28. 恒等关系 I_A 给出最多个等价类，共有 $|A|$ 个；全关系 E_A 给出最少个等价类只有1个.

29. 证明：自反关系：$\forall a\in A,\ aTa \Leftrightarrow aRa \land aRa$.

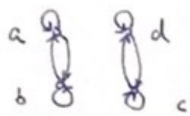
对称关系 $\forall a,b\in A.\ aTb \Leftrightarrow aRb \land bRa \Leftrightarrow bRa \land aRb \Leftrightarrow bTa$

传递关系 $\forall a,b,c\in A\ \ aTb \land bTc \Leftrightarrow (aRb \land bRa) \land (bRc \land cRb) \Leftrightarrow (aRb \land bRc) \land (cRb \land bRa)$

$\Leftrightarrow aRc \land cRa \Leftrightarrow aTc.$

所以 T 是等价关系.

30.



等价类：$[a]_R = [b]_R = \{a,b\}$

$[c]_R = [d]_R = \{c,d\}$

31 (1) 是　(2) 是

32. 不是，反例：$A=\{1,2\}$，$P(A)=\{\varnothing,\{1\},\{2\},\{1,2\}\}$　$P(A)-\{\varnothing\} = \{\{1\},\{2\},\{1,2\}\}$

由于 $\{1\}\cap\{1,2\}\neq\varnothing$，故 $P(A)-\{\varnothing\}$ 不构成 A 的划分.

(若 $|A|=1$，则 $P(A)-\{\varnothing\}$ 是 A 的划分)

33. 1个等价类：1

2个等价类：$\frac{1}{2}C_4^2 + C_4^1 = 7$

3个等价类：$C_4^2 = 6$

4个等价类：1

共 15 个.

34. 证明：若 R 是自反关系，则

自反关系：对 $\forall a\in A,\ aRa \land aRa \Leftrightarrow aSa$

对称关系：对 $\forall a,b\in A,\ aSb \Leftrightarrow aRc \land cRb \Leftrightarrow cRa \land bRc \Leftrightarrow bSa$

传递关系 对 $\forall a,b,c\in A,\ aSb \land bSc \Leftrightarrow (aRd \land dRb) \land (bRe \land eRc)$

$\Leftrightarrow aRd \land dRe \land eRc$

$\Leftrightarrow aRe \land eRc$

$\Leftrightarrow aSc.$

故 S 是等价关系.

35. 证明：对 $\forall \langle\langle x,y\rangle,\langle u,v\rangle\rangle \in R$ 有

自反关系：$xy = yx \Rightarrow \langle x,y\rangle R \langle x,y\rangle$

对称关系：$\langle x,y\rangle R \langle u,v\rangle \Rightarrow xv = yu \Rightarrow uy = vx \Rightarrow \langle u,v\rangle R \langle x,y\rangle$

传递关系：$\langle x,y\rangle R \langle u,v\rangle \land \langle u,v\rangle R \langle a,b\rangle$

$\Rightarrow xv = yu \land ub = va$

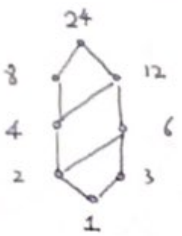
$\Rightarrow xv\cdot ub = yu\cdot va$

$\Rightarrow xb = ya$

$\Rightarrow \langle x,y\rangle R \langle a,b\rangle$

故 R 为等价关系.

39 (1)



40 (a) 集合 $A = \{a,b,c,d,e,f,g\}$

偏序关系 $\{\langle a,a\rangle,\langle a,b\rangle,\langle a,c\rangle,\langle a,d\rangle,\langle a,e\rangle,\langle a,f\rangle,\langle a,g\rangle$
$\langle b,b\rangle,\langle b,d\rangle,\langle b,e\rangle$ $\langle c,c\rangle$ $\langle c,f\rangle\langle c,g\rangle,\langle d,d\rangle$
$\langle e,e\rangle,\langle f,f\rangle,\langle g,g\rangle\}$

41. (1) 极大元：e
极小元：a
最大元：e
最小元：a

(2) 极大元：a, b, d
极小元：a, b, c
最大元：无
最小元：无

42. 上界：$2520n$ $(n=1,2,\dots)$
下界：1
上确界：2520
下确界：1

43. 证明：自反性：对 $\forall x$，$x\in B \Rightarrow \langle x,x\rangle\in R \wedge \langle x,x\rangle\in B\times B \Rightarrow \langle x,x\rangle\in R\cap B\times B$

反对称性：对 $\forall x,y$，$x,y\in B$，$\langle x,y\rangle\in R\cap B\times B \wedge \langle y,x\rangle\in R\cap B\times B$
$\Rightarrow \langle x,y\rangle\in R \wedge \langle y,x\rangle\in R$
$\Rightarrow x=y$

传递性：对 $\forall x,y,z$，$x,y,z\in B \Rightarrow \langle x,y\rangle\in R\cap B\times B \wedge \langle y,z\rangle\in R\times B\times B$
$\Rightarrow \langle x,y\rangle\in R \wedge \langle y,z\rangle\in R \wedge \langle x,y\rangle\in B\times B \wedge \langle y,z\rangle\in B\times B$
$\Rightarrow \langle x,z\rangle\in R \wedge \langle x,z\rangle\in B\times B$
$\Rightarrow \langle x,z\rangle\in R\cap(B\times B)$

45.