11. 令 $\Omega=\{1,2\}$，$P(1)=P(2)=\frac{1}{2}$，记 $A=\{1\}$，$B=\{2\}$.

则 $P(A)=\frac{1}{2}$，$P(B)=\frac{1}{2}$，$P(A\cup B)=1$，此时 $P(AB)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=0<P(A)P(B)$.

12. $(A\cup B)-A=(A\cup B)\cap A^c=(A\cap A^c)\cup(B\cap A^c)=B\cap A^c=(B\cap A^c)\cup(B\cap B^c)=B\cap(A^c\cup B^c)=B\cap(A\cap B)^c=B-(A\cap B)$

$P((A\cup B)-A)=P(A\cup B)-P(A)=P(B-A\cap B)=P(B)-P(A\cap B) \Rightarrow P(A\cup B)+P(A\cap B)=P(A)+P(B)$

13. $A\cap B=A+B-A\cup B=123+78-184=17$

14. $A\cup B\cup C=A+B+C-AB-BC-AC+ABC=57+49+43-13-4-7+1=126$.

22. 记 $A_m=\{w \mid m|w\}$

则原题等价于求 $P(A_3^cA_4^cA_6^c(A_2\cup A_5))$，注意到 $A_6^c\supset A_3^c$，故原题又等价于 $P(A_3^cA_4^c(A_2\cup A_5))$

$A_3^cA_4^c(A_2\cup A_5)=A_3^cA_4^cA_2\cup A_3^cA_4^cA_5$

由 $A_3^cA_4^cA_2=(1-A_3)(1-A_4)A_2=A_2-A_2A_3-A_2A_4+A_2A_3A_4$

故 $P(A_3^cA_4^cA_2)=P(A_2)-P(A_2A_3)-P(A_2A_4)+P(A_2A_3A_4)$

$=\frac{1}{2}-\frac{1}{6}-\frac{1}{4}+\frac{1}{12}=\frac{1}{6}$

同理 $P(A_3^cA_4^cA_5)=P(A_5)-P(A_3A_5)-P(A_4A_5)+P(A_3A_4A_5)$

$=\frac{1}{5}-\frac{1}{15}-\frac{1}{20}+\frac{1}{60}=\frac{1}{10}$

$P(A_3^cA_4^cA_2A_5)=P(A_2A_5)-P(A_2A_3A_5)-P(A_2A_4A_5)+P(A_2A_3A_4A_5)$

$=\frac{1}{10}-\frac{1}{30}-\frac{1}{20}+\frac{1}{60}=\frac{1}{30}$.

因此，$P(A_3^cA_4^c(A_2\cup A_5))=P(A_3^cA_4^cA_2\cup A_3^cA_4^cA_5)$

$=P(A_3^cA_4^cA_2)+P(A_3^cA_4^cA_5)-P(A_3^cA_4^cA_2A_5)$

$=\frac{1}{6}+\frac{1}{10}-\frac{1}{30}=\frac{7}{30}$

25. 由 (A,B) 相互独立知 $P(AB)=P(A)\cdot P(B)$.

此时，$P(AB^c)=P(A)-P(AB)=P(A)-P(A)\cdot P(B)=P(A)(1-P(B))=P(A)\cdot P(B^c)$，故 (A,B^c) 相互独立.

$P(A^cB)=P(B)-P(AB)=P(B)-P(A)\cdot P(B)=P(B)(1-P(A))=P(B)\cdot P(A^c)$，故 (A^c,B) 相互独立.

$P(A^cB^c)=P(A^c)+P(B^c)-P(A^c\cup B^c)$

$=1-P(A)+1-P(B)-1+P(AB)$

$=1-P(A)-P(B)+P(A)\cdot P(B)$

$=(1-P(A))(1-P(B))$

$=P(A^c)P(B^c)$，故 (A^c,B^c) 相互独立.

25（续） 推广到三元组，若 (A,B,C) 相互独立，则有
$$\begin{cases} P(ABC)=P(A)P(B)P(C) \\ P(AB)=P(A)P(B) \\ P(BC)=P(B)P(C) \\ P(CA)=P(C)P(A). \end{cases}$$

I. 下证 (A^c,B^c,C^c) 相互独立。

对于 $P(A^cB^c)=1-P(A\cup B)=1-P(A)-P(B)+P(AB)=1-P(A)-P(B)+P(A)\cdot P(B)=(1-P(A))(1-P(B))$
$=P(A^c)\cdot P(B^c)$.

同理可证 $P(A^c\cdot C^c)=P(A^c)\cdot P(C^c)$，$P(B^c\cdot C^c)=P(B^c)\cdot P(C^c)$.

而 $P(A^cB^cC^c)=1-P(A\cup B\cup C)$
$=1-P(A)-P(B)-P(C)+P(AB)+P(BC)+P(CA)-P(ABC)$
$=1-P(A)-P(B)-P(C)+P(A)\cdot P(B)+P(B)\cdot P(C)+P(C)\cdot P(A)-P(A)\cdot P(B)\cdot P(C)$
$=(1-P(A))(1-P(B))(1-P(C))$
$=P(A^c)\cdot P(B^c)\cdot P(C^c)$

故 (A^c,B^c,C^c) 相互独立。

II. 下证 (A^c,B,C) 相互独立：（同理可证 (A,B^c,C)，(A,B,C^c)）。

由二元组情况，(A^c,B) (A^c,C)，(B,C) 相互独立。即
$$\begin{cases} P(A^cB)=P(A^c)\cdot P(B) \\ P(A^c\cdot C)=P(A^c)\cdot P(C) \\ P(BC)=P(B)\cdot P(C) \end{cases}$$

对于 $P(A^cBC)=P(BC)-P(ABC)=P(B)P(C)-P(A)P(B)P(C)=P(A^c)P(B)P(C)$．故 (A^c,B,C) 相互独立。

III. 最后证 (A^c,B^c,C) 相互独立：（同理可证 (A^c,B,C^c) (A,B^c,C^c) 相互独立。）

由二元组的情况知 (A^c,B^c) (A^c,C) (B^c,C) 相互独立。

对于 $P(A^cB^cC)=1-P(A\cup B\cup C^c)$
$=1-P(A)-P(B)-P(C^c)+P(AB)+P(BC^c)+P(C^cA)-P(ABC^c)$

注意到 II. 中给出 (A,B,C^c) 相互独立，结合 (A,B) (A,C^c) (B,C^c) 相互独立（二元组情况），有：

$P(A^cB^cC)=1-P(A)-P(B)-P(C^c)+P(A)\cdot P(B)+P(B)P(C^c)+P(C^c)\cdot P(A)-P(A)P(B)P(C^c)$
$=(1-P(A))(1-P(B))(1-P(C^c))$
$=P(A^c)P(B^c)P(C)$，即 (A^c,B^c,C) 也相互独立。

28. 不妨设 P_i 为第 i 个硬币抛出正面的概率，$q_i=1-P_i$ 为其抛出反面的概率，那么，掷出 HHTHT 的概率为 $P_1P_2q_3P_4q_5$，恰有三个为正面的概率为 $\sum_{i=1}^{10}P_{k_{i1}}P_{k_{i2}}P_{k_{i3}}q_{k_{i4}}q_{k_{i5}}$.

其中 k_{ij} 如表所示：

$j \backslash i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3
2	2	2	2	3	3	4	3	3	4	4
3	3	4	5	4	5	5	4	5	5	5
4	4	3	3	2	2	2	1	1	1	1
5	5	5	4	5	4	3	5	4	3	2

2. (a) $3^2=9$ (b) $\binom{2+3-1}{2}=\binom{4}{2}=6$ (相当于 √||√)

3. (a) 三件不同的衣服分给两个人 (b) 三件相同的衣服分给两个人

5. $27\times26\times26=18252$

至少需要 $\sqrt[3]{10^6}=100$ 个字母

8. $4!=24$

$2!\cdot4!\cdot4!=1152$

12. $\dfrac{\binom{5}{2}}{\binom{6}{2}}=\dfrac{\frac{5\times4}{2}}{\frac{6\times5}{2}}=\dfrac{2}{3}$

若锁无顺序，则概率为 $\dfrac{\binom{5}{2}}{\binom{6}{2}}\cdot\dfrac{1}{\binom{5}{2}}=\dfrac{\frac{5\times4}{2}}{\frac{6\times5}{2}}\times\dfrac{1}{\frac{5\times4}{2}}=\dfrac{1}{15}$

若锁有顺序，则概率为 $\dfrac{2!\binom{5}{2}}{2!\binom{6}{2}}\cdot\dfrac{1}{2!\binom{5}{2}}=\dfrac{5\times4}{6\times5}\times\dfrac{1}{5\times4}=\dfrac{1}{30}$

14 (a) 若可辨，则无论如何，第二次与第一次的情况完全一样的方案只有一种，故概率为 $\dfrac{1}{6^3}=\dfrac{1}{216}$

(b) 不可辨时，概率为 $\dfrac{6\times1\times1}{6^3}\times\dfrac{1}{6^3}+\dfrac{6\times5\times\binom{3}{1}}{6^3}\times\dfrac{\binom{3}{1}}{6^3}+\dfrac{6\times5\times4}{6^3}\times\dfrac{3!}{6^3}=\dfrac{996}{6^6}=\dfrac{83}{3888}$

16. $1-\dfrac{\binom{5}{4}\cdot2^4}{\binom{10}{4}}=\dfrac{13}{21}$