

Санкт-Петербургский Политехнический университет Петра Великого
Институт компьютерных наук и кибербезопасности
Высшая школа программной инженерии

Лабораторная работа №2
Дисциплина: Статистическое моделирование

Выполнил: студент группы 5130904/10102

Иванов К. А.

Преподаватель: Чуркин В. В.

2024

г. Санкт-Петербург

Цель работы:

1. Практическое освоение методов получения случайных величин, имеющих дискретный характер распределения.
2. Разработка программных датчиков дискретных случайных величин.
3. Исследование характеристик моделируемых датчиков:
 - 3.1. Оценка точности моделирования: вычисление математического ожидания и дисперсии, сравнение полученных оценок с соответствующими теоретическими значениями.
4. Графическое представление функции плотности распределения и интегральной функции распределения.

Ход работы:

1. Дискретное распределение

Алгоритм 1:

$$r = (r_up - r_low + 1) * u + r_low$$

Объем выборки: 10⁴, low = 1, up = 100

Оценка	IRNUNI	Погрешность	Теоретическое значение
M	50.80176464183916	0.3017646418391635	50.5
D	836.6725036452414	3.4225036452413633	833.25

Рисунок 1 - Результаты равномерного распределения

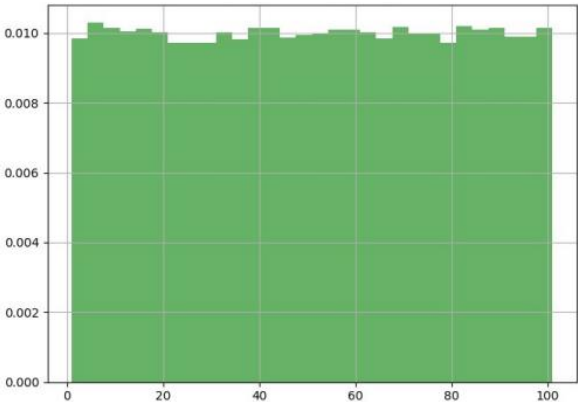


Рисунок 2 - Плотность распределения

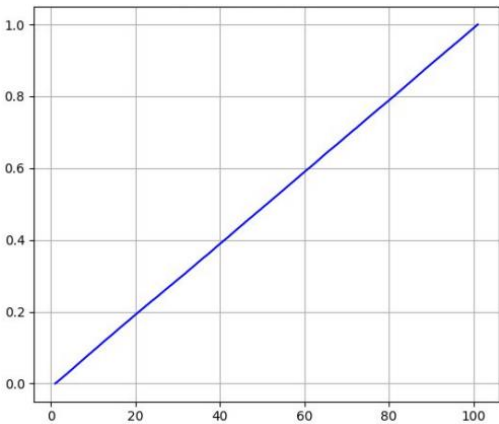


Рисунок 3 - Функция распределения

2. Биномиальное распределение

Объем выборки: 10^4 , $N=10$, $p=0,5$

Алгоритм 1: рекуррентный метод

$$p(0)=(1-p)^N,$$

... ..

$$p(r)=p(r-1)*(((N-r)/(r+1))*(p/(1-p)))$$

Алгоритм 2: нормальная аппроксимация

$$IR = RNNORM(N*p, \sqrt{N*p*(1.0-p)}) + 0.5$$

Оценка	IRNBIN	IRBNL	Теоретическое значение
M	4.9959	5.004344496592488	5.0
D	2.498863190000031	2.5028184140029017	2.5

Рисунок 4 - Результаты биномиального распределения

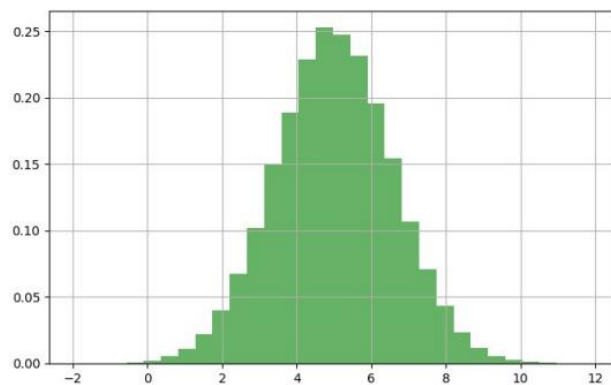


Рисунок 5 - Плотность распределения

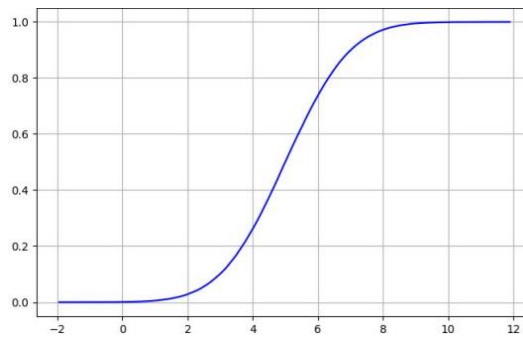


Рисунок 6 - Функция распределения

3. Геометрическое распределение

Объем выборки: 10^4 , $p=0,5$

Алгоритм 1: рекуррентный метод

$$\begin{aligned} p(0) &= p \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ p(r) &= p(r-1) \cdot (1-p), \text{ где } r=1, 2, \dots \end{aligned}$$

Алгоритм 2: Прямой метод заключается в получении псевдослучайной последовательности равномерно распределенных случайных чисел $u[1]$, $u[2]$, ... в интервале $[0, 1]$, до тех пор пока не найдется $u[k]$ "успешный", который меньше или равен p .

Алгоритм 3: вариация первого алгоритма

$$k = \text{int}[\ln(u)/\ln(q)] + 1$$

Оценка	IRNGEO_1	IRNGEO_2	IRNGEO_3	Теоретическое значение
M	1.98988	2.00475	2.00209	2.0
D	1.9704975855988898	2.0102874374993487	2.009405631899556	2.0

Рисунок 7 - Результаты геометрического распределения

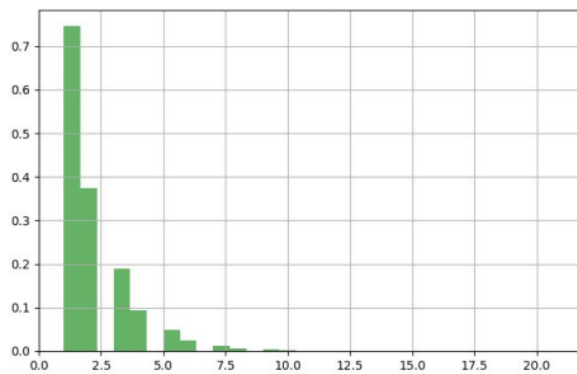


Рисунок 8 - Плотность распределения

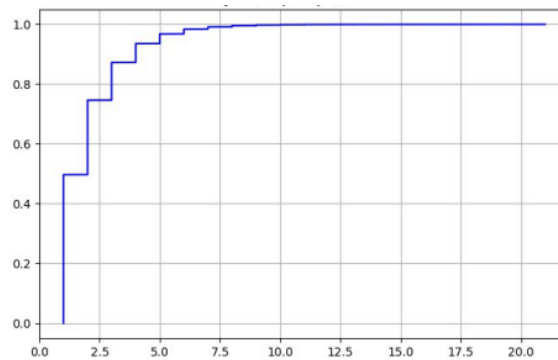


Рисунок 9 - Функция распределения

4. Распределение Пуассона

Объем выборки: 10^4 , $\mu=10$

Алгоритм 1: рекуррентный метод

$$p(0) = e^{-(\mu)}$$

$$\dots \dots \dots$$

$$P(r) = P(r-1) * \mu / r \text{ для } r = 1, 2, \dots$$

Алгоритм 2: перемножении равномерно распределенных случайных чисел до тех пор, пока выполняется условие

$$R_0 - \mu \prod x[i] \geq e \quad i=0$$

Оценка	IRNPOI	IRNPSN	Теоретическое значение
M	9.99058	10.032733613485187	10.0
D	10.070291263598396	9.996152381913673	10.0

Рисунок 10 - Результаты распределения Пуассона

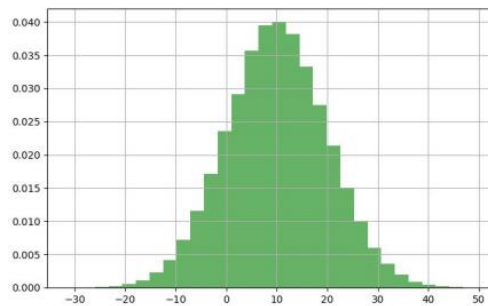


Рисунок 11 - Плотность распределения

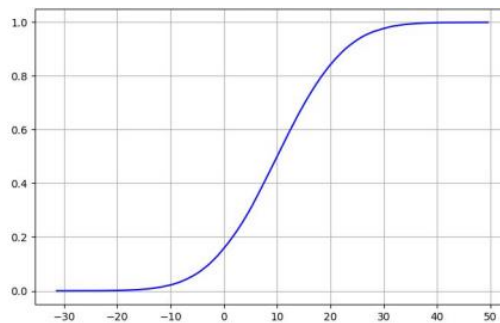


Рисунок 12 - Функция распределения

Индивидуальное задание, Вариант 9

Цель:

Реализовать один из тестов на случайность из набора тестов Д. Кнута – проверка интервалов. Описание теста приведено на стр. 140 [3], проверить сгенерированную выборку, разрядность слов и длина выбирается в соответствии с рекомендациями в [3].

Ход работы:

Проверка интервалов. Данный тест проверяет равномерность распределения символов в исследуемой последовательности, анализируя длины подпоследовательностей, все элементы которых принадлежат определенному числовому интервалу.

Пусть $\epsilon = \epsilon_1\epsilon_2\dots\epsilon_n$ – последовательность m -разрядных чисел. Пусть α и β – два целых числа, таких, что $0 \leq \alpha < \beta \leq 2^m - 1$. Подсчитываются длины интервалов между числами, лежащими в промежутке $[\alpha; \beta]$. После этого определяется число интервалов v_i , $i = \overline{0, t}$, длины $0, 1, 2, \dots, t$ и рассчитывается статистика:

$$\chi^2(obs) = \sum_{i=0}^t \frac{\left[v_i - \eta \frac{\beta - \alpha}{2^m} \left(1 - \frac{\beta - \alpha}{2^m} \right)^i \right]^2}{\eta \frac{\beta - \alpha}{2^m} \left(1 - \frac{\beta - \alpha}{2^m} \right)^i},$$

где $\eta = \sum_{i=0}^t v_i$ – общее число интервалов.

Полученный результат анализируется при помощи критерия χ^2 с числом степеней свободы, равным t .

[5, 6, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 6, 7, 6, 6, 5, 4, 5, 3, 8, 3, 4, 5, 2, 5, 4, 5, 5, 4, 7, 5, 4, 5, 5, 3, 7, 7, 5, 3, 6, 8, 6, 5, 3, 2, 5, 8, 4, 4, 7, 5, 6, 2]

[0, 3, 6]

[0, 0, 0]

хи2 = 0

хи2_крит = 5.991464547107979

Таким образом, проверка интервалов прошла тест

GitHub: