Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie

WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI, AUTOMATYKI, INFORMATYKI I INŻYNIERII BIOMEDYCZNEJ

Sprawozdanie Robotyka Kosmiczna

Autor:

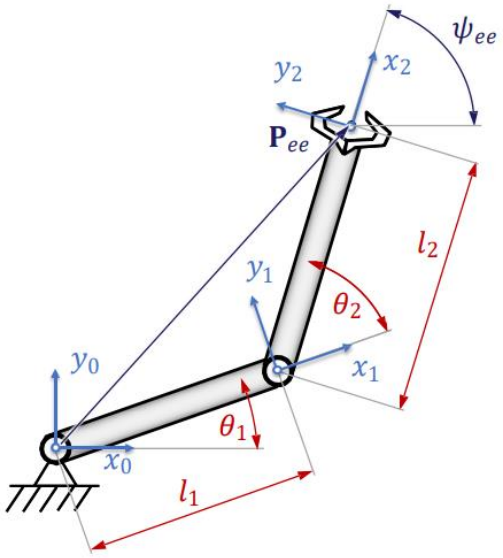
Dawid Lisek

Nr indeksu: 402382
Kierunek studiów: **Automatyka i Robotyka**
Specjalizacja: **Komputerowe Systemy Sterowania**
Grupa: pn 13:15 - 15:45

1. **Cel ćwiczenia.**

   Celem ćwiczenia było rozwiązanie zadania prostego kinematyki na poziomie położeń oraz prędkości. Należało wyprowadzić analityczne zależności na pozycję, orientację, prędkość liniową oraz prędkość kątową. Następnie należało rozwiązać odwrotne zadanie kinematyki. Całość została zrealizowana w programie Matlab.

2. **Analityczne zależności na pozycję i orientację członu roboczego w funkcji pozycji kątowych przegubów.**



Dane:

$l_1 = 0{,}6m$

$l_2 = 0{,}5m$

$m_1 = 2{,}5kg$

$m_2 = 1{,}5kg$

Na podstawie powyższego modelu manipulatora płaskiego należało wyprowadzić wzory na pozycję oraz orientację członu roboczego w funkcji pozycji kątowych przegubów $\theta_1 + \theta_2$. Wyprowadzone wzory:

$$x_{ee} = cos(\theta_1) * L_1 + cos(\theta_1 + \theta_2) * L_2$$
$$y_{ee} = sin(\theta_1) * L_1 + sin(\theta_1 + \theta_2) * L_2$$
$$\psi_{ee} = \theta_1 + \theta_2$$

3. **Analityczne zależności na prędkość liniową i kątową członu roboczego w funkcji prędkości kątowych i pozycji kątowych przegubów.**

   Następnie na podstawie powyższych równań należało wyprowadzić wzory na prędkość liniową oraz kątową członu roboczego. W tym celu należało obliczyć poniższe pochodne cząstkowe:

$$\frac{\partial x_{EE}}{\partial t} = \frac{\partial x_{EE}}{\partial \theta_1}\frac{\partial \theta_1}{\partial t} + \frac{\partial x_{EE}}{\partial \theta_2}\frac{\partial \theta_2}{\partial t}$$
$$\frac{\partial y_{EE}}{\partial t} = \frac{\partial y_{EE}}{\partial \theta_1}\frac{\partial \theta_1}{\partial t} + \frac{\partial y_{EE}}{\partial \theta_2}\frac{\partial \theta_2}{\partial t}$$

Ostatecznie wzory na prędkość liniową oraz kątową członu roboczego przyjmują poniższą postać:

$$\dot{x}_{ee} = -L_1 * \sin(\theta_1) * \dot{\theta}_1 - L_2 * sin(\theta_1 + \theta_2) * (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)$$
$$\dot{y}_{ee} = L_1 * \cos(\theta_1) * \dot{\theta}_1 + L_2 * cos(\theta_1 + \theta_2) * (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)$$
$$\dot{\psi} = \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2$$

4. Skrypt źródłowy funkcji "direct_2DoF" napisany w programie Matlab

Kolejnym krokiem było napisanie funkcji direct_2DoF, która realizowała proste zadanie kinematyki. Funkcja na podstawie pozycji kątowych przegubów, prędkości kątowych przegubów oraz długości ramion manipulatora powinna zwracać pozycję, orientację, prędkość liniową oraz prędkość kątową członu roboczego. Funkcja:

```
function [Pee, Psiee, Vee, Omee] = direct_2DoF(q, dq, L1, L2)

%   q - dwuelementowy wektor zawierający pozycje kątowe przegubów [rad]
%   dq - dwuelementowy wektor zawierający prędkości kątowe przegubów[rad/s].
%   L1, L2 - długości członów manipulatora [m]
%   Pee - dwuelementowy wektor zawierający składową X i składową Y pozycji członu roboczego [m].
%   Psiee - orientacja członu roboczego [rad].
%   Vee - dwuelementowy wektor zawierający prędkość liniową członu roboczego [m/s]
%   Omee - prędkość kątowa członu roboczego [rad/s].
    Pee = [cos(q(:, 1)) .* L1 + cos(q(:,1) + q(:,2)) .* L2, sin(q(:,1)) .* L1 + sin(q(:,1) + q(:,2)) .* L2];
    Psiee = q(:,1) + q(:,2);
    Vee = [-L1 .* sin(q(:,1)) .* dq(:,1) - L2 .* sin(q(:,1)+q(:,2)).*(dq(:,1)+dq(:,2)), ...
        L1 .* cos(q(:,1)) .* dq(:,1) + L2 .* cos(q(:,1) + q(:,2)) .* (dq(:,1) + dq(:,2))];
    Omee = dq(:,1) + dq(:,2);
end
```

Argument q oraz dq był przekazywany jako 2 kolumnowy wektor, który zawierał pozycję oraz prędkość kątową poszczególnych przegubów. Dodatkowo do obliczeń zostało wykorzystane mnożenie tablicowe dostępne w pakiecie Matlab.

5. **Wybrane parametry wejściowe funkcji „Trajectory_Generation” dla dwóch przegubów manipulatora oraz wykres wygenerowanej trajektorii (przebiegi pozycji kątowych i prędkości kątowych przegubów).**

Następnie należało wywołać funkcję „Trajectory_Generation” oraz wygenerować trajektorię pozycji oraz prędkości kątowych przegubów manipulatora:

Funkcja została wywołana dla dwóch przegubów z poniższymi argumentami:

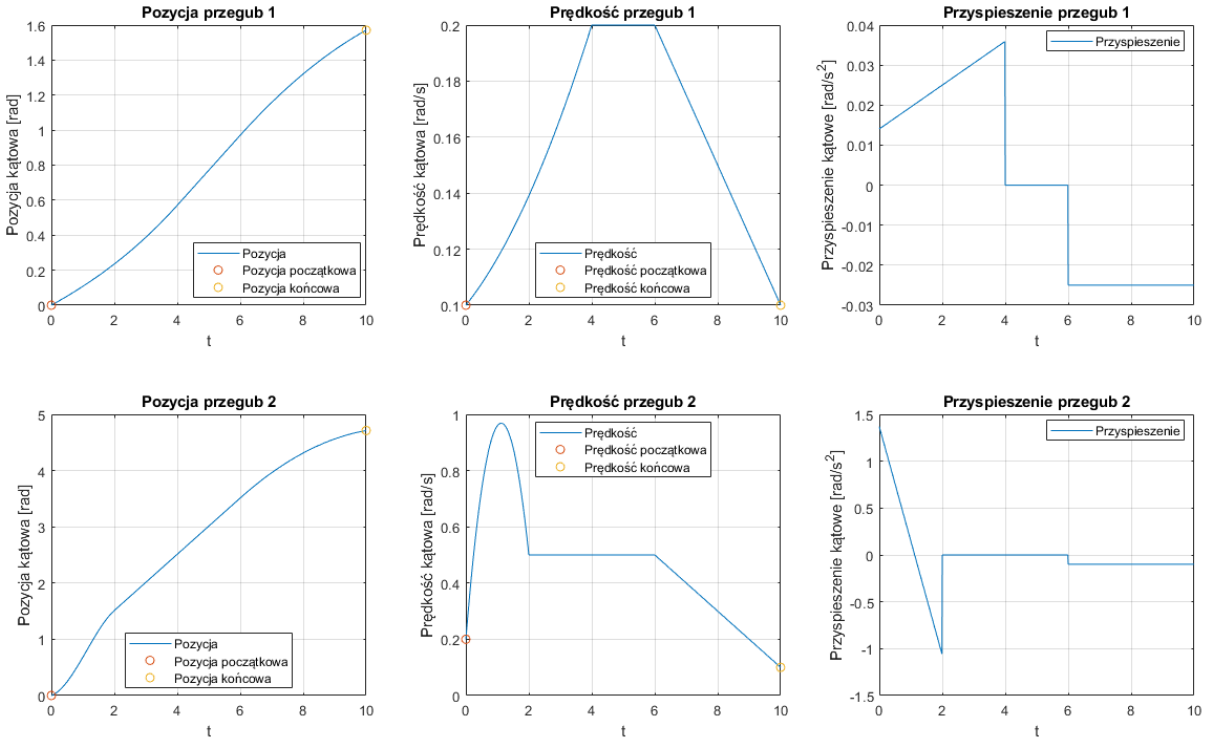
- Przegub 1

```
q_p_1 = 0;
dq_p_1 = 0.1;
q_k_1 = 1/2 * pi;
dq_k_1 = 0.1;
Tk_1 = 10;
Ta_1 = 4;
Tb_1 = 4;
dt_1 = 0.01;
V_1 = 0.2;
[q_1,dq_1,ddq_1, t_1] = Trajectory_Generation(solved, q_p_1,
dq_p_1, q_k_1, dq_k_1, Tk_1, Ta_1, Tb_1, dt_1, V_1);
```

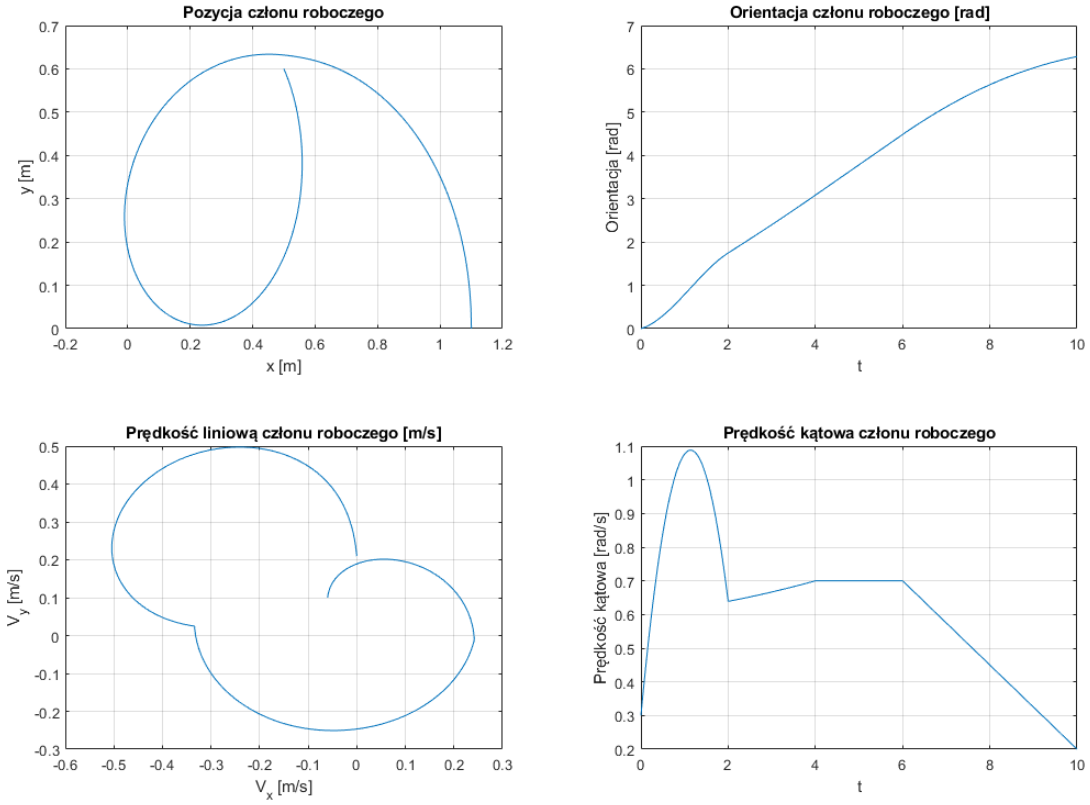
- Przegub 2

```
q_p_2 = 0;
dq_p_2 = 0.2;
q_k_2 = 3/2 * pi;
dq_k_2 = 0.1;
Tk_2 = 10;
Ta_2 = 2;
Tb_2 = 4;
dt_2 = 0.01;
V_2 = 0.5;
[q_2,dq_2,ddq_2, t_2] = Trajectory_Generation(solved, q_p_2,
dq_p_2, q_k_2, dq_k_2, Tk_2, Ta_2, Tb_2, dt_2, V_2);
```

Uzyskane przebiegi pozycji, prędkości oraz przyspieszenia kątowego przegubów manipulatora:



6. Przebieg pozycji członu roboczego, przebieg orientacji członu roboczego, prędkość liniowa członu roboczego oraz prędkość kątowa członu roboczego dla wygenerowanej w pkt. 5 trajektorii.



7. Skrypt źródłowy funkcji "inverse_2DoF" napisany w programie Matlab.

Następnie należało stworzyć funkcję ”inverse_2DoF” realizującą odwrotne zadanie kinematyki dla naszego modelu manipulatora.

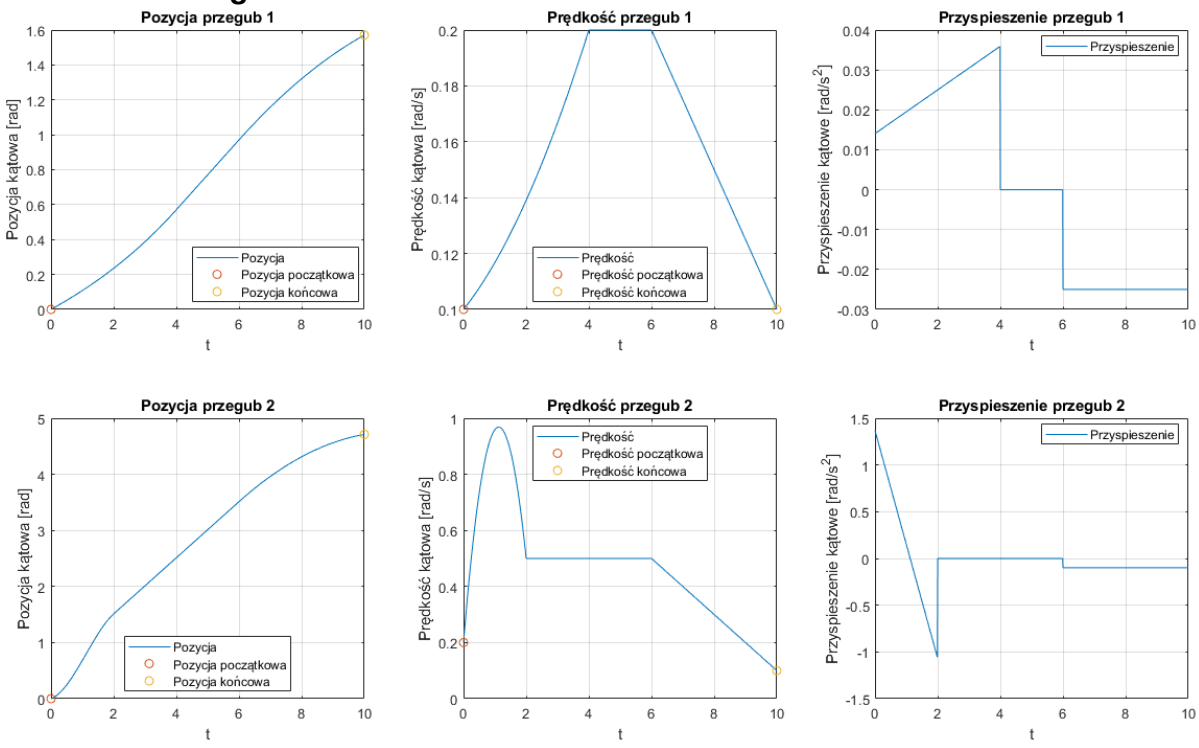
Funkcja:

```
function [sol_1, sol_2] = inverse_2DoF(Pee, L1, L2)

%     Pee - dwuelementowy wektor zawierający składową X i składową Y pozycji członu roboczego [m].
%     L1, L2 - długości członów manipulatora [m].
%     sol_1, sol_2 - dwuelementowe wektory zawierające pozycje kątowe przegubów [rad].

    sol_1_theta_2 = acos((Pee(:, 1).^2 + Pee(:, 2).^2 - L1^2 - L2^2) / (2*L1*L2));
    sol_1_theta_1 = atan((Pee(:, 2)./Pee(:, 1))) - atan(L2.*sin(sol_1_theta_2)./(L1 + L2 .* cos(sol_1_theta_2)));
    sol_1 = [sol_1_theta_1, sol_1_theta_2];

    sol_2_theta_2 = -acos((Pee(:, 1).^2 + Pee(:, 2).^2 - L1^2 - L2^2) / (2*L1*L2));
    sol_2_theta_1 = atan((Pee(:, 2)./ Pee(:, 1))) - atan((L2.*sin(sol_2_theta_2)) ./ (L1 + (L2 .* cos(sol_2_theta_2))));
    sol_2 = [sol_2_theta_1, sol_2_theta_2];

end
```

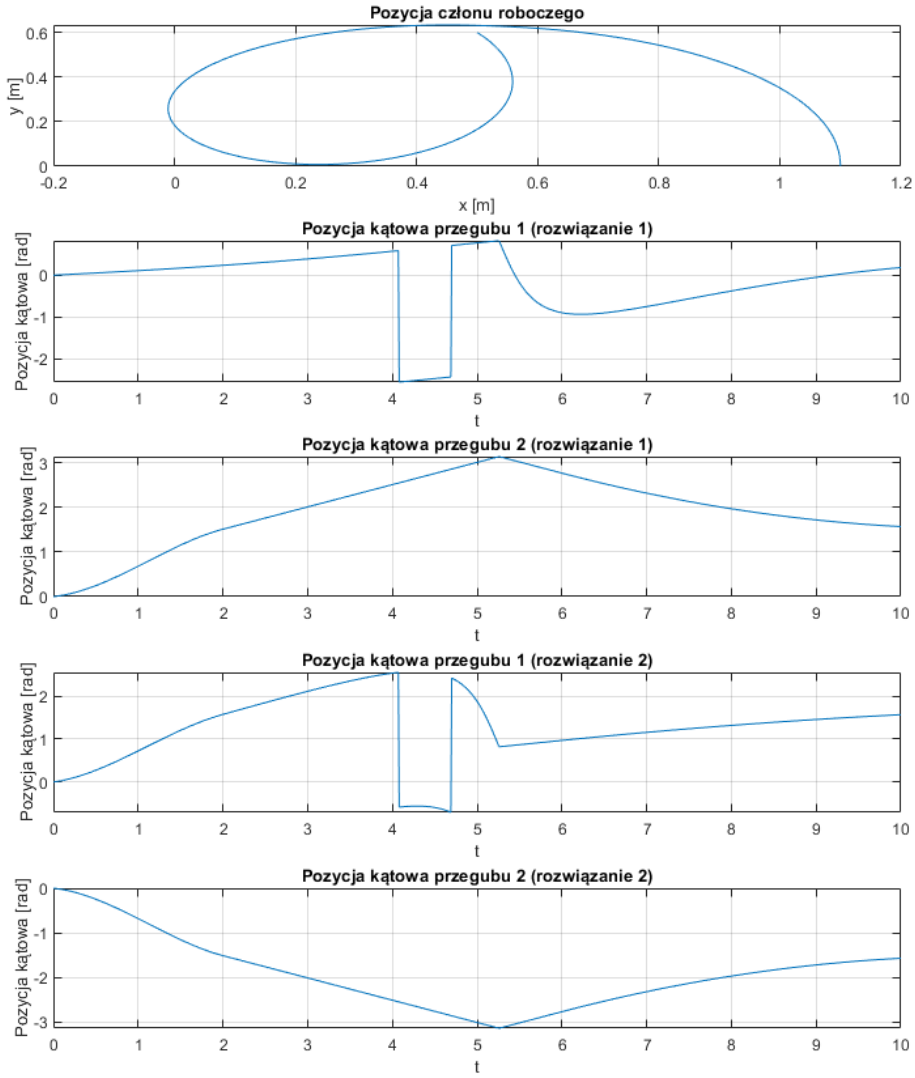
8. Parametry wejściowe funkcji „Trajectory_Generation”.

Jako parametry wejściowe funkcji „Trajectory_Generation” zostały przyjęte dane identycznie jak w punkcie nr 5.

9. Wykres wygenerowanej w pkt 8 trajektorii oraz wykresy pozycji kątowych przegubów wyznaczone poprzez rozwiązanie zadania odwrotnego.



Rozwiązanie zadania kinematyki odwrotnej:



10. **Skrypt źródłowy programu głównego (gdzie są podane parametry i wywoływane są funkcje „Trajectory_Generation", "direct_2DoF" oraz "inverse_2DoF", i w którym znajdują się procedury wygenerowania wykresów).**

```
solved = Z;
q_p_1 = 0;
dq_p_1 = 0.1;
q_k_1 = 1/2 * pi;
dq_k_1 = 0.1;
Tk_1 = 10;
Ta_1 = 4;
Tb_1 = 4;
dt_1 = 0.01;
V_1 = 0.2;
```

```
[q_1,dq_1,ddq_1, t_1] = Trajectory_Generation(solved, q_p_1, dq_p_1, q_k_1,
dq_k_1, Tk_1, Ta_1, Tb_1, dt_1, V_1);

solved = Z;
q_p_2 = 0;
dq_p_2 = 0.2;
q_k_2 = 3/2 * pi;
dq_k_2 = 0.1;
Tk_2 = 10;
Ta_2 = 2;
Tb_2 = 4;
dt_2 = 0.01;
V_2 = 0.5;
[q_2,dq_2,ddq_2, t_2] = Trajectory_Generation(solved, q_p_2, dq_p_2, q_k_2,
dq_k_2, Tk_2, Ta_2, Tb_2, dt_2, V_2);

figure;
subplot(2, 3, 1);
plot(t_1, q_1, t_1(1), q_p_1, 'o', Tk_1, q_k_1, 'o')
legend('Pozycja', 'Pozycja początkowa', 'Pozycja końcowa',
"Location","best")
title('Pozycja przegub 1')
xlabel('t')
ylabel('Pozycja kątowa [rad]')
grid on
axis auto

subplot(2, 3, 2);
plot(t_1, dq_1, t_1(1), dq_p_1, 'o', Tk_1, dq_k_1, 'o')
legend('Prędkość', 'Prędkość początkowa', 'Prędkość końcowa',
"Location","best")
title('Prędkość przegub 1')
xlabel('t')
ylabel('Prędkość kątowa [rad/s]')
grid on
axis auto

subplot(2, 3, 3);
plot(t_1, ddq_1)
legend('Przyspieszenie', "Location","best")
title('Przyspieszenie przegub 1')
xlabel('t')
ylabel('Przyspieszenie kątowe [rad/s{^2}]')
grid on
axis auto

subplot(2, 3, 4);
plot(t_2, q_2, t_2(1), q_p_2, 'o', Tk_2, q_k_2, 'o')
```

```
legend('Pozycja', 'Pozycja początkowa', 'Pozycja końcowa',
"Location","best")
title('Pozycja przegub 2')
xlabel('t')
ylabel('Pozycja kątowa [rad]')
grid on
axis auto

subplot(2, 3, 5);
plot(t_2, dq_2, t_2(1), dq_p_2, 'o', Tk_2, dq_k_2, 'o')
legend('Prędkość', 'Prędkość początkowa', 'Prędkość końcowa',
"Location","best")
title('Prędkość przegub 2')
xlabel('t')
ylabel('Prędkość kątowa [rad/s]')
grid on
axis auto

subplot(2, 3, 6);
plot(t_2, ddq_2)
legend('Przyspieszenie', "Location","best")
title('Przyspieszenie przegub 2')
xlabel('t')
ylabel('Przyspieszenie kątowe [rad/s{^2}]')
grid on
axis auto

t = t_1;
q = double([q_1; q_2]');
dq = double([dq_1; dq_2]');
L1 = 0.6;
L2 = 0.5;
[Pee, Psiee, Vee, Omee] = direct_2DoF(q, dq, L1, L2);

figure
subplot(2, 2, 1)
plot(Pee(:, 1), Pee(:, 2))
title('Pozycja członu roboczego')
xlabel('x [m]')
ylabel('y [m]')
grid on
axis auto

subplot(2, 2, 2)
plot(t, Psiee)
title('Orientacja członu roboczego [rad]')
xlabel('t')
ylabel('Orientacja [rad]')
```

```
grid on
axis auto

subplot(2, 2, 3)
plot(Vee(:, 1), Vee(:, 2))
title('Prędkość liniową członu roboczego [m/s]')
xlabel('V{_x} [m/s]')
ylabel('V{_y} [m/s]')
grid on
axis auto

subplot(2, 2, 4)
plot(t, Omee)
title('Prędkość kątowa członu roboczego')
xlabel('t')
ylabel('Prędkość kątowa [rad/s]')
grid on
axis auto

[sol1, sol2] = inverse_2DoF(Pee, L1, L2);

figure
subplot(5, 1, 1)
plot(Pee(:, 1), Pee(:, 2))
title('Pozycja członu roboczego')
xlabel('x [m]')
ylabel('y [m]')
grid on
axis auto

subplot(5, 1, 2)
plot(t, sol1(:, 1))
title('Pozycja kątowa przegubu 1 (rozwiązanie 1)')
xlabel('t')
ylabel('Pozycja kątowa [rad]')
grid on
axis auto

subplot(5, 1, 3)
plot(t, sol1(:, 2))
title('Pozycja kątowa przegubu 2 (rozwiązanie 1)')
xlabel('t')
ylabel('Pozycja kątowa [rad]')
grid on
axis auto

subplot(5, 1, 4)
plot(t, sol2(:, 1))
```

```
title('Pozycja kątowa przegubu 1 (rozwiązanie 2)')
xlabel('t')
ylabel('Pozycja kątowa [rad]')
grid on
axis auto

subplot(5, 1, 5)
plot(t, sol2(:, 2))
title('Pozycja kątowa przegubu 2 (rozwiązanie 2)')
xlabel('t')
ylabel('Pozycja kątowa [rad]')
grid on
axis auto
```

11. Wnioski.

Z wykresów wynika, że symulacja zadania kinematyki prostej oraz odwrotnej dla manipulatora o dwóch przegubach obrotowych zostało rozwiązane poprawnie. Zadanie proste kinematyki zamienia współrzędne złączowe robota na współrzędne kartezjańskie, natomiast zadanie odwrotne współrzędne kartezjańskie na współrzędne złączowe. Warto wspomnieć, że rozwiązanie zadania kinematyki odwrotnej nie jest jednoznaczne i możliwa jest wielokrotność takich rozwiązań co wynika z wykresów wykonanych dla zadania odwrotnego kinematyki.

W funkcji Trajectory_Generation końcowa pozycja kątowa przegubu 1 wynosi 1/2 pi, zaś przegubu nr 2 3/2 pi czyli odpowiednio 90 oraz 270 stopni. W rozwiązaniu nr 2 zadania kinematyki odwrotnej pozycja kątowa przegubu nr 1 pokrywa się z wynikami uzyskanymi w funkcji „Trajectory_Generation”., zaś przegub nr 2 został obrócony o kąt -1/2 pi co jest równoważne kątowi 3/2 pi. Końcówka robota osiąga dokładnie ten sam punkt we współrzędnych kartezjańskich lecz robi to w dwa różne sposoby. Rozwiązanie nr 1 zadania kinematyki odwrotnej przedstawia kolejny sposób, w którym robot osiąga zadaną pozycję.

Podsumowując zadanie kinematyki odwrotnej jest dużo trudniejsze od prostego zadania kinematyki ze względu wielokrotność rozwiązań. Powyższe ćwiczenie pozwoliło mi na zapoznanie się z symulacją oraz rozwiązywaniem zadania kinematyki prostej i odwrotnej dla manipulatora o dwóch przegubach obrotowych.