

ESPACES PROJECTIFS

TABLE DES MATIÈRES

1.	Retour au Fichier général	1
2.	Espace projectif	1
2.1.	TODO À ajouter	1
3.	Fibré projectif (espace projectif relatif)	1
3.1.	Propriété universelle	2
3.2.	Suite exacte d'Euler	2
4.	Références	2
4.1.	Euler	2

1. RETOUR AU [FICHIER GÉNÉRAL](#)

2. ESPACE PROJECTIF

Reprendre le fichier `Espace_projectif.tex` en relisant attentivement pour voir si il n'y a pas d'erreurs

Erreur de dualité dans la suite exacte d'Euler

2.1. **TODO** À ajouter.

- Proj
- Euler exact sequence
- Chern class, Picard group ...
- Tautological bundle
- Universal bundle
- Canonical bundle
- Bezout thm
- Grothendieck-Birkoff thm

3. FIBRÉ PROJECTIF (ESPACE PROJECTIF RELATIF)

Soit (X, \mathcal{O}) une variété analytique, et E un fibré vectoriel sur X .
On note $\mathbb{P}(E)$ le fibré des quotients de rang 1 de E :

$$\mathbb{P}(E)_x = \{ \phi : E_x \rightarrow \mathbb{C} \mid \phi \text{ surjective} \} = \mathbb{P}(E_x)$$

3.1. Propriété universelle. Le fibré projectif $\mathbb{P}(E)$ vérifie la propriété universelle

Proposition 1

Pour tout $f : T \rightarrow X$, variété analytique au dessus de X , f se factorise par

$$\tilde{f} : T \rightarrow \mathbb{P}(E)$$

au dessus de X ssi $\exists F \rightarrow T$ fibré en droites et

$$\phi : f^*E \rightarrow F$$

morphisme surjectif de fibrés vectoriels sur T .

La correspondance est alors donnée par

- $F = \tilde{f}^* \mathcal{O}_E(1)$
- $\tilde{f}(t) = [F_t]$

Autrement dit

$$(1) \quad \text{Mor}_X(T, \mathbb{P}(E)) \simeq \{ \text{quotients de rang 1 de } f^*E \}$$

D'où $\mathbb{P}(E)$ représente le foncteur contravariant

$$(T \rightarrow X) \mapsto \{ \text{quotients de rang 1 de } E \times_X T \}$$

dans la catégorie des variétés analytiques au dessus de X .

3.1.1. ONGOING *Fibré tautologiques et universels.* On définit le fibré en droites $\mathcal{O}_E(1)$ sur $\mathbb{P}(E)$ comme... ?

Remarque on dit que E est ample sur X si $\mathcal{O}_E(1)$ est ample sur $\mathbb{P}(E)$ ((ref : Hartshorne mais pas AG))

3.1.2. Sections globales.

$$(2) \quad H^0(\mathbb{P}(E), \mathcal{O}_E(1)) \simeq E$$

3.2. Suite exacte d'Euler. On note $p : E \rightarrow X$ et $\mathbb{P}(p) : \mathbb{P}(E) \rightarrow X$

$$(3) \quad 0 \rightarrow \Omega_{\mathbb{P}(p)} \rightarrow \mathbb{P}(p)^* E \otimes \mathcal{O}_E(-1) \rightarrow \mathcal{O}_{\mathbb{P}(E)} \rightarrow 0$$

ou dualement

$$(4) \quad 0 \rightarrow \mathcal{O}_{\mathbb{P}(E)} \rightarrow \mathbb{P}(p)^* E^* \otimes \mathcal{O}_E(1) \rightarrow T_{\mathbb{P}(p)} \rightarrow 0$$

4. RÉFÉRENCES

4.1. Euler.

- <http://math.stanford.edu/~vakil/0506-216/216class3940.pdf> ((référence douteuse par endroits))
- <http://www.mimuw.edu.pl/~jarekw/SZKOLA/ample/ample5.pdf>