

# 动态吸引子在布局求解中的应用

王金敏<sup>1, 2)</sup> 杨维嘉<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>(天津工程师范学院机械工程系 天津 300222)

<sup>2)</sup>(天津大学机械工程学院 天津 300072)

(jinminw@eyou.com)

**摘 要** 在研究分析现有布局启发算法的基础上, 提出了动态吸引子的概念, 并据此建立了动态的定位函数和布局求解算法。分析了定位函数中各参数和坐标点的含义。通过调整定位函数中参数的取值, 可得到满足不同条件和要求的优化布局方案。最后通过实例验证了该算法的合理性。

**关键词** 布局问题; 启发式算法; 定位函数; 权重因子

中图法分类号 TP391.72

## Dynamic Attractive Factors Applied in Packing Problems

Wang Jinmin<sup>1, 2)</sup> Yang Weijia<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>(Department of Mechanical Engineering, Tianjin University of Technology and Education, Tianjin 300222)

<sup>2)</sup>(School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072)

**Abstract** Investigating on the packing heuristic algorithms, this paper puts forward the concept of dynamic attractive factors. Based on the dynamic attractive factors, a dynamic placement function and an algorithm for the packing problem are built. The signification of the parameters and coordinate in the placement function is analyzed. Different optimal packing schemes that satisfy different conditions and demands can be obtained by adjusting the values of the parameters in the placement function. Finally, some examples validate the rationality of this algorithm.

**Key words** packing problem; heuristic algorithms; placement function; parameters

## 1 引 言

布局问题<sup>[1-3]</sup>广泛存在于交通运输、大规模集成电路设计、建筑设计、机械制造、航空航天等领域, 具有高度复杂性, 属于组合最优化问题和 NP 完全问题, 在有限时间内求其全局最优解是相当困难的, 因而只能依赖于各种启发式算法。启发式算法建立在经验或判断的基础上, 通常能产生有关问题的一个较好解, 但不能保证是最优解。布局启发式算法中使用最多的方法是构造式方(算)法。构造式启发算法通过一个一个地增加解的构造元素来求得可行解, 它的循环次数与问题解的构造元素个数成正比,

而与解空间的大小无关, 因此, 计算速度很快。

布局问题分为规则物体布局和不规则物体布局。由于不规则物体的布局问题要比规则物体复杂得多, 尽管实际应用中不规则物体非常普遍, 但对布局问题的研究大多局限于矩形物体, 不规则物体可通过不同方式转化为矩形物体。因此, 对矩形物体布局算法的研究具有重要的意义。布局问题中的构造法主要由定序规则和定位规则所决定, 不同的定序规则和定位规则可以产生不同的构造布局算法。本文提出了一种基于动态吸引子的启发式布局求解算法及动态定位规则, 对物体定位运用动态方法确定, 而不像其他一些算法那样固定一种定位方法不变, 从而使物体的摆放更加合理。

## 2 定序规则

定序规则分为静态和动态两种。静态定序规则是指在布局操作的开始就确定了待布局物体的布局顺序,布局操作过程从始至终按同一个顺序进行定序。从定序操作的执行次数上来讲,静态定序规则的操作只进行一次。动态定序规则要考虑已布局结果对布局空间及未布局物体集合的影响,并需及时地调整布局顺序,因而每完成一个物体的布局操作,就要对已有的布局顺序重新调整。布局时,应根据各物体在布局空间中的重要程度来确定布局顺序,相对重要的应优先放入,相对不重要的则应后放入。常见的定序规则主要有<sup>[4]</sup>:

- (1) 按物体底面积递减的顺序对物体进行排列;
- (2) 按物体最长边递减的顺序对物体进行排列;
- (3) 按物体体积递减的顺序对物体进行排列;
- (4) 按物体可行域递减的顺序对物体进行排列

## 3 定位规则

物体在布局空间中的放入顺序确定后,接下来就是确定被选物体在布局空间中的摆放位置。定位规则就是用来确定待布局物体在布局空间中的具体位置。常见的定位规则有:

- (1) 占角顺放策略:将待布局物体首先放置在布局空间的某一角上,再从布局空间的这个角开始,将物体沿着布局空间的某一边顺序摆放。
- (2) 金角策略:先将物体定位在布局空间的角点上,再定位在布局空间的四边上,当布局空间的角和边都布满之后,最后填满布局空间的中心。
- (3) 下台阶法:先将物体从布局空间的左下角放入,接下来从右上角开始布入并向下移动,直到不能再向下移动为止;然后再向左移动,直到不能再向左移动为止。
- (4) 按定位函数计算出的数值定位:将物体放置的空间进行量化处理,使物体的摆放位置由一个具体的函数  $f(x, y, z)$  来体现。其中的自变量  $(x, y, z)$  为布局空间中的物体基点的坐标,通过映射  $f(x, y, z)$  的作用将其变换为一个可以比较的数值,以此确定当前摆放位置是否可行及优劣。

本文采用第 4 种方式,即物体放置位置由一个具体的函数——定位函数来确定。

在布局空间设置一些吸引点(吸引子),使布局时物体因受到其吸引而向吸引点移动,从而达到布局定位的效果。

定位函数的具体形式为

$$f(x_i, y_i, z_i) = \sum_{t=1}^m \omega_t f_t(x_i, y_i, z_i).$$

其中,  $f_t(x_i, y_i, z_i) = \alpha_t |x_i - x_{0t}| + \beta_t |y_i - y_{0t}| + \gamma_t |z_i - z_{0t}|$  ( $t=1, \dots, m; i=1, \dots, n$ ).

$f(x_i, y_i, z_i)$  为总的定位函数,  $f_t(x_i, y_i, z_i)$  为关于各个吸引子的定位函数,  $m$  为吸引子的个数,  $n$  为待布局物体的数量;  $X$  方向为水平方向,  $Y$  方向为垂直方向,  $Z$  方向为垂直于  $X$  和  $Y$  所组成的平面的竖直方向。

$(x_i, y_i, z_i)$  表示待布局物体基点的坐标。在不同的布局方案中,各物体的基点可以采用角点或形心点。但为了保持一致,同一布局实例中的物体应采取同类基点。

$(x_{0t}, y_{0t}, z_{0t})$  表示布局吸引子的坐标,根据不同的定位方法而发生相应的变化,可取为布局空间的某些角点或内部的点。若取单个角点时,一般常取布局空间的左下或左上角;若取多个角点时,则可根据实际需要来选取,取不同的点可得到不同的布局定位效果。

$\alpha_t, \beta_t$  和  $\gamma_t$  表示权重因子。  $\alpha_t + \beta_t + \gamma_t = 1$ , 当  $\alpha_t, \beta_t$  和  $\gamma_t$  取不同数值时可产生不同的定位方式,得到不同的布局结果。定位函数中的权重因子  $\alpha_t, \beta_t$  和  $\gamma_t$  可根据不同方向的约束条件在布局中的重要程度来选择。

$\omega_t$  表示权重因子。  $\sum_{t=1}^m \omega_t = 1$ ,  $\omega_t$  可根据不同吸引子在布局中起作用大小的程度来选择。

定位的评价函数可描述为

$$\min f(x_i, y_i, z_i).$$

需要特别注意的是,若权重因子为负值时,可看作排斥定位方法,此时吸引子可看作排斥子。

上述评价函数是结合布局问题的特点基于启发式方法提出的。此外,实现此种定位的方法可以是多种多样的,不同的方法各有特点。前人提出的定位方法常考虑到其他一些约束的作用,如重心、势能等,但一般仅能适用于某一种情况,普遍性不足。本文中定位的评价函数主要的约束条件是令物体与布局空间中设定的吸引子之间的距离最小,或令物体

与布局空间中设定的排斥子之间的距离最大, 并且在布局过程中, 物体之间、物体与布局空间之间不能产生干涉, 且物体应完全放置在布局空间内。如果发生干涉问题, 应将发生干涉的物体舍弃, 根据评价函数要求重新选取新的待布局物体进行布局并判断其是否符合当前布局要求

吸引子定位可分为静态和动态两种方式。静态吸引子定位方式是指各个权重因子数值和吸引子位置在布局过程中始终保持不变; 动态吸引子定位方式是指吸引子位置在布局过程中随着布局条件的变化而变化, 或吸引子位置不变但强度(即权重因子)大小发生变化

若只取一个吸引子且为布局空间的某一个角点, 即  $\omega_i=1$  时, 当  $X$  方向的约束作用较大, 即权重因子  $\alpha_i$  相对于  $\beta_i, \gamma_i$  取较大的值, 此时待布局物体沿  $X$  方向进行布局; 当  $Y$  方向的约束作用较大, 即权重因子  $\beta_i$  相对于  $\alpha_i, \gamma_i$  取较大的值, 此时待布局物体沿  $Y$  方向进行布局; 当  $Z$  方向的约束作用较大, 即权重因子  $\gamma_i$  相对于  $\alpha_i, \beta_i$  取较大的值, 此时待布局物体沿  $Z$  方向进行布局, 上述布局情况满足定位规则(1)的占角顺放策略

若布局空间为平面, 取 4 个吸引子且为布局空间的 4 个角点时, 首先将物体布置在 4 个角, 如果  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  和  $\omega_4$  大小相同, 则认为第一个物体放置在哪个角都可以; 否则, 应根据它们的作用大小来确定物体首先放置在哪个角。4 个角布好之后, 选出物体沿着每个角相邻的两边进行布局, 物体在每一条边的放置应根据  $\alpha_i, \beta_i$  和  $\gamma_i$  的大小来确定, 权重因子大的方向应为物体放置的优先方向。当布局空间的角和边都布满之后, 再将物体逐步向布局空间中间放置, 上述布局情况满足定位规则(2)的布局方式, 即所谓的“金角银边草肚皮”。

若只取一个吸引子且其为布局空间中心点时, 可能出现两种情况: (1)中心点为吸引子点, 即权重因子  $\alpha_i, \beta_i$  和  $\gamma_i$  为正值, 物体的放置可根据权重因子的大小来确定, 物体沿着权重因子影响大的方向布置。此种情况满足康雁

等<sup>[5]</sup>提出的拟物法, 如图 1 所示 (2)中心点为排斥子点, 即权重因子  $\alpha_i, \beta_i$  和  $\gamma_i$  为负值, 此时可看作排斥定位方法

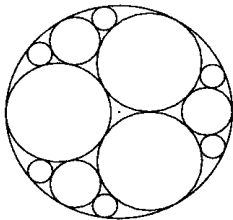


图 1 拟物法

处于布局空间的左下角时, 先将第一个物体放入布局空间的左下角, 随后所选的布局物体都从右上角开始布入。左下角吸引子的定位函数中首先是权重因子  $\beta_i$  起作用, 其他权重因子为 0, 对物体产生吸引作用的吸引方向为  $Y$  方向的无穷远处, 即可以认为物体向整个  $X$  轴靠近, 因此能保证物体向下移动, 直到不能再向下移动为止; 然后再由定位函数中权重因子  $\alpha_i$  起作用, 其他权重因子为 0, 对物体产生吸引作用的吸引方向为  $X$  方向的无穷远处, 即可以认为物体向整个  $Y$  轴靠近, 因此能保证物体向左移动, 直到不能再向左移动为止。如此反复进行, 直到处理完所有的物体。此种情况满足文献[6]中的下台阶算法, 如图 2 所示

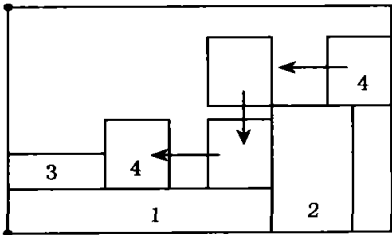


图 2 下台阶算法

若取两个吸引子且其位于布局空间的左下角和右上角时, 左下角吸引子首先使物体置于布局空间的左下角, 此吸引子处的定位函数中权重因子  $\beta_i$  的作用相对于其他权重因子的作用较大, 可令随后所选的物体沿着左侧的边纵向置入, 物体的放置应呈现“L”形; 右上角吸引子使物体放入布局空间的右上角, 此吸引子处的定位函数中依然是权重因子  $\beta_i$  的作用较大, 可令随后所选的物体沿着右侧的边纵向置入, 物体的放置应呈现倒“L”形; 最后将这两组分别布置好的物体进行对接, 使它们紧密相接就完成了布局过程。此种情况满足文献[7]中的带形区域的布局算法, 如图 3 所示

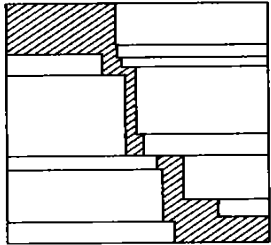


图 3 带形区域的算法

4 实例分析

下面通过一些实例分析本文算法的性能及定位

函数中相关参数的作用

例 1. 以二维矩形布局为例, 布局空间为  $25\times 20$  的矩形, 40 个物体均为矩形, 具体尺寸如表 1 所

示. 表 1 中,  $Bi$  表示矩形的序号;  $a, b$  代表矩形的边长;  $s$  为矩形的面积. 现要求给出一些布局方案使空间利用率尽量大并且矩形块在空间中不能倾斜放置

表 1 实例 1 的物体尺寸

$Bi$	$a$	$b$	$s$	$Bi$	$a$	$b$	$s$	$Bi$	$a$	$b$	$s$	$Bi$	$a$	$b$	$s$
1	7.8	8	62.4	11	6.8	7.7	52.36	21	7.1	9.2	65.32	31	5	9.3	46.5
2	9.5	4.1	38.95	12	4.6	2.9	13.34	22	6.1	0.9	5.49	32	8	4.5	36
3	8.4	8.1	68.04	13	2.8	2.7	7.56	23	3.9	4.1	15.99	33	3.8	8.7	33.06
4	1.8	4.1	7.38	14	3.7	4.6	17.02	24	7.1	9.3	66.03	34	5	7.5	37.5
5	7.7	4.3	33.11	15	9.4	9.6	90.24	25	8.2	5.8	47.56	35	0.3	0.7	0.21
6	6.9	0.7	4.83	16	0.6	3.4	2.04	26	9.4	4.1	38.54	36	6.9	5.3	36.57
7	2.1	1.2	2.52	17	8.9	2.8	24.92	27	1.7	1.5	2.55	37	5.1	5.9	30.09
8	4.2	4.7	19.74	18	8.6	1.4	12.04	28	7.4	4	29.6	38	6.8	0.2	1.36
9	8.5	5.5	46.75	19	3.3	7.7	25.41	29	9.1	5.8	52.78	39	4.4	1.5	6.6
10	6.7	7.7	51.59	20	5.3	4.9	25.97	30	9.9	8.3	82.17	40	5.1	4.4	22.44

(1) 当定位函数中  $t=1, \omega_1=1, \alpha_1=1, \beta_1=0, \gamma_1=0$  时, 即在布局空间左下角取一个吸引子, 将物体放入布局空间, 放不下的则舍弃; 按物体面积递减和可行域递减相结合的定序原则进行排序, 最终得到布局结果如图 4 所示, 物体所占面积为 487.27, 面积利用率为 97.454%

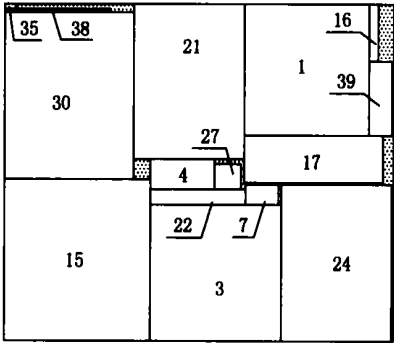


图 4 一个吸引子的布局结果

(2) 当定位函数中  $t=4, \omega_1+\omega_2+\omega_3+\omega_4=1, \alpha_1=\alpha_3=1, \alpha_2=\alpha_4=0, \beta_1=\beta_3=0, \beta_2=\beta_4=1, \gamma_1=\gamma_2=\gamma_3=\gamma_4=0$  时, 即在布局空间 4 个角各取一个吸引子, 再对物体进行布局, 定序方法不变, 最终得到布局结果如图 5 所示, 物体所占面积为 488.08, 面积利用率 97.616%.

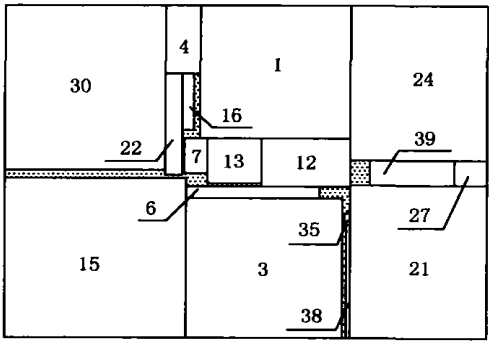


图 5 4 个吸引子的布局结果

(3) 当定位函数中  $t=1, \omega_1=1, \alpha_1=-0.5, \beta_1=-0.5, \gamma_1=0$  时, 即在布局空间中间取一个排斥子, 再对物体进行布局, 定序方法不变, 最终得到布局结果如图 6 所示, 物体所占面积为 488.15, 面积利用率为 97.63%.

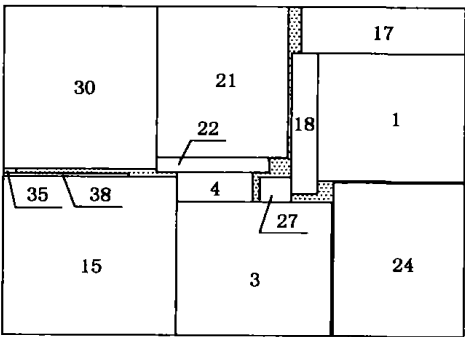


图 6 一个排斥子的布局结果

文献[8]中较好的布局结果为 96.548% 和 97.138%, 本文的布局结果优于文献[8]的结果, 表明本文的定位方法能更合理地利用布局空间

例 2. 以开放的矩形布局数据集 <http://www.ms.ic.ac.uk/jeb/pub/strip1.txt> 中的一个二维布局为例, 布局空间为  $20\times 20$ , 物体为 17 个, 具体尺寸

如表 2 所示。表 2 中,  $B_i$  表示矩形的序号;  $a, b$  代表矩形的边长;  $s$  为矩形的面积。要求给出一些布局方案, 使空间利用率尽量大并且矩形块在空间中不能倾斜放置。

表 2 实例 2 的物体尺寸

$B_i$	$a$	$b$	$s$	$B_i$	$a$	$b$	$s$	$B_i$	$a$	$b$	$s$
1	4	1	4	7	5	3	15	13	2	8	16
2	4	5	20	8	4	1	4	14	15	4	60
3	9	4	36	9	5	5	25	15	5	4	20
4	3	5	15	10	7	2	14	16	10	6	60
5	3	9	27	11	9	3	27	17	7	2	14
6	1	4	4	12	3	13	39				

(1) 与实例 1 的定位方式(1)相同, 在布局空间左下角取一个吸引子, 将物体放入布局空间, 放不下的则舍弃; 按物体面积递减和可行域递减相结合的定序原则进行排序, 最终得到布局结果如图 7 所示, 物体所占面积为 386, 面积利用率为 96.5%。

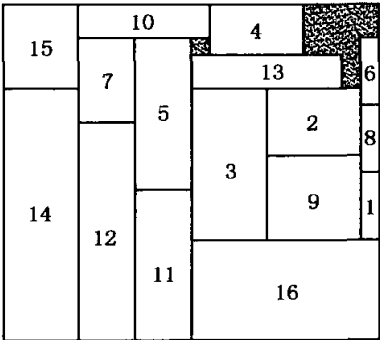


图 7 一个吸引子的布局结果

(2) 与实例 1 的定位方式(2)相同, 在布局空间 4 个角各取一个吸引子, 对物体进行布局, 定序方法不变, 最终得到布局结果如图 8 所示, 物体所占面积为 386, 面积利用率 96.5%。

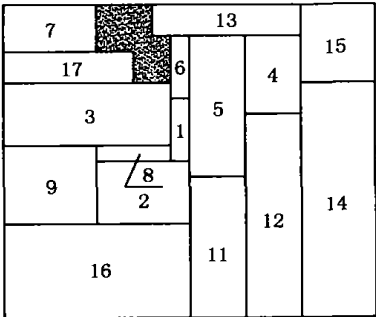


图 8 4 个吸引子的布局结果

(3) 与实例 1 的定位方式(3)相同, 在布局空间中间取一个排斥子, 对物体进行布局, 定序方法不变, 最终得到布局结果如图 9 所示, 物体所占面积为 386, 面积利用率为 96.5%。

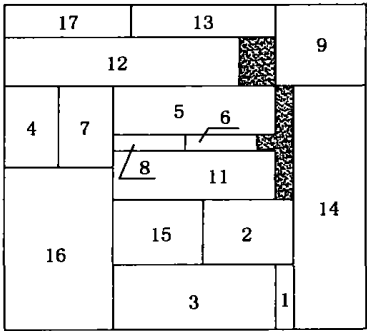


图 9 一个排斥子的布局结果

文献[9]中的布局结果为 96.25%, 本文的布局结果优于文献[9]的结果, 表明本文的定位方法能更合理地利用布局空间。

5 结 论

本文通过算例分析了设定动态吸引子的布局求解算法的适应性及有效性, 证明了采用该算法求解物体布局是一种行之有效的方法, 而且对该算法的研究可广泛应用于各类工程实际问题中。运用相应的布局策略会使算法简化, 复杂度降低, 便于推广和应用。但由于布局问题很复杂, 需要对物体进行大量的移动、旋转、干涉检验等操作。该方法还需进一步研究, 以得到更好的布局结果。

参 考 文 献

[1] Zha Jianzhong, Tang Xiaojun, Lu Yiping. Survey on packing problems [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2002, 14(8): 705~712 (in Chinese)  
(查建中, 唐晓君, 陆一平. 布局及布置设计问题求解自动化的理论与方法综述[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2002, 14(8): 705~712)  
1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

- [2] Dowsland K A, Dowsland W B. Packing problems [J]. *European Journal of Operational Research*, 1992, 56(1): 2~14
- [3] Wang Jinmin, Jian Qihe. The strategy of group approach for rectangles packing problem [J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2004, 16(4): 572~575 (in Chinese)  
(王金敏, 简其和. 矩形布局问题中的群组策略[J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2004, 16(4): 572~575)
- [4] Wang Aihu, Zha Jianzhong, Wang Jinmin. A heuristic algorithm for rectangular packing based on bintree expression [J]. *Journal of Software*, 1996, 7(2): 252~257 (in Chinese)  
(王爱虎, 查建中, 王金敏. 一种基于二叉树结构表达的矩形物体布局的启发式方法[J]. *软件学报*, 1996, 7(2): 252~257)
- [5] Kang Yan, Huang Wenqi. A heuristic algorithm for solving the disks packing problem [J]. *Journal of Computer Research and Development*, 2002, 39(4): 410~414 (in Chinese)  
(康 雁, 黄文奇. 求解圆形 Packing 问题的一个启发式算法[J]. *计算机研究与发展*, 2002, 39(4): 410~414)
- [6] Liu Dequan, Teng Hongfei. An improved BL-Algorithm for genetic algorithm of the orthogonal packing of rectangles [J]. *European Journal of Operational Research*, 1999, 112(2): 413~420
- [7] Jr Coffman E G, Shor P W. Average case analysis of cutting and packing in two dimensions [J]. *European Journal of Operational Research*, 1990, 44(1): 134~144
- [8] Wang Jinmin, Ma Fengning, Chu Nan, *et al.* A construction-based heuristics for packing problems [J]. *Journal of Tianjin University*, 1998, 31(1): 17~22 (in Chinese)  
(王金敏, 马丰宁, 初楠, 等. 基于构造的布局启发方法[J]. *天津大学学报*, 1998, 31(1): 17~22)
- [9] Jian Qihe. Research on the heuristic algorithm based on objective and orthogonal space decomposition for packing problem [D]. Tianjin: Tianjin University, 2003 (in Chinese)  
(简其和. 基于目标和空间正交分解的布局启发式算法的研究[硕士学位论文]. 天津: 天津大学, 2003)



王金敏 男, 1963 年生, 博士, 教授, 主要研究方向为 CAD & CG、智能布局、工程图学



杨维嘉 女, 1978 年生, 硕士研究生, 主要研究方向为计算机辅助布局设计