

Branko Radoš 0036481316	<p style="text-align: center;"><b>FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA</b>  <b>SVEUČILIŠTA U ZAGREBU</b>  <b>Zavod za automatiku i računalno inženjerstvo</b></p> <p style="text-align: center;"><b>Digitalna obrada i analiza slike</b></p> <p style="text-align: center;">5: Laboratorijska vježba - Obnavljanje slike</p>	12.5.2018
----------------------------	---	-----------

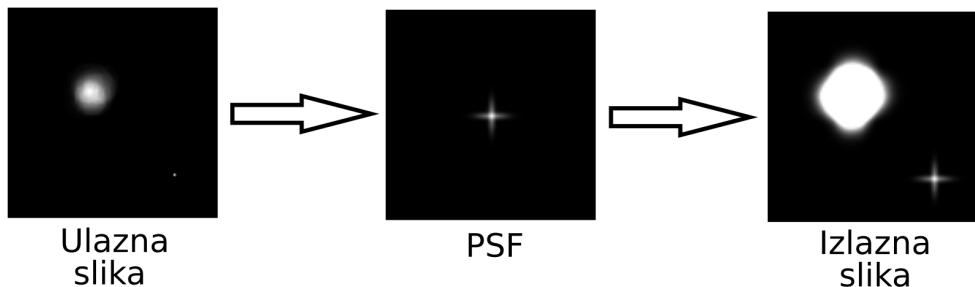
## Sadržaj

<b>1. - Obnavljanje slike</b>	<b>2</b>
<b>2. - Modeliranje degradacije slike kao FIR filtera</b>	<b>4</b>
2.1 - Zadaci - Modeliranje degradacije slike kao FIR filtera . . . . .	4
<b>3. - Inverzni filter</b>	<b>7</b>
3.1 - Zadaci - Inverzni filter . . . . .	7
<b>4. - Pseudoinverzni filter</b>	<b>11</b>
4.1 - Zadaci - Pseudoinverzni filter . . . . .	11
<b>5. - Wienerov filter</b>	<b>15</b>
5.1 - Zadaci - Wienerov filter . . . . .	15
5.2 - Zadaci - Wienerov filter i autokorelacijska funkcija . . . . .	17

## 1. - Obnavljanje slike

Kada radimo sa sustavima za dohvati slike (npr. teleskopi, fotoaparati ili razna medicinska oprema) susrest ćemo se s pojmovima kao što su funkcija razmazivanja točke (ponekad i kernel degradacije) i optička prijenosna funkcija.

Pretpostavimo da promatramo dio noćnog neba, koji izgleda kao Ulazna slika na slici 1-1. Pretpostavimo da je naš teleskop (sustav za dohvati slike) u potpunosti opisan svojom prijenosnom funkcijom, te da nema nikakv šum (poput atmosferskog). Ukoliko nam je poznata funkcija razmazivanja točke tada dohvati slike možemo prikazati slikom 1-1. Primjetite na koji način sustav mijenja sliku, odnosno kako PSF ima identičan oblik kao i odziv sustava na točkasti izvor svjetla (dolje desno na slici 1-1). Upravo po tome je funkcija razmazivanja točke dobila ime.



Slika 1-1: originalne slike s lijeve strane i njen histogram prvog reda desno

Kako točkasti izvor svjetla možemo matematički opisati kao delta funkciju jasno je da u terminologiji signala i sustava, PSF zapravo predstavlja impulsni odziv sustava ( $h$ ), a OTF (eng. Optical Transfer Function) prijenosnu funkciju sustava ( $H$ ). Poznato vam je da odziv sustava dobivamo konvolucijom slike s PSF (eng. Point Spread Function) u prostornoj domeni, odnosno množenjem s OTF u frekvencijskoj domeni. Ukoliko želimo doznati kako izgleda orginalana slika (bez distorzije koju je u sliku unio sustav za dohvati slike), radimo dekonvoluciju, odnosno definiramo inverzan filter koji poništava distorziju sustava. Ako je sustav kroz koji je slika propuštena linearani prostorno invrijantan sustav čiju funkciju razmazivanja točke poznajemo, tada možemo definirati inverzni filter kao:

$$H_i(k, l) = \frac{1}{H(k, l)} \quad (1-1)$$

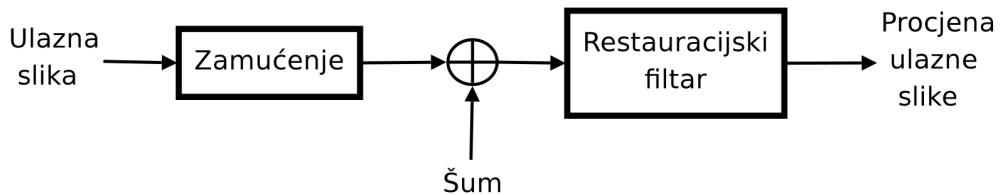
dok je pseudoinverzan filter definiran s:

$$H_{pi}(k, l) = \begin{cases} \frac{1}{H(k, l)} & \forall H(k, l) > K \\ 0 & \forall H(k, l) \leq K \end{cases}$$

Gdje je  $K$  proizvoljno odabrana konstanta (Ponekad se prijenosna funkcija pseudoinverznog filtra dodatno ograničava množenjem s prijenosnom funkcijom nekog niskopropusnog filtera).

Obnavljanje slike ima za svrhu dobivanje slike što je sličnije orginalnoj slici i to samo na temelju poznavanja degradirane slike i načina odnosno modela degradacije. Za razliku od problema poboljšanja slike kojeg je teško strogo matematički formulirati, problem obnavljanja slike je dobro definiran. Degradiranje slike obično modeliramo kao složeni sustav koji se sastoji od linearog memorijskog

sustava i bezmemorijske nelinearnosti. Osim toga realni sustavi uvijek unose šum koji se najčešće modelira kao aditivni šum. Uz zanemarenu bezmemorijsku nelinearnost problem degradacije i obnavljanja slike se može predstaviti slijedećom blok shemom 1-2.



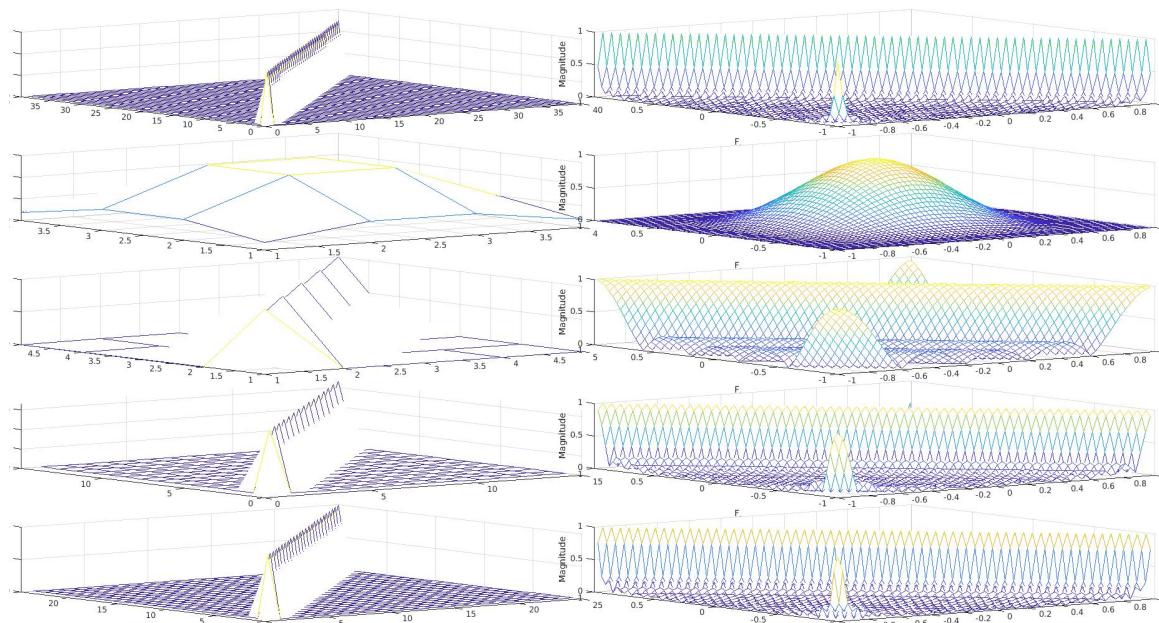
Slika 1-2: Blok shema eksperimenta. Zamućenje će biti aproksimirano linearnim sustavom, a šum senzora aditivnim šumom (ostale vrste šuma su zanemarene). Restauracijskim filtrom pokušavamo dobiti izvornu sliku. Imajmo na umu da je to tek procjena, čija točnost ovisi o prepostavljenom modelu.

## 2. - Modeliranje degradacije slike kao FIR filtera

Linearni sustav koji predstavlja funkciju degradacije ćemo modelirati kao FIR filter koji će biti predstavljen impulsnim odzivom. Za konstruiranje različitih odziva koristit ćemo funkciju fspecial().

Kako sve degradacije modeliramo kao linearne prostorno nepromjenjiv sustave, rezultat degradacije računamo linearnom konvolucijom. Ako želimo primjeniti više različitih degradacija(npr. atmosfersko zamućenje i pomak kamere) morate računati više uzastopnih konvolucija. Odziv takvog složenog sustava možete odrediti računajući linearnu konvoluciju odziva pojedinih sustava. Možemo modelirati slabo atmosfersko zamućenje filterom Gaussovog oblika, a jednoliki pomak kamere u horizontalnom i vertikalnom smjeru kao pomakom od 20 točaka po x i y osi zajedno.

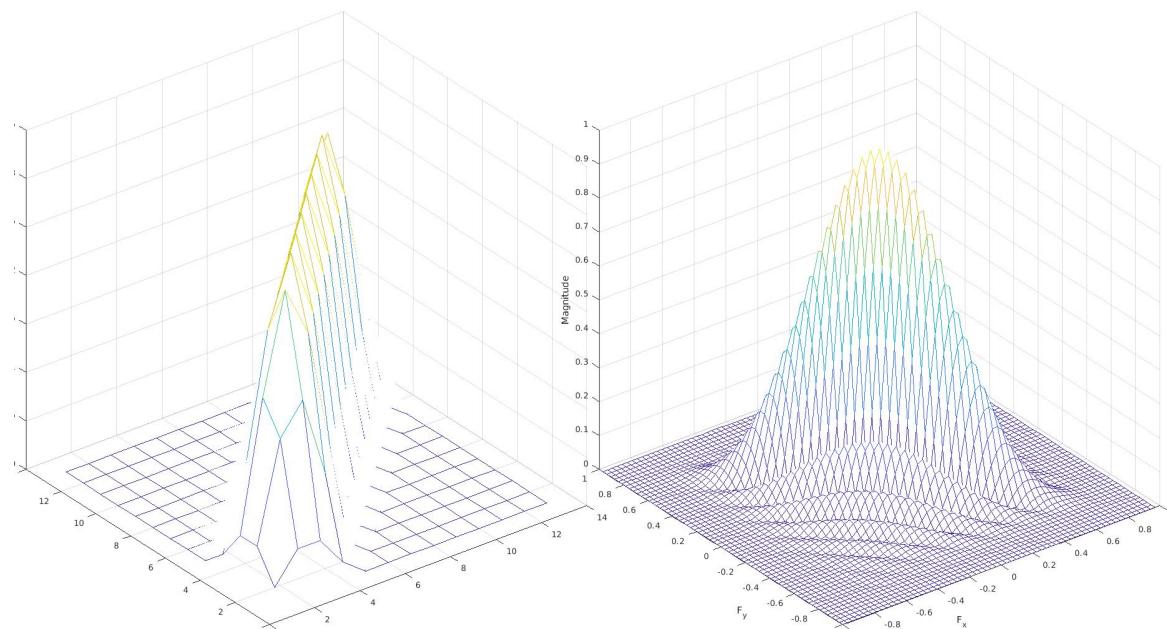
### 2.1 - Zadaci - Modeliranje degradacije slike kao FIR filtera



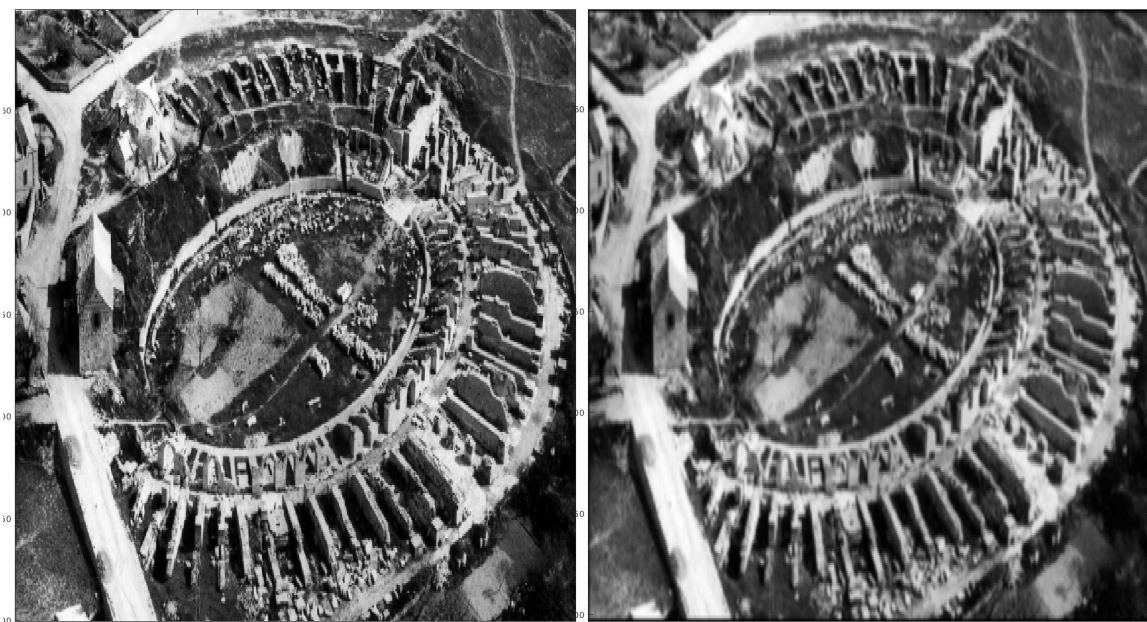
Slika 2-1: S lijeve strane su odzivi u vremenskoj domeni, a s desne njihove frekvencijske karakteristike. U prvom redu je uniformni pomak od 40 točaka u x i y smjeru. U drugom redu je atmosfersko zamućenje. U trećem redu je uniformni pomak od 5 točaka u x i y smjeru. U četvrtom redu je uniformni pomak od 15 točaka u x i y smjeru. U petom redu je uniformni pomak od 25 točaka u x i y smjeru.

Veličina crnog okvira ovisi o veličini matrica gaussovog zamućenja i veličini matrice uniformnog pomaka za određen broj točaka. Što su te matrice veće veći je i okvir.

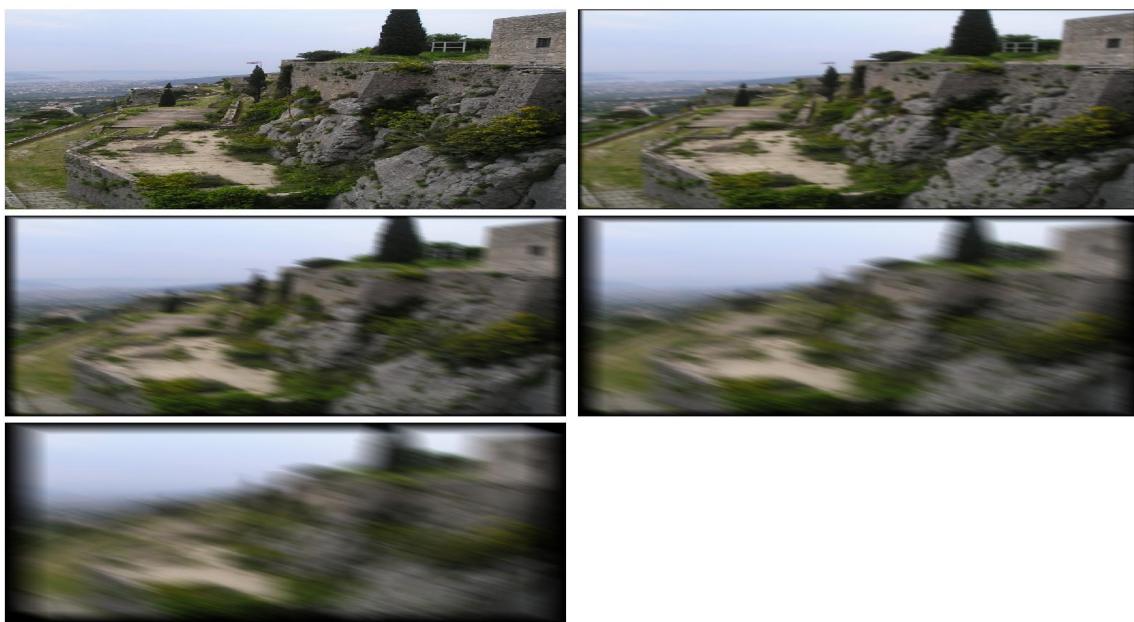
Kako te degradacije slike imaju nule u svojim odzivima nakon konvolucije te nule(koje su po rubovima) se preliskaju na degradiranu sliku također na rubove(kako konvolucijski okvir klizi na rubovima kada se jedva poklapaju sa strane zamućenja nalaze se nule te je konvolucijom rezultat je 0).



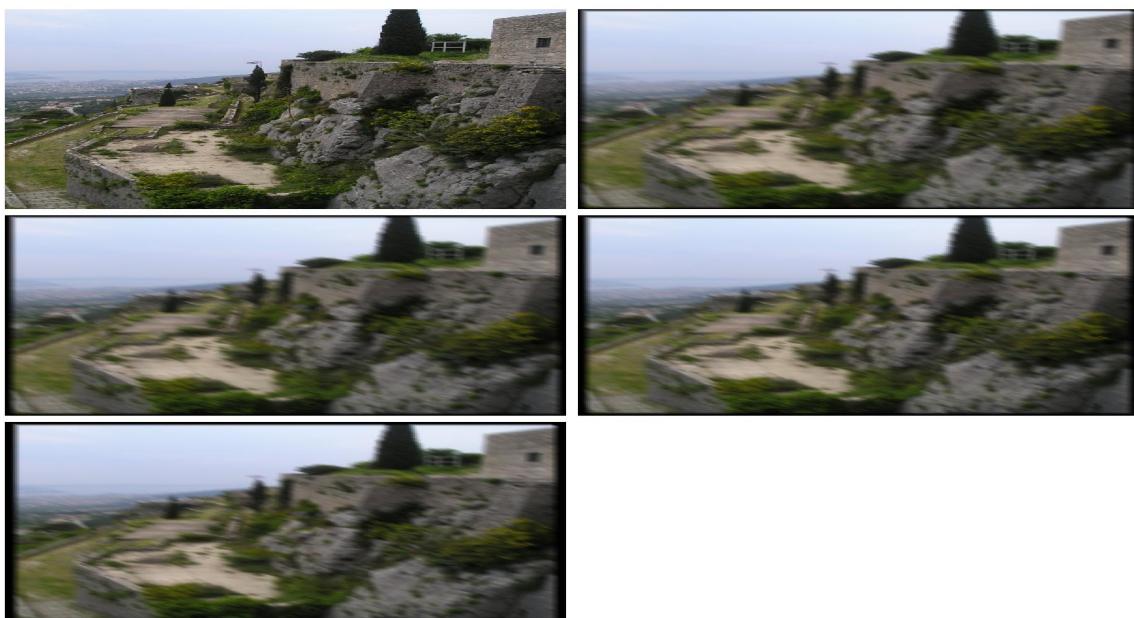
Slika 2-2: S lijeve strane je odziv u vremenskoj domeni , a s desne frekvencijska karakteristika. Konvolucija uniformni pomak od 10 točaka u x i y smjeru i atmosferskog zamućenja.



Slika 2-3: S lijeve strane je orginalna slika , a s desne degradirana slika uniformnim pomakom od 10 točaka u x i y smjeru i atmosferskim zamućenjem.



Slika 2-4: Gore lijevo je originalna slika, redom su slike degradirane s uniformnim pomakom od 5, 15, 30, 50 točaka u x i y smjeru te veličinom gaussovom zamućenja 4 (argument u funkciji *fspecial*)



Slika 2-5: Gore lijevo je originalna slika, redom su slike degradirane s uniformnim pomakom od 10 točaka u x i y smjeru te veličinom gaussovom zamućenja 4, 8, 12 i 16(argument u funkciji *fspecial*).

### 3. - Inverzni filter

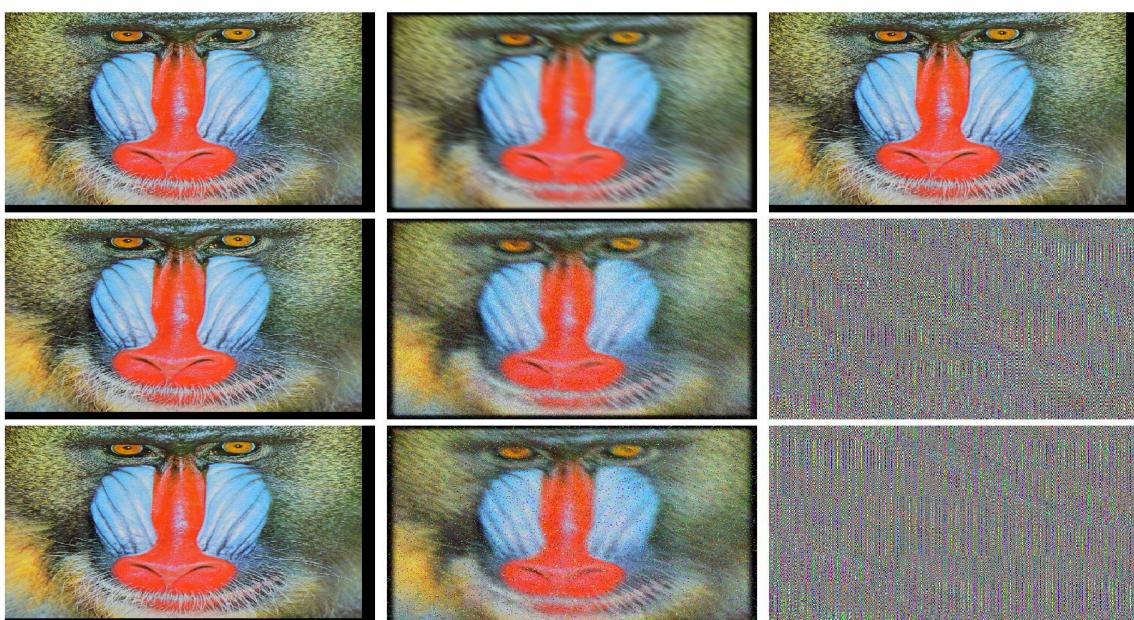
Inverzni filter je određen izrazom

$$H_i(k, l) = \frac{1}{H(k, l)} \quad (3-1)$$

Kako dani izraz uključuje računanje inverza, dobiveni filter može bit nestabilan. Osim nestabilnosti za većinu primjera dobiveni filter nije pretjerano upotrjebljiv zbog velike osjetljivosti na šum. Zbog neizbjegljive kvantizacije slike na konačan broj diskretnih razina čak i u slučaju zanemarivog aditivnog šuma uvijek je prisutan šum kvantizacije. Kao mjeru kvalitete često uzimamo osim kvadratnog odstupanja zanima nas i omjer snage signal/šum ili općenito signal/signala.

Ponekad je teško vizualizirati ponašanje filtera uspoređujući samo slike prije i nakon filtriranja. U tom slučaju se najčešće odabiru pojedine linije slike, bilo redci bilo stupci, koje se prikazuju kao jednodimenzionalni signali.

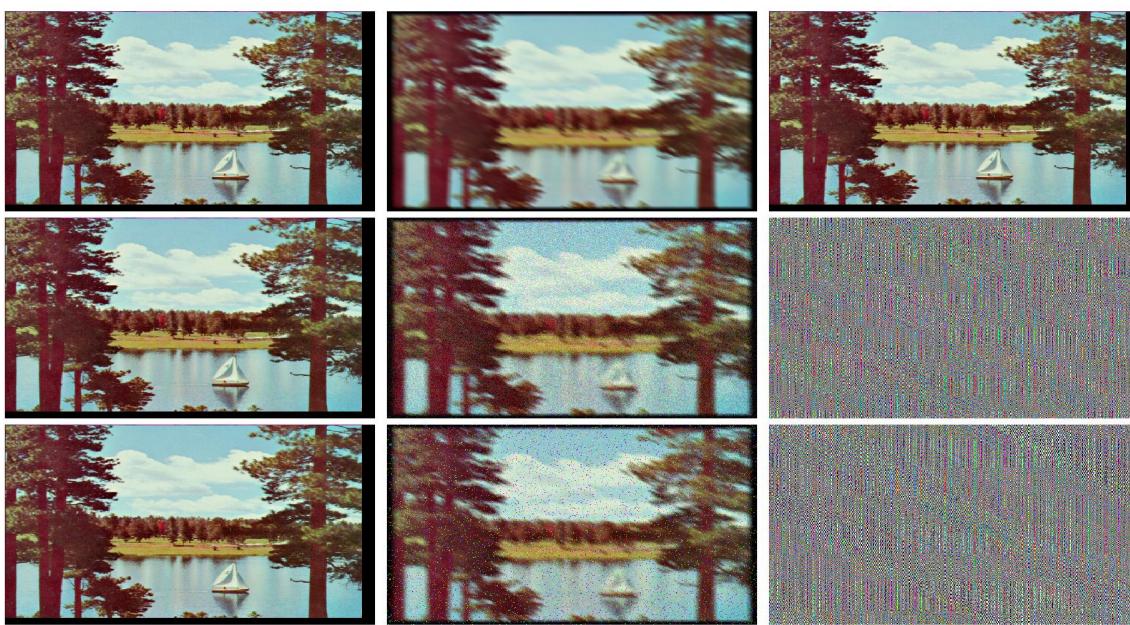
#### 3.1 - Zadaci - Inverzni filter



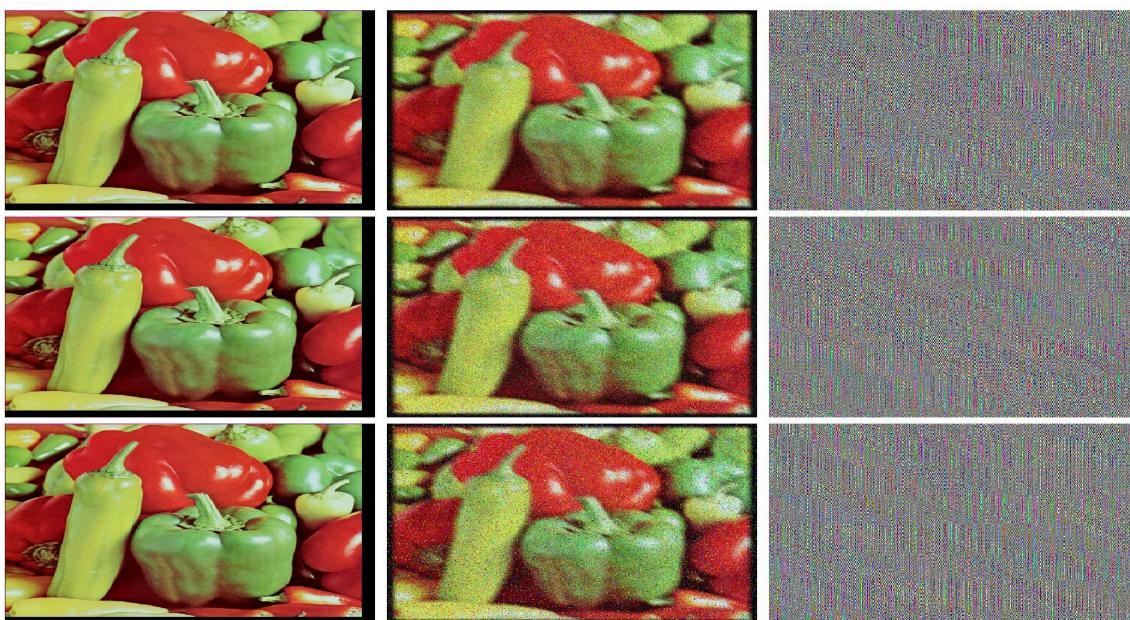
Slika 3-1: S lijeve strane su orginalne slike. U sredini su zamijećene slike nakon primjene degradacije uniformnog pomaka od 10 točaka u oba smjera i atmosferskog zamijećenja, srednjoj je dodan gaussov šum, a donjoj(u sredini) je dodan impulsni šum. S desne strane su slike nakon primejene inverznog filtra na odgovarajuće slike s njihove lijeve strane

Pokazuje se na mnogo primjera nestabilna strana inverznog filtera.

Srednje kvadratno odstupanje	bez šuma	gaussov	impulsni
3-1	6.3957e-22	9.8845e+08	1.4129e+09
3-2	5.3526e-22	1.1333e+09	1.3945e+09
3-3	7.7236e+08	1.1375e+09	2.2712e+09
3-4	7.6857e+04	1.0301e+09	1.0694e+09
3-5	9.1634e+04	9.4017e+08	1.6975e+09
3-6	8.4020e+08	1.3618e+09	2.1846e+09

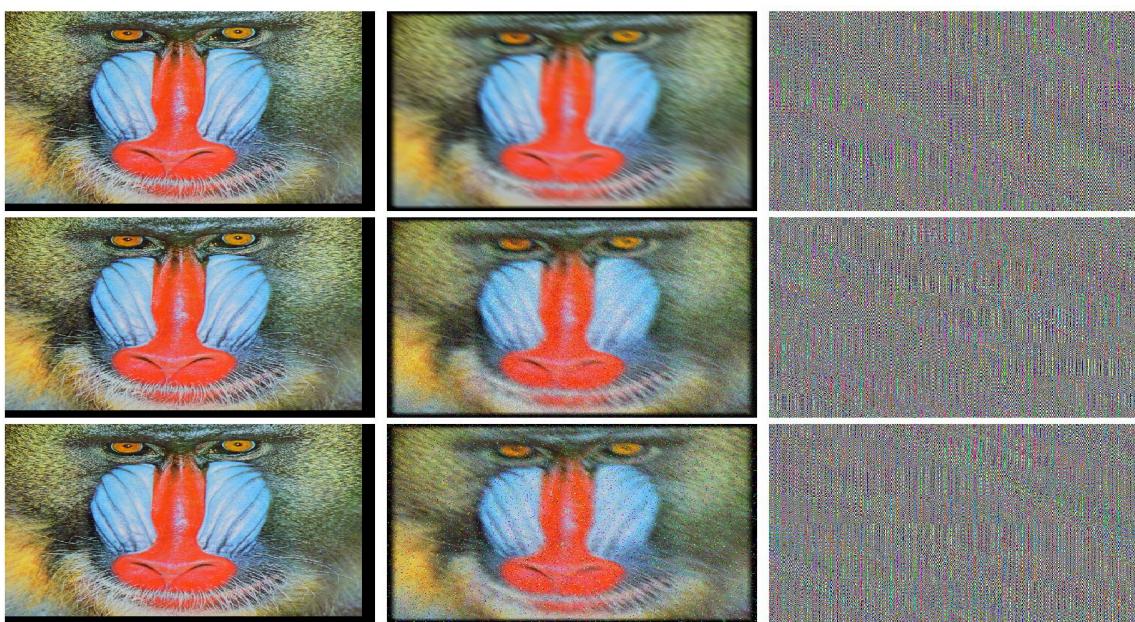


Slika 3-2: S lijeve strane su orginalne slike. U sredini su zamućene slike nakon primjene degradacije uniformnog pomaka od 10 točaka u oba smjera i atmosferskog zamućenja, srednjoj je dodan gaussov šum, a donjoj(u sredini) je dodan impulsni šum. S desne strane su slike nakon primejene inverznog filtra na odgovarajuće slike s njihove lijeve strane

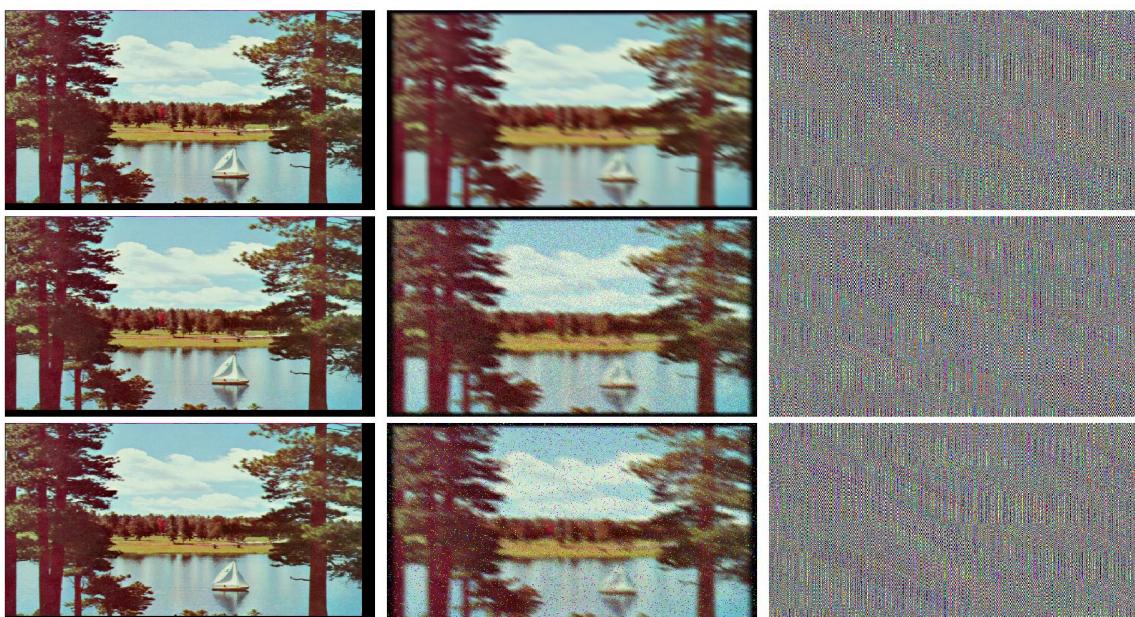


Slika 3-3: S lijeve strane su orginalne slike. U sredini su zamućene slike nakon primjene degradacije uniformnog pomaka od 10 točaka u oba smjera i atmosferskog zamućenja, srednjoj je dodan gaussov šum, a donjoj(u sredini) je dodan impulsni šum. S desne strane su slike nakon primejene inverznog filtra na odgovarajuće slike s njihove lijeve strane

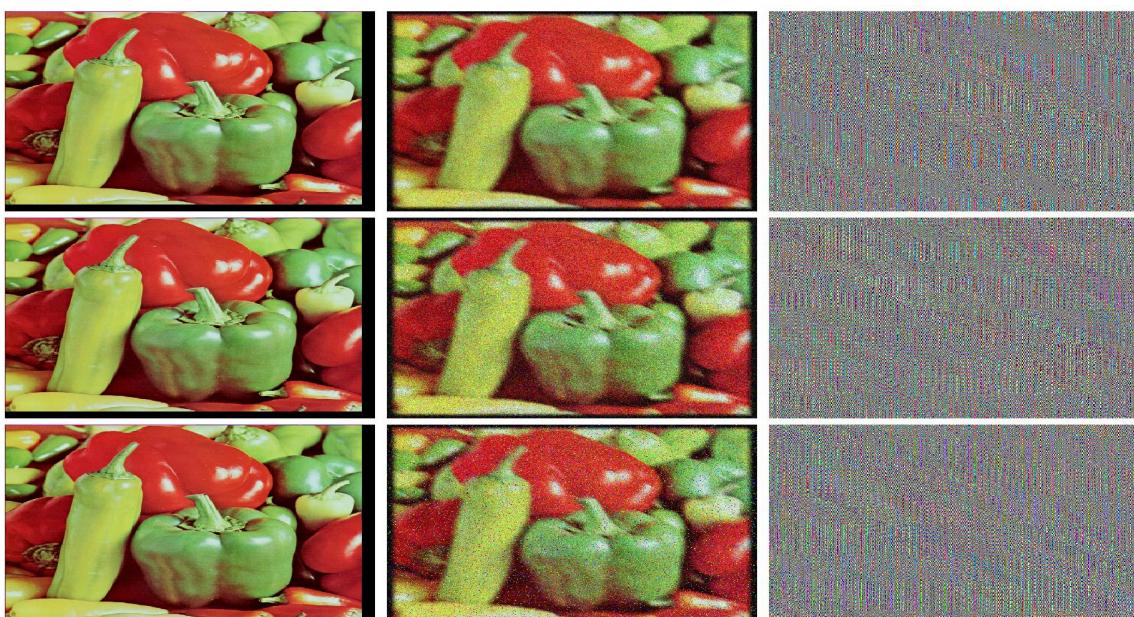
Nakon diskretizacije i one slike koje su se uspješno invertirale postale su nestabilne. Pogreška je očekivano porasla (reduciramo informacije).



Slika 3-4: S lijeve strane su orginalne slike. U sredini su zamućene slike nakon primjene degradacije uniformnog pomaka od 10 točaka u oba smjera i atmosferskog zamućenja i kvantizirane s 8 bita, srednjoj je dodan gaussov šum, a donjoj(u sredini) je dodan impulsni šum. S desne strane su slike nakon primejene inverznog filtra na odgovarajuće slike s njihove lijeve strane



Slika 3-5: S lijeve strane su orginalne slike. U sredini su zamućene slike nakon primjene degradacije uniformnog pomaka od 10 točaka u oba smjera i atmosferskog zamućenja i kvantizirane s 8 bita, srednjoj je dodan gaussov šum, a donjoj(u sredini) je dodan impulsni šum. S desne strane su slike nakon primejene inverznog filtra na odgovarajuće slike s njihove lijeve strane

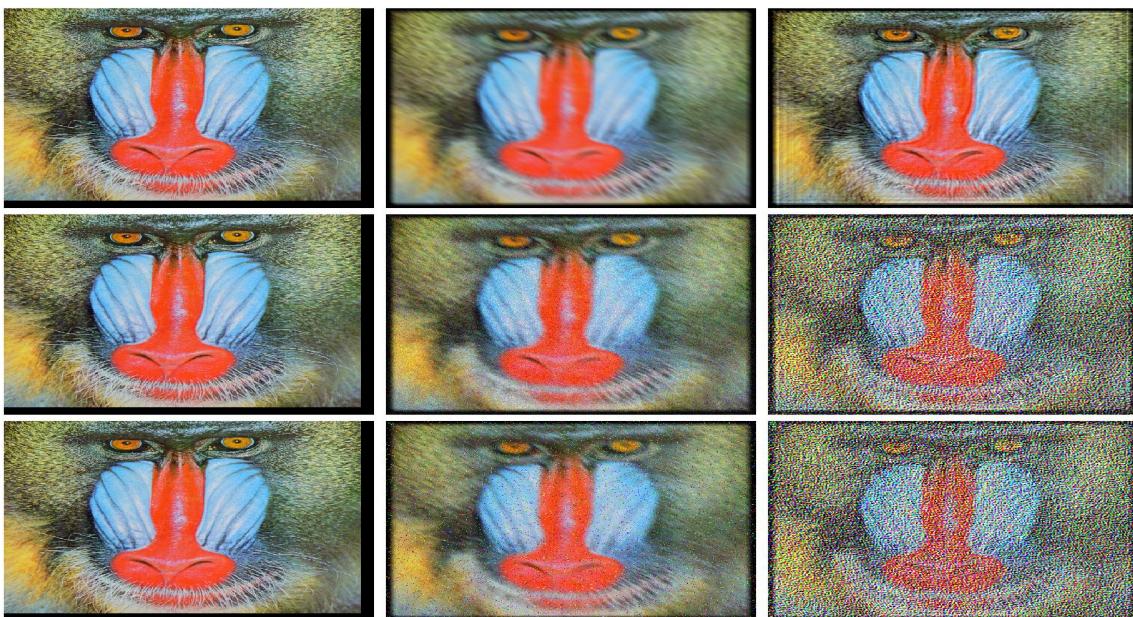


Slika 3-6: S lijeve strane su orginalne slike. U sredini su zamućene slike nakon primjene degradacije uniformnog pomaka od 10 točaka u oba smjera i atmosferskog zamućenja i kvantizirane s 8 bita, srednjoj je dodan gaussov šum, a donjoj(u sredini) je dodan impulsni šum. S desne strane su slike nakon primejene inverznog filtra na odgovarajuće slike s njihove lijeve strane

## 4. - Pseudoinverzni filter

Pseudoinverzni filter je stabilizirani inverzni filter. Ponekad se prijenosna funkcija pseudoinverznog filtra dodatno ograničava množenjem s prijenosnom funkcijom nekog niskopropusnog filtera, odnosno ograničavanjem odziva samo na niže frekvencije.

### 4.1 - Zadaci - Pseudoinverzni filter



Slika 4-1: S lijeve strane su orginalne slike. U sredini su zamućene slike nakon primjene degradacije uniformnog pomaka od 10 točaka u oba smjera i atmosferskog zamućenja, srednjoj je dodan gaussov šum, a donjoj(u sredini) je dodan impulsni šum. S desne strane su slike nakon primejene pseudoinverznog filtra na odgovarajuće slike s njihove lijeve strane

Poboljšani inverni filter (izbjegla se nestabilnost) daje prihvatljive rezultate.

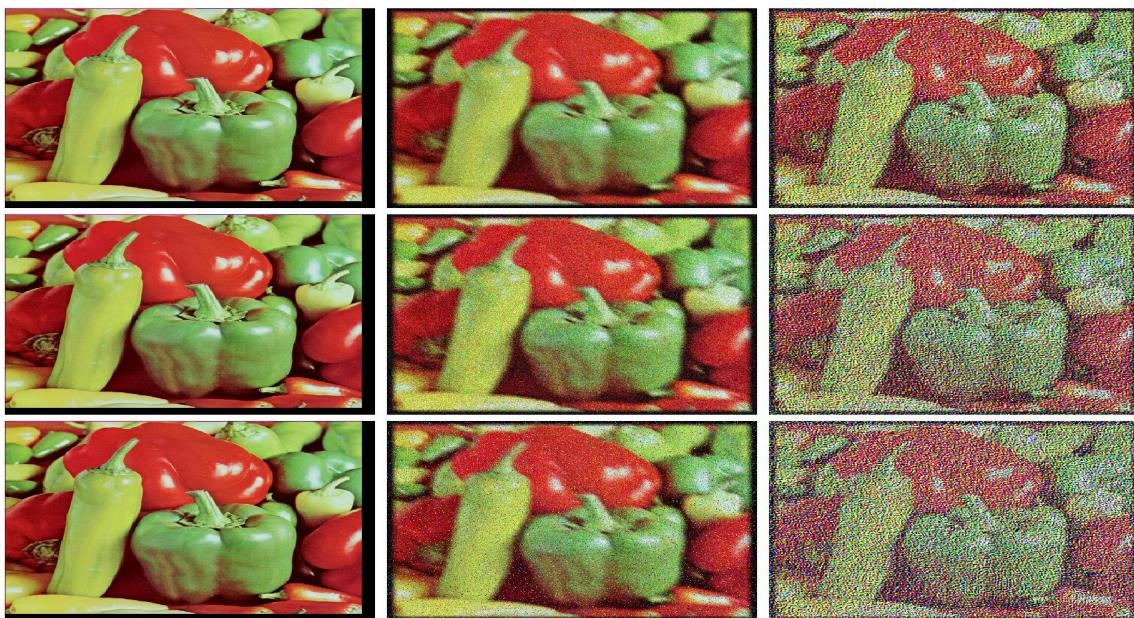
Srednje kvadratno odstupanje	bez šuma	gaussov	impulsni
4-1	0.0456	0.2948	0.4375
4-2	0.0546	0.2992	0.4757
4-3	0.2900	0.5066	0.6883
4-4	0.0457	0.2941	0.4361
4-5	0.0546	0.3001	0.4749
4-6	0.2902	0.5032	0.6935

Nakon diskretizacije razlika je gotovo zanemariva kod nekih se i poboljšala slika.

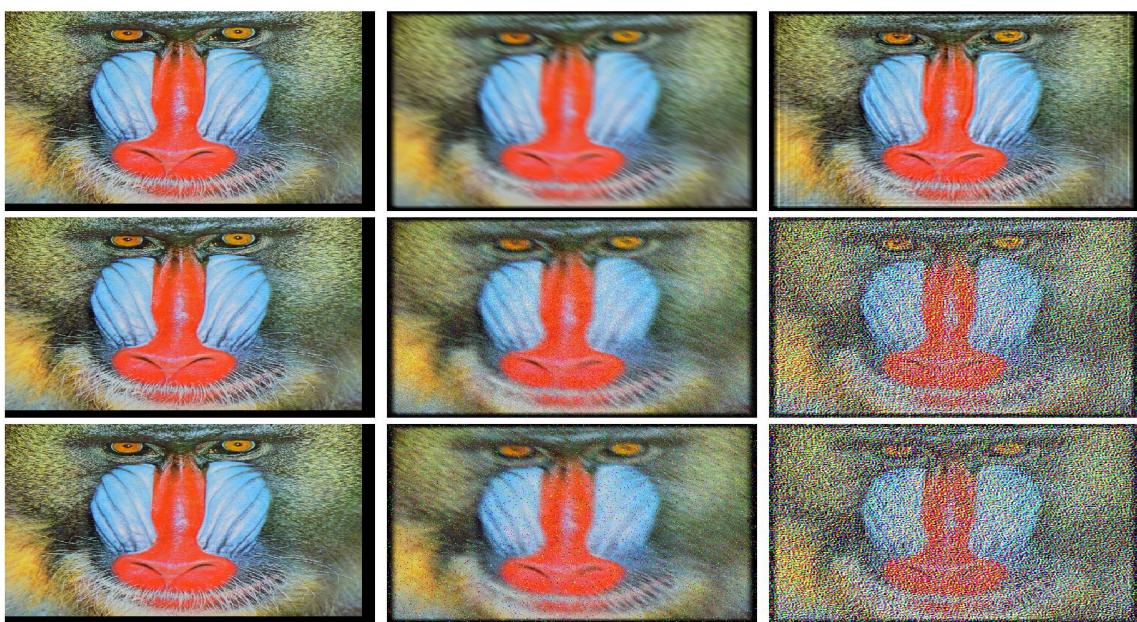
U odnosu na inverno filtriranje pseudo inverzni filter je bolji jer rješio problem nestabilnosti inverzognog filtra na jednostavan način (kritične nule koje se prislikavaju u polove nakon preslikavanja su postavljene u nulu). Postojanost problema sa šumom (kvari obnovljenu sliku) još uvijek postoji.



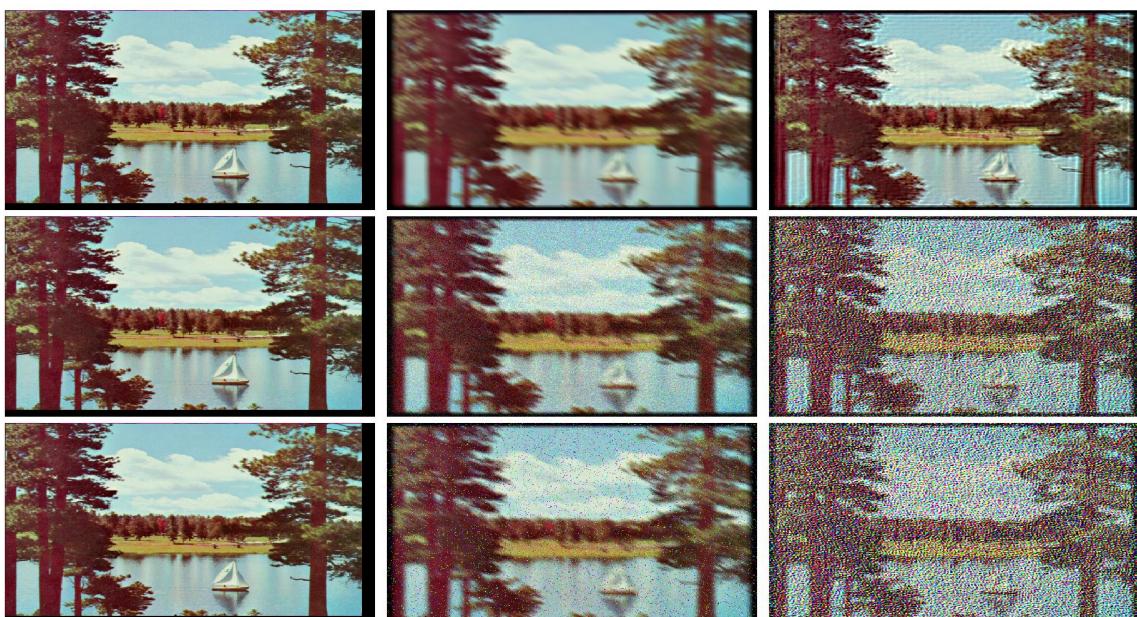
Slika 4-2: S lijeve strane su orginalne slike. U sredini su zamućene slike nakon primjene degradacije uniformnog pomaka od 10 točaka u oba smjera i atmosferskog zamućenja, srednjoj je dodan gaussov šum, a donjoj(u sredini) je dodan impulsni šum. S desne strane su slike nakon primejene pseudoinverznog filtra na odgovarajuće slike s njihove lijeve strane



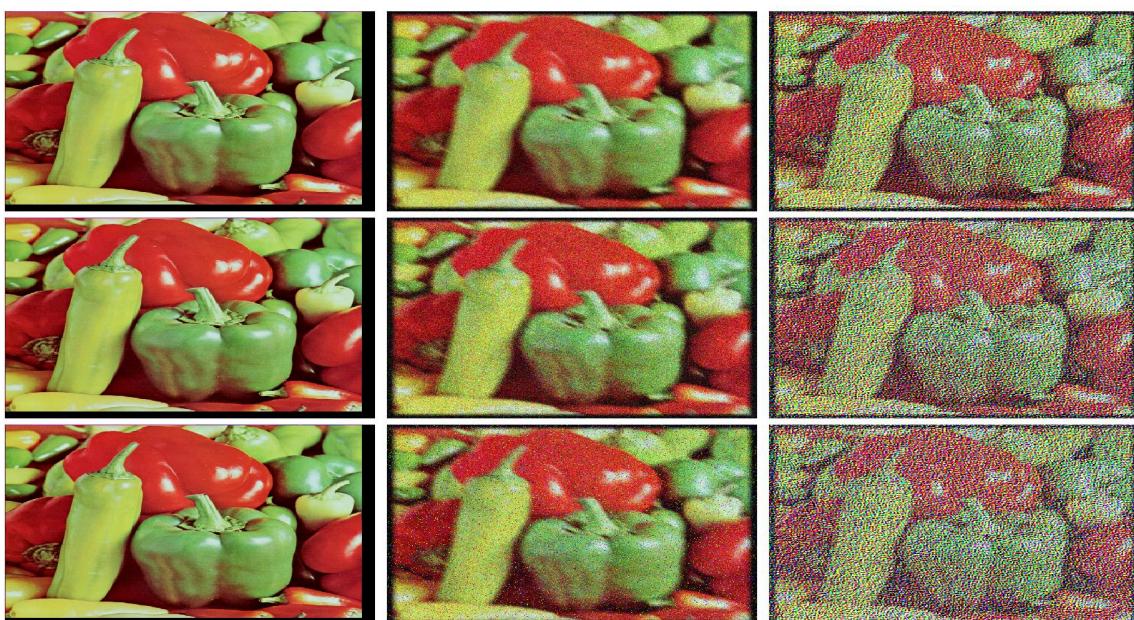
Slika 4-3: S lijeve strane su orginalne slike. U sredini su zamućene slike nakon primjene degradacije uniformnog pomaka od 10 točaka u oba smjera i atmosferskog zamućenja, srednjoj je dodan gaussov šum, a donjoj(u sredini) je dodan impulsni šum. S desne strane su slike nakon primejene pseudoinverznog filtra na odgovarajuće slike s njihove lijeve strane



Slika 4-4: S lijeve strane su orginalne slike. U sredini su zamućene slike nakon primjene degradacije uniformnog pomaka od 10 točaka u oba smjera i atmosferskog zamućenja i kvantizirane s 8 bita, srednjoj je dodan gaussov šum, a donjoj(u sredini) je dodan impulsni šum. S desne strane su slike nakon primejene pseudoinverznog filtra na odgovarajuće slike s njihove lijeve strane



Slika 4-5: S lijeve strane su orginalne slike. U sredini su zamućene slike nakon primjene degradacije uniformnog pomaka od 10 točaka u oba smjera i atmosferskog zamućenja i kvantizirane s 8 bita, srednjoj je dodan gaussov šum, a donjoj(u sredini) je dodan impulsni šum. S desne strane su slike nakon primejene pseudoinverznog filtra na odgovarajuće slike s njihove lijeve strane



Slika 4-6: S lijeve strane su orginalne slike. U sredini su zamućene slike nakon primjene degradacije uniformnog pomaka od 10 točaka u oba smjera i atmosferskog zamućenja i kvantizirane s 8 bita, srednjoj je dodan gaussov šum, a donjoj(u sredini) je dodan impulsni šum. S desne strane su slike nakon primejene pseudoinverznog filtra na odgovarajuće slike s njihove lijeve strane

## 5. - Wienerov filter

Uz prepostavku stacionarnosti u širem smislu slučajnog proces koji predstavlja model slike te uz prisutan nekorelirani aditivni šum srednje vrijednosti nula Wienerov filter je odrešen izrazom:

$$H_w[k, l] = \frac{H^*[k, l]}{H^*[k, l]H[k, l] + \frac{S_{NN}[k, l]}{S_{XX}}[k, l]} \quad (5-1)$$

gdje je  $H[k, l]$  optička prijenosna funkcija, dok je  $S_{NN}[k, l]$  i  $S_{XX}[k, l]$  gustoće spektra snage signala i šuma. Zvjezdica (\*) označava kompleksnu konjugaciju. Izraz se može zapisati i u slijedećim oblicima:

$$H_w[k, l] = \frac{1}{H(f)} \frac{|H[k, l]|^2 S_{XX}[k, l]}{|H[k, l]|^2 S_{XX}[k, l] + S_{NN}[k, l]} \quad (5-2)$$

Odnosno:

$$H_w[k, l] = \frac{1}{H(f)} \frac{|H[k, l]|^2}{|H[k, l]|^2 + \frac{1}{S_{NR}[k, l]}} \quad (5-3)$$

Gdje sa  $S_{NR}[k, l]$  označavamo funkciju odnosa signal i šum. Izraz \*\*\* nam je ujedno i zgodniji za daljnje razmatranje jer pokazuje kako Wienerov filter možemo prikazati kaskadom inverznog filtra i filtra čija prijenosna karakteristika ovisi o odnosu signal šum na toj frekvenciji. Tako će frekvencije koje nemaju šuma ( $S_{NR} = \infty$ ) imati prijenosnu karakteristiku jednaku jedan (prenosit će se bez atenuacije), dok će sve ostale na kojima šum postoji atenuirati s nekim faktorom u intervalu [0,1].

Problem pri određivanju prijenosne funkcije Wienerovog filtra je upravo estimacija gustoće spektra snage (odnosno autokorelacijskih funkcija signala i šuma) te optičke prijenosne funkcije jer najčešće raspoložemo samo s degradiranom slikom. Stoga ćemo u prvoj aproksimaciji prepostaviti konstantan omjer gustoće spektra snage K, te je prijenosna funkcija Wienerovog filtra:

$$H_w[k, l] = \frac{1}{H(f)} \frac{|H[k, l]|^2}{|H[k, l]|^2 + K} \quad (5-4)$$

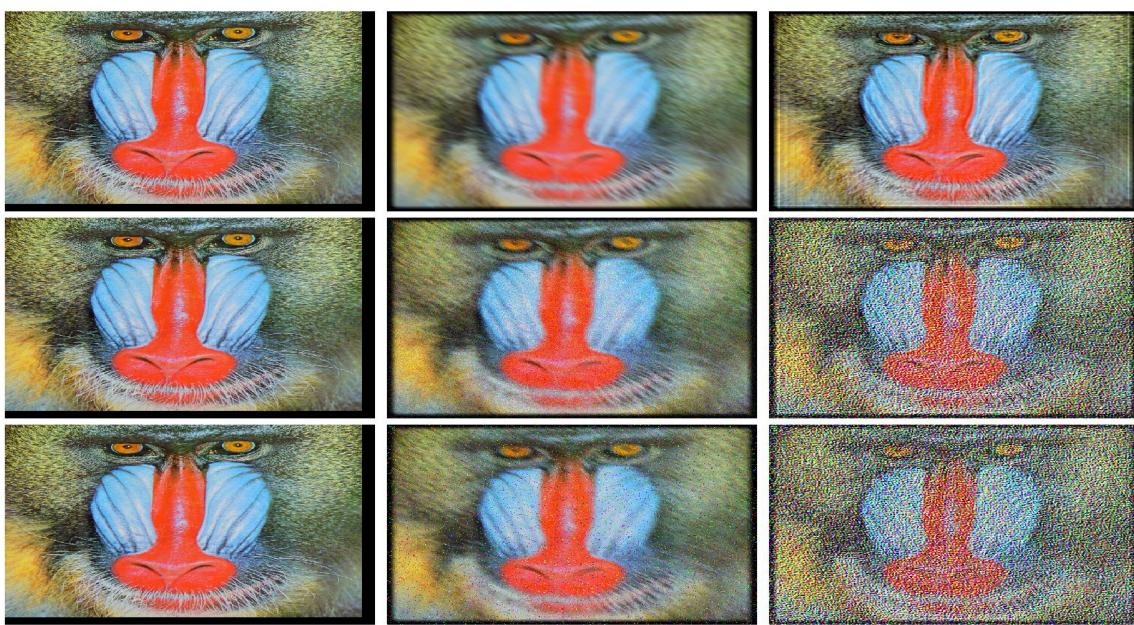
Pri tome se parametar K može procijeniti iz degradirane slike. Primjetite da za male vrijednosti parametra K Wienerov filter postaje blizak inverznom filtru.

Za realne slike može se prepostaviti da postoji koreliranost točaka koje su udaljene do 30-tak pomaka, tako da nije potrebno računati cijelu autokorelacijsku funkciju.

Estimacija autokorelacijske funkcije slike (alternativno, estimacija gustoće spektra snage) izravno iz degradiranih slike računanjem autokorelacije nije potpuno ispravna. Takav postupak se obično koristi pri iterativnom Wienerovom filtriranju i predstavlja prvi korak filtracije. Bolje estimacije autokorelacijske funkcije se tada računa iz filtrirane slike te se postupak ponavlja.

### 5.1 - Zadaci - Wienerov filter

Srednje kvadratno odstupanje	bez šuma	gaussov	impulsni
5-1	0.0150	0.0200	0.0230
5-2	0.0116	0.0165	0.0195
5-3	0.0129	0.0174	0.0212



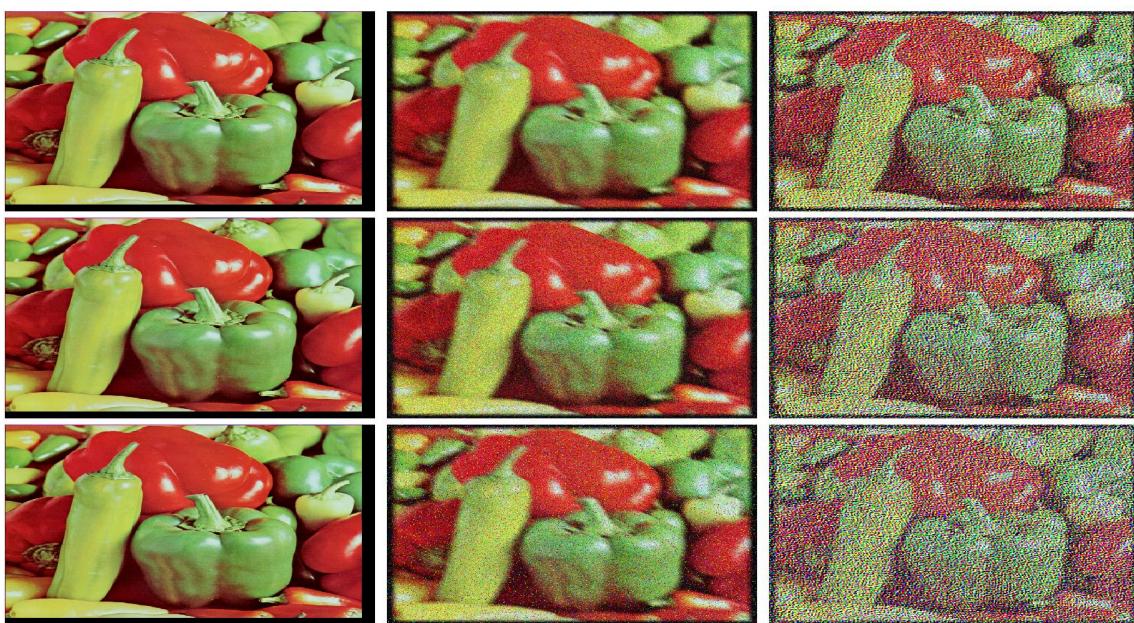
Slika 5-1: S lijeve strane su orginalne slike. U sredini su zamućene slike nakon primjene degradacije uniformnog pomaka od 10 točaka u oba smjera i atmosferskog zamućenja, srednjoj je dodan gaussov šum, a donjoj(u sredini) je dodan impulsni šum. S desne strane su slike nakon primejene wienerovog filtra na odgovarajuće slike s njihove lijeve strane



Slika 5-2: S lijeve strane su orginalne slike. U sredini su zamućene slike nakon primjene degradacije uniformnog pomaka od 10 točaka u oba smjera i atmosferskog zamućenja, srednjoj je dodan gaussov šum, a donjoj(u sredini) je dodan impulsni šum. S desne strane su slike nakon primejene wienerovog filtra na odgovarajuće slike s njihove lijeve strane

signal/šum prije i nakon filtracije	bez šuma	gaussov	impulsni
5-1	1.1200	1.1167	1.1152
5-2	1.1200	1.1140	1.1140
5-3	1.1094	1.0985	1.0971

K se u prvom koraku može procjeniti autokorelacijske funkcije degradirane slike.

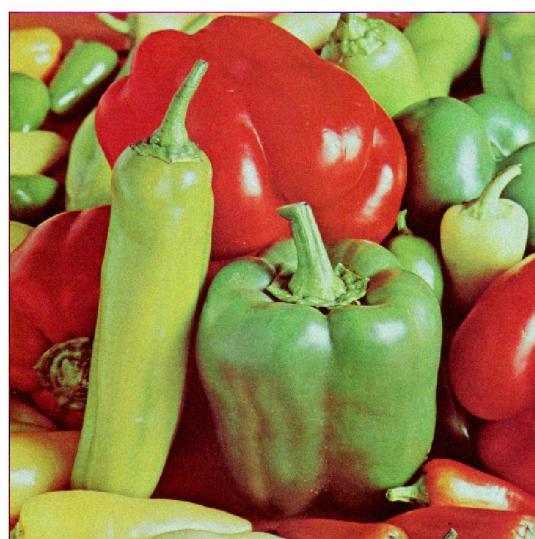


Slika 5-3: S lijeve strane su orginalne slike. U sredini su zamućene slike nakon primjene degradacije uniformnog pomaka od 10 točaka u oba smjera i atmosferskog zamućenja, srednjoj je dodan gaussov šum, a donjoj(u sredini) je dodan impulsni šum. S desne strane su slike nakon primejene wienerovog filtra na odgovarajuće slike s njihove lijeve strane

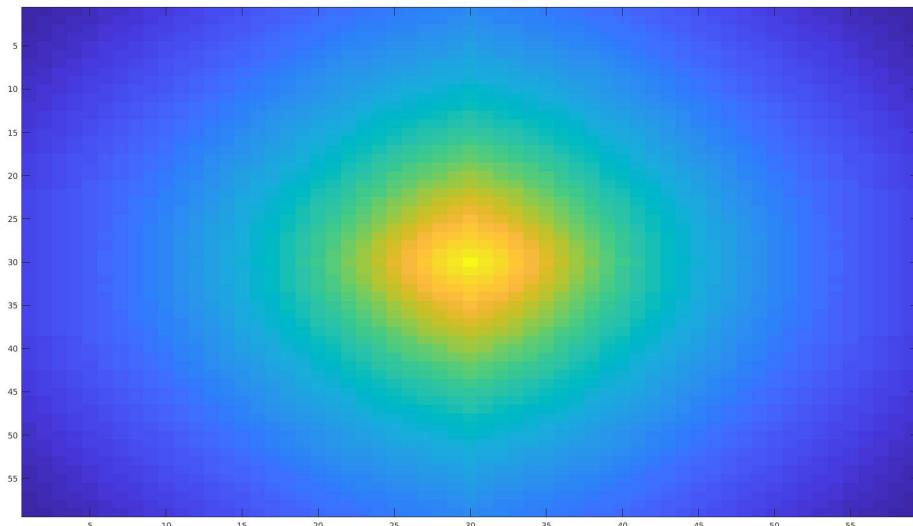
Wienerov filter rješava problem stabilnosti inverznog filtra kao i problem sa šumom kojeg je imao i pseudofiltar.

Što pokazuju i rezultati u tablicama.

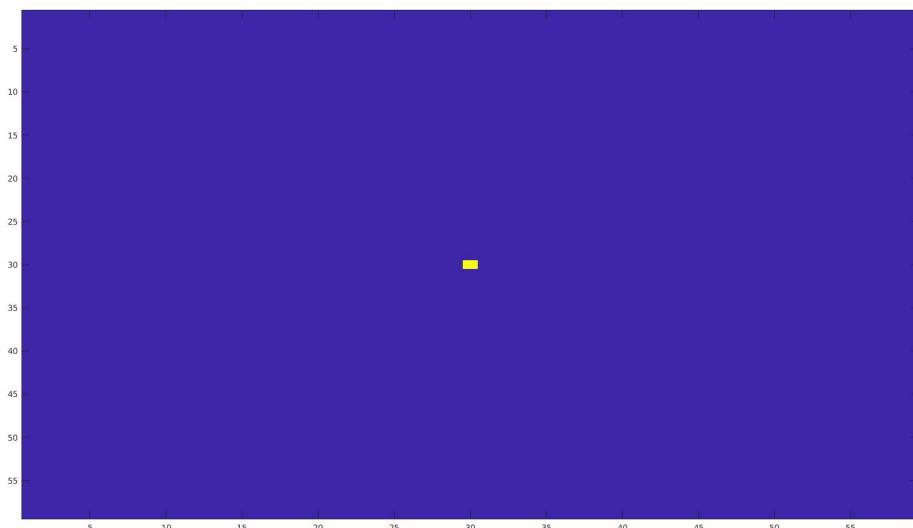
## 5.2 - Zadaci - Wienerov filter i autokorelacijska funkcija



Slika 5-4: Degradirana slika dodavanjem aditivnog Gaussovog šuma srednje vrijednosti nula i varijance 0.001



Slika 5-5: Autokorelacijska funkcija degradirane slike

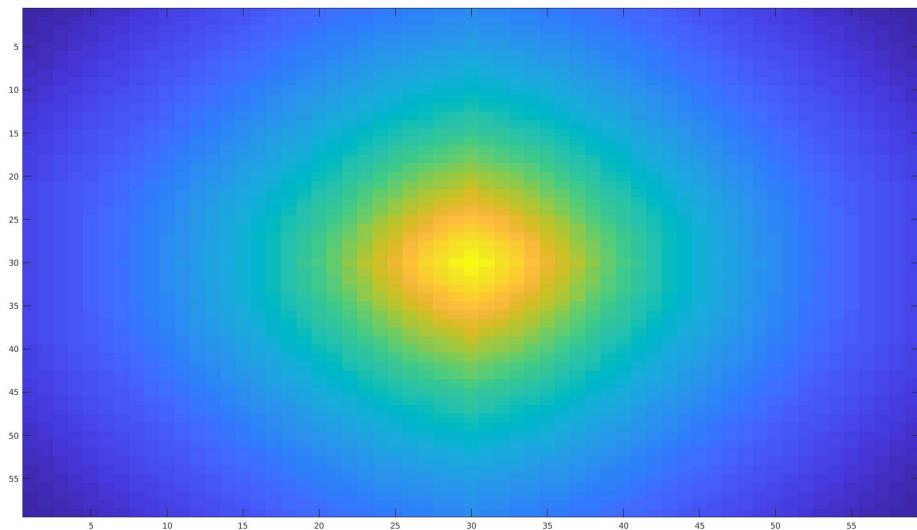


Slika 5-6: Autokorelacijska funkcija šuma

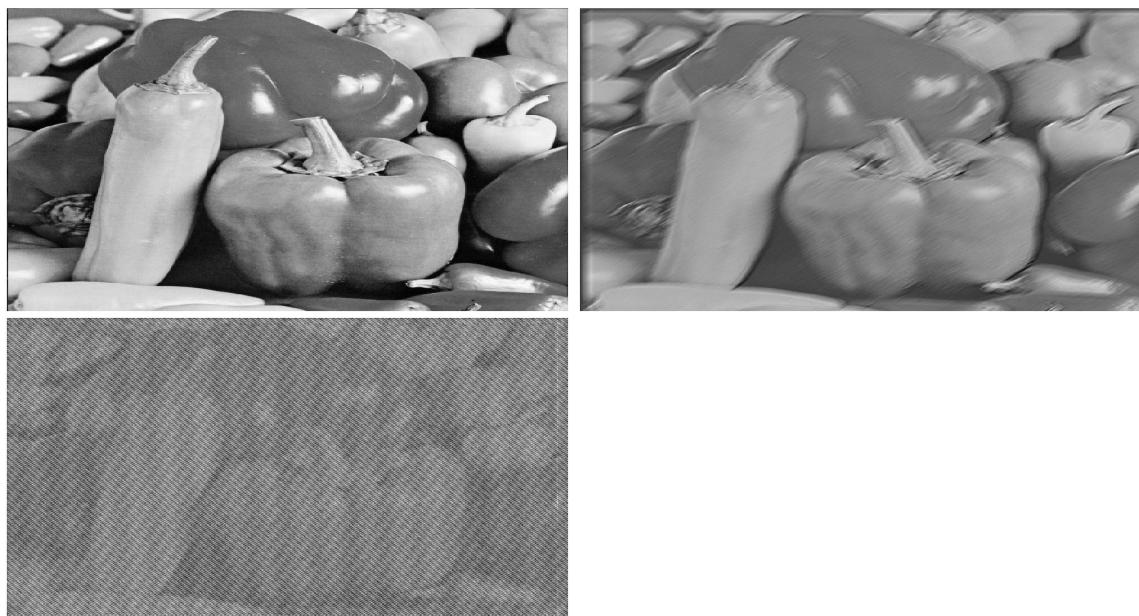
Razlika između autokorelacijske funkcije izvorene slike i degradirane slike je zanemariva(gotovo su identične).

Kako K više nije konstanta već je procjenjen na temelju autokorelacijskih funkcija očekivanje je da će slike biti bolje. Rezultati nisu zadovoljavajući.

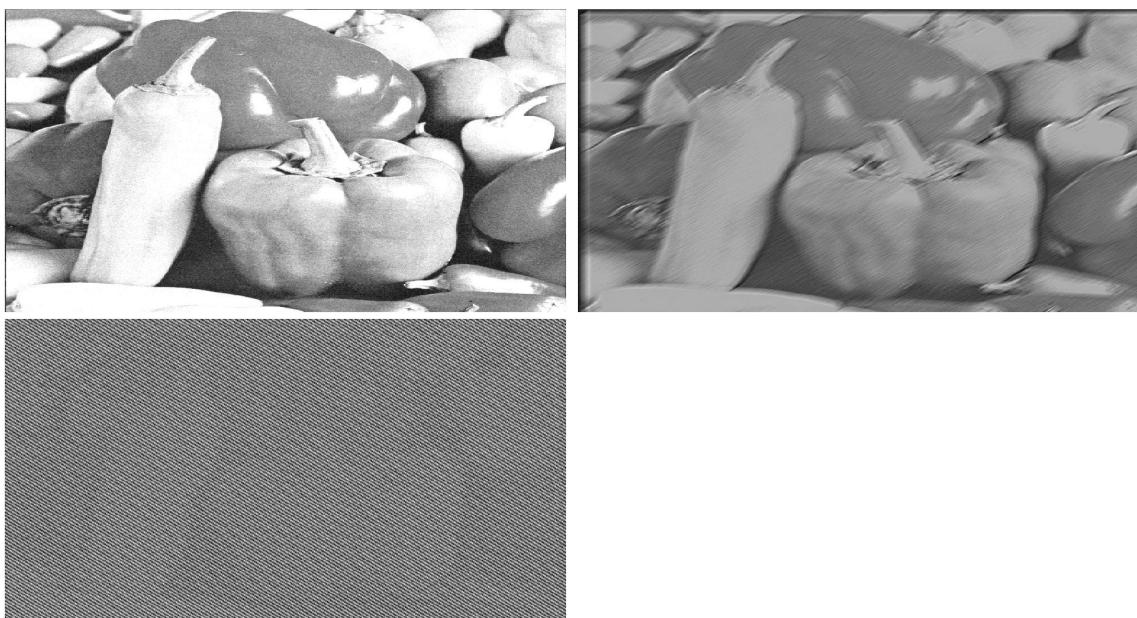
Dobiveni rezultati korištenjem funkcije *wiener2()* su bolji od obične implementacije weiner filtra prema formuli.



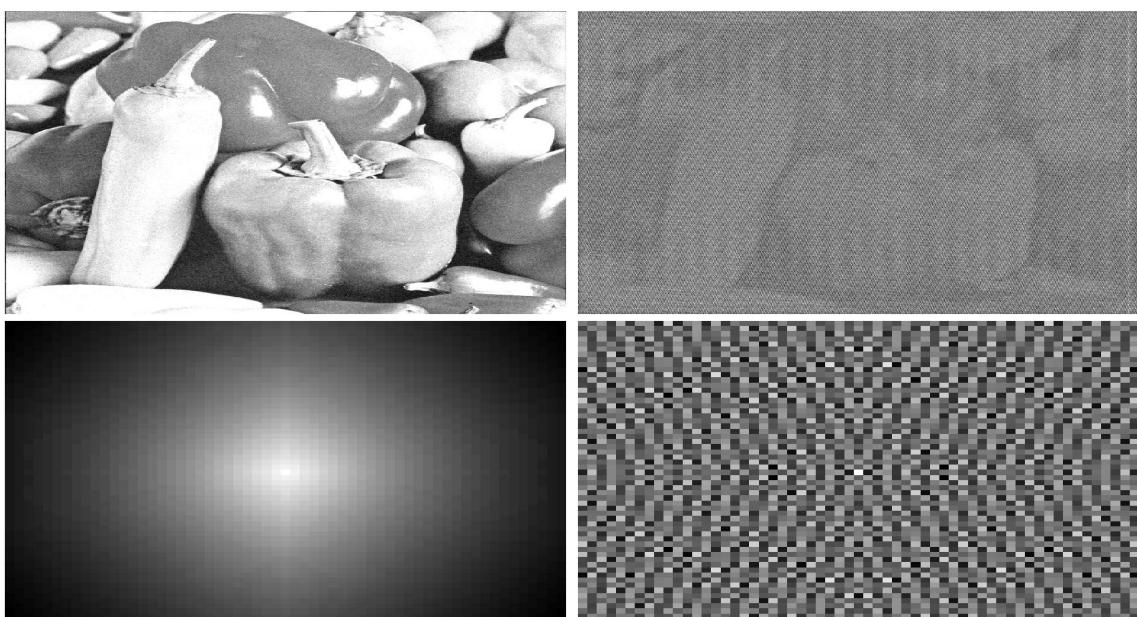
Slika 5-7: Autokorelacijska funkcija izvorne slike



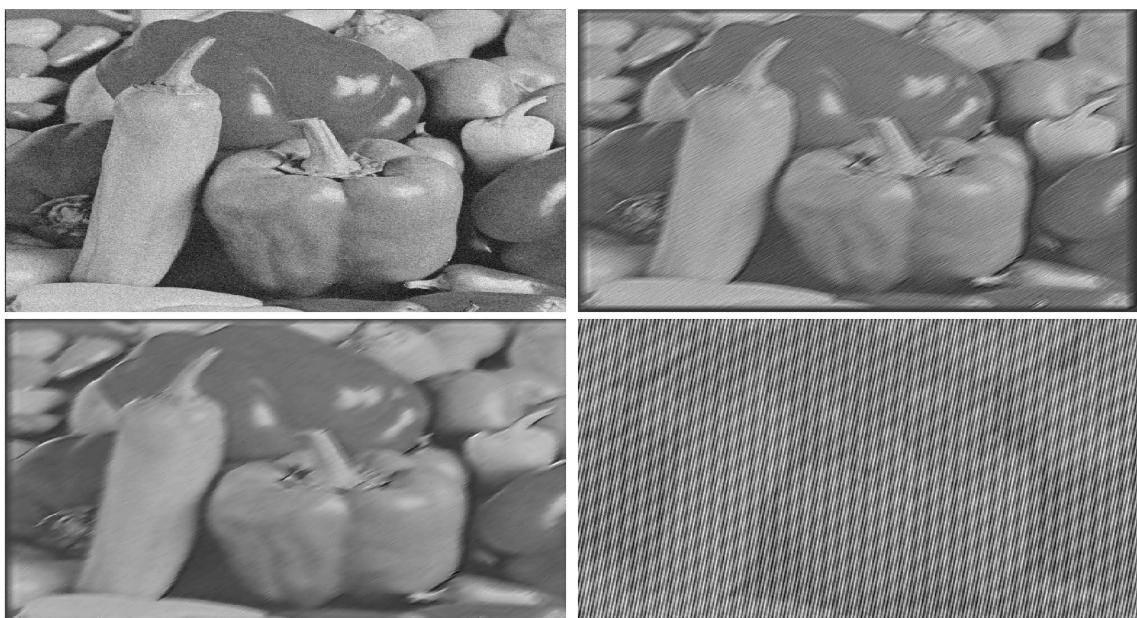
Slika 5-8: Gore lijevo je orginalna slika sa gaussovim šumom, gore desno je slika prije obrade, dolje lijevo je nakon obrade



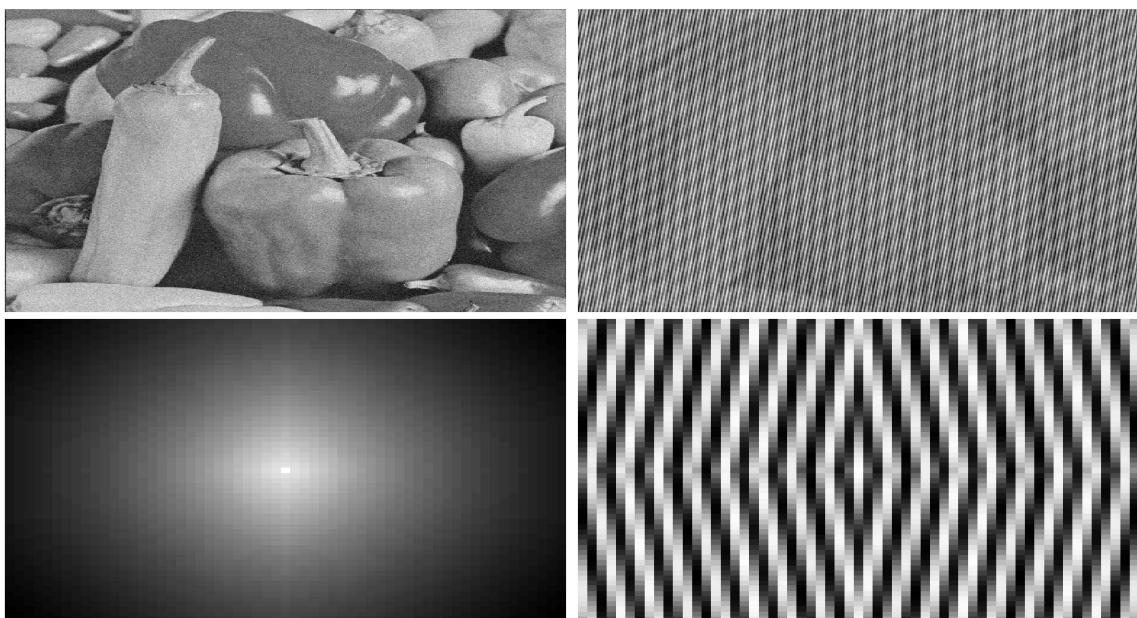
Slika 5-9: Gore lijevo je orginalna slika sa gaussovim šumom, gore desno je slika prije obrade, dolje lijevo je nakon Wienerovog filtra



Slika 5-10: Gore lijevo je orginalna slika sa gaussovim šumom, gore desno je slika obnovljena, dolje lijevo je autokorelacijska funkcija orginala, i dolje desno je autokorelacijska funkcija obnovljene slike



Slika 5-11: Gore lijevo je orginalna slika sa gaussovim šumom, gore desno je slika prije obrade, dolje lijevo je nakon obrade, i dolje desno je poslije obrade. Korištenje funkcije *wiener2()*



Slika 5-12: Gore lijevo je orginalna slika sa gaussovim šumom, gore desno je slika obnovljena, dolje lijevo je autokorelacijska funkcija orginala, i dolje desno je autokorelacijska funkcija obnovljene slike . Korištenje funkcije *wiener2()*