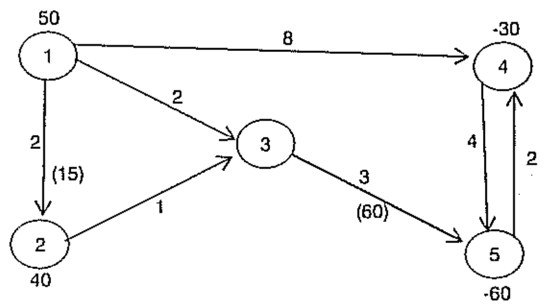
C.



Observación: Los números que aparecen entre paréntesis debajo de los arcos representan la capacidad del mismo.

ACTIVIDAD 11

Dibujar la red correspondiente al siguiente PL:

$$\min 2x_{13} + x_{14} + 3x_{25} + 4x_{36} + 2x_{43} + 5x_{46} + 2x_{47} + 2x_{54} + 4x_{57}$$

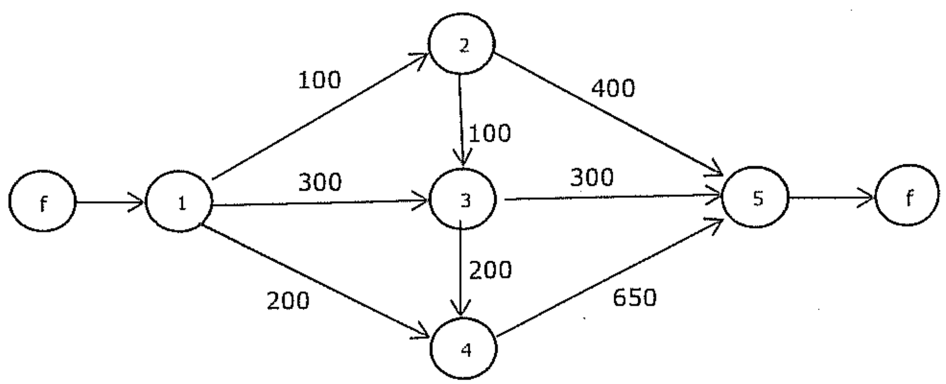
sa

$$100 - x_{13} - x_{14} = 0$$
$$150 - x_{25} = 0$$
$$x_{13} + x_{43} - 60 - x_{36} = 0$$
$$x_{14} + x_{54} - x_{43} - x_{46} - x_{47} = 0$$
$$x_{25} - x_{54} - x_{57} = 0$$
$$x_{36} + x_{46} - 90 = 0$$
$$x_{57} + x_{47} - 100 = 0$$
$$x_{13} \leq 50$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall i \quad \forall j$$

ACTIVIDAD 12

Plantear el PL de la siguiente red de flujo máximo.



CAPÍTULO 6

PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA

1. INTRODUCCIÓN

Este capítulo trata sobre modelos que podrían ser formulados y resueltos como modelos de PL, con la condición de que algunas o todas sus variables tienen que asumir valores enteros.

Recordemos que uno de los supuestos de los modelos de programación lineal es la divisibilidad, es decir que las variables pueden asumir valores fraccionarios. En el mundo real, frecuentemente nos encontramos con problemas en los cuales las variables deben ser enteras. En tal caso, se llegará a un valor objetivo óptimo menor (en caso de maximización) al del problema que acepta soluciones continuas, salvo algún caso particular en el cual la solución óptima resulta entera[1].

Otros casos de necesidad de programación entera (PE) se refieren, por ejemplo, a variables de decisión que deben ser "binarias" (enteras que asumen únicamente los valores "0" ó "1"). Estas variables permiten modelar situaciones de opciones (elegir entre alternativas) o situaciones en las que se deben respetar ciertas condiciones lógicas y que, sin la presencia de ellas, no podría modelarse el problema.

Resumiendo, podemos decir que el modelo de Programación Entera es un modelo de PL donde las variables deben asumir valores enteros. Si sólo es necesario que algunas variables sean enteras, entonces se trata de un problema de programación entera mixta. Cuando las variables pueden asumir solamente valores 0 ó 1, se denomina programación binaria.

2. RELAJACIÓN LINEAL

La relajación lineal (RPL) de un PE se obtiene al omitir la condición que exige que las variables sean enteras. En consecuencia, el problema se transforma en un PL continuo, resultando una versión menos restringida del problema entero. En consecuencia:

[1] Como es el caso de los problemas de transporte, asignación y transbordo.

- Para cualquier PE de **maximización**: "el valor objetivo óptimo de la relajación lineal es siempre ≥ que el valor objetivo óptimo del programa entero". Esto significa que "el valor objetivo óptimo de la relajación lineal es una cota superior para valor objetivo óptimo del PE"
- En caso de **minimización**: "el valor objetivo óptimo de la relajación lineal es una cota inferior para valor objetivo óptimo del PE".

3. SOLUCIONES ENTERAS VS. SOLUCIONES REDONDEADAS

Como dijimos anteriormente, en el mundo real frecuentemente nos encontramos con problemas en los cuales las variables deben ser enteras. Por ejemplo, supongamos una empresa que fabrica bolsas de residuos para la industria y obtiene una solución que le indica fabricar 5000,345 bolsas. En este caso, podríamos trabajar con una *solución redondeada* al entero más próximo. El uso de este tipo de soluciones es aceptable en situaciones en que el redondeo no tenga una importancia relativa significativa. En general, cuanto más grandes sean los valores de las variables de decisión de la solución fraccionaria, tanto más probable será que el redondeo resulte aceptable.

No obstante, existen situaciones en las cuales el redondeo no funciona. Por ejemplo, si la solución de un modelo PL arroja construir 3,45 edificios y 5,23 casas, la magnitud de los resultados financieros y de los recursos comprometidos en la construcción, impondrá la necesidad de lograr la *solución óptima entera*.

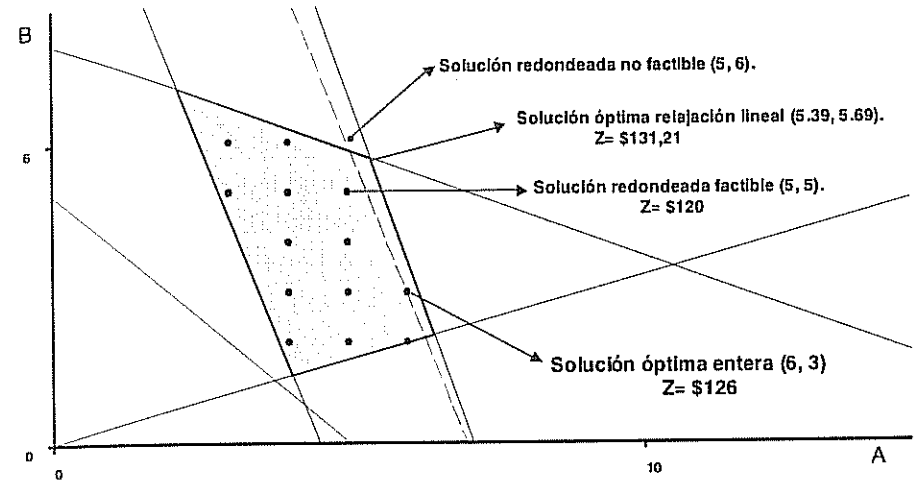
Veamos gráficamente un ejemplo donde la solución redondeada no funciona, supongamos el siguiente modelo para determinar la cantidad a fabricar de 2 productos (A y B):

Max $18\,A + 6\,B$

s.a.

$A + B \geq 5$		requerimiento mínimo de unidades
$42{,}8\,A + 1000\,B \leq 800$		disponibilidad del insumo I
$20\,A + 6\,B \leq 142$		disponibilidad del insumo II
$30\,A + 10\,B \geq 135$		horas mínimas de prueba
$A - 3\,B \leq 0$		por cada unid B se producen 3 unid A

$A, B \geq 0$ y enteras



Observemos que,

- La solución óptima de la relajación lineal es A = 5,39 y B = 5,69, siendo el valor objetivo de $131,20.
- Si se redondea en A = 5 y B = 6, la solución queda fuera del conjunto de soluciones factibles.
- Si se redondea en A = 5 y B = 5, el objetivo asume el valor $120.
- La solución óptima entera es A = 6 y B = 3, alcanzando un valor objetivo óptimo de $126.

Como conclusión podemos afirmar que en problemas cuyas variables asumen valores fraccionarios relativamente grandes, podemos pensar en redondear el valor de las mismas al entero más próximo. Sin embargo, el método de redondeo puede conducir a situaciones como:

- Puede ser redondeando al entero más próximo, éste no sea factibles.
- Aun cuando uno o más de los puntos enteros cercanos sean factibles:
  - ✓ No necesariamente serán óptimos para el PE
  - ✓ No necesariamente estarán cerca de la solución óptima.

Veamos otro ejemplo:

Max $Z = 0.5x_1 + 5x_2$

s.a.

$6x_1 + x_2 \leq 50$

$x_1 + 12\,x_2 \leq 60$

$x_1, x_2 \geq 0$ y enteras

La solución al PL asociado sin considerar la restricción de enteros (relajación de PL), es la siguiente:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 25.63380

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	7.605634	0.000000
X2	4.366197	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.014085
3)	0.000000	0.415493

Claramente esta no es la solución al PE. Podríamos pensar en redondear los valores de las variables, en este caso si redondeamos para arriba, no se cumplirían las restricciones por lo tanto podríamos intentar redondear los valores de las variables hacia abajo. Con este criterio la solución quedaría:

$$x_1 = 7$$
$$x_2 = 4$$
$$Z = 23{,}5$$

Sin embargo si exploramos el conjunto de soluciones enteras en forma gráfica o usando un software (en este caso LINDO), encontramos que la solución óptima entera es:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 25.00000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	0.000000	-0.500000
X2	5.000000	-5.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	45.000000	0.000000
3)	0.000000	0.000000

Observemos que el valor de Z es inferior al de la relajación, sin embargo es superior al obtenido mediante redondeo. Esto se debe a que el óptimo depende de la inclinación de la recta objetivo.

4. MÉTODO DE RAMIFICACIÓN Y ACOTAMIENTO

Si la región factible para la relajación de PL de un PE puro es acotada, entonces la región factible del PE estará formada por un número finito de puntos. En teoría se podría resolver el PE calculando los valores de la función objetivo para cada punto factibles y elegir el mejor. Sin embargo el problema con este método es que la mayoría de los PE tienen regiones factibles que consisten en billones y billones de puntos factibles.

Sin embargo, los ejemplos anteriores nos muestran la necesidad de encontrar un método que nos permita, a partir de la relajación de PL, ir explorando las soluciones enteras.

Uno de los más utilizados es el conocido como *branch and bound* o método de ramificación y acotación.

La "ramificación" consiste en ir agregando restricciones excluyentes a la RPL, para alguna de las variables no enteras, que dividan a la región factible en dos partes. De manera tal que se eliminen en ambas partes los valores no enteros de la variable seleccionada en la RPL, hasta encontrar la solución entera óptima.

La "acotación" se basa en el hecho de que las regiones factibles de los problemas que surjan al agregar las nuevas restricciones, son en realidad subconjuntos del conjunto de soluciones de la RPL y por lo tanto el valor óptimo de Z en estos dos subconjuntos será siempre menor (mayor) que el valor de Z de la RPL y por lo tanto este valor será una cota superior (inferior) para las soluciones que obtengamos.

EL proceso de acotación consiste –en problemas de maximización-, en tomar como cota inferior aquella solución entera con mayor valor de Z. Como cualquier otro subproblema con solución no entera, con un valor de Z^* menor al Z^* de la solución entera ya encontrada, al ramificarlo nos dará como resultado valores de Z menores o iguales, podemos descartar como subproblemas a ramificar a todos aquellos que tengan en la solución óptima un valor de Z menor a la cota establecida.

En definitiva tendremos una cota superior dada por el Z^* de la RLP y una cota inferior dada por las sucesivas soluciones enteras.

El método de ramificación y acotación *no* es un procedimiento de solución única como el algoritmo Simplex. Se trata de un *enfoque* para resolver problemas de PE. Usa la estrategia de "divide y vencerás".

Los pasos para aplicar este método pueden resumirse en los siguientes:

1. Se resuelve la RPL, si todos los valores son enteros, entonces esta es también la solución óptima del PE.
2. Si existe alguna variable con valor fraccionario entonces se divide el problema en dos nuevos subproblemas agregándole a cada uno una nueva restricción, de manera tal que se excluya el valor fraccionario.

Ejemplo:

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 5x_2$$

s. a.

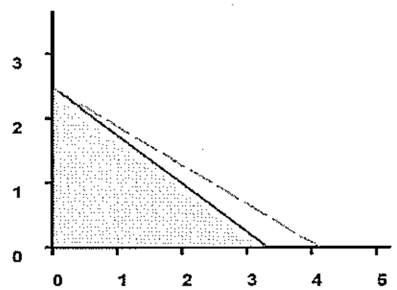
$$6x_1 + 8x_2 \leq 20$$

$$x_1 \text{ y } x_2 \geq 0 \text{ y enteros}$$

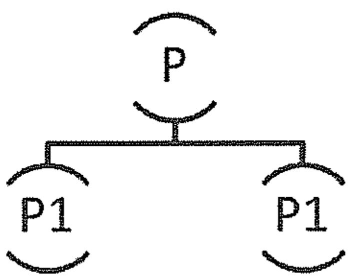
Se resuelve la relajación de PL y se obtiene:

$$x_1 = 0\ ,\ \ x_2 = 2{,}5 \ \ \text{y} \ \ Z = 12{,}5$$

Gráficamente,



Para excluir la solución no entera, ramificamos y planteamos dos nuevos problemas:



<u>Problema 1</u>

Max $3x_1 + 5x_2$
Sa
$6x_1 + 8x_2 \leq 20$
$x_2 \leq 2$

x_1 y $x_2 \geq 0$

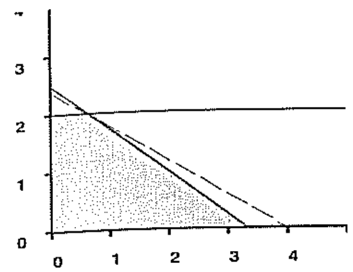
<u>Problema 2</u>

Max $3x_1 + 5x_2$
Sa
$6x_1 + 8x_2 \leq 20$
$x_2 \geq 3$

x_1 y $x_2 \geq 0$

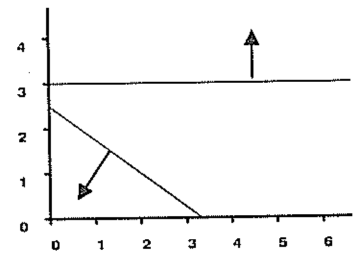
Resolvemos los nuevos problemas:

<u>Problema 1</u>



Óptimo (x1,x2) (0.67, 2.00)
Z=12

<u>Problema 2</u>



Problema no factible

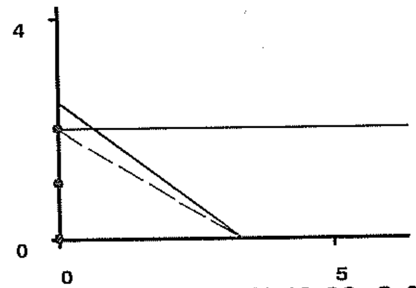
Existen cuatro posibles resultados para cada subproblema:

1. Si un problema no es factible, no se lo investiga más.
2. Si la solución de la relajación de PL para el problema es entera, se registra ésta como la posible mejor solución y se la guarda como cota inferior.
3. Si la solución de la relajación de PL es peor que alguna solución entera que ya se conoce, entonces no se investiga más el problema.
4. Si la solución de la relajación de PL es fraccionaria pero mejor que cualquier solución entera que se conoce hasta ese momento, se divide a la región factible para ese subproblema, de manera que se excluya una parte de la solución. Se continúa este procedimiento hasta que no existan subproblemas que deban investigarse.

<u>Problema 3</u>

Max $3x_1 + 5x_2$
Sa
$6x_1 + 8x_2 \leq 20$
$x_2 \leq 2$
$x_1 \leq 0$

x_1 y $x_2 \geq 0$

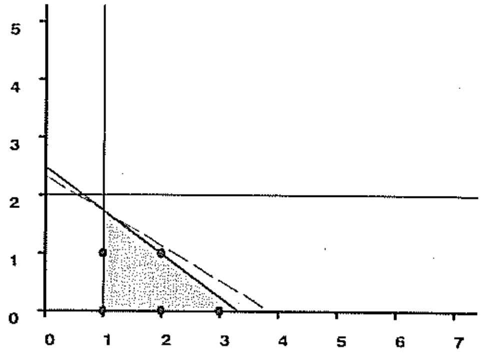


Optimo (x1,x2) (0.00, 2.00)
Z=10

Problema 4

Max $3x_1 + 5x_2$
Sa
$6x_1 + 8x_2 \leq 20$
$x_2 \leq 2$
$x_1 \geq 1$

x_1 y $x_2 \geq 0$

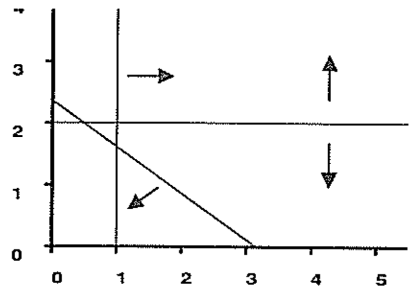


Óptimo (x1, x2) (1.00; 1.75)
Z=11,75

Problema 5

Max $3x_1 + 5x_2$
Sa
$6x_1 + 8x_2 \leq 20$
$x_2 \leq 2$
$x_1 \geq 1$
$x_2 \geq 2$

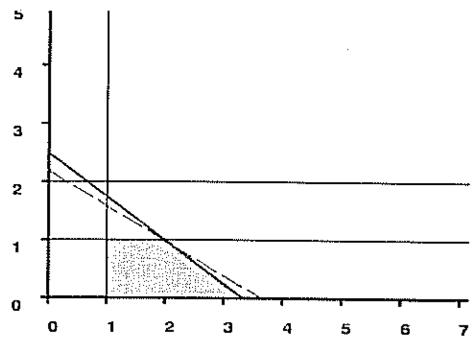
x_1 y $x_2 \geq 0$



Problema no factible

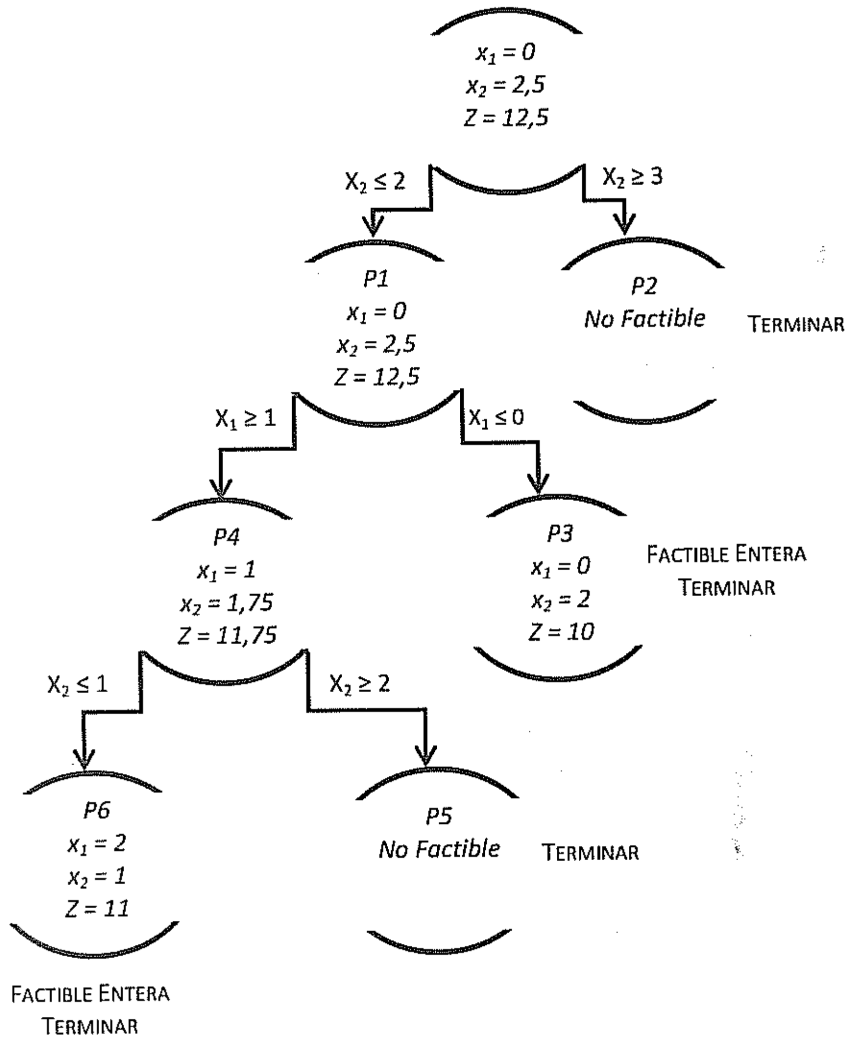
Problema 6

Max $3x_1 + 5x_2$
Sa
$6x_1 + 8x_2 \leq 20$
$x_2 \leq 2$
$x_1 \geq 1$
$x_2 \leq 1$
x_1 y $x_2 \geq 0$



Optimo (x1,x2) (2.00, 1.00)
Z=11

Resumiendo los resultados obtenidos en cada paso:



5. USO DE VARIABLES BINARIAS

Como ya expresamos al comienzo de este capítulo, las variables 0 – 1 son muy útiles en la formulación de muchos problemas lineales. Representan todo o nada, hacer o no hacer. Se usan también para representar condiciones lógicas, de tamaño del lote de producción y para incluir en la función objetivo costos fijos de producción.

A continuación se ejemplificarán diferentes situaciones en las cuales se hace imprescindible su utilización a los fines de una correcta modelización del problema:

Restricciones de elección múltiple

Se utilizan para representar elecciones mutuamente excluyentes, por ejemplo elegir un proyecto u otro:

$$x_i + x_j = 1$$

No más de k de entre n alternativas de un conjunto

Comprenden los casos en los cuales, por ejemplo, se deben seleccionar no más de k proyectos de un conjunto n proyectos factibles.

$$x_1 + x_2 + \ldots\ldots + x_n \leq k$$

Decisiones dependientes *(condicionales)*

a) no se desea elegir la opción k a menos que se elija primero la opción m. Sin embargo la opción m puede ser elegida sin que lo sea la opción k.

$$x_k \leq x_m \quad \text{ó} \quad x_k - x_m \leq 0$$

b) Si se elige la opción m entonces la opción k también. A este tipo de restricciones se las suele llamar restricciones de correquisito. Es decir que siempre que se elija la opción m también debe ser elegida la opción k y viceversa. Por ejemplo el caso de una planta industrial que, de instalarse, se debe también considerar la construcción de una planta de desechos industriales.

$$x_k - x_m = 0$$

c) Si elige la inversión m, no podrá elegir la k y viceversa. Sin embargo puede no seleccionarse ninguna de las dos.

$$x_k + x_m \leq 1$$

Restricciones en el tamaño del lote

a) Supongamos que se tienen las siguientes restricciones:

(1) Si compra la acción j, debe comprar al menos 50
(2) No puede comprar más de 150 acciones de j

Si lo expresamos como:

$$x_j \geq 50$$
$$x_j \leq 150$$

no funciona, porque estas restricciones expresan que se deben comprar por lo menos 50 acciones y como máximo 150 acciones. Sin embargo nosotros queremos que, si se compran acciones, entonces se compre una cantidad mayor o igual a 50 y menor o igual a 150, es decir que $x_j = 0$ ó $50 \leq x_j \leq 150$

Para modelizar esta situación necesitamos usar una variable 0 – 1, por ejemplo y_j para la acción j. Esta variable tiene la siguiente interpretación:

Si $y_j = 1 \Rightarrow$ se compra la acción j
Si $y_j = 0 \Rightarrow$ no se compra la acción j

Consideremos ahora agregar la restricción:

$$x_j \leq 150\ y_j$$
$$x_j \geq 50\ y_j$$

De esta forma, si $y_j = 1$ se verificará que,

$$50 \leq x_j \leq 150$$

b) Supongamos que si compra la acción j, debe comprar al menos 50 acciones.

Si $y_j = 1 \Rightarrow$ se compra la acción j
Si $y_j = 0 \Rightarrow$ no se compra la acción j

Podríamos proponer modelar de la forma:

(1) $x_j \geq 50\ y_j$
(2) $x_j \leq U\ y_j$, siendo U = nº muy grande

De manera tal que si $y_j = 0$, (1) y (2) quedan:

$$x_j \geq 50\ (0) = 0\ ; \qquad x_j \geq 0$$
$$x_j \leq U\ (0) = 0\ ; \qquad x_j \leq 0$$

y en consecuencia, x_j es igual a 0.

Sin la restricción (2), cuando $y_j = 0$, la restricción (1) queda $x_j \geq 0$, de esta forma podría x_j tomar cualquier valor mayor que 0, con lo cual no se respeta el número mínimo de 50 acciones.

Para asignarle un valor a U, debe calcularse cuántas acciones como máximo se pueden comprar si solamente compramos de la acción j.

Restricciones de costo fijo

En muchas situaciones nos encontramos con un costo de producción con dos componentes uno fijo y uno variable. El uso de variables 0-1 nos permite incluir el componente fijo del costo, en caso de que se produzca del producto considerado.

Supongamos una empresa que fabrica dos tipos de productos: A y B. Para fabricarlos tiene que disponer de una maquinaria especial, la que debe alquilar con las siguientes tarifas:

- Maquinaria para el producto A a $500 por semana.
- Maquinaria para el producto B a $550 por semana.

El resto de la información respecto a insumos necesarios por unidad y contribución unitaria se proporcionan en la siguiente tabla:

	Hs. Mano de Obra	Insumos	Contribución a las utilidades
Producto A	5	7	10
Producto B	3	2	8
Disponibilidad semanal	250	300	

De acuerdo a los datos del problema, el *objetivo* es maximizar el beneficio total.

variables:

x_A = unidades del producto A a producir semanalmente.

x_B = unidades del producto B a producir semanalmente.

y_A = 1 o 0, si es que el producto A se produce o no se produce.

y_B = 1 o 0, si es que el producto B se produce o no se produce.

Restricciones:

Las dos primeras están referidas a la disponibilidad máxima de los recursos mano de obra e insumos.

Las dos últimas son necesarias para que el costo del alquiler de la maquinaria sea restado de la contribución total, en el caso de producirse el producto considerado.

El modelo para este caso es el siguiente:

$$\max 10\, x_A + 8\, x_B - 500\, y_A - 550\, y_B$$

sa

$$5\, x_A + 3\, x_B \leq 250 \quad \text{Hs. MO}$$

$$7\, x_A + 2\, x_B \leq 300 \quad \text{Insumos}$$

$$x_A \leq M\, y_A$$

$$x_B \leq N\, y_B$$

$$x_A \text{ y } x_B \geq 0 \text{ y enteras}$$

$$y_A \text{ y } y_B \text{ binarias}$$

Para determinar el valor de M y N, calculamos la producción máxima posible de cada producto, así para el producto A será:

Producción máxima de A está dada por el mínimo entre: $\frac{250}{5}$ y $\frac{300}{7}$, en este caso M = 42 unidades.

De la misma manera se procede para encontrar el máximo que se puede producir de B, es decir N= 83 unidades.

M y N no pueden ser inferiores a la máxima producción posible de cada producto, de lo contrario estaríamos introduciendo restricciones innecesarias.

6. EJEMPLO DE PLANIFICACIÓN DE PERSONAL

Una aplicación muy difundida en la utilización de la programación entera en las empresas, es la planificación de personal. Para mostrar este tema presentaremos el siguiente caso:

La sucursal del Banco Argentino necesita de 8 a 15 cajeros de servicio, dependiendo de la hora del día, como se indica en la tabla. Los cajeros de tiempo completo trabajan 8 hs. consecutivas a $25 la hs., comenzando a las 8 am. Los de tiempo parcial trabajan 4 hs. consecutivas a $15 por hs. comenzando a las 8am, 10am o 12hs.

La legislación laboral y regulaciones sindicales requieren que en cualquier hora, al menos el 60% de los cajeros sean de tiempo completo.

Tabla de Horarios	
8 a 10	10
10 a 12	12
12 a 14	17
14 a 16	14

El *objetivo* es: minimizar el costo total de lo que se paga a los cajeros.

Si definimos a las *variables* como:

F= número de cajero que trabajan tiempo completo

P_i= número de cajeros que trabajan a tiempo parcial en el período i.

Claramente vemos que las variables deben ser enteras ya que representan personas.

Restricciones:

El primer conjunto de restricciones representa el número mínimo de cajeros que se necesitan por período.

El segundo conjunto de restricciones representa la condición de que en cada turno por lo menos el 60% de todos los cajeros deben ser a tiempo completo.

El Modelo Lineal para este problema se muestra en la página siguiente.

$$\text{Min } 200F + 60\,P_8 + 60\,P_{10} + 60\,P_{12}$$

Sa

$$F + P_8 \geq 10$$
$$F + P_8 + P_{10} \geq 12$$
$$F + P_{10} + P_{12} \geq 17$$
$$F + P_{12} \geq 14$$
$$F \geq 0,6\,(F + P_8)$$
$$F \geq 0,6\,(F + P_8 + P_{10})$$
$$F \geq 0,6\,(F + P_{10} + P_{12})$$
$$F \geq 0,6\,(F + P_{12})$$
$$F,\ P_8,\ P_{10},\ P_{12} \geq 0 \text{ y enteras}$$

7. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD EN PROGRAMAS LINEALES ENTEROS

Es muy importante aclarar que en el caso de Programas Lineales Enteros, no es posible utilizar la información proporcionada por los precios sombra, ni por el análisis de sensibilidad, ya que fueron diseñados para programas lineales continuos.

Sin embargo sabemos que esta información es muy importante y la manera de salvar esta situación es realizando múltiples corridas del software que se esté utilizando, para obtener dicha información.

En problemas mixtos (sin la presencia de variables binarias), para aprovechar las ventajas del análisis de sensibilidad, se suele utilizar siguiente procedimiento:

1) se resuelve el problema de PE.
2) se añaden como restricciones al problema, las variables enteras con el valor obtenido en el paso anterior, de esta forma el PE se transforma en un PL.
3) se resuelve el PL, obteniendo de esta manera el análisis de sensibilidad.

ACTIVIDADES DE AUTOEXAMEN

ACTIVIDAD 1

Una compañía dedicada a la fabricación de perfumes, ha desarrollado cinco nuevas fragancias para lanzar al mercado la próxima temporada de verano. La administración deberá decidir sobre cuáles de estos productos se van a producir y a qué niveles.

El costo fijo de puesta en marcha de la línea de producción para los cinco productos es de $ 26.000, $ 30.000, $ 28.000, $ 35.000 y $ 40.000 para las fragancias Floral, Gardenia, Fresca, Madera y Tabaco, respectivamente.

La información referente a las contribuciones marginales, utilización de insumos base y horas de mano de obra que se necesitan para producir una onza de cada fragancia se presentan en la tabla siguiente:

	FRAGANCIAS				
	Floral	**Gardenia**	**Fresca**	**Madera**	**Tabaco**
Cont. Marg. ($/onza)	35	39	40	51	58
Insumo I	8	7	2	10	15
Insumo II	8	9	16	15	12
Horas Mano de Obra	4	6	5	8	7

El departamento de producción ha determinado que se podrá disponer de hasta 6.000 horas de trabajo, 8000 unidades de insumo I y 8500 unidades de insumo II, para la producción de las nuevas fragancias.

Un estudio de la demanda informó sobre características de la misma en la temporada de verano, por lo cual se establece la siguiente política de producción:

a) Fabricar como máximo cuatro de las cinco fragancias desarrolladas.
b) No se lanzarán al mercado dos fragancias de origen floral simultáneamente, lo cual implica que, si se decide producir Floral, no se producirá Gardenia y viceversa.
c) Dado que en la temporada de verano la demanda de la fragancia Madera es baja, se decidió que, en caso de producirla, deberá serlo en una cantidad no superior al 10 % del total de la producción.

Elabore un modelo lineal entero que le permita a la empresa maximizar la contribución total.

ACTIVIDAD 2

Una empresa planea abrir cuatro depósitos en cuatro ciudades: Córdoba, Buenos Aires, Rosario y Mendoza, para abastecer a tres regiones. Desde cada depósito se pueden enviar 100 unidades por semana de un cierto producto. El costo fijo semanal de mantener en operación cada depósito es de de $1200 para Córdoba, $1000 para Buenos Aires, $1100 para Rosario y $1400 para Mendoza. La región 1 requiere 80 unidades por semana, la 2 demanda 70 unidades y la 3 necesita 50 unidades. Los costos -de producción y transporte- por enviar una unidad desde cada planta a cada región se dan en la tabla.
Se desea cumplir con las demandas semanales a un costo mínimo, cumpliendo además con las siguientes condiciones:

- Si se abre el depósito de Córdoba, entonces se debe abrir el de Buenos Aires.
- Se deben abrir no más de dos depósitos.
- Se tiene que abrir el depósito de Rosario o el de Mendoza.

Desde	Hasta ($)		
	Región 1	Región 2	Región 3
Córdoba	20	40	50
Buenos Aires	48	15	26
Rosario	26	35	18
Mendoza	24	50	35

Formule un PLE que se pueda usar para minimizar los costos semanales de cumplir con las demandas.

ACTIVIDAD 3

Metalcor, un autopartista de nuestra ciudad, está considerando en este momento la planificación de la producción de tres tipos de radiadores: A, B y C. En la tabla se presentan los recursos requeridos, los costos fijos de preparación de la producción y las contribuciones a las utilidades proporcionadas por cada uno. En la actualidad cuenta con 20 toneladas de chapa, 100 toneladas de cobre y 4500 horas de mano de obra. Para que la producción del radiador A resulte redituable deberán fabricarse (si se fabrican) por lo menos 80 unidades. En el caso de los otros dos, en caso de fabricarse, deberán producirse en lotes de entre 50 y 100 unidades.

	A	B	C
Chapa (Tn/unid)	0,015	0,020	0,020
Cobre (Tn/unid)	0,025	0,035	0,030
Horas de M.O.	10	12	15
Costo de prep. producc.	1000	2000	1500
Contrib a las utilidades por unid.	20	35	30

Elabore un modelo lineal entero que le permita a Metalcor maximizar la contribución total.

ACTIVIDAD 4

Suponga que un producto, si se fabrica, debe hacerse en lotes de tamaño $\geq$ Q. Si se simboliza por x a la cantidad de producto fabricado, las dos restricciones adecuadas son las siguientes:

a) $x + Uy \leq 0$; $x - Qy \geq 0$

b) $x - Uy \leq 0$; $x - Qy \leq 0$

c) $x - Uy \leq 0$; $x - Qy \geq 0$

d) $x - Uy \geq 0$; $x - Qy \geq 0$

ACTIVIDAD 5

Suponga que P_1, P_2 y P_3 son variables cuyos valores son 1, si se va a abrir una planta en particular y 0 en cualquier otro caso. Escriba ***una*** restricción lineal ***separada*** para cada una de las siguientes restricciones.

1. Si se abre la Planta 1, entonces la Planta 2 debería abrirse.
2. Debe abrirse la Planta 1 o la Planta 2 pero no ambas.
3. No se desea abrir la Planta 1 a menos que se abra la Planta 3.
4. Si se abre la Planta 1, entonces no podrá abrirse la Planta 2.

ACTIVIDAD 6

Responda Verdadero o Falso y justifique su respuesta:
Supóngase que tanto x_1 como x_2 son variables binarias donde $x_i = 1$ tiene la interpretación de construir una planta en la localidad i. La condición *"se puede construir una planta en la localidad 2 sólo si también se construye una planta en la localidad 1"* se representa mediante la restricción $x_1 \leq x_2$.

ACTIVIDAD 7

Dados los siguientes PL enteros, resuélvalos utilizando el método de ramificación y acotación.

a)
$$\begin{aligned} &\text{Max} \quad 25x_1 + 20x_2 \\ &\text{sa} \\ &\quad 35x_1 + 30x_2 \leq 150 \\ &\quad 10x_1 + 15x_2 \leq 50 \\ &x_1, x_2 \geq 0 \text{ y enteros} \end{aligned}$$

$$\text{Min } 1x_1 + 3x_2$$
sa

b)
$$1x_1 + 5x_2 \leq 10$$
$$1x_1 + 2x_2 \leq 5$$
$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ y enteros}$$

ACTIVIDAD 8

Considere el siguiente programa lineal entero mixto.

$$\text{Max } 4x_1 + 6x_2$$
sa
$$8x_1 + 18x_2 \leq 72$$
$$14x_1 + 10x_2 \leq 70$$
$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ y } x_1 \text{ entera}$$

a) En una gráfica de las restricciones, indique todas las soluciones enteras mixtas.

b) Encuentre la solución óptima de la relajación de PL y redondee el valor de x_1 hacia abajo. ¿Esta solución es óptima?

c) Encuentre la solución óptima.

CAPÍTULO 7

PROGRAMACIÓN DINÁMICA

1. INTRODUCCIÓN

En muchas oportunidades nos enfrentamos a situaciones en las cuales debemos tomar una sucesión de decisiones interrelacionadas; esto es, que la decisión que se adopte en un momento afectará a la que se toma a continuación.

Se trata generalmente de problemas complejos, que pueden dividirse en subproblemas de menor tamaño.

Veamos los siguientes ejemplos:

1. Se desea implementar una política de inversiones a lo largo de seis meses, para ello es necesario determinar cuánto debe invertirse cada mes. En este caso los meses pueden entenderse como etapas en las cuales debe decidirse la inversión a realizar.

2. El Banco Nación cuenta con un importante monto para entregar créditos destinados a fomentar la incorporación de la computadora en las escuelas primarias provinciales. ¿Cuánto conviene entregar a cada una? En este caso, cada provincia constituye una etapa del problema general, en la cual es necesario tomar una decisión.

En situaciones de este tipo podemos utilizar un modelo de optimización llamado Programación Dinámica (PD).

En realidad la PD es un enfoque que nos permite encontrar la solución de problemas complejos, descomponiéndolos en una secuencia de problemas más pequeños y de esta manera encontrar la combinación de decisiones que optimice la efectividad global.

En este capítulo trataremos problemas de PD en los cuales las condiciones iniciales en cada subproblema pueden representarse por un conjunto discreto y los resultados de cada decisión están completamente determinados por la condición inicial y la decisión adoptada.

Los problemas con estas características corresponden a la Programación Dinámica Discreta Determinista.