

一 选择题 (共18分)

- 1. (本题 3分)(4206)
(C)
- 2. (本题 3分)(4241)
(A)
- 3. (本题 3分)(4241)
(A)
- 4. (本题 3分)(4242)
(D)
- 5. (本题 3分)(4628)
(D)
- 6. (本题 3分)(4770)
(A)

二 填空题 (共22分)

- 7. (本题 3分)(4207)
 $1/\sqrt{3}$ 3 分
- 8. (本题 3分)(4429)
0.0549 3 分
- 9. (本题 3分)(4524)
 $h/(2m_e e U_{12})^{1/2}$ 3 分
- 10. (本题 3分)(4630)
 0.1 \AA 3 分
- 11. (本题 3分)(4771)
150 V 3 分
- 12. (本题 3分)(4772)
 $3.29 \times 10^{-21} \text{ J}$ 3 分
- 13. (本题 4分)(4773)
1 : 1 2 分
4 : 1 2 分

三 计算题 (共85分)

- 14. (本题 5分)(4234)
解：从题设可知，若圆周半径为 r ，则有 $2\pi r = n\lambda$ ，这里 n 是整数， λ 是电子物质波的波长. 1 分
根据德布罗意公式 $\lambda = h/(mv)$
得 $2\pi r = nh/(mv)$
于是 $2\pi r mv = nh$ 2 分
这里 m 是电子质量， v 是电子速度的大小， $r mv$ 为动量矩，以 L 表示， 则上式为：
 $L = nh/(2\pi)$
这就是玻尔的动量矩量子化条件. 2 分

15. (本题10分)(4431)

解: (1) 德布罗意公式: $\lambda = h/(mv)$

由题可知 α 粒子受磁场力作用作圆周运动

$$qvB = m_{\alpha}v^2/R, \quad m_{\alpha}v = qRB$$

又 $q = 2e$ 则

$$m_{\alpha}v = 2eRB$$

4 分

故 $\lambda_{\alpha} = h/(2eRB) = 1.00 \times 10^{-11} \text{ m} = 1.00 \times 10^{-2} \text{ nm}$

3 分

(2) 由上一问可得 $v = 2eRB/m_{\alpha}$

对于质量为 m 的小球

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{2eRB} \cdot \frac{m_{\alpha}}{m} = \frac{m_{\alpha}}{m} \cdot \lambda_{\alpha} = 6.64 \times 10^{-34} \text{ m}$$

3 分

16. (本题 5分)(4506)

解: $E_K = p^2/(2m_e) = (h/\lambda)^2/(2m_e)$

3 分

$$= 5.0 \times 10^{-6} \text{ eV}$$

2 分

17. (本题 5分)(4522)

解: 据 $E_K = mc^2 - m_0c^2 = (m_0c^2/\sqrt{1-(v/c)^2}) - m_0c^2$

1 分

得 $m = (E_K + m_0c^2)/c^2$

1 分

$$v = c\sqrt{E_K^2 + 2E_Km_0c^2}/(E_K + m_0c^2)$$

1 分

将 m, v 代入德布罗意公式得

$$\lambda = h/mv = hc/\sqrt{E_K^2 + 2E_Km_0c^2}$$

2 分

18. (本题 5分)(4525)

解: $\lambda = h/p = h/(mv)$

1 分

因为若电子在第 n 玻尔轨道运动, 其轨道半径和动量矩分别为

$$r_n = n^2a \quad L = mvr_n = nh/(2\pi)$$

2 分

故 $mv = h/(2\pi na)$

得 $\lambda = h/(mv) = 2\pi na$

2 分

19. (本题10分)(4527)

解: 用相对论计算

由 $p = mv = m_0v/\sqrt{1-(v/c)^2}$ ①

$$eU_{12} = [m_0c^2/\sqrt{1-(v/c)^2}] - m_0c^2$$

②

$$\lambda = h/p$$

③

计算得 $\lambda = \frac{hc}{\sqrt{eU_{12}(eU_{12} + 2m_0c^2)}} = 3.71 \times 10^{-12} \text{ m}$ 6 分

若不考虑相对论效应

则 $p = m_0v$ ④

$$eU_{12} = \frac{1}{2}m_0v^2$$

⑤

由③, ④, ⑤式计算得

$$\lambda' = h/(2m_0eU_{12})^{1/2} = 3.88 \times 10^{-12} \text{ m}$$

3 分

相对误差 $\frac{|\lambda' - \lambda|}{\lambda} = 4.6\%$ 1 分

20. (本题 5分)(4535)

解：非相对论动能

$$E_K = \frac{1}{2} m_e v^2$$

而 $p = m_e v$ 故有

$$E_K = \frac{p^2}{2m_e} \quad 2 \text{ 分}$$

又根据德布罗意关系有 $p = h/\lambda$ 代入上式

1 分

$$\text{则} \quad E_K = \frac{1}{2} h^2 / (m_e \lambda^2) = 4.98 \times 10^{-6} \text{ eV}$$

2 分

21. (本题 12分)(4542)

$$\text{解：由} \quad E_K = mc^2 - m_0 c^2 = [m_0 c^2 / \sqrt{1 - (v/c)^2}] - m_0 c^2 \quad 2 \text{ 分}$$

$$\text{解出：} \quad m = (E_K + m_0 c^2) / c^2 \quad 2 \text{ 分}$$

$$v = c \sqrt{E_K^2 + 2E_K m_0 c^2} / (E_K + m_0 c^2) \quad 2 \text{ 分}$$

$$\text{根据德布罗意波：} \quad \lambda = h/p = h/(mv) \quad 2 \text{ 分}$$

$$\text{把上面 } m, v \text{ 代入得：} \quad \lambda = \frac{hc}{\sqrt{E_K^2 + 2E_K m_0 c^2}} \quad 2 \text{ 分}$$

当 $E_K \ll m_0 c^2$ 时，上式分母中， $E_K^2 \ll 2E_K m_0 c^2$ ， E_K^2 可略去。

$$\text{得} \quad \lambda = hc / \sqrt{2E_K m_0 c^2} \approx h / \sqrt{2E_K m_0} \quad 1 \text{ 分}$$

当 $E_K \gg m_0 c^2$ 时，上式分母中， $E_K^2 \gg 2E_K m_0 c^2$ ， $2E_K m_0 c^2$ 可略去。

$$\text{得} \quad \lambda \approx hc / E_K \quad 1 \text{ 分}$$

22. (本题 5分)(4631)

解：若电子的动能是它的静止能量的两倍，则：

$$mc^2 - m_e c^2 = 2m_e c^2 \quad 1 \text{ 分}$$

$$\text{故：} \quad m = 3m_e \quad 1 \text{ 分}$$

$$\text{由相对论公式} \quad m = m_e / \sqrt{1 - v^2 / c^2}$$

$$\text{有} \quad 3m_e = m_e / \sqrt{1 - v^2 / c^2}$$

$$\text{解得} \quad v = \sqrt{8}c/3 \quad 1 \text{ 分}$$

$$\text{德布罗意波长为：} \lambda = h/(mv) = h/(\sqrt{8}m_e c) \approx 8.58 \times 10^{-13} \text{ m} \quad 2 \text{ 分}$$

23. (本题 5分)(4774)

解：远离核的光电子动能为

$$E_K = \frac{1}{2} m_e v^2 = 15 - 13.6 = 1.4 \text{ eV}$$

$$\text{则} \quad v = \sqrt{\frac{2E_K}{m_e}} = 7.0 \times 10^5 \text{ m/s} \quad 2 \text{ 分}$$

光电子的德布罗意波长为

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_e v} = 1.04 \times 10^{-9} \text{ m} = 10.4 \text{ \AA} \quad 3 \text{ 分}$$

24. (本题 8分)(5248)

解: $\lambda = h/(m_e v)$ ① 2 分

$$v^2 - v_0^2 = 2ad$$
 ②

$$eE = m_e a$$
 ③ 2 分

由①式: $v = h/(m_e \lambda) = 7.28 \times 10^6 \text{ m/s}$

由③式: $a = eE/m_e = 8.78 \times 10^{13} \text{ m/s}^2$

由②式: $d = (v^2 - v_0^2)/(2a) = 0.0968 \text{ m} = 9.68 \text{ cm}$ 4 分

25. (本题 10分)(1813)

解: 光子动量: $p_r = m_r c = h/\lambda$ ① 2 分

电子动量: $p_e = m_e v = h/\lambda$ ② 2 分

两者波长相等, 有 $m_r c = m_e v$

得到 $m_r/m_e = v/c$ ③

电子质量 $m_e = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ ④ 2 分

式中 m_0 为电子的静止质量. 由②、④两式解出

$$v = \frac{c}{\sqrt{1 + (m_0^2 \lambda^2 c^2 / h^2)}} \quad 2 \text{ 分}$$

代入③式得 $\frac{m_r}{m_e} = \frac{1}{\sqrt{1 + (m_0^2 \lambda^2 c^2 / h^2)}} \quad 2 \text{ 分}$

四 理论推导与证明题 (共20分)**26. (本题 10分)(4445)**

证: $\lambda = h/p$ 2 分

如果考虑相对论效应, 则有

$$p = mv = m_e v / \sqrt{1 - (v/c)^2} \quad ① \quad 3 \text{ 分}$$

$$eU = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} - m_e c^2 \quad ② \quad 3 \text{ 分}$$

由①, ②式计算得 $p = \sqrt{2m_e eU + e^2 U^2 / c^2}$

则 $\lambda = \frac{h}{(2m_e eU + e^2 U^2 / c^2)^{1/2}} \quad 2 \text{ 分}$

27. (本题 5分)(4550)

证: 单缝夫朗禾费衍射各级极小的条件为:

$$a \sin \phi = \pm k \lambda \quad (k = 1, 2, \dots)$$

令 $k = 1$, 得 $a \sin \phi = \lambda$ 1 分

可见, 衍射图形第一级极小离中心点距离

$$x_1 = R \tan \phi \approx f \sin \phi = f \cdot \lambda / a \quad 1 \text{ 分}$$

又电子德布罗意波的波长 $\lambda = h/p$ 2 分

所以中央最大强度宽度 $d = 2x_1 = 2Rh/(ap)$ 1 分

28. (本题 5分)(5240)

证：设电子在量子数为 n ，半径为 r_n 的稳定轨道上运动，运动速率为 v_n 。则根据玻尔的角动量假设(或量子化条件)有

$$m_e r_n v_n = n\hbar \quad (n=1, 2, \dots)$$

则 $r_n = n\hbar / (m_e v_n)$, $2\pi r_n = nh / (m_e v_n)$ 2分

而 $m_e v_n = p_n$ 是电子在该轨道上运动时的动量。根据德布罗意假设，该电子的德布罗意波长为：

$$\lambda_n = h / p_n$$

则 $2\pi r_n = nh / p_n = n\lambda_n$

因 n 只能取 1, 2, 3, ……等整数值，这就证明了氢原子稳定轨道的长度正好等于电子的德布罗意波长的整数倍。 3分

五 回答问题 (共13分)**29. (本题 5分)(4432)**

答：德布罗意波长的公式是：

$$\lambda = h / p = h / (mv) = \frac{h\sqrt{1 - (v/c)^2}}{m_0 v}$$

其意义：一切以速度 v 运动的实物粒子(其静止质量为 m_0)都具有波动特性，其对应的波长由上式决定，此波称为德布罗意波。 2分

由于光的干涉、衍射及偏振现象说明了光具有波动特性。而光电效应、热辐射现象又说明了光具有粒子特性。故光具有波粒二象性。德布罗意在光具有波粒二象性启发下，把光子和粒子(电子等)类同相比，在 1924 年大胆地提出实物粒子也具有波粒二象性，并且认为物质波与光波一样具有 $E = h\nu$ 和 $p = h / \lambda$ 的关系。从而提出上述物质波波长公式。 2分

实物粒子的波动性最先在 1927 年被戴维孙—革末所做的电子在晶体上的衍射实验所证实。 1分

30. (本题 8分)(5241)

答：(1) 电子和光子的动量大小相同。因为 $p = h / \lambda$ 对两者都成立，而 λ 相同，故 p 相同。 2分

(2) 电子的能量 $E_e = mc^2$

其中 $m = m_0 / \sqrt{1 - (v/c)^2}$ 2分

根据 $p = mv = h / \lambda$ 可解出：

$$v = c / \sqrt{1 + (m_0 c \lambda / h)^2}$$

所以 $E_e = mc^2 = m_0 c^2 / \sqrt{1 - (v/c)^2}$
 $= m_0 c^2 \sqrt{1 + (m_0 c \lambda / h)^2} / (m_0 \lambda c / h)$
 $= hc \sqrt{1 + (m_0 c \lambda / h)^2} / \lambda$ 2分

光子的能量 $E_\lambda = h\nu = hc / \lambda < E_e$

可见电子和光子的能量不相同。 2分