2.4 (1) 证明：$A\to B$

$\Leftrightarrow \neg B\to\neg A$ （逆否命题）

$\Leftrightarrow B^{*-}\to A^{*-}$ （定理 2.5.3）

$\Leftrightarrow B^{*}\to A^{*}$ （定理 2.5.6）

故 $A\to B$ 与 $B^*\to A^*$ 同永真，同可满足.

(2) 证明：$A\leftrightarrow B$

$\Leftrightarrow \neg A\leftrightarrow\neg B$ （逆否命题）

$\Leftrightarrow A^{*-}\leftrightarrow B^{*-}$ （定理 2.5.3）

$\Leftrightarrow A^{*}\leftrightarrow B^{*}$ （定理 2.5.6）

故 $A\leftrightarrow B$ 与 $A^*\leftrightarrow B^*$ 同永真，同可满足.

2.5 (1) $P\vee\neg P$

合取范式 $P\vee\neg P$

析取范式 $P\vee\neg P$

主合取范式 空

主析取范式 $\neg P\vee P=m_{0;1}$

任何情况公式均为真

(7) $P\to(Q\wedge(\neg P\leftrightarrow Q))$

合取范式：$P\to(Q\wedge(\neg P\leftrightarrow Q))$

$=\neg P\vee(Q\wedge((\neg P\vee\neg Q)\wedge(P\vee Q)))$ （消去 $\to$，$\leftrightarrow$）

$=(\neg P\vee Q)\wedge(\neg P\vee\neg P\vee\neg Q)\wedge(\neg P\vee P\vee Q)$ （分配律）

$=(\neg P\vee Q)\wedge(\neg P\vee\neg Q)\wedge T$ （补余律）

$=(\neg P\vee Q)\wedge(\neg P\vee\neg Q)$ （同一律）

析取范式：$P\to(Q\wedge(\neg P\leftrightarrow Q))$

$=\neg P\vee(Q\wedge((\neg P\wedge Q)\vee(P\wedge\neg Q)))$ （消去 $\leftrightarrow$）

$=\neg P\vee(Q\wedge\neg P\wedge Q)\vee(Q\wedge P\wedge\neg Q)$ （分配律）

$=\neg P\vee(\neg P\wedge Q)\vee F$ （补余律）

$=\neg P$ （同一律，吸收律）

主合取范式：$P\to(Q\wedge(\neg P\leftrightarrow Q))=\wedge_{0;1}$

主析取范式：$P\to(Q\wedge\neg P\leftrightarrow Q))=\vee_{0;1}$

当 $\begin{cases}P=F\\Q=F\end{cases}$ 或 $\begin{cases}P=F\\Q=T\end{cases}$ 时公式为真.

6 (2) 证明：$A\to B$ 永真：$(P\to(Q\to R))\to((P\to Q)\to(P\to R))$

$=(P\to(Q\to R))\to(P\to(Q\to R))$ （分配律）

$=T$ （等幂律）

$A\wedge\neg B$ 永假：$(P\to(Q\to R))\wedge\neg((P\to Q)\to(P\to R))$

$=(P\to(Q\to R))\wedge\neg(P\to(Q\to R))$ （分配律）

$=F$ （补余律）

解释法：设 $(P\to(Q\to R))=T$

若 $P=T$，则必有 $Q\to R=T$

若 $Q=T$，则必有 $R=T$，此时 $P\to Q=T$，$P\to R=T$，$(P\to Q)\to(P\to R)=T$.

若 $Q=F$，则 $P\to Q=F$，故 $(P\to Q)\to(P\to R)=T$

若 $P=F$，则 $P\to Q=T$，$P\to R=T$，即 $(P\to Q)\to(P\to R)=T$

因此该式成立.

数学作业纸

2.7 (1) ✓ (2) ✓ (3) × (4) × (5) × (6) × (7) × (8) ✓

(9) × (10) × (11) × (12) ✓ (13) ✓ (14) ✓ (15) ✓

2.8 (6)

① $\neg Q \vee S$　前提引入
② $Q \to S$　①置换
③ $(E \to \neg U) \to \neg S$　前提引入
④ $S \to (E \wedge U)$　③置换
⑤ $Q \to (E \wedge U)$　②④三段论
⑥ Q　附加前提引入
⑦ $E \wedge U$　⑤⑥分离
⑧ E　⑦
⑨ $Q \to E$　条件证明规则

2.10 设 P:合同有效　Q:张三受罚　R:张三破产　S:银行给张三贷款

前提:$P \to Q$，$Q \to R$　$S \to \neg R$　$P \wedge S$

① $P \to Q$　前提引入
② $Q \to R$　前提引入
③ $P \to R$　①②三段论
④ $S \to \neg R$　前提引入
⑤ $R \to \neg S$　④置换
⑥ $P \to \neg S$　③⑤三段论
⑦ $\neg(P \wedge S)$　⑥置换
⑧ $P \wedge S$　前提引入
⑨ $(\neg(P \wedge S)) \wedge (P \wedge S)$　⑦⑧
⑩ 矛盾　⑨