数 学 作 业 纸

（科目：离散）

班级：计01　　姓名：齐逸朗　　编号：2020010869　　第 1 页

13. $R(0)=\{1,2,3,4\}$ ，$S(0)=\{0,1\}$

14. 由定义：

R是A上对称 $\Leftrightarrow (\forall x)(\forall y)((x\in A \wedge y\in A \wedge xRy)\rightarrow yRx)$

R是A上传递 $\Leftrightarrow (\forall x)(\forall y)(\forall z)((x\in A \wedge y\in A \wedge z\in A \wedge xRy \wedge yRz)\rightarrow xRz)$

R是A上自反 $\Leftrightarrow (\forall x)(x\in A\rightarrow xRx)$

因此 R是A上对称的和传递的 $\Rightarrow (\forall x)(\forall y)((x\in A\wedge y\in A \wedge xRy)\rightarrow xRx)$

因而 R是A上对称的和传递的不一定是自反的.

反例 $R=\{<2,2>\}$

15

R_1：无　　R_4：自反，传递　　R_7：非自反，反对称

R_2：反对称、传递　　R_5：无　　R_8：自反，对称

R_3：自反，对称，传递　　R_6：非自反，对称

17. (1) R是自反的，对 $\forall <x,y>$ 有 $<x,y>\in I_A \Leftrightarrow x=y \Rightarrow <x,y>\in R$ ，即 $I_A\subseteq R$.

设 $I_A\subseteq R$ ，对 $\forall x$ ，$x\in A \Rightarrow <x,x>\in R$ ，即 R是自反的.

所以 R是自反的 $\Leftrightarrow I_A\subseteq R$

(2) R是非自反的，对 $\forall <x,y>$ ，$<x,y>\in I_A \Leftrightarrow x=y \Rightarrow <x,y>\notin R$ ，即 $I_A\cap R=\varnothing$

设 $I_A\cap R=\varnothing$ ，对 $\forall x$ ，$x\in A \Rightarrow <x,x>\notin R$ ，即 R是非自反的

所以 R是非自反的 $\Leftrightarrow I_A\cap R=\varnothing$

(3) R是传递的，对 $\forall <x,y>$ ，$<x,y>\in R\circ R \Leftrightarrow (\exists z)(<x,z>\in R \wedge <z,y>\in R)\Rightarrow <x,y>\in R$

即 $R\circ R\subseteq R$.

设 $R\circ R\subseteq R$ ，对 $\forall <x,z>,<z,y>\in R$ ，$<x,y>\in R\circ R \Rightarrow <x,y>\in R$ ，即 R是传递的.

所以 R是传递的 $\Leftrightarrow R\circ R\subseteq R$

18 (1) 命题为真，对 $\forall x$；$<x,x>\in R_1 \wedge <x,x>\in R_2 \Rightarrow <x,x>\in R_1\circ R_2$ 即 $R_1\circ R_2$ 是自反的.

(2) 命题为假，例如：$A=\{1,2\}$ ，$R_1=\{<2,1>,<1,2>\}$ $R_2=\{<1,2>,<2,1>\}$

$R_1\circ R_2=\{<1,1>,<2,2>\}$ 为自反.

(3) 命题为假.

(4) 命题为假.

19. (1) $R=\{<1,1>\}$

(2) $R=\{<1,1>,<1,2>,<1,3>,<3,1>,<3,2>,<3,3>\}$

20. 解：$<4,3>\in R$ ，$<3,1>\in R$ 但 $<4,1>\notin R$ 故 R不是传递的.

$R_1=\{<1,1>,<1,2>,<2,1>,<2,2>,<3,1>,<3,2>,<4,1>,<4,2>,<4,3>\}$

满足 $R\subseteq R_1$ 且 R_1 是传递的

（科目：离散 ）

数 学 作 业 纸

班级：计01　　姓名：[illegible]　　编号：2020010869　　第 2 页

22. $R_1 \circ R_2 = \{\langle c, d\rangle\}$

$R_2 \circ R_1 = \{\langle a, c\rangle, \langle a, d\rangle\}$

27 (1) $M(R) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\quad M(r(R)) = M(R) + I_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

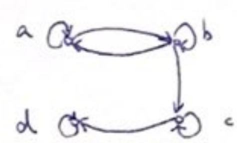
$M(s(R)) = M(R) + M^T(R) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

$M(R^2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\quad M(R^3) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\quad M(R^4) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = M(R^2)$

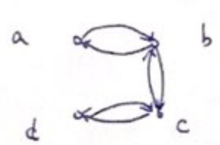
$\therefore \quad M(t(R)) = M(R) + M(R^2) + M(R^3) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(1) R:

r(R):



S(R):



t(R)