

GRAFOS E DIGRAFOS

Vanessa Braganholo
Estruturas de Dados e Seus
Algoritmos

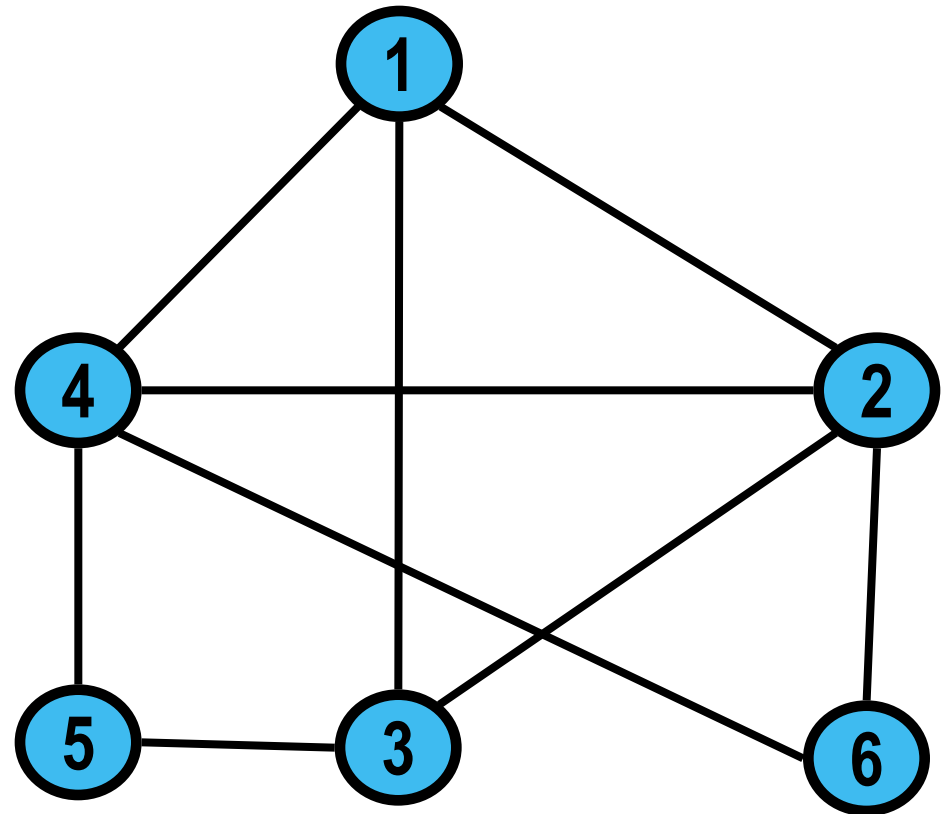
GRAFOS

Definições

Representação

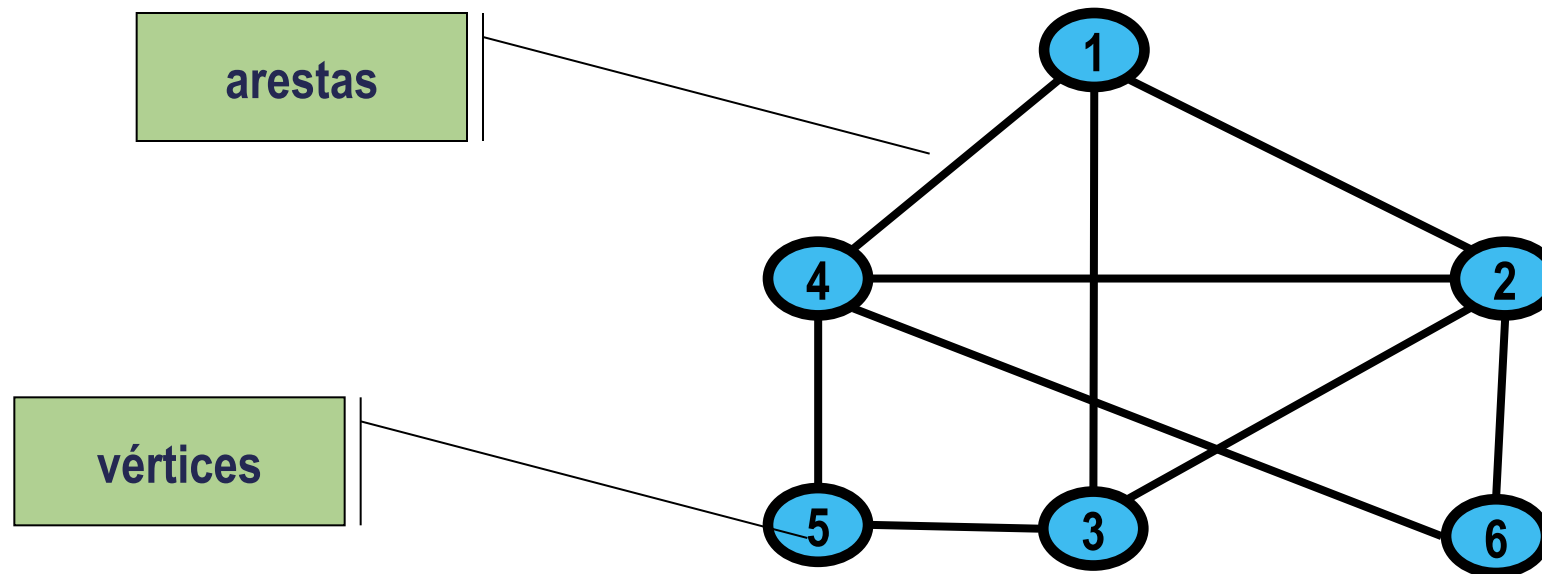
Algoritmos

- Busca
- Inserção (arestas e vértices)
- Exclusão (arestas e vértices)



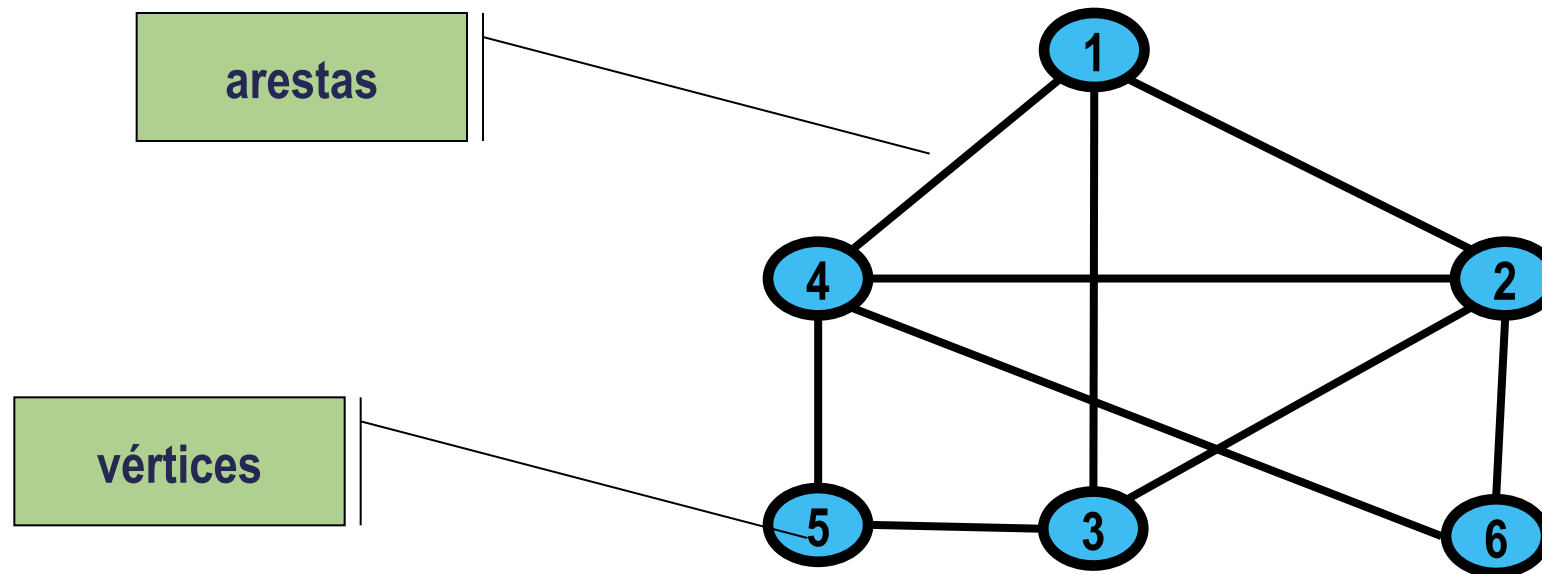
GRAFOS

Grafos são estruturas de dados formadas por um conjunto de vértices e um conjunto de arestas.



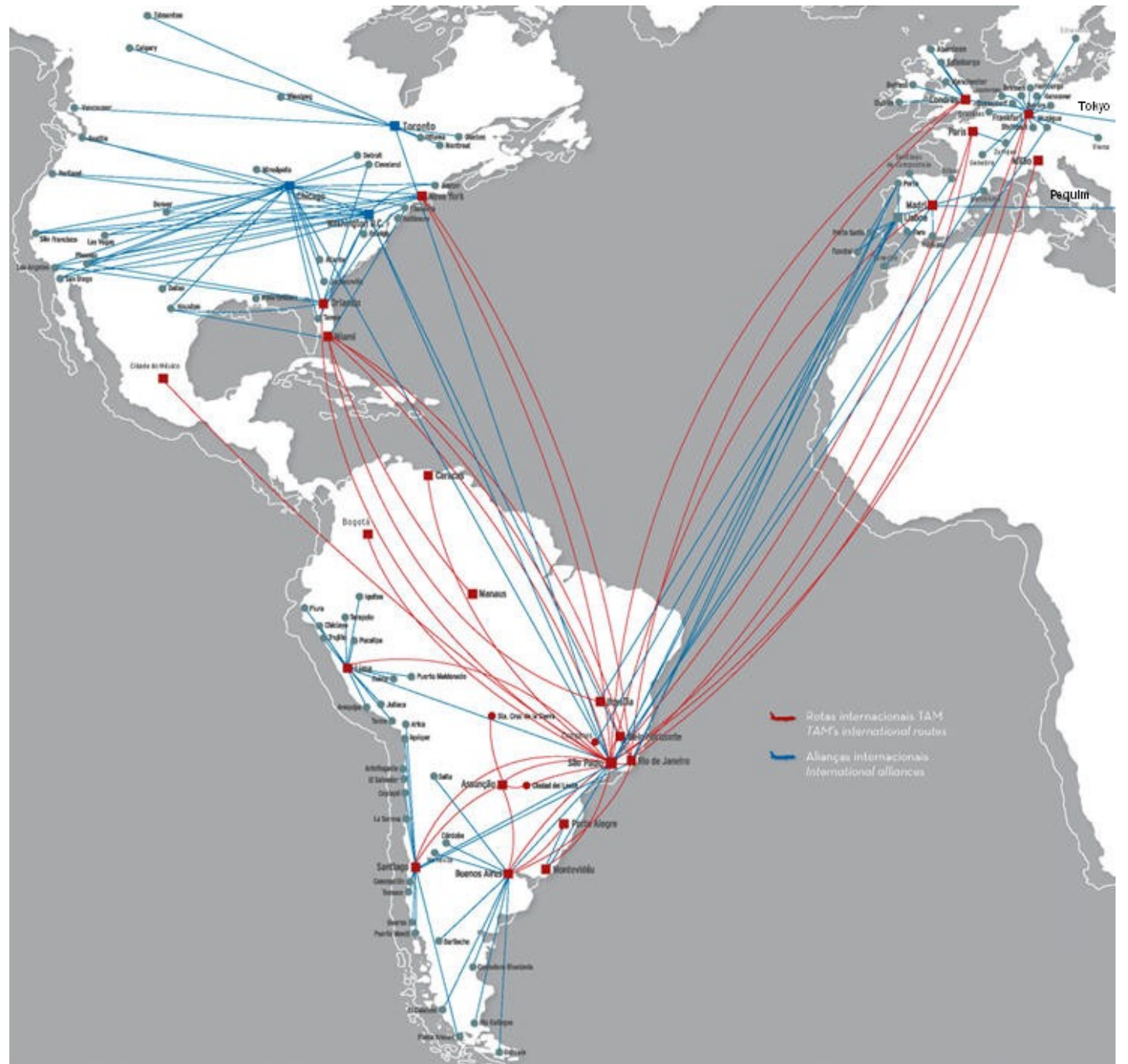
APLICAÇÕES DE GRAFOS

Associando-se significados aos **vértices** e às **arestas**, o grafo passa a constituir um modelo de uma situação ou informação real





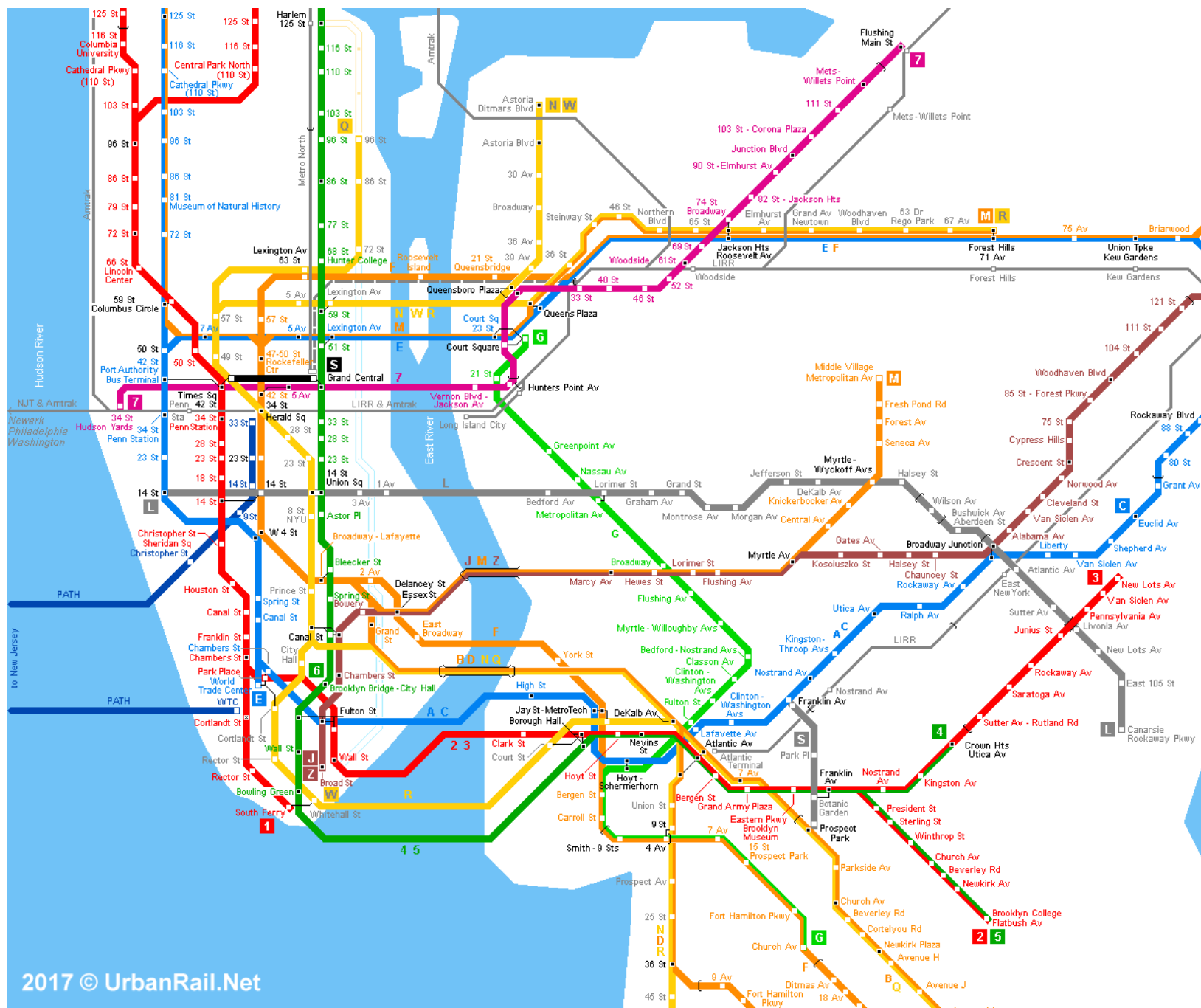
ROTAS DE VOOS



MAPA DE ESTRADAS



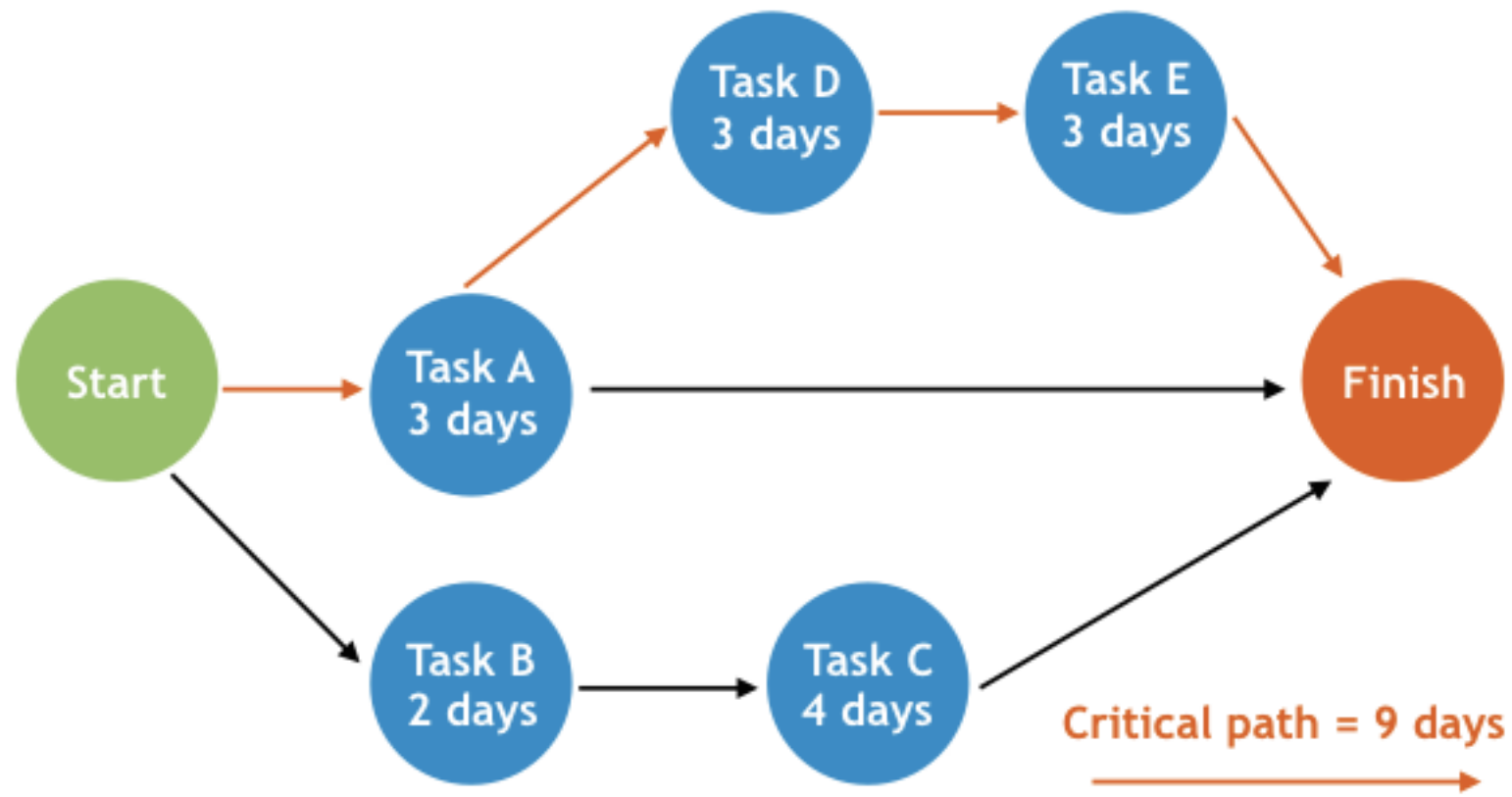
MAPA DE METRÔ



REDES SOCIAIS



PROCESSOS/TAREFAS





E DIVERSAS OUTRAS!

GRAFOS — DEFINIÇÕES

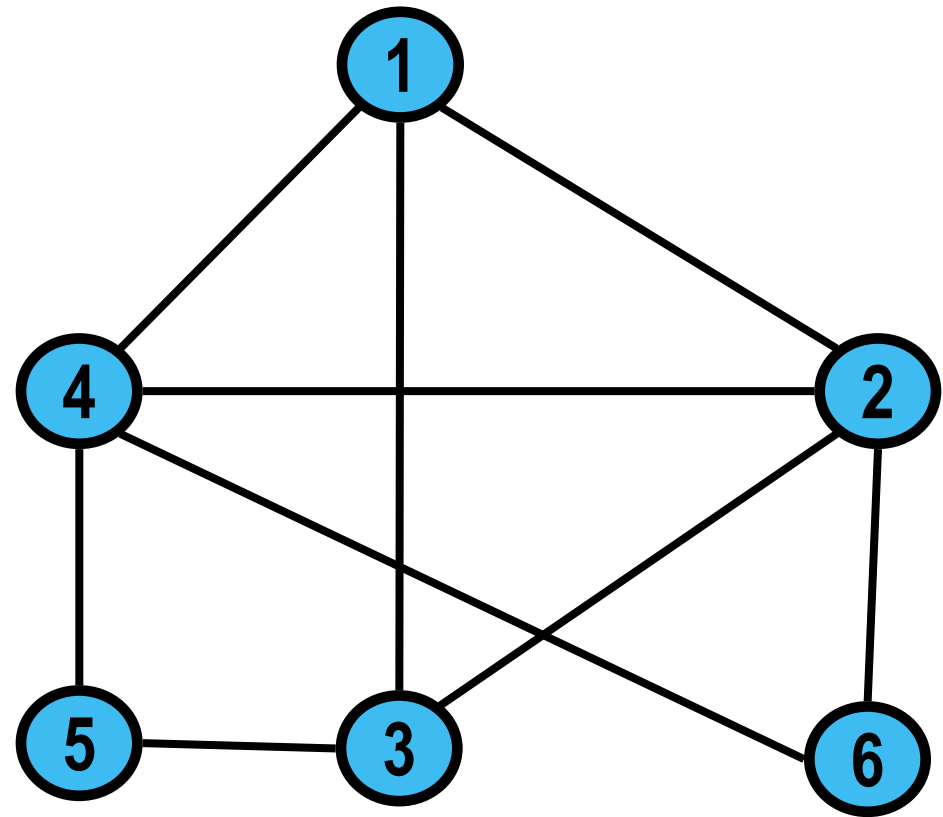
DEFINIÇÃO FORMAL

Um grafo **G** é representado por um conjunto (não vazio) **V** de vértices e um conjunto (possivelmente vazio) **E** de arestas (edges)

$$G = (V, E)$$

$|V|$ é a quantidade de vértices de G

$|E|$ é a quantidade de arestas de G



GRAFOS ORIENTADOS X NÃO ORIENTADOS

As arestas podem ter uma direção ou podem ser bi-direcionais

Grafos **orientados**: as arestas possuem uma direção

- Também são chamados de grafos dirigidos ou **digrafos**

Grafos **não orientados**: as arestas são bi-direcionais (se existe uma conexão $a \rightarrow b$ então também existe uma conexão $b \rightarrow a$)

GRAFO ORIENTADO (DIRIGIDO OU DIGRAFO)

Arestas possuem uma direção

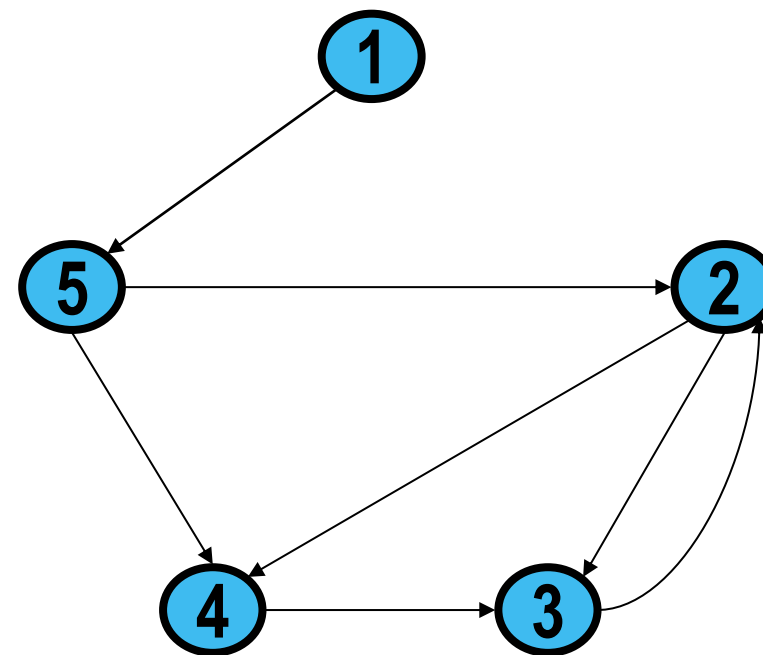
Alguns autores usam o termo **arco** para as arestas de um grafo dirigido

Exemplo:

$$G = (V, E)$$

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$E = \{(1, 5), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (4, 3), (5, 2), (5, 4)\}$$



GRAFO ORIENTADO (DIRIGIDO OU DIGRAFO)

Arestas possuem uma direção

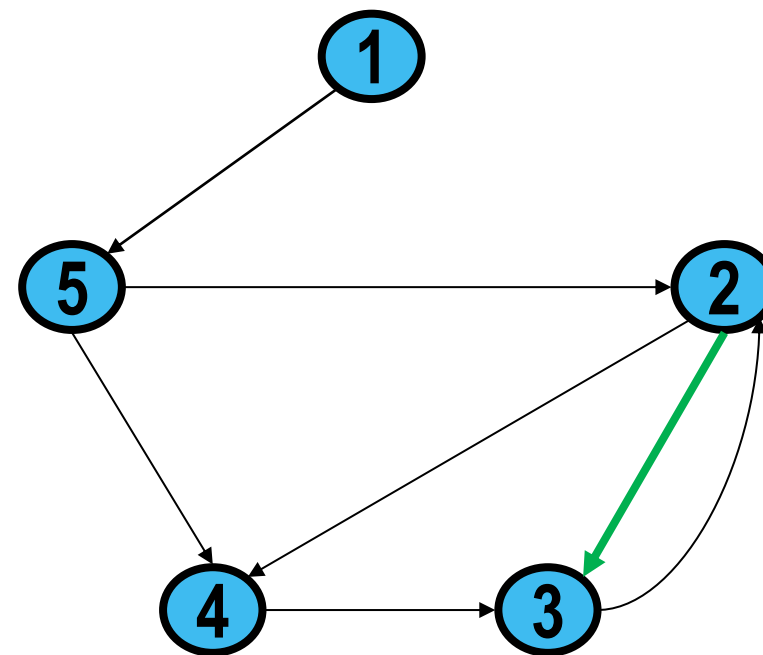
Alguns autores usam o termo **arco** para as arestas de um grafo dirigido

Exemplo:

$$G = (V, E)$$

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

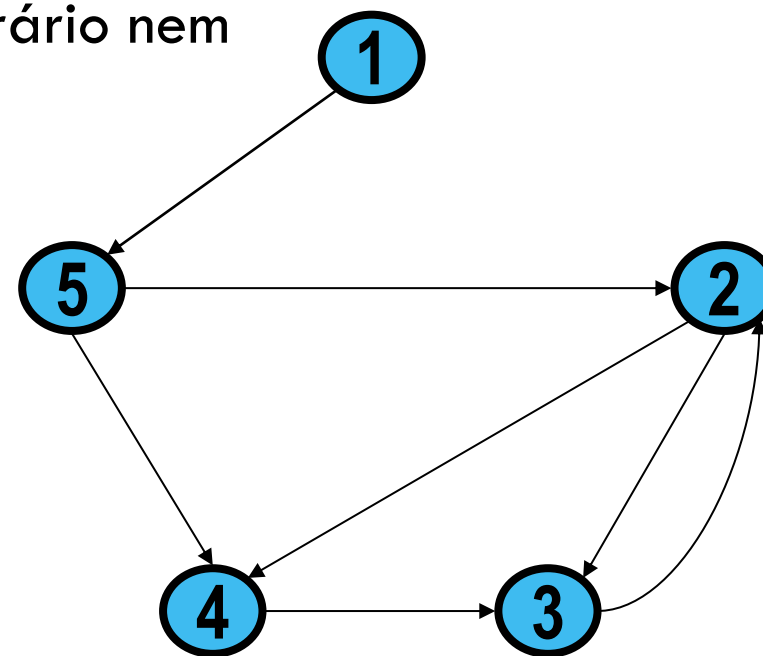
$$E = \{(1, 5), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (4, 3), (5, 2), (5, 4)\}$$



GRAFO ORIENTADO (DIRIGIDO OU DIGRAFO)

Exemplos:

- Malha de transporte urbano (ruas possuem um sentido)
- Pessoa A segue pessoa B no Instagram (mas o contrário nem sempre é verdadeiro)



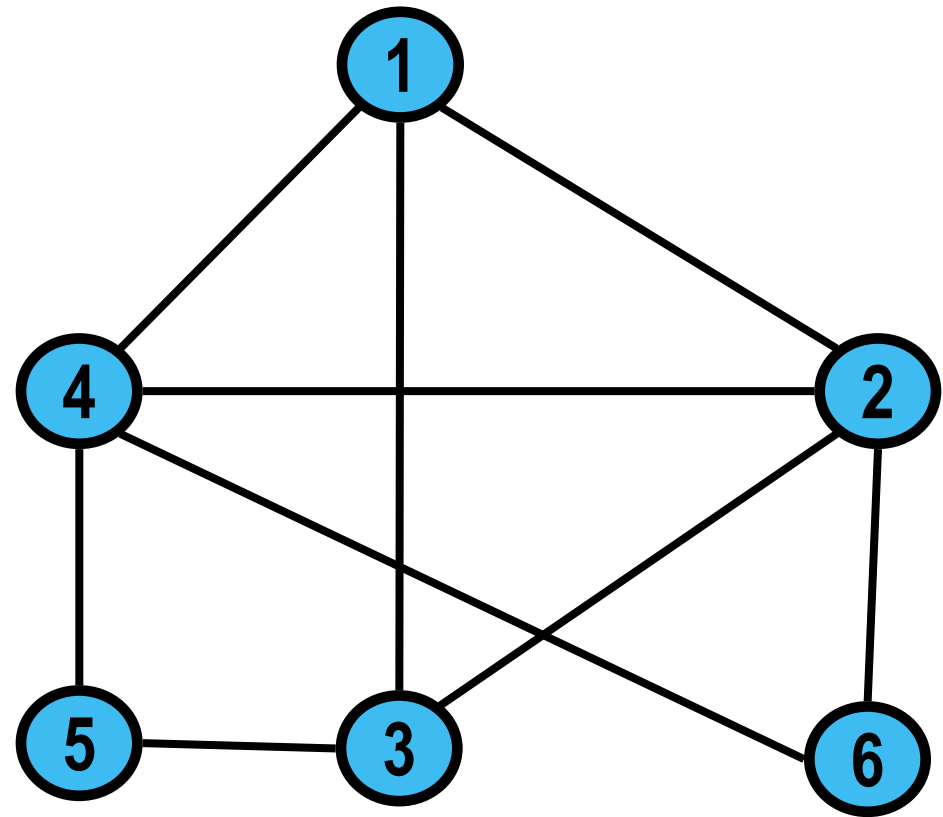
GRAFO NÃO ORIENTADO

Arestas são bi-direcionais

$$G = (V, E)$$

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$E = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}, \{4, 6\}\}$$



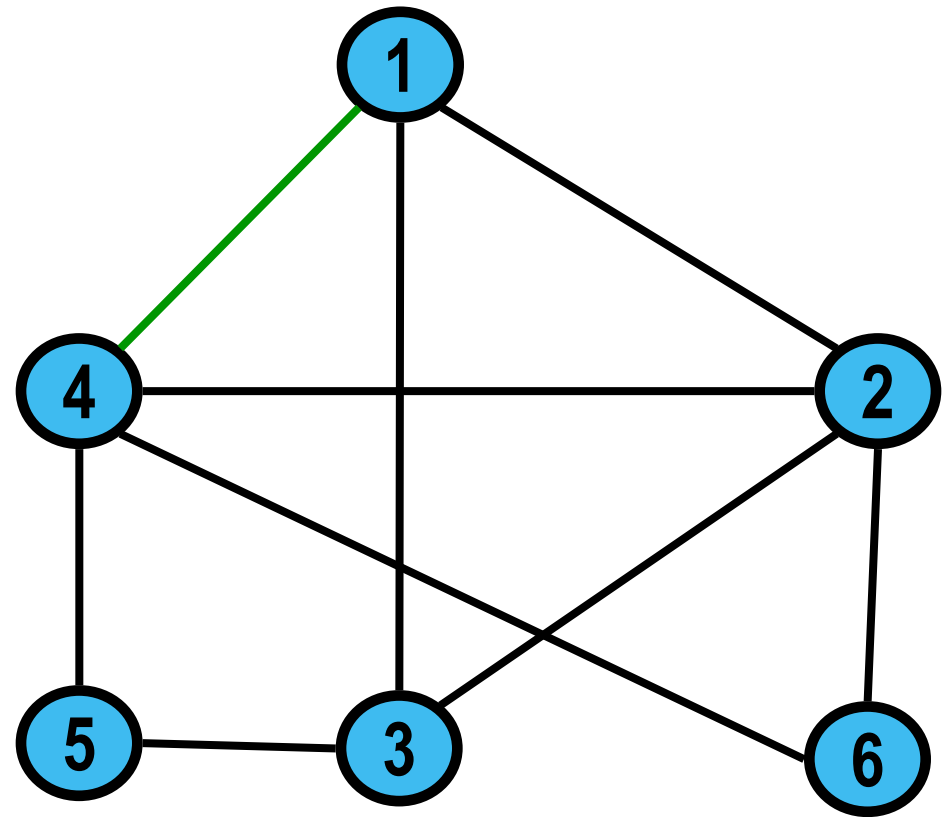
GRAFO NÃO ORIENTADO

Arestas são bi-direcionais

$$G = (V, E)$$

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

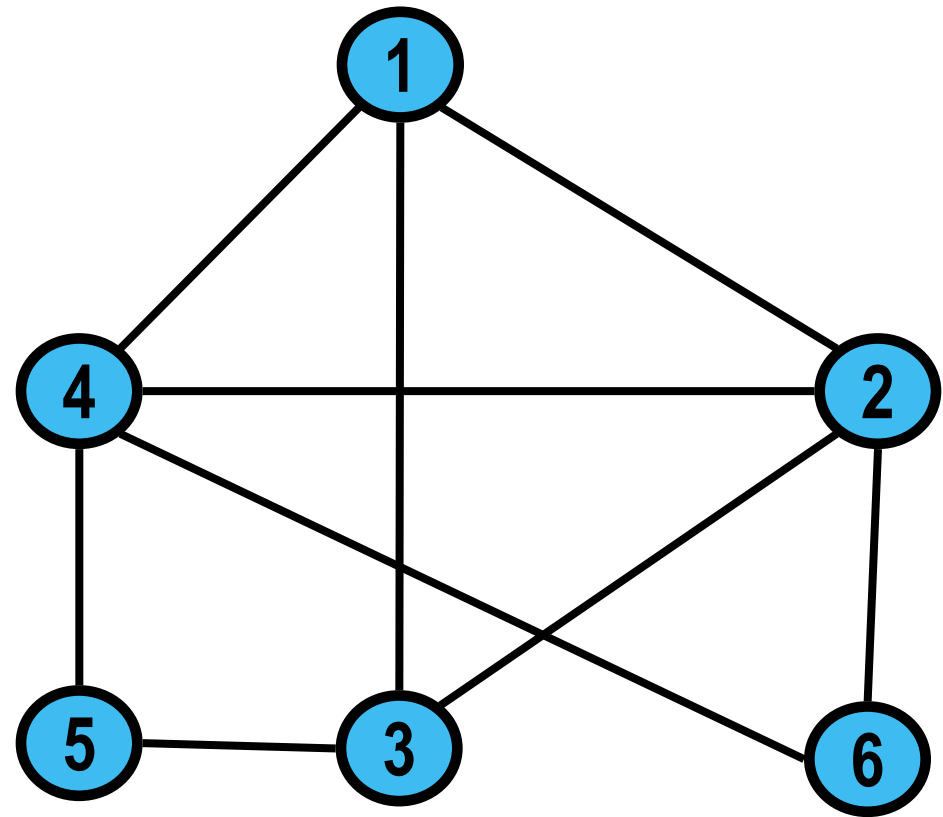
$$E = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}, \{4, 6\}\}$$



GRAFO NÃO ORIENTADO

Exemplo:

- Amigos no Facebook (se A é amigo de B, B também é amigo de A)
- Mapa de cabeamento de uma rede (se é possível enviar dados do ponto A ao ponto B, então também é possível enviar do ponto B ao ponto A)



GRAFOS ORIENTADOS X NÃO ORIENTADOS

Um grafo expressa uma relação binária R

Grafo não orientado

- $\{v1, v2\} \in G(E) \Leftrightarrow v1 R v2 \wedge v2 R v1$
- Exemplo: R = amigo no Facebook

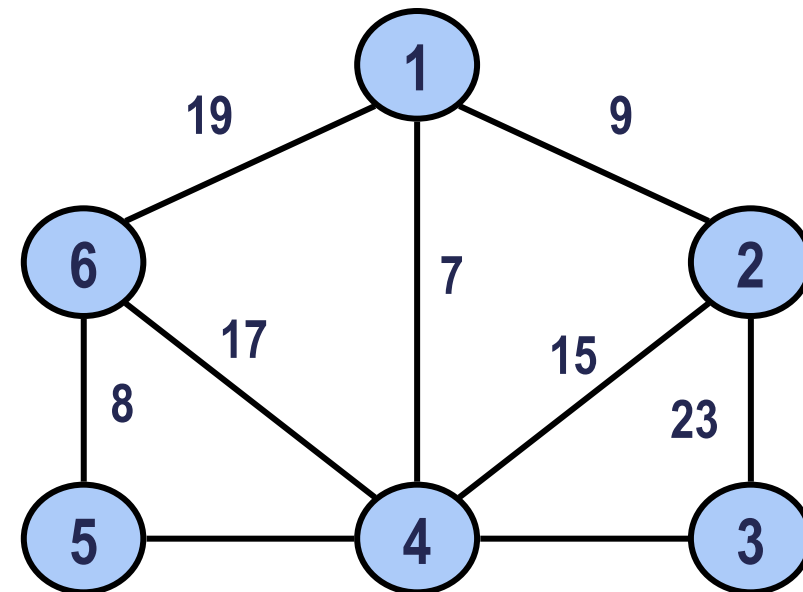
Grafo orientado

- $(v1, v2) \in G(E) \Leftrightarrow v1 R v2$
- Exemplo: R = seguir alguém no Instagram

DEFINIÇÕES E TERMINOLOGIA

Um grafo é **valorado** se possuir valores (**pesos**) associados às arestas e/ou aos vértices

Exemplo: num grafo de rotas de voo, uma aresta pode ser valorada com a **distância** entre os dois aeroportos que ela conecta

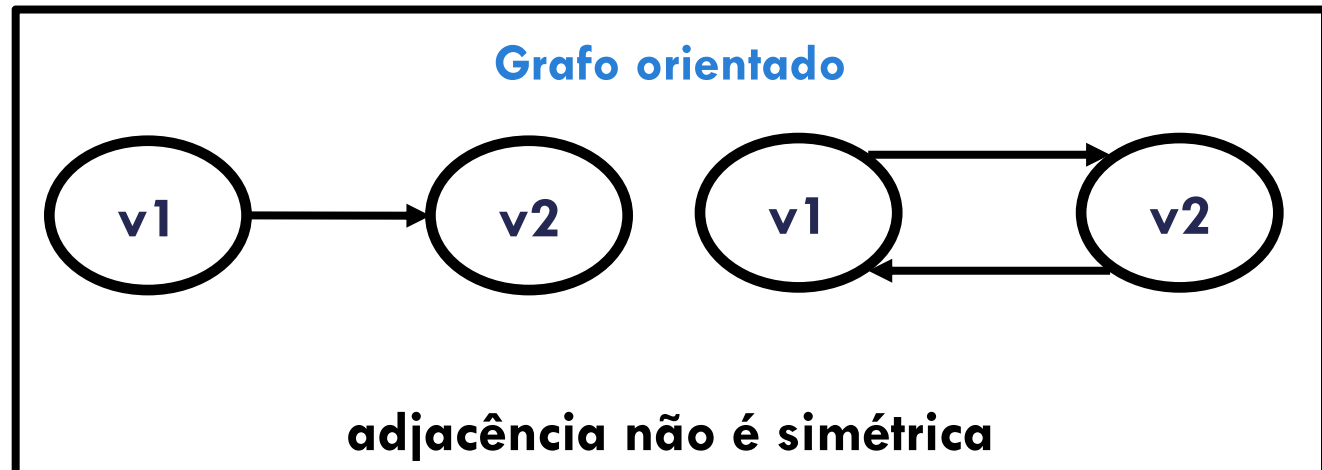
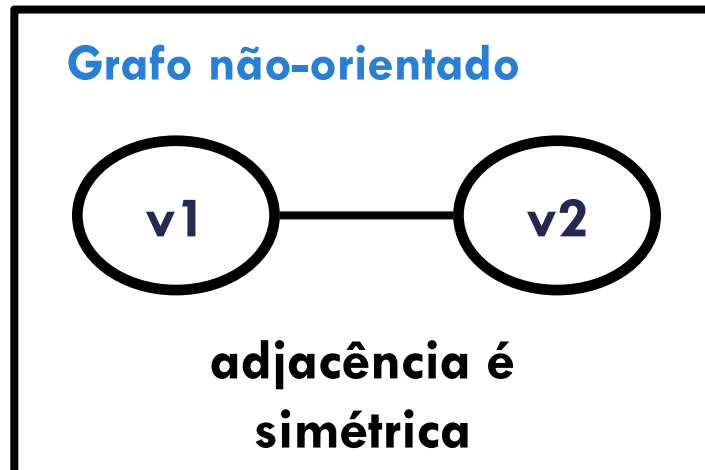


DEFINIÇÕES E TERMINOLOGIA

Um vértice **v1** é **adjacente** a um vértice **v2** em G , se existe uma aresta conectando $v1$ a $v2$ em G .

Em **grafo não orientado**: $v1$ é adjacente a $v2$ se existe aresta $\{v1, v2\}$ (nesse caso $v2$ também é adjacente a $v1$)

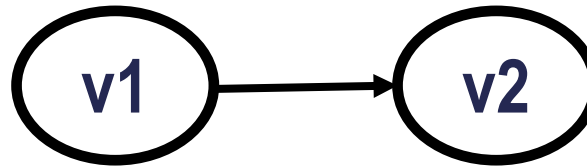
Em **grafo orientado**, $v1$ é adjacente a $v2$ se existe aresta $(v1, v2)$



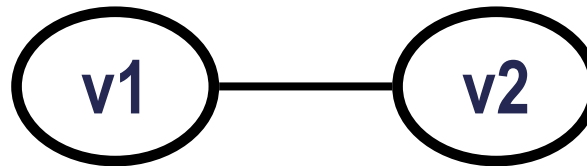
DEFINIÇÕES E TERMINOLOGIA

Dados dois vértices adjacentes $v1$ e $v2$

Em um **grafo orientado**, uma **aresta** $(v1, v2)$ é **incidente de** (sai de) **$v1$** e é **incidente a** (entra em) **$v2$**

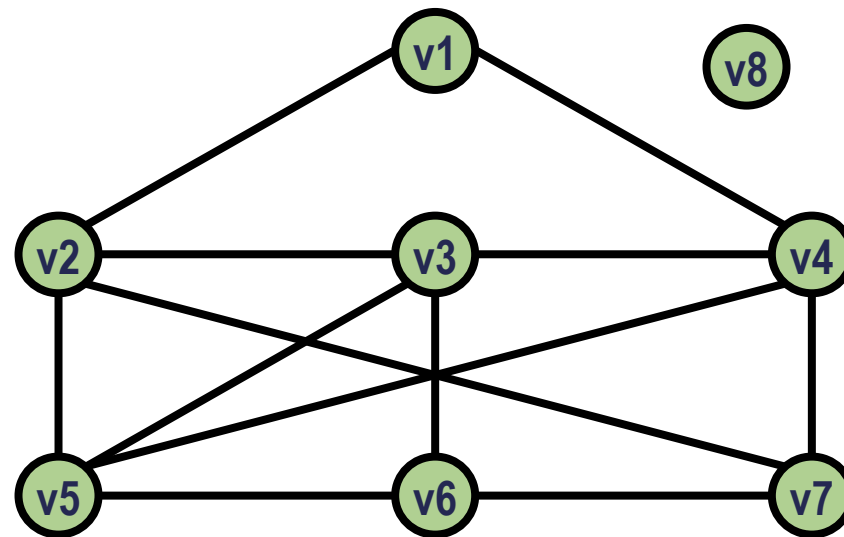


Em um **grafo não orientado**, uma **aresta** $\{v1, v2\}$ é **incidente em** **$v1$** e **$v2$**



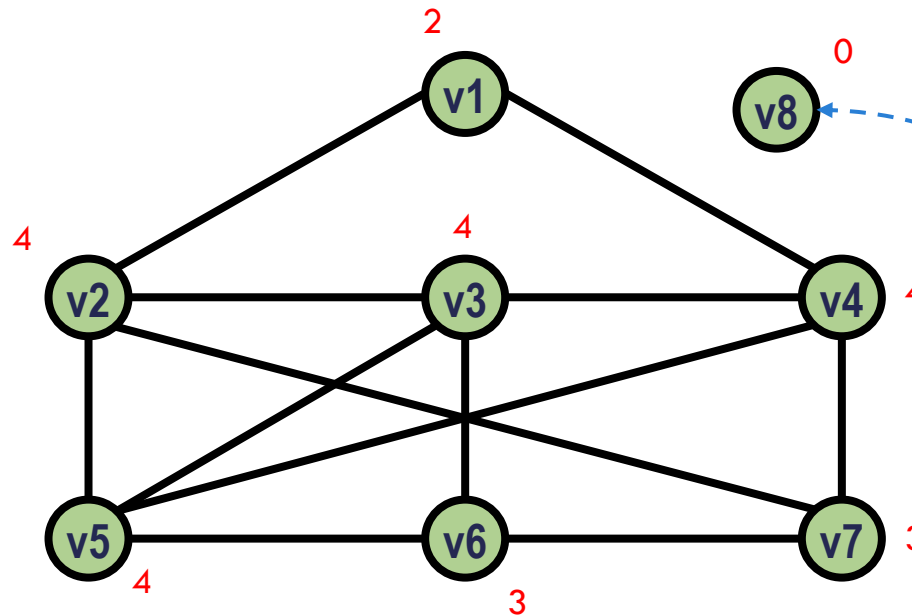
DEFINIÇÕES E TERMINOLOGIA

O **grau** de um vértice é o número de arestas que nele/dele incidem



DEFINIÇÕES E TERMINOLOGIA

O **grau** de um vértice é o número de arestas que nele/dele incidem



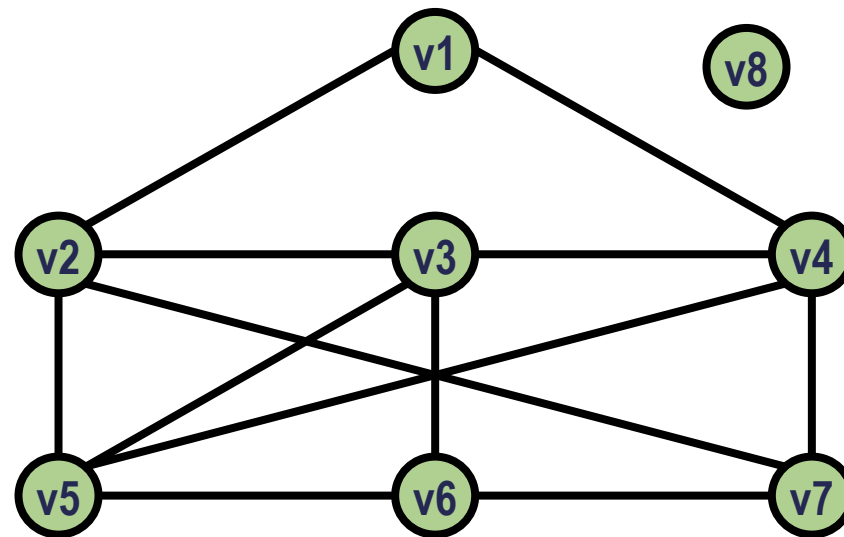
Vértices com **grau 0** são ditos vértices **isolados**

DEFINIÇÕES E TERMINOLOGIA

A **ordem** de um grafo é o número de vértices que ele possui

$$G = (V, E)$$

$$\text{ordem}(G) = |V|$$



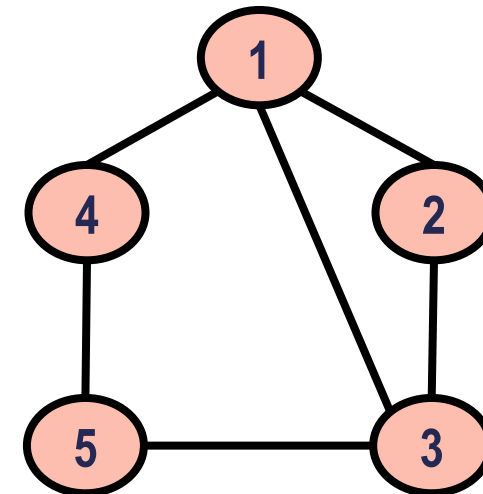
DEFINIÇÕES E TERMINOLOGIA

O **caminho de tamanho k** entre dois vértices **v1** e **v2** é a sequência $\langle v_0, v_1, \dots, v_k \rangle$, onde $v_0 = \mathbf{v1}$, $v_k = \mathbf{v2}$, e $(v_{i-1}, v_i) \in G(E)$ (ou $\{v_{i-1}, v_i\} \in G(E)$ para grafos não orientados) para $i=1..k$

O caminho contém os **vértices** v_0, v_1, \dots, v_k , e as **arestas** $(v_0, v_1), (v_1, v_2), \dots (v_{k-1}, v_k)$ (ou $\{v_0, v_1\}, \{v_1, v_2\}, \dots \{v_{k-1}, v_k\}$ para grafos não orientados)

Exemplo:

- Caminho de tamanho 1 entre os vértices 1 e 3:
 - Vértices: $\{1, 3\}$
 - Arestas: $\{\{1, 3\}\}$
- Caminho de tamanho 2 entre os vértices 1 e 3:
 - Vértices: $\{1, 2, 3\}$
 - Arestas: $\{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$



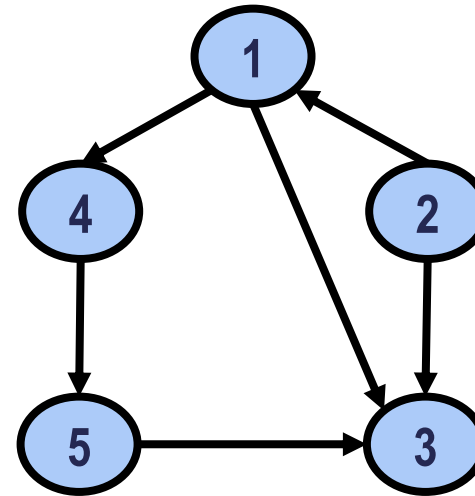
DEFINIÇÕES E TERMINOLOGIA

Se existe um caminho entre v_1 e v_2 , diz-se que v_2 é **alcançável** a partir de v_1

O caminho é **simples** se todos os vértices no caminho são distintos

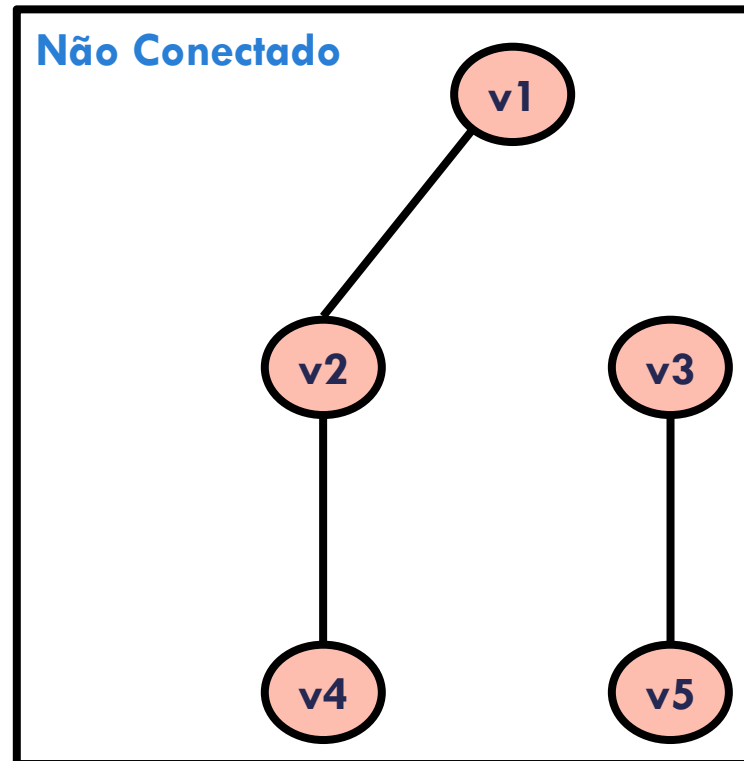
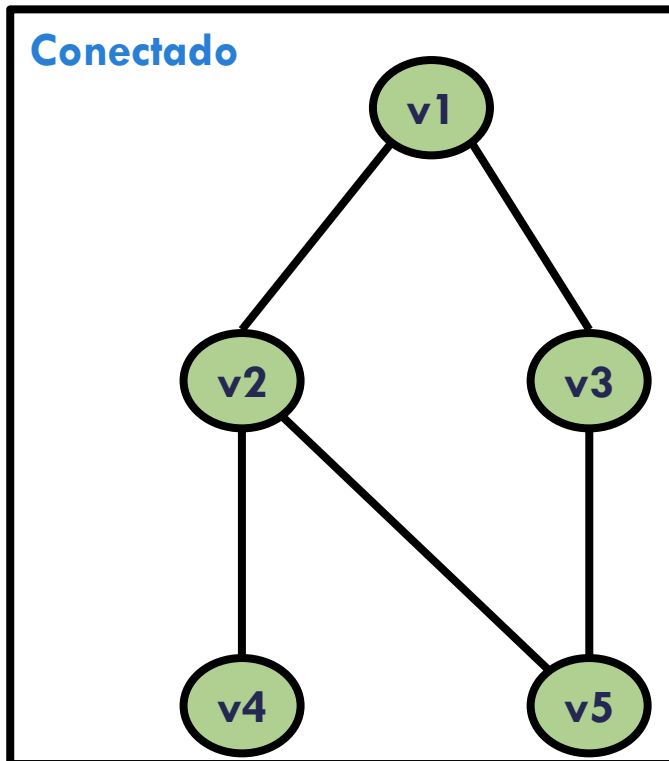
Exemplo:

- 3 é alcançável a partir de 4
- 2 não é alcançável a partir de 1



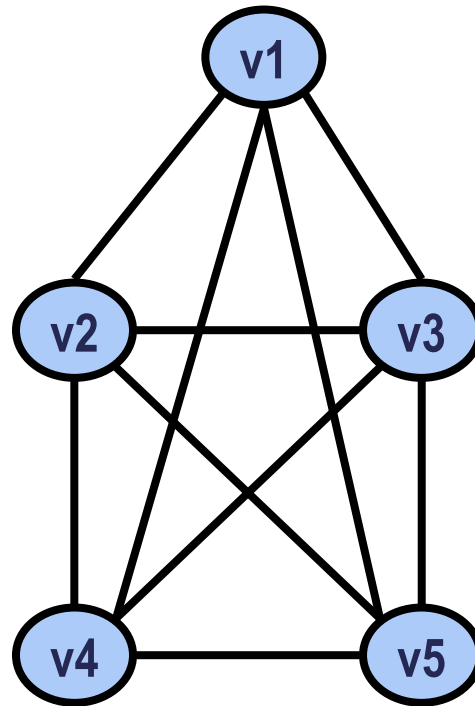
DEFINIÇÕES E TERMINOLOGIA

Um grafo é dito **conectado** se existe um caminho ligando cada par de vértices



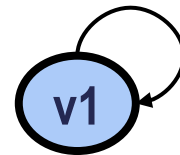
DEFINIÇÕES E TERMINOLOGIA

Um grafo é dito **completo** se todos os seus pares de vértices forem adjacentes



DEFINIÇÕES E TERMINOLOGIA

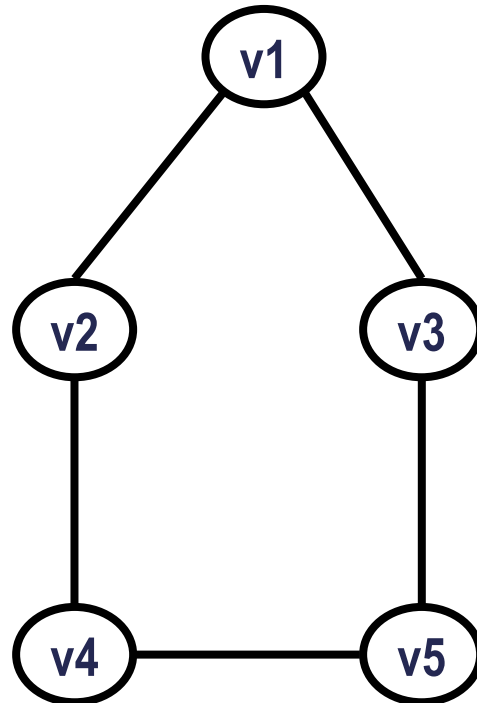
Uma aresta que tem ambas as extremidades em um mesmo vértice é chamada **laço**



DEFINIÇÕES E TERMINOLOGIA

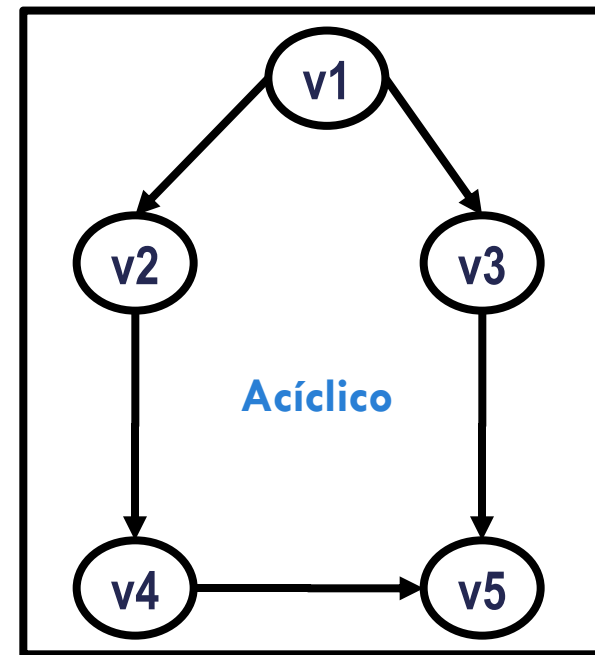
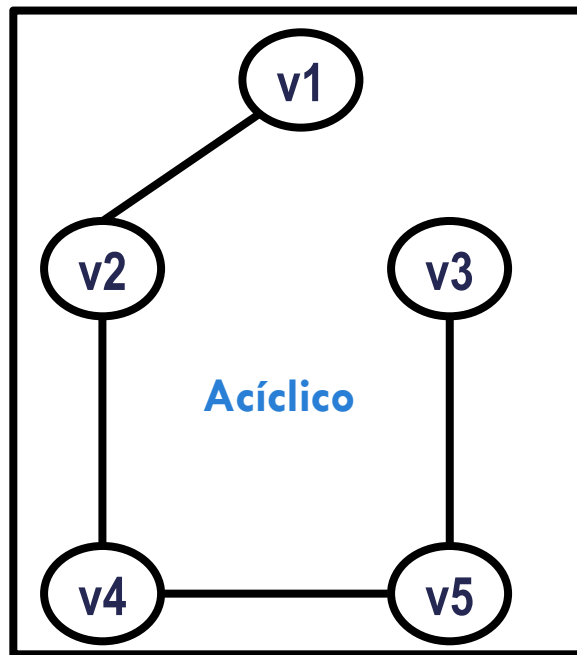
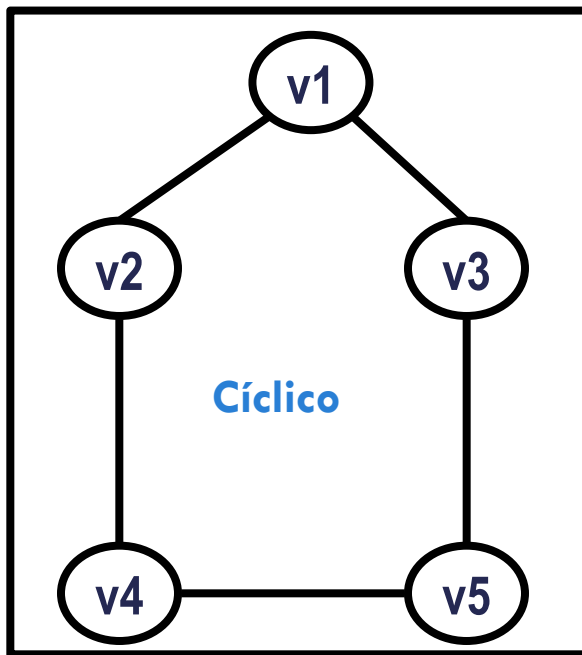
Um caminho $\langle v_0, v_1, \dots, v_k \rangle$ forma um **ciclo** se $v_0 = v_k$ e o caminho contém pelo menos uma aresta

Exemplo: caminho de v_1 a v_1



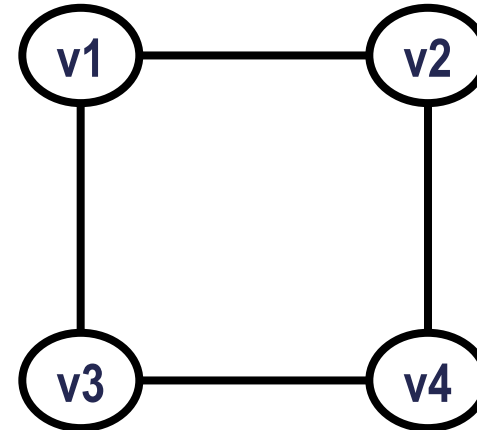
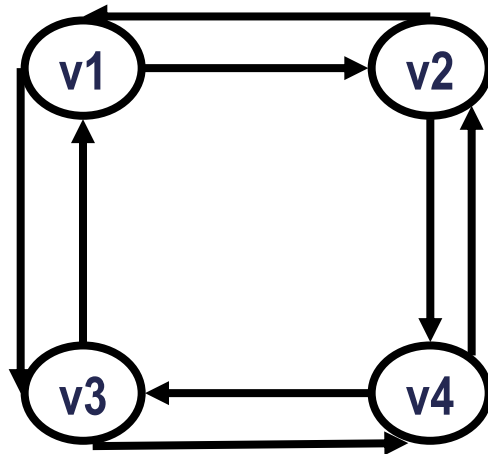
DEFINIÇÕES E TERMINOLOGIA

Um grafo sem ciclos é dito **acíclico**



DEFINIÇÕES E TERMINOLOGIA

Um grafo é dito **simétrico** se para cada aresta (v, w) existe uma aresta (w, v)



GRAFOS — REPRESENTAÇÕES

REPRESENTAÇÃO FÍSICA DE GRAFOS

Matriz de adjacência

Matriz de incidência

Lista de adjacência

Lista de incidência

REPRESENTAÇÃO FÍSICA DE GRAFOS

Matriz de adjacência

Matriz de incidência

Lista de adjacência

Lista de incidência

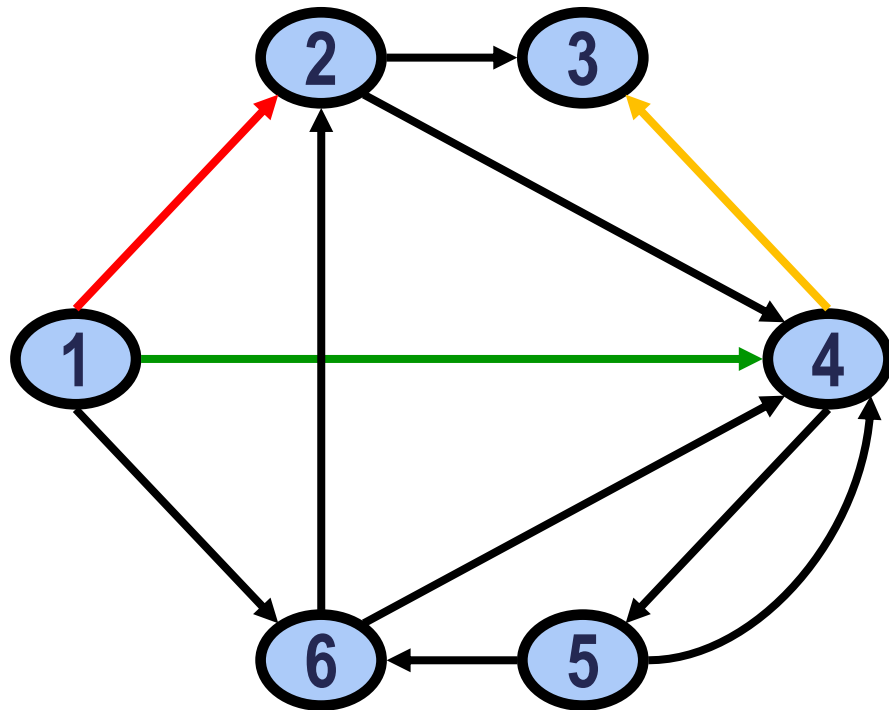
MATRIZ DE ADJACÊNCIA

Matriz de adjacência $A(n \times n)$ de um grafo G de **ordem n** , é uma matriz onde cada elemento $a_{i,j}$ é:

- Grafos orientados:
 - $a_{i,j} = 1$ se $(v_i, v_j) \in G(E)$
 - $a_{i,j} = 0$ se $(v_i, v_j) \notin G(E)$
- Grafos não orientados: $a_{i,j} = a_{j,i}$
 - $a_{i,j} = 1$ se $\{v_i, v_j\} \in G(E)$
 - $a_{i,j} = 0$ se $\{v_i, v_j\} \notin G(E)$

MATRIZ DE ADJACÊNCIA

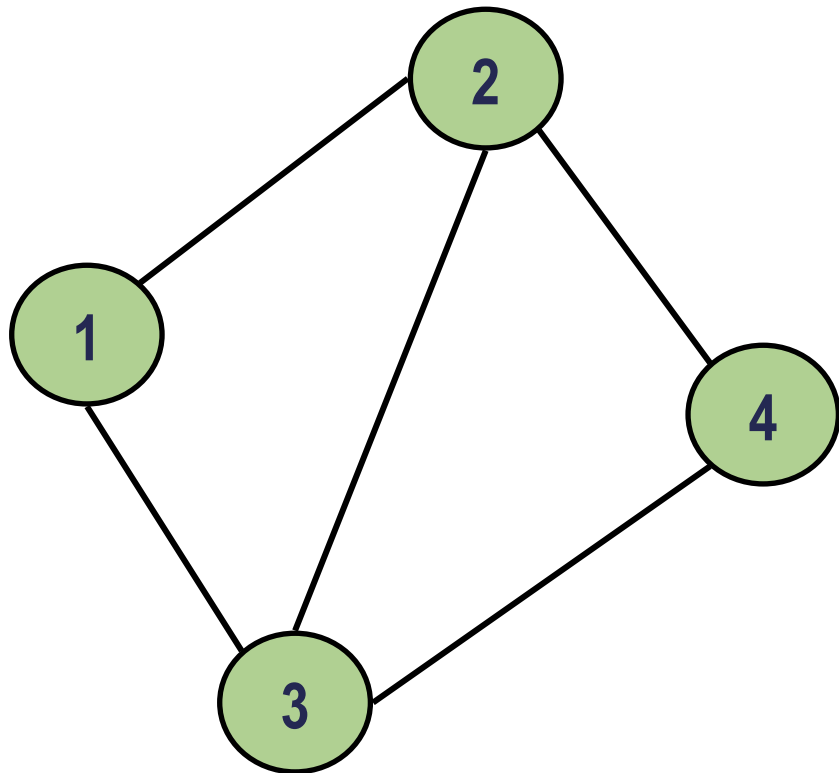
A matriz de adjacência é uma forma de representação de grafos simples, econômica e adequada para muitos problemas que envolvem apenas a estrutura do grafo



vértices

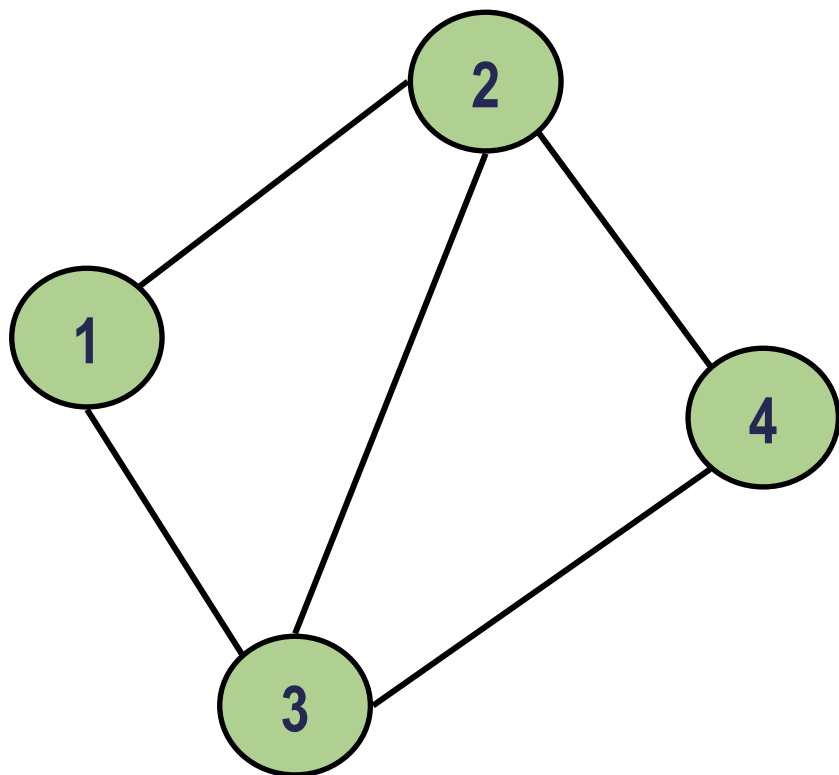
	1	2	3	4	5	6
1	0	1	0	1	0	1
2	0	0	1	1	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	1	0	1	0
5	0	0	0	1	0	1
6	0	1	0	1	0	0

MATRIZ DE ADJACÊNCIA PARA GRAFO NÃO ORIENTADO



	1	2	3	4
1	0	1	1	0
2	1	0	1	1
3	1	1	0	1
4	0	1	1	0

MATRIZ DE ADJACÊNCIA PARA GRAFO NÃO ORIENTADO



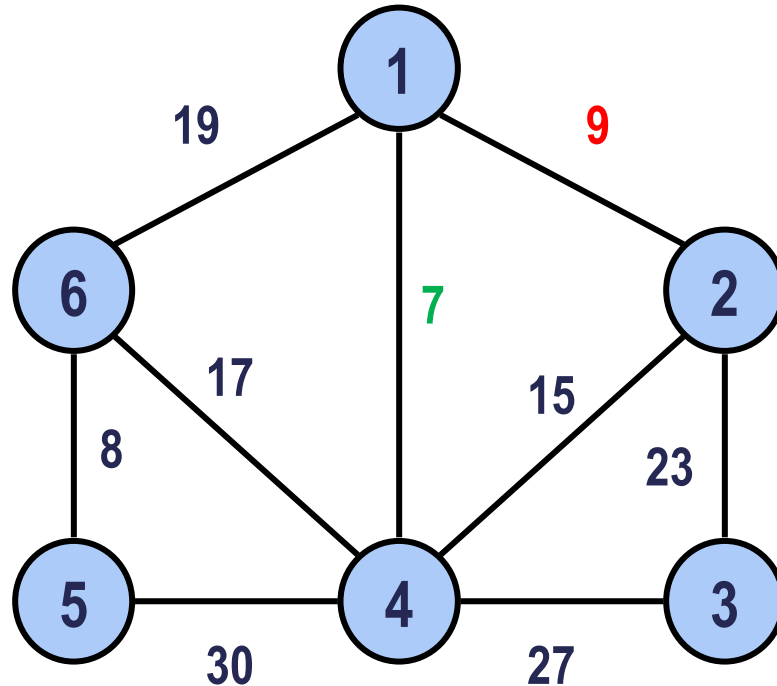
	1	2	3	4
1	0	1	1	0
2		0	1	1
3			0	1
4				0

Matriz é **simétrica**

MATRIZ DE ADJACÊNCIA PARA GRAFOS VALORADOS

Valores associados às linhas podem ser representados por uma extensão simples da Matriz de Adjacência

- $a_{ij} = k$ se $(v_i, v_j) \in G(E)$
- $a_{ij} = *$ se $(v_i, v_j) \notin G(E)$



	1	2	3	4	5	6
1	*	9	*	7	*	19
2	9	*	23	15	*	*
3	*	23	*	27	*	*
4	7	15	27	*	30	17
5	*	*	*	30	*	8
6	19	*	*	17	8	*

MATRIZ DE ADJACÊNCIA

Matriz binária: ocupa pouco espaço, especialmente para grafos grandes

Manipulação simples: recursos para manipular matrizes existem em qualquer linguagem de programação

Fácil determinar se $(v_i, v_j) \in G(E)$

Fácil determinar vértices adjacentes a um determinado vértice v

Quando o grafo é não orientado, a MA é simétrica (mais econômica)

Inserção de novas arestas é fácil

Inserção de novos vértices é **muito difícil**

REPRESENTAÇÃO FÍSICA DE GRAFOS

Matriz de adjacência

Matriz de incidência

Lista de adjacência

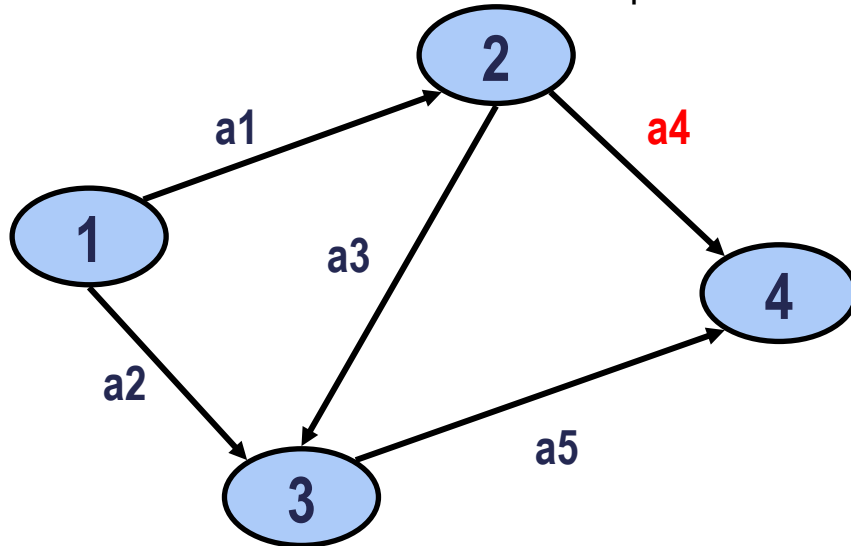
Lista de incidência

MATRIZ DE INCIDÊNCIA

É uma matriz $B(n \times m)$, sendo n o número de vértices, m o número de arestas e:

- $b_{ij} = -1$ se o vértice i é a origem da aresta j
- $b_{ij} = 1$ se o vértice i é o término da aresta j
- $b_{ij} = 0$ se aresta $(i,j) \notin G(E)$

Para grafos não orientados, $b_{ij} = 1$ se a aresta j é incidente ao vértice i .



arestas					
	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5
1	-1	-1	0	0	0
2	1	0	-1	-1	0
3	0	1	1	0	-1
4	0	0	0	1	1

REPRESENTAÇÃO FÍSICA DE GRAFOS

Matriz de adjacência

Matriz de incidência

Lista de adjacência

Listas de incidência

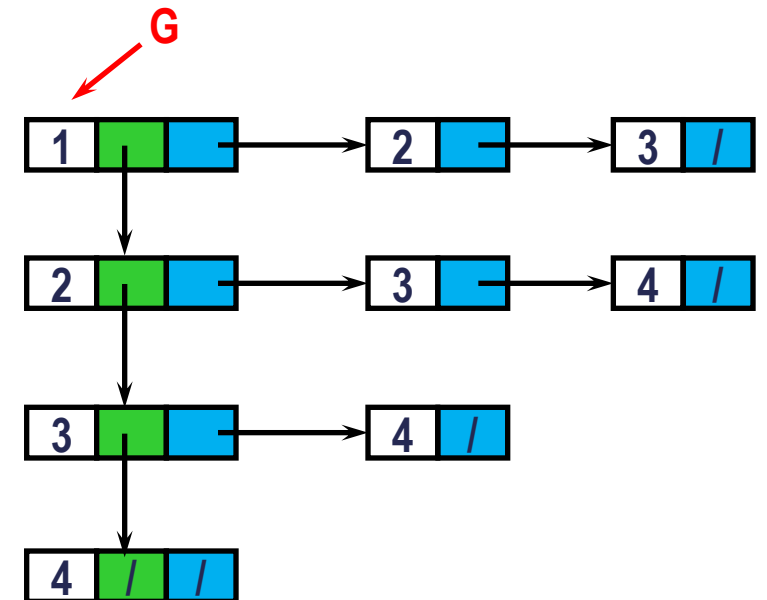
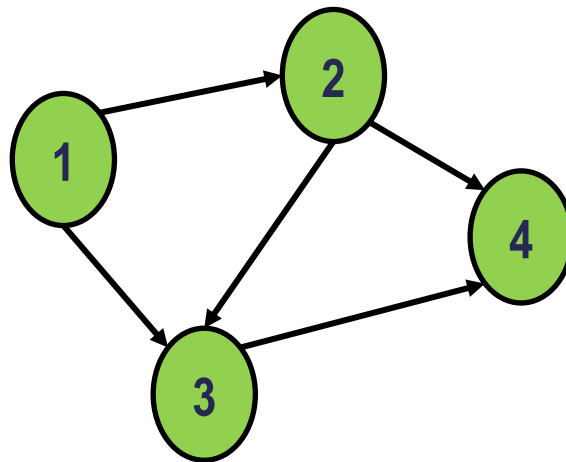
LISTA DE ADJACÊNCIA

Para cada vértice v é representada a lista de vértices u tais que $(v,u) \in G(E)$

Possíveis formas de armazenamento: vetores, vetores + listas encadeadas, listas encadeadas

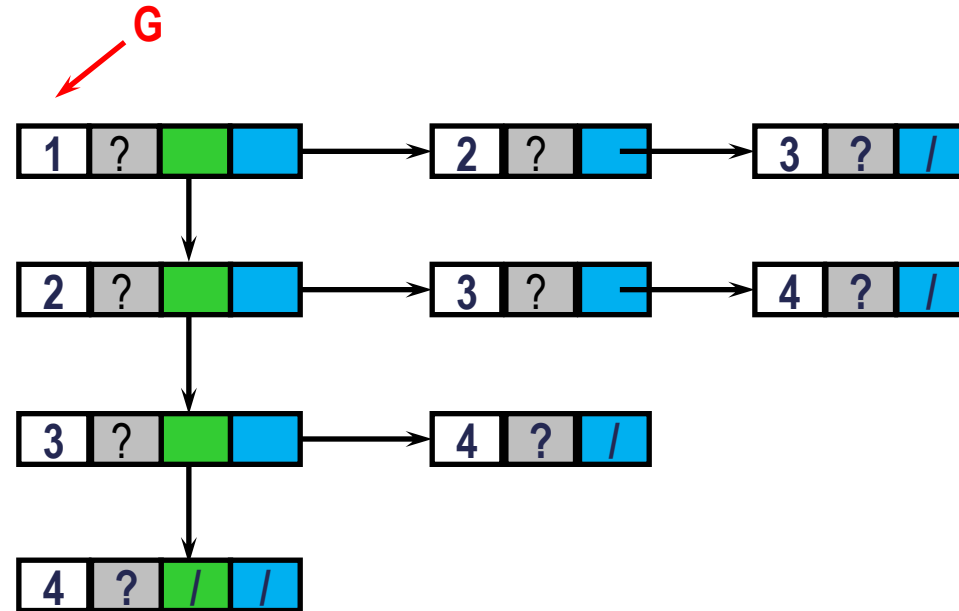
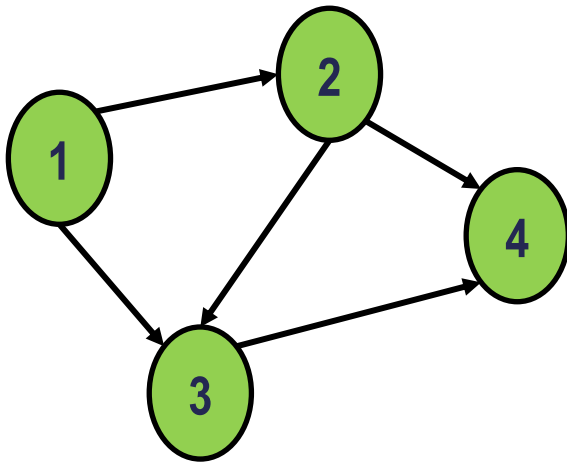
Melhor forma de representação: **listas encadeadas**

- Uso racional do espaço
- Flexibilidade



LISTAS DE ADJACÊNCIA

Nós podem ser estendidos para representar outras informações



REPRESENTAÇÃO FÍSICA DE GRAFOS

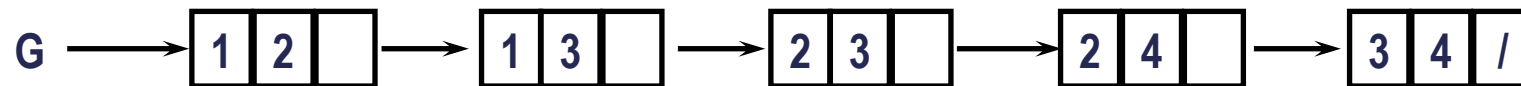
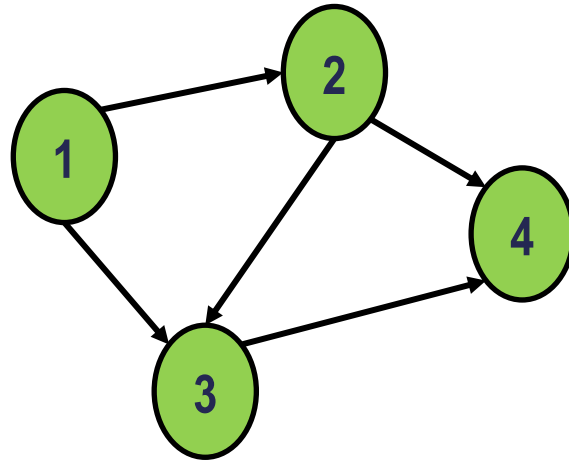
Matriz de adjacência

Matriz de incidência

Lista de adjacência

Lista de incidência

LISTAS DE INCIDÊNCIA



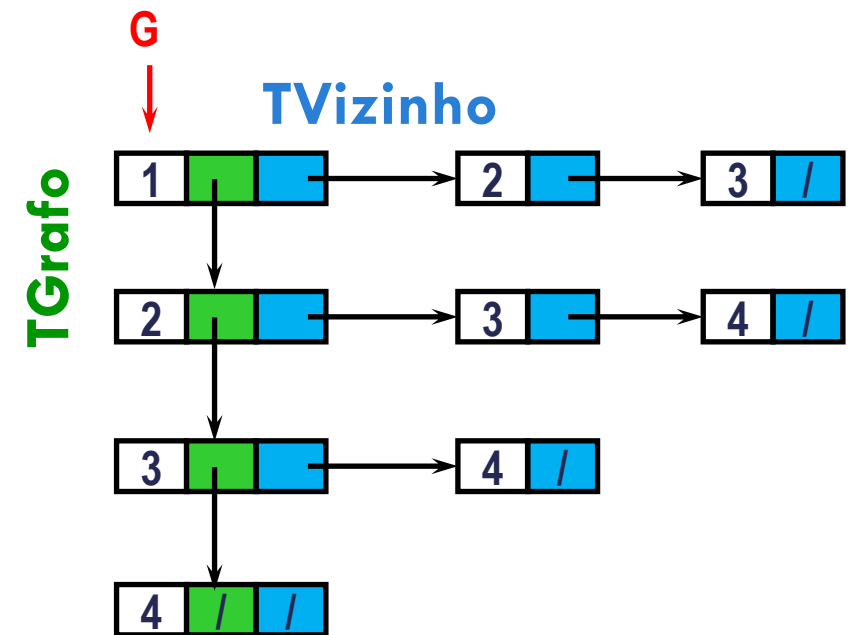
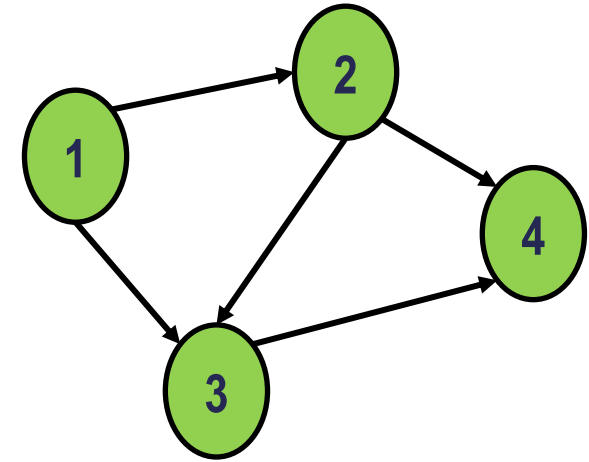
IMPLEMENTAÇÃO

Veremos a implementação de grafos usando **lista de adjacência**

- São flexíveis para acomodar inserções e remoções, ao contrário das matrizes de adjacência e incidência
- Facilitam a identificação dos vértices do grafo, ao contrário das listas de incidência

ESTRUTURA EM C

```
typedef struct vizinho {  
    int id_vizinho;  
    struct vizinho *prox;  
} TVizinho;  
  
typedef struct grafo{  
    int id_vertice;  
    TVizinho *prim_vizinho;  
    struct grafo *prox;  
} TGrafo;
```



INICIALIZAÇÃO DA ESTRUTURA

```
TGrafo *inicializa() {  
    return NULL;  
}
```

IMPRESSÃO DO GRAFO

```
void imprime(TGrafo *g) {
    while(g != NULL) {
        printf("Vértice %d\n", g->id_vertice);
        printf("Vizinhos: ");
        TVizinho *v = g->prim_vizinho;
        while(v != NULL) {
            printf("%d ", v->id_vizinho);
            v = v->prox;
        }
        printf("\n\n");
        g = g->prox;
    }
}
```

LIBERAÇÃO DA ESTRUTURA

```
void libera(TGrafo *g) {
    while(g != NULL) {
        libera_vizinhos(g->prim_vizinho);
        TGrafo *temp = g;
        g = g->prox;
        free(temp);
    }
}

void libera_vizinhos(TVizinho *v) {
    while(v != NULL) {
        TVizinho *temp = v;
        v = v->prox;
        free(temp);
    }
}
```

GRAFOS — ALGORITMOS BÁSICOS

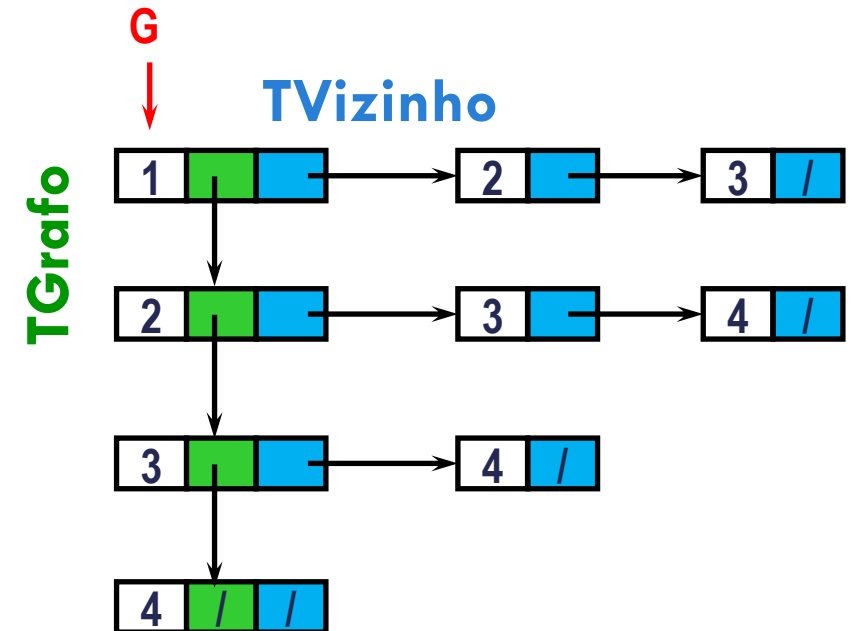
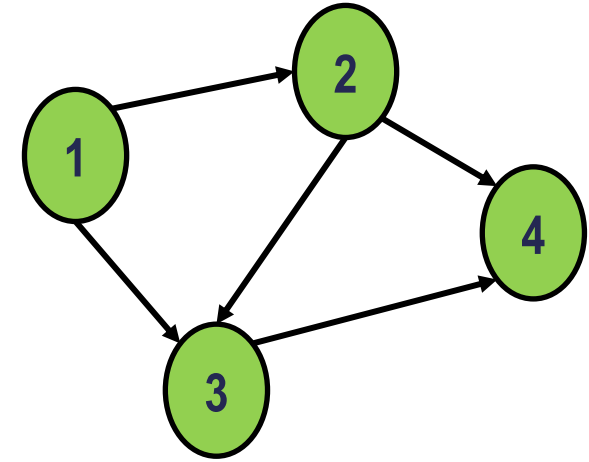
BUSCA

Busca por um vértice **v1**

- Basta percorrer a lista de vértices até encontrar **v1**

Busca por uma aresta (**v1**, **v2**)

- Percorrer a lista de vértices até encontrar **v1**
- Depois percorrer a lista de vizinhos de **v1** até encontrar **v2**



BUSCA POR VÉRTICE X

```
TGrafo* busca_vertice(TGrafo* g, int x) {  
    while((g != NULL) && (g->id_vertice != x)) {  
        g = g->prox;  
    }  
    return g;  
}
```

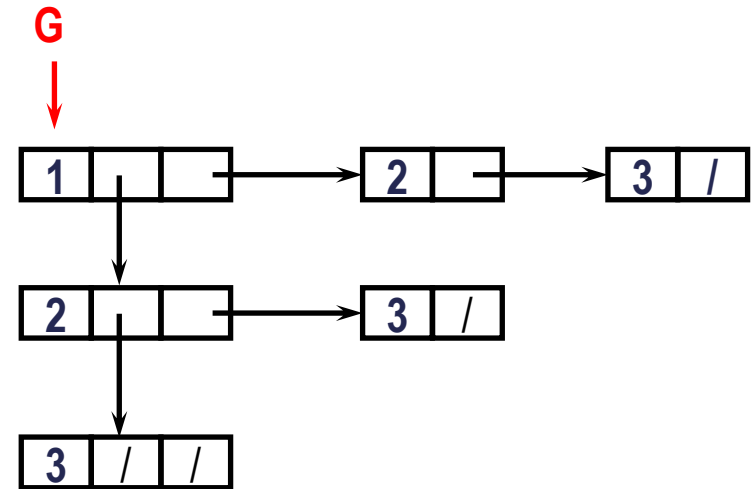
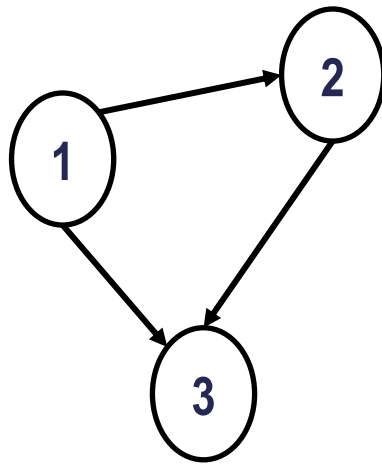
BUSCA POR ARESTA (V1, V2) OU {V1, V2}

```
TVizinho* busca_aresta(TGrafo *g, int v1, int v2) {
    TGrafo *pv1 = busca_vertice(g, v1);
    TGrafo *pv2 = busca_vertice(g, v2);
    TVizinho *resp = NULL;
    //checa se ambos os vértices existem
    if((pv1 != NULL) && (pv2 != NULL)) {
        //percorre a lista de vizinhos de v1 procurando por v2
        resp = pv1->prim_vizinho;
        while ((resp != NULL) && (resp->id_vizinho != v2)) {
            resp = resp->prox;
        }
    }
    return resp;
}
```


INSERÇÃO DE VÉRTICE

Inserir o vértice na lista encadeada de vértices, como **primeiro vértice da lista**

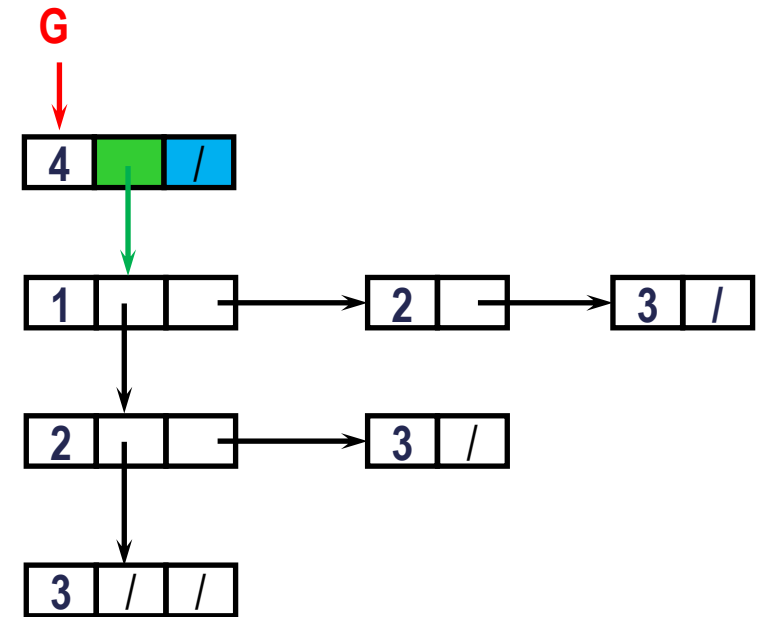
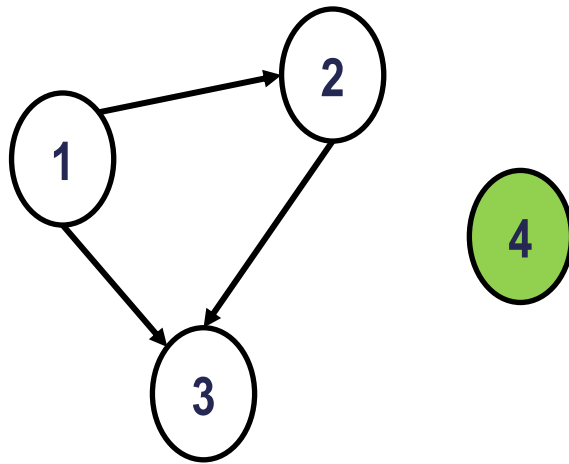
Exemplo: inserir vértice 4



INSERÇÃO DE VÉRTICE

Insere o vértice na lista encadeada de vértices, como primeiro vértice da lista

Exemplo: inserir vértice 4



INSERÇÃO DE VÉRTICE

```
TGrafo *insere_vertice(TGrafo *g, int x) {  
    TGrafo *p = busca_vertice(g, x);  
    if(p == NULL) {  
        p = (TGrafo*) malloc(sizeof(TGrafo));  
        p->id_vertice = x;  
        p->prox = g;  
        p->prim_vizinho = NULL;  
        g = p;  
    }  
    return g;  
}
```

INSERÇÃO DE ARESTA

Grafo não orientado

- **Inserção de aresta $\{v1, v2\}$:** inserir $v2$ na lista de vizinhos de $v1$, e $v1$ na lista de vizinhos de $v2$ (ou seja, inserir as arestas $(v1, v2)$ e $(v2, v1)$)

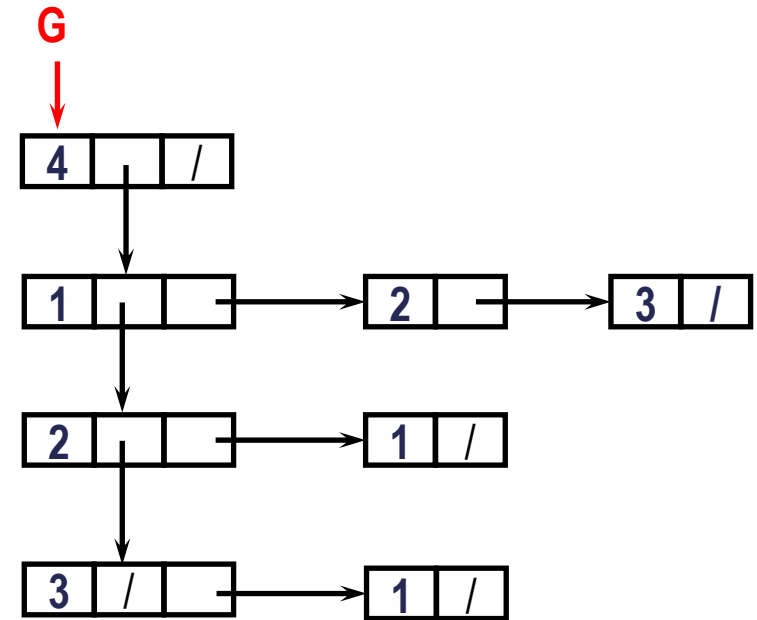
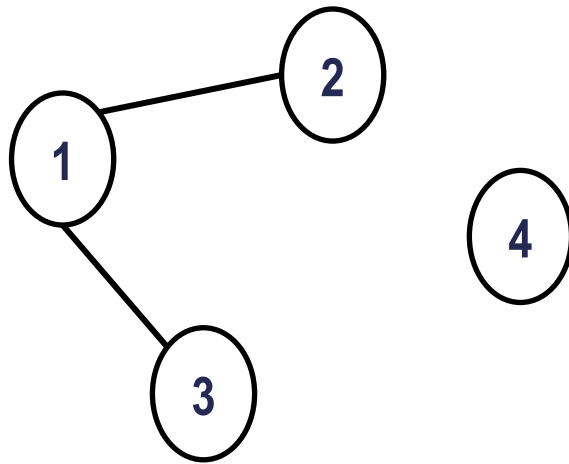
Grafo orientado (dígrafo)

- **Inserção de aresta $(v1, v2)$:** inserir $v2$ na lista de vizinhos de $v1$

Em ambos os casos, verificar se a aresta já existe antes de realizar a inserção

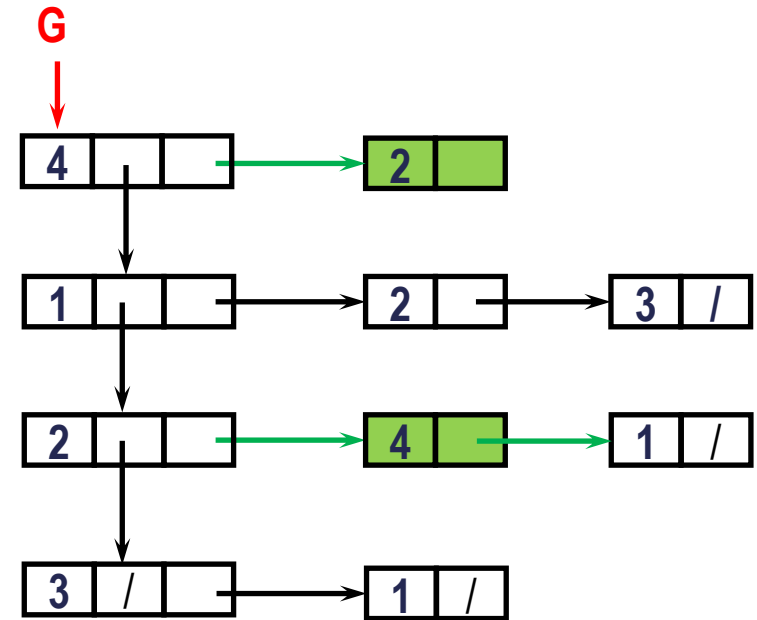
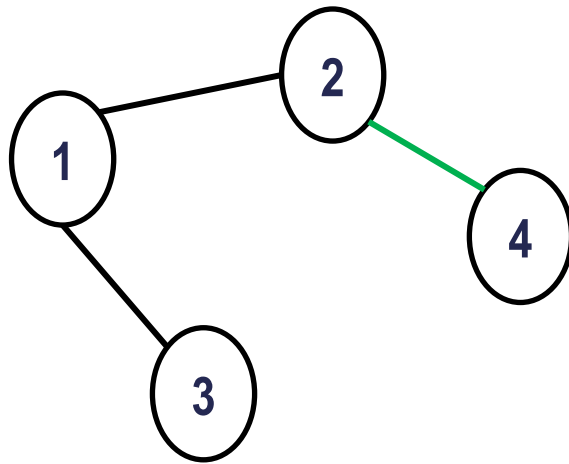
INSERÇÃO DE ARESTA EM GRAFO NÃO ORIENTADO

Exemplo: Inserir aresta {2, 4}



INSERÇÃO DE ARESTA EM GRAFO NÃO ORIENTADO

Exemplo: Inserir aresta {2, 4}



INSERÇÃO DE ARESTA EM GRAFO NÃO ORIENTADO

```
void insere_um_sentido(TGrafo *g, int v1, int v2) {
    TGrafo *p = busca_vertice(g, v1);
    TVizinho *nova = (TVizinho *) malloc(sizeof(TVizinho));
    nova->id_vizinho = v2;
    nova->prox = p->prim_vizinho;
    p->prim_vizinho = nova;
}
```

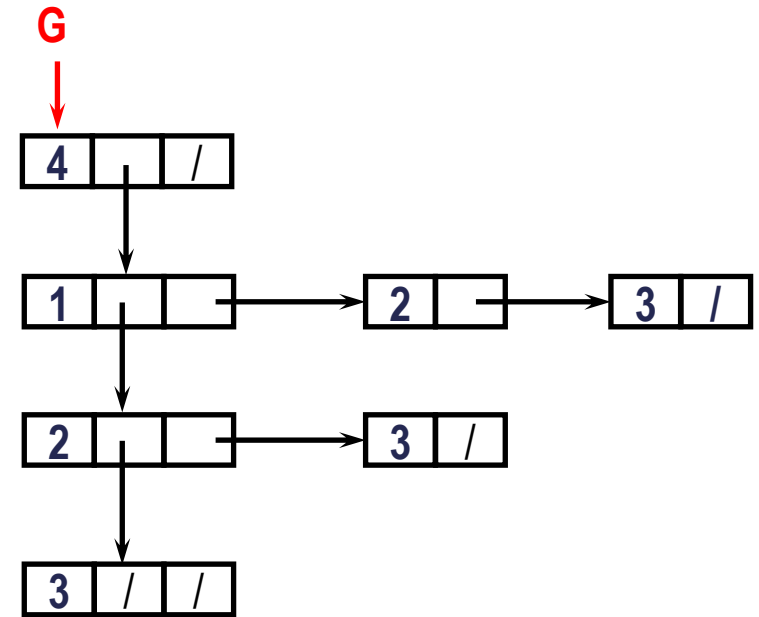
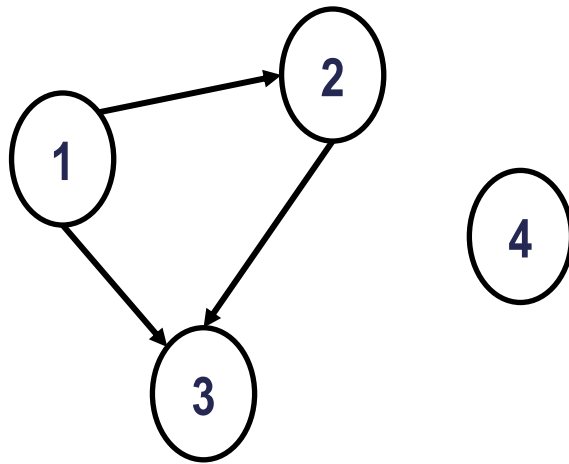
```
void insere_aresta(TGrafo *g, int v1, int v2) {
    TVizinho *v = busca_aresta(g, v1, v2);
    if (v == NULL)
        insere_um_sentido(g, v1, v2);
        insere_um_sentido(g, v2, v1);
}
```



*Se grafo é não orientado,
usar essa função*

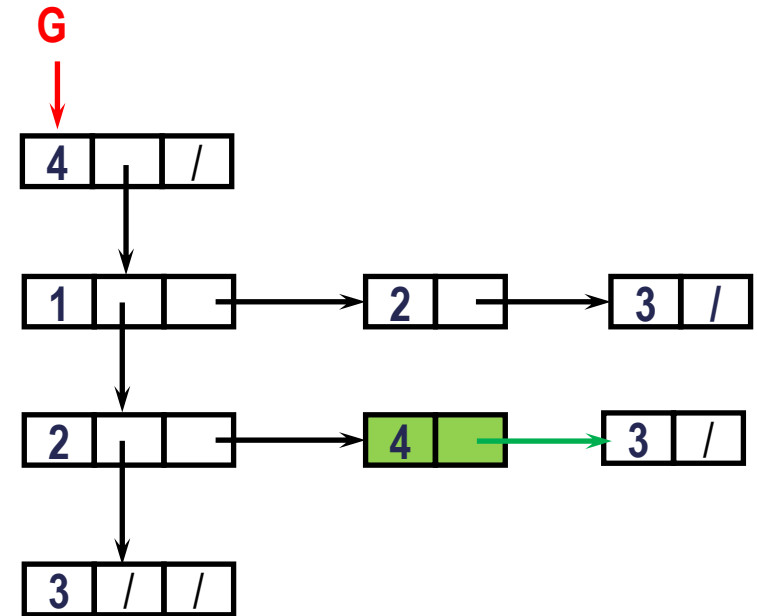
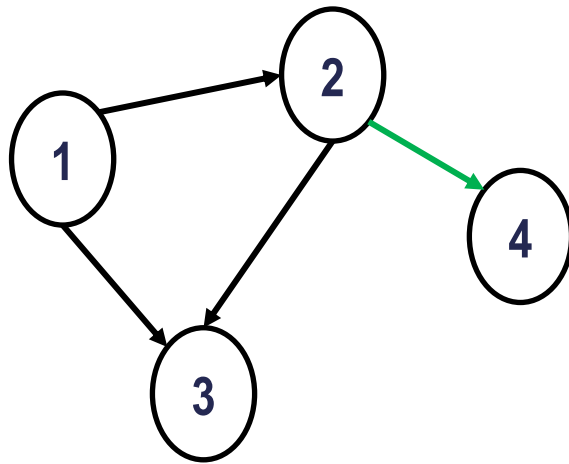
INSERÇÃO DE ARESTA EM DIGRAFO

Exemplo: Inserir aresta (2, 4)



INSERÇÃO DE ARESTA EM DIGRAFO

Exemplo: Inserir aresta (2, 4)



INSERÇÃO DE ARESTA EM DIGRAFO

```
void insere_aresta_digrafo(TGrafo *g, int v1, int v2) {  
    TVizinho *v = busca_aresta(g, v1, v2);  
    if(v == NULL) {  
        insere_um_sentido(g, v1, v2);  
    }  
}
```

EXCLUSÃO DE ARESTA

Grafo não orientado

- **Exclusão de aresta $\{v1, v2\}$** : excluir $v2$ da lista de vizinhos de $v1$, e $v1$ da lista de vizinhos de $v2$ (ou seja, excluir as arestas $(v1, v2)$ e $(v2, v1)$)

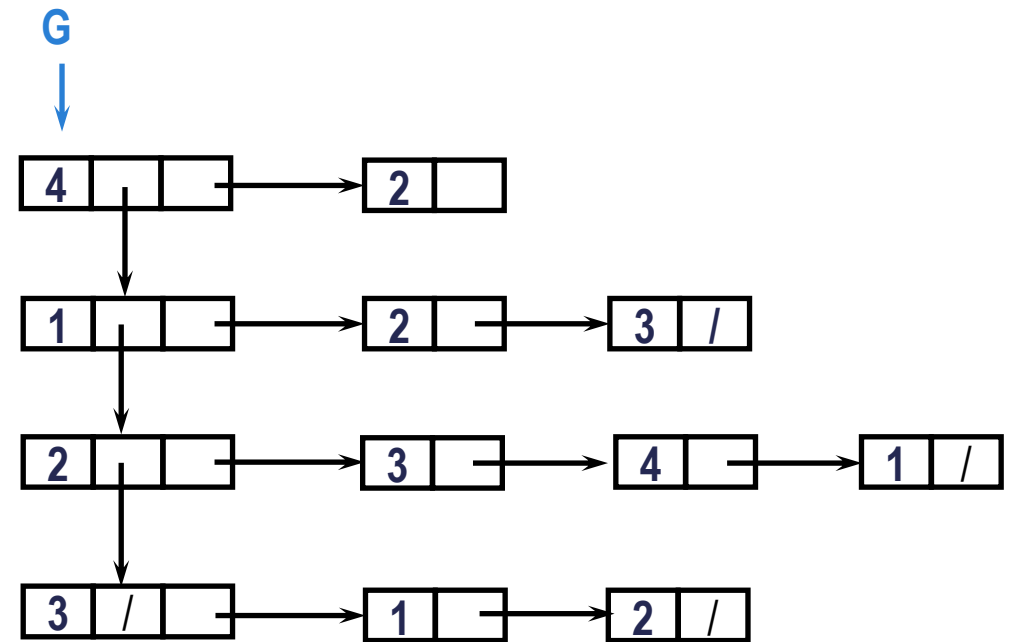
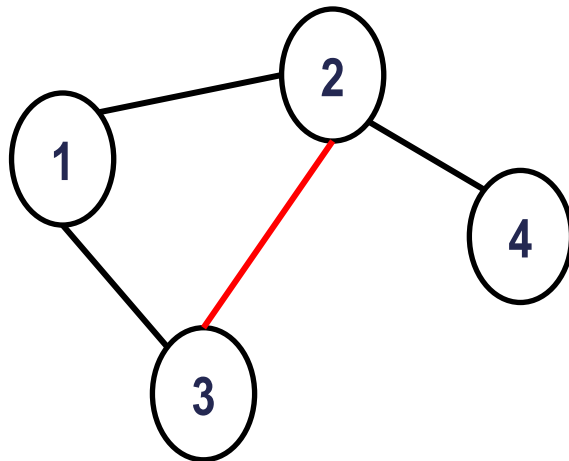
Grafo orientado (dígrafo)

- **Exclusão de aresta $(v1, v2)$** : excluir $v2$ da lista de vizinhos de $v1$

Em ambos os casos, liberar a memória

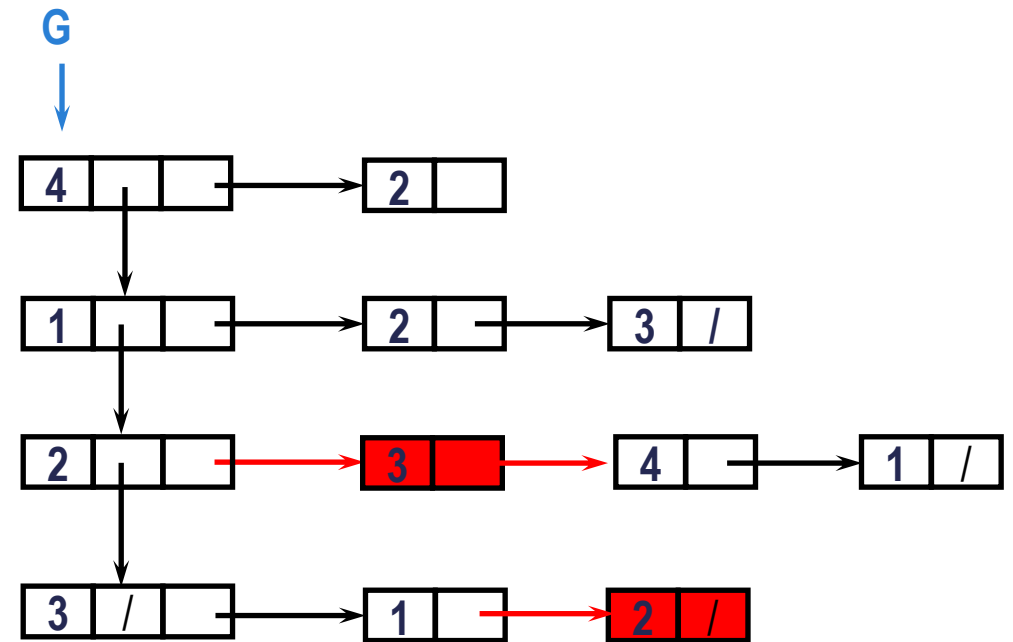
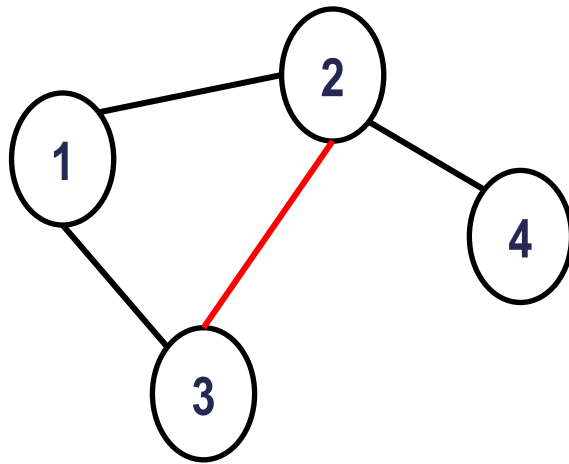
EXCLUSÃO DE ARESTA EM GRAFO NÃO ORIENTADO

Exemplo: exclusão da aresta $\{2, 3\}$



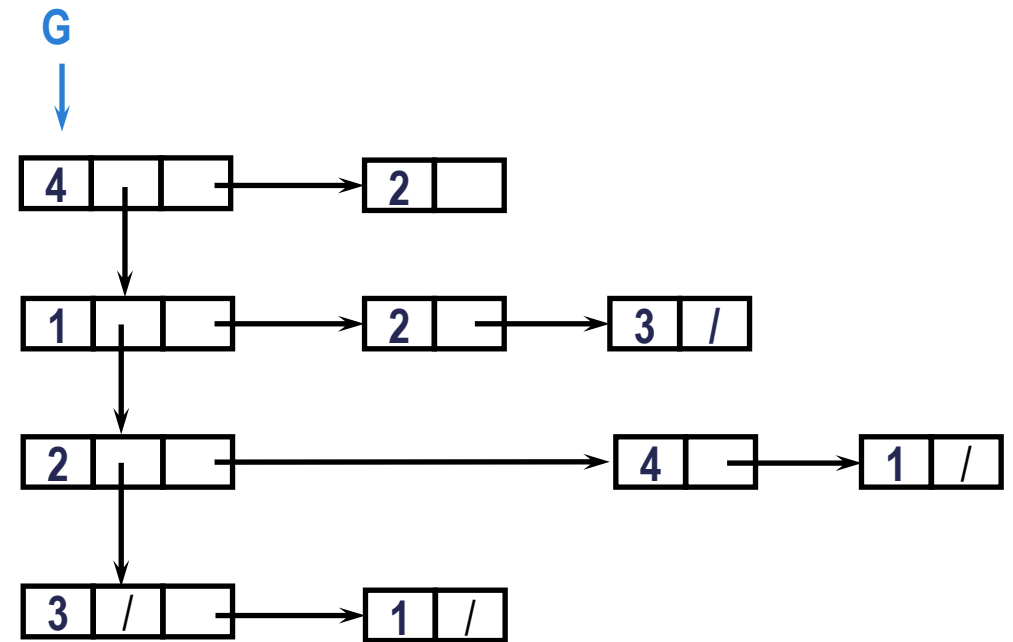
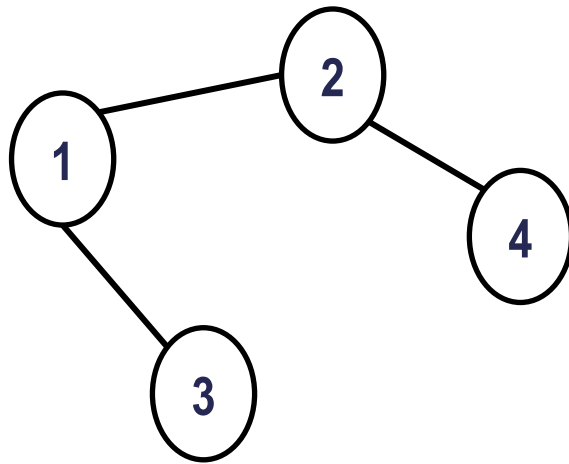
EXCLUSÃO DE ARESTA EM GRAFO NÃO ORIENTADO

Exemplo: exclusão da aresta $\{2, 3\}$



EXCLUSÃO DE ARESTA EM GRAFO NÃO ORIENTADO

Exemplo: exclusão da aresta $\{2, 3\}$



EXCLUSÃO DE ARESTA EM GRAFO NÃO ORIENTADO

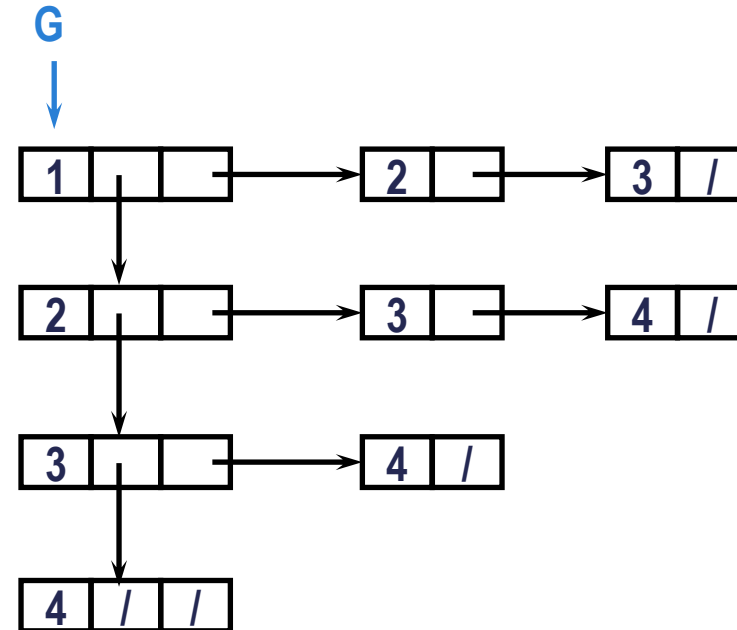
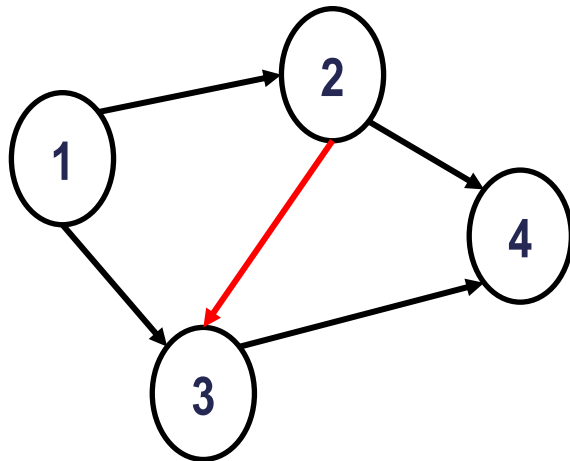
```
void retira_um_sentido(TGrafo *g, int v1, int v2){
    TGrafo *p = busca_vertice(g, v1);
    if(p != NULL) {
        TVizinho *ant = NULL;
        TVizinho *atual = p->prim_vizinho;
        while ((atual) && (atual->id_vizinho != v2)) {
            ant = atual;
            atual = atual->prox;
        }
        if (ant == NULL) //v2 era o primeiro nó da lista
            p->prim_vizinho = atual->prox;
        else
            ant->prox = atual->prox;
        free(atual);
    }
}
```

EXCLUSÃO DE ARESTA EM GRAFO NÃO ORIENTADO (CONT.)

```
void retira_aresta(TGrafo *g ,int v1, int v2) {  
    TVizinho* v = busca_aresta(g,v1,v2);  
    if(v != NULL) {  
        retira_um_sentido(g, v1, v2);  
        retira_um_sentido(g, v2, v1);  
    }  
}
```

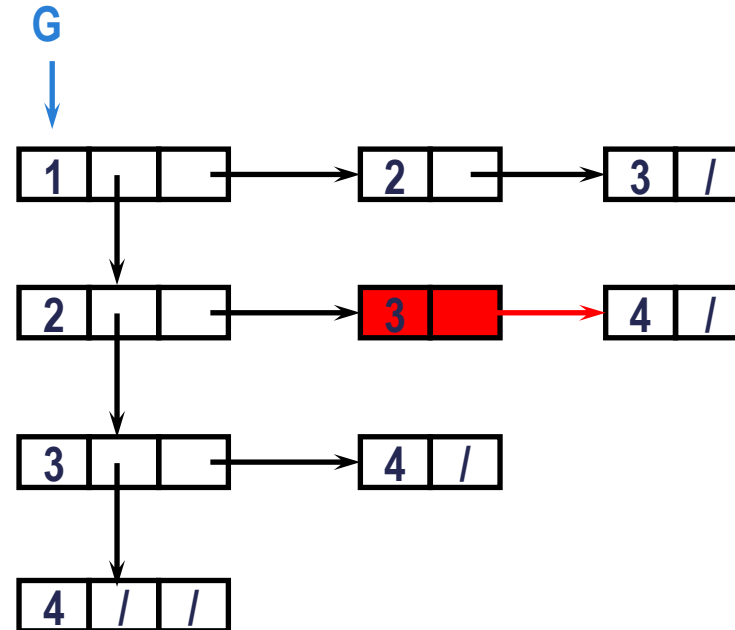
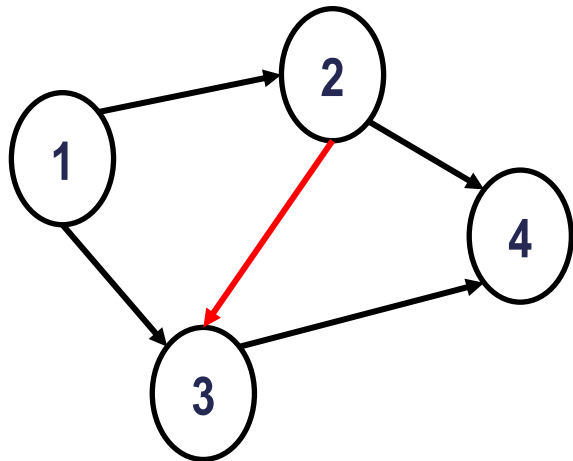

EXCLUSÃO DE ARESTA EM DIGRAFO

Exemplo: Exclusão de aresta (2, 3)



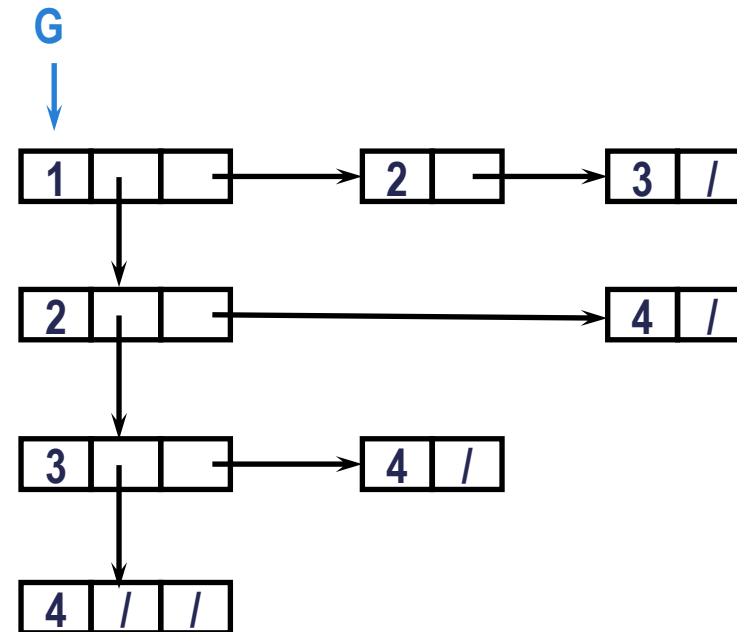
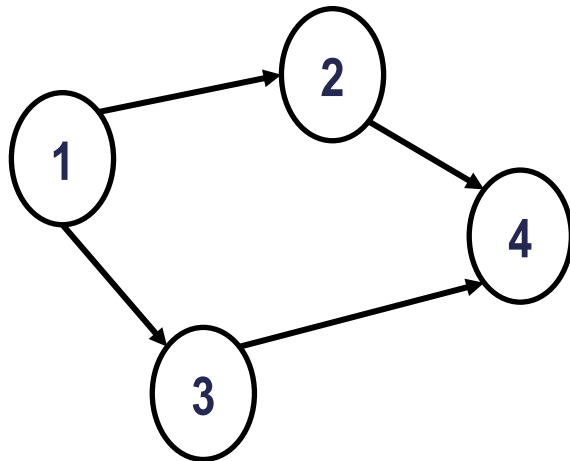
EXCLUSÃO DE ARESTA EM DIGRAFO

Exemplo: Exclusão de aresta (2, 3)



EXCLUSÃO DE ARESTA EM DIGRAFO

Exemplo: Exclusão de aresta (2, 3)



EXCLUSÃO DE ARESTA EM DIGRAFO

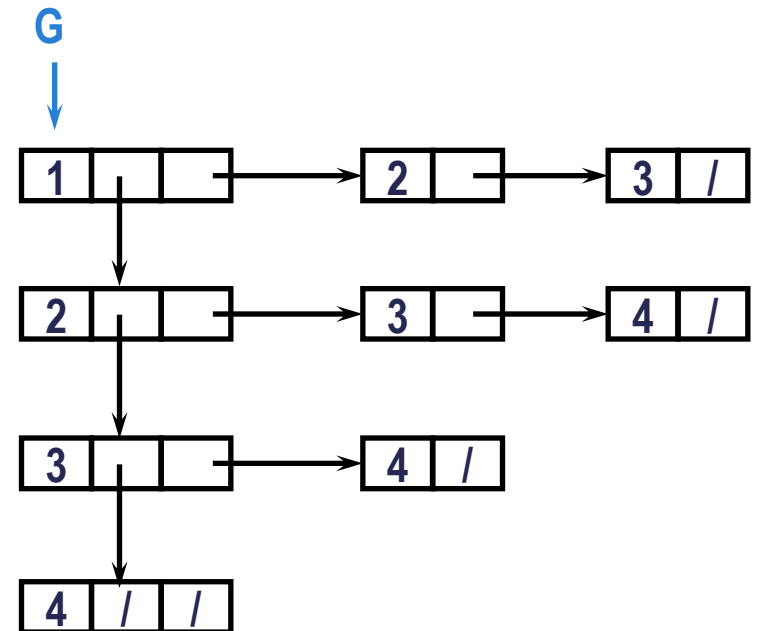
```
void retira_aresta_digrafo(TGrafo *g ,int v1, int v2) {  
    TVizinho* v = busca_aresta(g,v1,v2);  
    if(v != NULL) {  
        retira_um_sentido(g, v1, v2);  
    }  
}
```

EXCLUSÃO DE VÉRTICE

Exclui

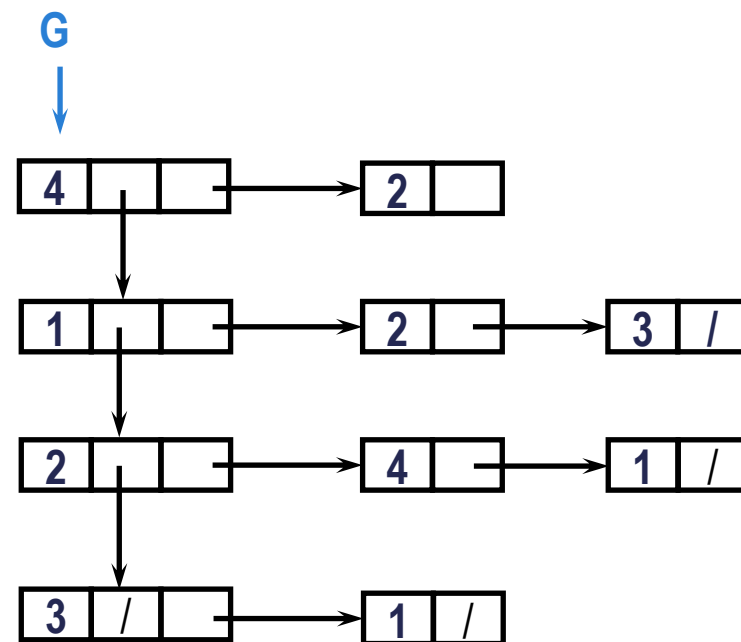
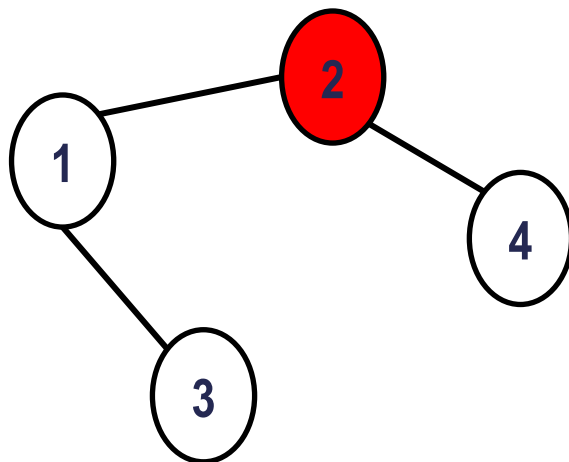
- vértice
- sua lista de vizinhos
- todos os vizinhos que tinham esse vértice como extremidade

Libera memória



EXCLUSÃO DE VÉRTICE EM GRAFO NÃO ORIENTADO

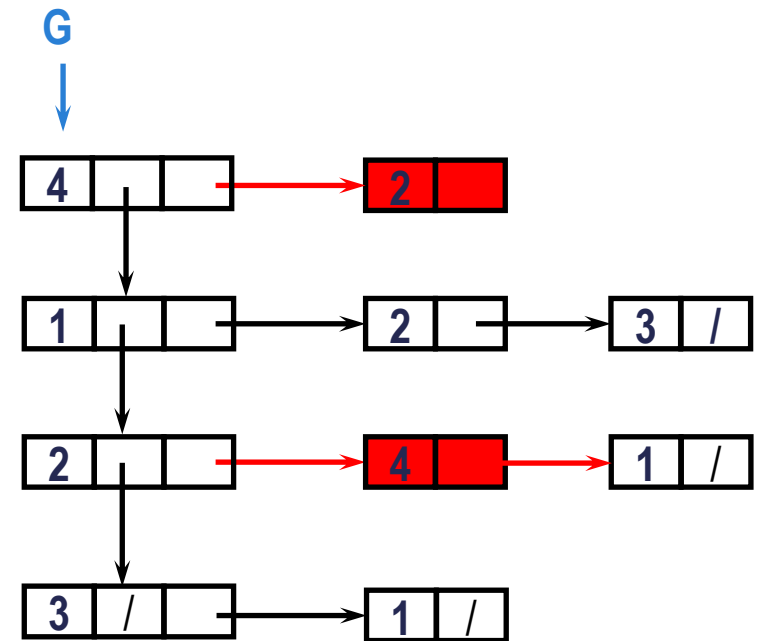
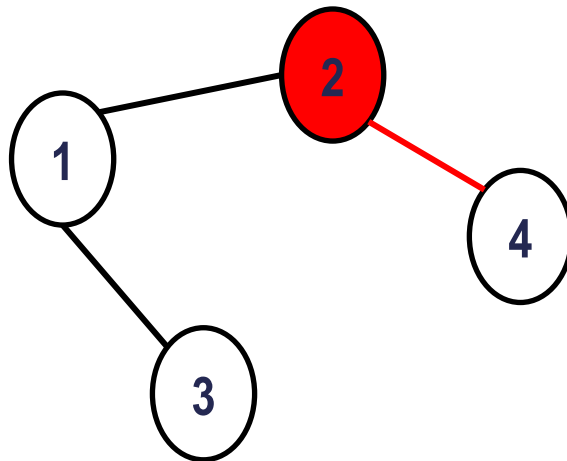
Exemplo: exclusão do vértice 2



EXCLUSÃO DE VÉRTICE EM GRAFO NÃO ORIENTADO

Retira todos os vizinhos de 2

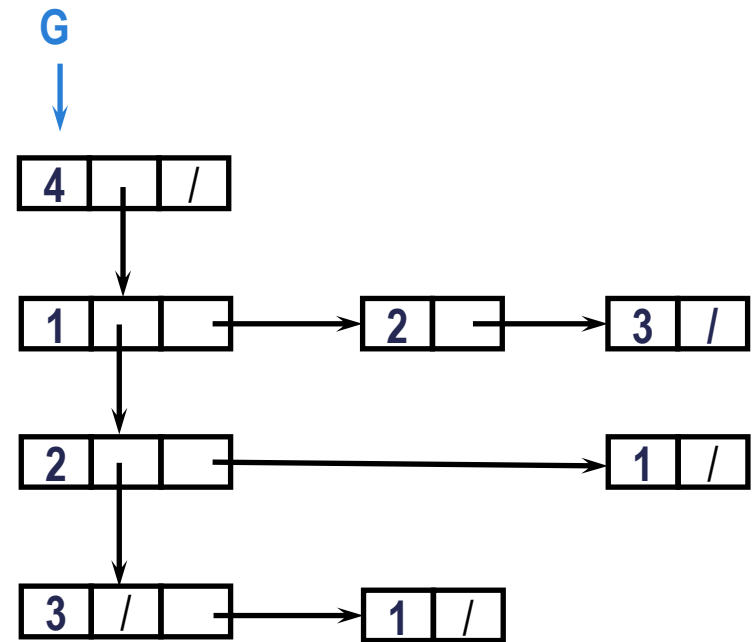
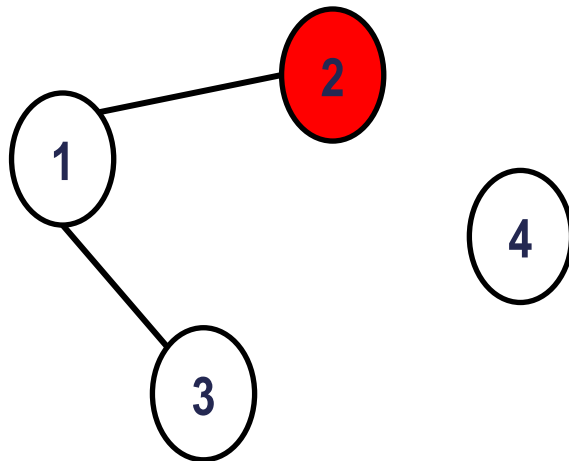
- Retira vizinho 4



EXCLUSÃO DE VÉRTICE EM GRAFO NÃO ORIENTADO

Retira todos os vizinhos de 2

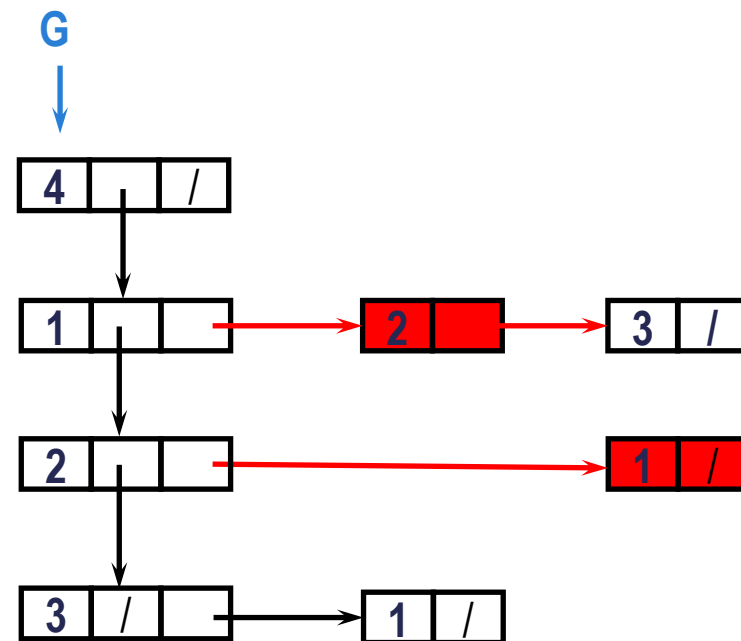
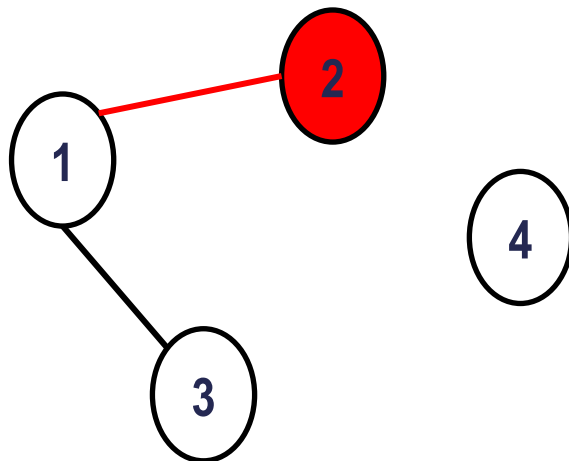
- Retira vizinho 4



EXCLUSÃO DE VÉRTICE EM GRAFO NÃO ORIENTADO

Retira todos os vizinhos de 2

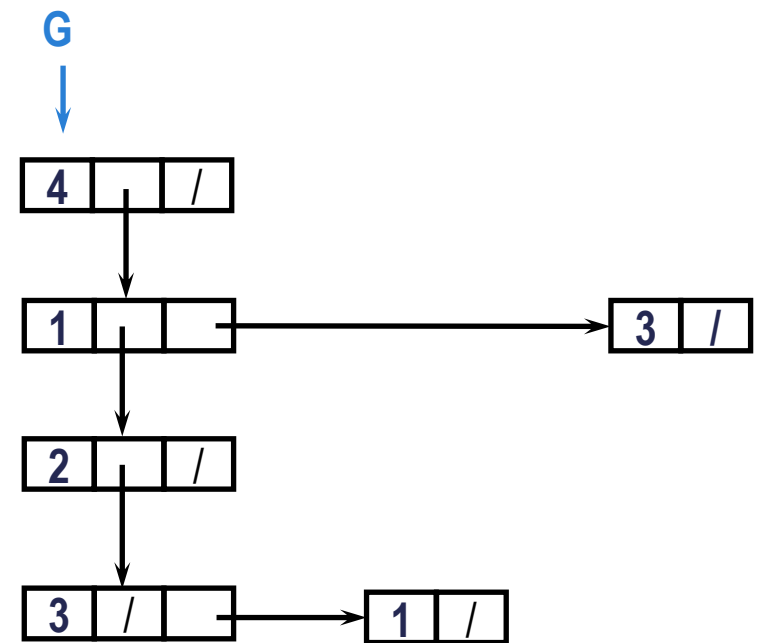
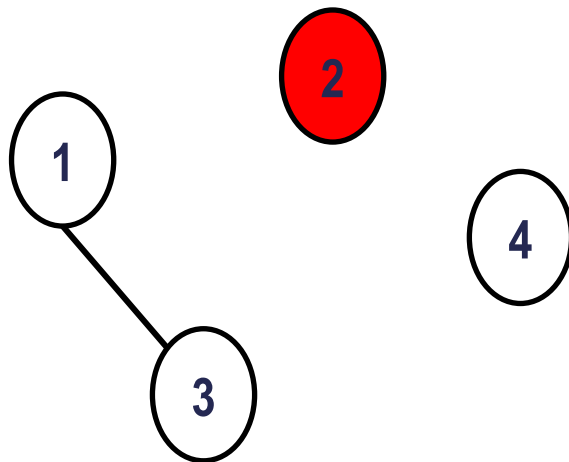
- Retira vizinho 1



EXCLUSÃO DE VÉRTICE EM GRAFO NÃO ORIENTADO

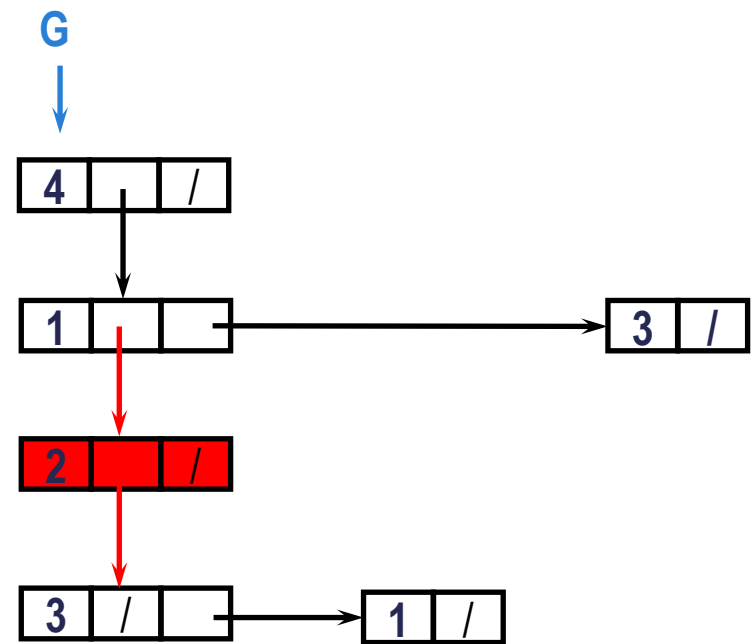
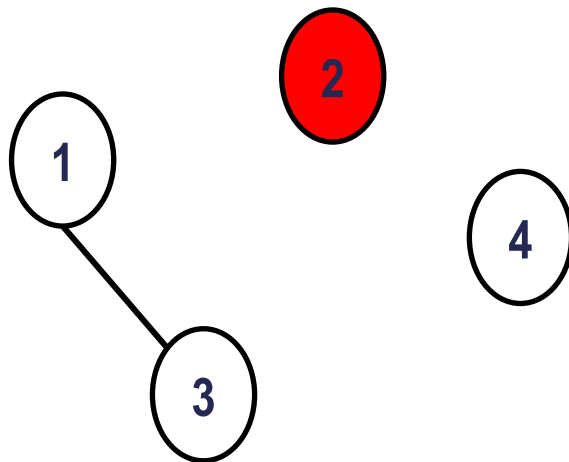
Retira todos os vizinhos de 2

- Retira vizinho 1



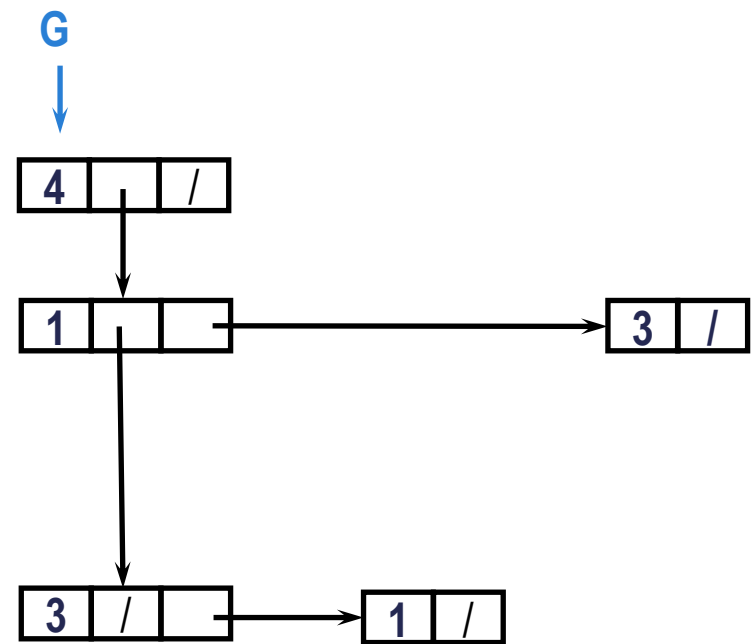
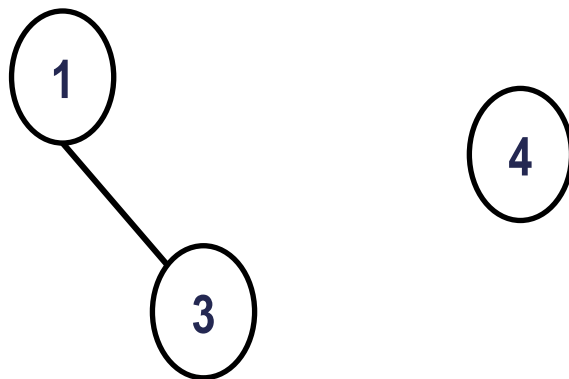
EXCLUSÃO DE VÉRTICE EM GRAFO NÃO ORIENTADO

Retira vértice 2



EXCLUSÃO DE VÉRTICE EM GRAFO NÃO ORIENTADO

Retira vértice 2



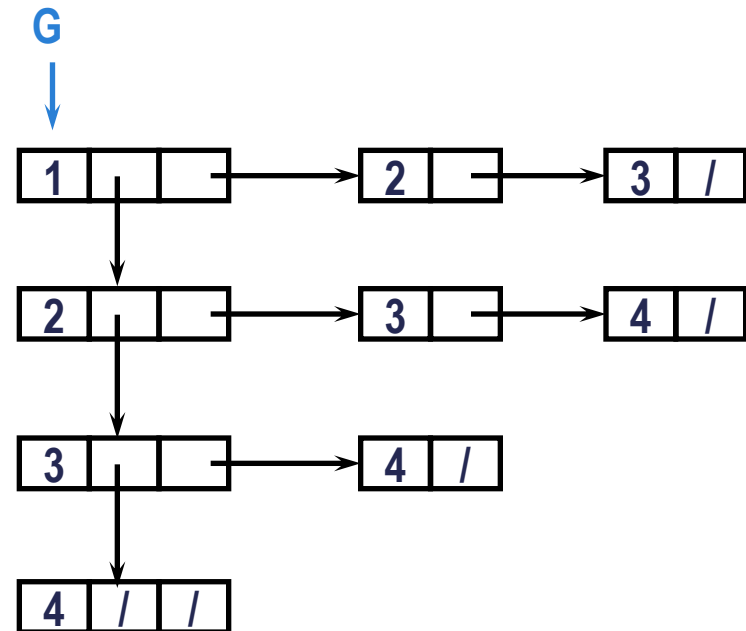
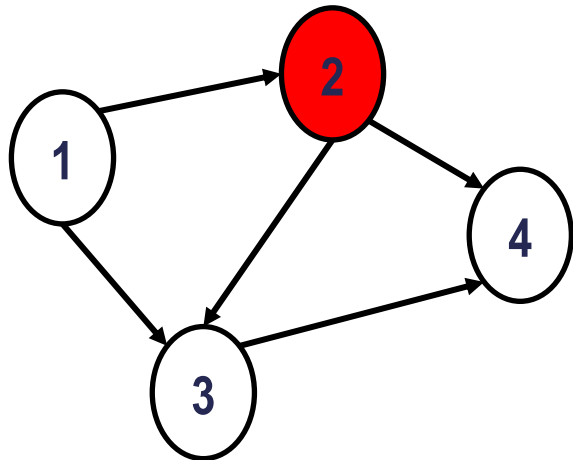
EXCLUSÃO DE VÉRTICE EM GRAFO NÃO ORIENTADO

Exercício: escreva uma função em C para exclusão de vértice em grafo orientado

- `TGrafo *retira_vértice(TGrafo *g, int v);`

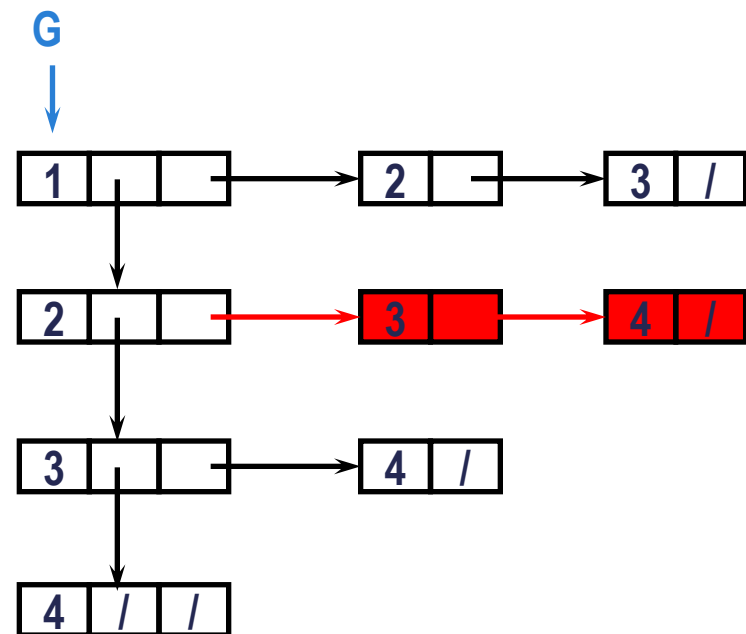
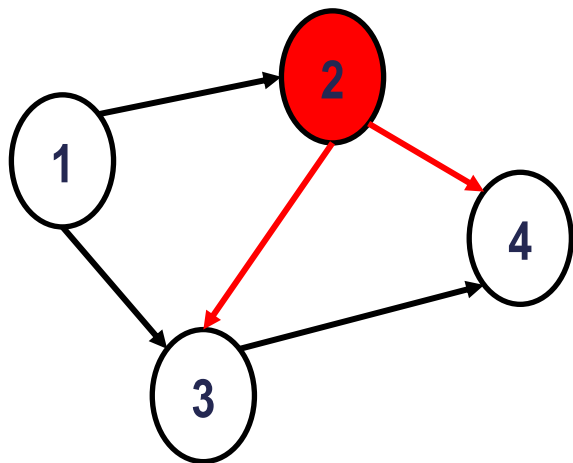
EXCLUSÃO DE VÉRTICE EM DIGRAFO

Exemplo: exclusão do vértice 2



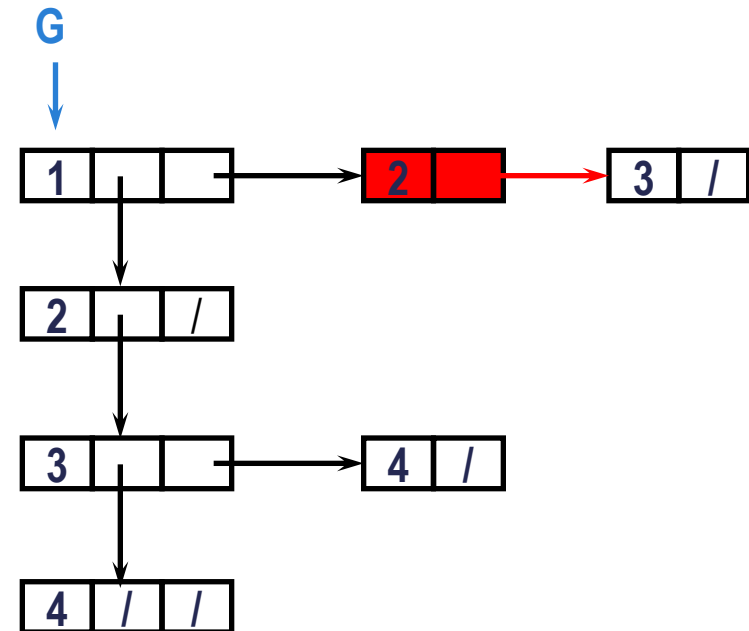
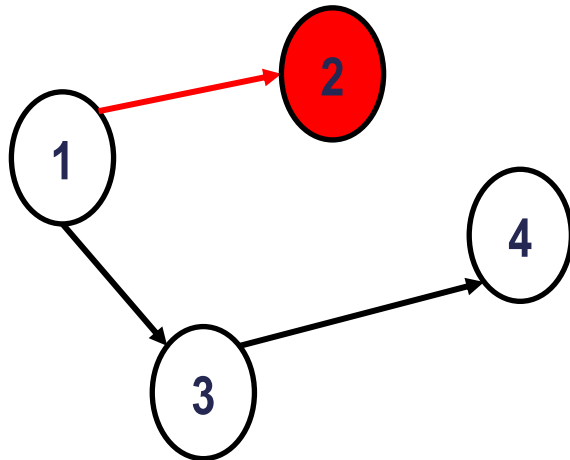
EXCLUSÃO DE VÉRTICE EM DIGRAFO

Retira todos os vizinhos de 2



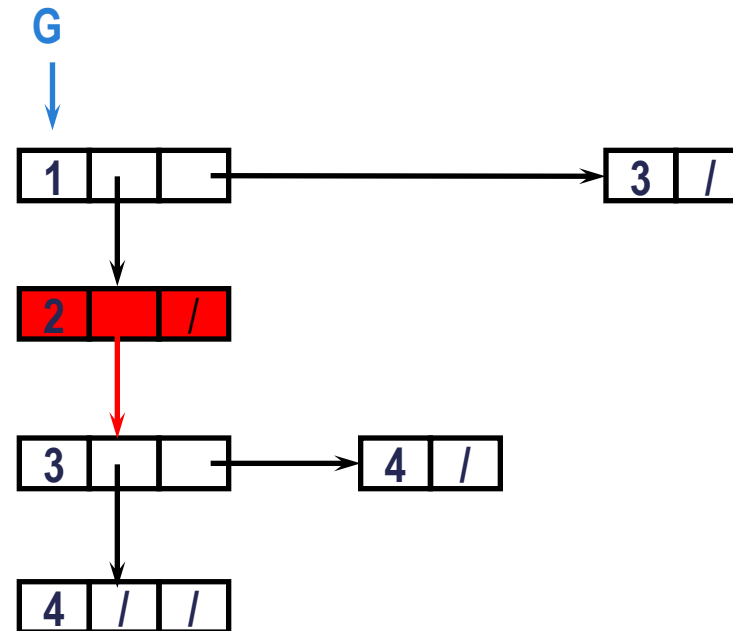
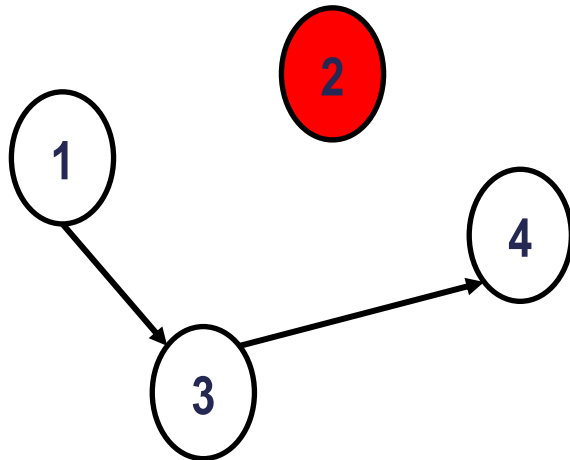
EXCLUSÃO DE VÉRTICE EM DIGRAFO

Retira 2 da lista de vizinhos dos outros nós



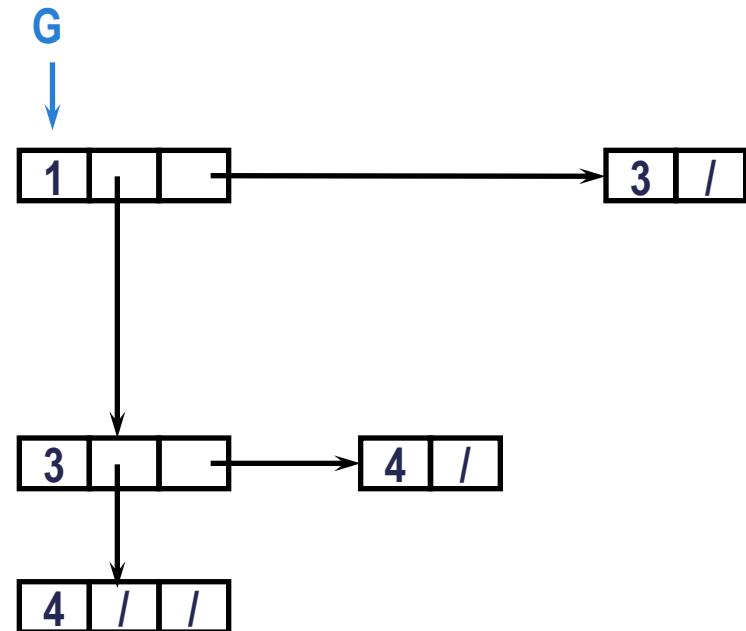
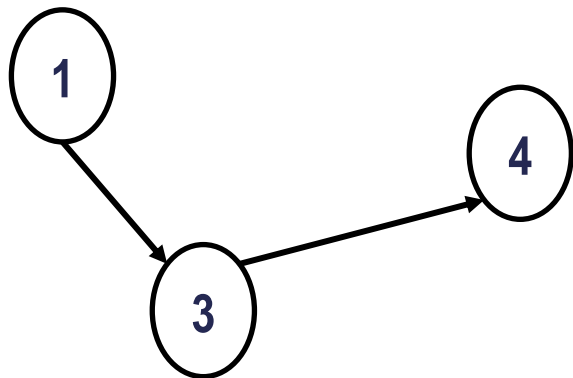
EXCLUSÃO DE VÉRTICE EM DIGRAFO

Retira vértice 2



EXCLUSÃO DE VÉRTICE EM DIGRAFO

Retira vértice 2



EXCLUSÃO DE VÉRTICE EM DIGRAFO

Exercício: escreva uma função em C para exclusão de vértice em grafo orientado

- `TGrafo *retira_vértice_digrafo(TGrafo *g, int v);`

ALGORITMOS EM GRAFOS

Existem diversos algoritmos eficientes para encontrar **caminhos** em grafos

- Eles serão aprendidos na disciplina de Algoritmos em Grafos (6º. Semestre)

Aqui na disciplina faremos exercícios procurando por caminhos e resolvendo pequenos problemas em estruturas de grafos, para motivar o uso de grafos e o aprendizado dos algoritmos na disciplina de Algoritmos em Grafos

REFERÊNCIA

Celes, W.; Cerqueira, R.; Rangel, J.L. Introdução a Estruturas de Dados com Técnicas de Programação em C, 2a. ed. Elsevier. Cap. 22

AGRADECIMENTOS

Material baseado nos slides de Renata Galante, UFRGS

Implementação em C baseada no material de Isabel Rosseti, UFF

IMPRESSÃO DO GRAFO (IMPLEMENTAÇÃO RECURSIVA)

```
void imprime_recursivo(TGrafo *g) {
    if (g != NULL) {
        printf("Vértice: %d:\n", g->id_vertice);
        printf("Vizinhos: ");
        TVizinho *v = g->prim_vizinho;
        while (v) {
            printf("%d ", v->id_vizinho);
            v = v->prox;
        }
        printf("\n\n");
        imprime_recursivo(g->prox);
    }
}
```

LIBERAÇÃO DA ESTRUTURA (IMPLEMENTAÇÃO RECURSIVA)

```
void libera_recursivo(TGrafo *g) {
    if (g != NULL) {
        libera_vizinho_recursivo(g->prim_vizinho);
        libera_recursivo(g->prox);
        free(g);
    }
}

void libera_vizinho_recursivo(TVizinho *v) {
    if (v != NULL) {
        libera_vizinho_recursivo(v->prox);
        free(v);
    }
}
```