

Métricas para el Análisis de Polarización en Redes Signadas

1. Métricas de Posicionamiento Estructural

Estas métricas caracterizan la ubicación, inclinación e influencia de cada nodo dentro de la arquitectura global del conflicto, revelando el rol estructural que cada actor desempeña en la dinámica de polarización.

1.1. Sesgo de Equilibrio (S_{eq})

Definición: Cuantifica la inclinación o lealtad estructural de un nodo hacia uno de los dos polos, basándose en el balance total de sus conexiones.

Fórmula:
$$S_{eq}(v) = \frac{d_{C1}(v) - d_{C2}(v)}{d_{C1}(v) + d_{C2}(v)}$$

donde $d_{Ci}(v)$ representa el grado total (conexiones) del nodo v hacia el clúster i .

Interpretación:

- $S_{eq}(v) = +1$: Lealtad estructural total al Clúster 1
- $S_{eq}(v) = -1$: Lealtad estructural total al Clúster 2
- $S_{eq}(v) = 0$: Nodo perfectamente balanceado o fronterizo
- $|S_{eq}(v)| < 0.2$: Zona de alta ambigüedad estructural

1.2. Centralidad de Autovector del Núcleo

Definición: Mide la prominencia e influencia de un actor dentro del núcleo polarizado del conflicto (excluyendo actores neutrales). Captura el principio de que un actor es central si está fuertemente conectado a otros actores centrales.

Contexto del Vector de Asignación: El análisis parte de un vector indicatriz $c \in \{-1, 0, 1\}^n$ que asigna cada nodo a su respectivo clúster:

- $c_i = +1$: Nodo pertenece al Clúster 1
- $c_i = -1$: Nodo pertenece al Clúster 2
- $c_i = 0$: Nodo neutral (excluido del núcleo polarizado)

Fórmula (Optimización del Cociente de Rayleigh):
$$x_1 = \arg\max_{x \neq 0} \frac{x^T A_p x}{x^T x}$$

donde $A_p \in \mathbb{R}^{m \times m}$ es la submatriz de adyacencia signada que contiene únicamente las interacciones entre los $m = |V_p|$ nodos del núcleo polarizado (aquellos con $c_i \neq 0$).

Interpretación:

- **Signo $(+/-)$:** Indica la polaridad del actor en la dinámica del conflicto
- **Magnitud $|x_1(v)|$:** Cuantifica el nivel de influencia y cohesión dentro de su polo
- **Valores cercanos a cero:** Actores estructuralmente ambiguos en la frontera del clivaje
- **Relación con c :** El signo de $x_1(v)$ tiende a coincidir con c_v , pero su magnitud revela la centralidad real dentro de la polarización

2. Métricas de Comportamiento Anómalo y Agencia de Frontera

Estas métricas se enfocan en detectar y cuantificar comportamientos que desafían la división estricta de la red, identificando actores con potencial transformador o de mediación.

2.1. Conexiones Anómalas (Cálculo Auxiliar)

Definición: Estimación del número de conexiones dirigidas hacia el clúster minoritario para un nodo dado. Constituye la base para las métricas de frontera subsecuentes.

Fórmula:
$$\text{Conexiones_Anómalas}(v) = d_{\text{total}}(v) \times \frac{1 - |S_{\text{eq}}(v)|^2}{2}$$

Interpretación:

- Valor máximo cuando $|S_{\text{eq}}(v)| = 0$ (nodo perfectamente fronterizo)
- Valor mínimo (0) cuando $|S_{\text{eq}}(v)| = 1$ (lealtad total a un polo)

2.2. Índice de Frontera

Definición: Métrica compuesta que combina la proporción y el volumen absoluto de conexiones anómalas para identificar puentes estructuralmente significativos entre clústeres.

Fórmula:
$$\text{Índice_Frontera}(v) = \left(\frac{\text{Conexiones_Anómalas}(v)}{d_{\text{total}}(v)} \right) \times \ln(1 + \text{Conexiones_Anómalas}(v))$$

Interpretación:

- **Valores altos:** Candidatos robustos a elementos de frontera con agencia transformadora
- **Componente proporcional:** Normaliza por la actividad total del nodo
- **Componente logarítmica:** Penaliza nodos con pocas conexiones anómalas absolutas

2.3. Grado Anómalo Externo (d_{anom})

Definición: Cuenta directa del número de **conexiones positivas** (de afinidad/apoyo) que un actor mantiene con miembros del clúster opuesto.

Fórmula:
$$d_{\text{anom}}(v) = d_{\text{inter}}^{+}(v)$$

donde $d_{\text{inter}}^{+}(v)$ son las aristas positivas inter-clúster del nodo v .

Interpretación:

- Medida absoluta de "puentes de afinidad" hacia el bando contrario
- Cuantifica directamente el comportamiento no polarizado
- Valor 0 indica polarización perfecta en relaciones externas

2.4. Proporción de Anomalía Externa (P_{anom})

Definición: Normalización de la métrica anterior que calcula el porcentaje de conexiones inter-clúster que son de naturaleza positiva.

Fórmula:
$$P_{\text{anom}}(v) = \frac{d_{\text{inter}}^{+}(v)}{d_{\text{inter}}(v)}$$

Interpretación:

- $P_{\text{anom}}(v) = 1$: Anomalía total (todas las conexiones externas son de afinidad)
 - $P_{\text{anom}}(v) = 0$: Polarización perfecta (todas las conexiones externas son de conflicto)
 - $P_{\text{anom}}(v) = 0.5$: Máxima ambigüedad relacional externa
 - $P_{\text{anom}}(v) > 0.7$: Comportamiento fuertemente mediador
-

3. Síntesis: Tipología de Actores

La combinación de estas métricas permite identificar arquetipos fundamentales:

Actores Nucleares: Alto $|x_1|$, $|S_{\text{eq}}| > 0.8$, $P_{\text{anom}} < 0.2$

Actores de Frontera: $|S_{\text{eq}}| < 0.3$, Alto Índice de Frontera

Mediadores Activos: $d_{\text{anom}} > 0$, $P_{\text{anom}} > 0.5$

Puentes Estructurales: Alto d_{ext} , Moderado $|S_{\text{eq}}|$

Esta tipología facilita la identificación de actores clave para entender tanto la reproducción como la transformación potencial de la estructura de clivaje.