

# 模拟退火法在钟手表机芯布局中的应用

段国林\* 查建中\*\* 林建平\* 翁起蛰\*\*\*

\* (河北工业大学机械学院 CAD/CAM/RPM 研究所 天津 300130)

\*\* (北方交通大学机械系 北京 100044)

\*\*\* (天津钟表厂 天津 300110)

**摘要** 布局问题,特别是三维物体的布局问题在工业界有着广泛的用途,由于该问题在理论上已属于 NP 完全问题,很难用传统优化算法求解.钟手表机芯设计中的传动件布局是具有强约束的三维物体布局问题.模拟退火法是一种用于解决连续、有序离散和多模态优化问题的随机优化技术.本文利用模拟退火法成功地解决了钟手表机芯设计中的难题.该文还提供了解决一般物体布局问题的框架.

**关键词** 布局,钟表,模拟退火,优化设计, CAD  
**中图法分类号** TP391.7

## THE APPLICATION OF SIMULATED ANNEALING IN THE MOVEMENTS PACKING OF CLOCKS AND WATCHES

DUAN Guo-Lin\* CHA Jian-Zhong\*\* LIN Jian-Ping\* WENG Qi-Zhe\*\*\*

\* (CAD/CAM/RPM Research Room, Mechanical Institute, Hebei University of Technology, Tianjin 300130)

\*\* (Mechanical Department, North Jiao-Tong University, Beijing 100044)

\*\*\* (Tianjin Clock Factory, Tianjin 300110)

**Abstract** The packing problems, especially three-dimensional components packing problems, can be found in many industrial domains. Because they are known to be a NP-complete problem in theory, they're too difficult to be solved with traditional optimal methods. The packing of transmitting parts in clocks and watches movements is a three-dimensional components packing problem with more constraints. Simulated annealing is a stochastic optimization technique that has been used to solve continuous, ordered discrete and multi-modal optimization problems. With this algorithm, this paper has successfully solved the difficulty in designing movements of clocks and watches. It also provides framework for solving general packing problems.

**Key words** packing, clocks and watches, simulated annealing, optimization, CAD

## 1 概述

布局问题 (Packing problem),特别是三维物体的布局问题在工业界有着广泛的用途,比如集装箱的布局 (Shipping container packing)、底盘装载 (Pallet loading)、火箭仪器舱的布局 (Packing of the space shuttle cargo bay)等<sup>[1-3]</sup>.由于二维矩形物体的布局 (Rectangular packing) 问题已经是 NP 完全问题,所以在一定时间限制内对布局问题求出精确解是不可能的.尤其是在三维布局问题中,还没有人提出有效的精确算法<sup>[4]</sup>.为此各种启发式算法就应运而生了,然而大部分有关布局问题的启发式算法的研究是在运筹学 (Operation re-

search) 范畴内进行的.文献 [4-6] 分别在综述文章中对此进行了介绍.这些算法的缺点是其算法只能在某些特定的问题中有效,如在具有固定宽度的材料上切割出小零件、或将不同大小的矩形放入多个具有相同尺寸的大矩形内等,对一般的布局问题意义不是很大.

另一些研究集中在三维物体的布局上,即在满足空间关系的情况下,有效地布置这些三维物体.空间关系包括:物体间互不干涉,对物体移动时的约束等. Udy, Fujita, Kim, Landon 等人在求解三维物体布局问题时,使用了各种优化技术<sup>[3]</sup>.由于布局问题的非线性特点,这些方法有一些不足之处,如需要可行的起始点、需对非线性方程线性化 (可能导致问题不收敛)、需要求梯度、常常收敛于局部最优等.对于具

有多目标函数的一般问题来说,梯度只能用数值法求解,而往往是很费时的。

在机械工程领域内,一般物体的布局是三维问题,不能有效地用以上方法求解。机芯是钟手表的心脏,为了适应市场需求,生产出各种花色品种的钟手表,对机芯的设计提出了越来越高的要求。机芯设计是一个很复杂的过程,而总体布局设计是机芯设计的关键。在总体布局设计中,首先需要根据设计要求确定各传动齿轮的几何参数(齿数、模数等),然后将这些已有确定尺寸的传动件进行径向和轴向布置,以得到结构紧凑、设计合理的机芯<sup>[7]</sup>。很显然,这是一个一般三维物体的布局问题。本文将利用模拟退火法(Simulated Annealing)进行机芯传动件布局的优化设计。由于模拟退火法能跳出局部最优值,且是不需要计算梯度的零阶算法,所以可以避免以上所提及的各种缺点。

由于模拟退火算法的潜在优势,已有一些人探讨了使用该算法求解布局问题的可行性。文献[4]利用基于模拟退火的方法解决了具有几何约束的背包问题,文献[3]提出了利用模拟退火法求解一般三维物体布局问题的算法,文献[8]报告了利用模拟退火法求解一维切割(Cutting stock)问题的效果。

## 2 利用模拟退火法求解优化问题

模拟退火法源于统计力学,它以 Monte Carlo 模型为基础,该模型被 Metropolis 等人用来在给定温度下模拟达到平衡时原子的汇集情况。Kirkpatrick(1983) 是第 1 个使用模拟退火法求解组合最优化(Combinatorial optimization)的人<sup>[9]</sup>。

### 2.1 模拟退火法

模拟退火法是一种用于解决连续、有序离散和多模态优化问题的随机优化技术。在典型的模拟退火法中,首先要选择一初始状态,并计算在该状态的目标函数值;然后移动到一新的设计状态。如果该步骤改进了目标函数值,则新的设计状态成为当前的设计状态;如果未改进,该状态仍有可能成为当前设计状态,要根据一概率函数来决定。概率函数为

$$P_{\text{accept}} = \exp\left[-\frac{\Delta c}{T}\right] \quad (1)$$

其中,  $\Delta c$  为设计状态发生变化后,目标函数的变化值;  $T$  为当前状态的温度,其名字是模仿金属退火过程得来的。温度初值很高,随时间而下降。开始时,对状态空间(即目标函数空间)的搜索几乎是随机的,这就导致了目标函数空间的扩大。随着温度下降,接受较差移动(移动远离优化方向)的概率减小,对目标函数没有改进的搜索逐渐被抛弃,使得算法最终收敛于一个全局最优解。

### 2.2 退火策略

在应用模拟退火算法时,最关键的是退火策略(Annealing schedule)的选择<sup>[9]</sup>,因为算法中影响解收敛质量的温度由退火策略来控制。退火策略描述:初始温度值是多少、温度下降的时间间隔、温度下降幅度及算法终止温度。当初始温度选的足够高,且温度下降的足够慢时,模拟退火算法就能找到全局最优解。常用的退火策略有

$$T_{\text{new}} = T_{\text{current}} (T < 1 \text{ 但接近于 } 1) \quad (2)$$

$$T_{\text{new}} = \frac{T_{\text{current}}}{1 + U \cdot T_{\text{current}}} (U \ll T_{\text{start}}) \quad (3)$$

文献[3]使用了一种适应性的退火策略(Adaptive annealing schedule),其利用已有状态的目标函数值的统计信息来控制温度的变化

$$T_{\text{new}} = T_{\text{current}} \cdot \exp\left[\frac{0.7 T_{\text{current}}}{e}\right] \quad (4)$$

$e$  为目标函数值的标准偏差。

### 2.3 多目标函数优化

在生产实际中,优化目标函数往往不止一个。如在布局问题中,要求布局的密度越大越好,重心越稳越好,装配性要好等。本文采取加权的方法确定总目标函数

$$F = w_1 f_1 + w_2 f_2 + \dots + w_i f_i + w_n f_n \quad (5)$$

其中  $w_i$  为加权值,  $f_i$  为第  $i$  个目标函数。

## 3 钟表机芯布局的优化设计

布局设计的前提是:机芯中各传动件的几何尺寸已确定下来。因此,机芯布局的优化设计就是在满足设计要求的条件下,如何将各传动件进行布置,使机芯最紧凑。

机芯布局包括传动件的径向布置和轴向布置。径向布置可以确定各传动链的传动关系,如图 1 所示。其中 1 为条盒轮,2 为二轮片和二轮轴,3 为三轮片和三轮轴,4 为中心轴,5 为擒纵齿轴,6 为跨轮片和跨齿轴。轴向布置保证各层传动关系互不干涉,如图 2 所示。

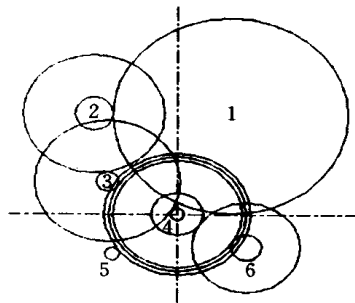


图 1 机械手表机芯平面布置图

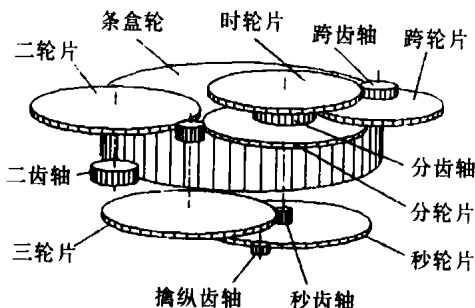


图 2 机械手表机芯立体布局示意图

### 3.1 目标函数

在使用模拟退火法求解实际问题时,确定目标函数是很重要的。机芯布局问题是强约束优化问题,有些约束在选

择由一种状态变到另外一种状态的方法时考虑,有些约束以惩罚项的形式在目标函数中出现.

在机芯布局中考虑 7 种约束,它们是:

- (1) 跨轮片和跨齿轴紧连在一起;
- (2) 秒轮片和秒齿轴紧连在一起;
- (3) 分轮片和分齿轴紧连在一起;
- (4) 时针轮在分针轮之上;
- (5) 分针轮在秒针轮之上;
- (6) 要保证各传动齿轮之间的啮合关系;
- (7) 除连在一起的齿轮和相互啮合的齿轮外,各齿轮间不能发生干涉.

第 6 项约束由改变状态的方法来保证,其它约束以惩罚项出现在目标函数中.由于我们要设计一种结构紧凑的机芯,故以最上和最下齿轮的间距和离中心最远齿轮与中心的距离作为目标函数.

$$\min F = \sum_{i=1}^8 w_i f_i \quad (6)$$

其中  $f_1 = \max(z_i + h_i) - \min(z_j)$ ,  $z_i$  为第  $i$  个齿轮的  $z$  坐标,  $h_i$  为第  $i$  个齿轮的厚度;  $f_2 = \max(d_{ai})$ ,  $d_{ai}$  为第  $i$  个齿轮与中心轴之间的距离;  $w_i$  为归一化的权重系数;  $f_3 \sim f_8$  为约束函数,满足约束时,  $f_3 \sim f_8$  为零.

### 3.2 邻域搜索

邻域搜索是改变解空间状态的方法.根据机芯布局的特点,选择 2 种操作来变化状态,一种是平移,一种是旋转.在解问题时,这样来实施:首先构造一选择集,其中包括多种平移和旋转,即从平移一小距离到平移一较大距离,从旋转一小角度到旋转一较大角度.根据实际情况,规定平移时只允许沿  $z$  方向移动,旋转时只允许某一齿轮绕与其啮合的齿轮中心旋转,这样能保证啮合关系的满足.然后随机选择集合中的一种操作作用于机芯中的一种传动件.

在选择集中,我们共设置了 10 种操作,有 5 种平移,5 种旋转.平移和旋转的方向由随机产生的 1 和 -1 来确定.如为 1,则沿  $z$  正方向平移或逆时针旋转;如为 -1,则沿  $-z$  方向平移或顺时针旋转.

### 3.3 退火策略

退火策略的选择对整个算法的质量有直接影响.同一退火策略对于不同的实际问题有不同的效果,应根据实际情况确定一适宜的退火策略.选择退火策略实际上就是选择  $T_{start}$ ,  $T_{end}$ ,  $T_{new}$  与  $T_{current}$  的函数关系,以及  $T_{current}$  持续的时间.

当温度  $T$  很高时,由于  $P_{accept}$  接近于 1,这时解空间的搜索近似于随机搜索;当温度  $T$  很低时,  $P_{accept}$  接近于 0,这时只有改进的搜索才能接受,所以很象爬山搜索法.

本文采用自适应退火策略.首先选择初始温度

$$T_{start} = -\frac{3e}{\ln p} \quad (7)$$

$e$  为目标函数值的标准偏差(通过随机改变解空间,并记录下各种解的目标函数值来求得).根据 Szykman<sup>[3]</sup> 的建议,我们选取  $p = 0.85$ .

为了减少运行时间,在每一温度期间,选取一固定的循环次数.根据上一温度期间的  $e$  值和当前的温度值来确定下一

温度,  $T_{new}$  由式 (4) 计算.终止温度选取为  $T_{end} = 0.0001$ .

在算法运行时,不同温度期间的目标函数值的标准偏差是有变化的,为了提高解的质量,每一温度期间的(都要重新计算).

### 3.4 初始解的选取

因为在改变解空间状态时,齿轮间的啮合关系保持不变,所以第一组解不能随便选.初始解要保证各齿轮之间具有正确的啮合关系.我们利用已有的平面径向布局专家系统产生的结果,给每对啮合齿轮随机加上  $z$  坐标作为初始解.

### 3.5 求解机芯布局问题的算法

用模拟退火法求解钟表机芯布局问题时的步骤归纳如下:

步骤 1. 初始化(构造操作选择集,选择初始解);

步骤 2. 随机改变状态空间,并全部接受各种解,求目标函数的  $e$ ,按式 (7) 选择初始温度  $T_{start}$ ,径向布局结果加  $z$  坐标作为初始解  $x_0$ ,用  $F_0 = F(x_0)$  表示其相应目标函数值,置  $i = 0$ ,转步骤 3;

步骤 3. 置  $i = i + 1$ ,从改变状态选择集中随机选择一种操作,产生一新解  $x_i$ ,并求值  $F_i = F(x_i)$ ;

步骤 4. 如果  $F_i < F_{i-1}$ ,转步骤 6,否则按概率  $P_{accept}$  决定  $F_i$  的取舍;

步骤 5. 如果  $F_i$  在步骤 4 中未成为新解,置  $F_i = F_{i-1}$ ,转步骤 6;

步骤 6. 如果  $i > FixNumber$ ,转步骤 7,否则转步骤 3;

步骤 7. 如果对当前目标函数值  $F_i$  满意,则停机;否则计算各目标函数值的标准偏差,按退火策略调整温度  $T$ ,置  $F_0 = F_i$ ,  $i = 0$ ,转步骤 3.

## 4 设计实例

本文以一机械手表机芯为例,利用模拟退火法进行优化布局设计.

### 4.1 结构的模型化

机芯中的零部件非常多,如果全部利用模拟退火法进行布局优化设计,则无从下手.经过分析可以看出,所有其它的零部件是在传动件布置完后才摆上去的,传动齿轮的布局是整个机芯布局设计的关键.因此,利用模拟退火法对各齿轮的布局进行优化设计.

一对齿轮是在分度圆处啮合的,因此将齿轮简化成具有分度圆直径大小、具有齿原厚度的圆柱体.这样,问题就简化成多个不同大小的圆柱体的布局问题.

### 4.2 数据结构

利用 C++ 语言实现该算法.每个齿轮需要记录的数据有:中心坐标、分度圆半径、厚度.用一结构来表示.

```
struct gear{
    float x, y, z;
    float r, h;
}
```

为了求目标函数值的标准偏差,每个齿轮位置发生变化后,计算的目标函数值要记录下来.在程序中用指针结构来存储.

4.3 运行结果

优化.表是优化前后数据对照 (只列出齿轮的  $z$  坐标):

我们以天津钟表厂一定型产品为例,进行传动系统布局

表 1 实例优化前后数据处理

	优化前 $z$ 坐标	优化后 $z$ 坐标	齿轮厚度 (mm)
条盒轮 /二齿轴	1. 25/1. 25	2. 04 /2. 04	1. 88 /0. 45
二轮片 /三齿轴	3. 25/3. 00	3. 92 /3. 92	0. 18 /0. 45
三轮片 /秒齿轴	0. 90/0. 75	1. 86 /1. 86	0. 18 /0. 42
秒轮片 /擒纵齿轴	0. 60/0. 50	1. 70 /1. 70	0. 15 /0. 28
分针轮 /三齿轴	3. 20/3. 00	3. 92 /3. 92	0. 14 /0. 45
跨轮片 /分齿轴	3. 45/3. 34	4. 06 /4. 06	0. 18 /0. 33
时轮片 /跨齿轴	3. 70/3. 63	4. 40 /4. 40	0. 18 /0. 27

由以上数据可以看出,优化前齿轮总厚度为  $(3.63+0.27)-0.5=3.40\text{mm}$ , 优化后齿轮总厚度为  $(4.40+0.27)-1.70=2.97\text{mm}$ ,优化前后机芯厚度可以减少  $0.43\text{ mm}$ , 优化效果令人满意 .

5 结 论

布局问题大量出现在工程领域中,利用模拟退火法解三维物体布局问题是行之有效的.退火策略在模拟退火法中起重要作用,直接影响解的质量.自适应退火策略要求记录前面解的目标函数值,但它适应能力较强,是一种较好的退火策略.

参 考 文 献

1 Cagan J. Shape annealing solution to the constrained geometric knapsack problem. Computer-Aided Design, 1994, 26( 10): 763- 770

2 Landon M D, Balling R J. Optimal packaging of complex parametric solids according to mass property criteria. Journal of Mechanical Design, 1994, 116 375- 381

3 Szykman S, Cagan J. A simulated annealing-based approach to three-dimensional component packing. Transaction of the ASME, 1995, 117 308- 314

4 Dowsland K A, Dowsland W B. Packing problems. European Journal of operational Research, 1992, ( 56): 2- 14

5 Zanakis S H, Evans J R, Vazacopoulos A A . Heuristic methods and applications: A categorized survey. European Journal of Operational Research, 1989, (43): 88- 110

6 Bischoff E E, Wascher G . Cutting and packing. European Journal of Operational Research, 1995, ( 84): 503- 505

7 Lin J, Weng Q, Duan G . The application of the expert system in the clocks and watches CAD. In International Conference Proceedings, Pacific Graphics 94 /CADDM 94, 1994. 500- 502

8 Chen C L, Hart S M, Tham W M . A simulated annealing heuristic for the one-dimensional cutting stock problem. European Journal of Operational Research, 1996, 93 522- 535

9 Bolte A, Thonemann U W. Optimizing simulated annealing schedules with genetic programming. European Journal of Operational Research, 1996, ( 92): 402- 416