



班级: 计01

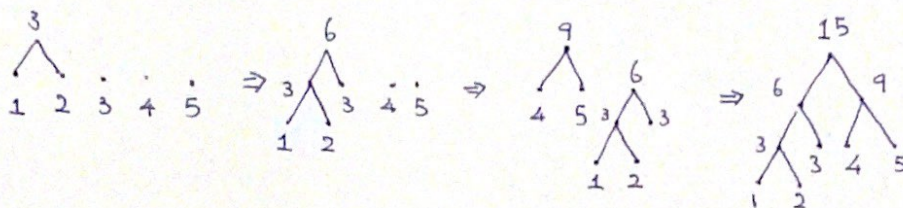
姓名: 袁述刚

编号: 2020010869

科目: 离散

第 1 页

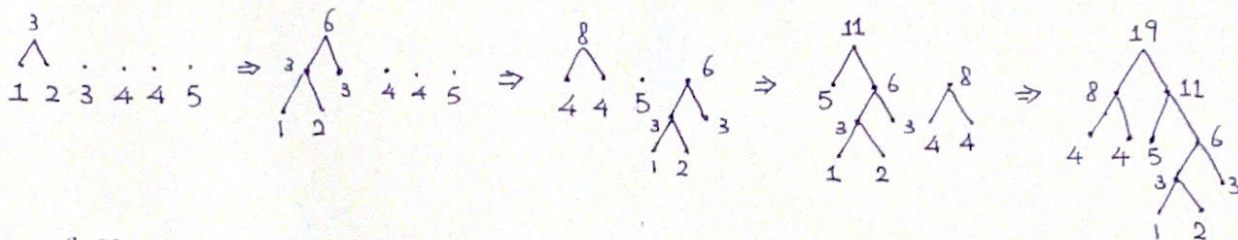
14. (a) 最优二进制编码 (含空格):



最优二进制编码: $c: 000, e: 001, s: 01, t: 10, a: 11$

原字符串变为: 01101110001110001011011101001110

(b) 最优二进制编码 (不含空格):



编码: $c: 1100, e: 1101, s: 111, \text{空格}: 00, t: 01, a: 10$

原字符串变为: 1110110011010010110001001011100100011110110101

1. 首先证: prim 算法可以生成图 G 的支撑树:

假设第一个加入的结点为 v_1 , 令集合 $V = \{v_1\}$. 此时加入结点 v_2 , v_2 与 V 中结点相连, 边数增加 1, 重复以上操作, 直至 G 的所有结点加入 V 中, 此时边数恰好为结点数减 1, 是支撑树.

再证: prim 算法生成最小树

设 T_0 为 prim 算法生成的树, 图的最小生成树为 T_1 , 树的边数为 n . (结点数 $n+1$)

对 T_0 的 n 条边进行排序, 由小至大分别为 $e_{01}, e_{02}, \dots, e_{0n}$.

对 T_1 的边从小至大排序, 得 $e_{11}, e_{12}, \dots, e_{1n}$.

② 对 T_0, T_1 的边依次比较, 若存在 $e_{0k} \in T_0$ 且 $e_{0k} \notin T_1$, 其中 $e_{0k} = (v_u, v_e)$

在 T_1 中找到一个以 v_u 为端点的边 $e_{1x} \in T_1$ 且 $e_{1x} \notin T_0$, 其中 $e_{1x} = (v_u, v_f)$

e_{0k}, e_{1x} 起点均为 v_u , 由 prim 的特性 $w(e_{0k}) \leq w(e_{1x})$

故可在 T_1 中删去 e_{1x} , 加上 e_{0k} , 此时边数不变, 顶点数不变, 也不存在环

故新树 T_1' 的总权值小于等于 T_1 的总权值, 因为 T_1 是最小生成树, 故 T_1, T_1' 总权值相等, 不断进行操作①, 最终得到的树为 T_0 , 由于每次操作后总权值不变, 故 T_0 , T_1 的总权值相等, 故 T_0 为最小生成树. Δ