1. 设这棵树共有 n 个结点，则其有 $n-1$ 条边，再设度为 i 的点有 n_i 个，则有：

图的总度数：$2(n-1) = n_1+2n_2+3n_3+\cdots+k\cdot n_k$ ①

图的结点数：$n = n_1+n_2+n_3+\cdots+n_k$ ②

$2\times② - ①$：$2 = n_1+0-n_3-\cdots-(k-2)n_k$.

化简得：$n_1 = n_3+2n_4+3n_5+\cdots+(k-2)n_k+2$.

2. 不妨设 $V_1, V_2, \cdots, V_k$ 为树的最长路，若 $d(V_1)>1$，则可找到一条边 (V_1, V_0) 且 $V_0 \neq V_2$，又因为树中没有回路，即 $V_0 \notin \{V_1, V_2, \ldots, V_k\}$，此时路径 $V_0, V_1, V_2\cdots, V_k$ 比 $V_1, V_2, \ldots V_k$ 更长，矛盾！故 $d(V_1)=1$，同理，$d(V_k)=1$，故树中最长路两端点一定都是树叶.

3. Ⅰ.对于任意树，我们可以构造一个与之对应的序列，操作如下：

(1) 找出编号最小的叶结点，将其相邻的结点加入序列，并删去这条边.

(2) 重复操作(1)，直至剩下两个点.

由于每次操作都删去了一个点和一条边，故我们得到了一个长度为 $n-2$ 的序列 $\{a_1, \ldots a_{n-2}\}$

注意到：若结点 k 的度为 d_k，则它在序列 $\{a_1\ldots a_{n-2}\}$ 中出现了 d_k-1 次，这是由于对该节点删去 d_k-1 条边后，其度为 1，即叶结点，不再入序列，故仅能出现 d_k-1 次.

Ⅱ.对于任意序列 $\{a_1, a_2\ldots a_{n-2}\}$，我们可以构造一棵树：

构造另一序列 $\{b_n\} = \{1, 2, 3, \ldots, n\}$

(1) 在序列 $\{b_n\}$ 中找出一个最小数，且该数不属于序列 $\{a_n\}$

(2) 将此最小数所表示的结点与 $\{a_n\}$ 的第一个元素所在结点相互连结，

↓(此时 $\{a_1 a_2\cdots a_k\} \to \{a_2, a_3\cdots a_k\}$，重新编号为 $\{a_1, a_2, \ldots a_{k-1}\}$)↓

(3) 将此两点从各自序列中删去.

(4) 重复以上操作，直至 $\{a_n\}$ 为空，此时将 $\{b_n\}$ 的两个结点相连，得到树.

对于Ⅰ和Ⅱ，每次操作均可得出唯一的树/序列，此时树与序列一一对应.

因此，对于 $V=\{V_1, V_2, \ldots V_n\}$，且 $d(V_i)=d_i$，$\sum d_i = 2n-2$，我们可以构造如下序列：

此序列长 $n-2$，数 i 出现的次数为 d_i-1，这种序列的总数为：

$$\binom{n-2}{d_1-1, d_2-1, \ldots, d_n-1} = \frac{(n-2)!}{(d_1-1)!\cdots(d_n-1)!}$$

由于每个序列对应唯一的树，故所求树的数目为 $\frac{(n-2)!}{(d_1-1)!\cdots(d_n-1)!}$