

?

BASILE PILLET

## TABLE DES MATIÈRES

1. Plan	1
1.1. Épaississements	1
•	2
1.2. Correspondance de Buchdahl	2
1.3. Épaississements	2
1.4. Applications	2
2. Idées	2
3. Références	3

## 1. PLAN

1.0.1. *Contexte.* On se fixe une variété complexe  $Z$  fibrée sur  $\mathbb{P}^1$ .

On fait 2 hypothèses :

- Il y a des sections particulières (verticales) Une par chaque point.
- Si  $L$  est l'image d'une section de  $f : Z \rightarrow \mathbb{P}^1$  (droite), alors  $N_{L/Z}$  est une somme de  $\mathcal{O}(1)$ . En particulier  $H^1(L, N_{L/Z}) = 0$  et donc dans toutes les directions cette section se déforme.

Les droites de  $Z$  peuvent se déformer dans  $Z$ .

En particulier  $Z$  est une variété rationnellement connexe.

1.0.2. *EG.*

- Espace des twisteurs d'une surface K3 (ou var HK),
- Espace total de  $\mathcal{O}(1) \oplus \mathcal{O}(1)$ ,

1.1. **Épaississements.** Point de vu GA : définir un objet géométrique c'est définir les fonctions dessus. On veut définir ce que sont les **voisinages infinitésimaux d'une droite dans  $Z$**

---

*Date:* Mai 2017.

La droite  $L$  est représentée par son faisceau de fonctions  $\mathcal{O}_L$  qui est lié aux fonctions sur  $Z$  par la suite exacte

$$0 \rightarrow \mathcal{I}_L \rightarrow \mathcal{O}_Z \rightarrow i_* \mathcal{O}_L \rightarrow 0$$

où  $i : L \hookrightarrow Z$  et  $\mathcal{I}_L$  l'idéal des fonctions sur  $Z$  qui s'annulent sur  $L$ .

C'est-à-dire : Une fonction sur  $L$  provient d'une fonction sur  $Z$  modulo les fonctions qui s'annulent sur  $L$ . (où tout est à comprendre au sens "local")

1.1.1. *Épaississement.* Il suffit de définir  $\mathcal{O}_L^{(n)}$  le faisceau des fonctions

$$0 \rightarrow \mathcal{I}_L^{n+1} \rightarrow \mathcal{O}_Z \rightarrow i_* \mathcal{O}_L^{(n)} \rightarrow 0$$

sur  $Z$  modulo celles qui s'annulent à l'ordre  $n+1$  sur  $L$ .

La variété épaissie  $L^{(n)}$  est alors l'espace topologique  $L$  mais possédant beaucoup plus de fonctions :  $\mathcal{O}_L^{(n)}$ .

Une fonction sur  $L^{(n)}$  est un jet d'ordre  $n$  de fonctions sur  $L$ .

★

Lien avec les vecteurs  
tangents ; exemples

1.2. **Correspondance de Buchdahl.** On s'intéresse aux voisinages infinitésimaux d'une droite dans  $Z$ .

1.2.1. *Espace des sections et correspondance twistorielle.* Soit  $C$  l'espace des sections de  $Z$  (espace de Douady, espace des cycles de Barlett).

$$(T_C)_s \simeq H^0(L_s, N_{L_s/Z})$$

Mais comme le  $H^1$  s'annule

(( à finir ))

1.2.2. *EG.* Grassmanienne des 2 -plans privée d'un point et d'un  $\mathbb{P}^1$ .

1.2.3. *Fibré  $L$ -triviaux.*

1.2.4. *Fibré à connexion associé.*

1.2.5. *EQV catégorie.*

1.3. **Épaississements.**

1.3.1. *Théorème.*

1.4. **Applications.**

## 2. IDÉES

- Épaississements ; correspondance de Buchdahl ; courbure

### 3. RÉFÉRENCES

- Buchdahl