Chapitre 1

Talk

1.1 Stronger Bend and Break Lemma

Chap 3.3 p.63

1.1.1 Example(s)

Example 1

$$f_t : \left(\begin{array}{ccc} \mathbb{P}^1 & \longrightarrow & \mathbb{P}^2 \\ [u:v] & \mapsto & [u^2 : tuv : v^2] \end{array} \right)$$

Étude du cas limite $t = 0$.

Example 2

Étude du cas limite $t = \infty$.

1.1.2 Bend and Break with bounds on degree

Proposition 3.5

Statement

What is $H \cdot C$? Que signifie $H \cdot C$?

Possibilités

1. $H \cdot f_* C$
2. $\deg_C(f^* H)$

On a dans le texte : $e^* H \cdot \varepsilon^* C = H \cdot C$

In the smooth case

Proof

(A) Normalisation

"Normalisation of the image" L'image f_*C est un 1-cycle (non réduit en quelque sorte) On prend C'' une componante et on note C' sa normalisé.

(B) Compactification

lemme de rigidité

(C) Resolution of singularities

$E_{ij} \cdot E_{kl}$ For $i = 1 \cdots b$, we denote by $E_{i1}, E_{i2}, \cdots, E_{in_i}$ the (effective) inverse images on S of the (-1)-exceptional curves that appear every time some point *lying over* $\{c_i\} \times \overline{T}$ is blown up. We have :

$$E_{ij} \cdot E_{kl} = -\delta_{ik}\delta_{jl}$$

$E_{ij} \cdot T_i = 1$ if the blown up point is on the (smooth) strict transform of $\{c_i\} \times \overline{T}$ and 0 otherwise.

Dans le cas de résolution de singularités type cusp : on éclate le cusp de T puis on rééclate le point (double) de rencontre en T et E en un nouveau diviseur exceptionnel F ...

Donc si c'etait $T = c_i \times T$ On aurait $E_{i1} = E$ $E_{i2} = F$

et $E_{i1} \cdot E_{i2} = E \cdot F = 1$ -> contradiction avec ci-dessus !

Pareil, si la formule tout en haut est fausse, alors comme on montre que $a_{ij} \geq 0$ car avec cette formule on a : $e^*H \cdot E_{ij} = +a_{ij}$ et on sait que H est nef.

(D) Decomposition in $N^1(X)_R$

$G \cdot T_i = 0$

(E) Hodge Index Theorem

(F) Conclusion

1.2 Not nef anticanonical

Chap 3.4 p. 66

1.2.1 Theorem 3.6

Statement

Sketch of proof

In finite caracteristic

Lemma 3.7 Closeness of evaluation map

In caracteristic 0

1.2.2 Generic Nefness

Definition

Example

Theorem 3.10

Statement

Proof