Rachunek Prawdopodobieństwa – prawdopodobieństwo warunkowe, wzór Bayesa

Korepetycje.intro23wertyk@gmail.com Bartosz Pawliczak

2021-03-11

Materiały ogólnodostępne przygotowane przeze mnie:
https://github.com/bpawliczak/intro23wertyk_public

Pełne zestawienie materiałów (tylko dla kursantów):
https://github.com/bpawliczak/intro23wertyk

Więcej informacji i inspiracji:
https://www.facebook.com/intro23wertyk

Wzór Bayesa

$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)} =$

Wzór Bayesa

$$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)} = \frac{\mathbb{P}(B|A)\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B)} =$$

Wzór Bayesa

$$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)} = \frac{\mathbb{P}(B|A)\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B)} = \frac{\mathbb{P}(B|A)\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B|A)\mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B|A')\mathbb{P}(A')}$$

Wzór Bayesa

$$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A\cap B)}{\mathbb{P}(B)} = \frac{\mathbb{P}(B|A)\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B)} = \frac{\mathbb{P}(B|A)\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B|A)\mathbb{P}(A)+\mathbb{P}(B|A')\mathbb{P}(A')}$$

Wzór możemy wykorzystać na wiele sposobów, możemy też korzystać bezpośrednio z samego prawdopodobieństwa całkowitego, bądź poprawnych intuicji.

Wzór Bayesa

$$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)} = \frac{\mathbb{P}(B|A)\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B)} = \frac{\mathbb{P}(B|A)\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B|A)\mathbb{P}(A)+\mathbb{P}(B|A')\mathbb{P}(A')}$$

Wzór możemy wykorzystać na wiele sposobów, możemy też korzystać bezpośrednio z samego prawdopodobieństwa całkowitego, bądź poprawnych intuicji.
Sam wzór Bayesa wykorzystujemy gdy mamy w treści zadania podany wynik jakiegoś działania (w postaci prawdopodobieństwa warunkowego), a potrzebujemy dojść niejako do założeń.

W populacji jest 12% dyslektyków. Jeżeli w teście diagnostycznym uczeń popełni 7 lub więcej błędów, to zostaje uznany za dyslektyka. Każdy dyslektyk na pewno popełni co najmniej 7 błędów. Również nie-dyslektyk może popełnić co najmniej 7 błędów i dzieje się to z prawdopodobieństwem 0,05. Piotr popełnił 7 błędów. Oblicz prawdopodobieństwo, że jest dyslektykiem. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w kolejnym teście też popełni co najmniej 7 błędów?

Rysunek: Typowe zadanie na zastosowanie wzoru Bayesa

W populacji jest 12% dyslektyków. Jeżeli w teście diagnostycznym uczeń popełni 7 lub więcej błędów, to zostaje uznany za dyslektyka. Każdy dyslektyk na pewno popełni co najmniej 7 błędów. Również nie-dyslektyk może popełnić co najmniej 7 błędów i dzieje się to z prawdopodobieństwem 0,05. Piotr popełnił 7 błędów. Oblicz prawdopodobieństwo, że jest dyslektykiem. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w kolejnym teście też popełni co najmniej 7 błędów?

Rysunek: Typowe zadanie na zastosowanie wzoru Bayesa

Oznaczmy: D - bycie dyslektykiem, A - popełnienie 7 lub więcej błędów. Z treści zadania wiemy, że

W populacji jest 12% dyslektyków. Jeżeli w teście diagnostycznym uczeń popełni 7 lub więcej błędów, to zostaje uznany za dyslektyka. Każdy dyslektyk na pewno popełni co najmniej 7 błędów. Również nie-dyslektyk może popełnić co najmniej 7 błędów i dzieje się to z prawdopodobieństwem 0,05. Piotr popełnił 7 błędów. Oblicz prawdopodobieństwo, że jest dyslektykiem. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w kolejnym teście też popełni co najmniej 7 błędów?

Rysunek: Typowe zadanie na zastosowanie wzoru Bayesa

Oznaczmy: D - bycie dyslektykiem, A - popełnienie 7 lub więcej błędów. Z treści zadania wiemy, że $\mathbb{P}(D) = 0,12$, $\mathbb{P}(A|D) = 1$, $\mathbb{P}(A|D') = 0,05$. Do wyliczenia jest $\mathbb{P}(D|A)$.

W populacji jest 12% dyslektyków. Jeżeli w teście diagnostycznym uczeń popełni 7 lub więcej błędów, to zostaje uznany za dyslektyka. Każdy dyslektyk na pewno popełni co najmniej 7 błędów. Również nie-dyslektyk może popełnić co najmniej 7 błędów i dzieje się to z prawdopodobieństwem 0,05. Piotr popełnił 7 błędów. Oblicz prawdopodobieństwo, że jest dyslektykiem. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w kolejnym teście też popełni co najmniej 7 błędów?

Rysunek: Typowe zadanie na zastosowanie wzoru Bayesa

Oznaczmy: D - bycie dyslektykiem, A - popełnienie 7 lub więcej błędów. Z treści zadania wiemy, że $\mathbb{P}(D) = 0,12$, $\mathbb{P}(A|D) = 1$, $\mathbb{P}(A|D') = 0,05$. Do wyliczenia jest $\mathbb{P}(D|A)$. Korzystamy ze wzoru Bayesa: $\mathbb{P}(D|A) = \frac{\mathbb{P}(A|D)\mathbb{P}(D)}{P(A)} =$

W populacji jest 12% dyslektyków. Jeżeli w teście diagnostycznym uczeń popełni 7 lub więcej błędów, to zostaje uznany za dyslektyka. Każdy dyslektyk na pewno popełni co najmniej 7 błędów. Również nie-dyslektyk może popełnić co najmniej 7 błędów i dzieje się to z prawdopodobieństwem 0,05. Piotr popełnił 7 błędów. Oblicz prawdopodobieństwo, że jest dyslektykiem. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w kolejnym teście też popełni co najmniej 7 błędów?

Rysunek: Typowe zadanie na zastosowanie wzoru Bayesa

Oznaczmy: D - bycie dyslektykiem, A - popełnienie 7 lub więcej błędów. Z treści zadania wiemy, że $\mathbb{P}(D) = 0,12$, $\mathbb{P}(A|D) = 1$, $\mathbb{P}(A|D') = 0,05$. Do wyliczenia jest $\mathbb{P}(D|A)$. Korzystamy ze wzoru Bayesa: $\mathbb{P}(D|A) = \frac{\mathbb{P}(A|D)\mathbb{P}(D)}{P(A)} = \frac{\mathbb{P}(A|D)\mathbb{P}(D)}{\mathbb{P}(A|D)\mathbb{P}(D)+\mathbb{P}(A|D')\mathbb{P}(D')} =$

W populacji jest 12% dyslektyków. Jeżeli w teście diagnostycznym uczeń popełni 7 lub więcej błędów, to zostaje uznany za dyslektyka. Każdy dyslektyk na pewno popełni co najmniej 7 błędów. Również nie-dyslektyk może popełnić co najmniej 7 błędów i dzieje się to z prawdopodobieństwem 0,05. Piotr popełnił 7 błędów. Oblicz prawdopodobieństwo, że jest dyslektykiem. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w kolejnym teście też popełni co najmniej 7 błędów?

Rysunek: Typowe zadanie na zastosowanie wzoru Bayesa

Oznaczmy: D - bycie dyslektykiem, A - popełnienie 7 lub więcej błędów. Z treści zadania wiemy, że $\mathbb{P}(D) = 0,12$, $\mathbb{P}(A|D) = 1$, $\mathbb{P}(A|D') = 0,05$. Do wyliczenia jest $\mathbb{P}(D|A)$. Korzystamy ze wzoru Bayesa: $\mathbb{P}(D|A) = \frac{\mathbb{P}(A|D)\mathbb{P}(D)}{P(A)} = \frac{\mathbb{P}(A|D)\mathbb{P}(D)}{\mathbb{P}(A|D)\mathbb{P}(D)+\mathbb{P}(A|D')\mathbb{P}(D')} = \frac{1\cdot 0{,}12}{1\cdot 0{,}12+0{,}05\cdot 0{,}88} = \frac{30}{41} \approx 0,7317$.

W populacji jest 12% dyslektyków. Jeżeli w teście diagnostycznym uczeń popełni 7 lub więcej błędów, to zostaje uznany za dyslektyka. Każdy dyslektyk na pewno popełni co najmniej 7 błędów. Również nie-dyslektyk może popełnić co najmniej 7 błędów i dzieje się to z prawdopodobieństwem 0,05. Piotr popełnił 7 błędów. Oblicz prawdopodobieństwo, że jest dyslektykiem. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w kolejnym teście też popełni co najmniej 7 błędów?

Rysunek: Typowe zadanie na zastosowanie wzoru Bayesa

Oznaczmy: D - bycie dyslektykiem, A - popełnienie 7 lub więcej błędów. Z treści zadania wiemy, że $\mathbb{P}(D) = 0,12$, $\mathbb{P}(A|D) = 1$, $\mathbb{P}(A|D') = 0,05$. Do wyliczenia jest $\mathbb{P}(D|A)$. Korzystamy ze wzoru Bayesa: $\mathbb{P}(D|A) = \frac{\mathbb{P}(A|D)\mathbb{P}(D)}{P(A)} = \frac{\mathbb{P}(A|D)\mathbb{P}(D)}{\mathbb{P}(A|D)\mathbb{P}(D)+\mathbb{P}(A|D')\mathbb{P}(D')} = \frac{1 \cdot 0{,}12}{1 \cdot 0{,}12 + 0{,}05 \cdot 0{,}88} = \frac{30}{41} \approx 0,7317$.
A jakie jest prawdopodobieństwo, że w kolejnym teście też popełni co najmniej 7 błędów?

W populacji jest 12% dyslektyków. Jeżeli w teście diagnostycznym uczeń popełni 7 lub więcej błędów, to zostaje uznany za dyslektyka. Każdy dyslektyk na pewno popełni co najmniej 7 błędów. Również nie-dyslektyk może popełnić co najmniej 7 błędów i dzieje się to z prawdopodobieństwem 0,05. Piotr popełnił 7 błędów. Oblicz prawdopodobieństwo, że jest dyslektykiem. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w kolejnym teście też popełni co najmniej 7 błędów?

Rysunek: Typowe zadanie na zastosowanie wzoru Bayesa

Oznaczmy: D - bycie dyslektykiem, A - popełnienie 7 lub więcej błędów. Z treści zadania wiemy, że $\mathbb{P}(D) = 0,12$, $\mathbb{P}(A|D) = 1$, $\mathbb{P}(A|D') = 0,05$. Do wyliczenia jest $\mathbb{P}(D|A)$. Korzystamy ze wzoru Bayesa: $\mathbb{P}(D|A) = \frac{\mathbb{P}(A|D)\mathbb{P}(D)}{P(A)} = \frac{\mathbb{P}(A|D)\mathbb{P}(D)}{\mathbb{P}(A|D)\mathbb{P}(D)+\mathbb{P}(A|D')\mathbb{P}(D')} = \frac{1\cdot 0{,}12}{1\cdot 0{,}12+0{,}05\cdot 0{,}88} = \frac{30}{41} \approx 0,7317$.
A jakie jest prawdopodobieństwo, że w kolejnym teście też popełni co najmniej 7 błędów? Należy zsumować sytuację, kiedy jest dyslektykiem i kiedy nie jest (bo jednak nam wyszło mniej niż 1)

W populacji jest 12% dyslektyków. Jeżeli w teście diagnostycznym uczeń popełni 7 lub więcej błędów, to zostaje uznany za dyslektyka. Każdy dyslektyk na pewno popełni co najmniej 7 błędów. Również nie-dyslektyk może popełnić co najmniej 7 błędów i dzieje się to z prawdopodobieństwem 0,05. Piotr popełnił 7 błędów. Oblicz prawdopodobieństwo, że jest dyslektykiem. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w kolejnym teście też popełni co najmniej 7 błędów?

Rysunek: Typowe zadanie na zastosowanie wzoru Bayesa

Oznaczmy: D - bycie dyslektykiem, A - popełnienie 7 lub więcej błędów. Z treści zadania wiemy, że $\mathbb{P}(D) = 0,12$, $\mathbb{P}(A|D) = 1$, $\mathbb{P}(A|D') = 0,05$. Do wyliczenia jest $\mathbb{P}(D|A)$. Korzystamy ze wzoru Bayesa: $\mathbb{P}(D|A) = \frac{\mathbb{P}(A|D)\mathbb{P}(D)}{P(A)} = \frac{\mathbb{P}(A|D)\mathbb{P}(D)}{\mathbb{P}(A|D)\mathbb{P}(D)+\mathbb{P}(A|D')\mathbb{P}(D')} = \frac{1\cdot 0,12}{1\cdot 0,12+0,05\cdot 0,88} = \frac{30}{41} \approx 0,7317$.
A jakie jest prawdopodobieństwo, że w kolejnym teście też popełni co najmniej 7 błędów? Należy zsumować sytuację, kiedy jest dyslektykiem i kiedy nie jest (bo jednak nam wyszło mniej niż 1)
$\mathbb{P}(A|D)\mathbb{P}(D|A) + \mathbb{P}(A|D')(1 - \mathbb{P}(D|A)) =$

W populacji jest 12% dyslektyków. Jeżeli w teście diagnostycznym uczeń popełni 7 lub więcej błędów, to zostaje uznany za dyslektyka. Każdy dyslektyk na pewno popełni co najmniej 7 błędów. Również nie-dyslektyk może popełnić co najmniej 7 błędów i dzieje się to z prawdopodobieństwem 0,05. Piotr popełnił 7 błędów. Oblicz prawdopodobieństwo, że jest dyslektykiem. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w kolejnym teście też popełni co najmniej 7 błędów?

Rysunek: Typowe zadanie na zastosowanie wzoru Bayesa

Oznaczmy: D - bycie dyslektykiem, A - popełnienie 7 lub więcej błędów. Z treści zadania wiemy, że $\mathbb{P}(D) = 0,12$, $\mathbb{P}(A|D) = 1$, $\mathbb{P}(A|D') = 0,05$. Do wyliczenia jest $\mathbb{P}(D|A)$. Korzystamy ze wzoru Bayesa: $\mathbb{P}(D|A) = \frac{\mathbb{P}(A|D)\mathbb{P}(D)}{P(A)} = \frac{\mathbb{P}(A|D)\mathbb{P}(D)}{\mathbb{P}(A|D)\mathbb{P}(D)+\mathbb{P}(A|D')\mathbb{P}(D')} = \frac{1 \cdot 0{,}12}{1 \cdot 0{,}12 + 0{,}05 \cdot 0{,}88} = \frac{30}{41} \approx 0,7317$.

A jakie jest prawdopodobieństwo, że w kolejnym teście też popełni co najmniej 7 błędów? Należy zsumować sytuację, kiedy jest dyslektykiem i kiedy nie jest (bo jednak nam wyszło mniej niż 1)

$$\mathbb{P}(A|D)\mathbb{P}(D|A) + \mathbb{P}(A|D')(1 - \mathbb{P}(D|A)) = 1 \cdot \frac{30}{41} + \frac{1}{20} \cdot \frac{11}{41} = \frac{611}{820} \approx 0,7451$$

Trzech strzelców oddało niezależnie po jednym strzale do tego samego celu. Prawdopodobieństwa trafień wynoszą odpowiednio p_1, p_2, p_3. Wyznacz prawdopodobieństwo, że trzeci strzelec trafił, jeżeli cel został trafiony a) jednym pociskiem; b) dwoma pociskami; c) trzema pociskami.

Rysunek: Zadanie, które można rozwiązać jak typowe zadanie kombnatoryczne, rozpatrując przypadki

Trzech strzelców oddało niezależnie po jednym strzale do tego samego celu. Prawdopodobieństwa trafień wynoszą odpowiednio p_1, p_2, p_3. Wyznacz prawdopodobieństwo, że trzeci strzelec trafił, jeżeli cel został trafiony a) jednym pociskiem; b) dwoma pociskami; c) trzema pociskami.

Rysunek: Zadanie, które można rozwiązać jak typowe zadanie kombinatoryczne, rozpatrując przypadki

Oznaczmy: A - pierwszy strzelec trafił, $\mathbb{P}(A) = p_1$, B - drugi strzelec trafił, $\mathbb{P}(B) = p_2$, C - trzeci strzelec trafił, $\mathbb{P}(C) = p_3$. Wówczas mamy:

Trzech strzelców oddało niezależnie po jednym strzale do tego samego celu. Prawdopodobieństwa trafień wynoszą odpowiednio p_1, p_2, p_3. Wyznacz prawdopodobieństwo, że trzeci strzelec trafił, jeżeli cel został trafiony a) jednym pociskiem; b) dwoma pociskami; c) trzema pociskami.

Rysunek: Zadanie, które można rozwiązać jak typowe zadanie kombinatoryczne, rozpatrując przypadki

Oznaczmy: A - pierwszy strzelec trafił, $\mathbb{P}(A) = p_1$, B - drugi strzelec trafił, $\mathbb{P}(B) = p_2$, C - trzeci strzelec trafił, $\mathbb{P}(C) = p_3$. Wówczas mamy:

- $\mathbb{P}(A' \cap B' \cap C) = (1 - p_1)(1 - p_2)p_3$,

Trzech strzelców oddało niezależnie po jednym strzale do tego samego celu. Prawdopodobieństwa trafień wynoszą odpowiednio p_1, p_2, p_3. Wyznacz prawdopodobieństwo, że trzeci strzelec trafił, jeżeli cel został trafiony a) jednym pociskiem; b) dwoma pociskami; c) trzema pociskami.

Rysunek: Zadanie, które można rozwiązać jak typowe zadanie kombinatoryczne, rozpatrując przypadki

Oznaczmy: A - pierwszy strzelec trafił, $\mathbb{P}(A) = p_1$, B - drugi strzelec trafił, $\mathbb{P}(B) = p_2$, C - trzeci strzelec trafił, $\mathbb{P}(C) = p_3$. Wówczas mamy:

- $\mathbb{P}(A' \cap B' \cap C) = (1 - p_1)(1 - p_2)p_3$,
- $\mathbb{P}(A' \cap B \cap C) + \mathbb{P}(A \cap B' \cap C) = (1 - p_1)p_2p_3 + p_1(1 - p_2)p_3$,

Trzech strzelców oddało niezależnie po jednym strzale do tego samego celu. Prawdopodobieństwa trafień wynoszą odpowiednio p_1, p_2, p_3. Wyznacz prawdopodobieństwo, że trzeci strzelec trafił, jeżeli cel został trafiony a) jednym pociskiem; b) dwoma pociskami; c) trzema pociskami.

Rysunek: Zadanie, które można rozwiązać jak typowe zadanie kombinatoryczne, rozpatrując przypadki

Oznaczmy: A - pierwszy strzelec trafił, $\mathbb{P}(A) = p_1$, B - drugi strzelec trafił, $\mathbb{P}(B) = p_2$, C - trzeci strzelec trafił, $\mathbb{P}(C) = p_3$. Wówczas mamy:

- $\mathbb{P}(A' \cap B' \cap C) = (1 - p_1)(1 - p_2)p_3$,
- $\mathbb{P}(A' \cap B \cap C) + \mathbb{P}(A \cap B' \cap C) = (1 - p_1)p_2 p_3 + p_1(1 - p_2)p_3$,
- $\mathbb{P}(A \cap B \cap C) = p_1 p_2 p_3$.

Przypuśćmy, że 1/20 wszystkich kości do gry jest sfałszowana i zawsze wypada na nich szóstka. Wybieramy losowo dwie kostki i rzucamy nimi. Oblicz

a) prawdopodobieństwo wyrzucenia w sumie 11 oczek;

b) prawdopodobieństwo, że co najmniej jedna kostka była sfałszowana, jeżeli wyrzuciliśmy 11 oczek;

Rysunek: A teraz ponownie wróćmy do twierdzenia Bayesa, ale już w nieco trudniejszym przykładzie

Przypuśćmy, że 1/20 wszystkich kości do gry jest sfałszowana i zawsze wypada na nich szóstka. Wybieramy losowo dwie kostki i rzucamy nimi. Oblicz

a) prawdopodobieństwo wyrzucenia w sumie 11 oczek;

b) prawdopodobieństwo, że co najmniej jedna kostka była sfałszowana, jeżeli wyrzuciliśmy 11 oczek;

Rysunek: A teraz ponownie wróćmy do twierdzenia Bayesa, ale już w nieco trudniejszym przykładzie

Oznaczmy F - co najmniej jedna kostka jest sfałszowana, A - prawdopodobieństwo wyrzucenia sumy oczek 11 (na dwóch kostkach). Mamy z treści zadania: $\mathbb{P}(F) = \frac{1}{20}$. Zauważmy, że suma 11 oznacza wyrzucenie 5 i 6. (nie wiemy tylko na jakich kostkach). Pytanie na jakie przypadki możemy rozbić nasze prawdopodobieństwo?

- $\mathbb{P}(A) =$

Przypuśćmy, że 1/20 wszystkich kości do gry jest sfałszowana i zawsze wypada na nich szóstka. Wybieramy losowo dwie kostki i rzucamy nimi. Oblicz

a) prawdopodobieństwo wyrzucenia w sumie 11 oczek;

b) prawdopodobieństwo, że co najmniej jedna kostka była sfałszowana, jeżeli wyrzuciliśmy 11 oczek;

Rysunek: A teraz ponownie wróćmy do twierdzenia Bayesa, ale już w nieco trudniejszym przykładzie

Oznaczmy F - co najmniej jedna kostka jest sfałszowana, A - prawdopodobieństwo wyrzucenia sumy oczek 11 (na dwóch kostkach). Mamy z treści zadania: $\mathbb{P}(F) = \frac{1}{20}$. Zauważmy, że suma 11 oznacza wyrzucenie 5 i 6. (nie wiemy tylko na jakich kostkach). Pytanie na jakie przypadki możemy rozbić nasze prawdopodobieństwo?

- $\mathbb{P}(A) = 0,9(\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6}\frac{1}{6}) + \frac{1}{20}(0 + \frac{1}{6}) + \frac{1}{20}(\frac{1}{6} + 0) =$

Przypuśćmy, że 1/20 wszystkich kości do gry jest sfałszowana i zawsze wypada na nich szóstka. Wybieramy losowo dwie kostki i rzucamy nimi. Oblicz

a) prawdopodobieństwo wyrzucenia w sumie 11 oczek;

b) prawdopodobieństwo, że co najmniej jedna kostka była sfałszowana, jeżeli wyrzuciliśmy 11 oczek;

Rysunek: A teraz ponownie wróćmy do twierdzenia Bayesa, ale już w nieco trudniejszym przykładzie

Oznaczmy F - co najmniej jedna kostka jest sfałszowana, A - prawdopodobieństwo wyrzucenia sumy oczek 11 (na dwóch kostkach). Mamy z treści zadania: $\mathbb{P}(F) = \frac{1}{20}$. Zauważmy, że suma 11 oznacza wyrzucenie 5 i 6. (nie wiemy tylko na jakich kostkach). Pytanie na jakie przypadki możemy rozbić nasze prawdopodobieństwo?

- $\mathbb{P}(A) = 0,9(\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6}\frac{1}{6}) + \frac{1}{20}(0 + \frac{1}{6}) + \frac{1}{20}(\frac{1}{6} + 0) = \frac{1}{15}$.

Przypuśćmy, że 1/20 wszystkich kości do gry jest sfałszowana i zawsze wypada na nich szóstka. Wybieramy losowo dwie kostki i rzucamy nimi. Oblicz
a) prawdopodobieństwo wyrzucenia w sumie 11 oczek;
b) prawdopodobieństwo, że co najmniej jedna kostka była sfałszowana, jeżeli wyrzuciliśmy 11 oczek;

Rysunek: A teraz ponownie wróćmy do twierdzenia Bayesa, ale już w nieco trudniejszym przykładzie

Oznaczmy F - co najmniej jedna kostka jest sfałszowana, A - prawdopodobieństwo wyrzucenia sumy oczek 11 (na dwóch kostkach). Mamy z treści zadania: $\mathbb{P}(F) = \frac{1}{20}$. Zauważmy, że suma 11 oznacza wyrzucenie 5 i 6. (nie wiemy tylko na jakich kostkach). Pytanie na jakie przypadki możemy rozbić nasze prawdopodobieństwo?

- $\mathbb{P}(A) = 0,9(\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6}\frac{1}{6}) + \frac{1}{20}(0 + \frac{1}{6}) + \frac{1}{20}(\frac{1}{6} + 0) = \frac{1}{15}$.
- W drugiej części warto zacząć od wyliczenia $\mathbb{P}(A|F) =$

Przypuśćmy, że 1/20 wszystkich kości do gry jest sfałszowana i zawsze wypada na nich szóstka. Wybieramy losowo dwie kostki i rzucamy nimi. Oblicz

a) prawdopodobieństwo wyrzucenia w sumie 11 oczek;

b) prawdopodobieństwo, że co najmniej jedna kostka była sfałszowana, jeżeli wyrzuciliśmy 11 oczek;

Rysunek: A teraz ponownie wróćmy do twierdzenia Bayesa, ale już w nieco trudniejszym przykładzie

Oznaczmy F - co najmniej jedna kostka jest sfałszowana, A - prawdopodobieństwo wyrzucenia sumy oczek 11 (na dwóch kostkach). Mamy z treści zadania: $\mathbb{P}(F) = \frac{1}{20}$. Zauważmy, że suma 11 oznacza wyrzucenie 5 i 6. (nie wiemy tylko na jakich kostkach). Pytanie na jakie przypadki możemy rozbić nasze prawdopodobieństwo?

- $\mathbb{P}(A) = 0,9(\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6}\frac{1}{6}) + \frac{1}{20}(0 + \frac{1}{6}) + \frac{1}{20}(\frac{1}{6} + 0) = \frac{1}{15}$.
- W drugiej części warto zacząć od wyliczenia $\mathbb{P}(A|F) = 0,95 \cdot \frac{1}{6} + 0,05 \cdot 0 = \frac{19}{20} \cdot \frac{1}{6} = \frac{19}{120}$,

Przypuśćmy, że 1/20 wszystkich kości do gry jest sfałszowana i zawsze wypada na nich szóstka. Wybieramy losowo dwie kostki i rzucamy nimi. Oblicz
a) prawdopodobieństwo wyrzucenia w sumie 11 oczek;
b) prawdopodobieństwo, że co najmniej jedna kostka była sfałszowana, jeżeli wyrzuciliśmy 11 oczek;

Rysunek: A teraz ponownie wróćmy do twierdzenia Bayesa, ale już w nieco trudniejszym przykładzie

Oznaczmy F - co najmniej jedna kostka jest sfałszowana, A - prawdopodobieństwo wyrzucenia sumy oczek 11 (na dwóch kostkach). Mamy z treści zadania: $\mathbb{P}(F) = \frac{1}{20}$. Zauważmy, że suma 11 oznacza wyrzucenie 5 i 6. (nie wiemy tylko na jakich kostkach). Pytanie na jakie przypadki możemy rozbić nasze prawdopodobieństwo?

- $\mathbb{P}(A) = 0,9(\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6}\frac{1}{6}) + \frac{1}{20}(0 + \frac{1}{6}) + \frac{1}{20}(\frac{1}{6} + 0) = \frac{1}{15}$.
- W drugiej części warto zacząć od wyliczenia $\mathbb{P}(A|F) = 0,95 \cdot \frac{1}{6} + 0,05 \cdot 0 = \frac{19}{20} \cdot \frac{1}{6} = \frac{19}{120}$, $\mathbb{P}(F|A) = \frac{\mathbb{P}(A|F)\mathbb{P}(F)}{\mathbb{P}(A)} = \frac{\frac{19}{120} \cdot \frac{1}{20}}{\frac{1}{15}} = \frac{19}{160}$.