



班级: 计01

姓名: 容逸朝

编号: 202001069

科目: 概统

第 1 页

利用容斥原理, 对  $n_1, n_2, n_3, n_4$  中零的个数进行讨论.

记  $S = \sum_{n_1+n_2+n_3+n_4=15} \frac{15!}{n_1!n_2!n_3!n_4!} \left(\frac{1}{4}\right)^{15}$ , 则所求变为  $S_{n_1, n_2, n_3, n_4 \geq 1}$ .

由容斥原理

$$\begin{aligned}
 S_{n_1, n_2, n_3, n_4 \geq 1} &= S_{n_1, n_2, n_3, n_4 \geq 0} - 4 \cdot S_{n_1=0, n_2, n_3, n_4 \geq 0} + 6 \cdot S_{n_1=n_2=0, n_3, n_4 \geq 0} - 4 \cdot S_{n_1=n_2=n_3=0, n_4 \geq 0} \\
 &= \frac{4^{15}}{4^{15}} - 4 \cdot \frac{3^{15}}{4^{15}} + 6 \cdot \frac{2^{15}}{4^{15}} - 4 \cdot \frac{1^{15}}{4^{15}} \\
 &= \frac{4^{15} - 4 \cdot 3^{15} + 6 \cdot 2^{15} - 4}{4^{15}}
 \end{aligned}$$