

Sistemas de Gestión

Pronósticos de Series Temporales

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

1

Pronósticos

Ejemplo tomado y adaptado de “Investigación de Operaciones – Algoritmos y Aplicaciones” de Wayne Winston. Pag. 1276

Mes	Ventas de Lowland Appliance Co.			Mes	Ventas de Lowland Appliance Co.		
	TV	Repro CD	Aire Acond.		TV	Repro CD	Aire Acond.
1	30	40	13	13	38	79	36
2	32	47	7	14	30	82	21
3	30	50	23	15	35	80	47
4	39	49	32	16	30	85	81
5	33	56	58	17	34	94	112
6	34	53	60	18	40	89	139
7	34	55	90	19	36	96	230
8	38	63	93	20	32	100	201
9	36	68	63	21	40	100	122
10	39	65	39	22	36	105	84
11	30	72	37	23	40	108	74
12	36	69	29	24	34	110	62

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

2

Pronósticos

Método de Medias Móviles

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

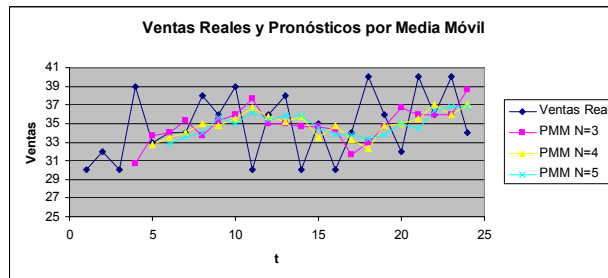
3

VENTAS DE TV - PRONÓSTICOS MEDIA MÓVIL								
t	Xt	N=3			N=4		N=5	
		$f_{t,t}$	p para t	e_t	p para t	E_t	p para t	e_t
1	30							
2	32							
3	30	30,67						
4	39	33,67	30,67	8,33				
5	33	34,00	33,67	0,67	32,75	0,25		
6	34	35,33	34,00	0,00	33,50	0,50	32,80	1,20
7	34	33,67	35,33	1,33	34,00	0,00	33,60	0,40
8	38	35,33	33,67	4,33	35,00	3,00	34,00	4,00
9	36	36,00	35,33	0,67	34,75	1,25	35,60	0,40
10	39	37,67	36,00	3,00	35,50	3,50	35,00	4,00
11	30	35,00	37,67	7,67	36,75	6,75	36,20	6,20
12	36	35,00	35,00	1,00	35,75	0,25	35,40	0,60
13	38	34,67	35,00	3,00	35,25	2,75	35,80	2,20
14	30	34,67	34,67	4,67	35,75	5,75	35,80	5,80
15	35	34,33	34,67	0,33	33,50	1,50	34,60	0,40
16	30	31,67	34,33	4,33	34,75	4,75	33,80	3,80
17	34	33,00	31,67	2,33	33,25	0,75	33,80	0,20
18	40	34,67	33,00	7,00	32,25	7,75	33,40	6,60
19	36	36,67	34,67	1,33	34,75	1,25	33,80	2,20
20	32	36,00	36,67	4,67	35,00	3,00	35,00	3,00
21	40	36,00	36,00	4,00	35,50	4,50	34,40	5,60
22	36	36,00	36,00	0,00	37,00	1,00	36,40	0,40
23	40	38,67	36,00	4,00	36,00	4,00	36,80	3,20
24	34	36,67	38,67	4,67	37,00	3,00	36,80	2,80
Desviación Absoluta Media:				3,21	2,78		2,79	

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

4

Pronósticos: Medias Móviles



UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

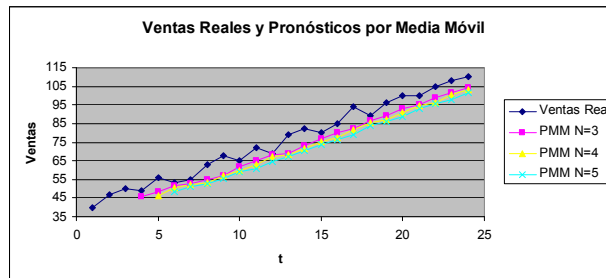
5

VENTAS DE CD - PRONÓSTICOS MEDIA MÓVIL								
t	X _t	N=3			N=4		N=5	
		f _{t-1}	p para t	e _t	p para t	e _t	p para t	e _t
1	40							
2	47							
3	50	45,67						
4	49	48,67	45,67	3,33				
5	56	51,67	48,67	7,33	46,50	9,50		
6	53	52,67	51,67	1,33	50,50	2,50	48,40	4,60
7	55	54,67	52,67	2,33	52,00	3,00	51,00	4,00
8	63	57,00	54,67	8,33	53,25	9,75	52,60	10,40
9	68	62,00	57,00	11,00	56,75	11,25	55,20	12,80
10	65	65,33	62,00	3,00	59,75	5,25	59,00	6,00
11	72	68,33	65,33	6,67	62,75	9,25	60,80	11,20
12	69	68,67	68,33	0,67	67,00	2,00	64,60	4,40
13	79	73,33	68,67	10,33	68,50	10,50	67,40	11,60
14	82	76,67	73,33	8,67	71,25	10,75	70,60	11,40
15	80	80,33	76,67	3,33	75,50	4,50	73,40	6,60
16	85	82,33	80,33	4,67	77,50	7,50	76,40	8,60
17	94	86,33	82,33	11,67	81,50	12,50	79,00	15,00
18	89	89,33	86,33	2,67	85,25	3,75	84,00	5,00
19	96	93,00	89,33	6,67	87,00	9,00	86,00	10,00
20	100	95,00	93,00	7,00	91,00	9,00	88,80	11,20
21	100	98,67	95,00	5,00	94,75	5,25	92,80	7,20
22	105	101,67	98,67	6,33	96,25	8,75	95,80	9,20
23	108	104,33	101,67	6,33	100,25	7,75	98,00	10,00
24	110	107,67	104,33	5,67	103,25	6,75	101,80	8,20
Desviación Absoluta Media:				5,83	7,43		8,81	

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

6

Pronósticos: Medias Móviles



UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

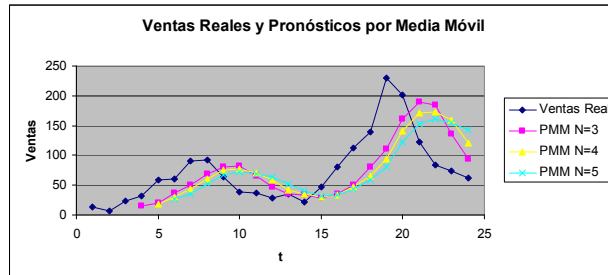
7

VENTAS DE AA - PRONÓSTICOS MEDIA MÓVIL								
t	Xt	N=3			N=4		N=5	
		f_{t-1}	p para t	e_t	p para t	e_t	p para t	e_t
1	13							
2	7							
3	23	14,33						
4	32	20,67	14,33	17,67				
5	58	37,67	20,67	37,33	18,75	39,25		
6	60	50,00	37,67	22,33	30,00	30,00	26,60	33,40
7	90	69,33	50,00	40,00	43,25	46,75	36,00	54,00
8	93	81,00	69,33	23,67	60,00	33,00	52,60	40,40
9	63	82,00	81,00	18,00	75,25	12,25	66,60	3,60
10	39	65,00	82,00	43,00	76,50	37,50	72,80	33,80
11	37	46,33	65,00	28,00	71,25	34,25	69,00	32,00
12	29	35,00	46,33	17,33	58,00	29,00	64,40	35,40
13	36	34,00	35,00	1,00	42,00	6,00	52,20	16,20
14	21	28,67	34,00	13,00	35,25	14,25	40,80	19,80
15	47	34,67	28,67	18,33	30,75	16,25	32,40	14,60
16	81	49,67	34,67	46,33	33,25	47,75	34,00	47,00
17	112	80,00	49,67	62,33	46,25	65,75	42,80	69,20
18	139	110,67	80,00	59,00	65,25	73,75	59,40	79,60
19	230	160,33	110,67	119,33	94,75	135,25	80,00	150,00
20	201	190,00	160,33	40,67	140,50	60,50	121,80	79,20
21	122	184,33	190,00	68,00	170,50	48,50	152,60	30,60
22	84	135,67	184,33	100,33	173,00	89,00	160,80	76,80
23	74	93,33	135,67	61,67	159,25	85,25	155,20	81,20
24	62	73,33	93,33	31,33	120,25	58,25	142,20	80,20
Desviación Absoluta Media:				41,37		48,13		51,42

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

8

Pronósticos: Medias Móviles



Pronósticos

Suavizamiento Exponencial

Pronósticos: S. Exponencial

SUAVIZAMIENTO EXPONENCIAL SIMPLE

$$A_t = \alpha x_t + (1 - \alpha) A_{t-1}$$

$$0 < \alpha < 1$$

$$A_t = f_{t,k}$$

$$e_t = x_t - f_{t-1,1} = x_t - A_{t-1}$$

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

11

VENTAS DE TV - PRONÓSTICOS SUAVIZAMIENTO EXPONENCIAL SIMPLE								
t	Xt	α= 0,1			α= 0,2		α= 0,3	
		f _{t,1}	p para t	e _t	p para t	e _t	p para t	e _t
		32						
1	30	31,80	32,00	2,00	32,00	2,00	32,00	2,00
2	32	31,82	31,80	0,20	31,60	0,40	31,40	0,60
3	30	31,64	31,82	1,82	31,68	1,68	31,58	1,58
4	39	32,37	31,64	7,36	31,34	7,66	31,11	7,89
5	33	32,44	32,37	0,63	32,88	0,12	33,47	0,47
6	34	32,59	32,44	1,56	32,90	1,10	33,33	0,67
7	34	32,73	32,59	1,41	33,12	0,88	33,53	0,47
8	38	33,26	32,73	5,27	33,30	4,70	33,67	4,33
9	36	33,53	33,26	2,74	34,24	1,76	34,97	1,03
10	39	34,08	33,53	5,47	34,59	4,41	35,28	3,72
11	30	33,67	34,08	4,08	35,47	5,47	36,40	6,40
12	36	33,91	33,67	2,33	34,38	1,62	34,48	1,52
13	38	34,32	33,91	4,09	34,70	3,30	34,93	3,07
14	30	33,88	34,32	4,32	35,36	5,36	35,85	5,85
15	35	34,00	33,88	1,12	34,29	0,71	34,10	0,90
16	30	33,60	34,00	4,00	34,43	4,43	34,37	4,37
17	34	33,64	33,60	0,40	33,55	0,45	33,06	0,94
18	40	34,27	33,64	6,36	33,64	6,36	33,34	6,66
19	36	34,45	34,27	1,73	34,91	1,09	35,34	0,66
20	32	34,20	34,45	2,45	35,13	3,13	35,54	3,54
21	40	34,78	34,20	5,80	34,50	5,50	34,48	5,52
22	36	34,90	34,78	1,22	35,60	0,40	36,13	0,13
23	40	35,41	34,90	5,10	35,68	4,32	36,09	3,91
24	34	35,27	35,41	1,41	36,54	2,54	37,27	3,27

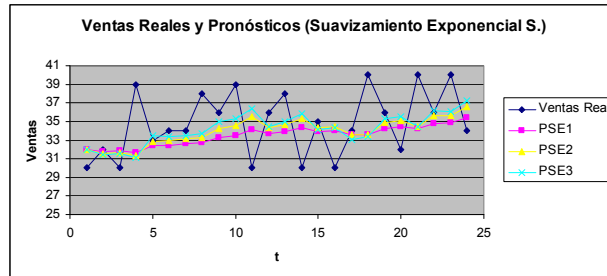
Desviación Absoluta Media: 3,04

2,89

2,90
f₁₂

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

Pronósticos: S. Exponencial



UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

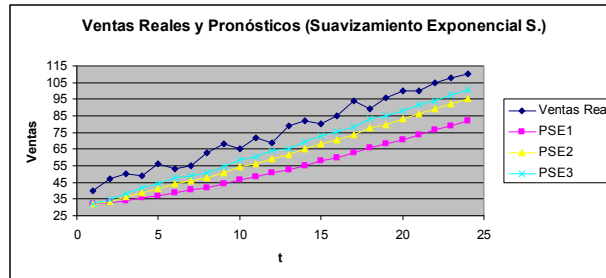
13

VENTAS DE CD - PRONÓSTICOS SUAVIZAMIENTO EXPONENCIAL SIMPLE								
t	Xt	α= 0,1			α= 0,2		α= 0,3	
		f _{t-1}	p para t	e _t	p para t	e _t	p para t	e _t
		32						
1	40	32,80	32,00	8,00	32,00	8,00	32,00	8,00
2	47	34,22	32,80	14,20	33,60	13,40	34,40	12,60
3	50	35,80	34,22	15,78	36,28	13,72	38,18	11,82
4	49	37,12	35,80	13,20	39,02	9,98	41,73	7,27
5	56	39,01	37,12	18,88	41,02	14,98	43,91	12,09
6	53	40,41	39,01	13,99	44,02	8,98	47,54	5,46
7	55	41,87	40,41	14,59	45,81	9,19	49,18	5,82
8	63	43,98	41,87	21,13	47,65	15,35	50,92	12,08
9	68	46,38	43,98	24,02	50,72	17,28	54,55	13,45
10	65	48,24	46,38	18,62	54,18	10,82	58,58	6,42
11	72	50,62	48,24	23,76	56,34	15,66	60,51	11,49
12	69	52,46	50,62	18,38	59,47	9,53	63,96	5,04
13	79	55,11	52,46	26,54	61,38	17,62	65,47	13,53
14	82	57,80	55,11	26,89	64,90	17,10	69,53	12,47
15	80	60,02	57,80	22,20	68,32	11,68	73,27	6,73
16	85	62,52	60,02	24,98	70,66	14,34	75,29	9,71
17	94	65,67	62,52	31,48	73,53	20,47	78,20	15,80
18	89	68,00	65,67	23,33	77,62	11,38	82,94	6,06
19	96	70,80	68,00	28,00	79,90	16,10	84,76	11,24
20	100	73,72	70,80	29,20	83,12	16,88	88,13	11,87
21	100	76,35	73,72	26,28	86,49	13,51	91,69	8,31
22	105	79,21	76,35	28,65	89,20	15,80	94,18	10,82
23	108	82,09	79,21	28,79	92,36	15,64	97,43	10,57
24	110	84,88	82,09	27,91	95,48	14,52	100,60	9,40
Desviación Absoluta Media:				22,03	13,83		9,92	

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

14

Pronósticos: S. Exponencial



UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

15

VENTAS DE AA - PRONÓSTICOS SUAVIZAMIENTO EXPONENCIAL SIMPLE								
T	X _t	$\alpha = 0,1$			$\alpha = 0,3$		$\alpha = 0,5$	
		f_{t-1}	p para t	e_t	p para t	e_t	p para t	e_t
		32						
1	13	30,10	32,00	19,00	32,00	19,00	32,00	19,00
2	7	27,79	30,10	23,10	26,30	19,30	22,50	15,50
3	23	27,31	27,79	4,79	20,51	2,49	14,75	8,25
4	32	27,78	27,31	4,69	21,26	10,74	18,88	13,13
5	58	30,80	27,78	30,22	24,48	33,52	25,44	32,56
6	60	33,72	30,80	29,20	34,54	25,46	41,72	18,28
7	90	39,35	33,72	56,28	42,18	47,82	50,86	39,14
8	93	44,71	39,35	53,65	56,52	36,48	70,43	22,57
9	63	46,54	44,71	18,29	67,47	4,47	81,71	18,71
10	39	45,79	46,54	7,54	66,13	27,13	72,36	33,36
11	37	44,91	45,79	8,79	57,99	20,99	55,68	18,68
12	29	43,32	44,91	15,91	51,69	22,69	46,34	17,34
13	36	42,59	43,32	7,32	44,88	8,88	37,67	1,67
14	21	40,43	42,59	21,59	42,22	21,22	36,83	15,83
15	47	41,09	40,43	6,57	35,85	11,15	28,92	18,08
16	81	45,08	41,09	39,91	39,20	41,80	37,96	43,04
17	112	51,77	45,08	66,92	51,74	60,26	59,48	52,52
18	139	60,49	51,77	87,23	69,82	69,18	85,74	53,26
19	230	77,44	60,49	169,51	90,57	139,43	112,37	117,63
20	201	89,80	77,44	123,56	132,40	68,60	171,18	29,82
21	122	93,02	89,80	32,20	152,98	30,98	186,09	64,09
22	84	92,12	93,02	9,02	143,69	59,69	154,05	70,05
23	74	90,31	92,12	18,12	125,78	51,78	119,02	45,02
24	62	87,47	90,31	28,31	110,25	48,25	96,51	34,51

Desviación Absoluta Media:

36,74

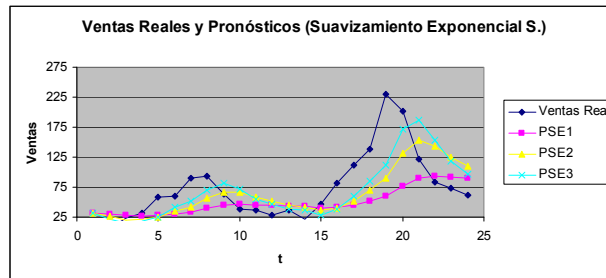
36,72

33,42

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

16

Pronósticos: S. Exponencial



UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

17

Pronósticos

Suavizamiento Exponencial con
Tendencia: Método de Holt

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

18

Pronósticos: Holt

VENTAS DE CD - PRONÓSTICOS CON METODO DE HOLT							
t	X _t	$\alpha = 0,3$		$\beta = 0,1$			
		Dif	L _t	T _t	f _{t,1}	f _{t+1,1}	e _t
1	4						
2	6	2					
3	8	2					
4	10	2					
5	14	4					
6	18	4					
7	20	2					
8	22	2					
9	24	2					
10	28	4					
11	31	3					
12	34	3					
			34	2,73	36,73		
1	40		37,71	2,83	40,53	36,73	3,27
2	47		42,47	3,02	45,49	40,53	6,47
3	50		46,85	3,15	50,00	45,49	4,51
4	49		49,70	3,12	52,82	50,00	1,00
5	56		53,78	3,22	57,00	52,82	3,18
6	53		55,80	3,10	58,90	57,00	4,00
7	55		57,73	2,98	60,71	58,90	3,90
8	63		61,40	3,05	64,45	60,71	2,29
9	68		65,51	3,16	68,67	64,45	3,55
10	65		67,57	3,05	70,62	68,67	3,67
11	72		71,03	3,09	74,12	70,62	1,38
12	69		72,59	2,94	75,52	74,12	5,12

PRIMER PASO:

Estimamos los valores iniciales de L_0 y T_0 para obtener el primer pronóstico.

Pronósticos: Holt

VENTAS DE CD - PRONÓSTICOS CON METODO DE HOLT							
t	X _t	$\alpha = 0,3$		$\beta = 0,1$			
		Dif	L _t	T _t	f _{t,1}	f _{t+1,1}	e _t
1	4						
2	6	2					
3	8	2					
4	10	2					
5	14	4					
6	18	4					
7	20	2					
8	22	2					
9	24	2					
10	28	4					
11	31	3					
12	34	3					
			34	2,73	36,73		
1	40		37,71	2,83	40,53	36,73	3,27
2	47		42,47	3,02	45,49	40,53	6,47
3	50		46,85	3,15	50,00	45,49	4,51
4	49		49,70	3,12	52,82	50,00	1,00
5	56		53,78	3,22	57,00	52,82	3,18
6	53		55,80	3,10	58,90	57,00	4,00
7	55		57,73	2,98	60,71	58,90	3,90
8	63		61,40	3,05	64,45	60,71	2,29
9	68		65,51	3,16	68,67	64,45	3,55
10	65		67,57	3,05	70,62	68,67	3,67
11	72		71,03	3,09	74,12	70,62	1,38
12	69		72,59	2,94	75,52	74,12	5,12

SEGUNDO PASO:

Calculamos el valor de pronóstico que corresponde a L_0 y T_0 . Este es el pronóstico para el siguiente valor en la serie.

Pronósticos: Holt

VENTAS DE CD - PRONÓSTICOS CON METODO DE HOLT							
t	X _t	α = 0,3		β = 0,1			
		Dif	L _t	T _t	f _{t,t}	f _{t,t+1}	e _t
1	4						
2	6	2					
3	8	2					
4	10	2					
5	14	4					
6	18	4					
7	20	2					
8	22	2					
9	24	2					
10	28	4					
11	31	3					
12	34	3					
		Último valor de x _t	Promedio de los incrementos de x _t , = Dif / 11	f _{t,k} = L _t + k T _t			
				←Valores iniciales			
1	40	37,71	2,83	40,53	36,73	3,27	
2	47	42,47	3,02	45,49	40,53	6,47	
3	50	46,85	3,15	50,00	45,49	4,51	
4	49	49,70	3,12	52,82	50,00	1,00	
5	56	53,78	3,22	57,00	52,82	3,18	
6	53	55,80	3,10	58,90	57,00	4,00	
7	55	57,73	2,98	60,71	58,90	3,90	
8	63	61,40	3,05	64,45	60,71	2,29	
9	68	65,51	3,16	68,67	64,45	3,55	
10	65	67,57	3,05	70,62	68,67	3,67	
11	72	71,03	3,09	74,12	70,62	1,38	
12	69	72,59	2,94	75,52	74,12	5,12	

TERCER PASO:

Con los valores calculados y el nuevo valor real, calculamos el pronóstico para el siguiente valor pronosticado de la serie.

$$L_t = \alpha x_t + (1 - \alpha) (L_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = \beta (L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta) T_{t-1}$$

$$f_{t,k} = L_t + k T_t$$

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

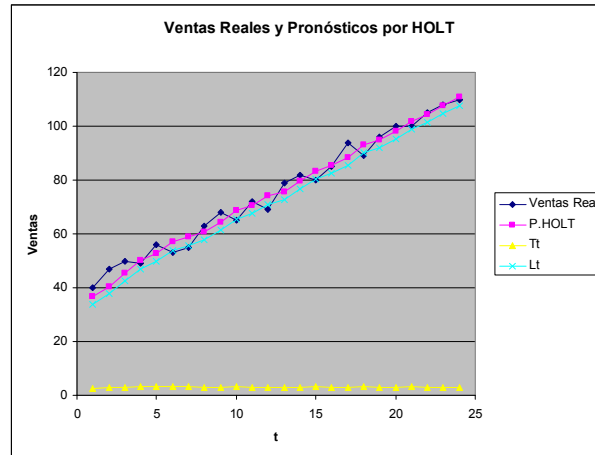
21

VENTAS DE CD - PRONOSTICOS CON METODO DE HOLT							
t	X _t	α = 0,3		β = 0,1			
		Dif	L _t	T _t	f _{t,t}	f _{t,t+1}	e _t
1	4						
2	6	2					
3	8	2					
4	10	2					
5	14	4					
6	18	4					
7	20	2					
8	22	2					
9	24	2					
10	28	4					
11	31	3					
12	34	3					
			34	2,73	36,73	←Valores iniciales	
1	40	37,71	2,83	40,53	36,73	3,27	
2	47	42,47	3,02	45,49	40,53	6,47	
3	50	46,85	3,15	50,00	45,49	4,51	
4	49	49,70	3,12	52,82	50,00	1,00	
5	56	53,78	3,22	57,00	52,82	3,18	
6	53	55,80	3,10	58,90	57,00	4,00	
7	55	57,73	2,98	60,71	58,90	3,90	
8	63	61,40	3,05	64,45	60,71	2,29	
9	68	65,51	3,16	68,67	64,45	3,55	
10	65	67,57	3,05	70,62	68,67	3,67	
11	72	71,03	3,09	74,12	70,62	1,38	
12	69	72,59	2,94	75,52	74,12	5,12	
13	79	76,57	3,04	79,61	75,52	3,48	
14	82	80,32	3,11	83,44	79,61	2,39	
15	80	82,40	3,01	85,41	83,44	3,44	
16	85	85,29	3,00	88,29	85,41	0,41	
17	94	90,00	3,17	93,17	88,29	5,71	
18	89	91,92	3,04	94,96	93,17	4,17	
19	96	95,27	3,07	98,35	94,96	1,04	
20	100	98,84	3,12	101,97	98,35	1,65	
21	100	101,38	3,06	104,44	101,97	1,97	
22	105	104,61	3,08	107,69	104,44	0,66	
23	108	107,78	3,09	110,87	107,69	0,31	
24	110	110,61	3,06	113,68	110,87	0,87	
Desviación Absoluta Media:						2,85	

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

22

Pronósticos: Holt



UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

23

Pronósticos: Holt

VENTAS DE CD - PRONÓSTICOS CON MÉTODO DE HOLT						
t	Xt	$\alpha = 0,3$		$\beta = 0,1$		
		Dif	L _t	T _t	f _{t,1}	e _t
1	4					
2	6	2				
3	8	2				
4	10	2				
5	14	4				
6	18	4				
7	20	2				
8	22	2				
9	24	2				
10	28	4				
11	31	3				
12	34	3				
1	40	37,71	2,83	40,53	36,73	3,27
2	47	42,47	3,02	45,49	40,53	6,47
3	50	46,85	3,15	50,00	45,49	4,51
4	49	49,70	3,12	52,82	50,00	1,00
5	56	53,78	3,22	57,00	52,82	3,18
6	53	55,80	3,10	58,90	57,00	4,00
7	55	57,73	2,98	60,71	58,90	3,90
8	63	61,40	3,05	64,45	60,71	2,29
9	68	65,51	3,16	68,67	64,45	3,55
10	65	67,57	3,05	70,62	68,67	3,67
11	72	71,03	3,09	74,12	70,62	1,38
12	69	72,59	2,94	75,52	74,12	5,12

Ejercicio:

Calcule los primeros 6 valores de pronóstico, utilizando:

$$\alpha = 0,40$$

$$\beta = 0,40$$

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

24

VENTAS DE CD - PRONOSTICOS CON METODO DE HOLT								
t	Xt	$\alpha = 0,4$			$\beta = 0,4$			e _t
		Dif	L _t	T _t	f _{t+1}	f _{t+1}	f _{t+1}	
1	4							
2	6	2						
3	8	2						
4	10	2						
5	14	4						
6	18	4						
7	20	2						
8	22	2						
9	24	2						
10	28	4						
11	31	3						
12	34	3	34	2,73	36,73	←Valores iniciales		
1	40	38,04	3,25	41,29	36,73	3,27		
2	47	43,57	4,16	47,74	41,29	5,71		
3	50	48,64	4,53	53,17	47,74	2,26		
4	49	51,50	3,86	55,36	53,17	4,17		
5	56	55,62	3,96	59,58	55,36	0,64		
6	53	56,95	2,91	59,86	59,58	6,58		
7	55	57,91	2,13	60,05	59,86	4,86		
8	63	61,23	2,60	63,83	60,05	2,95		
9	68	65,50	3,27	68,77	63,83	4,17		
10	65	67,26	2,67	69,93	68,77	3,77		
11	72	70,76	3,00	73,76	69,93	2,07		
12	69	71,86	2,24	74,09	73,76	4,76		
13	79	76,06	3,02	79,08	74,09	4,91		
14	82	80,25	3,49	83,74	79,08	2,92		
15	80	82,24	2,89	85,14	83,74	3,74		
16	85	85,08	2,87	87,95	85,14	0,14		
17	94	90,37	3,84	94,21	87,95	6,05		
18	89	92,13	3,00	95,13	94,21	5,21		
19	96	95,48	3,14	98,62	95,13	0,87		
20	100	99,17	3,36	102,54	98,62	1,38		
21	100	101,52	2,96	104,48	102,54	2,54		
22	105	104,69	3,04	107,73	104,48	0,52		
23	108	107,84	3,08	110,92	107,73	0,27		
24	110	110,55	2,94	113,49	110,92	0,92		

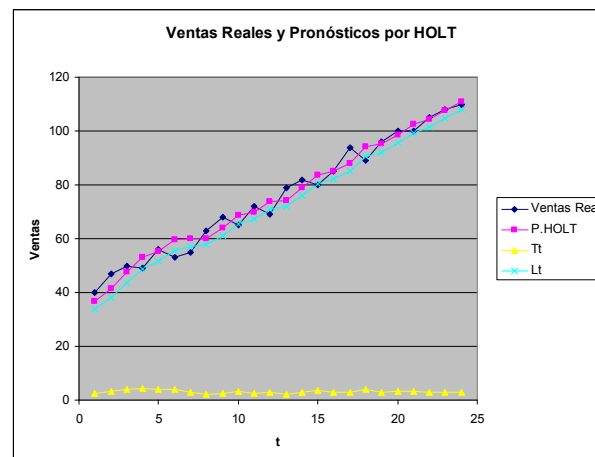
Desviación Absoluta Media:

3,11

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

25

Pronósticos: Holt



UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

26

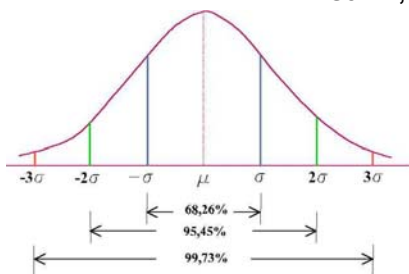
Pronósticos

Precisión

Pronósticos: Precisión

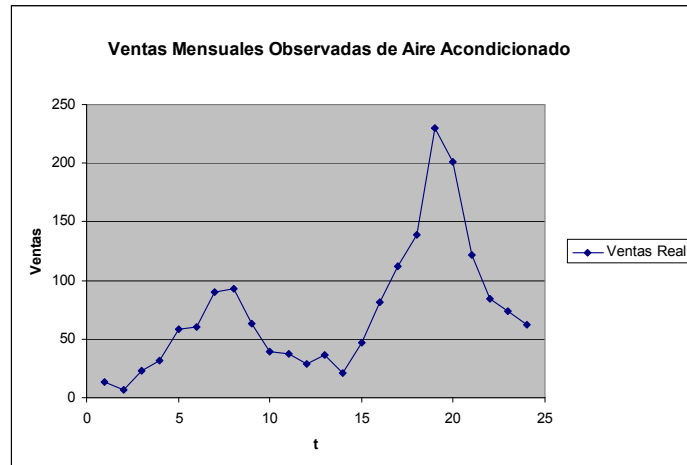
Si el error de los pronósticos está distribuido en forma normal, podemos estimar la desviación estándar con la relación:

$$Se = 1,25 \text{ MAD}$$



MAD	=	3,11
Se	= 1,25 MAD =	3,89
1 Se	=	3,89
2 Se	=	7,78
3 Se	=	11,66
Dentro de ± 1 Se	= $24 \cdot 0,68 =$	16,32
Dentro de ± 2 Se	= $24 \cdot 0,95 =$	22,80
Dentro de ± 3 Se	= $24 \cdot 0,99 =$	23,76

Pronósticos: Winter



UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

31

Pronósticos: Winter

t	X _t	Ventas Prom	Estim. De Estacional
1	4	19,500	0,205
2	3		0,154
3	10		0,513
4	14		0,718
5	25		1,282
6	26		1,333
7	38		1,949
8	40		2,051
9	28		1,436
10	17		0,872
11	16		0,821
12	13		0,667
1	9	37,500	0,240
2	6		0,160
3	18		0,480
4	27		0,720
5	48		1,280
6	50		1,333
7	75		2,000
8	77		2,053
9	52		1,387
10	33		0,880
11	31		0,827
12	24		0,640
1	13		
2	7		
3	23		
4	32		

Estimación de estacionalidad para Enero.

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

32

Pronósticos: Winter

SUAVIZAMIENTO EXPONENCIAL CON TENDENCIA Y ESTACIONALIDAD

$$L_t = \alpha \frac{X_t}{S_{t-c}} + (1 - \alpha) (L_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = \beta (L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta) T_{t-1}$$

$$s_t = \gamma \frac{X_t}{L_t} + (1 - \gamma) s_{t-c}$$

$$f_{t,k} = (L_t + k T_t) s_{t+k-c}$$

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

33

Pronósticos: Winter

t	X _t	Ventas Prom	Estim. De Estacional	α = 0,5		β = 0,40		γ = 0,6		f _{t,1}	f _{t,2}	e _t
				s	L _t	T _t	s _t					
1	4	19,500	0,205	s-23								
2	3		0,154	s-22								
3	10		0,513	s-21								
4	14		0,718	s-20								
5	25		1,282	s-19								
6	26		1,333	s-18								
7	38		1,949	s-17								
8	40		2,051	s-16								
9	28		1,436	s-15								
10	17		0,872	s-14								
11	16		0,821	s-13								
12	13		0,667	s-12								
1	9	37,500	0,240	s-11								
2	6		0,160	s-10								
3	18		0,480	s-9								
4	27		0,720	s-8								
5	48		1,280	s-7								
6	50		1,333	s-6								
7	75		2,000	s-5								
8	77		2,053	s-4								
9	52		1,387	s-3								
10	33		0,880	s-2								
11	31		0,827	s-1								
12	24		0,640	s0	45,75	1,50	0,65		10,40			
1	13				53,17	3,87	0,23		9,13	10,40	2,61	
2	7				50,39	1,21	0,15		25,80	9,13	2,13	
3	23				48,80	0,09	0,48		35,20	25,80	2,80	
4	32				46,67	-0,80	0,70		58,71	35,20	3,20	

1er Paso:

Definir los valores para los coeficientes de suavizamiento α, β y γ.

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

34

Pronósticos: Winter

t	X _t	Ventas Prom	Estim. De Estacional	α = 0,5 β = 0,40 γ = 0,6						
				s	L _t	T _t	s _t	f _{t,t}	f _{t+1,t}	e _t
1	4	19,500	0,205	s-23						
2	3		0,154	s-22						
3	10		0,513	s-21						
4	14		0,716	s-20						
5	25		1,282	s-19						
6	26		1,333	s-18						
7	38		1,949	s-17						
8	40		2,051	s-16						
9	28		1,436	s-15						
10	17		0,872	s-14						
11	16		0,821	s-13						
12	13		0,667	s-12						
1	9	37,500	0,240	s-11						
2	6		0,160	s-10						
3	18		0,480	s-9						
4	27		0,720	s-8						
5	48		1,280	s-7						
6	50		1,333	s-6						
7	75		2,000	s-5						
8	77		2,053	s-4						
9	52		1,387	s-3						
10	33		0,880	s-2						
11	31		0,827	s-1						
12	24		0,640	s0	45,75	1,50	0,65	10,40	--Valores iniciales	
1	13				53,17	3,87	0,23	9,13	10,40	2,61
2	7				50,39	1,21	0,15	25,80	9,13	2,13
3	23				48,80	0,09	0,48	35,20	25,80	2,80
4	32				46,67	-0,80	0,70	58,71	35,20	3,20

2do Paso:

Establecer valores iniciales para L_t, T_t y S_t.

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

35

Pronósticos: Winter

t	X _t	Ventas Prom	Estim. De Estacional	α = 0,5 β = 0,40 γ = 0,6						
				s	L _t	T _t	s _t	f _{t,t}	f _{t+1,t}	e _t
1	4	19,500	0,205	s-23						
2	3		0,154	s-22						
3	10		0,513	s-21						
4	14		0,716	s-20						
5	25		1,282	s-19						
6	26		1,333	s-18						
7	38		1,949	s-17						
8	40		2,051	s-16						
9	28		1,436	s-15						
10	17		0,872	s-14						
11	16		0,821	s-13						
12	13		0,667	s-12						
1	9	37,500	0,240	s-11						
2	6		0,160	s-10						
3	18		0,480	s-9						
4	27		0,720	s-8						
5	48		1,280	s-7						
6	50		1,333	s-6						
7	75		2,000	s-5						
8	77		2,053	s-4						
9	52		1,387	s-3						
10	33		0,880	s-2						
11	31		0,827	s-1						
12	24		0,640	s0	45,75	1,50	0,65	10,40	--Valores iniciales	
1	13				53,17	3,87	0,23	9,13	10,40	2,61
2	7				50,39	1,21	0,15	25,80	9,13	2,13
3	23				48,80	0,09	0,48	35,20	25,80	2,80
4	32				46,67	-0,80	0,70	58,71	35,20	3,20

3do Paso:

Calcular el pronóstico $f_{0,1}$

$$f_{t,k} = (L_t + k T_t) s_{t+k-c}$$

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

36

Pronósticos: Winter

t	X _t	Ventas Prom	Estim. De Estacional	α = 0,5	β = 0,40	γ = 0,6
1	4	19,500	0,205	s-23		
2	3		0,154	s-22		
3	10		0,513	s-21		
4	14		0,716	s-20		
5	25		1,282	s-19		
6	26		1,333	s-18		
7	36		1,949	s-17		
8	40		2,051	s-16		
9	28		1,436	s-15		
10	17		0,872	s-14		
11	16		0,821	s-13		
12	13		0,667	s-12		
1	9	37,500	0,240	s-11		
2	6		0,160	s-10		
3	18		0,480	s-9		
4	27		0,720	s-8		
5	48		1,280	s-7		
6	50		1,333	s-6		
7	75		2,000	s-5		
8	77		2,053	s-4		
9	52		1,387	s-3		
10	33		0,880	s-2		
11	31		0,827	s-1		
12	24		0,640	s0		
1	13				45,75	1,50
2	7				53,17	3,87
3	23				50,39	1,21
4	32				48,80	0,09
					46,67	-0,80
						0,70
						0,23
						9,13
						10,40
						2,61
						2,13
						2,80
						3,20
						0,71
						0,58
						3,18
						2,03
						0,16
						0,02
						0,88
						0,07
						25,55
						3,22
						29,13
						18,00
						63,43
						9,89
						20,19
						25,81
						20,00
						6,85
						1,91
						6,97
						10,39

4to Paso:

Calcular el pronóstico los siguientes valores de L_t , T_t , s_t y $f_{t,1}$

$$L_t = \alpha \frac{x_t}{s_{t-c}} + (1 - \alpha) (L_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = \beta (L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta) T_{t-1}$$

$$s_t = \gamma \frac{x_t}{L_t} + (1 - \gamma) s_{t-c}$$

$$f_{t,k} = (L_t + k T_t) s_{t+k-c}$$

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

37

Pronósticos: Winter

11	31		0,827	s-1			0,82			
12	24		0,640	s0	45,75	1,50	0,65	10,40	Valores iniciales	
1	13				53,17	3,87	0,23	9,13	10,40	2,61
2	7				50,39	1,21	0,15	25,80	9,13	2,13
3	23				48,80	0,09	0,48	35,20	25,80	2,80
4	32				46,67	-0,80	0,70	58,71	35,20	3,20
5	58				45,59	-0,91	1,28	59,42	58,71	0,71
6	60				44,90	-0,82	1,33	86,82	59,42	0,58
7	90				44,88	-0,50	1,99	90,97	86,82	3,18
8	93				44,87	-0,30	2,06	62,84	90,97	2,03
9	63				44,62	-0,28	1,41	39,02	62,84	0,16
10	39				44,33	-0,29	0,88	36,12	39,02	0,02
11	37				44,58	-0,07	0,83	28,93	36,12	0,88
12	29				44,56	-0,05	0,65	10,45	28,93	0,07
13	36				98,95	21,72	0,31	17,78	10,45	25,55
14	21				131,60	26,09	0,15	76,13	17,78	3,22
15	47				127,52	14,03	0,41	99,00	76,13	29,13
16	81				128,68	8,88	0,66	175,43	99,00	18,00
17	112				112,69	-1,07	1,11	148,89	175,43	63,43
18	139				107,92	-2,55	1,31	209,81	148,89	9,89
19	230				110,43	-0,52	2,05	226,81	209,81	20,19
20	201				103,66	-3,02	1,99	142,00	226,81	25,81
21	122				93,55	-5,86	1,35	77,15	142,00	20,00
22	84				91,58	-4,30	0,90	72,09	77,15	6,85
23	74				88,44	-3,84	0,83	55,03	72,09	1,91
24	62				89,96	-1,69	0,67	27,55	55,03	6,97
Desviación Absoluta Media:										10,39

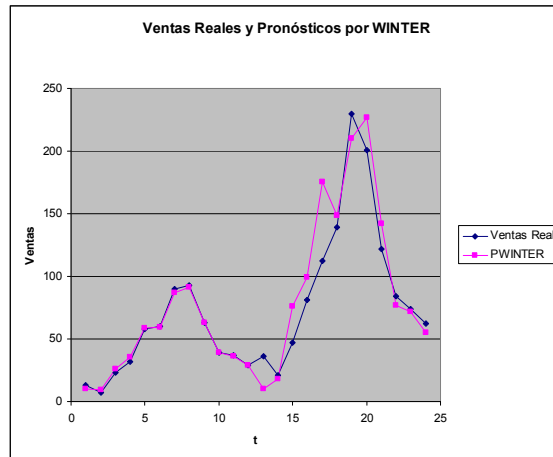
5to Paso:

Calcular la desviación media absoluta (MAD).

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

38

Pronósticos: Winter



UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

39

Pronósticos

Regresión Lineal

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

40

Pronósticos: Regresión Lineal

- Se busca predecir el valor de una variable a partir del valor de otra.
- Variable dependiente vs. Variable independiente.

Ejemplos:

V. Dependiente

Producción científica
Ventas automóviles
Matrícula estudiantil
Casos de enfermedad
Costo de producción total

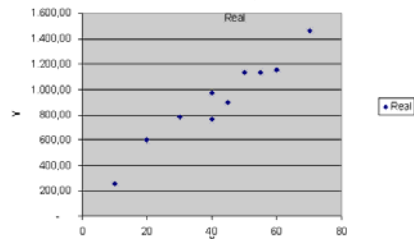
V. Independiente

Presupuesto invertido
Tasas de interés
Inversión social en planes de ayuda
Tiempo de exposición / Distancia a / Grms. sustancia
Cantidad de unidades de producir

- No siempre existe correlación entre las variables.
- Regresión Simple vs. Regresión Múltiple
- Regresión Lineal vs. No lineales

Pronósticos: Regresión Lineal

- Dada una serie X-Y, se busca una función lineal:



- Recta de Regresión de Mínimos Cuadrados.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$$

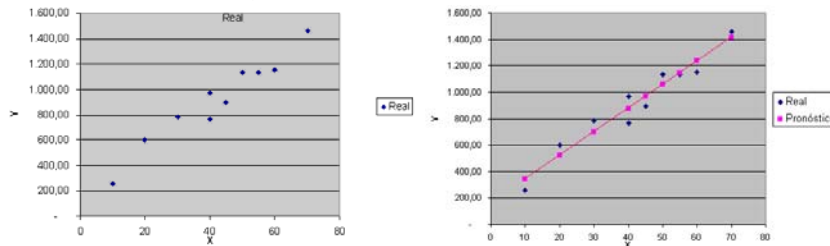
$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$$

- Propiedades:

- Pasa por el punto $(m(x), m(y))$.
- $\sum e_i = 0$

Pronósticos: Regresión Lineal

- Dada una serie X-Y, se busca una función lineal:



- Recta de Regresión de Mínimos Cuadrados.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$$

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$$

- Propiedades:

- Pasa por el punto (\bar{x}, \bar{y}) .
- $\sum \varepsilon_i = 0$

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

43

Pronósticos: Regresión Lineal

Ejemplo tomado y adaptado de “Investigación de Operaciones – Algoritmos y Aplicaciones” de Wayne Winston. Pag. 1302

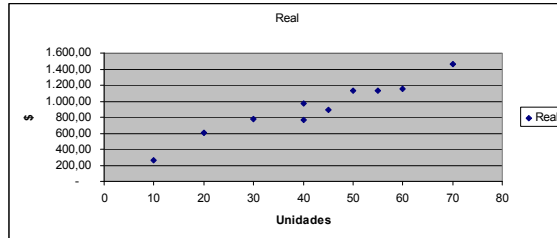
Semana	Trenes fabricados	Costo de producción total
1	10	257,40
2	20	601,60
3	30	782,00
4	40	765,40
5	45	895,50
6	50	1.133,00
7	60	1.152,80
8	55	1.132,70
9	70	1.459,20
10	40	970,10

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

44

Pronósticos: Regresión Lineal

Semana	Trenes fabricados	Costo de producción total
1	10	257,40
2	20	601,60
3	30	782,00
4	40	765,40
5	45	895,50
6	50	1.133,00
7	60	1.152,80
8	55	1.132,70
9	70	1.459,20
10	40	970,10



$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum (x_i - m(x)) (y_i - m(y))}{\sum (x_i - m(x))^2}$$

$$\hat{\beta}_0 = m(y) - \hat{\beta}_1 m(x)$$

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$$

Función de Y_i conceptual.

Parámetros estimados

Valor estimado para Y_i a partir de regresión lineal.

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

45

Pronósticos: Regresión Lineal

Semana	Trenes fabricados	Costo de producción total
1	10	257,40
2	20	601,60
3	30	782,00
4	40	765,40
5	45	895,50
6	50	1.133,00
7	60	1.152,80
8	55	1.132,70
9	70	1.459,20
10	40	970,10

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

46

Pronósticos: Regresión Lineal

Semana	Trenes fabricados	Costo de producción total
1	10	257,40
2	20	601,60
3	30	782,00
4	40	765,40
5	45	695,50
6	50	1.133,00
7	60	1.152,80
8	55	1.132,70
9	70	1.459,20
10	40	970,10

$m(x)$ 42,00
 $m(y)$ 914,97

x_i	y_i	$x_i - m(x)$	$y_i - m(y)$	$(x_i - m(x)) \cdot (y_i - m(y))$	$(x_i - m(x))^2$
10	257,40	-32,00	-657,57	21042,24	1024,00
20	601,60	-22,00	-313,37	6894,14	484,00
30	782,00	-12,00	-132,97	1595,64	144,00
40	765,40	-2,00	-149,57	299,14	4,00
45	695,50	3,00	-19,47	-58,41	9,00
50	1133,00	8,00	218,03	1744,24	64,00
60	1152,80	18,00	237,83	4280,94	324,00
55	1132,70	13,00	217,73	2830,49	169,00
70	1459,20	28,00	544,23	15238,44	784,00
40	970,10	-2,00	55,13	-110,26	4,00
SUMA				53756,60	3010,00

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

47

Pronósticos: Regresión Lineal

Semana	Trenes fabricados	Costo de producción total
1	10	257,40
2	20	601,60
3	30	782,00
4	40	765,40
5	45	695,50
6	50	1.133,00
7	60	1.152,80
8	55	1.132,70
9	70	1.459,20
10	40	970,10

$m(x)$ 42,00
 $m(y)$ 914,97

x_i	y_i	$x_i - m(x)$	$y_i - m(y)$	$(x_i - m(x)) \cdot (y_i - m(y))$	$(x_i - m(x))^2$
10	257,40	-32,00	-657,57	21042,24	1024,00
20	601,60	-22,00	-313,37	6894,14	484,00
30	782,00	-12,00	-132,97	1595,64	144,00
40	765,40	-2,00	-149,57	299,14	4,00
45	695,50	3,00	-19,47	-58,41	9,00
50	1133,00	8,00	218,03	1744,24	64,00
60	1152,80	18,00	237,83	4280,94	324,00
55	1132,70	13,00	217,73	2830,49	169,00
70	1459,20	28,00	544,23	15238,44	784,00
40	970,10	-2,00	55,13	-110,26	4,00
SUMA				53756,60	3010,00

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum (x_i - m(x)) (y_i - m(y))}{\sum (x_i - m(x))^2}$$

$$\hat{\beta}_1 = 17,86$$

$$\hat{\beta}_0 = m(y) - \hat{\beta}_1 m(x)$$

$$\hat{\beta}_0 = 164,88$$

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$$

$$\hat{y}_i = 164,88 + 17,86 x_i$$

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

48

Pronósticos: Regresión Lineal

Semana	Trenes fabricados	Costo de producción total
1	10	257,40
2	20	601,60
3	30	782,00
4	40	765,40
5	45	695,50
6	50	1.133,00
7	60	1.152,80
8	55	1.132,70
9	70	1.459,20
10	40	970,10

$m(x)$ 42,00
 $m(y)$ 914,97

x_i	y_i	$x_i - m(x)$	$y_i - m(y)$	$(x_i - m(x))^*$ $(y_i - m(y))$	$(x_i - m(x))^2$
10	257,40	-32,00	-657,57	21042,24	1024,00
20	601,60	-22,00	-313,37	6894,14	484,00
30	782,00	-12,00	-132,97	1595,64	144,00
40	765,40	-2,00	-149,57	299,14	4,00
45	695,50	3,00	-19,47	-58,41	9,00
50	1133,00	8,00	218,03	1744,24	64,00
60	1152,80	18,00	237,83	4280,94	324,00
55	1132,70	13,00	217,73	2830,49	169,00
70	1459,20	28,00	544,23	15238,44	784,00
40	970,10	-2,00	55,13	-110,26	4,00
SUMA				53756,60	3010,00

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum (x_i - m(x)) (y_i - m(y))}{\sum (x_i - m(x))^2}$$

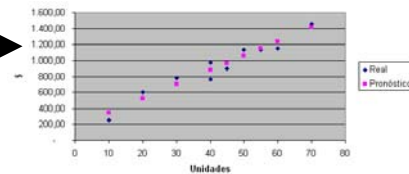
$$\hat{\beta}_1 = 17,86$$

$$\hat{\beta}_0 = m(y) - \hat{\beta}_1 m(x)$$

$$\hat{\beta}_0 = 164,88$$

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$$

$$\hat{y}_i = 164,88 + 17,86 x_i$$



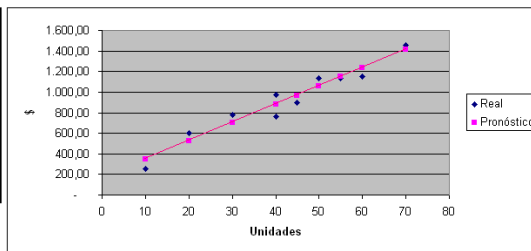
UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

49

Pronósticos: Regresión Lineal

Resultado:

Trenes fabricados	Costo de producción total	Costo de producción estimado	Error
10	257,40	343,47	-86,07
20	601,60	522,06	79,54
30	782,00	700,66	81,34
40	765,40	879,25	-113,85
45	695,50	968,55	-273,05
50	1.133,00	1057,84	75,16
60	1.152,80	1236,44	-83,64
55	1.132,70	1147,14	-14,44
70	1.459,20	1415,03	44,17
40	970,10	879,25	90,85



La función lineal obtenida nos permite pronosticar el costo de producción a partir de nuevas cantidades de trenes a fabricar.

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

50

Pronósticos: Regresión Lineal

COMO LOGRAR UN BUEN AJUSTE

- **SST: suma del total de cuadrados**
 - Variación total de Y_i respecto a la media
 - $SST = \sum (y_i - m(y))^2$
- **SSE: suma de errores cuadráticos**
 - $SSE = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum e_i^2$
 - Si la recta pasa por todos los puntos dato, $SSR = 0$
 - Un SSE chico indica un buen ajuste
- **SSR: suma de los cuadrados de la regresión**
 - $SSR = \sum (\hat{y}_i - m(y))^2$
 - Se puede demostrar que $SST = SSR + SSE$
- **R^2 : coeficiente de determinación**
 - $R^2 = SSR / SST$ % en que la variable X explica a la variable Y
 - $1 - R^2 = SSE / SST$ % de variación en Y no explicado por X
- r_{xy} : correlación lineal de la muestra
 - $\sqrt{R^2}$ + o - según β_1
- **S_e : error estándar de la estimación**
 - $S_e = \sqrt{SSE / (n - 2)}$

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

51

Pronósticos: Regresión Lineal

x_i	y_i	\hat{y}_i	$(y_i - m(y))^2$	$(y_i - \hat{y}_i)^2$	$(\hat{y}_i - m(y))^2$
10	257,40	343,5	432398,30	7408,26	326610,81
20	601,60	522,1	98200,76	6325,88	154374,64
30	782,00	700,7	17681,02	6616,53	45929,64
40	765,40	879,3	22371,18	12962,13	1275,82
45	895,50	968,5	379,08	5336,01	2670,60
50	1133,00	1057,8	47537,08	5648,32	20413,18
60	1152,80	1236,4	56663,11	6995,32	103341,70
55	1132,70	1147,1	47406,35	208,55	53903,54
70	1459,20	1415,0	296186,29	1950,87	250061,40
40	970,10	879,3	3039,32	8253,48	1275,82
SUMA			1021762,50	61705,34	960057,16

$$SST = \sum (y_i - \text{med}(y))^2$$

1021762,50

$$SSE = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum e_i^2$$

61705,34

$$SSR = \sum (\hat{y}_i - m(y))^2$$

960057,16

$$R^2 = SSR / SST$$

0,94

$$1 - R^2 = SSE / SST$$

0,06

$$S_e = \sqrt{(SSE / (n - 2))}$$

87,82

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2013

52

Pronósticos: Regresión Lineal

SUPUESTOS

- Se deben cumplir ciertos supuestos
 - La varianza del término del error no debe depender del valor de la variable independiente.
 - Homocedasticidad vs Heterocedasticidad.
 - Ver gráfico Error respecto a X
 - Los errores tienen distribución normal.
 - Los errores deben ser independientes.
 - Ver gráfico Error respecto al Tiempo.

OTRAS MODELOS

- Diferentes curvas de regresión: lineal, exponencial, logarítmica, etc.
- Mas de una variable independiente: Regresión múltiple