

Chapitre 1

Fonctions holomorphes à plusieurs variables

1.1 Rappels : formes différentielles et champs de vecteurs sur \mathbb{R}^{2n} et \mathbb{C}^n

On note $x^1, y^1, x^2, y^2, \dots, x^n, y^n$ les projection de coordonnées : $\mathbb{R}^{2n} \rightarrow \mathbb{R}$. et z^1, \dots, z^n celles sur \mathbb{C}^n . On identifie $\mathbb{R}^{2n} \cong \mathbb{C}^n$ ne posant $z^k = x^k + iy^k$. On réalise l'identification suivante :

$$\mathbb{R}^{2n} = (\mathbb{R}^2) \oplus (\mathbb{R}^2) \oplus \dots \oplus (\mathbb{R}^2) = \mathbb{C} \oplus \mathbb{C} \oplus \dots \oplus \mathbb{C} = \mathbb{C}^n$$

1.2 Formule de CAUCHY-POMPEIU en une variable

Théorème 1

Soit $K \subset \mathbb{C}$ un compact connexe avec un bord de classe \mathcal{C}^1 et $f \in \mathcal{C}^1(\overline{K}, \mathbb{C})$ (c'est-à-dire il existe un voisinage ouvert Ω de K tel que f est de classe \mathcal{C}^1 sur Ω vu comme un ouvert de \mathbb{R}^2)

Alors :

$$\forall w \in \overset{\circ}{K} \quad f(w) = \frac{1}{2i\pi} \int_{\partial K} \frac{f(z) dz}{z - w} + \int_K \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} \frac{dz \wedge d\bar{z}}{z - w}$$

1.3 Formule de CAUCHY en plusieurs variables