

$$1) a) ((\lambda x. \lambda y. (\underbrace{y x}_{\text{body}}) \underbrace{\lambda p. \lambda q. p}_{\text{arg}}) \lambda i. i)$$

$$((\lambda y. (y \lambda p. \lambda q. p) \lambda i. i)$$

$$\lambda i. i \lambda p. \lambda q. p$$

$$\lambda p. \lambda q. p$$

$$b) (((\lambda x. \lambda y. \lambda z. ((x y) z) \lambda f. \lambda a. (f a)) \lambda i. i) \lambda j. j)$$

$$(((\lambda y. \lambda z. ((\lambda f. \lambda a. (f a) y) z)) \lambda i. i) \lambda j. j)$$

$$(\lambda z. ((\lambda f. \lambda a. (f a) \lambda j. j) z) \lambda i. i)$$

$$((\lambda f. \lambda a. (f a) \lambda j. j) \lambda i. i) =$$

$$\lambda a. (\lambda i. i a) \lambda j. j = \underline{\lambda j. j}$$

$$c) (\lambda h. ((\lambda a. \lambda f. (f a) h) h) \lambda f. (f f)) =$$

$$((\lambda a. \lambda f. (f a) \lambda f. (f f)) \lambda f. (f f))$$

$$\lambda f. (f \lambda f. (f f)) \lambda f. (f f) = \lambda f. (f f) \lambda f. (f f)$$

loops infinitely

$$d) ((\lambda p. \lambda q. (p q) (\lambda x. x \lambda a. \lambda b. a)) \lambda k. k)$$

$$= (\lambda q. ((\lambda x. x \lambda a. \lambda b. a) q) \lambda k. k) = (\lambda x. x \lambda a. \lambda b. a) \lambda k. k$$

$$= \lambda a. \lambda b. a \lambda k. k = \underline{\lambda b. \lambda k. k}$$

$$e) (((\lambda f. \lambda g. \lambda x. (f (g x)) \lambda s. (s s)) \lambda a. \lambda b. b) \lambda x. \lambda y. x)$$

$$(\lambda g. \lambda x. (\lambda s. (s s) (g x)) \lambda a. \lambda b. b) \lambda x. \lambda y. x)$$

$$= (\lambda x. (\lambda s. (s s) (\lambda a. \lambda b. b x) \lambda x. \lambda y. x))$$

$$= (\lambda s. (s s) (\lambda a. \lambda b. b \lambda x. \lambda y. x))$$

$$\lambda a. \lambda b. b \lambda x. \lambda y. x \lambda a. \lambda b. b \lambda x. \lambda y. x$$

$$\lambda a. \lambda b. b \lambda x. \lambda y. x$$

$$\underline{\lambda b. b}$$

2) def make-triplet = $\lambda w. \lambda x. \lambda y. \lambda z. (w, x, y, z)$
 triplet-first = $\lambda a. \lambda b. \lambda c. a (a b c)$
 triplet-second = $\lambda a. \lambda b. \lambda c. b (a b c)$
 triplet-third = $\lambda a. \lambda b. \lambda c. c (a b c)$

3) a) $\lambda x. \lambda y. (\lambda x. y \ \lambda y. x)$
 $\lambda x. \lambda y. (\lambda a. b \ \lambda b. a)$

b) $\lambda x. (x (\lambda y. (\lambda x. x \ y) x))$
 $\lambda x. (x (\lambda y. (\lambda a. a \ y) x))$

c) $\lambda a. (\lambda b. a \ \lambda b. (\lambda a. a \ b))$
 $\lambda a. (\lambda b. a \ \lambda b. (\lambda x. x \ b))$

d) $\lambda free. bound \ \lambda bound. (\lambda free \ free \ bound)$

e) $\lambda p. \lambda q. (\lambda r. (p (\lambda q. (\lambda p. (r \ q)))) (q \ p))$
 $\lambda p. \lambda q. (\lambda r. (p (\lambda q. (\lambda b. (r \ q)))) (q \ p))$

4) $X ? Y : T \quad \langle cond \rangle ? \langle exp1 \rangle : \langle exp2 \rangle$

$\lambda x. \lambda y. ((cond \ x) \ True \ y)$

1) $\lambda e_1. \lambda e_2. \lambda c. ((c \ e_1) \ e_2)$

$\lambda e_2. \lambda c. ((c \ x) \ e_2)$

2) $\lambda c. ((c \ x) \ True)$

3) $(y \ x) \ True$

$\lambda x. \lambda y. ((y \ x) \ True)$

5) $\langle \text{cond} \rangle ? \langle \text{exp1} \rangle : \langle \text{exp2} \rangle$

$x ? y : T \quad \text{or} \quad y ? x : F$

$\lambda x. \lambda y. ((\text{cond } x) \text{True}) y$

$x ? y : \text{False} \rightarrow !y = (x \text{False}) \text{True}$

$\lambda x. \lambda y. ((\text{cond } y) ((x \text{False}) \text{True}) x)$

$\text{cond} : \lambda e_1. \lambda e_2. \lambda c. ((c e_1) e_2)$

$\lambda e_2. \lambda c. ((c \text{False}) e_2)$

$\lambda c. ((c y) ((x \text{False}) \text{True}))$

$\lambda x. \lambda y. ((x y) ((x \text{False}) \text{True}))$

6) $\text{Prod1 } n :$

if is one n then one

else multiply n ($\text{prod1} (\text{prod } n)$)