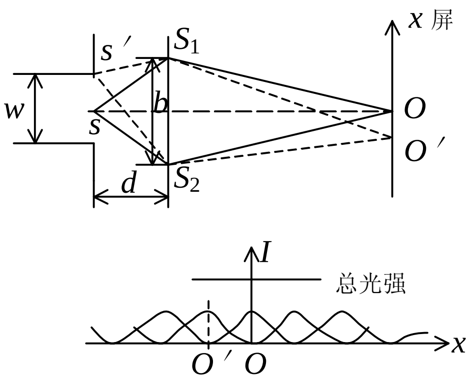
以双缝干涉为例，设缝光源宽为 w，双缝间距离为 b，双缝与缝光源相距 d，如图所示．

缝光源是有一定宽度的扩展光源，可以看成由许多不相干的线光源组成．每个线光源发出的光经 S_1，S_2 分出的两束光干涉都会产生一套干涉条纹．因为各线光源对 S_1，S_2 的相对位置不同，所以相应的干涉条纹是彼此错开的．以 0 级为例，位于缝光源中央的线光源 s 产生的干涉条纹的 0 级在屏上 O 处，而位于缝光源上边缘处的线光源 s' 的干涉条纹的 0 级在 O' 处，屏上观察到的干涉条纹是这些彼此错开的线光源的干涉条纹的非相干叠加．当 w、b、d 的值使 O' 与 O 彼此错开半个条纹间距时，屏上干涉条纹消失．如图，此时的 w、b、d 值可作为产生干涉现象的极限值． 6 分

可以证明，此时 $w = d\lambda / b$

仅当 $w < (d\lambda / b)$ 或 $(wb / d) < \lambda$ 时，才能观察到干涉现象．这种空间上的限制实际上表明光波场中从空间两点取得的光波的相干性质，即光的空间相干性． 4 分

33. (本题10分)(1767)



答：普通的扩展光源，其上不同部分发出的光是彼此独立的，不相干的. 从这种光源发出的光波场中两点(例如双孔干涉中的双孔作为次波源)得到的两列次波发生干涉时，要得到足够清晰的干涉条纹，对于光源的尺度及两个次波源的位置是有限制的. 超出这一限制干涉现象消失，这就是光的空间相干性问题.

以双缝干涉为例，设缝光源宽为 w，双缝间距离为 b，双缝与缝光源相距 d，如图所示.

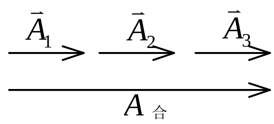
缝光源是有一定宽度的扩展光源，可以看成由许多不相干的线光源组成. 每个线光源发出的光经 S_1，S_2 分出的两束光干涉都会产生一套干涉条纹. 因为各线光源对 S_1，S_2 的相对位置不同，所以相应的干涉条纹是彼此错开的. 以 0 级为例，位于缝光源中央的线光源 s 产生的干涉条纹的 0 级在屏上 O 处，而位于缝光源上边缘处的线光源 s' 的干涉条纹的 0 级在 O' 处，屏上观察到的干涉条纹是这些彼此错开的线光源的干涉条纹的非相干叠加. 当 w、b、d 的值使 O' 与 O 彼此错开半个条纹间距时，屏上干涉条纹消失. 如图，此时的 w、b、d 值可作为产生干涉现象的极限值. 6 分

可以证明，此时 $w = d\lambda / b$

仅当 $w < (d\lambda / b)$ 或 $(wb / d) < \lambda$ 时，才能观察到干涉现象. 这种空间上的限制实际上表明光波场中从空间两点取得的光波的相干性质，即光的空间相干性. 4 分

34. (本题 5分)(7941)

解：亮条纹中心是三束光在此引起的三个光振动无相位差处. 所以光振动叠加的振幅矢量图为图①. 2 分



最暗处为合振动振幅为零. 三振幅矢量构成封闭的等边三角形，见图②. 3 分