Chapitre 1

Fonctions holomorphes à plusieurs variables

1.1 Rappels : formes différentielles et champs de vecteurs sur $\mathbb{R}^{2n}$ et $\mathbb{C}^n$

On note $x^1, y^1, x^2, y^2, \cdots, x^n, y^n$ les projection de coordonnées : $\mathbb{R}^{2n} \to \mathbb{R}$. et $z^1, \cdots z^n$ celles sur $\mathbb{C}^n$. On identifie $\mathbb{R}^{2n} \cong \mathbb{C}^n$ ne posant $z^k = x^k + iy^k$. On réalise l'identification suivante :

$$\mathbb{R}^{2n} = (\mathbb{R}^2) \oplus (\mathbb{R}^2) \oplus \cdots \oplus (\mathbb{R}^2) = \mathbb{C} \oplus \mathbb{C} \oplus \cdots \oplus \mathbb{C} = \mathbb{C}^n$$

1.2 Formule de Cauchy en une variable

Théorème 1

Soit $K \subset \mathbb{C}$ un compact connexe avec un bord de classe $\mathcal{C}^1$ et $f \in \mathcal{C}^1\overline{(K,}\mathbb{C})$ (c'est-à-dire il existe un voisinage ouvert Ω de K tel que f est de classe $\mathcal{C}^1$ sur Ω vu comme un ouvert de $\mathbb{R}^2$)

Alors :

$$\forall w \in \overset{\circ}{K} \qquad f(w) = \frac{1}{2i\pi} \int_{\partial K} \frac{f(z)\,\mathrm{d}z}{z-w} + \int_K \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} \frac{\mathrm{d}z \wedge \mathrm{d}\bar{z}}{z-w}$$

1.3 Formule de Cauchy en plusieurs variables