16. $P(Y_n=j)=\binom{n}{\frac{n-j}{2}}$，$-n\le j\le n$ 且 $n-j$ 为偶数，mean：$E(Y_n)=0$.

19. 下证 $P(X=n)$ 为概率分布；

对 $\forall n\geq 1$，$P(X=n)=\frac{1}{n(n+1)}>0$

另外，我们有 $\sum_{n=1}^{\infty}P(X=n)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)}=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)=\lim_{n\to\infty}1-\frac{1}{n+1}=1$，故 $P(X=n)$ 为概率分布.

故 $P(X\geq m)=\sum_{n=m}^{\infty}P(X=n)=\sum_{n=m}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)}=\sum_{n=m}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{m}-\frac{1}{n+1}\right)=\frac{1}{m}$

$E(X)=\sum_{n=1}^{\infty}n\cdot\frac{1}{n(n+1)}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n+1}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\cdots=\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{8}+\cdots+\frac{1}{8}\right)+\cdots=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\cdots=+\infty$.

22. 由于 f,g 为密度函数，故 $\forall u\in R$，$g(u)\geq 0$，$f(u)\geq 0$，$\int_{-\infty}^{+\infty}f(u)du=1$，$\int_{-\infty}^{+\infty}g(u)du$.

对于 $\lambda f+\mu g$，因为，$\lambda,\mu\geq 0$ (1) 因此对 $\forall u\in R$，$\lambda f(u)+\mu\cdot g(u)\geq 0$

(2) 而 $\int_{-\infty}^{+\infty}\lambda f(u)+\mu g(u)\,du=\lambda\int_{-\infty}^{+\infty}f(u)du+\mu\int_{-\infty}^{+\infty}g(u)du=\lambda+\mu=1$，故 $\lambda f+\mu g$ 也为密度函数

24. (1) 显然，对 $\forall u\geq 0$，有 $f(u)=u\cdot e^{-u}\geq 0$

(2) $\int_0^{\infty}f(u)du=\int_0^{\infty}u\cdot e^{-u}du=-e^{-u}(u+1)\Big|_0^{\infty}=1$.

故 f 为密度函数.

而 $\int_0^{\infty}uf(u)du=\int_0^{\infty}u^2e^{-u}du=-e^{-u}(u^2+2u+2)\Big|_0^{\infty}=2$.

31. $P((X,Y)=(m,m'))=\frac{1}{\binom{n}{2}}$，$1\le m<m'\le n$

$P(X=m)=\frac{n-m}{\binom{n}{2}}$，$1\le m\le n-1$，$P(Y=m')=\frac{m'-1}{\binom{n}{2}}$，$2\le m'\le n$

$P(Y-X=k)=\frac{n-k}{\binom{n}{2}}$，$1\le k\le n-1$

2. 记 X 为两个零件都是好的，Y 为第一个零件是好的

则 $P(X|Y)=\frac{P(X,Y)}{P(Y)}=\frac{P(X)}{P(Y)}=\frac{\frac{1}{2}(99\%)^2+\frac{1}{2}\cdot(95\%)^2}{\frac{99\%+95\%}{2}}=\frac{9413}{9700}$

3. 记 X 为只有第一种管坏的情况，Y 为只有第二种管坏，Z 为两条管坏的情况

则 $P(XY|Z)=\frac{P(XYZ)}{P(Z)}=\frac{P(XZ)P(YZ)}{P(Z)}=\frac{0.1^2+0.2^2}{0.1^2+0.2^2+0.1\times0.2\times2}=\frac{5}{9}$

4. 记 X：三颗色子点数不同，Y：至少一颗为 6，Z：点数和为 8.

$P(Y|X)=1-P(Y^c|X)=1-\frac{P(Y^cX)}{P(X)}=\frac{\frac{5\times4\times3}{6^3}}{\frac{6\times5\times4}{6^3}}=\frac{1}{2}$

$P(Z|X)=\frac{P(ZX)}{P(X)}=\frac{\frac{12}{6^3}}{\frac{6\times5\times4}{6^3}}=\frac{1}{10}$ （注：点数和为 8 的组合仅有 (1,2,5) (1,3,4) 的排列，共 12 种）

5 记X：三人年龄最大的是男孩，Y：最大的是男孩，另外两位都是女孩，

$P(X)=\frac{1\times2^2}{2^3}=\frac{1}{2}$，$P(Y|X)=\frac{P(YX)}{P(X)}=\frac{\frac{1\times1\times1}{2^3}}{\frac{1}{2}}=\frac{1}{4}$

X'：其中一位是男孩，Y'：剩下两位是女孩.

$P(X')=\frac{1\times2^2}{2^3}=\frac{1}{2}$，$P(Y'|X')=\frac{P(Y'X')}{P(X')}=\frac{\frac{1\times1\times1}{2^3}}{\frac{1}{2}}=\frac{1}{4}$

6. X：其中一位是男孩，Y：其余两位是女孩

$P(X)=\frac{1\times2^2}{2^3}=\frac{1}{2}$，$P(Y|X)=\frac{P(YX)}{P(X)}=\frac{\frac{1\times1\times1}{2^3}}{\frac{1}{2}}=\frac{1}{4}$

7. X：其中两位是女孩 Y：剩下一位是男孩.

$P(X)=\frac{4}{2^3}=\frac{1}{2}$，$P(Y|X)=\frac{P(YX)}{P(X)}=\frac{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}$