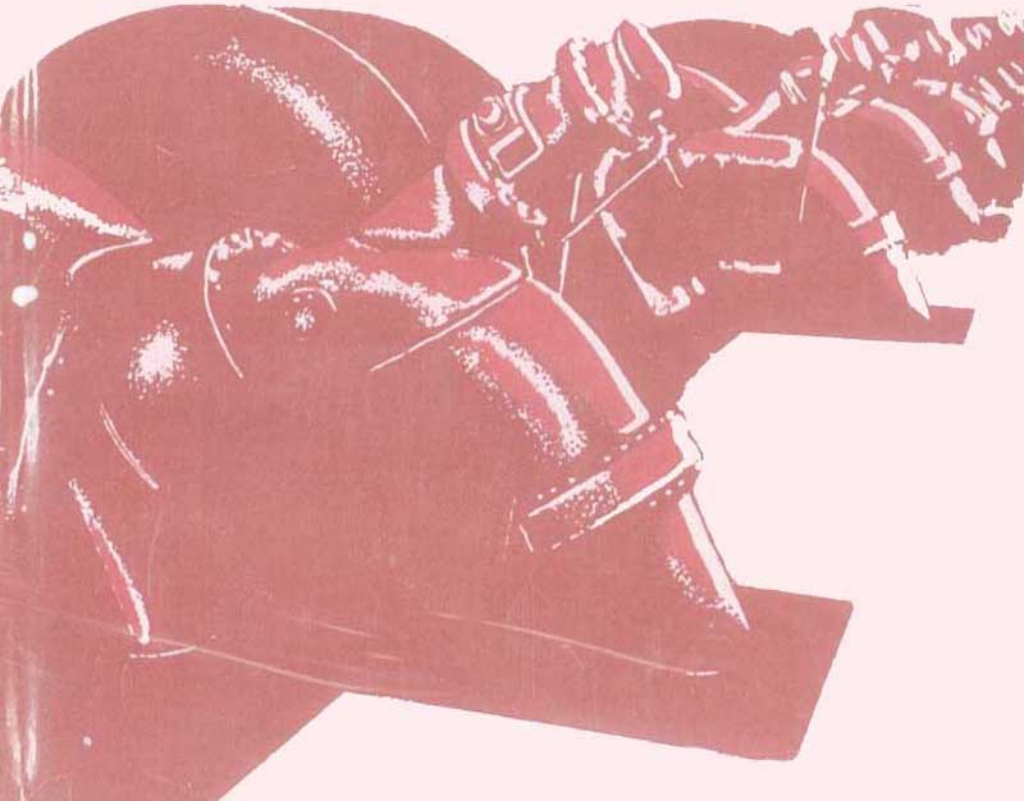
máquinas eléctricas I

M. P. KOSTENKO
L. M. PIOTROVSKI



ИЗДАТЕЛЬСТВО МИР

М. П. КОСТЕНКО, Л. М. ПИОТРОВСКИЙ

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ

ИЗДАТЕЛЬСТВО
«ЭНЕРГИЯ»

M. P. KOSTENKO, L. M. PIOTROVSKI

máquinas eléctricas

tomo

I

EDITORIAL MIR
MOSCÚ

Traducido del ruso por el ingeniero Luis Garcia Rodriguez

Impreso en la URSS

© Traducción al español,
Editorial MIR, 1975

На испанском языке

INDICE

Introducción 11
I-1. Historia breve del desarrollo de las máquinas eléctricas 11
I-2. Desarrollo de la energética y la construcción de maquinaria eléctrica en la URSS 22
I-3. Magnitudes y sistemas de unidades principales 29
I-4. Racionalización de las ecuaciones del campo electromagnético 30
I-5. Representación de las magnitudes sinusoidales en los diagramas vectoriales 32
I-6. Leyes fundamentales de la electrotecnia con arreglo al análisis de los procesos en las máquinas eléctricas 33
I-7. Materiales que se usan en la construcción de maquinaria eléctrica . . . 38

Apartado primero

MÁQUINAS DE CORRIENTE CONTINUA

Capítulo I. Tipo fundamental de máquinas de corriente continua y los elementos principales de su construcción 55
1- 1. Historia breve del desarrollo de las máquinas de corriente continua . . 55
1- 2. Tipo principal de máquina de corriente continua 56
1- 3. Rectificación de la corriente alterna a continua con auxilio del colector 57
1- 4. Elementos fundamentales de la construcción de una máquina de corriente continua 61
1- 5. Magnitudes nominales 71

Capítulo II. Circuito magnético de una máquina de corriente continua en marcha en vacío 73
2- 1. Observaciones generales 73
2- 2. Circuito magnético de una máquina de corriente continua. Determinación de la f. m. principal 74
2- 3. Entrehierro. Curva de distribución de la inducción en el entrehierro . . 76
2- 4. Método de reducción. Arco polar previsto 78
2- 5. Longitud prevista del inducido 79
2- 6. F. m. del entrehierro para un inducido liso 80
2- 7. F. m. del entrehierro para un inducido dentado 80
2- 8. Datos preliminares 81
2- 9. F. m. de la zona de los dientes 82
2-10. F. m. del soporte del inducido 85
2-11. F. m. de los polos y la culata 85
2-12. Curva de magnetización de la máquina 88
2-13. Ejemplo numérico 89

Capítulo III. Arrollamientos y f. e. m. del inducido de una máquina de corriente continua 94
3- 1. Observaciones preliminares 94
3- 2. Clasificación de los devanados de inducido de las máquinas de corriente continua 95
3- 3. Principio de fabricación de los devanados simples de un inducido anular y sus características fundamentales 95
3- 4. Devanado de lazo simple de un inducido anular 97
3- 5. Devanado ondulado simple de un inducido anular 107
3- 6. Fuerza electromotriz de un inducido anular 110
3- 7. Principios del bobinado de los arrollamientos de tambor 112
3- 8. Construcción de los arrollamientos de un inducido de tambor 114
3- 9. Pasos de un devanado 118
3-10. Arrollamientos de lazo simples del inducido de tambor 123
3-11. Devanados ondulados simples del inducido de tambor 135
3-12. Devanados ondulados simples obtenidos con ayuda de procedimientos artificiales 140
3-13. Devanados imbricados combinados 144
3-14. Arrollamientos ondulados combinados 149
3-15. Condiciones de simetría de los arrollamientos de un inducido de tambor 158
3-16. Conexiones igualadoras (compensadores) 159
3-17. Arrollamiento especial en serie y paralelo de un inducido de tambor (arrollamiento en pata de rana) 168
3-18. Características comparativas de los arrollamientos de distintos tipos . 172
3-19. F. e. m. del arrollamiento de un inducido de tambor 172

Capítulo IV. Reacción del inducido 175
4- 1. Fuerza magnetizante de la máquina bajo carga 175
4- 2. Fuerzas magnetizantes transversal y longitudinal del inducido 179
4- 3. Reacción del inducido en el generador 180
4- 4. Influencia de la reacción longitudinal del inducido en la f. e. m. de la máquina 187
4- 5. Reacción del inducido en el motor 188

Capítulo V. Conmutación 189
5- 1. Razonamientos generales. Escala de chisporroteo 189
5- 2. Esencia del proceso de conmutación 191
5- 3. Conmutación por resistencia sin consideración de las fuerzas electromotrices, inducidas en la sección cortocircuitada 191
5- 4. Conmutación teniendo en cuenta las resistencias de los eslabones y el arrollamiento 196
5- 5. Fuerzas electromotrices inducidas en el contorno en cortocircuito durante el proceso de conmutación 196
5- 6. Conmutación teniendo en cuenta las f. e. m. en el contorno cortocircuitado siendo la anchura de la escobilla igual a la división de colector . . . 199
5- 7. Conmutación en el caso en que la anchura de la escobilla es mayor que una división de colector 204
5- 8. Coeficiente de autoinducción resultante y determinación de la f. e. m. reactiva 209
5- 9. Inductancia de dispersión de la sección cortocircuitada en el período de su conmutación 213
5-10. Procedimientos especiales de disminución de la f. e. m. reactiva de conmutación 215
5-11. Reacción de conmutación del inducido 216
5-12. Causas del chisporroteo de carácter electromagnético 217
5-13. Causas del chisporroteo de carácter potencial 219
5-14. Causas del chisporroteo de carácter mecánico 220
5-15. Característica general del chisporroteo en el colector con contacto de carbón y cobre 221
5-16. Fuego circular en el colector 223

Capítulo VI. Medios de mejoramiento de la conmutación y métodos de su investigación experimental 225
6- 1. Medios de lucha contra el chisporroteo de carácter electromagnético . . 225
6- 2. Disminución de la f. e. m. reactiva e_r 225
6- 3. Creación del campo de conmutación mediante el desvío de las escobillas de la línea neutra 225
6- 4. Creación del campo de conmutación por medio de los polos auxiliares . 227
6- 5. Influencia de los polos auxiliares sobre el campo fundamental 232
6- 6. Influencia de la saturación de los polos auxiliares sobre la conmutación 233
6- 7. Arrollamiento compensador 234
6- 8. Medios auxiliares de lucha contra el fuego circular 236
6- 9. Escobillas y sus características 238
6-10. Naturaleza del contacto por escobilla 241
6-11. Métodos experimentales del análisis y la regulación de la conmutación 243
6-12. Registro oscilográfico de los procesos de conmutación 248
6-13. Deducciones prácticas de las investigaciones teóricas y experimentales de la conmutación 251

Capítulo VII. Pérdidas de energía y rendimiento de las máquinas eléctricas . 255
7- 1. Observaciones preliminares 255
7- 2. Clasificación de las pérdidas 256
7- 3. Pérdidas mecánicas 256
7- 4. Pérdidas fundamentales en el hierro (acero) 259
7- 5. Pérdidas fundamentales en el cobre 263
7- 6. Pérdidas adicionales 265
7- 7. Pérdidas sumarias en la máquina de corriente continua y rendimiento de ésta 267
7- 8. Variación del rendimiento de las máquinas de corriente continua con la variación de la carga y rendimiento máximo 268
7- 9. Determinación experimental del rendimiento de la máquina de corriente continua 270

Capítulo VIII. Generadores de corriente continua 272
8- 1. Observaciones preliminares 272
8- 2. Clasificación de los generadores de corriente continua por el método de excitación 272
8- 3. Proceso energético del generador de corriente continua. 273
8- 4. Ecuación de la f. e. m. del generador para n-const 274
8- 5. Momento electromagnético del generador 275
8- 6. Ecuación de los momentos del generador 277
8- 7. Características fundamentales de los generadores de corriente continua 278
8- 8. Características de un generador de excitación independiente 279
8- 9. Características del generador de excitación en derivación 288
8-10. Generador de excitación en serie 292
8-11. Generador de excitación compuesta 293

Capítulo IX. Funcionamiento conjunto de los generadores de corriente continua 297
9- 1. Razonamientos generales 297
9- 2. Funcionamiento paralelo de los generadores de excitación en derivación 297
9- 3. Funcionamiento paralelo de los generadores de excitación compuesta 300

Capítulo X. Motores de corriente continua 303
10- 1. Principio de reciprocidad de las máquinas eléctricas 303
10- 2. Clasificación de los motores de corriente continua 304
10- 3. Proceso energético y esquema energético de los motores de corriente continua 304
10- 4. Ecuación de las f. e. m. del motor 305
10- 5. Ecuación de los momentos del motor 306
10- 6. Características de los motores 308
10- 7. Métodos de puesta en marcha de los motores de corriente continua . . 309
10- 8. Arranque no reostático del motor 309

10- 9. Método de arranque reostático. Reóstatos de arranque 312
10-10. Puesta en marcha de los motores con auxilio de un grupo de arranque especial 314
10-11. Características de funcionamiento de los motores 315
10-12. Características mecánicas de los motores de corriente continua $n=f(M)$ 322
10-13. Características de frenado de los motores de corriente continua . . . 325
10-14. Características de regulación de los motores de corriente continua . . 328
10-15. Regulación de la velocidad de rotación con ayuda de un reóstato conectado en el circuito del inducido 329
10-16. Regulación de la velocidad del motor variando la excitación 331
10-17. Regulación de la velocidad mediante la variación de la tensión en la red 337

Capítulo XI. Tipos fundamentales y especiales de máquinas de corriente continua y perspectivas de su desarrollo 340
11-1. Observaciones preliminares 340
11-2. Tipos fundamentales de máquinas de corriente continua 340
11-3. Motores de laminación de corriente continua 350
11-4. Máquinas de corriente continua con inducido liso 353
11-5. Motores de tracción de corriente pulsatoria 357
11-6. Máquinas especiales de corriente continua 365

Apartado segundo

TRANSFORMADORES

Capítulo XII. Definiciones y elementos de construcción fundamentales de los transformadores 383
12-1. Evolución de la construcción de transformadores 383
12-2. Definiciones fundamentales 385
12-3. Magnitudes nominales de los transformadores 386
12-4. Tipos básicos de transformadores 387
12-5. Elementos constructivos principales de los transformadores 396
12-6. Transformadores de alto voltaje y de gran potencia 407

Capítulo XIII. Condiciones físicas de funcionamiento del transformador . . . 412
13-1. Principio de funcionamiento del transformador 412
13-2. Ecuaciones de las f. m. y las f. e. m. del transformador. 412
13-3. Relación de transformación de las tensiones del transformador 415
13-4. Ecuaciones de la f. m. y la f. e. m. para la variación sinusoidal de las tensiones y corrientes 415
13-5. El transformador reducido 417
13-6. Ecuaciones de las f. m. y f. e. m. del transformador reducido 418
13-7. Circuito equivalente del transformador 419

Capítulo XIV. Funcionamiento en vacío del transformador monofásico . . . 422
14-1. Observaciones preliminares 422
14-2. Funcionamiento en vacío de un transformador monofásico 422
14-3. Funcionamiento en vacío de un transformador elemental 423
14-4. Funcionamiento en vacío de un transformador monofásico real 429
14-5. Pérdidas en el transformador en vacío 431
14-6. Influencia de la forma de la curva de tensión en las pérdidas en el acero 435
14-7. Circuito equivalente de un transformador sin carga 436
14-8. Ensayo del transformador en vacío 436

Capítulo XV. Clasificación de los sistemas magnéticos y de los métodos de conexión de los devanados de los transformadores trifásicos. Fuerza electromotriz de los transformadores trifásicos 438
15-1. Clasificación de los sistemas magnéticos de transformadores trifásicos 438
15-2. Métodos de conexión de los devanados del transformador trifásico . . . 440
15-3. F. e. m. de los devanados trifásicos del transformador 441
15-4. Conexión del devanado trifásico del transformador en estrella 442

15-5. Conexión idel devanado trifásico del transformador en triángulo . . . 444
15-6. Conexión del devanado trifásico del transformador en zigzag 446
15-7. Métodos normalizados de conexión de los devanados de transformadores trifásicos en la URSS 446
15-8. Esquemas y grupos de conexiones de los devanados 447
15-9. Esfera de aplicación de los diversos métodos de conexión de los devanados 452

Capítulo XVI. Funcionamiento en vacío del transformador trifásico 453
16-1. Transformador sin carga con conexión de los devanados en $Y/Y_0 - 12$ 453
16-2. Transformador en vacío con conexión de los devanados en Δ/Y 456
16-3. Funcionamiento en vacío del transformador trifásico con conección de los devanados en Y/Δ 456
16-4. Conexión en $Y_0/Y_0 - 12$ del transformador trifásico con devanado terciario 457
16-5. Datos característicos del funcionamiento del transformador en vacío 458
16-6. Ejemplo numérico 458

Capítulo XVII. Régimen de cortocircuito de los transformadores. Dispersión en los transformadores 460
17- 1. Observaciones preliminares 460
17- 2. Tensión de cortocircuito 460
17- 3. Condiciones físicas del funcionamiento del transformador en cortocircuito 461
17- 4. Diagrama de cortocircuito del transformador reducido 462
17- 5. Circuito equivalente del transformador en cortocircuito 463
17- 6. Triángulo de un transformador en cortocircuito 464
17- 7. Pérdidas de cortocircuito 465
17- 8. Determinación de los parámetros de cortocircuito del transformador 466
17- 9. Cortocircuito en los transformadores trifásicos 467
17-10. Dispersión en los transformadores con devanados concéntricos y alternados 467
17-11. Ejemplo numérico 473

Capítulo XVIII. Transformadores bajo carga 474
18- 1. Observaciones preliminares 474
18- 2. Transformador elemental bajo carga 474
18- 3. Transformador real bajo carga 475
18- 4. Diagramas vectoriales del transformador equivalente 477
18- 5. Diagramas vectoriales simplificados del transformador 478
18- 6. Relación entre la tensión secundaria reducida y el cos φ_2 de carga . . 479
18- 7. Determinación de la variación de la tensión secundaria 480
18- 8. Ejemplo numérico 482
18- 9. Característica exterior del transformador 482
18-10. Rendimiento del transformador (η) 482
18-11. Ejemplo numérico 485

Capítulo XIX. Regímenes desequilibrados de funcionamiento de los transformadores trifásicos 486
19- 1. Observaciones preliminares 486
19- 2. Método de las componentes simétricas 486
19- 3. Condiciones del análisis de los regímenes asimétricos y de los cortocircuitos 488
19- 4. Carga disimétrica de un transformador trifásico sin hilo neutro 488
19- 5. Carga disimétrica de un transformador trifásico con conexión de los devanados en $\Delta/Y - 11$ 489
19- 6. Carga disimétrica de un transformador trifásico con los devanados conectados en Y/Y y con el neutro desconectado de la tierra 491
19- 7. Carga disimétrica de un transformador trifásico con el hilo neutro puesto a tierra y con los devanados conectados en Y/Y_0 492
19- 8. Cortocircuito de dos fases del transformador trifásico con conexión de los devanados en Y/Y_0 496

19- 9. Cortocircuito de una fase del transformador trifásico con devanados conectados en Y/Y_0 497
19-10. Diagrama de un transformador trifásico con una fase en cortocircuito y con conexión de los devanados en Y/Y_0 501
19-11. Carga disimétrica de un transformador trifásico con conexión de los devanados en Δ/Y_0 — 11 503
19-12. Transformador trifásico con devanados conectados en Δ/Y_0 y con una fase en cortocircuito 503
19-13. Determinación de la resistencia de secuencia de cero 504
19-14. Funcionamiento del transformador trifásico con conexión en triángulo abierto 508

Capítulo XX. Funcionamiento en paralelo de los transformadores 508
20-1. Condiciones del funcionamiento en paralelo de los transformadores . . 508
20-2. Funcionamiento en paralelo de transformadores con relaciones de transformación desiguales 509
20-3. Funcionamiento en paralelo de transformadores trifásicos con diferentes grupos de conexión de los devanados 513
20-4. Funcionamiento en paralelo de transformadores con tensiones de cortocircuito desiguales 515

Capítulo XXI. Regímenes transitorios de los transformadores 518
21-1. Clasificación de los regímenes transitorios 518
21-2. Sobrecorrientes 518
21-3. Fenómenos térmicos de cortocircuito 525
21-4. Esfuerzos mecánicos durante el cortocircuito instantáneo 527
21-5. Causas y carácter de las sobretensiones en los transformadores 528
21-6. Circuito equivalente de un transformador en caso de sobretensiones . . 527
21-7. Distribución inicial de la tensión a lo largo del devanado del transformador 528
21-8. Proceso transitorio y distribución final de la tensión 530
21-9. Protección del transformador contra sobretensiones 532

Capítulo XXII. Calentamiento y refrigeración de los transformadores 536
22- 1. Observaciones preliminares 536
22- 2. Métodos de refrigeración de los transformadores en aceite 536
22- 3. Flujos caloríficos y condiciones de difusión del calor en un transformador en aceite 537
22- 4. Calentamiento del núcleo de un transformador 538
22- 5. Calentamiento del devanado del transformador 539
22- 6. Rol del aceite y de la cuba en la refrigeración del transformador . . 54
22- 7. Excesos máximos de temperatura admisibles 542
22- 8. Efecto de la temperatura sobre el plazo de servicio de un transformador 54
22- 9. Constantes del tiempo de calentamiento de un transformador 545
22-10. Capacidad de carga del transformador 546
22-11. Control de la temperatura y protección térmica de los transformadores 548

Capítulo XXIII. Tipos especiales de transformadores 55
23-1. Nociones generales 55
23-2. Autotransformadores 55
23-3. Transformadores de tres devanados 555
23-4. Transformadores con regulación de la tensión bajo carga 56
23-5. Transformadores con regulación suave de la tensión 566
23-6. Transformadores para rectificadores a arco de mercurio 567
23-7. Transformadores de ensayos 576
23-8. Transformadores para soldadura 579
23-9. Datos breves sobre diversos tipos de transformadores 580

Capítulo XXIV. Envejecimiento del aislamiento y capacidad de carga de los transformadores y reactores 58
Indice bibliográfico 58
Tabla analítica 59

NTRODUCCIÓN

1-1. Historia breve del desarrollo de las máquinas eléctricas

A. Descubrimiento de las leyes fundamentales de la teoría de la electricidad [6, 7]. La electrotecnia y la construcción de maquinaria eléctrica pertenecen a las ramas jóvenes del conocimiento humano. La construcción de maquinaria eléctrica cuenta prácticamente con sólo unos cien años. Pero en este período de tiempo relativamente corto se ha realizado un enorme trabajo que ha transformado el carácter técnico y económico de la industria contemporánea y de la vida social.

Comenzando desde la cuarta década del siglo pasado la electrotecnia penetra profundamente en la industria y en la vida cotidiana, y en el curso de los últimos 40 años su progreso ha sido extraordinariamente grande.

La máquina eléctrica, que es el transformador principal de la energía mecánica en energía eléctrica y de la eléctrica en mecánica, como también de una forma de energía eléctrica en otra, que se diferencia por la tensión, la corriente, y en una serie de casos, por la frecuencia, desempeñó durante todo el camino histórico de su desarrollo un papel rector, que determinaba el movimiento de toda la electrotecnia y, sobre todo, de la electrotecnia de corrientes de gran amperaje.

Los perfeccionamientos en la máquina eléctrica contribuían a nuevas posibilidades de su empleo práctico y estimulaban el progreso ulterior y las más diversas aplicaciones de la energía eléctrica, lo que explica el hecho de que los científicos e ingenieros le prestasen especial atención, y de que ella adquiriese rápidamente la perfección técnica de sus formas constructivas.

La base de la electrotecnia moderna la constituyen dos fenómenos físicos estrechamente enlazados entre sí: el magnetismo y la electricidad.

Gracias a los trabajos de M. Faraday, J. C. Maxwell, J. Henry, P. Barlow, B. Jacobi, E. Lenz y H. Oersted el magnetismo y la electricidad pueden ser examinados como un proceso electromagnético único, que en esencia es el fundamento de las máquinas eléctricas. Las tesis de partida para la creación de la máquina eléctrica fueron: el descubrimiento del fenómeno de electromagnetismo por Oersted en el año 1820 y el descubrimiento de la rotación electromagnética por Faraday en el año 1822. Los experimentos de Faraday, descritos en su tratado publicado en el año 1822, demuestran el principio de la transformación de la energía eléctrica en mecánica. P. Barlow presentó en el año 1824 el primer modelo de principio de un motor eléctrico (fig. *1-1*).

En el año 1831, M. Faraday descubrió el fenómeno de inducción electromagnética. En los años 1833 y 1847, E. Lenz y B. Jacobi formularon el principio de reciprocidad del proceso de rotación electromagnética y de inducción electromagnética, es decir, el principio de reciprocidad de las máquinas eléctricas. Durante un largo lapso de tiempo el generador eléctrico y el motor eléctrico se desarrollaban independientemente, solamente en la séptima década del siglo XIX se unieron los caminos de su desarrollo.

B. Etapas del desarrollo de la construcción de maquinaria eléctrica [1, 2, 3, 5]. *Construcción de generadores.* Los primeros generadores de energía eléctrica eran elementos galvánicos, que generaban corriente continua, por esta razón, los físicos

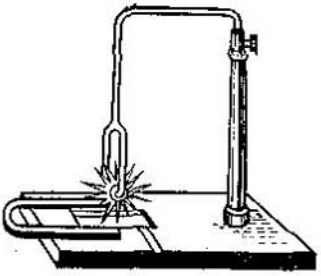


Fig. *1*-1. Primer modelo del motor eléctrico de P. Barlow

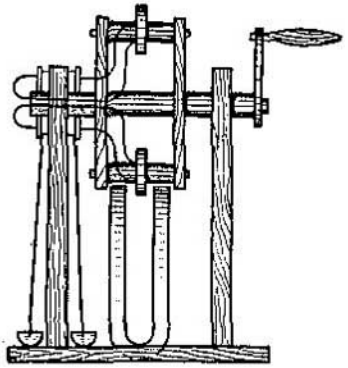


Fig. *1*-2. Máquina magnetoeléctrica de W. Ritchie con colector invertido

y químicos de la primera mitad del siglo XIX, que operaban con baterías de pilas y que construyeron una serie de aparatos que funcionaban a base de baterías de pilas, pretendían obtener también de la máquina eléctrica corriente continua.

El primer período de desarrollo del generador eléctrico, en el curso del cual éste obtuvo todos los rasgos de la máquina moderna, abarca el lapso de tiempo desde el año 1831 hasta el año 1886. En este período la máquina eléctrica de corriente continua pasó cuatro etapas de desarrollo:

1. Máquina magnetoeléctrica con imanes permanentes.
2. Empleo de electroimanes con excitación independiente en las máquinas.
3. Máquinas eléctricas con autoexcitación e inducidos elementales.
4. Máquinas eléctricas con inducidos perfeccionados y sistema magnético multipolar.

La primera etapa abarca los años de 1831 a 1851. En este tiempo la máquina eléctrica, de mecanismo de exposición de los gabinetes físicos y químicos se desarrolló hasta modelo industrial empleado para fines de la electroquímica y del alumbrado.

El primer modelo técnico del generador magnetoeléctrico fue construido inmediatamente después del descubrimiento de M. Faraday de la ley de inducción electromagnética. El autor de este modelo quedó desconocido, ocultando su nombre bajo las iniciales P. M. Este autor construyó el modelo de la máquina sincrónica multipolar de corriente alterna con imanes permanentes, dio la idea del inducido de anillo y por primera vez descompuso el agua con ayuda de la corriente de la máquina magnetoeléctrica. Los rasgos fundamentales de la máquina de P. M. eran tan correctos, que determinaron para muchos años la construcción de las máquinas de los descubridores ulteriores. Después de esto comenzaron a desarrollarse rápidamente los generadores sincrónicos de corriente alterna con imanes permanentes.

En el año 1832 los hijos del inventor de los aparatos físicos Pixii construyeron una máquina magnetoeléctrica rotatoria en la que se empleó el balancín de Ampère, que rectificaba la corriente alterna inducida en los arrollamientos en corriente pulsatoria unidireccional.

En el año 1833, el físico inglés W. Ritchie construyó una máquina magnetoeléctrica con colector invertido, de la cual también se podía obtener corriente pulsatoria. En la fig. *1*-2 viene dado el dibujo de la máquina de Ritchie, hecho por él mismo.

Hasta el año 1840 distintos inventores construyeron máquinas magnetoeléctricas, que eran modificaciones del esquema bipolar de Pixii con diferentes

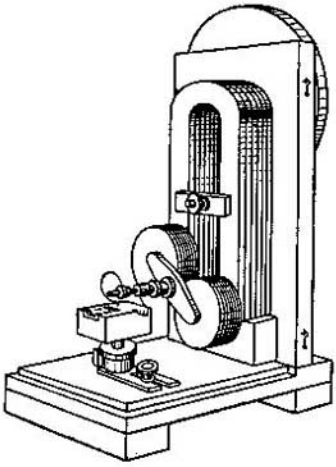


Fig. *1*-3. Máquina magnetoeléctrica de E. Clark

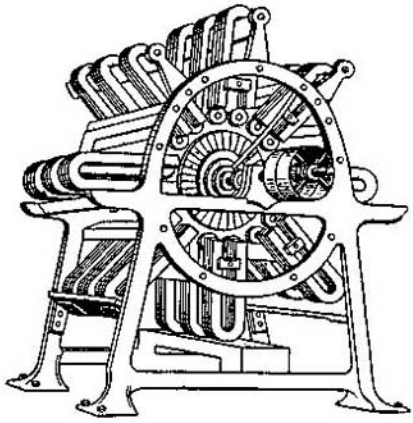


Fig. *1*-4. Máquina magnetoeléctrica de la firma "Alliance", construida por F. Holmes

construcciones de los mecanismos para la rectificación de la corriente. Entre ellas es necesario señalar la máquina de E. Clark (fig. *1*-3).

La composición extrema de la máquina magnetoeléctrica de corriente alterna de este período es la máquina de la firma "Alliance" (fig. *1*-4), construida por F. Holmes (año 1855) y que se empleaba para el alumbrado de faros, edificios y fines electroquímicos. La máquina de Holmes fue aprobada por M. Faraday que la vio.

Un rasgo característico de la segunda etapa, a la cual se debe referir el lapso de tiempo desde el año 1851 hasta el año 1867, es el paso a las máquinas de excitación por electroimanes. En el año 1833 Ritchie señaló por primera vez la posibilidad del empleo de los electroimanes en las máquinas. Desde 1861 hasta 1867 H. Wilde elaboró técnicamente la idea del empleo de los electroimanes en las máquinas, con su alimentación con auxilio de una máquina magnetoeléctrica.

A este plazo de tiempo se refiere también la invención de W. Siemens del inducido de doble T, patentado por él en el año 1856, y la invención de A. Pacinotti del inducido de anillo, construido en el año 1860. El inducido de Siemens mejoró el funcionamiento de la máquina magnetoeléctrica y se hizo precursor del inducido cilíndrico dentado.

El inducido de anillo con ranuras, construido por Pacinotti, fue un gran paso hacia adelante. Pero, como consecuencia de la mala información mutua entre los científicos y técnicos de aquel tiempo, y el bajo nivel del desarrollo industrial de Italia, la invención de Pacinotti no encontró aplicación, y volvieron a ella diez años más tarde en relación a la proposición de Z. Gramme.

La tercera etapa de desarrollo se caracteriza por el descubrimiento del principio de autoexcitación y abarca el intervalo de 1867 a 1871. El principio de autoexcitación fue descubierto y claramente formulado en el año 1851 por S. Hjorth, que en el año 1855 construyó un generador con autoexcitación.

En el año 1867 W. Siemens y Ch. Wheatston propusieron el principio de autoexcitación y este mismo año Maxwell presentó a la Sociedad Real de Inglaterra un informe teórico sobre el principio de autoexcitación. W. Siemens, dotado de extraordinario espíritu de iniciativa y previsión técnica, prácticamente realizó el principio de autoexcitación y con ello contribuyó al impetuoso desarrollo de la máquina eléctrica.

La cuarta etapa, que fue la etapa de elaboración de los elementos fundamentales de la composición de la máquina eléctrica, abarca 15 años, desde 1871 hasta

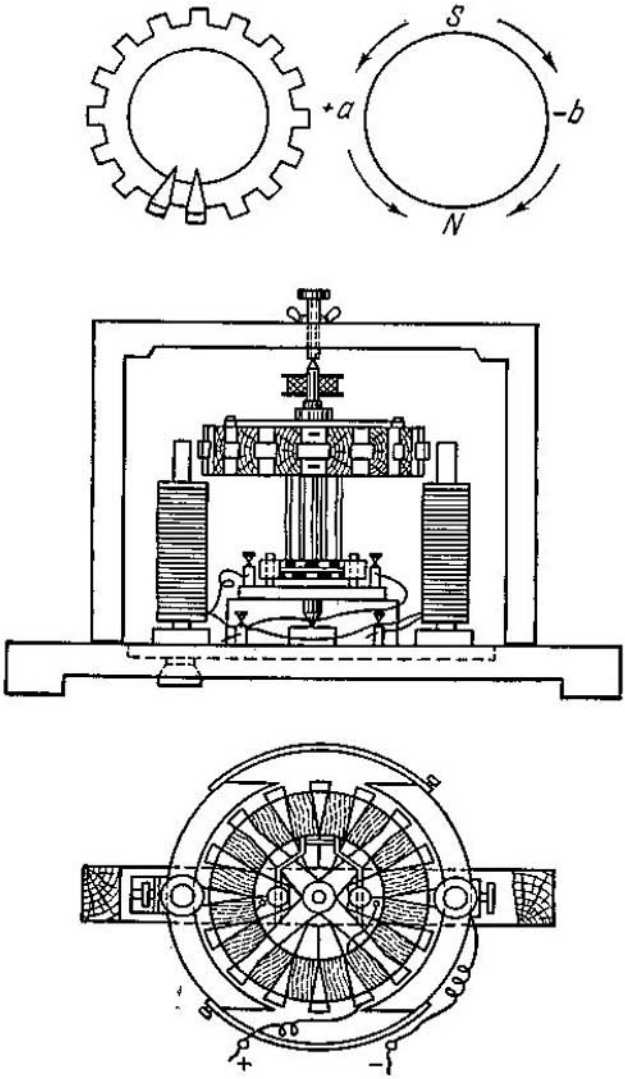


Fig. *I*-5. Inducido de anillo de A. Pacinotti

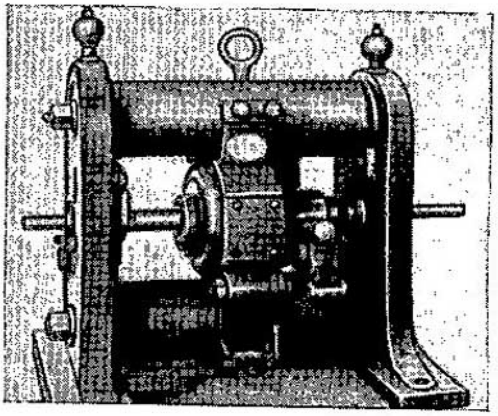


Fig. *I*-6. Máquina eléctrica de Z. Gramme, primer modelo industrial con autoexcitación

1886. Durante este tiempo la máquina de corriente continua adquirió los rasgos fundamentales de la composición moderna.

El primer progreso decisivo en este sentido fue la introducción práctica del inducido de anillo de Pacinotti (fig. *I*-5) por el inventor francés Gramme. La máquina de Gramme (fig. *I*-6) fue el primer modelo industrial con autoexcitación, que funcionaba con éxito en las condiciones de servicio. En el año 1872 F. Hefner-Altenek propuso el inducido de tambor elaborado por él, que era el desarrollo ulterior del inducido de Siemens y del inducido de Pacinotti — Gramme (fig. *I*-7).

En el año 1882 E. Weston recibió la patente del devanado de dos capas para los inducidos de la máquina de corriente continua. En el año 1880 apareció la proposición de Th. Edison de fabricar los inducidos de las máquinas de acero en chapas de un espesor de 0,4—0,8 mm. Esta construcción se conservó en las máquinas hasta nuestros días. En el año 1883 J. Kraig propuso núcleos polares estampados de ma-

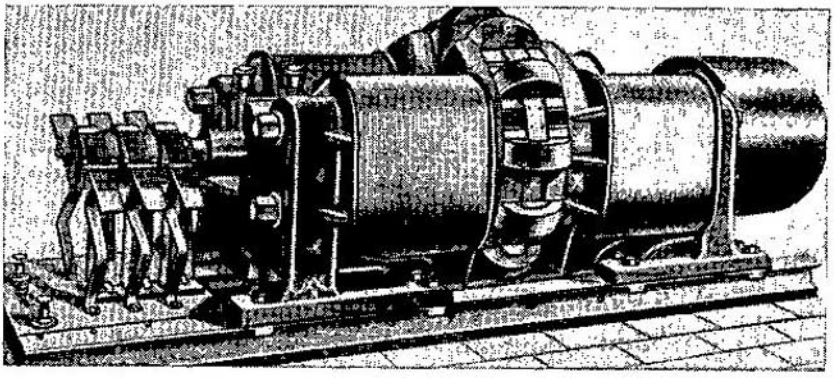


Fig. *I*-7. Máquina eléctrica con inducido de tambor, propuesta por F. Hefner-Altenek

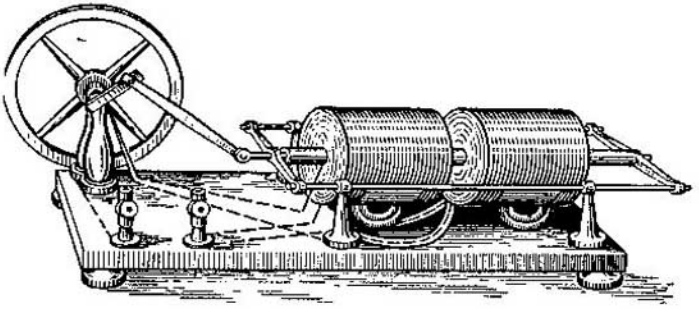


Fig. 1-8. Modelo del motor eléctrico de Ch. Page con movimiento alternativo

terial en hojas para mejorar la conmutación. En este mismo período se lleva a cabo la elaboración de la teoría de la máquina eléctrica y se investigan distintos procesos físicos en las máquinas eléctricas. En el año 1886 aparece la investigación de los hermanos J. y E. Hopkinson, en la que se da la metodología del cálculo del circuito magnético.

En el año 1876 P. N. Yablochkov en colaboración con la fábrica de Gramme elaboró la construcción del generador sincrónico monofásico para la alimentación de las bujías, inventadas por él, con corriente alterna. Por su principio, este generador sirvió de prototipo de las máquinas sincrónicas modernas.

El perfeccionamiento ulterior de los generadores sincrónicos está relacionado con la amplia aplicación del sistema de corriente alterna trifásica, que obtuvo desarrollo al final del siglo pasado gracias a los trabajos del eminente científico e ingeniero M. O. Dolivo-Dobrovolski.

Desarrollo de los motores eléctricos [2b, 4]. Paralelamente con la elaboración de los generadores se llevaba a cabo la elaboración de los motores eléctricos. Hasta los años 1860—1870 los caminos del desarrollo del motor eléctrico y el generador eran independientes uno del otro. El principio de la transformación de la energía eléctrica en mecánica, formulado en 1822 por Faraday, sirvió de comienzo de la construcción del motor eléctrico.

El primer período de desarrollo del electromotor desde 1822 hasta 1883 puede ser dividido en tres etapas.

La primera etapa desde el año 1822 hasta el año 1834 se caracteriza por la construcción de modelos físicos, que confirmaban la posibilidad, en principio, de la transformación de la energía eléctrica en mecánica.

Muchos científicos e inventores pretendían repetir en sus motores el esquema mecánico de funcionamiento de la máquina a vapor con movimiento alternativo (fig. 1-8), como resultado de lo cual aparecieron máquinas construidas por el principio de la atracción de una barra de hierro hacia el interior del solenoide. Como ejemplo de tales motores se pueden citar el motor eléctrico de J. Henry y más tarde, en el año 1846, el motor eléctrico del profesor Ch. Page. Por este principio (fig. 1-8) Ch. Page consiguió crear en el año 1851 una máquina de 16 CV de potencia. Este motor, instalado en una locomotora y alimentado por una batería de elementos voltaicos Grove, permitió desarrollar una velocidad de hasta 30 km/h, con lo que se dio comienzo a la tracción eléctrica. La inversión de la corriente en los solenoides del motor eléctrico se realizaba, por analogía con el dispositivo distribuidor de la máquina a vapor, con auxilio de una leva que cambiaba la dirección del suministro de vapor al pistón.

La segunda etapa, desde el año 1834 hasta el año 1870 aproximadamente, se caracteriza por los intentos de construir motores eléctricos para el empleo práctico con alimentación también de elementos galvánicos. En mayo del año 1834 el cien-

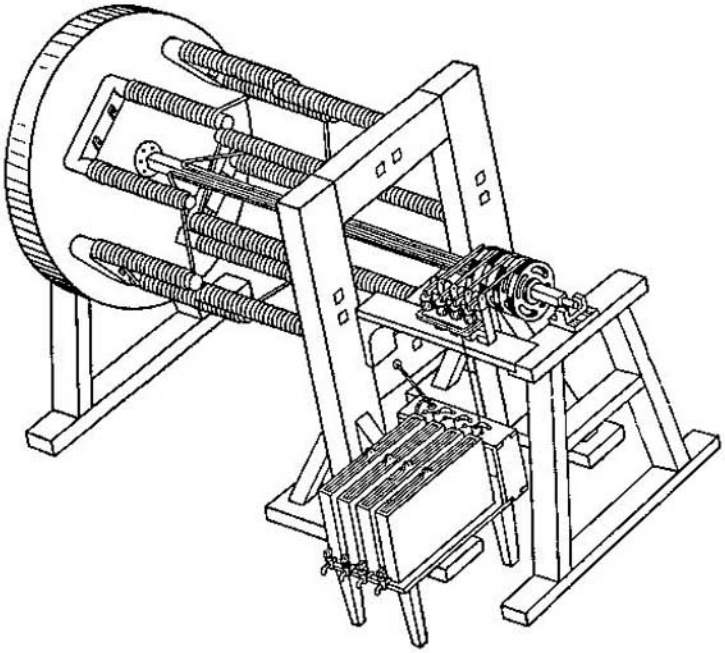


Fig. *1*-9. Motor de B. S. Jacobi con movimiento rotatorio

tífico ruso, académico B. S. Jacobi creó un motor eléctrico de polos múltiples con movimiento rotatorio del inducido, que disponía de un dispositivo para conmutar la corriente, que es el prototipo del colector moderno (fig. *1*-9). En el año 1838 un motor de semejante tipo que desarrollaba una potencia de 500 W fue instalado por B. S. Jacobi junto con una batería galvánica de 320 pilas Daniell en un bote de una longitud de 8,5 m y una anchura de 2,1 m. El bote con 16 pasajeros podía desplazarse por el río Nevá no solamente a favor de la corriente, sino que también río arriba, lo que representó el comienzo de la electropropulsión de los barcos. En el mes de julio del año 1834, un poco más tarde que B. S. Jacobi, pero independientemente de éste, el inventor norteamericano T. Davenport creó un motor eléctrico también con movimiento rotatorio de los electroimanes, pero que tenía en comparación con el motor de B. S. Jacobi un dispositivo de conmutación más primitivo, construido por el principio de suministro de la corriente por intermedio de resortes elásticos.

La tercera etapa de desarrollo de los motores eléctricos ocupa el lapso de tiempo desde 1867 hasta 1887. En relación con el descubrimiento y el empleo industrial del principio de autoexcitación se aclaró y se formuló el principio de reciprocidad de la máquina eléctrica. La alimentación de los motores se empezó a realizar de una fuente de energía eléctrica más barata, de un generador electromagnético de corriente continua.

En el año 1862 H. Wilde mostró el principio de funcionamiento del motor sincrónico y la rotación sincrónica de dos inducidos de corriente continua, acoplados eléctricamente con ayuda de anillos de contacto. En el año 1883 se publicó el trabajo de Airton y Piri sobre el problema de regulación de la velocidad de los motores de corriente continua, en el que por primera vez se dieron las relaciones matemáticas entre la velocidad de rotación y las magnitudes electromagnéticas. Para el año

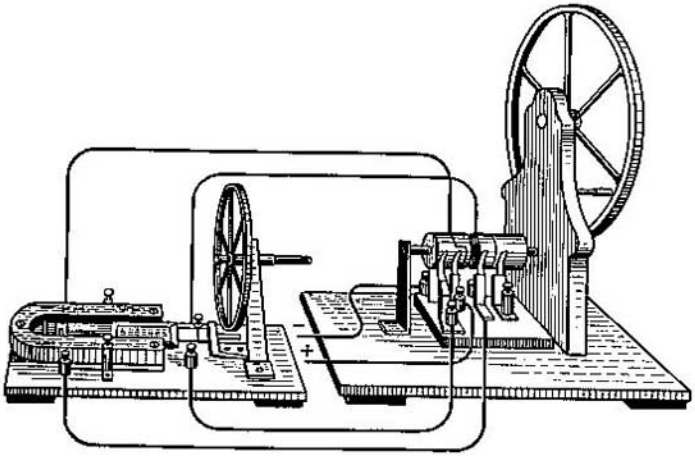


Fig. *I*-10. Motor de M. Deprez

1886 el motor eléctrico de corriente continua, así como el generador de energía eléctrica adquirió los rasgos fundamentales de la composición moderna.

A pesar de que la corriente continua y las máquinas de corriente continua se relegan poco a poco a segundo plano, los trabajos relacionados con su perfeccionamiento no cesan. En el año 1891 apareció el arrollamiento en serie-paralelo de E. Arnold. Arnold fue el primero en establecer las reglas generales de producción y las fórmulas de los arrollamientos, en investigar los problemas de conmutación de las máquinas de corriente continua y estudiar el comportamiento del contacto por escobilla. En el año 1899 se crea la teoría de la conmutación de E. Arnold y G. Mie, que con las conocidas modificaciones y suplementos no perdió su valor hasta hoy día.

En relación con la creación de los alternadores sincrónicos, empleados al principio fundamentalmente para los fines de alumbrado, surge el interés por la creación de motores de corriente alterna. En el año 1886 E. Thomson propuso el esquema del motor monofásico a repulsión, pero toda una serie de dificultades prácticas impidió a este motor hacerse capaz de concurrir con el motor de corriente continua. El nuevo tipo de transformador de la energía eléctrica en mecánica, el alternador asincrónico, fue creado sobre la base de los trabajos de G. Ferraris y N. Tesla en el año 1888.

En el año 1879 Beil construyó un motor, en el que el campo magnético, que giraba interrumpidamente, se creaba con ayuda de dos corrientes conmutadas procedentes de una batería galvánica. En el año 1880 M. Deprez obtuvo por vía análoga la transmisión sincrónica del movimiento (fig. *I*-10). La nueva idea, cuya aparición era tan necesaria para el desarrollo y el empleo industrial del sistema de corriente alterna, conquistó con extraordinaria rapidez el reconocimiento general.

N. Tesla construyó los primeros motores asincrónicos bifásicos (fig. *I*-11) y demostró la posibilidad del arranque asincrónico del motor sincrónico.

El ulterior desarrollo, extraordinariamente exitoso, del sistema de corriente alterna se obtuvo gracias a los trabajos de M. O. Dolivo-Dobrovolski, que propuso el sistema de corriente alterna trifásico y correspondientemente el motor asincrónico trifásico en cortocircuito, construido por él en el año 1889. Para el año 1893 M. O. Dolivo-Dobrovolski elaboró motores asincrónicos de jaula de ardilla doble que poseían mejores cualidades de arranque que el motor en cortocircuito corriente.

En el año 1891 H. Görges participó con un informe sobre los motores con colector en serie y en derivación. Ya en el curso de los diez primeros años de su existencia el motor asincrónico alcanzó un perfeccionamiento considerable. Los trabajos exclusivamente profundos, de M. Leblanc, que demostró la relación entre el carácter

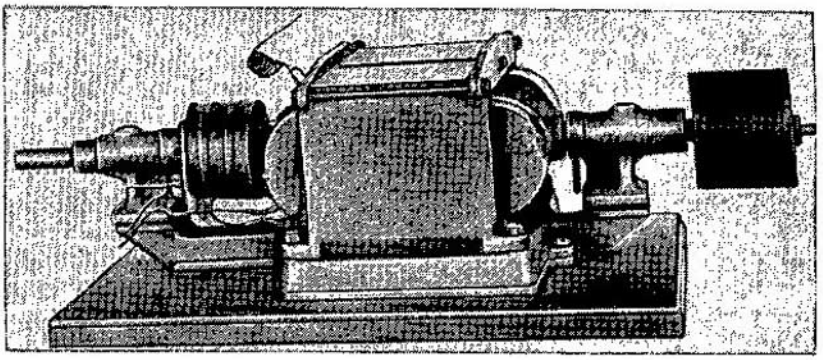


Fig. *I*-11. Motor asincrónico de corriente bifásica de N. Tesla

de la curva del momento y los parámetros del motor, de A. Blondel, que estableció los fundamentos de los procesos físicos en las máquinas de corriente alterna y que fue el fundador de la teoría de las dos reacciones de la máquina sincrónica de polos salientes, de A. Heyland, que dio el primer diagrama circular del motor asincrónico, de Ch. Steinmetz, que elaboró los fundamentos del método simbólico y toda una serie de otros problemas complicadísimos de la teoría de la corriente alterna, crearon el fundamento principal para el desarrollo práctico de la técnica de la corriente alterna.

En el año 1893 apareció el esquema de acoplamiento en cascada de los motores asincrónicos de Görges, el esquema de conmutación del número de polos de R. Dalander, las jaulas de arranque y de amortiguamiento de los motores sincrónicos de M. Leblanc. En 1901 se crea el compensador de fase de M. Leblanc para la compensación de la corriente magnetizante reactiva de los motores asincrónicos de rotor bobinado. A continuación, obtienen bastante aplicación los motores de colector monofásicos en serie y a repulsión, sobre todo para los fines de tracción eléctrica. En el año 1901 se crean los primeros motores compensados de Heyland y Osnos. El motor eléctrico se enlaza cada vez más estrechamente con la máquina industrial, y esta última tiende a emplear los lados positivos del nuevo tipo de accionamiento. Se supone el paso al accionamiento individual con la utilización de las posibilidades de la regulación suave de la velocidad para aumentar la producción de las máquinas herramienta y los mecanismos.

En el año 1910 apareció el motor regulable trifásico con colector en derivación, inventado al mismo tiempo e independientemente por K. Schrage y R. Richter. El motor de Schrage — Richter conquistó rápidamente el reconocimiento general y en toda una serie de casos dio una solución técnica bastante valiosa y perfeccionada.

En 1904 se creó el sistema de Krämer de acoplamiento en cascada de un potente motor asincrónico con un motor de corriente continua con auxilio de un convertidor intermedio con un inducido, lo que dio la posibilidad de realizar la regulación de la velocidad hasta un 40% por abajo de la velocidad sincrónica.

Ulteriormente obtuvo un desarrollo esencial la máquina con colector trifásica de A. Scherbius, propuesta ya en el año 1905, que se empleaba para el acoplamiento en cascada con una máquina asincrónica para regular su velocidad en los límites de hasta $\pm 25\%$.

Para el gobierno ininterrumpido de los accionamientos por medio de máquinas eléctricas al final de la tercera década de nuestro siglo se creó una serie de amplificadores electromecánicos (AEM): amplificador con campo transversal, amplificador autoexcitado, amplificador con excitadores de mando, etc. Estos sistemas, sobre todo el sistema AEM, encontraron amplia aplicación en la industria moderna.

Junto con esto, la introducción de la automática y telemecánica en los procesos industriales requirió la elaboración de máquinas eléctricas de mínima potencia,

del orden de unos cuantos vatios, las así llamadas micromáquinas eléctricas. El número de tipos de estas máquinas es extraordinariamente grande, y por los métodos de diseñado, de ensayo y de explotación se diferencian esencialmente de las máquinas destinadas para el trabajo en los sistemas energéticos. En la actualidad este campo de la construcción de maquinaria eléctrica se encuentra en una etapa de rápido desarrollo.

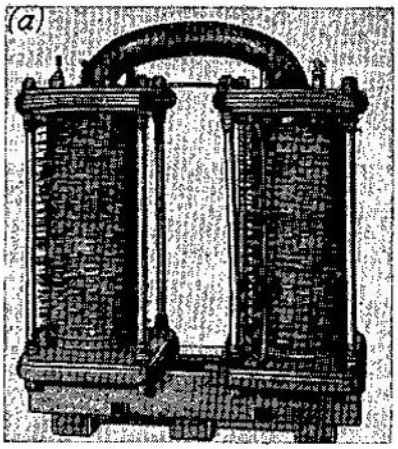
Transmisión de la energía a grandes distancias y su transformación [3, 8, 13]. La máquina de corriente continua, después de adquirir los rasgos suficientemente determinados de su desarrollo, reveló también una serie de dificultades relacionadas con la obtención de grandes potencias unitarias y altas tensiones en sus terminales. Los primeros experimentos de la transmisión de la energía con ayuda de la corriente continua realizados por M. Deprez en los años 1883—1886, demostraron el gran significado de estos trabajos, pero descubrieron al mismo tiempo dificultades relacionadas con el sistema de corriente continua de alta tensión, puesto que los 7000 V en el colector de una máquina eran prácticamente el límite para la tensión de la máquina de corriente continua. Con el fin de obtener alta tensión de la corriente continua, en la central generadora se acoplaban en serie varios generadores de corriente continua de alta tensión, y en la estación receptora, varios motores de corriente continua de alta tensión que ponían en rotación a los generadores sincrónicos de corriente alterna enlazados con el sistema de recepción. El mayor perfeccionamiento por este esquema la obtuvo el sistema de R. Thury conforme al cual se realizó la transmisión de corriente continua de alta tensión, de 57,6 kV, de Mutie a Lyón a la distancia de 180 km con una potencia total de 4650 kW.

En lo sucesivo la práctica demostró las grandes ventajas de las transmisiones a grandes distancias de la corriente alterna, las cuales a continuación adquirieron la más amplia difusión. No obstante, en la actualidad, en relación con el desarrollo de dispositivos perfeccionados de conversión de la corriente continua en alterna y viceversa con ayuda de rectificadores a arco de mercurio, de nuevo comenzaron a realizarse algunas transmisiones de la corriente continua de alta tensión tanto en la URSS como en el extranjero, sobre todo al transmitir la energía por cable submarino. Las transmisiones de la corriente alterna demostraron grandes ventajas ante las transmisiones de la corriente continua en vista de la exclusiva facilidad de variar la tensión con auxilio de transformadores hacia el lado de aumento y disminución de la misma tanto en las propias transmisiones de energía eléctrica como en los sistemas de distribución. Es necesario señalar que al principio los intentos de utilizar la energía eléctrica de corriente alterna encontraron acerbas objeciones incluso por parte de tan eminentes autoridades de su tiempo como Th. Edison. La historia de la aparición y el desarrollo del transformador como convertidor de la tensión es bastante curiosa.

En los años 1844—1847 B. S. Jacobi, dedicándose a los problemas de la defensa contra minas, empleó bobinas de inducción, que por su idea eran el tipo más sencillo de transformador. Con ayuda de estas bobinas se efectuaba el encendido de la pólvora de las minas. Estos trabajos, adelantaron en muchos años a los trabajos análogos en el extranjero. En los dispositivos de B. S. Jacobi la energía eléctrica de la bobina de inducción se transmitía con ayuda de cable submarino a la distancia de hasta 9 km al punto de distribución y alimentación, del cual ésta se distribuía en paralelo a los cebos de varias minas. Esto, en resumidas cuentas, fue el primer esquema del empleo práctico de la energía eléctrica, en el que tenían lugar la transformación, la transmisión de la energía a una distancia relativamente grande al centro de alimentación y luego su distribución en paralelo hacia los puntos de consumo.

No menos notable fue el sistema de P. N. Yáblochkov que creó en el año 1876 la primera instalación industrial para la alimentación de las bujías de arco eléctrico de corriente alterna inventadas por él en París. Para esta instalación Yáblochkov creó un transformador monofásico con circuito magnético abierto. Por esta razón se puede considerar que él fue el inventor del aparato más importante en la electrotecnia, del transformador empleado para la transmisión industrial de la energía.

Después de esto los transformadores adquirieron un amplio desarrollo. En 1882 en la Exposición industrial de toda Rusia I. F. Usaguin demostró el empleo del transformador de P. N. Yáblochkov no solamente para el alumbrado, sino que



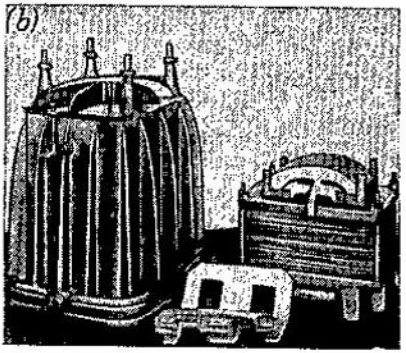


Fig. *I*-12. Primer transformador técnico con circuito magnético cerrado: *a* — de núcleo; *b* — acorazado

también en las instalaciones para la transformación de la energía eléctrica de la corriente alterna en energía mecánica y térmica, lo que dio un nuevo empuje para el desarrollo de la técnica de la corriente alterna. En el año 1885 A. Gaulard y A. Gibbs en América y los ingenieros de la firma "Gants" en Budapest M. Deri, O.Blathi y C. Zipernowsky elaboraron un transformador técnico con circuito magnético cerrado de alambre aislado, con núcleo anular y blindado, lo que sirvió de nueva tesis esencial de partida para el desarrollo de la técnica de la corriente alterna y su transmisión a distancia (fig. *I*-12, *a* y *b*).

En el año 1891 M. O. Dolivo-Dobrovolski en relación con el sistema de corriente trifásica elaborado por él, creó la construcción de un transformador seco trifásico con la disposición corriente, hasta hoy día empleada, de tres columnas del núcleo en un plano. En el mismo año 1891 el director de la fábrica "Erlicon" en Suiza Braun construyó los primeros transformadores monofásicos en aceite para una tensión bastante alta para aquel tiempo de 30 kV. Estos transformadores demostraron que el aceite es no solamente agente, que enfría los arrollamientos, sino que también material aislante.

En relación con la invención del motor asincrónico trifásico por M. O. Dolivo-Dobrovolski aparecieron las premisas para el empleo de la transmisión de la energía de la corriente alterna trifásica no sólo para el alumbrado, sino que también para la transformación industrial de la energía eléctrica de la corriente trifásica en energía mecánica.

La primera transmisión a distancia de la corriente alterna trifásica fue la transmisión de la energía eléctrica de una central hidroeléctrica de cerca del 200 kW de potencia en Laufen a la exposición electrotécnica internacional en Francfort de Meno en el año 1891 a la distancia de 170 km. El generador trifásico construido conforme al proyecto de Braun disponía de una potencia de 230 kV·A, con una tensión de 95 V y una velocidad de rotación de 150 r.p.m; la tensión de éste se elevaba con ayuda de un transformador hasta 15 000 V. En la exposición, con auxilio de un transformador la tensión se bajaba hasta 113 V de tensión lineal y se aplicaba a un motor asincrónico trifásico de 75 kW de potencia que ponía en accionamiento a una unidad de bombeo.

La invención de los transformadores fue un gran impulso para el desarrollo ulterior de la transmisión de la energía eléctrica a grandes distancias. Con el desarrollo de las transmisiones de la energía eléctrica poco a poco aumentaba tanto la

potencia unitaria de los transformadores, como su tensión. Actualmente se emplean tanto los transformadores trifásicos, como los monofásicos, acoplados en grupo trifásico. En la fig. 12-25 viene dado un transformador monofásico de 100 MV·A de un grupo trifásico de 300 MV·A, construido por la firma francesa "Sevuasien" para la transmisión de la energía eléctrica de Volgogrado a Moscú para una tensión de 525 kV. En Canadá se ha construido una transmisión de energía eléctrica para una tensión de 735 kV.

El XXIV Congreso del PCUS aprobó la resolución sobre la realización de trabajos para la creación de transmisiones de la energía eléctrica de la corriente alterna de una tensión de 1150 kV y de la corriente continua de una tensión de 1500 kV.

Tuvo un gran significado para la construcción de transformadores y toda la construcción de máquinas eléctricas en conjunto la invención a principios de nuestro siglo del acero aleado con impureza de silicio. Este acero, que posee mejores características magnéticas y menores pérdidas en el hierro, permitió reducir las dimensiones exteriores y la masa de los transformadores y las máquinas, aumentando al mismo tiempo su rendimiento.

I-2. Desarrollo de la energética y la construcción de maquinaria eléctrica en la URSS

En las ramas principales de la industria de la Rusia de antes de la revolución, incluyendo la construcción de maquinaria eléctrica, predominaba el capital concesionario extranjero, de ningún modo interesado en el desarrollo de este tipo de industria en Rusia. Las fábricas de construcción de maquinaria eléctrica que existían en Rusia antes de la Gran Revolución Socialista de Octubre, de las firmas "Siemens — Shukkert" y "Duplon — Konstantinovich" en Petersburgo, de "Volta" en Revel, de la Compañía General de electricidad en Riga y otras eran de potencia limitada y tenían el carácter de talleres de montaje que trabajaban conforme a las instrucciones de los concesionarios, y no representaban empresas destinadas a resolver problemas independientes. En estas condiciones la idea electrotécnica creadora no poseía en la Rusia prerrevolucionaria un terreno favorable para su desarrollo, y los electrotécnicos rusos, a pesar de exclusiva iniciativa técnica, no podían desarrollar su actividad en debida medida.

La posición cambió bruscamente después de la Gran Revolución Socialista de Octubre. En un cortísimo lapso de tiempo fueron creadas potentes fábricas de construcción de maquinaria eléctrica que con éxito cumplían y siguen cumpliendo las tareas más complicadas e importantes de la economía nacional soviética en desarrollo. Para el trabajo en estas fábricas se prepararon los cuadros necesarios de constructores de máquinas eléctricas, y paralelamente se desarrollaron ampliamente los trabajos de investigación científica en los bancos fabriles de ensayo y de investigación y en los laboratorios de los centros de enseñanza superior y en los Institutos de investigación científica.

El desarrollo de la construcción de maquinaria eléctrica soviética se encuentra en estrecha relación con el grandioso problema de electrificación de la Unión Soviética, planteado por el Partido Comunista y el Gobierno de la Unión Soviética inmediatamente después de finalizar la guerra civil. Los principios fundamentales de la electroenergética soviética son:

1) el carácter planificado de su desarrollo, enlazado con el plano estatal general de desarrollo de la economía nacional;

2) la producción centralizada de energía eléctrica en las centrales eléctricas regionales;

3) la construcción de centrales termoeléctricas y potentes centrales hidroeléctricas a base de los combustibles locales y de pequeña potencia calorífica;

4) la creación y el desarrollo de potentes sistemas electroenergéticos unidos para el trabajo conjunto por líneas de transmisión de alta tensión.

Estos principios fueron la base del histórico plan estatal de la electrificación de Rusia, elaborado en 1920 por iniciativa de V. I. Lenin, y encontraron su ulterior desarrollo y realización práctica en los años de los quinquenios de preguerra.

Conforme al plan estatal de la electrificación de Rusia se suponía construir en el curso de 10—15 años treinta centrales eléctricas con una potencia prefijada total de 1700 mil kW. Este plan, llamado por V. I. Lenin "segundo programa del partido", creó el fundamento para la construcción ulterior de la economía planificada del país y dio comienzo a la grandiosa época de los trabajos de reconstrucción socialista de toda la economía nacional.

Bajo la dirección del Partido Comunista de la Unión Soviética el plan estatal de la electrificación de Rusia fue cumplido antes del plazo para el 1 de enero de 1931. La potencia de las centrales eléctricas aumentó tres veces, y la producción de energía, cuatro veces en comparación con el año 1913. En este mismo lapso de tiempo, hasta la tercera década, la construcción de maquinaria eléctrica soviética dio los primeros pasos en el campo de la producción de potentes máquinas eléctricas y asimiló una serie de nuevos tipos de máquinas y series o modernizó las series viejas que quedaron del tiempo de prerrevolución.

En el período de la Gran Guerra Patria el desarrollo de la energética y la electrificación de la URSS se redujo notablemente, es más, que algunas fábricas electrotécnicas fueron evacuadas a las regiones orientales del país, y otras se encontraban bloqueadas (Leningrado) o fueron ocupadas (Járkov). No obstante, en el período de postguerra comenzó de nuevo la extraordinariamente rápida restauración y desarrollo de la energética: de las centrales regionales y las fábricas electrotécnicas. En este mismo tiempo se realizó la modernización y la reconstrucción de las fábricas viejas y se construyeron nuevas tanto para la construcción de maquinaria eléctrica de gran potencia, como para la producción en masa de máquinas eléctricas en serie y aparatos electrotécnicos. Correspondientemente fue aumentado bruscamente la producción de energía eléctrica, que en comparación con el año de preguerra 1940 aumentó para el año 1950 dos veces, y para el año 1960, seis veces. En el año 1960 la producción de energía eléctrica en la URSS constituía cerca del 35% de la producción de energía eléctrica de los EE.UU., el país capitalista industrial más desarrollado.

El XXIV Congreso del PCUS aprobó el grandioso programa de desarrollo de la economía nacional de la URSS para una serie de años, en el que la energética y la electrificación, que es la base del desarrollo de la industria, del transporte y la agricultura, desempeñan un papel decisivo. Conforme a los períodos pasados y prefijados la producción de energía eléctrica y la potencia instalada de las centrales eléctricas de la URSS pueden ser representadas por los siguientes datos:

Año	1950	1955	1960	1965	1970	1980 (plan)
Producción de energía eléctrica en miles de millones de kW·h	91 2	170,2	292,3	515—540	740	2700—3000
Potencia instalada en millones de kW	19,6	37,2	66,7	112—117	165	540—600

Por estos índices la URSS ocupa ya el segundo lugar en el mundo después de los EE.UU. y el primer lugar en Europa.

Según los datos aportados se supone aumentar dos veces la producción de energía eléctrica y elevar correspondientemente la potencia instalada de las centrales eléctricas de la URSS en el curso de 6—7 años aproximadamente.

En los EE.UU. se supone el aumento dos veces de la producción de energía eléctrica en el curso de 10 años aproximadamente, así que al final del siglo por la producción de energía eléctrica y la potencia instalada de las centrales eléctricas la URSS y los EE.UU. deberán disponer, por lo menos, de los mismos datos.

Los grandiosos problemas de la electrificación de todo el país no pueden ser resueltos mediante el simple aumento cuantitativo de las potencias instaladas sobre la base de las soluciones industriales y constructivas científico-técnicas. Es necesario elaborar nuevos sistemas y estructuras de instalaciones energéticas, grupos y aparatos.

De la construcción de centrales termoeléctricas de 600—2400 MW de potencia y turbogrupos de 100—300 MW se supone pasar a la construcción de centrales eléc-

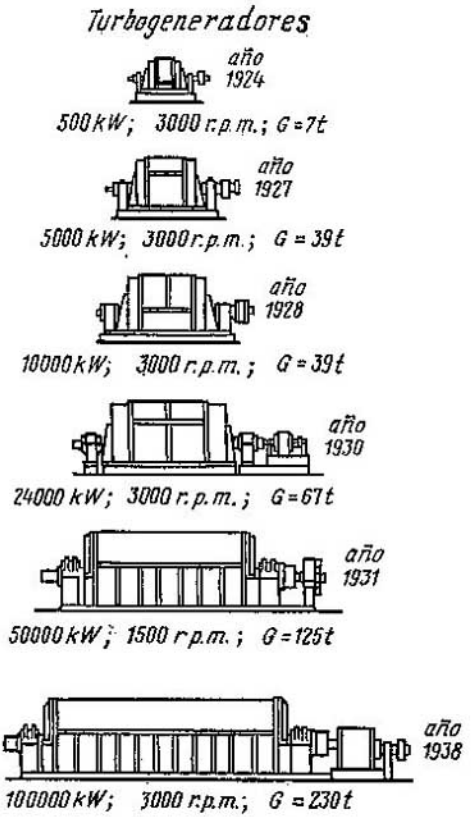


Fig. *1*-13. Desarrollo de la construcción de turbogeneradores en la URSS en el período de preguerra (fábrica "Electrosila" S. M. Kirov)

ricas de 2500—4000 MW con turbogrupos de 500—800 MW y luego de 2000 MW cada uno, con la particularidad de que aquí se habla no de grupos únicos aislados. Por cuanto en las próximas décadas en las centrales eléctricas deben ser instalados más de 700 grupos de 100 hasta 1200 MW de potencia, deben crearse series lo suficientemente grandes de grupos de cada escalón de una potencia extraordinariamente grande. Simultáneamente se construirán centrales eléctricas con el empleo del ciclo gaseoso y de vapor y gas, y en las regiones de combustible caro, centrales nucleares.

Hay por delante inmensas tareas en el campo de la construcción de centrales hidroeléctricas. Se han construido las centrales hidroeléctricas más potentes del mundo de Bratsk de 4500 MW de potencia y de Krasnoyarsk de 6000 MW. En los próximos años se van a construir las centrales hidroeléctricas de Sayano — Shushen con una potencia de 5000—6000 MW con grupos de 800 MW cada uno y toda una serie de otras centrales hidroeléctricas semejantes en Siberia en las regiones de los ríos Angará, Enisey y otros.

Estas grandiosas tareas en el campo de la construcción de centrales eléctricas requieren la creación de una gran cantidad de potentes turbogeneradores con turbinas a vapor de alta velocidad, generadores hidráulicos con turbinas hidráulicas, transformadores y compensadores sincrónicos. En la fig. *1*-13 se representa el desarrollo de la construcción de turbogeneradores en el período de preguerra en la fábrica "Electrosila" S. M. Kirov de la ciudad de Leningrado. En la fig. *1*-14 se muestra el desarrollo ulterior de la construcción de turbogeneradores en los años de postguerra en la fábrica "Electrosila" y en la fábrica "Electrotiazhmash" de la ciudad de Járkov, donde se elaboraron turbogeneradores de alta velocidad altamente utilizados de 3000 r. p. m. con enfriamiento directo de los arrollamientos del estator y del rotor por hidrógeno de las series TB-2 (fábrica "Electrosila") y TГB (fábrica "Electrotiazhmash") y con enfriamiento de los arrollamientos del estator por agua y de los arrollamientos del rotor por hidrógeno de la serie TBB-2. Si el turbogenerador de la fábrica "Electrosila" de la producción de preguerra (1938) de 100 MW de potencia tenía un gasto de material por 1 kV·A de potencia igual a 2,07 kg/kV·A, los turbogeneradores modernos de una potencia del orden de 300 MW con cos φ=0,85 (las series TBB-300 y TГB-300) tienen un gasto de material por unidad de potencia igual a 0,93 kg/kV·A aproximadamente. En la actualidad en ambas fábricas se han elaborado turbogeneradores de 500 MW de potencia con un gasto de material por unidad de potencia del orden de 0,65 kg/kV·A.

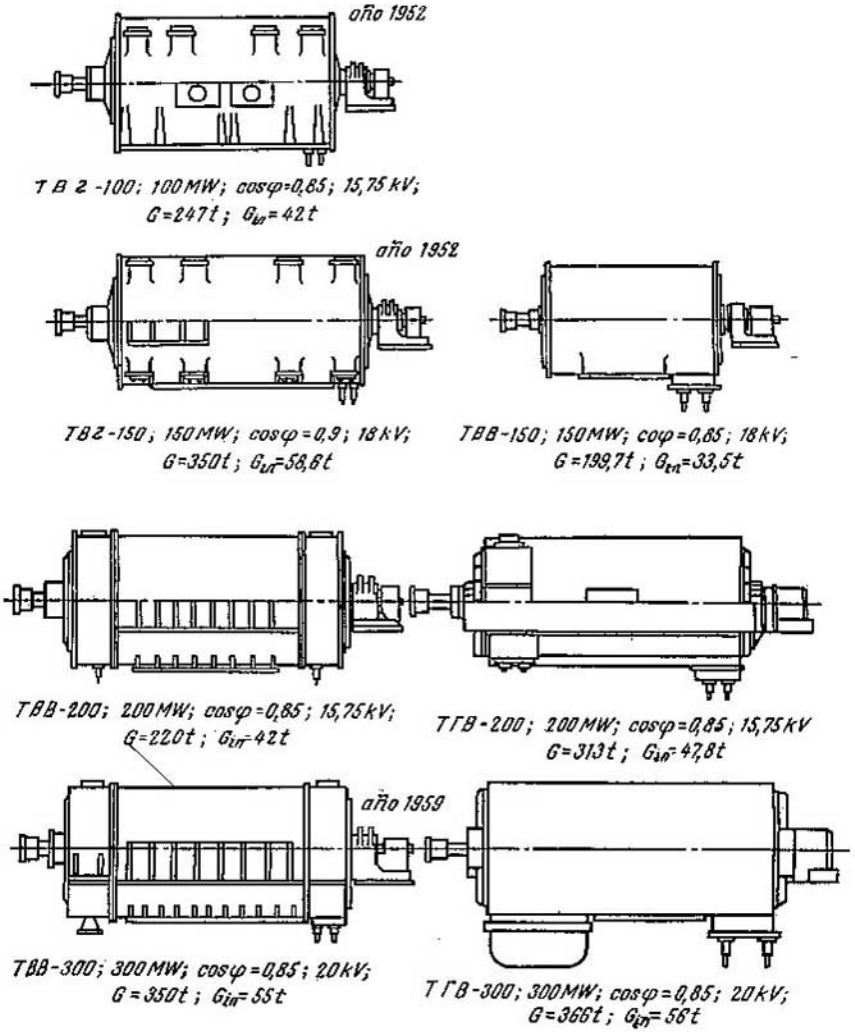


Fig. I-14. Desarrollo de la construcción de turbogeneradores en la URSS en el período de postguerra

En la fábrica ЛЭО "Electrosila" se ha construido un turbogenerador de 800 MW de potencia con un gasto específico de material igual a 0,457 kg/kV·A.

Se llevan a cabo trabajos sobre la creación del turbogenerador bipolar de un solo árbol más potente del mundo de 1200 MW y 3000 r. p. m. Este turbogenerador debe ponerse en servicio en el año 1975.

En las Directivas del XXIV Congreso del PCUS se presta gran atención al desarrollo de la energética atómica. Con relación a esto los Institutos de investigación

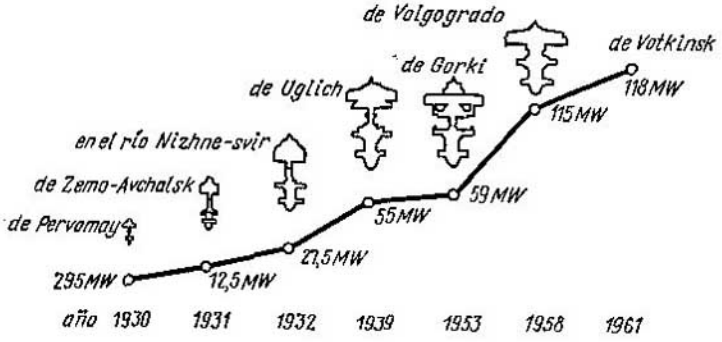


Fig. *I*-15. Aumento de la potencia unitaria de los grupos hidráulicos con turbinas de álabes regulables

científica y las fábricas del Ministerio de la industria electrotécnica de la URSS han desarrollado trabajos sobre la creación de turbogeneradores de cuatro polos de un solo árbol con una potencia unitaria de 500 y 1000 MW para las centrales nucleoeléctricas (CNE). Los primeros modelos de estos turbogeneradores deben ser fabricados en los años 1975—1976.

Correspondientemente ha obtenido un desarrollo exclusivo la construcción de generadores hidráulicos soviéticos. En la fig. *I*-15 viene representado el crecimiento de la potencia unitaria de los grupos hidráulicos con turbinas de álabes regulables para las centrales hidroeléctricas de baja presión, hasta una altura de presión de cerca de 20 m, y en la fig. *I*-16 viene dado el crecimiento de la potencia unitaria de los grupos hidráulicos con turbinas hidráulicas Francis para las centrales hidroeléctricas de alta presión, hasta una altura de presión alrededor de los 100 m.

El crecimiento de las potencias unitarias de los generadores hidráulicos de la fábrica "Electrosila" S. M. Kírov, construidos en los años de preguerra se da en la fig. *I*-17, y el correspondiente crecimiento para los generadores construidos en los años de postguerra en las fábricas de construcción de maquinaria eléctrica potente en las ciudades de Leningrado, Járkov, Sverdlovsk y Novosibirsk se representa en la fig. *I*-18.

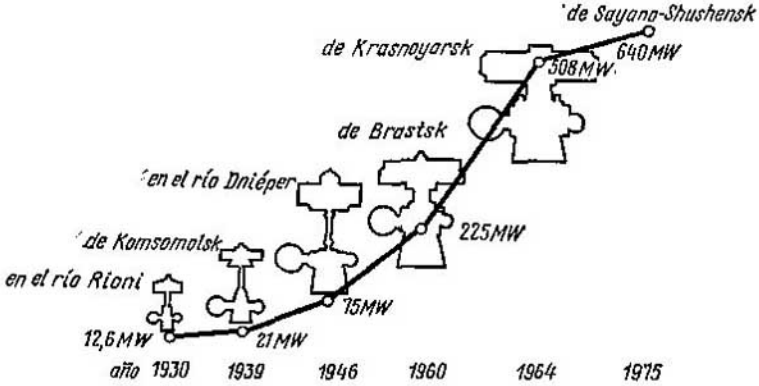


Fig. *I*-16. Aumento de la potencia unitaria de los grupos hidráulicos con turbinas hidráulicas Francis

Tensión en kV	220	330	500
Potencia en MV·A	630	400 (630, 1000 — se elaboran)	400 (630 — se elaboran)

Denominación de la CHE	Potencia unitaria del grupo hidráulico en MW	Año de puesta en explotación del grupo
de Farjad	37,5	1960
de Vótkinsk	118	1961
de Ych-Kurgansk	56,25	1961
de Dnieprodzerzhinsk . .	53,5	1963

En los últimos años se han construido generadores hidráulicos con turbinas de álabes regulables para las siguientes CHE (véase la tabla más arriba).

Es necesario señalar que en el campo de la construcción de generadores hidráulicos la Unión Soviética ocupa hoy día un puesto rector en el mundo no sólo en lo que se refiere a las potencias de los generadores hidráulicos, sino que también por su presión sobre el pivote, que alcanza en la URSS 3500 tf. Actualmente en los EE.UU. la mayor presión sobre el pivote es de 1800 tf.

En el extranjero, generadores hidráulicos más potentes, de una potencia del orden de 225 MV·A con 200 r. p. m. se han construido en Suecia. En la Unión Soviética ya se han creado generadores hidráulicos de una potencia de 265 MV·A con 125 r. p. m. para la CHE de Bratsk y de 590 MV·A con una velocidad de rotación de 93,8 r. p. m. para la CHE de Krasnoyarsk. Se están diseñando generadores hidráulicos de 640—800 MV·A de potencia para la CHE de Sayano-Shúshensk.

En la URSS se han construido compensadores sincrónicos de 160 MV·A de potencia con 750 r. p. m. y $2p=8$.

Se está elaborando un compensador sincrónico con refrigeración completa por agua de 345 MV·A de potencia y 750 r. p. m.

Ha obtenido también un gran desarrollo en la URSS la construcción de transformadores, por cuanto la potencia instalada de los transformadores en los sistemas energéticos es 8—9 veces mayor que la potencia instalada de los generadores en las centrales eléctricas. Los transformadores más potentes se fabrican trifásicos para los siguientes valores de la tensión y la potencia:

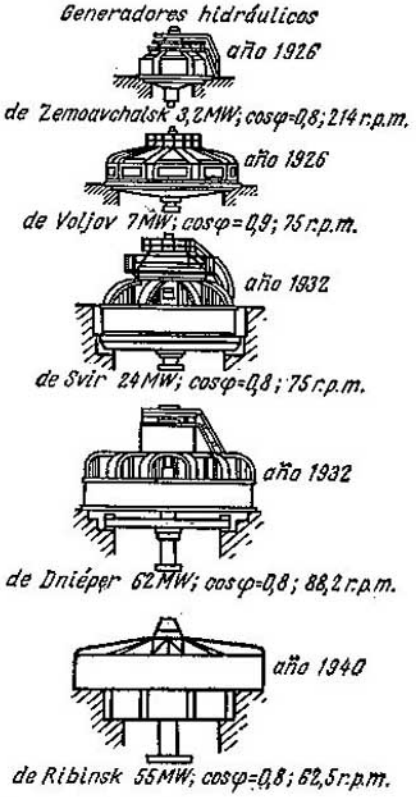


Fig. 1-17. Desarrollo de la construcción de generadores hidroeléctricos en la URSS en el período de preguerra (la fábrica "Electrosila" S. M. Kírov)

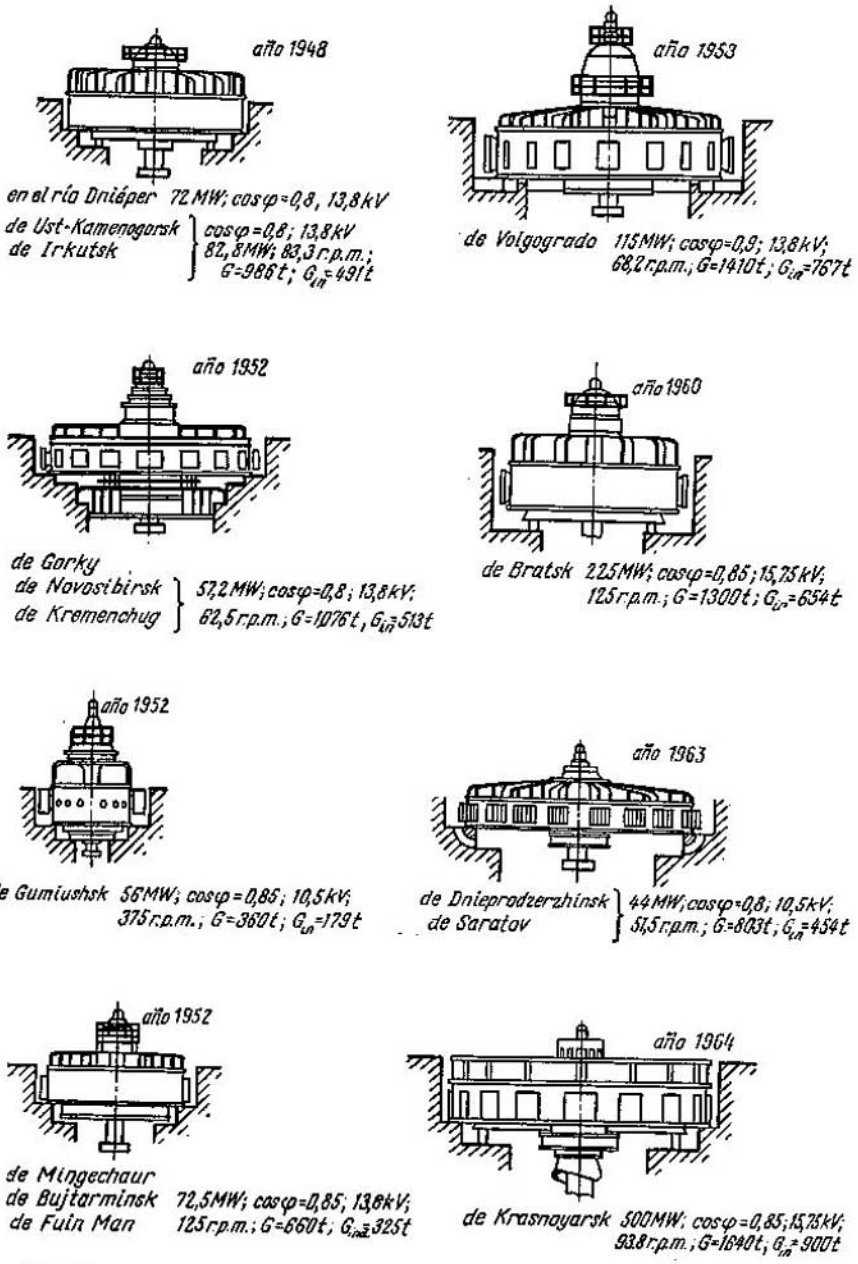


Fig. I-18. Desarrollo de la construcción de generadores hidroeléctricos en la URSS en el período de postguerra

Transformadores monofásicos:

Tensión en kV	500
Potencia en MV·A	250, 267, 417

La tensión de 500 kV que existe en la URSS en las líneas de transmisión de alta tensión del Volga y en el sistema energético de Siberia, es la más alta en la práctica mundial.

A continuación se exponen los datos sobre los transformadores trifásicos extranjeros más potentes:

	Gran Bretaña	Japón	Francia	Gran Bretaña
Tensión en kV	275	287	405	430
Potencia en MV·A	750	680	660	600

Transformadores monofásicos (Japón, Austria, Canadá):

Tensión en kV	500
Potencia en MV·A	400

En la fig. *1*-19 se representa la fotografía de la parte activa del autotransformador de 100 MV·A y 380 kV fabricado por la firma "Alstom".

1-3. Magnitudes y sistemas de unidades principales [*9, 10*]

En la ingeniería, en particular en la práctica de la construcción de maquinaria eléctrica, durante los distintos cálculos el problema de la elección de las magnitudes principales y el sistema de unidades de medición tiene un significado exclusivamente grande. La reivindicación fundamental que debe plantearse al sistema de unidades consiste en que este sistema sea *coherente*, es decir, tal, en el que todas las unidades derivadas se determinan por las básicas con la condición de que en las ecuaciones se eliminan los factores parásitos tipo 10^{-8}, 9,81, etc.

Las ecuaciones y las fórmulas escritas en forma coherente, son útiles sin introducir cualesquiera coeficientes complementarios para todo sistema de unidades lógicamente desarrollado. Si en tal fórmula se sustituyen las magnitudes en unidades de cualquier sistema coherente, la solución se obtiene también en unidades del sistema aceptado. Con tal forma de escritura de las ecuaciones no hay necesidad de mencionar cada vez las unidades de medida, lo que a su vez elimina las dificultades durante el cálculo.

La descripción y el estudio de los fenómenos electromagnéticos requiere la introducción de cuatro magnitudes principales. En el año 1935 la Comisión Internacional de Electrotécnica recomendó preparar la cuestión sobre el paso al sistema de unidades propuesto por Giorgi, en el que como unidades principales se tomaron: unidad de longitud, el metro; unidad de masa, el kilogramo y unidad de tiempo, el segundo; en lo que se refiere a la cuarta magnitud, al principio se propuso tomar tal valor de la permeabilidad magnética del vacío μ_0, con la cual se conservan las principales unidades prácticas, por ejemplo, el voltio, vatio,

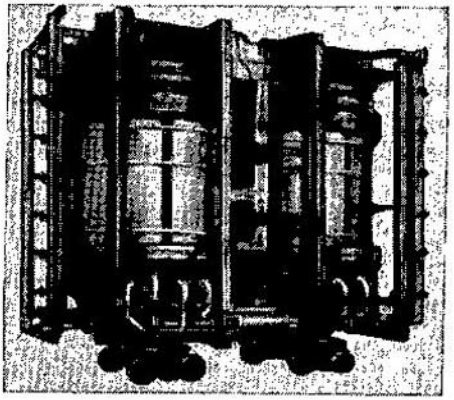


Fig. *1*-19. Parte activa del autotransformador de 100 MV·A, 380 kW de la firma "Alstom"

henrio, etc. (sistema MKS μ_0). Esta proposición no encontró la aceptación general, y en vez de ella se propuso tomar como cuarta unidad principal el amperio (sistema MKSA).

A partir del 1 de enero de 1957 en la Unión Soviética se puso en acción el ГОСТ (sistema estatal de la Unión Soviética) 8033—56, conforme al cual como principal sistema de unidades de medida de las magnitudes eléctricas y magnéticas se establecía el sistema MKSA, pero se permitía emplear también el sistema CGSμ_0.

De acuerdo con el ГОСТ 9867—61, a partir del 1 de enero de 1961, en la Unión Soviética, en calidad de principal sistema de unidades se aceptó el Sistema Internacional de Unidades, designado con el símbolo SI. Las unidades principales en el sistema SI son: el metro, kilogramo, segundo, amperio, grado Kelwin y candela. Con arreglo a los cálculos electrotécnicos este sistema no se diferencia en nada del sistema MKSA, sólo para la inducción magnética se introduce una unidad especial "tesla" (T), que corresponde a Wb/m² en el sistema MKSA.

Para la ejecución de los cálculos prácticos todos los sistemas existentes de unidades tienen unos u otros inconvenientes. Esto condujo a que obtuvieron gran divulgación los sistemas de unidades *mixtos*, el empleo de los cuales provoca la aparición en las ecuaciones de coeficientes parásitos útiles solamente para el sistema mixto dado. Así, por ejemplo, la expresión para la f. e. m. se encuentra constantemente en la literatura técnica en la forma de $e=Blv\cdot 10^{-8}$; para obtener por esta fórmula la f. e. m. en unidades corrientes, es decir, en voltios, es necesario tomar la inducción B en Gs, la longitud l en cm y la velocidad lineal de rotación v en cm/s; si la expresión para la f. e. m. se ha escrito en la forma coherente, o sea, en la forma $e=Blv$, pero las magnitudes B, l y v vienen expresadas en las mismas unidades que en el caso anterior, entonces la f. e. m. se expresará en unidades del sistema CGSμ_0, con la particularidad de que esta unidad no tiene denominación.

Para obtener la f. e. m. en voltios, empleando el sistema SI o el MKSA sin introducir factores parásitos cualesquiera en la fórmula para la f. e. m., es necesario expresar la inducción B en T o en Wb/m², la longitud l en m y la velocidad v en m/s. Sin embargo, naturalmente que cualquier sistema de unidades, incluyendo el sistema MKSA, puede utilizar tanto los valores fraccionales como los alícuotos de las unidades principales; así, por ejemplo, la densidad de corriente puede ser expresada en el sistema MKSA en A/mm², así como en el sistema CGSμ_0, donde como unidad de longitud se ha aceptado el centímetro. Pero en este caso, en la fórmula que contiene la densidad de corriente figurará el correspondiente coeficiente de conversión.

La formación de unidades alícuotas y fraccionales se realiza en correspondencia con las exigencias del ГОСТ 7663—55.

I-4. Racionalización de las ecuaciones del campo electromagnético

Por racionalización de las ecuaciones del campo electromagnético se comprende la reducción del sistema de dependencias, que enlazan las magnitudes eléctricas y magnéticas, a la forma simétrica con la introducción simultánea del coeficiente de conversión 4π en la expresión que se refiere a los casos en los que existe simetría esférica.

Es necesario señalar que la racionalización de las ecuaciones no está relacionada con el empleo de unas u otras unidades de medida y se realiza solamente mediante la variación de los conceptos de ciertas magnitudes eléctricas y magnéticas.

En la tabla *I*-1 se exponen las relaciones entre las unidades SI, del sistema MKSA y del sistema CGS μ_0, de modo que los coeficientes de conversión contenidos en la última columna vertical de la tabla se conservan independientemente de si las ecuaciones del campo electromagnético están escritas en forma racional o irracional. Los lugares rayados en las líneas horizontales de la tabla significan que dada unidad no tiene denominación.

En la práctica fabril corrientemente se hace uso del sistema de unidades mixto y las ecuaciones del electromagnetismo se escriben en forma irracional. Debe tenerse en cuenta que en este caso el concepto sobre algunas magnitudes, en particular sobre la intensidad del campo magnético y sobre la fuerza magnetomotriz, varía. En las

Tabla I-1

Denominación de la magnitud	Denominación y designación de las unidades del sistema				Coeficiente de conversión de la unidad de los sistemas SI y MKSA al sistema CGS μ_0
	MKSA y SI		CGS μ_0		
Tiempo	segundo	s	segundo	s	1
Frecuencia	hertzio	Hz	hertzio	Hz	1
Longitud	metro	m	centímetro	cm	10^2
Velocidad	metro por segundo	m/s	centímetro por segundo	cm/s	10^2
Aceleración . . .	metro por segundo al cuadrado	m/s^2	centímetro por segundo al cuadrado	cm/s^2	10^2
Masa	kilogramo	kg	gramo	g	10^3
Fuerza mecánica .	newton	N	dina	dyn	10^5
Trabajo y energía	joule	J	ergio	erg	10^7
Potencia	vatio	W	ergio por segundo	erg/s	10^7
Cantidad de electricidad	culombio	C	—	—	10^{-1}
Corriente eléctrica	amperio	A	—	—	10^{-1}
Fuerza magnetizante	amperio	A	gilbertio	Gb	10^{-1}
Intensidad del campo magnético . .	amperio por metro	A/m	oersted	Oe	10^{-3}
Flujo magnético .	weberio	Wb	maxwell	Mx	10^8
Inducción magnética	weberio por metro cuadrado (MKSA), tesla (SI)	Wb/m^2 T	gausio	Gs	10^4
Capacidad eléctrica	faradio	F	—	—	10^{-9}
Resistencia eléctrica	ohmio	Ω	—	—	10^9
Inductancia . . .	henrio	H	—	—	10^9
Permeabilidad magnética	henrio por metro	H/m	—	—	10^7

fórmulas para estas magnitudes figura el coeficiente 4π; por ejemplo, la fuerza magnetomotriz se escribe en el sistema de unidades racionalizado en la forma $F=iw$, y en el sistema no racionalizado, en la forma $F=4\pi iw$.

Por otro lado, el coeficiente 4π aparece en las magnitudes de la permeabilidad magnética y de la permitividad; por ejemplo, en el sistema CGSμ_0 racionalizado la permeabilidad magnética del vacío $\mu_0=4\pi$, y en el no racionalizado $\mu_0=1$; en los sistemas SI y MKSA $\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}$ H/m y $\mu_0=10^{-7}$ H/m respectivamente.

De este modo, el coeficiente 4π se extrae de unas ecuaciones y se introduce en otras; por eso en los cálculos técnicos la racionalización de las ecuaciones del campo electromagnético no ofrece alivios esenciales, pero simplifica la escritura de las ecuaciones principales que con más frecuencia se encuentran.

En este libro todas las ecuaciones se han reducido a la forma racional, y los valores numéricos y los ejemplos de cálculos se dan en unidades SI con el empleo de los valores alícuotos y fraccionales. En toda una serie de casos se indican al mismo tiempo los valores numéricos en el sistema de unidades mixto, por cuanto en la actualidad todavía se emplea ampliamente en la práctica de cálculos de las fábricas de construcción de maquinaria eléctrica.

1-5. Representación de las magnitudes sinusoidales en los diagramas vectoriales

En la teoría de las máquinas eléctricas se considera una gran cantidad de magnitudes físicas, que varían periódicamente, como función del tiempo o función del espacio. Para la representación gráfica de estas magnitudes, que tienen un mismo período y que varían conforme a las leyes sinusoidales, se emplean diagramas polares. El diagrama polar representa las amplitudes de las sinusoides de un mismo período con segmentos de recta dispuestos uno respecto de otro bajo los ángulos de defasaje entre las sinusoides. En la fig. *1*-20, *a* se muestran, en el sistema de coordenadas rectangulares, dos sinusoides, expresadas por las ecuaciones:

$$a = A \operatorname{sen}(x+\alpha) \quad \text{y} \quad b = B \operatorname{sen}(x+\beta). \qquad (1\text{-}1)$$

En el sistema de coordenadas polares estas sinusoides tendrán la forma representada en la fig. *1*-20, *b*, en la que éstas vienen representadas con dos segmentos A y B que forman con el eje positivo X los ángulos α y β y que están dispuestos uno respecto del otro bajo el ángulo de defasaje $(\alpha-\beta)$. Para $x=0$ los valores de las dos funciones sinusoidales en el diagrama polar se determinan por las proyecciones de los segmentos A y B sobre el eje positivo Y. Para los demás valores de x, los valores correspondientes de estas funciones se determinan también por las proyecciones de las amplitudes sobre el eje Y, si se hacen girar las amplitudes un ángulo correspondiente a la variación de la coordenada x en el sentido positivo, es decir, hacia la izquierda. No obstante, es más cómodo dejar fijas las amplitudes y girar el mismo ángulo el eje Y en el sentido negativo, es decir, hacia la derecha. Puesto que en la mayoría de los casos se consideran magnitudes que varían con el tiempo, al eje giratorio Y se le llama *eje del tiempo*.

La adición de dos sinusoides de un mismo período da como resultado una sinusoide, que se obtiene en el diagrama polar por la adición geométrica de las amplitudes de cada sinusoide por separado. Al adicionar las sinusoides *a* y *b* representadas

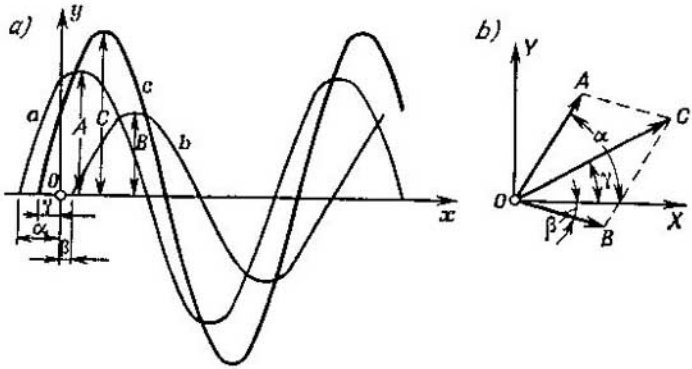


Fig. *1*-20. Representación gráfica de las magnitudes físicas, que varían periódicamente, como función sinusoidal del tiempo, o en el espacio, en diagramas polares

en la fig. *I*-20, *a* y *b*, se obtiene la siguiente ecuación para la sinusoide resultante:

$$C = A \operatorname{sen}(x+\alpha) + B \operatorname{sen}(x+\beta) = C \operatorname{sen}(x+\gamma),$$

$$\left.\begin{aligned} C &= \sqrt{A^2+B^2+2AB\cos(\alpha-\beta)}; \\ \operatorname{tg}\gamma &= \frac{A\operatorname{sen}\alpha + B\operatorname{sen}\beta}{A\cos\alpha + B\cos\beta}. \end{aligned}\right\} \qquad (I\text{-}2)$$

El diagrama polar para las magnitudes que varían periódicamente se llama *diagrama vectorial*, los segmentos de recta que expresan las amplitudes de las magnitudes sinusoidales se llaman *vectores de diagrama* o simplemente vectores. Sin embargo, estos vectores no tienen nada común con los vectores físicos, que tienen dirección en el espacio. La dirección de los vectores de diagrama indica solamente la fase por el tiempo o por el lugar para las magnitudes físicas expresadas por ellos. La adición de amplitudes por la ley del paralelogramo de fuerzas se basa solamente en las propiedades de la sinusoide que se derivan de la ecuación (*I*-2). El hecho de no tomar en consideración la diferencia radical indicada entre los vectores de diagrama y físicos puede conducir en toda una serie de casos, particularmente al estudiar la teoría de las máquinas multipolares, a conclusiones y formulaciones incorrectas.

I-6. Leyes fundamentales de la electrotecnia con arreglo al análisis de los procesos en las máquinas eléctricas

A. Ley del circuito magnético. El funcionamiento de los mecanismos electromagnéticos, en particular de las máquinas eléctricas, es el resultado de la existencia del campo magnético y la corriente que circula por los conductores. Las leyes de la electrodinámica establecen la relación entre las corrientes y su campo magnético y permiten calcular su interacción. El cálculo correcto de las interacciones en los mecanismos electromagnéticos es posible sólo en el caso de un estudio geométrico y físico preciso del campo magnético, y todas las dificultades del análisis de los fenómenos que transcurren en los mecanismos electromagnéticos se reducen a las dificultades de la representación del cuadro correcto del campo.

El campo magnético es una parte del espacio en el que transcurren los fenómenos físicos llamados fenómenos magnéticos. Sobre el estado real del espacio en el que existe el campo magnético la ciencia juzga por toda una serie de fenómenos y regularidades establecidos experimentalmente. La interacción de todos los fenómenos permite representar el cuadro de trabajo del cálculo de los fenómenos. El cuadro de trabajo del campo magnético se basa en las opiniones de Faraday que se imaginaba el campo magnético como el espacio en el que están distribuidas las "líneas de fuerza físicas" llamadas líneas magnéticas.

Si se examina el campo magnético en el vacío o con la aproximación práctica suficiente en el aire,entonces se pueden trazar las líneas magnéticas por los trayectos de los desplazamientos del polo magnético unitario en el campo. El valor de la fuerza que actúa en cada punto del polo norte unitario es proporcional a la intensidad del campo magnético.

La representación de los campos con ayuda de las líneas magnéticas ofrece una gran evidencia al estudiar los procesos en los mecanismos electromagnéticos. Las líneas magnéticas pueden servir no sólo para determinar la dirección del vector de intensidad del campo magnético, sino también para definir la magnitud de esta intensidad, si se mide por la cantidad de líneas en la unidad de área, tomada perpendicularmente a la dirección del vector de intensidad.

Los vectores de intensidad **H** y de inducción magnética **B** tienen igual dirección solamente en el vacío y en medios magnetoisótropos (la mayoría de los gases y líquidos).

En ciertos gases y líquidos magnetizables (oxígeno, soluciones de las sales del hierro y del níquel) **H** y **B** tienen igual dirección, pero la dependencia entre ellos no es lineal.

En toda una serie de materiales, por ejemplo en los cristales, sustancias sólidas en estado de tensión, así como en el acero después de su tratamiento por presión, **H** y **B** tienen distinta dirección, y la permeabilidad magnética μ es función no lineal

de B. Para estos materiales magnetoanisótropos las líneas de fuerza del campo que determinan la dirección de **H**, ya no coinciden algo con las líneas magnéticas que determinan la dirección de **B**.

En la resolución de la mayoría de los problemas referentes al cálculo de los mecanismos electromagnéticos, los materiales ferromagnéticos se consideran como sustancias paramagnéticas isótropas.

Cada línea magnética representa un circuito cerrado sin comienzo y final. Las líneas magnéticas no se pueden ni cortar ni interrumpir, y en ninguno de los procesos que transcurren en el campo magnético se pueden descubrir sus extremos.

De este modo, el flujo magnético total que atraviesa la superficie cerrada dada es igual a cero.

Matemáticamente lo dicho se expresa en la forma

$$\Phi_S = \int_S B \cos \beta \, dS = 0,$$

donde $B \cos \beta$ es la componente normal del vector de inducción magnética.

El campo para el espacio no ocupado por las corrientes puede ser caracterizado por el potencial magnético escalar que varía de punto a punto. El gradiente de este potencial o la velocidad de su variación en cualquier dirección son iguales a la componente de la intensidad en esta dirección tomada con el signo contrario. El potencial magnético permite hallar las superficies magnéticas de nivel, que se cortan bajo ángulo recto con las líneas magnéticas del campo.

De este modo se puede obtener el sistema de superficies equipotenciales $U=\text{const}$ y el sistema de líneas de fuerza magnéticas $F=\text{const}$.

El potencial magnético satisface la ecuación de Laplace:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0. \qquad (I\text{-}3)$$

La resolución de esta ecuación es posible sólo para condiciones límites simples. En la mayoría de los casos se obtiene la suficiente precisión si se emplea la ley de la corriente total (primera ecuación de Maxwell en forma integral).

Si en el campo magnético se separa un tubo de inducción magnética de sección tal, que para todos los puntos de esta sección se pueda considerar la magnitud H constante, entonces la magnitud del flujo elemental φ a través de cualquier sección normal de este tubo será

$$\varphi = \mu H S, \qquad (I\text{—}4)$$

donde S es la sección del tubo. La línea axial del tubo se toma como circuito de integración, y puesto que los tubos de flujo magnético son cerrados, la ley de la corriente total se expresa de la manera siguiente:

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = \oint H dl \cos(\mathbf{H}, d\mathbf{l}) = \sum i, \qquad (I\text{-}5)$$

donde dl es el desplazamiento elemental a lo largo de cierto trayecto de paso del punto A_1 al punto A_2 en el campo magnético; $\sum i$ es la magnitud de la corriente total abarcada por el circuito de integración; $\cos(\mathbf{H}, d\mathbf{l})$ es el ángulo entre la dirección de desplazamiento y la dirección de la línea de fuerza magnética (fig. *I*-21).

Frecuentemente como camino de integración se elige la propia línea de fuerza magnética, entonces $\cos(\mathbf{H}, d\mathbf{l}) = 1$.

La ley del circuito magnético estipula: la integral por cualquier contorno cerrado del producto de la componente de la intensidad del campo magnético en dirección de $d\mathbf{l}$ por dl es numéricamente igual a la corriente total encerrada en este circuito.

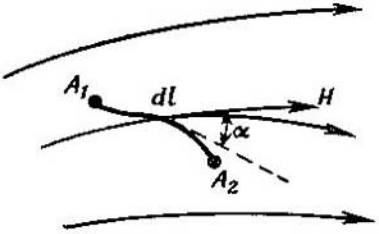


Fig. *I*-21. Deducción de la ley del circuito magnético

En las máquinas eléctricas el flujo magnético pasa principalmente por el "circuito magnético" compuesto de sectores aislados (inducido, polos, culata, etc.) con la particularidad de que en algunos sectores, en la mayoría de los casos, H puede considerarse con la suficiente exactitud constante, por esta razón

$$\oint H dl = H_1 l_1 + H_2 l_2 + \ldots + H_n l_n = \sum i. \qquad (I\text{-}5a)$$

El primer miembro de la ecuación (I-5a) se suele llamar suma de las "caídas de intensidad magnética" en el circuito magnético por analogía con las caídas de intensidad eléctrica en el circuito eléctrico, y el segundo miembro, fuerza magnetizante y se designa con la letra F. Puesto que frecuentemente $\sum i$ es igual a iw, donde w es el número de espiras e i es la corriente en los conductores de la bobina, entonces

$$iw = F. \qquad (I\text{-}6)$$

Si por todo el circuito magnético pasa un mismo flujo, entonces, transformando el primer miembro de la ecuación (I-5a), se puede obtener

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = \frac{\Phi}{\mu S} dl = \Phi \oint \frac{dl}{\mu S} = \sum i = iw = F \qquad (I\text{-}7)$$

y escribir definitivamente la expresión para el flujo Φ en forma de la ley del circuito magnético, análoga a la ley de Ohm para el circuito eléctrico:

$$\Phi = \frac{iw}{\oint \frac{dl}{\mu S}} = \frac{F}{\oint \frac{dl}{\mu S}} = \frac{F}{R_\mu}, \qquad (I\text{-}8)$$

donde F es la magnitud de la fuerza magnetizante total que actúa por todo el circuito magnético, y R_μ es la resistencia magnética total del circuito.

La ley del circuito magnético, así como la ley de Ohm para el circuito eléctrico, es bastante exacta para los casos cuando las dimensiones transversales del circuito son pequeñas en comparación con su longitud.

En el caso de circuitos magnéticos complejos, con los que principalmente nos encontramos en la práctica, no todas las líneas magnéticas tienen una misma longitud. Parte de las líneas magnéticas se cierra por las así llamadas trayectorias de dispersión, y los valores de μ y S en los diferentes sectores del circuito magnético son distintos. Por esta razón, sólo con cierta aproximación se pueden considerar iguales las magnitudes l, μ y S para todos los n flujos elementales y escribir

$$\Phi \approx n\varphi = n \frac{iw}{\oint \frac{dl}{\mu S}}. \qquad (I\text{-}8a)$$

Para simplificar el cálculo el circuito magnético se divide por su longitud en secciones separadas, entonces

$$\oint \frac{dl}{\mu S} = \int \frac{dl_1}{\mu_1 S_1} + \int \frac{dl_2}{\mu_2 S_2} + \ldots + \int \frac{dl_n}{\mu_n S_n},$$

y, considerando con cierta aproximación $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n = \text{const}$ y $S_1, S_2, \ldots, S_n = \text{const}$, etc., se obtiene la expresión aproximada de la ley del circuito magnético, que se emplea en la práctica:

$$\oint \frac{dl}{\mu S} = \sum_1^n \frac{l_n}{\mu_n S_n} \quad \text{y} \quad \Phi = \frac{iw}{\sum_1^n \frac{l_n}{\mu_n S_n}}. \qquad (I\text{-}8b)$$

En la práctica de construcción de maquinaria eléctrica esta ley se introdujo por primera vez en el año 1886 por los hermanos Hopkinson.

La ley del circuito magnético tiene en esta forma un significado convencional y no puede ser comparada totalmente con la ley de Ohm. En esta última la resisten-

cia, como regla, no depende de la corriente (si no se toma en consideración el calentamiento), y en la primera $R\mu$ depende de Φ. La formulación que usa la caída de potencial magnético es más cómoda, puesto que contiene H en la forma general.

B. Ley de inducción electromagnética. La ley de inducción electromagnética con arreglo a los mecanismos electromagnéticos corrientemente se acepta en la forma dada por Maxwell:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}, \qquad (I\text{-}9)$$

con la particularidad de que la f. e. m. inducida en cierto circuito no depende de la sustancia, forma y dimensiones de los conductores, de los cuales se ha cumplido el circuito. Esta f. e. m. depende solamente de la velocidad de variación del flujo magnético que pasa a través del circuito; la f. e. m. es la causa capaz de producir corriente eléctrica en el circuito; la f. e. m. que actúa a lo largo de un trayecto cualquiera, es igual a la integral lineal del vector de intensidad del campo eléctrico a lo largo de este trayecto. Si el circuito en el que tiene lugar la variación del flujo magnético representa un circuito eléctrico complejo que se puede dividir en una serie de circuitos simples, y si en cada uno de los circuitos simples varían los flujos magnéticos Φ_1, Φ_2, ..., Φ_n, entonces

$$e_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt}, \; e_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt}, \; \ldots, \; e_n = -\frac{d\Phi_n}{dt}.$$

En este caso

$$\Phi_1 + \Phi_2 + \ldots + \Phi_n = \sum_1^n \Phi_n = \Psi$$

y

$$e_1 + e_2 + \ldots + e_n = \sum_1^n e_n = -\frac{d\Psi}{dt}, \qquad (I\text{-}9a)$$

donde Ψ es el número total de flujos embragados con el circuito. En los mecanismos electromagnéticos, en la mayoría de los casos resulta posible tomar

$$\Phi_1 = \Phi_2 = \ldots = \Phi_n \quad \text{y} \quad e = -w\frac{d\Phi}{dt},$$

donde w es el número de espiras separadas que abarcan el flujo Φ, y por consiguiente, $w\Phi = \Psi$.

En toda una serie de casos, al estudiar las máquinas eléctricas se hace uso de la ley de inducción electromagnética en la forma $e = Blv$, que se desprende de la formulación de Faraday, de acuerdo a la cual la f. e. m. inducida en cierto circuito depende exclusivamente de la velocidad con que las líneas magnéticas se cortan por el circuito, y no depende de la sustancia, forma y dimensiones de la sección transversal del conductor, del cual está formado el circuito. En esta formula: B es la inducción magnética en el punto dado; l es la longitud activa del conductor recto en los límites del campo magnético homogéneo con inducción B situado en el plano perpendicular a la dirección de las líneas magnéticas; v es la velocidad de movimiento del conductor en el plano normal a B en dirección perpendicular a l.

La dirección de las f. e. m. inducidas en los conductores se determina por la regla de la mano derecha.

De la ley de inducción electromagnética en la forma

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}$$

se desprende que para obtener una f. e. m. de dirección constante es necesario que el flujo varíe en un sentido. Crear una variación continua del flujo en una dirección en el curso de un largo lapso de tiempo es imposible, y por consiguiente, es imposible obtener, sin conmutación del circuito, una f. e. m. constante sólo por medio de la

pura inducción electromagnética. De esta tesis se desprende la imposibilidad, de principio, de construir una máquina de corriente contínua sin colector.

C. Energía del campo magnético y fuerza electromagnética. La energía del campo magnético está distribuida por todo el espacio en el que se revela la acción de las fuerzas electromagnéticas. El valor de esta energía se puede hallar partiendo de la ley de Ohm, en la forma general

$$i=\frac{e-\frac{d\Psi}{dt}}{r} \quad \text{o bien} \quad e=ir+\frac{d\Psi}{dt}.$$

El trabajo elemental dA, realizado por la corriente en este circuito es

$$dA=eidt=i^2rdt+id\Psi.$$

El trabajo elemental que se consume en la variación del estado magnético del medio es

$$dA_m=id\Psi$$

y la reserva de energía en la unidad de volumen es

$$W_0=\mu\int_0^H HdH=\frac{\mu H^2}{2}$$

con la condición de que $\mu=\text{const}$.

La energía total en todo el volumen ocupado por el flujo magnético (siendo $\mu=\text{const}$) es igual a

$$W=\int\frac{\mu H^2}{2}dv=\frac{1}{2}Li^2. \qquad (I\text{-}10)$$

Esta expresión da la reserva de energía relacionada con el circuito por el que circula la corriente i. Aquí $Li=\Psi$ representa el flujo total embragado con el circuito de corriente i. Toda variación del flujo embragado Ψ conduce a la reacción electromagnética en forma del surgimiento de la f. e. m. de autoinducción e_s y la corriente i_s producida por ésta. Todo sistema electromagnético, en virtud de la existencia de inercia electromagnética singular, pretende mantener a un nivel determinado el flujo magnético embragado con el circuito.

En la mayoría de los mecanismos electromagnéticos existen dos y más circuitos con acoplamiento electromagnético. La energía electromagnética de dos circuitos se expresa de la manera siguiente:

$$W_{12}=\int\frac{\mu H^2}{2}dv=\frac{L_1i_1^2}{2}+\frac{L_2i_2^2}{2}+M_{12}i_1i_2. \qquad (I\text{-}10a)$$

Las inductancias L_1 y L_2 de los circuitos pueden no depender de su posición recíproca. El coeficiente de inductancia mutua M_{12} depende de la posición relativa de los circuitos, por eso cualquier desplazamiento mutuo de los circuitos, siendo constantes las corrientes en los mismos, conduce a la variación de la energía W_{12} acoplada con los circuitos y, por consiguiente, testimonia la presencia de fuerzas de interacción mecánica.

Si x es la coordenada geométrica de la que depende la posición mutua de los circuitos, entonces la fuerza electromagnética es

$$f=\frac{dW_{12}}{dx}=i_1i_2\frac{dM_{12}}{dx}. \qquad (I\text{-}11)$$

Las fuerzas electromagnéticas tienden a variar de tal modo la posición mutua de los circuitos, que aumente el flujo de inducción mutua y con ello, siendo las corrientes invariables, que aumente la energía del sistema.

En las máquinas eléctricas, en toda una serie de casos, es difícil calcular el incremento del flujo acoplado con el circuito dado; por eso es más cómodo hacer uso

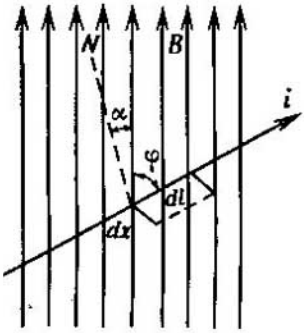


Fig. *I*-22. Fuerza electromagnética, que actúa sobre un elemento separado del contorno

de la expresión que permita determinar la fuerza electromagnética que actúa en cierto elemento del circuito.

Si el elemento dl del conductor (fig. *I*-22) de un circuito cualquiera con una corriente i se encuentra en un campo magnético y se desplaza a la magnitud dx, entonces el incremento que se obtiene del flujo $d\Phi$ será

$$d\Phi = B \cos \alpha \, dl dx = B \operatorname{sen} \varphi dl dx.$$

La magnitud de la fuerza electromagnética elemental, que actúa en la sección dl será

$$df = i \frac{d\Phi}{dx} = Bi \operatorname{sen} \varphi \, dl.$$

La fuerza que actúa en la sección extrema del conductor l será

$$f = \int_0^l Bi \operatorname{sen} \varphi \, dl. \qquad (I\text{-}12)$$

Si el campo magnético es homogéneo y el conductor rectilíneo, entonces

$$f = Bli \operatorname{sen} \varphi. \qquad (I\text{-}12a)$$

Así pues, en los sistemas electrodinámicos surgen fuerzas electromagnéticas que pretenden crear tales movimientos de los circuitos, con los cuales el flujo exterior, enlazado con cada uno de los circuitos que forman el sistema, pueda obtener un incremento positivo en el caso de constancia de todas las corrientes.

I-7. Materiales que se usan en la construcción de maquinaria eléctrica

A. Clasificación de los materiales que se usan en la construcción de maquinaria eléctrica. Los materiales que se usan en la construcción de maquinaria eléctrica pueden ser divididos en las tres categorías siguientes: a) materiales constructivos; b) materiales activos (magnéticos y electroconductores); c) materiales aislantes.

Los materiales constructivos se usan para la fabricación de tales piezas y conjuntos de las máquinas, cuyo destino principal es la transmisión y la percepción de las cargas mecánicas y tensiones y para atribuir a algunos conjuntos las formas constructivas necesarias para el funcionamiento mecánico correcto de la máquina.

Los materiales activos son conductores de corriente eléctrica y de corriente magnética y sirven para crear las condiciones necesarias para que transcurran los procesos electromagnéticos.

Los materiales aislantes están destinados principalmente para aislar eléctricamente los órganos conductores de corriente eléctrica de los demás órganos de la máquina.

Toda una serie de elementos de las máquinas eléctricas trabajan en condiciones físicas complicadas, por esta razón a los materiales se les plantean exigencias mixtas tanto mecánicas, como magnéticas y eléctricas, el cumplimiento de las cuales es una de las tareas más difíciles de la ciencia de los materiales.

B. Materiales constructivos. En la construcción de máquinas eléctricas, en calidad de materiales constructivos se emplean: a) el hierro colado simple, maleable y amagnético; b) acero al carbono y aleado tanto para obtener altas propiedades mecánicas, como para obtener propiedades amagnéticas; c) metales no ferrosos y sus aleaciones; d) plásticos.

Los elementos de las máquinas eléctricas experimentan cargas estáticas y dinámicas. En la mayoría de los casos sus dimensiones geométricas se determinan tanto por las condiciones de las tensiones mecánicas, como por el resultado del cálculo

eléctrico. Por eso, en el proceso de diseñado de las máquinas eléctricas se tropieza con la difícil tarea de la elección correcta de la marca necesaria de material.

Las calidades mecánicas del material generalmente se caracterizan por los siguientes datos: a) resistencia a la rotura; b) límite de fluencia; c) límite de fatiga; d) alargamiento en por ciento; e) rotura por impacto.

En los tipos modernos de máquinas eléctricas las tensiones mecánicas alcanzan 390—450 N/mm².

El material experimenta tensiones variables periódicas complejas; la determinación correcta del margen de seguridad necesario respecto del límite de proporcionalidad y del límite de fatiga es una tarea de bastante responsabilidad, sobre todo en las máquinas de alta velocidad (turbogeneradores) y en las máquinas cuya velocidad de rotación en el período de explotación puede crecer considerablemente (generadores hidráulicos con turbina de álabes regulables).

La determinación de las tensiones mecánicas admisibles sólo por las indicaciones generales sin un análisis minucioso de todas las condiciones de funcionamiento y de la tecnología de fabricación de las máquinas, con el alto empleo actual de los materiales, es insuficiente.

Al elegir las tensiones admisibles se recurre al así llamado coeficiente de seguridad o factor de seguridad $k=\sigma_m\sigma_r$, donde σ_m es la tensión a la cual el elemento del mecanismo se destruye o se deforma de tal manera que es imposible su servicio ulterior, y σ_r es la tensión calculada en el elemento dado del mecanismo.

Generalmente, para los materiales frágiles con un por ciento pequeño de alargamiento el valor de σ_m se toma igual a la resistencia a la rotura, y para los materiales con gran por ciento de alargamiento σ_m se toma igual al límite de fluidez.

En la elección del coeficiente de seguridad influye una gran cantidad de factores, los principales de los cuales son: la calidad del material, la exactitud del cálculo de las tensiones, las particularidades tecnológicas del material, las condiciones y el carácter del tratamiento tecnológico, los métodos de ensayo de la calidad del material, el carácter de acción de la carga y las condiciones de servicio de la pieza.

La influencia de cada uno de los factores citados puede valorizarse por su coeficiente de seguridad, y el coeficiente de seguridad total se obtiene multiplicando todos los coeficientes.

En la tabla *1-2* se aportan los valores de estos coeficientes según los datos de I. A. Oding para: a) el acero en chapas y forjado, b) el acero fundido, c) el hierro colado. La fiabilidad de estos materiales se valoriza como $a : b : c = 1{,}0 : 1{,}3 : 2{,}0$. La tabla se ha hecho con arreglo a los elementos de responsabilidad y de alto empleo de las máquinas eléctricas.

C. Materiales magnéticos. Para la fabricación de los elementos de los conductores de corriente magnética de las máquinas eléctricas se emplean distintos materiales ferromagnéticos: acero al silicio de diferentes calidades, hierro colado, fundición de acero, acero en chapas y forjado, aleaciones de acero especiales (para los imanes permanentes).

Para el circuito magnético la propiedad de mayor importancia de estos materiales es la dependencia de la inducción magnética de la intensidad del campo y la dependencia de las pérdidas por histéresis y por corrientes parásitas de la inducción y la frecuencia.

En aquellos casos cuando algunos elementos del conductor de corriente magnética experimentan también carga mecánica (rotor del turbogenerador, armazón de la máquina de corriente continua), también desempeñan un gran papel las propiedades mecánicas del material. La combinación de altas propiedades mecánicas y magnéticas es una tarea bastante difícil de la metalurgia.

Acero al silicio (acero para transformadores). La estructura del acero al silicio representa un conglomerado de granos ferríticos en cuya solución se encuentran otros elementos que forman parte del acero. Puesto que el acero al silicio se obtiene por laminación, sus granos se estiran algo en dirección del laminado, lo que crea una heterogeneidad de las propiedades tanto mecánicas, como magnéticas y eléctricas. El fenómeno de estirado de los granos, que es resultado del endurecimiento por deformación en frío durante el laminado, empeora algo las características magnéticas y aumenta el bucle de histéresis, lo que aumenta las pérdidas magnéticas. Al mismo tiempo el endurecimiento por deformación en frío aumenta también la

Tabla I-2

Factores	Designación del coeficiente	Acero en chapas y forjado	Acero colado	Hierro fundido
Dimensión y forma del artículo:				
pequeño simple	k_1	1	1,3	2
pequeño complicado	k_1	1,05	1,35	2,1
grande simple	k_1	1	1,4	2,2
grande complicado	k_1	1,15	1,5	2,3
Tratamiento en caliente:				
colada	k_2	—	1—1,3	1—1,2
forja	k_2	1—1,3	—	—
tratamiento térmico	k_2	1—1,1	1—1,1	1—1,1
Maquinado:				
finura del maquinado	k_3	1—1,3	1—1,3	1—1,3
complejidad del montaje	k_4	1—1,1	1—1,15	1—1,2
Condiciones de explotación:				
peligro de destrucción, reiteración de las tensiones máximas	k_5	1	—	1,25
Métodos de ensayo:				
cantidad de piezas que se ensayan	k_6	1	—	1,25
cantidad y correspondencia de los métodos de ensayo	k_7	1	—	2
correspondencia del lugar de toma de la muestra	k_8	1	—	1,25
Carácter de la carga:				
estático	k_9	1,1	—	—
reiterado	k_9	1,2	—	—
alternativo	k_9	1,35	—	—
Exactitud del cálculo	k_{10}	1	—	1,65

resistencia eléctrica, lo que reduce en cierto grado las pérdidas por corrientes parásitas, pero queda predominante la influencia del aumento del bucle de histéresis. La influencia del endurecimiento por deformación en frío puede manifestarse también durante el ulterior tratamiento mecánico del acero en la fábrica de construcción de máquinas eléctricas (corte, estampado, etc.) y empeorar también las propiedades magnéticas del material.

Después del laminado para eliminar la influencia del endurecimiento por deformación en frío, el acero al silicio se somete a recocido a una temperatura de 800 °C, lo que contribuye al engrandecimiento de los granos y con ello a la reducción de las pérdidas por histéresis. Sin ninguna duda, la influencia favorable del recocido se

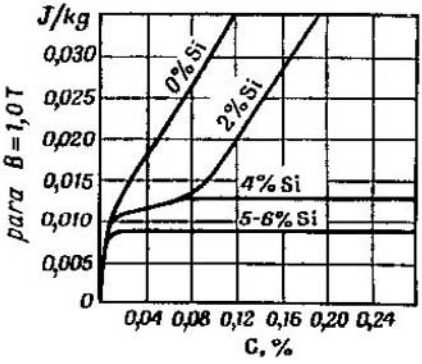


Fig. *I*-23. Pérdidas en la histéresis en dependencia del porcentaje de silicio y carbono en el acero

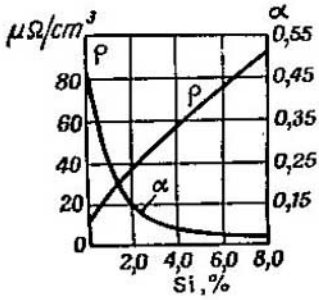


Fig. *I*-24. Influencia del porcentaje de silicio en la resistencia eléctrica y coeficiente de temperatura del acero para transformadores

manifestará en el acero al silicio también después del proceso de estampado y corte en la fábrica de construcción de máquinas eléctricas; por eso el recocido es empleado por una serie de firmas. Para evitar el fenómeno de oxidación brusca el recocido, en este caso, se lleva a cabo en una atmósfera de hidrógeno.

En las especies modernas de acero al silicio hay una pequeña adición de silicio. El silicio tiene dos destinaciones. En primer lugar, contribuye al paso del carbono, existente en el acero, de la cementita al grafito, lo que reduce las pérdidas por histéresis, y, en segundo lugar, aumenta la resistencia eléctrica del acero, lo que disminuye las pérdidas por corrientes parásitas. En la fig. *I*-23 se muestran las pérdidas por histéresis en función del porcentaje de silicio y carbono en el acero, y en la fig. *I*-24 se da la resistencia eléctrica y el coeficiente de temperatura del acero al silicio en función del contenido de silicio en por ciento.

La adición de silicio aumenta la resistencia específica eléctrica del acero casi proporcionalmente al contenido de silicio y con ello contribuye a la disminución de las pérdidas por corrientes parásitas que surgen en el acero al trabajar éste en un campo magnético alternativo. Una adición de silicio por encima del 1,8% aumenta notoriamente la permeabilidad magnética del acero en campos magnéticos de pequeña intensidad, pero la disminuye algo en los campos de alta intensidad. Del mismo modo el silicio debilita el envejecimiento del acero, que se expresa por el aumento de las pérdidas en el acero en el curso del tiempo.

A continuación se aportan los datos sobre la variación de las propiedades físicas del acero al silicio en dependencia del contenido de silicio para un espesor de la chapa de 0,5 mm:

Contenido de silicio, en % . .	0,5—0,7	1,2—1,4	1,2—2,6	3,8—4,2
Contenido de carbono, en % .	0,1	0,1	0,1	0,08
Límite de fluencia, en N/mm²	195	235	310	440
Resistencia a la rotura, en N/mm²	295	370	440	550
Alargamiento relativo, en % .	18	18	16	4

Según el método de tratamiento se distinguen el acero *laminado en caliente* y el acero *laminado en frío texturado*. Este último tiene en comparación con el primero mejores propiedades magnéticas (véase más abajo la tabla *I*-3), pero solamente en el caso cuando el flujo magnético está orientado en sentido de laminación del acero; en dirección transversal a la laminación las propiedades magnéticas del acero

laminado en frío son mucho peores, en otras palabras, este acero posee una anisotropía brusca. Por esta razón se emplea principalmente para la fabricación de transformadores, pero últimamente encontró uso en la fabricación de máquinas eléctricas.

El contenido de silicio y la densidad media específica del acero corresponden a los valores del Standard Estatal de la URSS 802—54, representado en la tabla *I*-3.

Tabla I-3

Grado de aleación del acero	Contenido de silicio, %	Densidad media $\gamma \cdot 10^{-3}$, kg/m³
De baja aleación	0,8—1,8	7,8
De aleación media	1,8—2,8	7,75
De aleación elevada:		
a) laminado en caliente	2,8—4,0	7,65
b) laminado en frío . .	2,5—3,5	7,65
De alta aleación	4—4,8	7,55

En la construcción de máquinas eléctricas se emplean principalmente las siguientes marcas de acero: Э11, Э12, Э21, Э31, Э310, Э320, Э330, Э41, Э42, Э43. Aquí la letra Э significa acero al silicio, las primeras cifras 1, 2, 3, 4 indican el contenido de silicio, a saber: 1 — de baja aleación, 2 — de aleación media, 3 — de aleación elevada, 4 — de alta aleación.

Las segundas cifras, después de la letra, 1, 2, 3 significan la calidad del acero de la marca dada con relación a las pérdidas específicas en el acero, o sea, pérdidas en un kilogramo de acero para la inducción y frecuencia dadas. En el orden sucesivo las cifras 1, 2, 3 se refieren al acero con pérdidas específicas normales, reducidas y bajas para una frecuencia de 50 Hz (véase la tabla *I*-4).

La tercera cifra, después de la letra, 0 significa que el acero es laminado en frío texturado.

Por ejemplo, Э320 significa que el acero es de aleación elevada, laminado en frío texturado con pérdidas específicas reducidas para una frecuencia de 50 Hz.

Las dimensiones comunes de la chapa de acero al silicio por su anchura y largura son 750×1500 mm y 1000×2000 mm, pero se fabrican chapas de otras dimensiones, por ejemplo, de 600×1200 mm, 210×1500 mm y otras.

El espesor corriente de la chapa es de 0,50 y 0,35 mm; el acero de la marca Э11 se fabrica también de 1 mm de espesor; para las máquinas de elevada frecuencia se fabrica acero de un espesor de 0,20, 0,15 y 0,10 mm. Por pedido especial se fabrican chapas de 0,42 y 0,30 mm de espesor.

El aumento del contenido de silicio más de 4—5% influye poco en la variación ulterior de las pérdidas magnéticas, pero en fuerte grado aumenta la fragilidad del material. Las impurezas ajenas en el material empeoran las propiedades magnéticas del acero, y para lograr altas propiedades magnéticas con mínimas pérdidas es necesario elegir correctamente el régimen de laminado y recocido. Estas medidas han permitido a las fábricas obtener un acero al silicio con pérdidas de cerca de 0,8—0,9 W/kg para B=1,0 T y 50 Hz y un espesor de la chapa de 0,35 mm.

Para otras frecuencias e inducciones en el intervalo desde 0,5 hasta 1,7 T para las frecuencias hasta 100 Hz las pérdidas se pueden calcular por la fórmula

$$p = p_{1,0}(B)^n \left(\frac{f}{50}\right)^{1,35}, \qquad (I\text{-}13)$$

donde

$$n = 57 \log \frac{p_{1,5}}{p_{1,0}};$$

$p_{1,0}$ son las pérdidas en W/kg, siendo $B=1,0$ T, y $p_{1,5}$, siendo $B=1,5$ T.

Este recuento es válido para chapas bien aisladas una de otra. En las máquinas preparadas, en dependencia del carácter de la tecnología y de la presión de encajado el exponente n puede diferir sensiblemente del calculado por la fórmula (*I*-13). Antes del montaje de las cortaduras de acero, para evitar el contacto entre las chapas éstas se aislan una de otra con una capa fina de papel o de laca de esmaltar. Puesto que el aislamiento ocupa cierto espacio, se reduce el llenado de acero y el valor del coeficiente de llenado varía en dependencia del espesor de las chapas y del tipo de aislamiento. La irregularidad del espesor de las propias chapas ejerce gran influencia en el llenado. Si en unas zonas resultan por casualidad cortaduras más gruesas, elegidas por su longitud, y en otras, más finas, esto crea un debilitamiento local del encajado y ocasiona vibración de las chapas y corrosión por contacto. El fenómeno de corrosión por contacto conduce al deterioro del aislamiento, al aumento de las pérdidas y al debilitamiento ulterior del encajado, lo que al fin y al cabo puede causar la rotura de la máquina. Por eso es de suma importancia observar la regularidad del espesor de las chapas y clasificar como corresponde las cortaduras para eliminar la falta de compacidad local. La cantidad de acero encajado en la máquina debe ser verificada, controlando el coeficiente de llenado.

La adición de silicio empeora las propiedades mecánicas de la aleación, en particular su maquinabilidad; si, por ejemplo, el acero de las marcas Э11, Э12 y Э21 de 0,5 mm de espesor debe soportar sin deterioro no menos de 10 doblamientos, el acero de las marcas Э41 y Э42 del mismo espesor puede soportar solamente un doblamiento.

Los valores de las pérdidas específicas para el acero al silicio de distintas marcas se aportan en la tabla *I*-4. El numerador del quebrado adjunto al símbolo p significa la inducción en teslas, y el denominador, la frecuencia en hertzios, para las cuales ha sido obtenida la magnitud de las pérdidas específicas.

Tabla I-4

Marca del acero	Espesor nominal de la chapa, mm	Pérdidas específicas, W/kg		
		$p_{1,0/50}$	$p_{1,5/50}$	$p_{1,7/50}$
		no más de		
Э 11	1	5,8	13,4	—
Э 11	0,5	3,3	7,9	—
Э 12	0,5	2,8	6,8	—
Э 21	0,5	2,5	6,1	—
Э 31	0,5	2	4,5	—
Э 31	0,35	1,6	3,6	—
Э 41	0,5	1,6	3,6	—
Э 42	0,5	1,4	3,2	—
Э 43	0,5	1,25	2,9	—
Э 41	0,35	1,35	3,2	—
Э 42	0,35	1,2	2,8	—
Э 43	0,35	1,05	2,5	—
Э 310	0,5	1,25	2,8	3,8
Э 320	0,5	1,15	2,5	3,5
Э 330	0,5	1,05	2,3	3,2
Э 310	0,35	1	2,2	3,2
Э 320	0,35	0,9	1,9	2,9
Э 330	0,35	0,8	1,7	2,6

Los valores de las inducciones máximas para los aceros de las marcas enumeradas en dependencia de las intensidades del campo magnético se aportan en la tabla *I*-5. Aquí las cifras en los índices adjuntos al símbolo B indican las intensidades del campo magnético $H \cdot 10^{-2}$, A/m a las cuales les corresponden los valores dados de las inducciones en teslas.

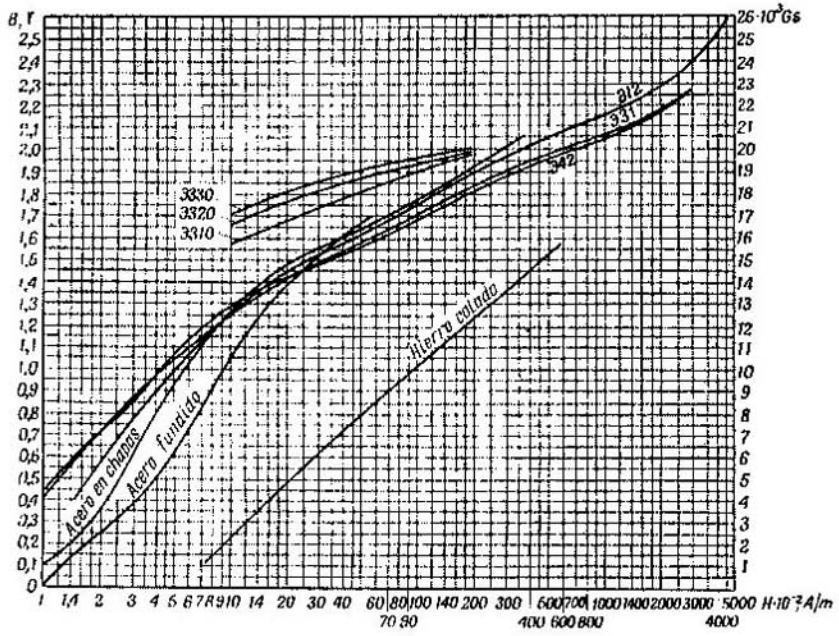


Fig. I-25. Curvas de magnetización del acero en chapas para transformadores, del acero fundido y del hierro colado

Tabla I-5

Marca del acero	Espesor nominal de la chapa, mm	Inducción máxima en teslas para una intensidad del campo magnético $H \cdot 10^{-2}$, A/m				
		B_{10}	B_{25}	B_{50}	B_{100}	B_{800}
		no menos de				
Э 11	1—0,5	—	1,5	1,62	1,75	1,97
Э 12	0,5	—	1,49	1,61	1,74	1,96
Э 21	0,5	—	1,48	1,59	1,73	1,94
Э 31	0,5—0,35	—	1,46	1,57	1,7	1,9
Э 41	0,5—0,35	1,3	1,48	1,56	1,68	1,88
Э 42	0,5—0,35	1,29	1,44	1,55	1,67	1,87
Э 43	0,5—0,35	1,28	1,43	1,54	1,66	1,87
Э 310	0,5—0,35	1,57	1,7	1,8	1,9	1,98
Э 320	0,5—0,35	1,65	1,8	1,87	1,92	2
Э 330	0,5—0,35	1,7	1,85	1,9	1,95	2

En la fig. *I*-25 se dan las curvas de dependencias $B=f(H)$ para el acero al silicio en chapas de distintas marcas, como también para el acero fundido y el hierro colado.

Hierro colado. En la actualidad el hierro colado se emplea para los circuitos magnéticos raramente a causa de sus malas calidades magnéticas en comparación con el acero. Puede emplearse para los armazones de las máquinas de corriente continua y los rotores de las máquinas sincrónicas, en las que durante el funcionamiento de la máquina el flujo no varía. El paso a las construcciones curvadas de material en hojas suplanta al hierro colado y éste se conserva sólo en ciertos rotores de las máquinas sincrónicas, cuando es necesario obtener un momento giratorio elevado GD^2 por las condiciones de trabajo (motor para el accionamiento del compresor) y cuando las tensiones mecánicas permiten el empleo del hierro colado. En la fig. *I*-25 se da la curva de imantación del hierro colado.

Fundición de acero. La fundición de acero en calidad de circuito magnético se emplea para las armazones de las máquinas de corriente continua y las coronas de los rotores de las máquinas sincrónicas. En las máquinas de corriente continua para las armazones se emplea con más frecuencia la fundición de acero que el hierro colado. Las características magnéticas del acero fundido oscilan en amplios límites en dependencia de su composición química. En la fig. *I*-25 vienen dadas las curvas de imantación del acero corriente al carbono, que es el que con más frecuencia se emplea para las armazones y los rotores.

Acero en chapas. Para las armazones soldadas de las máquinas de corriente continua y los rotores de las máquinas sincrónicas se emplea acero al carbono en chapas de un espesor de 1,5 hasta 120 mm. Las características magnéticas de este material se aproximan a las características del acero al silicio de la marca Э12.

Piezas forjadas de acero. Las piezas forjadas de acero se emplean para los rotores de los turbogeneradores y las máquinas sincrónicas de alta velocidad.

Puesto que en los rotores de las máquinas de alta velocidad en el caso de altas tensiones mecánicas tienen también lugar altas inducciones magnéticas, se hace más pesada la fabricación del material. El límite de fluidez de las piezas forjadas grandes alcanza 600—700 N/mm². Las exigencias máximas respecto de la inducción magnética se indican a continuación:

Intensidad del campo magnético $H \cdot 10^{-2}$, A/m	40	125	500
Inducción, T	1,5	1,75	2

Aleaciones especiales. Para la fabricación de imanes permanentes para las máquinas magnetoeléctricas se emplean aleaciones de acero especiales que poseen después de la magnetización una inducción remanente grande y una gran fuerza coercitiva. En la fig. *I*-26 se dan las características magnéticas de diferentes aleaciones de acero para imanes permanentes.

En algunos casos es necesario disponer de material con alta permeabilidad magnética relativa inicial y máxima y una saturación bruscamente expresada. El representante característico de esta clase de aleaciones es el permalloy C (78,5% de Ni, 18% de Fe, 3% de Al, 0,5% de Mn). La permeabilidad magnética relativa

Tabla I-6

Denominación del metal	Resistencia específica $\rho \cdot 10^{-8}$, $\Omega \cdot$m para $t=20°$ C	Denominación del metal	Resistencia específica $\rho \cdot 10^{-8}$, $\Omega \cdot$m para $t=20°$ C
Plata	0,01622	Tungsteno	0,05
Cobre	0,016925	Zinc	0,05916
Oro	0,0219	Níquel	0,07236
Aluminio	0,0262	Hierro	0,0978
Magnesio	0,0446		

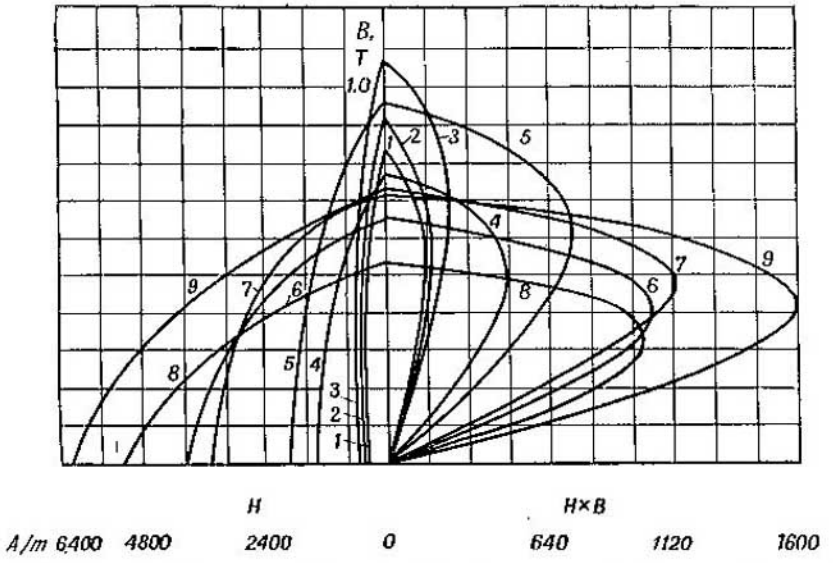


Fig. *I*-26. Características magnéticas de diferentes aceros aleados para imanes permanentes

1 — acero al carbono; *2* — acero al silicio; *3* — hierro en T; *4* — acero al cobalto y cromo; *5* — acero con un contenido de 36% de cobalto; *6* — alnico 1; *7* — alnico 2; *8* — nipermag; *9* — acero KS

inicial $\mu/\mu_0=6000$. La permeabilidad magnética relativa máxima $\mu_m/\mu_0=1\,000\,000$ La inducción remanente es igual a 0,45 T. La fuerza coercitiva es igual a 0,035 A/m.

En la fig. *I*-27 viene dada la curva de imantación de esta aleación en comparación con el acero al silicio corriente.

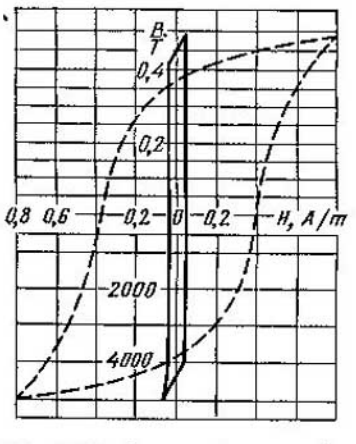


Fig. *I*-27. Curvas de magnetización del permalloy C (curvas plenas) y del acero al silicio (curvas de trazos)

D. Materiales conductores de corriente eléctrica. El material conductor de corriente eléctrica, que ha encontrado amplio empleo en la electrotécnica es el cobre.

En la tabla *I*-6 se aportan los datos sobre la resistencia específica de algunos metales puros.

De la confrontación de los datos de la tabla *I*-6 se ve que el cobre ocupa el segundo lugar por la electroconductibilidad, cediendo algo solamente a la plata, que no puede ser empleada debido a su carestía.

Las diferentes impurezas influyen considerablemente en la electroconductibilidad. En la fig. *I*-28 se dan los datos de la variación de la electroconductibilidad del cobre en dependencia del porcentaje de diferentes impurezas. El cobre destinado para los conductores eléctricos no debe contener más de 0,1% de impurezas. Sobre todo son dañinas las impurezas de bismuto y antimonio. Durante el brochado en frío el cobre se somete a endurecimiento por deformación en frío, lo que le hace más duro y aumenta la resistencia específica. Como resultado del recocido el cobre recu-

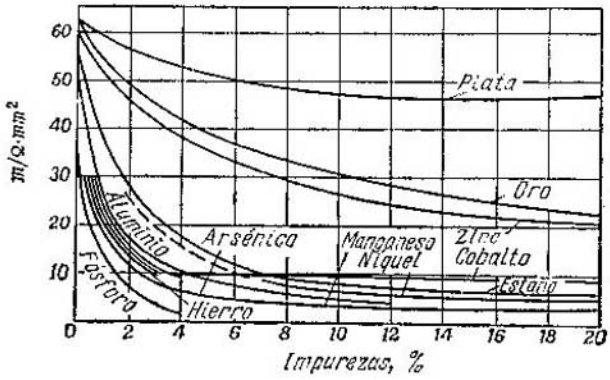


Fig. 1-28. Curvas de variación de la electroconductibilidad del cobre en dependencia del porcentaje de diferentes impurezas

pera sus propiedades principales, por eso esta operación debe practicarse no sólo en la fábrica de cables, sino que también en la fábrica de construcción de máquinas eléctricas, si los conductores de cobre no aislados se sometieron en el proceso de fabricación del arrollamiento a endurecimiento por deformación en frío (bobinas del rotor de las máquinas sincrónicas).

La resistencia específica normal del cobre para los conductores eléctricos se toma igual a $0{,}017241 \cdot 10^{-6}\Omega \cdot$ m a 20 °C, su densidad, a $8{,}9 \cdot 10^3$ kg/m³, el coeficiente de dilatación lineal, a $1{,}68 \cdot 10^5$, la conductibilidad térmica específica, a $3{,}75 \times \times 10^2$W/(grad·m) y el calor específico igual a 390 W·s/grad.

Además del cobre, en calidad de conductor de corriente eléctrica encontró un empleo significante el aluminio. Su resistencia específica en estado refinado normal a 20 °C es igual a $0{,}0282 \cdot 10^{-6}$ Ω·m, la densidad del aluminio fundido es igual a $2{,}64 \cdot 10^3$ kg/m³ y la del estirado, a $2{,}7 \cdot 10^3$ kg/m³, el coeficiente de dilatación lineal es igual a $2{,}22 \cdot 10^{-5}$, el calor específico, a 810 W·s/grad y la conductibilidad térmica específica, a $2 \cdot 10^2$ W/(grad·m). La resistencia específica del aluminio varía considerablemente en dependencia de la temperatura. A continuación se aportan los datos correspondientes:

Temperatura, °C	—78	+20	+100	+200
Resistencia específica $\rho \cdot 10^{-6}$, Ω·m	0,018	0,0282	0,0367	0,0486

E. Materiales aislantes [72]. En las máquinas eléctricas se emplea una gran cantidad de diferentes materiales aislantes. Su destinación fundamental es aislar eléctricamente los órganos conductores de corriente eléctrica. Por esta razón, las exigencias principales planteadas a los materiales aislantes es su alta rigidez dieléctrica. Puesto que el aislamiento de las máquinas trabaja a altas temperaturas, tensiones mecánicas y efectos de la humedad atmosférica y en algunos casos de diferentes agentes químicos, la rigidez dieléctrica debe estar ligada con la resistencia al calor, la conductibilidad térmica, la resistencia a la humedad, la resistencia a las sustancias químicas y una resistencia mecánica determinada. En dependencia de las combinaciones de exigencias varían los materiales aislantes iniciales y su tratamiento tecnológico.

Puesto que los materiales aislantes poseen distinta resistencia al calor, en dependencia de la especie de materiales aislantes que se emplean se puede admitir uno u otro calentamiento de los devanados.

Las normas del Standard Estatal de la URSS 8865—66 prevéen la división de los aislamientos en 7 clases (véase la tabla 1-7), lo que corresponde a las recomendaciones de la Comisión Internacional de Electrotecnia.

Tabla 1-7

Designación de la clase de resistencia al calor	Temperatura admisible, °C	Breve característica de los grupos principales de materiales, correspondientes a la clase dada de resistencia al calor
Y	90	Materiales fibrosos no impregnados de celulosa y seda
A	105	Materiales fibrosos impregnados de celulosa y seda
E	120	Algunas películas orgánicas sintéticas
B	130	Materiales a base de mica (incluyendo los urdimbres orgánicos), asbesto y fibra de vidrio, empleados con compuestos ligantes e impregnantes orgánicos
F	155	Materiales a base de mica, asbesto y fibra de vidrio, empleados en combinación con compuestos sintéticos ligantes e impregnantes
H	180	Materiales a base de mica, asbesto y fibra de vidrio, empleados en combinación con compuestos orgánicos de silicio ligantes e impregnantes y con elastómeros orgánicos de silicio
P C	más de 180	Mica, materiales cerámicos, vidrio, cuarzo, empleados sin compuestos ligantes o con compuestos inorgánicos, o con compuestos ligantes de elementos orgánicos

La mica, como consecuencia de que posee resistencia al calor, rigidez dieléctrica, resistencia a las sustancias químicas y buena fisilidad en hojas finas aisladas, es uno de los elementos fundamentales para el aislamiento eléctrico. Existen dos variedades de mica: muscovita o mica potásica, y flogopita o mica potásicomagnesiana. A base de la mica se fabrica la micanita para colectores, micanita de moldeo, micanita flexible y cinta de mica. En las máquinas de importancia de corriente alterna y continua (motores de tracción) se emplea la cinta de mica de 0,075; 0,1 y 0,13 mm de espesor. La cinta de mica corriente se fabrica con urdimbre fina de papel, sobre la cual con ayuda de barniz negro de asfalto se pegan las láminas de mica fragmentada. La cinta de mica resistente al calor tiene un soporte de tejido de lana de vidrio, fabricado de hilos torcidos de vidrio y lacas ligantes orgánicas de silicio. El tejido cauchotado de lana de vidrio es un material electroaislante elástico de tejido de lana de vidrio sin álcalis, impregnado con laca orgánica de silicio resistente al calor.

En los últimos años se elaboraron nuevos materiales aislantes para las máquinas sincrónicas grandes, basados en el empleo de cintas de micanita impregnadas con lacas, compuestas de estireno, poliesteres y ciertos catalizadores. Estos materiales son insensibles a la humedad y a la influencia de los agentes químicos, poseen alta resistencia mecánica y al mismo tiempo la suficiente elasticidad, cosa de gran importancia para las secciones largas; poseen alta conductibilidad térmica y rigidez dieléctrica.

La firma "Westinghouse" ha elaborado un aislamiento del tipo "Termoelástico" concediendo la licencia a toda una serie de otras firmas ("Schneider—Westinghouse", "Gemon" y otras). La firma "GE" utiliza con ayuda de la destilación a alta temperatura los desechos de la mica, fabricando cintas de mica homogéneas que obtuvieron el nombre de samica. En éstas el papel de sujeción se ha sustituido por tejido de vidrio con altas propiedades mecánicas y altas temperaturas admisibles. Como elemento fundamental se utilizan resinas epoxídicas artificiales. La impregnación

Tabla I-8

Denominación del material	Espesor, mm	Masa 1 m², 10^3, kg/m³	Densidad $\gamma \cdot 10^{-3}$, kg/m³	Resistencia 10^{-6}, N/m²		Rigidez eléctrica 10^{-3}, kV/m
				en dirección longitudinal	en dirección transversal	
Papel de Japón	0,015—0,025	11—12	0,55—0,7	8,5—9,6	1,06—1,08	
Papel de empapelar	0,035	23	0,65	2,3	10	—
Papel para revestir cables	0,17	120	0,75	6,2	33	—
Papel para guías de teléfono	0,07	52	0,75	5,5	25	—
Cartón prensado	0,27	—	1,16	7	65	13,5
Cartón prensado	1	—	1,2	5,9	3,9	14
Fibra	1,6	—	1,2	8,6	6,3	1,8—8,8
Lateroide	0,27	—	1	8,3	4,25	14,5
Tela barnizada amarilla	0,25	—	—	2,3	—	32
Tela barnizada negra	0,37	—	—	4,2	—	30
Seda barnizada	0,13	—	—	2,5	—	35
Cinta de vidrio	0,1	—	—	6	—	—
Mica muscovita	—	—	2,76—3,20	—	—	80—200
Mica flogopita	—	—	2,5—2,7	—	—	80—170
Micanita sólida	1	—	2—2,4	—	—	30—36
Micafolio	0,25	—	1,5—2,4	—	—	25
Cinta de mica	0,13	—	—	—	—	30
Cinta de algodón	0,16—0,18	—	—	4	—	—
Cinta de amianto	0,4—0,5	—	—	1—1,2	—	—
Cinta micacea de vidrio	0,15—0,17	—	—	—	—	30

de las barras preparadas del devanado se efectúa en baños de impregnación horizontales, en los que se pueden colocar barras de máquinas de gran longitud activa, de hasta 9 m. Para evitar la oxidación de la pasta de compuesto aislador el tratamiento bajo presión se realiza en una atmósfera de nitrógeno.

La firma francesa "Alstom" a base de la licencia de la firma "GE" ha elaborado un aislamiento que lleva el nombre de "isotenax"; en la fábrica "Electrotiazhmash" de la ciudad de Járkov se ha elaborado un aislamiento llamado "siliceoelástico" y "ВЭС". De base de este aislamiento sirve la cinta de mica de vidrio, y en calidad de material ligante se utilizan las lacas orgánicas epoxídicas de silicio y las lacas epoxídicas de estireno. Este aislamiento posee alta reactancia térmica y no efuse bajo la acción del calentamiento, posee alta resistencia al calor, sin destruirse bajo la acción de las temperaturas de hasta 200 °C; este aislamiento tiene bajas pérdidas dieléctricas a las temperaturas de trabajo, tg δ depende poco de la tensión, posee alta resistencia mecánica y alta resistencia a la corrosión. Los artículos fabricados de mica, de cinta de vidrio, de tejido encauchotado de vidrio y de lacas sintéticas permitieron obtener nuevas clases de aislamientos que poseen alta resistencia al calor y altas propiedades dieléctricas.

En la tabla *1*-8 se dan los materiales aislantes fundamentales que se emplean en la construcción de máquinas eléctricas.

La fiabilidad de la máquina durante su servicio depende en sumo grado de la impregnación con lacas y la impregnación con compuesto aislador tanto del devanado en conjunto, como de los materiales aislantes por separado. Las lacas y compuestos aisladores empleados para esta finalidad son muy diversos.

Las exigencias que se plantean a las lacas consisten en lo siguiente: a) la laca debe poseer suficiente rigidez dieléctrica; b) debe impregnar bien a los materiales aislantes; c) la película de laca debe ser resistente a la humedad y a los agentes químicos; d) la laca debe ser resistente al calor, también a temperaturas normales de trabajo no debe agrietarse y perder la elasticidad.

En toda una serie de casos la laca, además, debe poseer buenas propiedades de pegadura. Es difícil satisfacer todas estas exigencias. Por esta razón, se emplean

Tabla 1-9

Material	Tiempo de secado, h		Densidad $\gamma \cdot 10^{-3}$, kg/m³	Viscosidad Engler a 15 °C	Rigidez dieléctrica 10^{-3}, kV/m	Absorción de humedad en el agua, %	
	al horno	al aire				una capa	dos capas
Barnices claros al aceite de linaza y al aceite de tung:							
a) para impregnación	6	—	0,855—0,875	60—100	28—36	100	43
b) para tela barnizada	8	—	0,83—0,875	60—100	28—36	—	—
Barnices de asfalto al aceite	15	—	0,83—0,86	90—110	36—48	20	1
Laca negra de esmaltar	16	—	0,87	—	24	—	—
Barnices de alcohol:							
a) barniz negro de acabado . . .	—	0,5	0,87—0,93	80—140	24	100	44
b) claro	—	3	0,945	40—60	20	—	—
c) de cola de goma laca	—	2	0,975	120—140	36	—	—

distintas lacas que poseen unas propiedades en mayor grado y otras en menor. La impregnación combinada en unas cuantas lacas permite obtener la satisfacción máxima posible de todas las exigencias.

En la tabla *I*-9 se dan las propiedades características de las categorías fundamentales de lacas.

Para la impregnación de los devanados con compuestos aisladores (llenado del espacio aéreo del aislamiento) se emplean los compuestos aisladores de asfalto. Sus propiedades principales son las siguientes: densidad $1{,}1 \cdot 10^3$ kg/m^3, punto de reblandecimiento 88—93 °C, punto de fusión 100—110 °C, temperatura de inflamación 250 °C, rigidez eléctrica 30 kV a 60 °C entre electrodos esféricos de radio $r = 13$ mm siendo la distancia entre ellos de 1,27 mm.

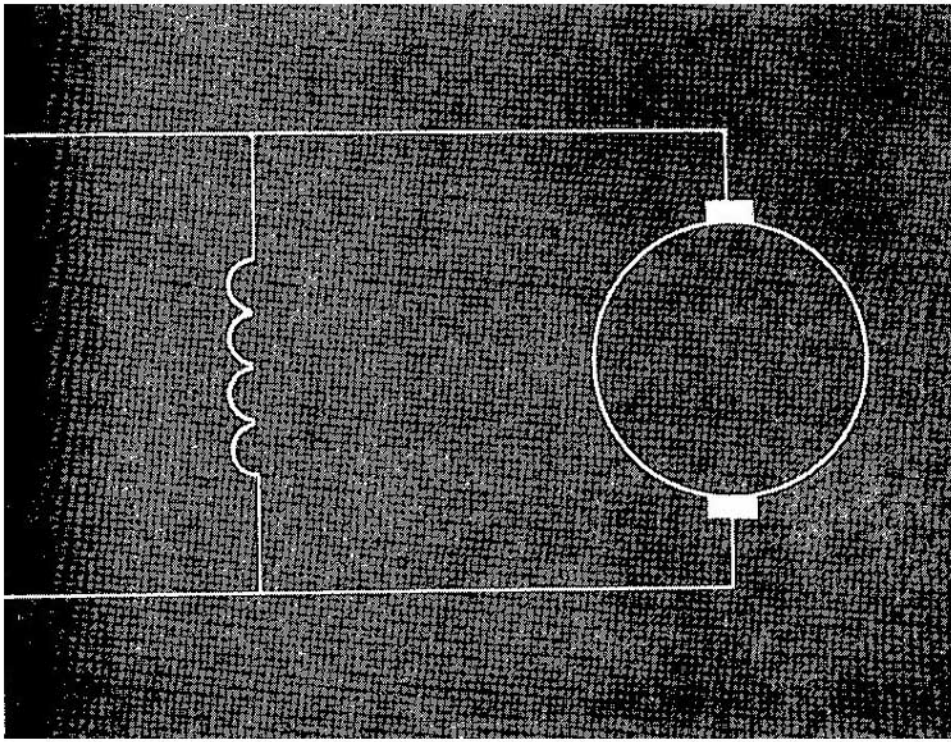
Para el aislamiento de los devanados de los transformadores y para su mejor enfriamiento se emplea el así llamado aceite para transformadores. La exigencia fundamental que se plantea a este aceite es: alta rigidez dieléctrica. Esto se logra mediante su refinación de las diferentes impurezas y ácidos y mediante su deshidratación.

La temperatura de inflamación del aceite es 140 °C, la viscosidad Engler a 50 °C es igual a 1,8, el gradiente crítico mínimo es igual a 22 kV/mm. La insuficiencia fundamental del aceite es su combustibilidad que conduce a veces a deterioros serios en los casos de avería. Por eso en los últimos años aparecieron sustitutos incombustibles equivalentes del aceite para transformadores, que poseen incluso mejor conductibilidad térmica. En primer lugar entre estos sustitutos se encuentra el sovol.

Apartado primero

máquinas

de corriente continua



CAPÍTULO I

TIPO FUNDAMENTAL DE MÁQUINAS DE CORRIENTE CONTINUA Y ELEMENTOS PRINCIPALES DE SU CONSTRUCCIÓN

1-1. Historia breve del desarrollo de las máquinas de corriente continua

La historia del desarrollo de la construcción de máquinas eléctricas, empezando desde el descubrimiento de la ley de inducción electromagnética por Faraday (1831) y hasta mediados de la octava década del siglo pasado, representa en esencia la historia del desarrollo de la máquina de corriente continua. En el curso de este tiempo esta máquina pasó cuatro períodos de desarrollo, a saber: 1) máquinas tipo magnetoeléctrico con imanes permanentes, 2) máquinas tipo electromagnético con excitación independiente, 3) máquinas del mismo tipo con autoexcitación y tipo elemental del inducido y 4) máquinas del tipo de polos múltiples con inducido perfeccionado.

El primer período de desarrollo de la máquina de corriente continua, que abarca el tiempo desde 1831 hasta 1851, está enlazado ininterrumpidamente con los nombres de los científicos rusos E. J. Lenz y B. S. Jacobi, sobre el papel y la importancia de los cuales se habló en la introducción.

El segundo y tercero períodos de desarrollo de la máquina de corriente continua, que abarcan los años de 1851 a 1871, se caracterizan por el paso a las máquinas del tipo electromagnético, al principio, con excitación independiente, y luego, con autoexcitación, y así como por el paso de la máquina bipolar a la multipolar.

En el cuarto período de su desarrollo (de 1871 a 1886) la máquina de corriente continua adquirió los rasgos fundamentales de la construcción moderna. Fueron propuestas y realizadas: la máquina con autoexcitación de Gramme y el inducido de anillo de Pacinotti; el tipo hoy día normal de inducido de tambor (Hefner — Altenek, año 1871); los tipos simples de arrollamientos de lazo y ondulados y sus principales modificaciones, arrollamientos en serie-paralelo de Arnold, arrollamientos mixtos (en pata de rana), conexiones compensadoras de los arrollamientos (Mordey, año 1883) y los arrollamientos compensadores para compensar la reacción del inducido (Mengues, año 1884), polos auxiliares para mejorar la conmutación (Meter, año 1885), divisor de tensión de M. O. Dolivo-Dobrovolski.

Para el desarrollo ulterior de las máquinas de corriente continua tuvo gran importancia la creación del convertidor con un inducido de corriente alterna a continua y el convertidor inverso de corriente continua a alterna; la creación de instalaciones potentes según el

sistema Leonardo — Ilgner para la industria (instalaciones metalúrgicas y máquinas de extracción), instalaciones con convertidores a vapor de mercurio para la alimentación de las máquinas de corriente continua de los dispositivos industriales y los ferrocarriles electrificados tanto en las subestaciones de tracción, como en las locomotoras eléctricas.

En la tercera década de nuestro siglo se comienza la elaboración de tipos especiales de máquinas eléctricas con campo transversal según el sistema de Rosenberg para la iluminación de los trenes y la soldadura eléctrica, así como para emplearlas en calidad de amplidinos para el mando en los sistemas de accionamiento eléctrico complicado.

Las máquinas de corriente continua obtuvieron amplio empleo al principio como turbogeneradores de alta velocidad y de potencia limitada, y a continuación como excitadores de los turbogeneradores sincrónicos de alta velocidad y alta potencia. Las máquinas de corriente continua hallaron sobre todo amplio empleo en los mecanismos auxiliares de los mandos eléctricos de barco, así como para la propulsión eléctrica de los barcos.

Para el rápido desarrollo de los mandos precisos automatizados con amplia y suave regulación de las velocidades tuvo gran importancia la creación de micromotores de corriente continua para dispositivos especiales (máquinas de mando y calculadoras), la elaboración de toda una serie de máquinas de corriente continua de producción en masa de potencia pequeña y media y la producción en serie de máquinas de corriente continua de gran potencia.

Paralelamente a la perfección de la construcción de las máquinas de corriente continua se realizaba un gran trabajo teórico y de investigación.

Para el principio del desarrollo tienen sobre todo gran importancia los trabajos de A. G. Stolétov sobre la investigación de las propiedades magnéticas de los materiales ferromagnéticos, que se adoptaron como base de los métodos racionales de cálculo de los circuitos magnéticos de las máquinas eléctricas (año 1872).

El perfeccionamiento ulterior de las máquinas de corriente continua está directamente enlazado con la elaboración de los problemas de la teoría de las máquinas eléctricas: teoría de los devanados del inducido y conexiones compensadoras para ellos, teoría de la conmutación, análisis de los regímenes transitorios de las máquinas de corriente continua durante su puesta en marcha, regulación y cortocircuitos, con la elaboración de métodos perfeccionados de cálculo de las máquinas eléctricas, etc.

1-2. Tipo principal de máquina de corriente continua

Todo lo dicho más arriba sobre la máquina de corriente continua se refiere a su tipo *de colector*, es decir, a la máquina que en esencia es una máquina de *corriente alterna*, pero que tiene un dispositivo

especial (colector) que permite en determinadas condiciones convertir la corriente alterna a continua.

El colector complica las condiciones de trabajo de la máquina, por lo cual a principios del siglo corriente se hizo una prueba de crear una máquina de corriente continua sin colector, o así llamada unipolar (acíclica). No obstante, la experiencia ha demostrado que esta máquina no posee ventajas perceptibles ante la máquina de colector, es más, que a finales de la primera década de nuestro siglo se logró construir una máquina de colector de corriente continua que satisfacía a las exigencias más rigurosas de la práctica de explotación. Por esta razón, hoy día, *el tipo fundamental de máquina de corriente continua es su tipo de colector*, mientras que la máquina unipolar encuentra empleo solamente en algunos casos especiales.

Dado que la esfera de empleo industrial de la corriente continua es bastante amplia, la máquina de corriente continua se fabrica para trabajar en los regímenes de generador y motor en una amplia gama de potencias, tensiones, velocidades de rotación, etc. Pero al estudiar más profundamente los diferentes tipos de máquinas de corriente continua resulta que los elementos constructivos fundamentales de la máquina y los procesos que en ella transcurren tienen mucho de común. Esto permite destacar primero el material fundamental y a continuación, al final del apartado, describir algunos tipos especiales de máquinas de corriente continua.

1-3. Rectificación de la corriente alterna a continua con auxilio del colector

Para aclarar el proceso de transformación de la corriente alterna en continua en la máquina de colector, examinemos al principio el funcionamiento de la máquina más simple de corriente alterna. Consideraremos que funciona en el régimen de generador, es decir, se pone en rotación con ayuda de cualquier motor mecánico y transforma la energía mecánica suministrada en eléctrica.

En la fig. 1-1 se muestra una máquina cuyo sistema magnético se compone de dos polos N — S fijos en el espacio, que generan un flujo magnético de magnitud constante. Por la regla general, en el espacio entre los polos N — S las líneas de este flujo están dirigidas del polo norte N al polo sur S. En este mismo espacio se encuentra el inducido, en cuya superficie se ha colocado, en el plano diametral, la espira (circuito) ab — cd; los extremos de esta espira se han conectado a dos anillos, encajados con apretura sobre el árbol, y sobre los anillos se han instalado las escobillas A y B, a las cuales se conecta el circuito exterior compuesto de receptores de energía eléctrica cualesquiera.

Pongamos el inducido en rotación con velocidad constante en la dirección dada, por ejemplo, hacia la izquierda. Puesto que los conductores ab y cd se encuentran en condiciones absolutamente iguales uno respecto al polo N, y el otro respecto al polo S, basta examinar el proceso de inducción de fuerza electromotriz (abreviadamente

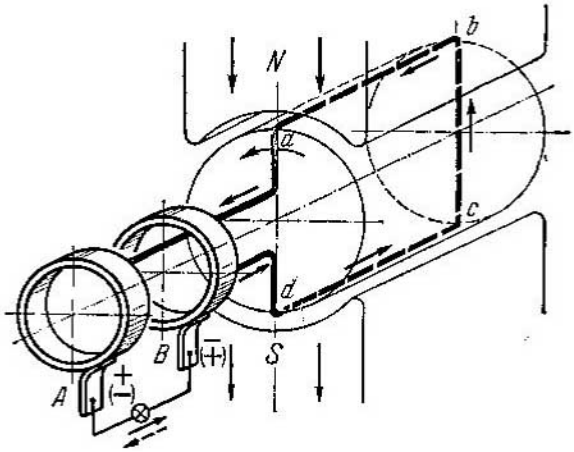


Fig. 1-1. Esquema de funcionamiento de una máquina de corriente alterna

f.e.m.) solamente en uno de los conductores, por ejemplo, en el conductor *ab*. Supongamos que por toda la longitud de la parte activa del conductor, o sea, por aquella de su parte que corta las líneas del campo magnético, la inducción B tiene un mismo valor. Si v es la velocidad de rotación del conductor respecto al campo magnético, entonces, en virtud de la ley de inducción electromagnética en la formulación de Faraday el valor instantáneo de la f.e.m., inducida en el conductor al girar el inducido, se determina por la fórmula

$$e = Blv. \tag{1-1}$$

Puesto que las magnitudes l y v vienen dadas, entonces la fórmula (1-1) se puede escribir en la forma

$$e = \text{const } B. \tag{1-1a}$$

Así pues, en las condiciones examinadas el carácter de variación de la f.e.m. en el conductor en función del tiempo se determina completamente por el carácter de distribución de la inducción magnética bajo el polo.

Convengamos en llamar a la línea, que pasa por el centro del inducido justamente por la mitad de la distancia entre los polos N y S, *línea neutra geométrica*, y a la parte de la circunferencia del inducido τ, que corresponde a un polo, *paso polar*. La máquina representada en la fig. 1-1 tiene dos pasos polares correspondientemente a un par de polos.

La distribución de la inducción magnética bajo los polos de una máquina real tiene un carácter complejo (véase el § 2-3). Pero, haciendo uso del método de descomposición de las curvas en serie de curvas armónicas, se puede separar la primera, o principal, curva

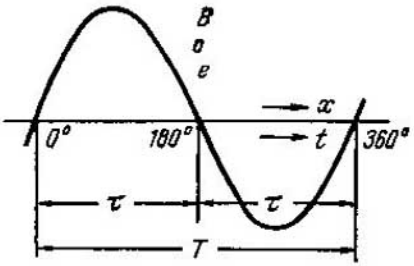


Fig. 1-2. Sinusoide de la inducción o de la f. e. m.

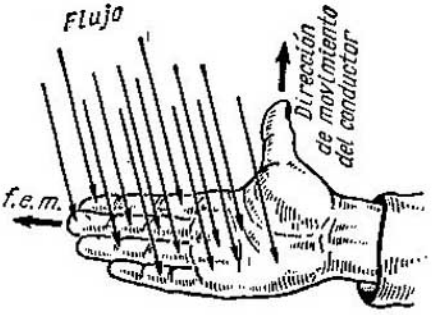


Fig. 1-3. Regla de la palma de la mano derecha

armónica, es decir, considerar que la inducción magnética está distribuida bajo los polos N y S en forma sinusoidal (fig. 1-2). En este caso la f.e.m. inducida en el conductor varía con el tiempo también en forma sinusoidal.

La dirección de la f.e.m. inducida se halla fácilmente por *la regla de la mano derecha*, que consiste en lo siguiente: la palma de la mano derecha se coloca en el campo magnético de tal modo que las líneas de inducción magnética estén dirigidas hacia la palma, y el dedo pulgar se aparta en el plano de la palma a 90° respecto a los demás dedos y se orienta en dirección del movimiento del conductor (fig. 1-3); entonces los demás dedos de la mano indicarán la dirección de la f.e.m. inducida en el conductor.

Aplicando esta regla al conductor *ab* en la fig. 1-1, vemos que cuando éste pasa bajo el polo norte, en él se induce f.e.m. dirigida desde el plano del dibujo hacia nosotros, y cuando pasa bajo el polo sur, en dirección contraria, o sea, desde nosotros hacia el plano del dibujo. Así pues, en el conductor *ab* se induce f.e.m. *variable con el tiempo*, que cambia su dirección dos veces en una vuelta del inducido. El tiempo T, en el curso del cual tiene lugar un cambio completo de la f.e.m., se llama *período* de la f.e.m. El número de períodos en un segundo se llama frecuencia y se mide en hertzios (Hz). En el caso general, cuando la máquina tiene p pares de polos, la frecuencia de la f.e.m. inducida aumenta proporcionalmente a p, es decir,

$$f = pn, \tag{1-2}$$

donde n es la velocidad de rotación medida por el número de revoluciones por segundo. Generalmente n se mide por el número de revoluciones por minuto, en este caso

$$f = \frac{pn}{60}. \tag{1-2a}$$

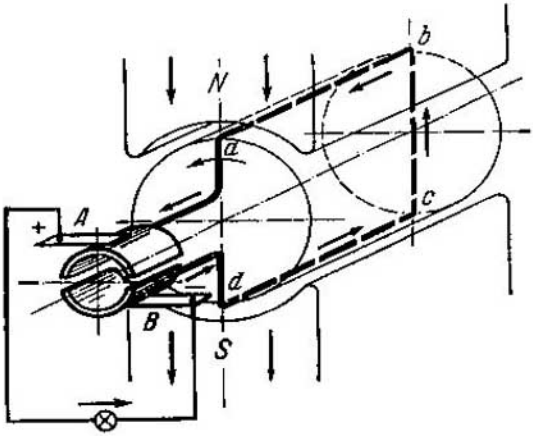


Fig. 1-4. Esquema de funcionamiento de una máquina de corriente continua

Así, en la fig. 1-6 viene dado el dibujo de una máquina de corriente continua de cuatro polos, pero el número de polos $2p$ puede ser considerablemente mayor, por ejemplo, 24, pero, claro está, siempre par.

Al examinar la fig. 1-1 vemos que cada escobilla está conectada por intermedio del anillo con un solo conductor cualquiera, a saber: la escobilla A, con el conductor ab, y la escobilla B, con el conductor cd. Por consiguiente, *en los bornes del circuito exterior surge tensión variable con el tiempo y por éste circula corriente alterna de frecuencia f.*

Para obligar a esta corriente a circular por el circuito exterior en una sola dirección cualquiera, es decir, rectificarla, la máquina va dotada de un dispositivo especial llamado c o l e c t o r. Su principio de funcionamiento consiste en lo siguiente. Los extremos de la espira ab — cd van conectados a dos segmentos de cobre (láminas de colector o delgas) aislados tanto uno de otro, como del árbol sobre el cual están encajados con apretura (fig. 1-4). Sobre las delgas van colocadas las escobillas A y B, fijas en el espacio, a las cuales se conecta el circuito exterior. En este caso, la disposición de las escobillas en las delgas, en contradicción con la disposición de éstas en los anillos en la fig. 1-1, no es indiferente, sino que tiene mucha importancia.

Para rectificar totalmente la corriente alterna es necesario colocar las escobillas así como se muestra en la fig. 1-4, a saber: de tal modo que la f.e.m. inducida en la espira sea igual a cero en el momento en que la escobilla pasa de una delga a otra. Entonces, al girar el inducido en la espira ab — cd como antes se induce f.e.m. variable, pero *cada una de las escobillas hará contacto sólo con aquella lámina de colector y correspondientemente con aquel de los conductores, que se encuentran bajo el polo de polaridad dada.* Por ejemplo, la escobilla A hace contacto siempre solamente con la delga a la cual va conectado el conductor que se encuentra bajo el polo norte; al contrario, la escobilla B hace contac-

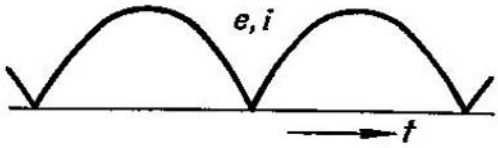


Fig. 1-5. Corriente y f. e. m. rectificada

to sólo con el conductor que se encuentra bajo el polo sur. Por consiguiente, la corriente circulará por el circuito exterior solamente en una dirección, a saber: de la escobilla *A* a la escobilla *B*; con otras palabras, *tiene lugar la rectificación de la f.e.m. variable inducida en la espira ab — cd y correspondientemente de la corriente alterna a f.e.m. pulsante y corriente pulsante en las escobillas* y, por lo tanto, en el trozo exterior del circuito (fig. 1-5). Si, como fue convenido más arriba, la máquina funciona en el régimen de generador, entonces la escobilla *A*, de la cual se toma la corriente al circuito exterior, se considera positiva y se designa con el signo más, y la escobilla *B*, por la cual la corriente regresa a la máquina, se considera negativa y se designa con el signo menos.

La pulsación de la corriente en la fig. 1-5 tiene lugar en los límites desde su valor máximo hasta cero, o sea, tiene un carácter bruscamente expresado.

A continuación se mostrará (véase el cap. 3) que la pulsación de la f.e.m. se suaviza si en el inducido se arrolla un devanado compuesto por un gran número de conductores, ejecutado de manera correspondiente y conectado al colector.

1-4. Elementos fundamentales de la construcción de una máquina de corriente continua

La máquina de corriente continua consta de dos partes principales:

1) la parte inmóvil, destinada principalmente para crear el flujo magnético, y

2) la parte rotatoria, llamada *inducido*, en la que transcurre el proceso de transformación de la energía mecánica en eléctrica (generador eléctrico) o a la inversa, la transformación de la energía eléctrica en mecánica (motor eléctrico).

Las partes inmóvil y rotatoria están separadas una de otra por un *espacio*.

La parte inmóvil de la máquina de corriente continua está compuesta por los *polos principales*, destinados para crear el flujo magnético principal; *polos auxiliares*, instalados entre los principales y que sirven para lograr el funcionamiento sin chispas de las escobillas en el colector (en el caso de escasez de lugar en las máquinas de pequeña potencia los polos auxiliares no se instalan); *armazón*.

El inducido representa un cuerpo cilíndrico, que gira en el espacio entre los polos, y está compuesto por el *núcleo dentado del inducido;*

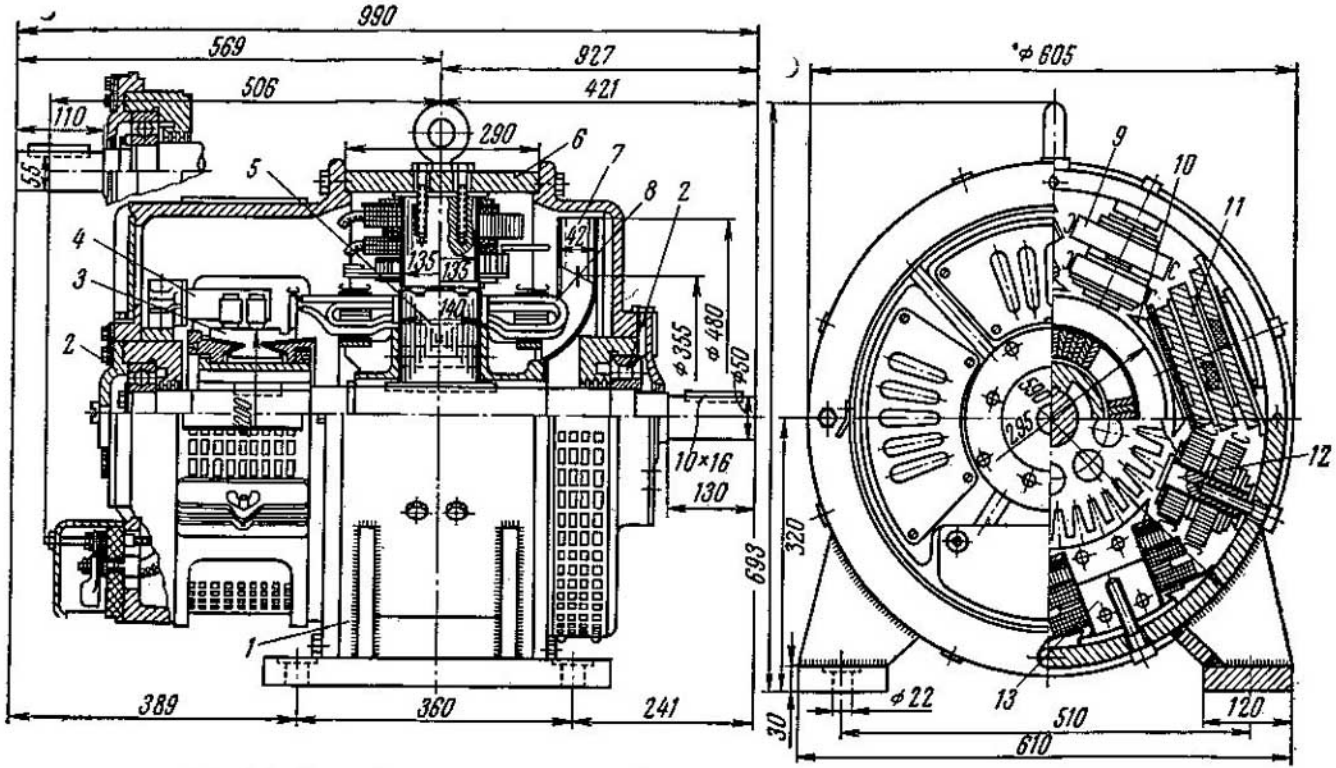


Fig. 1-6. Cortes longitudinal y transversal de la máquina de corriente continua PN-290:

1 — armazón; *2* — cojinete de tablero; *3* — colector; *4* — perno portaescobillas; *5* — núcleo del inducido; *6* — culata; *7* — ventilador; *8* — devanado del inducido; *9* — bobina del polo auxiliar; *10* — zapata polar; *11* — bobina del polo principal; *12* — núcleo del polo auxiliar; *13* — núcleo del polo principal

el devanado arrollado a éste; *el colector y el aparato de escobillas.*

Damos la descripción breve de los elementos constructivos principales de la máquina de corriente continua.

A. Polos principales. En el proceso de desarrollo de la máquina de corriente continua la estructura de su sistema magnético sufrió muchas variaciones. En la fig. 1-6 se dan los cortes transversal y longitudinal de una máquina moderna.

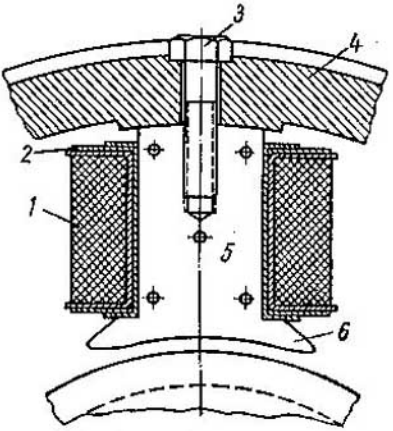


Fig. 1-7. Polo principal

El polo principal viene dado en la fig. 1-7. Este consta del núcleo polar (inductor) *5* armado de chapas de acero para transformadores de 1 mm de espesor con ayuda de espárragos. Por el lado que da al inducido el núcleo polar tiene la zapata polar *6* que sirve para facilitar el paso del flujo magnético a través del espacio de aire. En el núcleo polar va colocada la bobina de excitación *1*, por la cual pasa corriente continua. La bobina se arrolla a la armazón *2* hecha bien de chapa de acero de 1-2 mm de espesor con encolado con cartón aislante a un espesor de 2-3 mm, bien de plástico o de papel de baquelita. En las máquinas de pequeña y mediana potencia actualmente, las bobinas de los polos principales se practican sin armazón. Con el fin de disminuir la higroscopicidad y aumentar la conductibilidad térmica las bobinas se impregnan con compuesto aislador o se someten a una impregnación múltiple en lacas calientes con el secado ulterior en hornos. Para mejorar el enfriamiento la bobina se divide por su altura en dos o varias partes, entre las cuales se dejan canales de ventilación de suficiente anchura. La sujeción de los polos a la armazón *4* se realiza con auxilio de pernos especiales *3*.

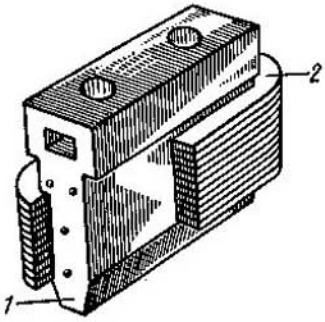


Fig. 1-8. Polo auxiliar:
1 — núcleo; *2* — bobina polar

B. Polos auxiliares (fig. 1-8). El polo auxiliar, así como el principal, consta del núcleo polar *1* que termina con la zapata polar de una u otra forma y de la bobina *2* que va colocada en el núcleo. Los polos auxiliares se instalan estrictamente por la mitad entre los polos principales y van empernados a la armazón. Generalmente los polos auxiliares se hacen macizos, pero en las máquinas que funcionan con carga bruscamente variable, se hacen de acero en chapas. Sobre el papel y la importancia de los polos auxiliares, véase el § 6-5.

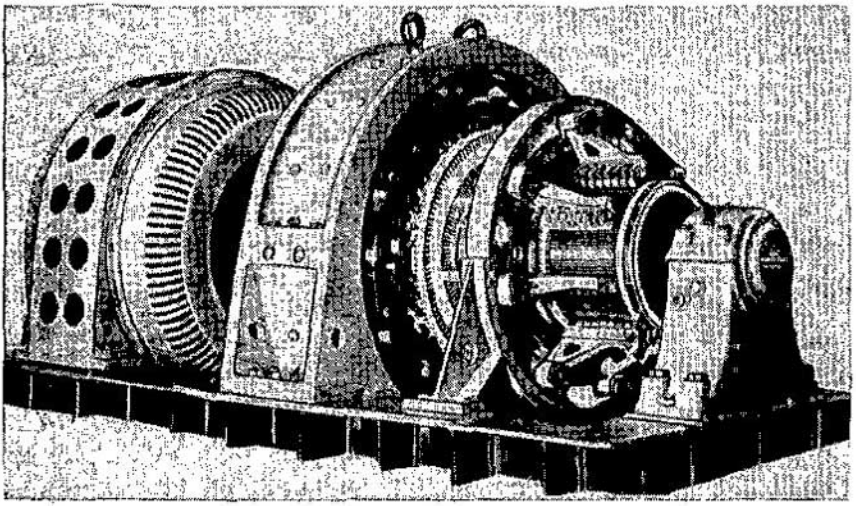


Fig. 1-9. Generador de corriente continua de 1000 kW de potencia, 250 V, 4000 A, 750 r. p. m., con cojinete de pedestal

C. Armazón. Se llama armazón a la parte inmóvil de la máquina, a la que se sujetan los polos principales y auxiliares y con ayuda de la cual la máquina se sujeta a la cimentación. La parte de la armazón, que sirve para conducir el flujo de los polos principales y auxiliares se llama culata (*6* en la fig. 1-6).

La armazón se fabrica de fundición o de acero con desempalme o sin él en dependencia del tipo y la potencia de la máquina. Si el diámetro del inducido no es mayor de 35—45 cm, entonces, además de los polos, a la armazón se sujetan también los platillos de cojinetes, los cojinetes de tablero de apoyo (*2* en la fig. 1-6). Si el diámetro del tablero es mayor de 1 m, entonces, generalmente se emplean los cojinetes de caballete, instalados independientemente de la armazón en la losa de cimentación de la máquina (fig. 1-9).

Los cojinetes de tablero y, a veces, los de caballete se cumplen como cojinetes de contacto rodante de bolas o de rodillos. Los cojinetes de caballete con más frecuencia son cojinetes de contacto plano.

En las máquinas con inducido de gran diámetro a la armazón frecuentemente se sujeta la corona portaescobillas.

D. Inducido. Las formas de los inducidos macizos que se empleaban al principio, en forma de T, en disco y de anillo, en la actualidad representan solamente interés histórico. Actualmente se emplean exclusivamente los inducidos dentados de tambor, hechos de chapa de acero para transformadores de 0,5 mm de espesor para una frecuencia de remagnetización del inducido (20—60 Hz) normal para las máquinas de corriente continua. Las chapas de acero se arman en

dirección axial de la máquina, y para reducir las pérdidas por corrientes parásitas se aíslan una de otra con laca o papel de 0,03—0,05 mm de espesor. Las máquinas de corriente continua de pequeña potencia se fabrican ordinariamente con sistema de ventilación axial (fig. 1-10), las máquinas de relativamente gran potencia tienen sistema de ventilación radial (véase la fig. 2-4). En el último caso, el núcleo del inducido se compone de dos o varios paquetes (conjuntos), la dimensión de cada uno de ellos en dirección axial es de 4—10 cm; la anchura del canal de ventilación entre los paquetes es de 8—10 mm. El núcleo del inducido se prensa por ambos lados con ayuda de dispositivos de apriete, que se sujetan de manera especial al árbol o van empernados a éste. Para mejorar la refrigeración las máquinas de pequeña potencia van dotadas de aletas; en las máquinas de gran potencia, en el árbol va montado un ventilador (véase *7* en la fig. 1-6).

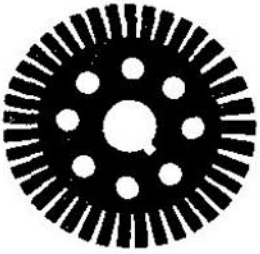


Fig. 1-10. Hoja de acero del inducido de tambor con sistema axial de ventilación

E. Devanado del inducido. Lo mismo que otros elementos de la máquina, el devanado del inducido de la máquina de corriente continua ha sufrido toda una serie de variaciones. Los devanados del inducido de tambor que se emplean en la actualidad se componen de secciones (fig. 1-11) fabricadas con frecuencia en plantillas especiales y colocadas en las ranuras del núcleo del inducido. En la fig. 1-12a se representa el inducido sin devanar de una máquina de corriente continua de pequeña potencia, y en la fig. 1-12b, el mismo inducido ya preparado. En la fig. 1-13 se da la fotografía del inducido devanado de una máquina de corriente continua multipolar de gran potencia.

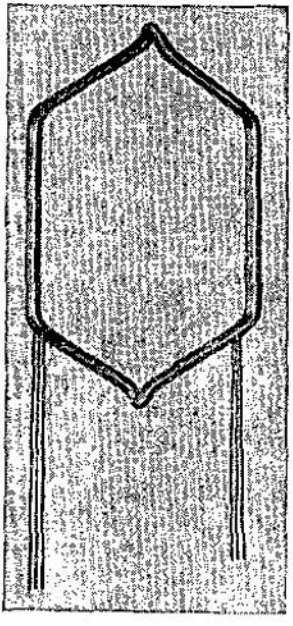


Fig. 1-11. Sección separada del arrollamiento

Las particularidades fundamentales de la estructura del devanado del inducido se estudian en el § 3-8.

F. Colector. El devanado del inducido se conecta al colector, que puede ser de distintos tipos en dependencia principalmente de la potencia de la máquina y su velocidad. En la fig. 1-14 se muestra el tipo simple de colector cilíndrico. Generalmente el colector se fabrica de pequeñas láminas *1* de forma trapezoidal, aisladas entre sí y del cuerpo por medio de juntas y empaquetaduras de micanita. Las láminas se sujetan con las colas de milano, y después de toda una

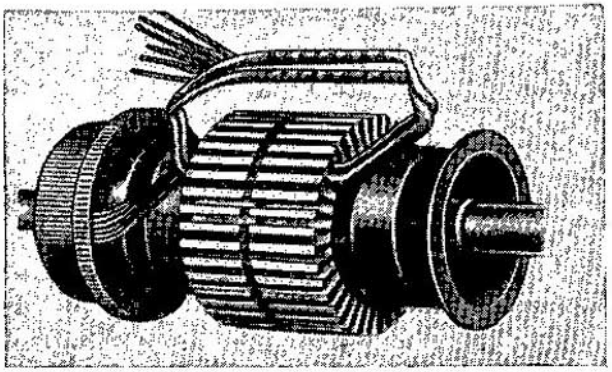


Fig. 1-12a. Inducido sin devanar de una máquina de corriente continua

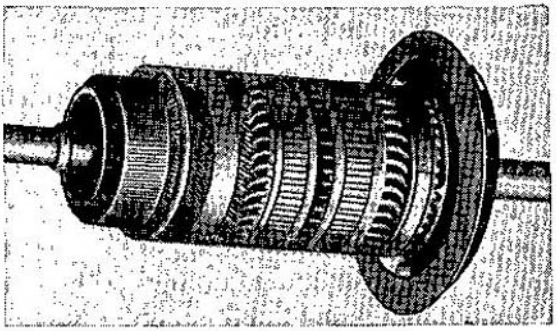


Fig. 1-12b. Inducido de una máquina de corriente continua en forma acabada

serie de encajados en estado caliente el colector se tornea con el fin de que su superficie sea estrictamente cilíndrica. La conexión del devanado del inducido con el colector se puede efectuar de distinto modo. Si la diferencia entre los diámetros del inducido y el colector no es muy grande, entonces los terminales de las secciones del devanado del inducido se sueldan directamente a las láminas del colector. Si la diferencia entre dichos diámetros es considerable, la conexión se realiza con ayuda de eslabones (ojales), una de cuyas formas posibles se muestra en la fig. 1-14.

Las máquinas de gran potencia con velocidad normal de rotación frecuentemente tienen colector *doble* o *separado*. Tal colector consta de dos mitades, empernadas y acopladas con puentes de unión de cobre, que desempeñan el papel de ventilador auxiliar (véase la fig. 1-9).

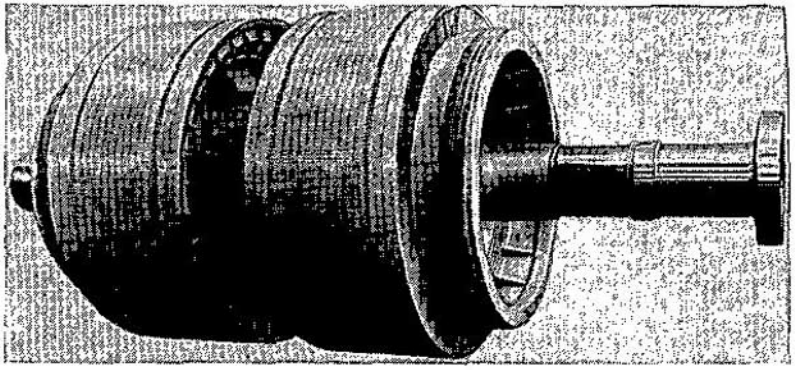


Fig. 1-13. Inducido de una máquina de corriente continua de doble inducido y de gran potencia

En las máquinas de alta velocidad de una potencia de 15 kW y más con altas velocidades de rotación (3000 r.p.m. y más) el colector se sujeta complementariamente con ayuda de anillos de bandaje, con el fin de eliminar el hinchazón de las láminas de colector bajo la acción de las fuerzas centrífugas y el calentamiento del colector (fig. 1-15). En casos especiales, para eliminar la vibración de las escobillas a altas velocidades periféricas se practica el colector frontal (de disco), en el que la superficie de contacto es perpendicular al eje de rotación (fig. 1-16).

G. Aparato de escobillas. Para la toma de corriente del colector rotatorio y para suministrarle a éste corriente se emplea el aparato de escobillas, que consta de a) las escobillas, b) los portaescobillas, c) pernos portaescobillas, d) corona portaescobillas, e) barras colectoras.

En la fig. 1-17 se muestra una de las estructuras típicas del portaescobillas de una máquina de corriente continua. En las máquinas modernas se emplean casi exclusivamente escobillas de carbón y grafito o de carbón y metal, las últimas se emplean en las máquinas de colector de corriente continua de baja tensión. La escobilla se coloca en el portaescobillas y con ayuda de un muelle se aprieta al colector con una fuerza de 1,5—2,5 N/cm². El portaescobillas se sujeta al perno y mantiene la escobilla en una posición determinada con relación al colector. El tipo de portaescobillas más difundido, es el que le da a la escobilla posición radial y que le permite desplazarse en el collar del portaescobillas. La transmisión de corriente de la escobilla al perno se realiza con auxilio del cable flexible *4* (fig. 1-17). En cada perno generalmente se colocan dos o varias escobillas, que funcionan en paralelo. Los pernos portaescobillas tienen forma cilíndrica o prismática, se sujetan a la corona portaescobillas y se aislan de ella con casquillos aislantes. En la fig. 1-18 se muestra uno de los procedi-

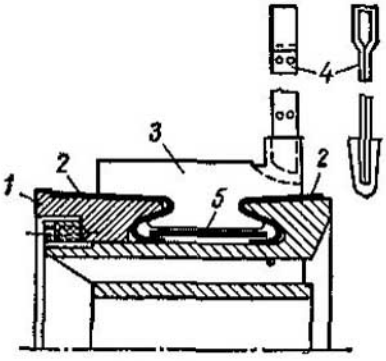


Fig. 1-14. Corte longitudinal de un colector cilíndrico:

1 — conos de apriete; *2* — empaquetaduras aislantes; *3* — lámina de colector; *4* — ojal; *5* — junta aislante

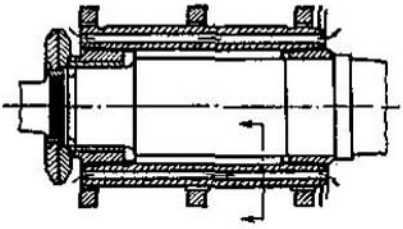


Fig. 1-15. Colector de las máquinas de gran velocidad

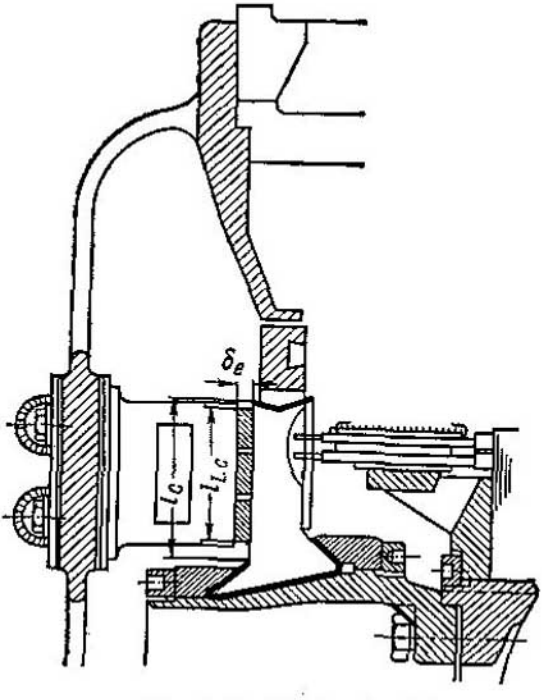


Fig. 1-16. Colector frontal

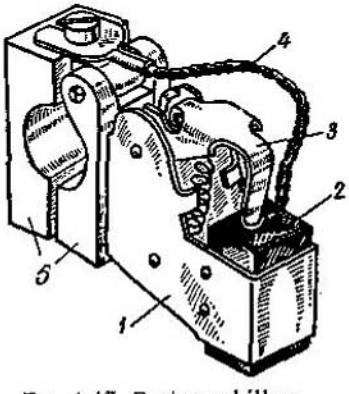


Fig. 1-17. Portaescobillas:

1 — montura del portaescobillas; *2* — escobilla; *3* — muelle de apriete; *4* — cable portacorriente

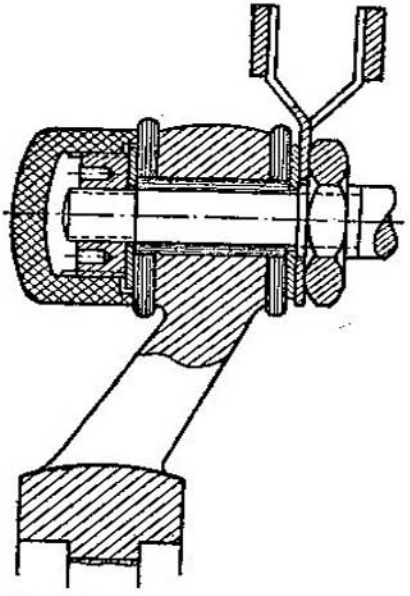


Fig. 1-18. Sujeción de los pernos portaescobillas a la corona

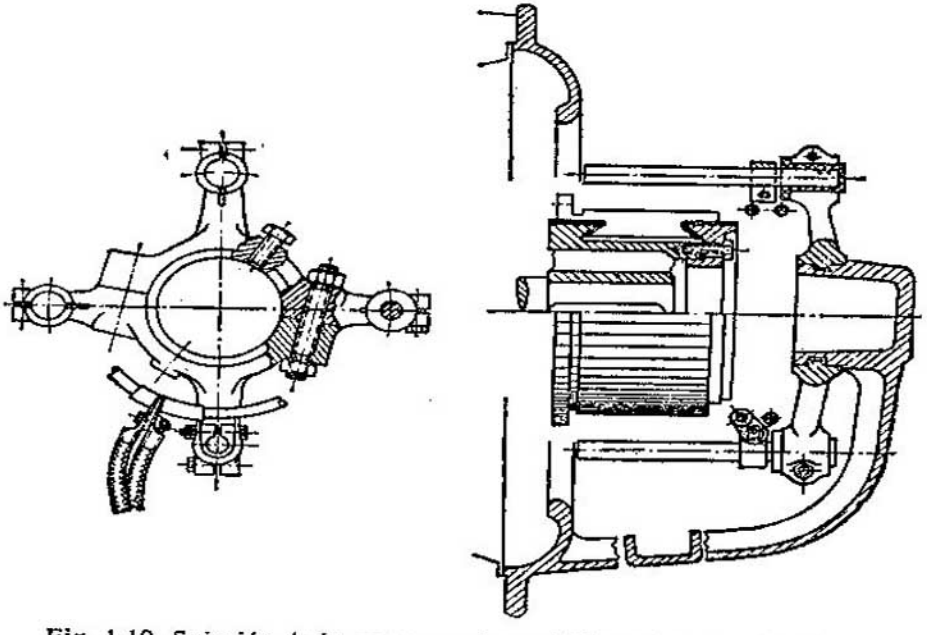


Fig. 1-19. Sujeción de la corona portaescobillas sobre el cojinete

Fig. 1-20. Grupo convertidor, compuesto por un motor sincrónico tipo SM 8100-375, 8100 kV·A, 6000V, 375 r. p. m. y de dos generadores de corriente continua tipo GP 3600-375, 3600 kW, 800 V, 375 r. p. m.

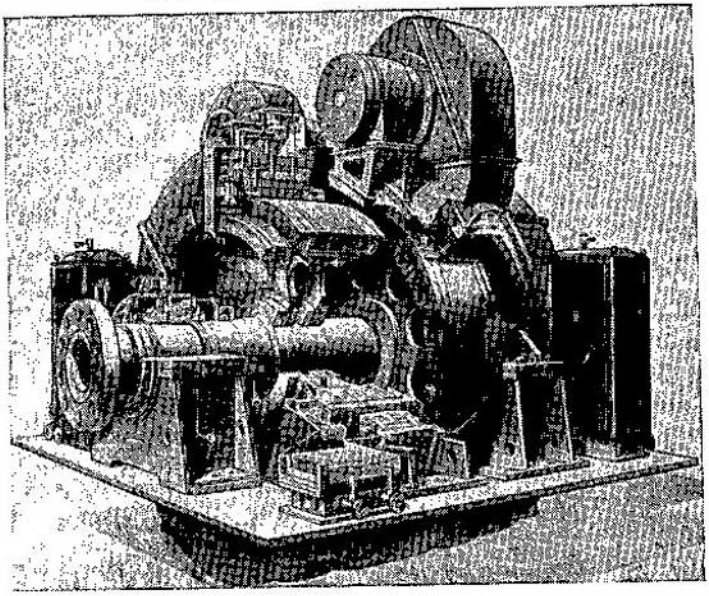


Fig. 1-21. Motor de corriente continua de doble inducido tipo 2MP 9800-150, 2×3600 kW, 1200 V, 150/215 r. p. m.

mientos de sujeción de los pernos portaescobillas a la corona. La corona se instala sobre cojinetes en las máquinas de potencia pequeña y media (fig. 1-19) o se sujeta a la armazón en las máquinas de gran potencia (figs. 1-20 y 1-21). Todas las escobillas de igual polaridad se unen entre sí por medio de las barras colectoras, de las cuales salen derivaciones a los terminales de la máquina.

1-5. Magnitudes nominales

Se llama *régimen nominal de funcionamiento* de una máquina eléctrica el régimen de funcionamiento en condiciones, para las cuales fue destinada por la fábrica productora. El régimen nominal de funcionamiento se caracteriza por las magnitudes indicadas en el tablero fabril de la máquina y que se denominan *nominales*: *potencia nominal*, *tensión nominal*, *corriente nominal*, *velocidad nominal de rotación*, etc.

No obstante, el término «nominal» puede ser aplicado también a las magnitudes no indicadas en el tablero fabril de la máquina, pero que están relacionadas con el régimen nominal de funcionamiento. Por ejemplo: momento nominal de rotación, rendimiento nominal, etc.

Por *potencia nominal* de una máquina de corriente continua se comprende:

1) al funcionar la máquina como generador, la potencia eléctrica suministrada al circuito exterior y expresada en vatios (W) o kilovatios (kW);

2) al funcionar la máquina como motor, la potencia mecánica útil en el árbol, expresada en las mismas unidades que en el punto 1.

Las magnitudes nominales no se deben confundir con las normales. Si, por ejemplo, la tensión nominal de un motor es 220 V, en las condiciones de funcionamiento real la tensión puede oscilar y ser mayor o menor que la nominal. Si se toma el valor medio de la tensión en un intervalo de tiempo lo suficientemente largo, entonces, a este valor se le puede llamar tensión normal o de funcionamiento de la máquina. De lo dicho se deduce que las magnitudes normales en el caso general pueden diferenciarse de las nominales.

Las máquinas de corriente continua se cumplen en una amplia gama de magnitudes nominales. Según sus potencias se pueden dividir en los tipos siguientes:

Micromáquinas	menos de 100 W
Máquinas pequeñas	de 100 W hasta 1 kW
Máquinas de pequeña potencia	de 1 hasta 10 kW
Máquinas de potencia media	de 10 hasta 100 kW
Máquinas grandes	de 100 hasta 1000 kW
Máquinas de gran potencia	más de 1000 kW

Según los niveles de tensiones nominales generalmente se distinguen:

Máquinas de baja tensión	menos de 100 V
Máquinas de tensión media	de 100 hasta 1000 V
Máquinas de alta tensión	más de 1000 V

Según las velocidades de rotación las máquinas generalmente se dividen en:

Máquinas de bajas revoluciones . . .	menos de 250 r.p.m.
Máquinas de revoluciones medias . .	de 250 hasta 1000 r.p.m.
Máquinas de régimen rápido	de 1000 hasta 3000 r.p.m.
Máquinas de régimen ultrarrápido . .	más de 3000 r.p.m.

En toda una serie de casos, cuando se exige una potencia bastante grande de la corriente continua, suele ser conveniente instalar en un mismo árbol dos máquinas de corriente continua en vez de una, acoplando eléctricamente sus inducidos en serie o en paralelo. En la fig. 1-20 se muestra un grupo convertidor, compuesto por un motor sincrónico de 8100 kV·A y 375 r.p.m., acoplado a un mismo árbol con dos generadores multipolares de corriente continua de 3600 kW y 800 V. Correspondientemente en la fig. 1-21 viene dado un motor de corriente continua multipolar de dos inducidos, con una potencia de 2×3600 kW $=$ $=7200$ kW, 1200 V, 150/215 r.p.m., con losa de cimentación común y dos cojinetes de caballete.

CAPÍTULO II

CIRCUITO MAGNÉTICO DE UNA MÁQUINA DE CORRIENTE CONTINUA EN MARCHA EN VACÍO

2-1. Observaciones generales

El capítulo en cuestión tiene por finalidad exponer los métodos de determinación de la fuerza magnetizante (f.m.) de los polos principales, necesaria para la creación del flujo magnético principal.

Por flujo magnético principal de una máquina de corriente continua se comprende el flujo Φ_0 en el entrehierro en un área correspondiente a un paso polar τ, en marcha en vacío de la máquina.

En la fig. 2-1 se muestra en forma esquemática una parte de una máquina de corriente continua de cuatro polos y se representa el cuadro del flujo magnético, creado por los polos principales (los polos auxiliares no se muestran, con el fin de no recargar el dibujo). En virtud de la simetría completa de la máquina, el flujo creado por cada uno de los polos se divide respecto de la línea axial del polo en dos partes, que forman dos circuitos magnéticos iguales dispuestos simétricamente a ambos lados de la línea axial del polo dado. El número de estos circuitos es igual al número de polos de la máquina, pero al calcular la f.m. es suficiente tener en cuenta solamente uno de ellos.

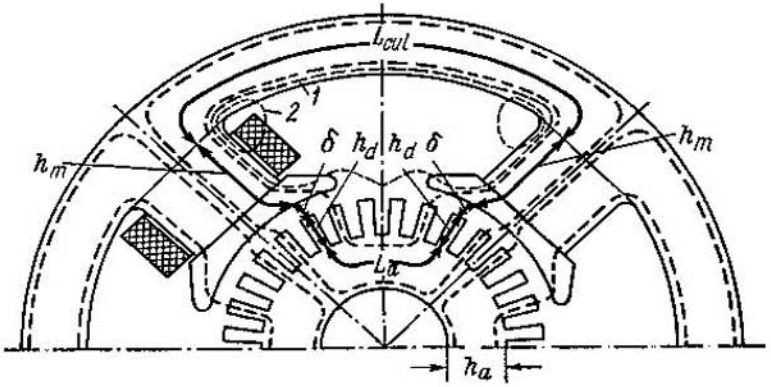


Fig. 2-1. Circuito magnético de los polos principales de una máquina de corriente continua

La parte del flujo principal, correspondiente a la mitad del polo, se muestra en la fig. 2-1 con líneas de trazos gruesos, que determinan los límites exterior e interior del circuito, y una línea plena que pasa por la mitad del circuito.

El flujo principal constituye sólo una parte del flujo creado por el polo. La otra parte del flujo, llamada *flujo de dispersión*, se deriva al espacio entre los polos y, por lo tanto, no pasa al inducido y no participa en la creación de fuerza electromotriz (f.e.m.). En la fig. 2-1 el flujo de dispersión se muestra convencionalmente con dos líneas finas de trazos *1* y *2*.

Si Φ_m es el flujo total creado por el polo, y Φ_σ, el flujo de dispersión, entonces

$$\Phi_m = \Phi_0 + \Phi_\sigma = \Phi_0 \left(1 + \frac{\Phi_\sigma}{\Phi_0}\right) = \Phi_0 k_\sigma. \qquad (2\text{-}1)$$

El coeficiente

$$k_\sigma = 1 + \frac{\Phi_\sigma}{\Phi_0}$$

se llama *coeficiente de dispersión de los polos principales*. Generalmente $k_\sigma = 1,12 \div 1,25$.

A la f.m. necesaria para crear el flujo magnético principal Φ_0 la llamaremos *fuerza magnetizante principal*.

2-2. Circuito magnético de una máquina de corriente continua. Determinación de la f.m. principal

Del esquema representado en la fig. 2-1 se ve que cada línea del flujo magnético principal pasa sucesivamente por una serie de secciones que forman en conjunto el *circuito magnético* de la máquina y que se diferencian una de otra tanto por sus dimensiones geométricas, como por sus propiedades físicas. En este caso, para hallar la f.m. buscada hay que partir de la ley del circuito magnético, a saber:

$$d\Phi = \frac{F}{R_\mu} = \frac{iw}{\oint \frac{1}{\mu} \frac{dl}{dS}}$$

de donde

$$F = d\Phi \oint \frac{dl}{\mu\, dS}.$$

En estas fórmulas: $F = iw$ es la f.m. a lo largo del circuito magnético; R_μ, la resistencia magnética (reluctancia) del circuito; $d\Phi$, el flujo de un tubo elemental separado en el campo magnético del circuito que se examina; dl, el elemento de longitud del tubo; μ, la permeabilidad magnética de los cuerpos o medios que forman la sección dada del circuito; dS, la sección del tubo elemental, perpendicular a su eje.

Al calcular la f.m. principal F_0 de la máquina se divide el circuito magnético en una serie de sectores de tal modo que en los límites de

cada uno de estos sectores se puede considerar que el flujo magnético, la permeabilidad y la sección del tubo permanecen constantes por toda su longitud l. Con estas condiciones se puede considerar que el flujo magnético de cada sector está compuesto por cierto número de tubos elementales iguales de longitud l, distribuidos regularmente por el área de la sección transversal S del trozo (sector) dado del circuito. Los sectores principales del circuito magnético son cinco, a saber: 1) el entrehierro, 2) la zona de los dientes, 3) soporte del inducido, 4) núcleo polar, incluyendo la zapata polar, 5) culata. Las magnitudes características para cada sector del circuito magnético se dan en la tabla 2-1.

Tabla 2-1

Número del sector	Denominación del sector	Flujo del sector	Inducción en el sector	Area de la sección transversal del sector	Intensidad del campo magnético	Longitud del camino para un par de polos	F m para un par de polos
1	Entrehierro	Φ_0	B_δ	S_δ	H_δ	2δ	F_δ
2	Zona de los dientes . . .	Φ_0	B_d	S_d	H_d	$2h_d$	F_d
3	Soporte del inducido . .	$\Phi_a = \Phi_0/2$	B_a	S_a	H_a	L_a	F_a
4	Núcleo polar con la zapata	$\Phi_m k_\sigma \Phi_0$	B_m	S_m	H_m	$2h_m$	F_m
5	Culata	$\Phi_{cul} = \Phi_m/2$	B_{cul}	S_{cul}	H_{cul}	L_{cul}	F_{cul}

Se debe tener en cuenta que las longitudes de los tubos elementales (de las líneas de fuerza magnética) en los sectores en la culata y en el soporte del inducido no son iguales; por esta razón el cálculo de las f.m. de estos sectores se lleva a cabo por la longitud de la línea de fuerza magnética media (línea plena gruesa en la fig. 2-1). Entonces, la f.m. principal de la máquina, calculada para un par de polos, se puede escribir en la forma siguiente:

$$\boxed{F_0 = \Phi_0 \frac{2\delta}{\mu_0 S_\delta} + \Phi_0 \frac{2h_d}{\mu_d S_d} + \frac{\Phi_0}{2} \frac{L_a}{\mu_a S_a} + k_\sigma \Phi_0 \frac{2h_m}{\mu_m S_m} + k_\sigma \frac{\Phi_0}{2} \frac{L_{cul}}{\mu_{cul} S_{cul}}.} \tag{2-2}$$

Puesto que de acuerdo con la condición, el flujo magnético se distribuye regularmente por la sección transversal de cada sector, entonces, tendremos que

$$\frac{\Phi_{sec}}{S_{sec}} = B_{sec} = \mu_{sec} H_{sec}. \tag{2-3}$$

En estas condiciones la ecuación (2-2) se puede escribir en la forma siguiente:

$$F_0 = 2\frac{B_\delta}{\mu_0}\delta + 2\frac{B_d}{\mu_d}h_d + \frac{B_a}{\mu_a}L_a + 2\frac{B_m}{\mu_m}h_m + \frac{B_{cul}}{\mu_{cul}}L_{cul} = 2H_\delta\delta + 2H_d h_d + \\ + H_a L_a + 2H_m h_m + H_{cul}L_{cul} = F_\delta + F_d + F_a + F_m + F_{cul}. \quad (2\text{-}4)$$

La ecuación (2-4) muestra que para determinar la f.m. F_0 es necesario hallar para cada uno de los cinco sectores su correspondiente intensidad H del campo magnético y multiplicarla por la longitud del camino del flujo en este sector. Dado que $H=B/\mu$, entonces, la intensidad del campo en el sector dado depende de la magnitud de la inducción magnética y de la permeabilidad magnética del material del sector. Si el flujo y las dimensiones geométricas de todos los sectores se conocen, entonces con ello se determina la inducción magnética del sector [véase la fórmula (2-3)]. La permeabilidad magnética del sector depende de las propiedades magnéticas del material de este sector. Para los materiales amagnéticos, en particular el espacio de aire, tenemos (véase la tabla *I*-1):

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m en los sistemas racionalizados MKSA y SI;

$\mu_0 = 4\pi$ en el sistema racionalizado CGS μ_0.

En la práctica fabril, al calcular los circuitos magnéticos de las máquinas se hace uso de un sistema combinado, como base del cual sirve el sistema CGS μ_0 con la conversión de las unidades de tensión, intensidad de corriente, potencia, etc., en unidades prácticas: voltio, amperio, watio, etc.

En este caso

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-1}.$$

Para los materiales magnéticos, la permeabilidad magnética depende de la inducción, es decir, $\mu = f(B)$; conociendo esta dependencia para el material dado, se puede determinar la intensidad del campo H y construir la curva de magnetización $B = f(H)$ de este material. Tales curvas se muestran en la fig. *I*-25.

Examinemos detalladamente los métodos de determinación de la f.m. de cada sector del circuito magnético.

2-3. Entrehierro. Curva de distribución de la inducción en el entrehierro

El entrehierro representa la resistencia principal al flujo magnético, a causa de lo cual generalmente la f.m. F_δ del entrehierro constituye no menos del 60% de la f.m. principal F_0. Por esta razón, la exactitud del cálculo de la resistencia magnética del entrehierro determina en gran medida la exactitud del cálculo de todo el circuito magnético. Para determinar esta resistencia y correspondientemente F_δ es necesario ante todo dibujar con la mayor precisión posible el cuadro de distribución del campo magnético en el espacio entre las zapatas polares y el inducido. Para esto generalmente se hace uso del método de los así llamados *tubos magnéticos unitarios*. Examinemos primero la

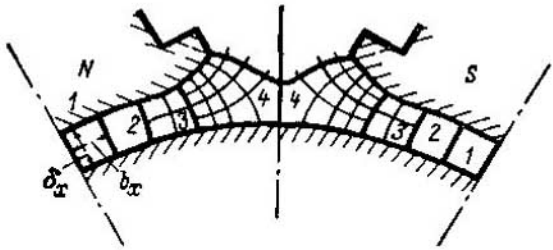


Fig. 2-2. Cuadro del campo magnético en el entrehierro de una máquina con inducido liso

construcción más simple del inducido, es decir, el inducido liso, y supongamos que su longitud en dirección axial es bastante grande y que por esta razón podemos menospreciar la influencia de las partes testales del inducido y de las zapatas polares. En este caso se puede considerar que el cuadro de distribución del campo magnético en todas las secciones, perpendiculares al eje de la máquina, es el mismo y que, por consiguiente, podemos representar los tubos magnéticos del campo en el plano de una sola sección cualquiera (fig. 2-2).

Tomando en consideración los valores corrientes de la inducción en el hierro, aceptamos que su permeabilidad es bastante grande y que, por consiguiente, la superficie del inducido y las zapatas polares son superficies equipotenciales, que deben ser intersecadas por las líneas de fuerza magnética en el entrehierro bajo ángulo recto. La línea media trazada entre los polos por el punto neutro en el inducido, tiene por las condiciones de simetría el mismo potencial que la superficie del inducido. Al construir el campo magnético dividimos todo el espacio entre las superficies equipotenciales en tubos unitarios de tal modo que *la anchura media b_x de cada tubo sea igual a su longitud media* δ_x. En la fig. 2-2 todo el espacio entre las líneas axiales de los polos norte y sur se ha dividido aproximadamente en $m=7{,}5$ tubos unitarios a $m/2=3{,}75$ tubos por cada mitad del polo. Si la longitud del inducido es l_a, entonces la permeancia de cada tal tubo será

$$\Lambda_t = \mu_0 \frac{l_a b_x}{\delta_x} = \mu_0 l_a = \text{const},$$

es decir, *todos los tubos unitarios*, construidos por el método indicado más arriba, *tienen igual permeancia*.

Sea $F_{\delta 0}$ la f.m. en el entrehierro para el inducido liso, dado que ésta actúa entre superficies equipotenciales, entonces para todos los tubos unitarios $F_{\delta 0}=\text{const}$. Por consiguiente,

$$\Phi_t = F_{\delta 0}\Lambda_t = F_{\delta 0}\mu_0 l_a,$$

es decir, *los flujos de todos los tubos elementales son iguales*. Entonces, el flujo magnético en el entrehierro puede ser expresado en la forma:

$$\Phi_0 = m\Phi_t = mF_{\delta 0}\mu_0 l_a,$$

de donde

$$F_{\delta 0} = \frac{\Phi_0}{\mu_0 m l_a}. \qquad (2\text{-}5)$$

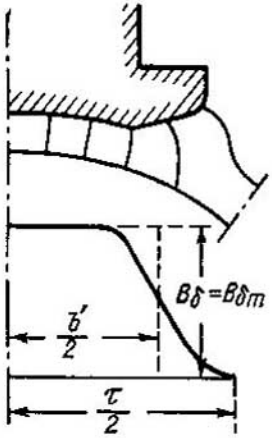


Fig. 2-3. Cuadros real y reducido del campo en el entrehierro en la sección transversal de un inducido liso

En el cuadro del campo representado en la fig. 2-2 sólo los tubos *1* y *2*, situados más cerca de la línea axial del polo, representan en su sección prácticamente cuadrados. El tubo *3* ya diverge del cuadrado, y el tubo *4* en el borde de la zapata polar representa un pentágono irregular. Tal cuadro respecto del tubo puede servir para el cálculo solamente en primera aproximación. Para precisar el cálculo, el tubo *3* se divide suplementariamente en cuatro tubos parciales, y el tubo *4*, en 16 tubos parciales observando las mismas condiciones que al construir los tubos unitarios. Al dividir los tubos unitarios en un gran número de tubos parciales obtenemos una red que divide todo el espacio examinado (a excepción de los sectores que lindan con la zona neutra) prácticamente en cuadrados, he aquí el por qué tales cuadros del campo se llaman con frecuencia *cuadrados*.

El cuadro del campo representado en la fig. 2-2 permite determinar junto con la f.m. $F_{\delta 0}$, la distribución de la componente normal de la inducción en el entrehierro. Para ello basta dividir el flujo del tubo unitario $\Phi_t = F_{\delta 0}\mu_0 l_a$ entre el área de su sección transversal media $S_{tx} = b_{x\,med} l_a = \delta_{x\,med} l_a$ (dado que el campo se ha dividido en cuadrados), por consiguiente,

$$B_{\delta x} = \frac{\Phi_t}{S_{tx}} = \frac{F_{\delta 0}\mu_0 l_a}{\delta_{x\,med} l_a} = \mu_0 \frac{F_{\delta 0}}{\delta_{x\,med}}. \qquad (2\text{-}6)$$

Así pues, para el valor dado de la f.m. $F_{\delta 0}$ la inducción $B_{\delta x}$ es inversamente proporcional a la longitud media del tubo en el entrehierro. Valiéndose de este procedimiento, se puede construir la curva de distribución de la inducción en el entrehierro a lo largo de la circunferencia desarrollada del inducido (fig. 2-3). Cabe señalar, que toda la construcción se ejecuta en cierta medida "a ojo". Por eso, para mayor precisión es necesario tener unas cuantas variantes del cuadro del campo, y entre ellas elegir aquella en la que la permeancia del entrehierro y el flujo distribuido en éste tienen su valor máximo.

2-4. *Método de reducción. Arco polar previsto*

Al examinar la curva de la fig. 2-3, vemos que la inducción en el entrehierro varía por la circunferencia del inducido de punto a punto alcanzando su valor máximo $B_{\delta m}$ en la zona contigua al centro del polo. Para simplificar el cálculo de la f.m. del entrehierro $F_{\delta 0}$,

sin recurrir a la construcción de las curvas de distribución de la inducción, se introduce el concepto de *inducción prevista B_δ en el entrehierro*, haciendo uso para este fin del *método de reducción*.

La esencia de este método, ampliamente aplicado en la teoría y cálculo de las máquinas eléctricas, consiste en lo siguiente. *El cuadro real, generalmente complicado en el sentido físico, del fenómeno se sustituye por el reducido, que, en primer lugar, debe tener la forma más simple posible y, en segundo lugar, ofrecer durante el cálculo prácticamente los mismos resultados cuantitativos que el cuadro real.*

En el caso en cuestión, la curva trapezoidal real de distribución de la inducción magnética en el entrehierro en el paso polar se sustituye por un rectángulo cuya altura es $B_\delta = B_{\delta m}$ y cuya base es b', que debe ser determinado de tal modo que las áreas limitadas por ambas curvas sean equidimensionales. La base b' se llama *arco polar previsto*, y la relación

$$\alpha' = b'/\tau \tag{2-7}$$

se llama *coeficiente previsto del arco polar*.

El coeficiente α' es una de las magnitudes más importantes en la construcción de maquinaria eléctrica. En las máquinas de corriente continua sin polos auxiliares $\alpha' = 0{,}7 \div 0{,}8$, en las máquinas con polos auxiliares $\alpha' = 0{,}62 \div 0{,}72$.

2-5. *Longitud prevista del inducido*

El cálculo realizado más arriba de la distribución del campo en el entrehierro por la circunferencia del inducido se basaba en la suposición de que los campos en los planos perpendiculares al eje de la máquina son iguales por toda la longitud del inducido. En realidad se debe tomar en consideración la influencia de las partes testales, donde tiene lugar la flexión lateral de las líneas de fuerza magnética, y la existencia de canales de ventilación radiales (en las máquinas con sistema de ventilación radial). El cuadro correspondiente de distribución del campo por la longitud del inducido se representa en la fig. 2-4. Aquí l_m es la longitud del polo por el eje de la máquina; l_a es la longitud total del inducido, que frecuentemente se toma unos cuantos milímetros mayor que l_m con el fin de disminuir las pérdidas en el hierro de las partes testales del inducido; b_v es la anchura del canal de ventilación. Si n_v es el número de canales, entonces la longitud del inducido sin canales, es decir, la longitud de los paquetes es:

$$l = l_a - n_v b_v. \tag{2-8}$$

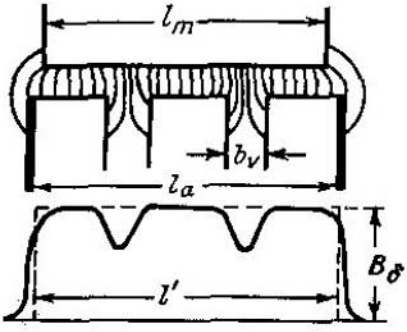


Fig. 2-4. Cuadros real y reducido del campo en el entrehierro en la sección longitudinal del inducido

Así como más arriba, sustituimos la curva real de distribución de la inducción por la longitud del inducido por el rectángulo reducido, de altura B_δ y área equidimensional al área abarcada por la curva real. La base l' del rectángulo se llama *longitud prevista del inducido*. Con la suficiente exactitud se puede considerar que

$$l' = 0{,}5\,(l_m + l). \tag{2-9}$$

2-6. *F. m. del entrehierro para un inducido liso*

Valiéndonos de las magnitudes previstas establecidas más arriba B_δ, b' y l', podemos expresar el flujo magnético principal de la máquina en la forma:

$$\Phi_0 = B_\delta b' l' = B_\delta \alpha' \tau l'. \tag{2-10}$$

Conociendo B_δ, se puede determinar la f.m. del entrehierro para un par de polos en el caso de un inducido liso [fórmula (2-4)]:

$$F_{\delta 0} = \frac{2}{\mu_0} B_\delta \delta. \tag{2-11}$$

2-7. *F. m. del entrehierro para un inducido dentado*

El devanado del inducido de las máquinas de corriente continua se coloca en ranuras de forma abierta o semicerrada (véase la fig. 3-23). Por eso el campo se distribuye en el entrehierro irregularmente: se hace más denso por encima de los dientes y se rarifica por encima de las ranuras (fig. 2-5). A causa de la densidad de los tubos por encima de los dientes el área de la sección transversal de cada tubo se reduce, mientras que los tubos que pasan al diente por la ranura lateral tienen una sección relativamente grande, pero recorren un camino cuya longitud es considerablemente mayor que δ. Como resultado aumenta la resistencia magnética del entrehierro. Se puede tener en cuenta este aumento de la reluctancia, reduciendo el inducido dentado al liso, aumentando el entrehierro hasta la magnitud

$$\delta' = \delta k_\delta. \tag{2-12}$$

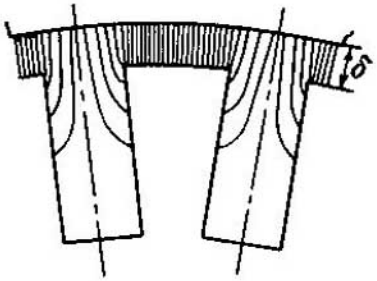


Fig. 2-5. Inducción magnética en el espacio de un inducido dentado

La magnitud δ' se llama *magnitud prevista del entrehierro*, y el coeficiente k_δ, *coeficiente de entrehierro*.

El coeficiente de entrehierro se determina por vía matemática y se expresa en la forma:

$$k_\delta = \frac{t_1}{t_1 - \gamma\delta}. \tag{2-13}$$

Aquí t_1 es el paso dental por la circunferencia del inducido; γ es una

función compleja de la relación b_0/δ, donde b_0 es la apertura de la ranura (las dimensiones t_1 y b_0 véanse en la fig. 2-6). Se puede considerar con la suficiente exactitud que

$$\gamma = \frac{(b_0/\delta)^2}{5+(b_0/\delta)^2}. \qquad (2\text{-}14)$$

Existen una serie de fórmulas empiricas que permiten simplificar el cálculo del coeficiente k_δ. La más difundida es la fórmula

$$k_\delta = \frac{t_1 + 10\delta}{b_{d1} + 10\delta}, \qquad (2\text{-}15)$$

donde b_{d1} es la dimensión (anchura) de la parte superior del diente por la circunferencia del inducido (fig. 2-6).

Si queremos obtener para el inducido dentado el mismo flujo en el entrehierro que para el inducido liso, es necesario multiplicar la f.m. del entrehierro por el coeficiente de entrehierro. De este modo,

$$F_\delta = F_{\delta 0} k_\delta = \frac{2}{\mu_0} B_\delta k_\delta \delta = \frac{2}{\mu_0} B_\delta \delta'. \qquad (2\text{-}16)$$

2-8. *Datos preliminares*

En las máquinas de tipo corriente la inducción B_δ depende de la potencia de la máquina, oscilando en los límites de 0,4 a 0,65 T en las máquinas de poca potencia (hasta 10 kW aproximadamente) y alcanzando 1,0—1,05 T en las máquinas de gran potencia. El espacio de aire tiene los valores de 0,7 a 3 mm en las máquinas de una potencia de hasta 50 kW y alcanza 10 mm en las máquinas de gran potencia; el coeficiente de entrehierro $k_\delta = 1{,}05 \div 1{,}1$ para las ranuras semicerradas del inducido y $1{,}2 \div 1{,}3$ para las ranuras abiertas.

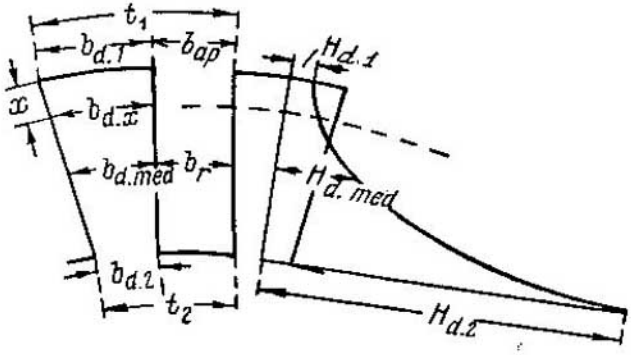


Fig. 2-6. Fuerza magnetizante de los dientes

2-9. F. m. de la zona de los dientes

Al pasar por el entrehierro, el flujo Φ_0 llega a la zona de los dientes y aquí se dirige por dos caminos paralelos: parte por los dientes, y otra parte por las ranuras. La relación entre estas dos partes del flujo depende de la relación entre las conductibilidades magnéticas del diente y la ranura. Así, por ejemplo, si la inducción máxima en el diente es $B_{d2} \leqslant 1{,}8$ T, entonces la conductibilidad del diente es tan grande, en comparación con la de la ranura, que se puede menospreciar la parte de flujo que se deriva a la ranura, y considerar que el flujo circula solamente por el diente. En este caso, el cálculo de la f.m. de los dientes se simplifica, pero el caso más típico sigue siendo cuando la inducción $B_\delta > 1{,}8$ T y cuando ya no se puede menospreciar la parte de flujo que se deriva a la ranura.

El cálculo de la f.m. de los dientes es suficiente realizarlo para un paso dental t_1, puesto que todos los dientes conducen el flujo en sentido paralelo y se encuentran en iguales condiciones magnéticas en toda la extensión del arco polar b', correspondientemente al rectángulo del flujo representado en la fig. 2-3.

Calculemos la f.m. de los dientes para un diente trapezoidal (fig. 2-6).

El flujo en el entrehierro para un paso dental es

$$\Phi_t = B_\delta t_1 l'.$$

Tracemos una sección concéntrica con la superficie del inducido a la distancia x del vértice de diente. Si Φ_{dx} y Φ_{rx} son los flujos en el diente y en la ranura, correspondientes a esta sección, entonces

$$\Phi_t = \Phi_{dx} + \Phi_{rx}.$$

Dividamos ambas partes de esta igualdad entre el área del diente en esta sección. Entonces, tendremos que

$$\frac{\Phi_t}{S_{dx}} = \frac{\Phi_{dx}}{S_{dx}} + \frac{\Phi_{rx}}{S_{dx}}. \qquad (2\text{-}17)$$

A la magnitud Φ_t/S_{dx} la llamaremos *inducción magnética prevista* en el diente B'_{dx}, es decir, aquella inducción que tendría lugar en la sección dada del diente si todo el flujo Φ_t pasara solamente por el diente.

El primer sumando del segundo miembro de la igualdad (2-17) representa la inducción real en el diente B_{dx} en la misma sección de este último.

El segundo sumando se puede representar en la forma:

$$\frac{\Phi_{rx}}{S_{dx}} = \frac{\Phi_{rx}}{S_r}\frac{S_r}{S_{dx}} = B_{rx}k_{dx} = \mu_0 H_{rx} k_{dx}.$$

Aquí S_r es la sección transversal de la ranura que, para la ranura rectangular, no depende de su altura; B_{rx} es la inducción en la sección dada de la ranura; $k_{dx} = S_r/S_{dx}$ es el coeficiente de diente, que se

determina solamente por las dimensiones geométricas del diente y la ranura; H_{rx} es la intensidad de campo magnético en la sección dada de la ranura.

Supongamos que las superficies cilíndricas con las cuales cortamos los dientes y las ranuras a distinta distancia del vértice del diente (véase, por ejemplo, la línea de trazos en la fig. 2-6), son sumiltáneamente superficies equipotenciales. En este caso, las caídas de la intensidad del campo magnético por la altura del diente y la ranura son iguales y, por consiguiente, $H_{rx}=H_{dx}$. Entonces la igualdad (2-17) toma la forma:

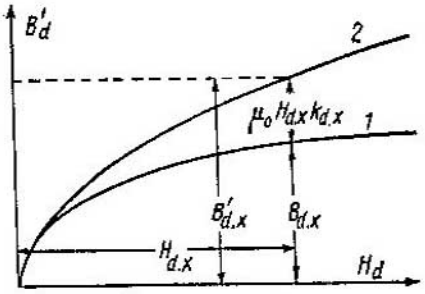


Fig. 2-7. Curvas $B'_d=f(H_d)$

$$B'_{dx}=B_{dx}+\mu_0 H_{dx} k_{dx}. \qquad (2\text{-}18)$$

Para valerse de esta fórmula para el cálculo de la f.m. de los dientes, se procede de la manera siguiente. Se construye la curva de magnetización para el acero al silicio de la marca dada (la curva *1* en la fig. 2-7). Si se conocen las dimensiones de la ranura y el diente, entonces con esto se determina el coeficiente k_{dx}. Una vez fijada la inducción real en el diente B_{dx} y determinada por la curva *1* la magnitud H_{dx} correspondiente a esta inducción, se halla el producto $\mu_0 H_{dx} k_{dx}$ y luego, por la fórmula (2-18), la inducción prevista en el diente B_{dx}. Realizando tal cálculo para una serie de inducciones B_{dx}, se puede construir (fig. 2-7) la curva *2* que representa la funcion $B_{dx}=f(H_{dx})$ para el valor dado del coeficiente k_{dx}.

En la fig. 2-8 se han construido una serie de tales curvas para el acero al silicio de las marcas Э11, Э12 y Э21 y para los valores de k_{dx} en los límites desde 0 hasta 2,4.

Disponiendo de estas curvas, se pueden utilizar en el orden inverso, a saber: primero determinar para la sección dada del diente la inducción prevista B'_{dx} y el coeficiente de diente k_{dx}, y a continuación, por la curva correspondiente de la fig. 2-8, la inducción real B_{dx} y la intensidad del campo H_{dx}.

De acuerdo con lo dicho más arriba, las inducciones previstas se determinan de la condición de que el flujo circula solamente por el diente.

Por consiguiente,

$$\Phi_{dx}=\Phi_t \text{ o bien } B'_{dx} b_{dx} l k_a = B_\delta t_1 l',$$

de donde

$$B'_{dx}=B_\delta \frac{t_1 l'}{b_{dx} l k_a}. \qquad (2\text{-}19)$$

Aquí b_{dx} es la anchura del diente en la sección dada; l, la longitud de todos los paquetes (conjuntos) del inducido y k_a, el coeficiente de

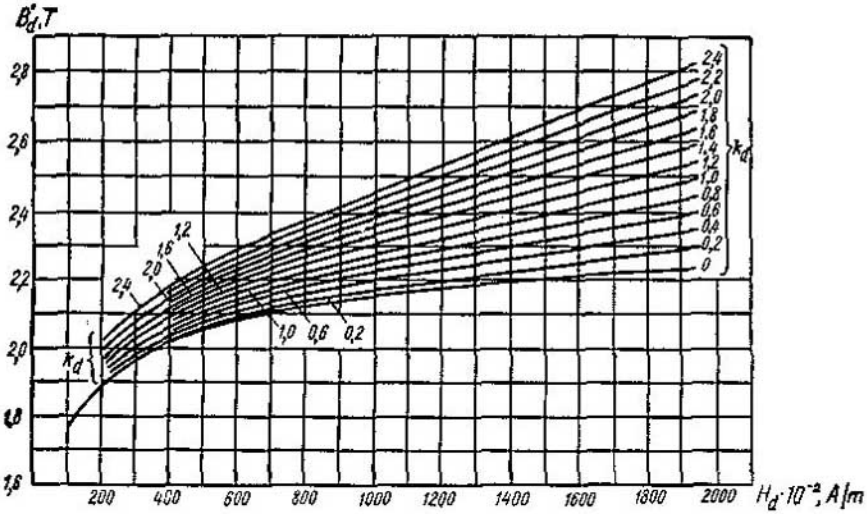


Fig. 2-8. Curvas $B'_d = f(H_d)$ para el acero en chapas de las marcas Э11, Э12 y Э21

relleno de los paquetes con acero, que tiene en cuenta el aislamiento de las hojas de acero, es decir, que representa la relación de la longitud sólo del acero del paquete a toda la longitud del paquete. Para las hojas de acero de 0,5 mm de espesor encoladas con papel $k_a = 0{,}88 \div 0{,}90$; para las hojas barnizadas $k_a = 0{,}91 \div 0{,}93$.

El coeficiente de diente se determina por la fórmula:

$$k_{dx} = \frac{S_r}{S_{dx}} = \frac{S_{tx} - S_{dx}}{S_{dx}} = \frac{t_x l'}{b_{dx} l k_a} - 1. \qquad (2\text{-}20)$$

Si calculamos por la fórmula (2-19) la inducción B'_{dx} para una serie de puntos por la altura del diente y a continuación valiéndonos de las curvas representadas en la fig. 2-8 determinamos los valores de H_{dx} correspondientes a estos puntos, entonces obtendremos la función $H_{dx} = f(x)$, que tiene carácter parabólico (véase la fig. 2-6).

Para los fines prácticos basta tomar sólo tres puntos por la altura del diente: en las secciones superior, inferior y central del diente. Partiendo de las dimensiones de la fig. 2-6, tenemos:

$$B'_{d1} = B_\delta \frac{t_1 l'}{b_{d1} l k_a}; \qquad (2\text{-}21a)$$

$$B'_{d.med} = B_\delta \frac{t_1 l'}{b_{d.med} l k_a}; \qquad (2\text{-}21b)$$

$$B'_{d2} = B_\delta \frac{t_1 l'}{b_{d2} l k_a}. \qquad (2\text{-}21c)$$

Hallamos los coeficientes de diente para estas mismas secciones y por las curvas de la fig. 2-8 determinamos la intensidad del campo H_{d1}, $H_{d.med}$ y H_{d2}.

El valor previsto de la intensidad del campo H_d lo hallamos por la fórmula de Simpson como el valor medio para la curva parabólica de la fig. 2-6:

$$H_d = \frac{1}{6}(H_{d1} + 4H_{d\cdot med} + H_{d2}). \qquad (2\text{-}22)$$

Si h_d es la altura del diente, entonces la f.m. de los dientes para un par de polos será

$$F_d = 2H_d h_d. \qquad (2\text{-}23a)$$

Frecuentemente, con el fin de simplificar el cálculo, se determina la inducción y correspondientemente la intensidad del campo sólo en una sección, que se encuentra a la distancia $h_d/3$ de la base del diente. En este caso

$$F_d = 2H_{d\,1/3} h_d. \qquad (2\text{-}23b)$$

En las máquinas de corriente continua la inducción $B_{d2} = 1{,}8 \div 2{,}3$ T (18 000—23 000 Gs), pero en ciertos casos como, por ejemplo, en los motores de tracción ella alcanza 2,6 T y más.

2-10. F. m. del soporte del inducido

El flujo en el soporte del inducido se distribuye irregularmente por su altura: en la sección transversal del inducido la mayor inducción se observa en los puntos cercanos al diente, es decir, en la superficie exterior del soporte, y la menor, en su superficie interior. Pero la diferencia entre estas inducciones no es grande, por eso en los cálculos prácticos se parte del valor medio de la inducción en el soporte del inducido B_a. Puesto que el flujo en el soporte del inducido $\Phi_a = \Phi_0/2$ (véase la tabla 2-1) y el área de la sección transversal del soporte $S_a = h_a l k_a$, donde h_a es la altura del soporte (véase la fig. 2-1), entonces

$$B_a = \frac{\Phi_0}{2S_a} = \frac{\Phi_0}{2h_a l k_a}. \qquad (2\text{-}24)$$

Valiéndonos de la curva de magnetización para el acero de la marca dada hallamos la intensidad del campo H_a. Entonces la f.m. del soporte del inducido será

$$F_a = H_a L_a, \qquad (2\text{-}25)$$

donde L_a es la longitud de la línea de fuerza magnética en el hierro del soporte.

Generalmente la inducción B_a se elige en los límites de 1,0 a 1,5 T.

2-11. F. m. de los polos y la culata

El procedimiento del cálculo de la f.m. de estas secciones del circuito magnético es el mismo que para el inducido, pero en este caso hay que tener en cuenta que el flujo de estas secciones excede

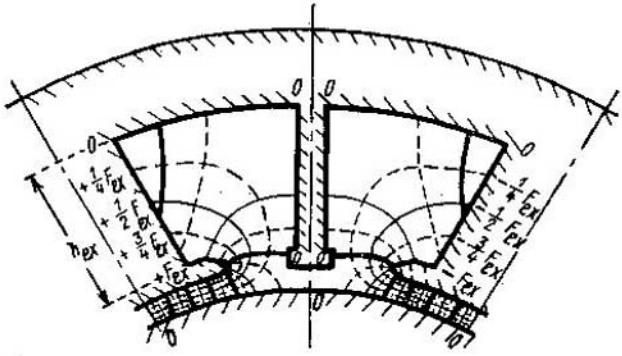


Fig. 2-9. Cuadro del campo en la sección transversal de una máquina con polos auxiliares

del flujo principal en la magnitud del flujo de dispersión Φ_δ, que se origina en el espacio comprendido entre los polos y en las partes laterales de los mismos.

En la fig. 2-9 está representado el cuadro del campo magnético de una máquina con inducido liso y polos auxiliares (polos de conmutación) en marcha en vacío de la máquina, es decir, sin carga. El cuadro de este campo se ha construido por el mismo método de tubos unitarios que el cuadro del campo magnético en el entrehierro de la fig. 2-2. Para simplificar la construcción se considera que el arrollamiento de excitación (arrollamiento inductor) de cada polo está regularmente distribuido en una capa delgada por la altura h_{exc} del núcleo polar y, por consiguiente, prácticamente no ocupa sitio en el espacio entre los polos (por eso el arrollamiento de excitación no viene dado en el dibujo). Dado que la f.m. de un polo es $F_{exc}=F_0/2$, entonces la carga lineal por la altura del núcleo por unidad de longitud será

$$A_{exc}=\frac{1}{h_{exc}}\frac{F_0}{2}.$$

Correspondientemente a la constancia de la carga lineal, la distribución de la f.m. a lo largo de la altura del núcleo tiene también carácter lineal. Si la permeabilidad magnética del hierro (acero) es infinitamente grande, entonces las superficies de las zapatas polares hasta los puntos en que comienza el arrollamiento de excitación son superficies equipotenciales; de aquí la f.m. de cada polo disminuye uniformemente desde los valores $\pm F_{exc}$ hasta cero en los puntos adyacentes a la culata. El mismo potencial, igual a cero, tienen las superficies de la culata, del inducido y, según las condiciones de la simetría de los polos, la línea media trazada entre los polos por el punto neutro del inducido.

Si dividimos en la fig. 2-9 el entrehierro, situado debajo de la línea media del polo, en cuatro partes iguales con auxilio de tres superficies equipotenciales, entonces las últimas terminarán en la

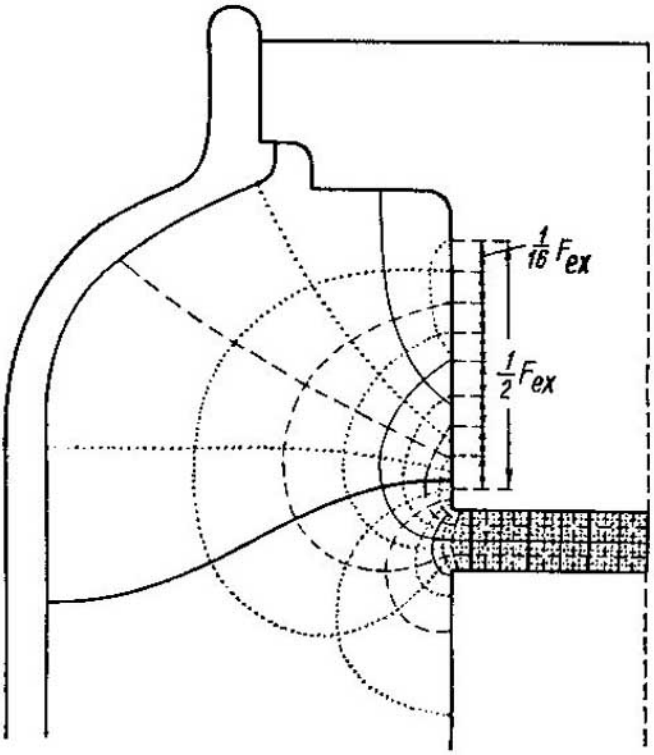


Fig. 2-10. Campo y superficies equipotenciales de la cara polar de una máquina de corriente continua

superficie lateral del polo y dividirán a éste en el sentido de su altura también en cuatro partes iguales. A continuación podemos trazar las líneas del campo magnético y el retículo de rectángulos (cuadrados) de acuerdo con lo descrito anteriormente (véase el § 2-3). El flujo de dispersión en el espacio interpolar se determina por una fórmula análoga a la fórmula (2-5), a saber:

$$\Phi_{\delta 1} = \mu_0 m_\delta l_m F_0,$$

donde m_δ es el número de tubos unitarios del flujo de dispersión;
l_m es la longitud del núcleo polar en dirección axial.

En la fig. 2-10 viene dado el cuadro del campo de dispersión en la cara polar. El cálculo del flujo de dispersión $\Phi_{\sigma 2}$ de las caras se realiza análogamente. El flujo total de dispersión representa la suma de los flujos $\Phi_{\delta 1}$ y $\Phi_{\delta 2}$, es decir,

$$\Phi_\delta = \Phi_{\delta 1} + \Phi_{\delta 2}.$$

En condiciones normales, con el fin de simplificar, se supone que el flujo del polo en cualquier sección en el sentido de su longitud es igual a

$$\Phi_m = \Phi_0 + \Phi_\delta = k_\delta \Phi_0. \tag{2-26}$$

Correspondientemente, el flujo en la culata es

$$\Phi_{cul} = \frac{\Phi_m}{2} = \frac{1}{2} k_\delta \Phi_0. \tag{2-27}$$

Si las dimensiones geométricas del núcleo polar y de la culata son conocidas, las inducciones medias en estas secciones se determinan por las fórmulas:

$$B_m = \Phi_m / S_m \tag{2-28a}$$

y

$$B_{cul} = \Phi_m / (2S_{cul}). \tag{2-28b}$$

Usualmente $B_m = 1{,}2 \div 1{,}6$ T y $B_{cul} = 0{,}8 \div 1{,}4$ T, si la culata se ha hecho de acero, y aproximadamente la mitad de estos valores se observa en la culata de fundición.

Tomando por las curvas de magnetización las intensidades de campo H_m y H_{cul} correspondientes a las inducciones B_m y B_{cul}, hallamos la f.m. de los polos y la culata:

$$F_m = 2H_m h_m \tag{2-29a}$$

y

$$F_{cul} = H_{cul} L_{cul}. \tag{2-29b}$$

Las dimensiones h_m y L_{cul} véanse en la fig. 2-1.

Tabla 2-2

$2p$	Diámetro del inducido D_a, cm	k_σ
4	Hasta 25	1,28
>4	25—75	1,25
>4	75—150	1,20
>4	>150	1,15

Cabe señalar que la determinación precisa del coeficiente de dispersión requiere mucho tiempo; por eso en los cálculos prácticos se suele tomar de acuerdo con los datos de la tabla 2-2 basados en la experiencia.

2-12. Curva de magnetización de la máquina

Conociendo la f.m. de las distintas secciones del circuito magnético, se puede determinar la f.m. por un par de polos valiéndose de la fórmula (2-4).

Consideraremos que a los valores nominales de la tensión y la velocidad de rotación de la máquina les corresponde el valor nominal

del flujo principal $\Phi_0=1$. Asignando al flujo principal una serie de valores, por ejemplo, 0,5; 0,8; 1,1 y 1,2, podemos determinar F_0 para cada uno de estos valores. La relación $\Phi_0=f(F_0)$, representada en coordenadas rectangulares (fig. 2-11), se denomina *curva de magnetización (o imantación) de la máquina*. Aquí mismo se pueden representar las curvas de magnetización para las distintas secciones del circuito magnético.

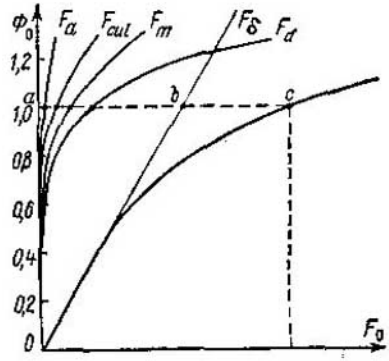


Fig. 2-11. Curvas de magnetización de una máquina

La porción inicial de la curva de magnetización tiene prácticamente carácter rectilíneo, ya que para valores pequeños del flujo Φ_0 el acero de la máquina está débilmente saturado y predomina el valor de la f.m. del entrehierro. Prolongando la porción recta de la curva, obtendremos la relación $F_\delta=f(\Phi_0)$. Para el valor $\Phi_0=1$ la f.m. F_δ se expresa por el segmento *ab* de la fig. 2-11.

A medida que aumenta el flujo Φ_0 mayor es la f.m. que se requiere para conducir el flujo a través del acero. Para el mismo valor del flujo $\Phi_0=1$ esta parte de la f.m. está definida por el segmento *bc*.

Por la relación

$$k_\mu=F_0/F_\delta=ac/ab,$$

denominada *coeficiente de saturación*, se puede jusgar sobre el grado de saturación del circuito magnético de la máquina para el valor dado del flujo Φ_0. En las máquinas de tipo ordinario $k_\mu=1,10\div1,35$. De lo que sigue a continuación (véase el capítulo 8) nos enteraremos que el grado de saturación ejerce gran influencia en las características de la máquina y en su funcionamiento.

2-13. *Ejemplo numérico*

Calculemos la f. m. F_0 necesaria para crear el flujo magnético Φ_0 en una máquina de corriente continua tipo ПН-290, cuyos cortes longitudinal y transversal están representados en la fig. 1-6. Consideramos que la máquina funciona como generador en las condiciones nominales de carga.

Los datos fundamentales de la máquina son: potencia nominal $P_n=23$ kW; tensión nominal $U_n=230$ V; corriente nominal $I_n=100$ A; velocidad de rotación nominal $n=970$ r. p. m.; número de polos $2p=4$; diámetro exterior del inducido $D_a=295$ mm; diámetro interior del inducido $D_{a.int}=70$ mm; longitud del inducido $l_a=140$ mm; número de ranuras del inducido $Z=33$; número de conductores en la ranura $s_r=16$; arrollamiento: simple ondulado; $a=1$, con una sección muerta; dimensiones de la ranura: $b_r=10,8$ mm, $h_r=h_d=36,2$ mm; entrehierro debajo de los polos principales $\delta=2$ mm; dimensiones del polo principal: longitud en dirección axial $l_m=135$ mm; anchura en dirección transversal $b_m=100$ mm; altura en dirección radial, incluyendo la zapata polar, $h_m=113,5$ mm; coeficiente calculado de arco polar $\alpha'=0,65$; sección de la culata (aproximadamente) $S_{cul}=28\times290$ mm$^2=78,4\times$

$\times 10^{-4}$ m². Los núcleos de los polos son de acero de la marca Э11, el núcleo del inducido, de acero de la marca Э12.

Valiéndonos de las dimensiones dadas del inducido y la ranura determinamos (véanse las figs. 2-1 y 2-6):

$$\tau=\frac{\pi D_a}{2p}=\frac{\pi\cdot 295}{4}=232 \text{ mm}; \quad t_1=\frac{\pi D_a}{Z}=\frac{\pi\cdot 295}{33}=28{,}1 \text{ mm};$$

$$b_{d1}=t_1-b_r=28{,}1-10{,}8=17{,}3 \text{ mm};$$

$$t_2=\frac{\pi(D_a-2h_d)}{Z}=\frac{\pi(295-2\cdot 36{,}2)}{33}=21{,}2 \text{ mm};$$

$$b_{d2}=21{,}2-10{,}8=10{,}4 \text{ mm};$$

$$t_{med}=\frac{1}{2}(t_1+t_2)=\frac{1}{2}(28{,}1+21{,}2)=24{,}7 \text{ mm};$$

$$b_{d.med}=t_{med}-b_r=24{,}7-10{,}8=13{,}9 \text{ mm}.$$

Como la máquina está dotada de sistema axial de ventilación, se puede considerar que la longitud media de los sistemas del inducido y del polo es

$$l'=\frac{l_a+l_m}{2}=\frac{140+135}{2}=137{,}5 \text{ mm}.$$

Efectuaremos el cálculo en unidades del sistema internacional SI y paralelamente en el sistema de unidades mixto. Aceptando la caída de tensión en el circuito del inducido $\Delta U=0{,}08U_n=19$ V, determinemos la f. e. m. $E_0=U_n+\Delta U=249$ V. Para la obtención de tal f. e. m. es necesario el flujo Φ_0 [veáse la fórmula (3-29)]:

$$\Phi_0=\frac{E_0 a}{pnN}=\frac{249\cdot 1}{2\cdot 16{,}15\cdot 524}=1{,}47\cdot 10^{-2} \text{ Wb}=1{,}47\cdot 10^6 \text{ Mx},$$

donde

$$n=970/60=16{,}15 \text{ r. p.s.};$$
$$N=Zs_r-2w_s=33\cdot 16-2\cdot 2=524.$$

Valiéndonos de la fórmula (2-10) hallamos:

$$B_\delta=\frac{\Phi_0}{\alpha'\tau l'}=\frac{1{,}47\cdot 10^{-2}}{0{,}65\cdot 232\cdot 10^{-3}\cdot 137{,}5\cdot 10^{-3}}=0{,}71 \text{ T}$$

o bien

$$B_\delta=\frac{\Phi_0}{\alpha'\tau l'}=\frac{1{,}47\cdot 10^6}{0{,}65\cdot 232\cdot 10^{-1}\cdot 137\cdot 5\cdot 10^{-1}}=7100 \text{ Gs}.$$

El coeficiente de entrehierro lo determinamos por la fórmula (2-15):

$$k_\delta=\frac{t_1+10\delta}{b_{d1}+10\delta}=\frac{28{,}1+10\cdot 2}{17{,}3+10\cdot 2}=1{,}29.$$

Entonces la f. m. del entrehierro por la fórmula (2-16) será

$$F_\delta=\frac{2}{\mu_0}B_\delta\delta k_\delta=\frac{2}{4\pi\cdot 10^{-7}}0{,}71\cdot 2\cdot 10^{-3}\cdot 1{,}29=\frac{2}{4\pi\cdot 10^{-1}}7100\cdot 2\cdot 10^{-1}\cdot 1{,}29=2920A.$$

Para determinar la inducción en los dientes tomamos el coeficiente de llenado del paquete con acero $k_a=0{,}9$, entonces por la fórmula (2-21a) hallamos:

$$B_{d1}=\frac{B_\delta t_1 l'}{k_a b_{d1} l}=\frac{0{,}71\cdot 28{,}1\cdot 10^{-3}\cdot 137{,}5\cdot 10^{-3}}{0{,}9\cdot 17{,}3\cdot 10^{-3}\cdot 137{,}5\cdot 10^{-3}}=1{,}28 \text{ T}=12\,800 \text{ Gs}.$$

La inducción en el sentido de la altura del diente varía de modo inversamente proporcional a la anchura del mismo, en correspondencia con esto tenemos:

$$B'_{d.\,med} = B'_{d1}\frac{b_{d1}}{b_{d.\,med}} = 1{,}28\,\frac{17{,}3}{13{,}9} = 1{,}60\ \text{T} = 16\,000\ \text{Gs};$$

$$B'_{d2} = B'_{d1}\frac{b_{d1}}{b_{d2}} = 1{,}28\,\frac{17{,}3}{10{,}4} = 2{,}14\ T = 21\,400\ \text{Gs}.$$

Valiéndonos de las curvas para el acero Э12 representadas en la fig. *I*-25 hallamos $H_{d1}\cdot 10^{-2} = 11$ A/m y $H_{d.med}\cdot 10^{-2} = 50$ A/m. Por la fórmula (2-20) determinamos el coeficiente $k_{d2} = 1{,}26$ y por la curva correspondiente de la fig. 2-8 hallamos $H_{d2}\cdot 10^{-2} = 500$ A/m. Como $h_d = h_r = 3{,}62$ cm, haciendo uso de las fórmulas (2-22) y (2-23), obtenemos para $E_0 = 249$ V:

$$H_d\cdot 10^{-2} = \frac{1}{6}(H_{d1} + 4H_{d.\,med} + H_{d2}) = \frac{1}{6}(11 + 4\cdot 50 + 500) = 119\ \text{A/m}$$

y

$$F_d = 2H_d h_d = 2\cdot 119\cdot 3{,}62 = 860\ \text{A}.$$

La altura del soporte del inducido es

$$h_a = \frac{D_a - 2h_d - D_{a.\,int}}{2} = \frac{295 - 2\cdot 36\cdot 2 - 70}{2} = 76{,}3\ \text{mm}.$$

La inducción en el soporte del inducido por la fórmula (2-24) es igual a

$$B_a = \frac{\Phi_0}{2h_a l k_a} = \frac{147\cdot 10^{-2}}{2\cdot 76{,}3\cdot 10^{-3}\cdot 140\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}9} = 0{,}76\ \text{T} = 7600\ \text{Gs}.$$

La intensidad del campo magnético correspondiente a esta inducción, es $H_a \times \times 10^{-2} = 3$ A/m. La longitud de la línea magnética media en el soporte del inducido se determina como 1/4 de la circunferencia de diámetro $D_a - 2h_d - h_a = 29{,}5 - 2\times \times 3{,}62 - 7{,}63 = 14{,}63$ cm; por consiguiente,

$$L_a = \frac{\pi\cdot 14{,}63}{4} = 11{,}5\ \text{cm}$$

y

$$F_a = 3\cdot 11{,}5 \approx 35\ \text{A}.$$

Para determinar la f. m. del polo y la culata, tomamos el coeficiente de dispersión $k_\sigma = 1{,}25$ (véase la tabla 2 2); entonces

$$\Phi_m = k_\sigma \Phi_0 = 1{,}25\cdot 1{,}47\cdot 10^{-2} = 1{,}83\cdot 10^{-2}\ \text{Wb} = 1{,}83\cdot 10^6\ \text{Mx}.$$

La inducción en el núcleo del polo es

$$B_m = \frac{\Phi_m}{S_m} = \frac{1{,}83\cdot 10^{-2}}{135\cdot 10^{-3}\cdot 100^{-3}} = 1{,}35\ \text{T} = 13\,600\ \text{Gs}.$$

Valiéndonos de la curva para el acero Э11 dada en la fig. *I*-25 hallamos $H_m\cdot 10^{-2} = 14$ A/m, entonces $F_m = 2H_m h_m = 2\cdot 14\cdot 11{,}35 = 318$ A.

Para la culata tenemos:

$$B_{cul} = \frac{\Phi_m}{2S_{cul}} = \frac{1{,}83\cdot 10^{-2}}{2\cdot 78{,}4\cdot 10^{-4}} = 1{,}17\ \text{T} = 11\,700\ \text{Gs}.$$

Correspondientemente, para el acero fundido $H_{cul}\cdot 10^{-2} = 12$ A/m. La longitud L_{cul} de la línea magnética media en la culata se determina como 1/4 de la circunferencia de diámetro

$$D_a + 2\delta + 2h_m + h_{cul} = 295 + 2\cdot 2 + 2\cdot 113{,}5 + 28 = 554\ \text{mm} = 55{,}4\ \text{cm}.$$

Tabla 2-3

Parámetro	E_a, V				
	115	200	230	249	276
Φ_δ, Wb	$0,68 \cdot 10^{-2}$	$1,18 \cdot 10^{-2}$	$1,36 \cdot 10^{-2}$	$1,47 \cdot 10^{-2}$	$1,63 \cdot 10^{-2}$
B_δ, T	0,338	0,572	0,657	0,710	0,790
F_δ, A siendo $k_\delta = 1,29$	1350	2350	2700	2920	3240
B_{d1}, T	0,61	1,03	1,18	1,28	1,42
$B_{d.med}$, T	0,76	1,29	1,48	1,60	1,78
B_{d2}, T	0,89	1,72	1,98	2,14	2,38
$H_{d1} \cdot 10^{-2}$, A/m siendo $k_{d1} = 0,80$	1,5	5,5	8,0	11,0	18,0
$H_{d.med} \cdot 10^{-2}$, A/m siendo $k_{d.med} = 0,97$	3	11	24	50	100
$H_{d2} \cdot 10^{-2}$, A/m siendo $k_{d2} = 1,26$	4	90	230	500	1200
$H_d \cdot 10^{-2}$, A/m	3	23,2	55,6	119	270
F_d, A	22	168	403	860	1955
B_a, T	0,35	0,61	0,70	0,76	0,84
$H_a \cdot 10^{-2}$, A/m	—	1,5	2,6	3,0	3,5
F_a, A	—	18	30	35	40
Φ_m, Wb siendo $\sigma = 1,25$	$0,84 \cdot 10^{-2}$	$1,47 \cdot 10^{-2}$	$1,69 \cdot 10^{-2}$	$1,83 \cdot 10^{-2}$	$2,03 \cdot 10^{-2}$
B_m, T	0,63	1,09	1,26	1,36	1,51
$H_m \cdot 10^{-2}$, A/m	2,2	6,5	10	14	27
F_m, A	50	148	227	318	614
B_{cul}, T	0,54	0,94	1,08	1,17	1,30
$H_{cul} \cdot 10^{-2}$, A/m	4,3	8,5	10	12	16
F_{cul}, A	187	370	435	522	695
F_0, A	1607	3054	3795	4655	6544
i_0, A	0,643	1,22	1,52	1,86	2,62

Por consiguiente,

$$L_{cul} = \frac{\pi \cdot 55,4}{4} = 43,5 \text{ cm y}$$

$$F_{cul} = H_{cul} L_{cul} = 12 \cdot 43,5 = 522 \text{ A}.$$

La f. m. por un par de polos, necesaria para crear el flujo principal $\Phi_0 = 1,47 \cdot 10^{-2}$ Wb, es

$$F_0 = F_\delta + F_d + F_a + F_m + F_{cul} = 2920 + 860 + 35 + 318 + 522 = 4655 \text{ A}.$$

El arrollamiento de excitación shuntado tiene en el polo 1250 espiras de hilo de sección circular de diámetro $d = 1$ mm, con una sección $s_0 = 0,785$ mm, por eso la corriente de excitación será

$$i_0 = \frac{4655}{1250 \cdot 2} = 1,86 \text{ A}.$$

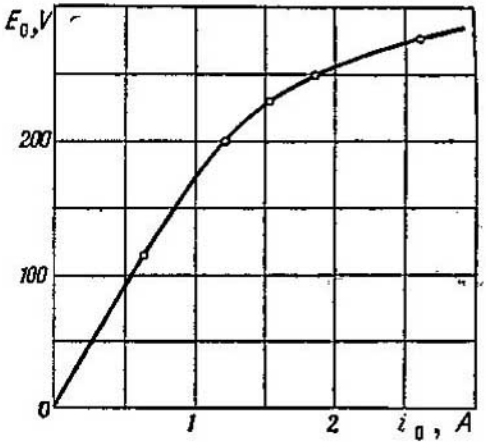


Fig. 2-12. Característica de la marcha en vacío del generador PN-290

La densidad de corriente en el arrollamiento de excitación resulta igual a

$$j_0 = \frac{i_0}{s_0} = \frac{1,86}{0,785} = 2,38 \text{ A/mm}^2.$$

De modo semejante se calculan las corrientes de excitación para otras tensiones (tabla 2-3), después de lo cual se puede trazar la curva de la f. e. m. E_0 en función de la corriente de excitación i_0 de la máquina, representada en la fig. 2-12.

CAPÍTULO III

ARROLLAMIENTOS Y F.E.M. DEL INDUCIDO DE UNA MÁQUINA DE CORRIENTE CONTINUA

3-1. Observaciones preliminares

El devanado (arrollamiento) de inducido es el elemento más importante de la máquina, por cuanto con su participación directa transcurre la conversión de una forma de energía en otra. En correspondencia con esto al devanado se le plantean exigencias heterogéneas y con frecuencia contradictorias, entre las cuales las de mayor importancia son las siguientes: a) el devanado se debe fabricar con la mejor utilización del material respecto a su peso y rendimiento; b) el devanado debe asegurar la necesaria resistencia mecánica, termorresistencia y rigidez eléctrica de la máquina correspondientemente al plazo de funcionamiento normal de la misma (16—20 años); c) en las máquinas de corriente continua se deben asegurar las condiciones satisfactorias de toma de corriente del colector (ausencia de chisporroteo nocivo).

Comenzaremos el estudio de los devanados de inducido de una máquina de corriente continua con los *devanados anulares*, a pesar de que en la actualidad se emplean solamente *los devanados de tambor*. Esto se explica por el hecho de que entre los devanados anulares y los de tambor no existe gran diferencia en lo que se refiere al estudio de los procesos fundamentales durante el funcionamiento de las máquinas de corriente continua, pero el devanado anular, siendo menos perfecto en el sentido técnico, es al mismo tiempo mucho más sencillo que el de tambor. Esto permite estudiar la esencia del devanado, primero en los tipos más simples de devanados anulares y luego pasar al estudio de los devanados de tambor más complicados, puesto que, como muestra la experiencia, al iniciar el estudio de los devanados de inducido de las máquinas de corriente continua tal sucesión es la más conveniente.

Más arriba se dijo (véase el § 1-3) que en el devanado de inducido de la máquina de corriente continua se induce f.e.m. alterna. Para el análisis de esta f.e.m. construimos *las estrellas de los vectores de f.e.m. y los polígonos potenciales, o los polígonos de f.e.m.* Este procedimiento se practica también al estudiar los arrollamientos de las máquinas de corriente alterna y, por lo tanto, tiene mucha importancia en la teoría de las máquinas eléctricas. En muchos casos este procedimiento es el

único medio seguro para comprender la esencia complicada del devanado y hacerse una idea clara de las f.e.m. inducidas en él.

Al exponer los arrollamientos anulares no tocaremos los problemas de su tecnología, puesto que en la actualidad desde este punto de vista ellos no representan ningún interés

3-2. Clasificación de los devanados de inducido de las máquinas de corriente continua

Independientemente del tipo de inducido (anular o de tambor) existen los siguientes tipos de devanados de inducido de las máquinas de corriente continua: a) simple de lazo; b) simple ondulado; c) combinado de lazo; d) combinado ondulado.

Los devanados simples forman siempre un solo sistema de conductores cerrado en sí mismo, mientras que los devanados combinados pueden formar tanto uno, como varios de estos sistemas. En el primer caso al devanado combinado lo llamaremos *ordinario*, y en el segundo caso, *múltiple*.

En el primer período de evolución de las máquinas de corriente continua adquirieron cierta importancia los así llamados devanados abiertos, pero hoy día ellos representan solamente interés histórico.

3-3. Principio de fabricación de los devanados simples de un inducido anular y sus características fundamentales

El elemento fundamental de cualquier devanado del inducido de una máquina de corriente continua es *la sección*.

Se llama sección una parte del devanado de inducido, compuesta de una, dos o en el caso general de varias espiras y conectada a dos láminas de colector, sucesivas por el esquema del devanado.

Para mayor sencillez, representaremos sólo secciones de una espira.

En la fig. 3-1 vienen dadas tres secciones de un devanado de lazo simple, que se caracteriza por que *el comienzo y el final de cada sección se conectan a dos delgas consecutivas*, por ejemplo, la sección *1*, a las delgas *1* y *2*, la sección *2*, a las delgas *2* y *3*, etc. Para bobinar el devanado en forma de sistema cerrado en sí mismo, *el comienzo de cada sección subsiguiente se empalma al final de la sección precedente*. Por ejemplo, a la delga *2* se conectan el final de la sección *1* y el comienzo de la sección *2*, a la delga *3*, el final de la sección *2* y el comienzo de la sección *3*, y así sucesivamente. El conductor que conecta el devanado al colector se empalma en la línea media de la delga, la cual se toma como punto de partida para contar las divisiones del colector. Aquí y en la exposición que sigue co-

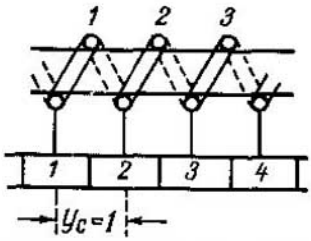


Fig. 3-1. Sección del arrollamiento del lazo simple de un inducido de anillo

mo división del colector consideraremos la anchura de una delga junto con el aislamiento que la separa de la delga contigua.

La distancia y_c entre las divisiones del colector a las que está conectada la sección, medida por el número de divisiones del colector, se llama paso del devanado en el colector o simplemente paso de delgas.

Como vemos, en un devanado de lazo simple el paso en el colector es igual a una división del colector, es decir,

$$y_c = 1. \tag{3-1}$$

En la fig. 3-2 se representan las secciones *1*, *6*, *11* y *2* de un devanado ondulado simple; este devanado se caracteriza por que al bobinarlo recorremos el inducido y correspondientemente el colector, colocando en el inducido debajo de cada par de polos una sección y abarcando en el colector un paso y_c. El requisito fundamental que debe satisfacer un devanado ondulado simple, consiste en que *después de un recorrido del inducido y correspondientemente del colector debemos llegar a la división del colector contigua a la de partida, situada a la izquierda o a la derecha de ella.* Si máquina tiene p pares de polos y el colector consta de K divisiones, entonces en un recorrido colocamos en el inducido p secciones, y en el colector nos desplazamos a py_c divisiones. De acuerdo con la condición,

$$py_c = K \mp 1,$$

de donde

$$y_c = \frac{K \pm 1}{p}. \tag{3-2}$$

Sea, por ejemplo, en la máquina representada en la fig. 3-2, $p=3$ y $K=14$, entonces

$$y_c = \frac{14+1}{3} = 5.$$

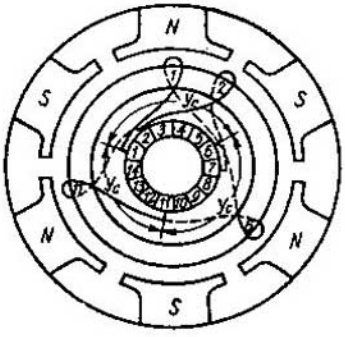


Fig. 3-2. Secciones de una espira del arrollamiento ondulado simple de un inducido de anillo

Supongamos que la primera sección la colocamos debajo de la línea media del polo norte y abarcamos el primer paso $y_c=5$, uniendo la división *1* con la división $1+5=6$. La segunda sección, que le sigue a la primera de acuerdo al esquema del devanado, la colocamos *aproximadamente* debajo de la línea media del segundo polo norte, abarcamos en el colector el segundo paso $y_c=5$ y unimos la división *6* con la división $6+5=11$. Finalmente, la tercera sección, que le sigue a la segunda de acuerdo al esquema del devanado, la colocamos aproxima-

damente debajo de la línea media del tercer polo norte y, abarcando en el colector el tercer paso $y_c=5$, llegamos a la división $11+5=16-$ $-14=2$, que está contigua a la división inicial y la sobrepasa en una división de colector.

Pero si tuvieramos $p=3$ y $K=16$, entonces obtendríamos el mismo paso $y=5$, sin llegar una división de colector hasta la primera:

$$y_c=\frac{16-1}{3}=5.$$

Comparando las secciones de los devanados de lazo y ondulado simples (figs. 3-1 y 3-2), vemos que la diferencia principal entre ellos consiste en que en el primero $y_c=1$, es decir, es considerablemente menor que un paso polar, mientras que en el segundo el paso es $y_c \approx K/p$, es decir, es aproximadamente igual al doble del paso polar, medido por el número de divisiones de colector.

Puesto que independientemente del tipo de devanado a cada delga se conecta el final de una sección y el comienzo de la siguiente, entonces, por consiguiente, a cada sección del devanado del inducido le corresponde una división de colector. Si el número de secciones es S y el número de divisiones del colector es K, entonces

$$S=K. \tag{3-3}$$

Las relaciones aquí establecidas (3-1), (3-2) y (3-3) para los devanados simples de un inducido anular son absolutamente válidas para los devanados simples de un inducido de tambor.

3-4. Devanado de lazo simple de un inducido anular

El bobinado de un devanado de lazo simple sobre un inducido anular es bastante sencillo. Sea, por ejemplo, $2p=4$ y $S=K=14$ (fig. 3-3, *a*, *b*). Dispongamos las secciones uniformemente por la

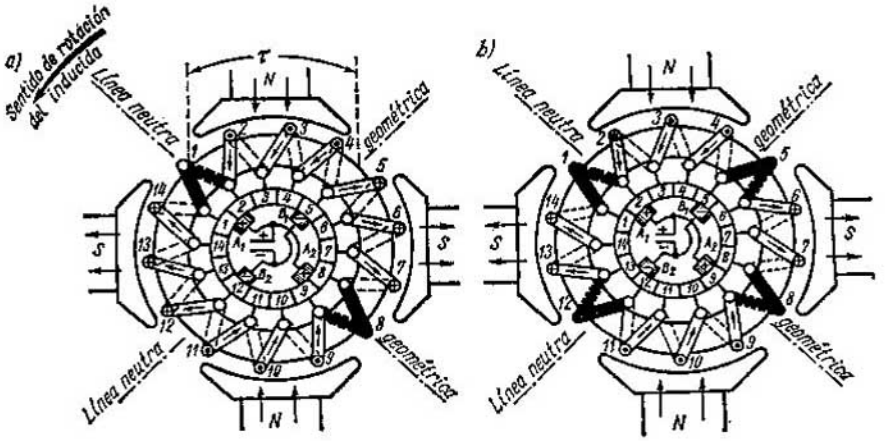


Fig. 3-3. Esquema radial del arrollamiento de lazo simple de un inducido de anillo: $2p=4$; $S=K=14$

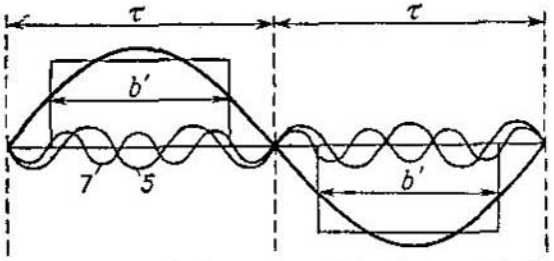


Fig. 3-4. Descomposición de la curva de inducción de cálculo en curvas armónicas principal y superiores

circunferencia del inducido y numerémoslas en orden consecutivo en una dirección, por ejemplo, en el sentido de las agujas del reloj. Conectemos el comienzo de la sección *1* a la delga que designamos también con la cifra *1*, y numeremos todas las delgas en la misma sucesión que las secciones del inducido. Para obtener un devanado de lazo simple, es suficiente unir entre sí todas las 14 secciones consecutivamente en el orden de su disposición en el inducido, abarcando un paso de delgas $y_c=1$ cada vez que se coloca una sección.

Al girar tal devanado en un campo magnético, creado por los polos principales, en él se induce f.e.m. Para aclarar el carácter de este proceso, examinemos primero la f.e.m. de una sección.

El rasgo característico de la sección de un inducido anular es que tiene *sólo un lado activo*, dispuesto en la superficie exterior del inducido, mientras que el otro lado de la sección, dispuesto en la cavidad interior del inducido, no es activo, por cuanto en esta cavidad no existe flujo magnético. A base de esto podemos hablar de la f.e.m. teniendo en cuenta solamente la f.e.m. del lado activo de la sección.

Más arriba (véase la fig. 2-3) vimos que la curva de distribución de la inducción magnética en el entrehierro bajo el polo tiene un carácter próximo al trapezoidal, y la sustituimos por el rectángulo de cálculo. En la fig. 3-4 vienen dados dos rectángulos correspondientemente a un par de polos. Podemos descomponerlos en una serie de curvas armónicas, compuesta de la curva armónica fundamental o primera y de las curvas armónicas de orden superior (en la fig. 3-4 se muestran las curvas armónicas quinta y séptima). Despreciando las curvas armónicas de orden superior, se puede considerar que la inducción en el entrehierro debajo de los polos está distribuida sinusoidalmente. En este caso, a cada par de polos, o sea, a un paso polar doble 2τ por la circunferencia del inducido, le corresponde una sinusoide completa de la curva de distribución de la inducción en el entrehierro. Si la máquina tiene p pares de polos, entonces en la circunferencia del inducido caben p sinusoides. La máquina representada en la fig. 3-3 tiene $p=2$, por consiguiente, en la circunferencia del inducido se distribuyen dos ondas de la sinusoide de la inducción magnética (fig. 3-5, *a*). En las

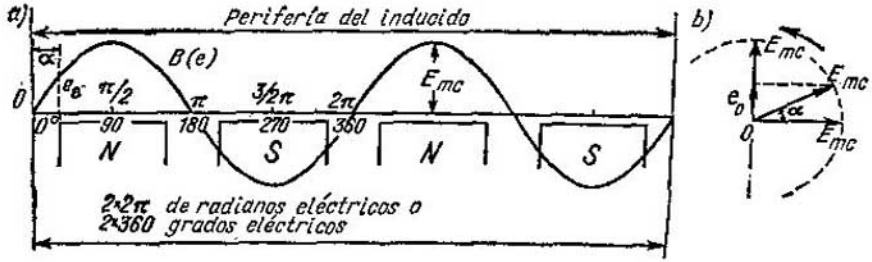


Fig. 3-5. Noción sobre el ángulo eléctrico (*a*) y método vectorial de representación de la f. e. m. sinusoidal (*b*)

medidas angulares, una sinusoide completa corresponde a 2π radianes ó 360°. Así pues, la circunferencia del inducido, que corresponde *geométricamente* al ángulo de 2π ó 360°, en el *sentido eléctrico* corresponde a un ángulo de $p \cdot 2\pi$ ó $p \cdot 360°$. Por esta razón, los angulos $p \cdot 2\pi$ y $p \cdot 360°$ se llaman *ángulos eléctricos*, en correspondencia con lo cual se emplean también los términos *radianes eléctricos o grados eléctricos*. De lo dicho se deduce que un radian o grado geométrico corresponde a p radianes eléctricos o p grados eléctricos. En lo sucesivo, si no existe una indicación especial, expresaremos los ángulos sólo en *radianes eléctricos o* en *grados eléctricos*.

Al girar el inducido en un campo sinusoidal en la sección se induce f.e.m., que varía también sinusoidalmente con el tiempo [véase la fórmula (1-1a)]. Así, la curva sinusoidal representada en la fig. 3-5, *a*, que determina la distribución de la inducción en el entrehierro debajo de los polos, es decir, en el espacio, es al mismo tiempo la curva de variación de la f.e.m. inducida en la sección a velocidad constante de rotación del inducido, en función del tiempo.

Como se mostró en el § *I*-5, toda curva sinusoidal, y en particular la de la f.e.m., puede ser representada por un *vector de magnitud igual a la amplitud de la f.e.m.* (en nuestro caso a la amplitud de la f.e.m. de la sección $E_{m.s}$) *y que gira en sentido contrario a las agujas del reloj* con una frecuencia angular $\omega = 2\pi f = 2\pi\, pn$ (fig. 3-5, *b*). La proyección del vector $E_{m.s}$ sobre el eje de ordenadas da el valor instantáneo de la f.e.m. de la sección e_s.

Examinemos ahora el proceso de inducción de f.e.m. en el devanado del inducido de la fig. 3-3. Puesto que las secciones del devanado del inducido están distribuidas regularmente por su circunferencia, cada sección está desplazada con respecto a la contigua un ángulo

$$\alpha = \frac{p \cdot 2\pi}{S} \text{ radianes eléctricos} \qquad (3\text{-}4a)$$

o bien

$$\alpha = \frac{p \cdot 360°}{S} \text{ grados eléctricos.} \qquad (3\text{-}4b)$$

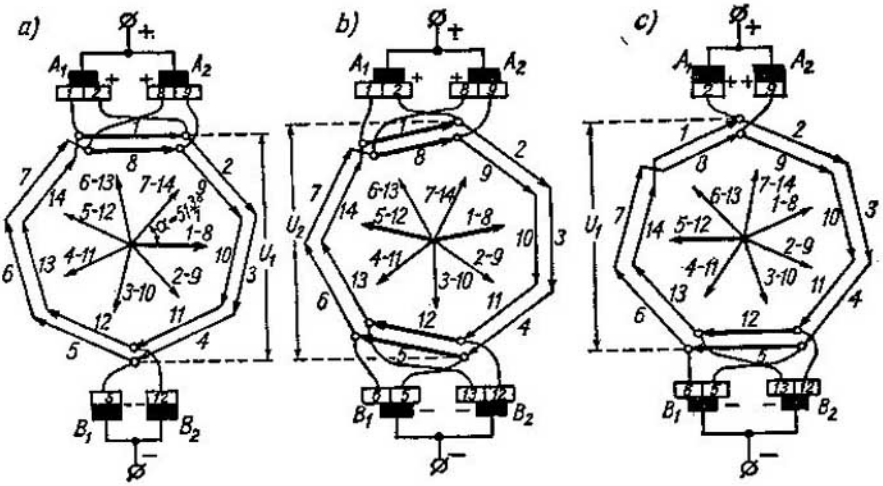


Fig. 3-6. Estrellas y polígonos de la f. e. m. del arrollamiento de la fig. 3-3 para tres instantes de tiempo distintos

En nuestro caso (véase la fig. 3-3) $p=2$ y $S=14$, por consiguiente,

$$\alpha = \frac{2 \cdot 360°}{14} = 51°3/7.$$

Para el instante representado en la fig. 3-3, *a*, el inducido ocupa una posición en la cual la sección *1* se encuentra en la línea geométrica neutra. Por consiguiente, la f.e.m. de esta sección $e_1=0$ y en el diagrama vectorial se representa por el vector *1*, abatido sobre el eje de abscisas (fig. 3-6, *a*).

En el sentido siniestro dado de rotación del inducido, la sección *2* sigue a la sección *1*, la sección *3* sigue a la sección *2*, etc. Por lo tanto, las f.e.m. de las secciones *2*, *3*, etc., *están retrasadas* respecto de las f.e.m. de las secciones *1*, *2*, etc., en un ángulo $\alpha=51°\ 3/7$. Por esta razón, en el diagrama vectorial debemos representar la f.e.m. de la sección *2* por medio de un vector *2* desplazado con respecto al vector *1* un ángulo $\alpha=51°\ 3/7$ *en el sentido contrario al de rotación de los vectores;* correspondientemente la f.e.m. de la sección *3*, por un vector *3* desplazado en el mismo sentido un ángulo de 51° 3/7 más, y así sucesivamente. Recorriendo las primeras siete secciones del devanado, obtendremos una estrella regular de siete rayos (puntas) de las f.e.m., compuesta de los vectores *1*, *2*, *3*, . . . , *7*. Si continuásemos recorriendo el devanado, el vector *8* coincidiría con el vector *1*, el vector *9*, con el vector *2*, y así sucesivamente. Esto significa que en las secciones *8*, *9*, *10*, . . . , *14* se inducen las mismas, por su magnitud y dirección, f.e.m. que en las secciones *1*, *2*, . . . , *7*. Como resultado se obtiene una segunda estrella de f.e.m. superpuesta a la primera y que se distingue de ésta sólo por la numeración de las secciones.

Como todas las secciones del devanado del inducido están conectadas entre sí en serie de modo que al final de la sección precedente se conecta el comienzo de la siguiente, las f.e.m. inducidas en las secciones se suman geométricamente. Para ello, desde el final del vector *1*, trazado paralelamente al vector *1* de la estrella de f.e.m. (fig. 3-6, *a*), trazamos el vector *2* igual y paralelo al vector *2* de la estrella de f.e.m., desde el final del vector *2*, trazamos un vector igual y paralelo al vector *3* de la estrella de f.e.m., y así sucesivamente. Como resultado obtenemos dos heptágonos equidimensionales que, sin embargo, para mayor claridad, se representan en la fig. 3-6, *a*, *b* y *c* separadamente.

Para obtener la tensión máxima en las escobillas, éstas deben estar colocadas en el colector por las líneas geométricas neutras. La anchura de la escobilla en el esquema dado en la fig. 3-3 se ha tomado igual a una división de colector. En la posición del inducido dada en la fig. 3-3, *a*, las escobillas A_1 y A_2 cortocircuitan las secciones *1* y *8*. Los vectores *1* y *8* de la estrella y el polígono de f.e.m. de la fig. 3-6, *a*, correspondientes a estas secciones, se han trazado con líneas gruesas. Para mostrar la relación que existe entre el polígono de f.e.m. y el colector, el comienzo y el final de los vectores *1* y *8* en la fig. 3-6, *a* están conectados a las delgas *1* y *2*, *8* y *9*, a las cuales están conectados el comienzo y el final de las secciones *1* y *8* en la fig. 3-3, *a*.

Al girar el inducido un ángulo $\alpha/4=12°6/7$ (fig. 3-3, *b*) la estrella y el polígono de f.e.m giran un mismo ángulo en el sentido de rotación de los vectores (fig. 3-6, *b*). En la posición examinada del inducido, las escobillas A_1 y A_2, B_1 y B_2 cortocircuitan las secciones *1* y *8*, *5* y *12*. Lo mismo que antes, los vectores *1—8* y *5—12* se muestran en la fig. 3-6, *b* con líneas gruesas y están conectados a las delgas correspondientes.

Si el inducido gira un ángulo más $\alpha/4$, la estrella y el polígono de f.e.m. giran a la posición mostrada en la fig. 3-6, *c*. Aquí resultan cortocircuitadas por las escobillas B_1 y B_2 sólo las secciones *5* y *12*. Al seguir girando el inducido, junto con las secciones *5* y *12* resultan cortocircuitadas las secciones *2* y *9* (el correspondiente polígono de f.e.m. no se muestra) y así sucesivamente.

Analizando los polígonos de f.e.m. en distintas posiciones del inducido, llegamos a una serie de conclusiones de gran importancia para comprender la construcción del devanado del inducido de una máquina de corriente continua y su funcionamiento.

A. F.e.m. de una parte dada del devanado. Más arriba (véase la fig. 3-5, *a*) vimos que en el caso de distribución sinusoidal de la inducción debajo de los polos, las f.e.m. de las secciones del devanado del inducido varían también sinusoidalmente en función del tiempo. Pero esto es también válido con respecto a cualquier grupo de secciones, es decir, con respecto a cualquier parte del devanado del inducido. Consideremos, por ejemplo, el grupo de secciones *1*, *2*, *3* del devanado del inducido representado en la fig. 3-3, *a*; las fuerzas electromotrices correspondientes a estas secciones se muestran en la fig. 3-7 con ayuda

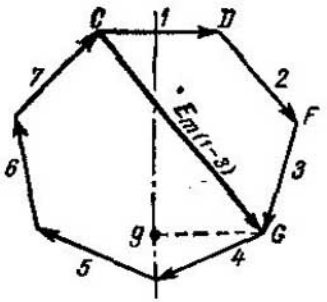


Fig. 3-7. F. e. m. de un grupo de secciones

de los vectores $\overline{CD}$, $\overline{DF}$ y $\overline{FG}$. Como cada vector del polígono representa la amplitud de la f.e.m. de la sección correspondiente, entonces, adicionando geométricamente los vectores $\overline{CD}$, $\overline{DF}$ y $\overline{FG}$, obtendremos la resultante $\overline{CG}$ que es la amplutid de la f.e.m. resultante $E_{m(1-3)}$ del grupo considerado de secciones. El valor instantáneo de la f.e.m. de este grupo e_{1-3} en un instante determinado se expresa por la proyección de la f.e.m. resultante sobre el eje de ordenadas. Al girar el inducido, el polígono y, por lo tanto, el vector de la f.e.m. resultante $\overline{CG}$ giran con una velocidad angular $\omega=2\pi f$ en sentido contrario a las agujas del reloj; además, el valor instantáneo de la f.e.m. e_{1-3} varía sinusoidalmente en función del tiempo, pasando por 0 cuando $\overline{CG}$ es perpendicular al eje de ordenadas, y alcanzando su valor máximo en el instante en que el vector $\overline{CG}$ es paralelo a dicho eje.

B. Número de ramas de un devanado de lazo simple. El esquema del devanado dado en la fig. 3-3, *a* se puede representar en forma de diagrama eléctrico de conexiones, tal como en la fig. 3-8. Vemos que en este caso el devanado del inducido se compone de cuatro partes que llamaremos *ramas*. Dentro de cada rama las secciones están conectadas *en serie* y se encuentran situadas entre dos escobillas contiguas de distinta polaridad. Así, por ejemplo, la rama compuesta de las secciones *2—3—4*, está situada entre las escobillas A_1 y B_1, la rama constituida por las secciones *5—6—7*, está situada entre las escobillas B_1 y A_2, y así sucesivamente. Si las escobillas se encuentran en la línea neutra (véase la fig. 3-3, *a*), entonces la f.e.m. de todas las secciones que forman la rama, están dirigidas en un mismo sentido y, por consiguiente, se suman, formando la f.e.m. de la rama E'_a. Por el contorno del devanado, las fuerzas electromotrices de dos secciones contiguas cualesquiera *se oponen* una a la otra y están mútuamente equilibradas si las fuerzas elec-

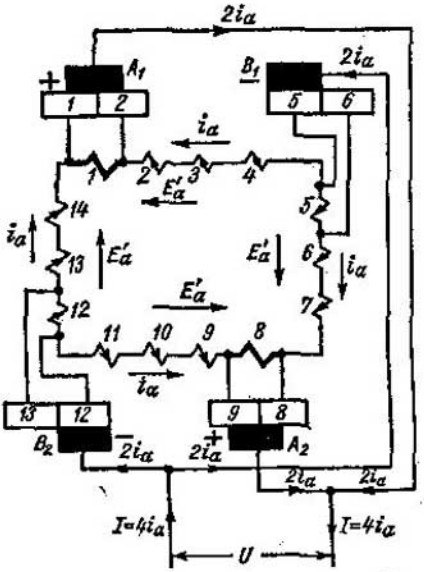


Fig. 3-8. Esquema eléctrico del arrollamiento de la fig. 3-3, *a*

tromotrices de ambas ramas E_a son de igual magnitud. Pero con respecto al circuito exterior todas las ramas del devanado funcionan *en paralelo*, a saber: a través de las escobillas A_1 y A_2 al circuito exterior pasa una corriente $2i_a+2i_a=4i_a$, donde i_a es la corriente de una rama; desde el circuito exterior la corriente $4i_a$ vuelve a la máquina a través de las escobillas B_1 y B_2. Dirigiéndonos ahora a la fig. 3-6, vemos que los vectores de f.e.m. de las secciones *1, 2, 3, . . . , 7*, situadas debajo de un par de polos y que forman un par de ramas paralelas, componen un polígono de f.e.m., y los de las secciones *8, 9, 10, . . . , 14*, situadas debajo del segundo par de polos, forman el segundo par de ramas paralelas y correspondientemente el segundo polígono de f.e.m.

Esta deducción puede ser generalizada para la variante de máquina con p pares de polos. Razonando análogamente, hallaremos que *en las máquinas de corriente continua con devanado de lazo simple, el número de pares de ramas "a" del devanado del inducido, determinado por el número de polígonos de f.e.m., es igual al número de pares de polos "p" de la máquina.* Así pues,

$$a=p \quad \text{o bien} \quad 2a=2p. \tag{3-5}$$

Esta relación es una de las características más importantes de un devanado de lazo simple.

Correspondientemente al número de pares de ramas $a=p$ o al número de polígonos de f.e.m., en el colector de la máquina con devanado de lazo simple se debe colocar un número de pares de escobillas (pernos portaescobillas) igual al número de pares de polos, con la particularidad de que todas las escobillas de una misma polaridad se conectan entre sí eléctricamente. Si lo mismo que antes E'_a y i_a son la f.e.m. y la corriente de una rama, y E_a y I_a son la f.e.m. de la máquina y la corriente entregada por ésta al circuito exterior o recibida por la misma del circuito, entonces

$$E_a = E'_a \tag{3-6a}$$

$$I_a=2ai_a. \tag{3-6b}$$

C. Pulsación de la tensión en las escobillas. Con un número finito de secciones del devanado del inducido, la tensión en las escobillas varía en ciertos límites en dependencia de la posición del inducido en el campo magnético. Esto se deduce fácilmente del examen de los polígonos de f.e.m. representados en la fig. 3-6, *a*, *b* y *c*. Vemos que la tensión en las escobillas varía (pulsa) en los límites de U_1 en la fig. 3-6, *a* hasta U_2 en la fig. 3-6, *b*; luego adquiere de nuevo el valor de U_1 en la fig. 3-6, *c*, etc.

Las pulsaciones de la tensión en las escobillas se producen en un intervalo mucho más amplio, si el polígono de f.e.m. está compuesto de un número par de lados (por ejemplo, de ocho, en la fig. 3-9, *a*, *b*).

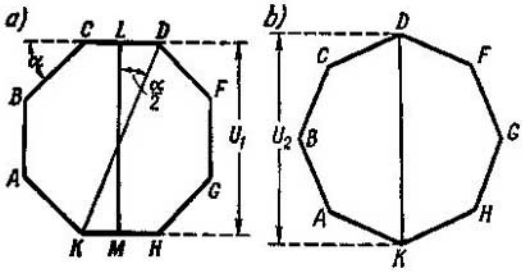


Fig. 3-9. Pulsación de la tensión en las escobillas para el caso de un número par de secciones en la rama del arrollamiento de un inducido

De la construcción se ve que

$$LM = U_1 = DK \cos\frac{\alpha}{2} = U_2 \cos\frac{\alpha}{2}.$$

El valor medio de la tensión en las escobillas es igual a la semisuma de las tensiones U_1 y U_2, es decir,

$$U_{\text{med}} = \frac{1}{2} U_2 \left(1 + \cos\frac{\alpha}{2}\right).$$

Esta tensión es mayor que U_1 y menor que U_2 en la magnitud

$$\Delta U = \frac{1}{2} U_2 \left(1 - \cos\frac{\alpha}{2}\right).$$

La pulsación de la f.e.m. se determina por la relación

$$\frac{\Delta U}{U_{\text{med}}} = \frac{\frac{1}{2} U_2 \left(1 - \cos\frac{\alpha}{2}\right)}{\frac{1}{2} U_2 \left(1 + \cos\frac{\alpha}{2}\right)} = \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{4}. \qquad (3\text{-}7)$$

Les recordamos, [veáse la fórmula (3-4, a)], que

$$\alpha = \frac{p \cdot 2\pi}{S} = \frac{\pi}{S/2p},$$

donde $S/2p = K/2p$ es el número de secciones o el número de divisiones de colector por polo.

A continuación se dan los valores de $\frac{\Delta U}{U_{\text{med}}} \cdot 100 = f\left(\frac{K}{2p}\right)$:

$K/2p$	1	2	3	5	8	15	30
$(\Delta U/U_{\text{med}}) \cdot 100$	100	17	7,2	2,5	0,97	0,28	0,07

Vemos que ya para $K/2p = 8$ la pulsación de la tensión es menor que el 1%, es decir, se hace prácticamente imperceptible:

$$\frac{\Delta U}{U_{\text{med}}} \cdot 100 = f\left(\frac{K}{2p}\right). \qquad (3\text{-}8)$$

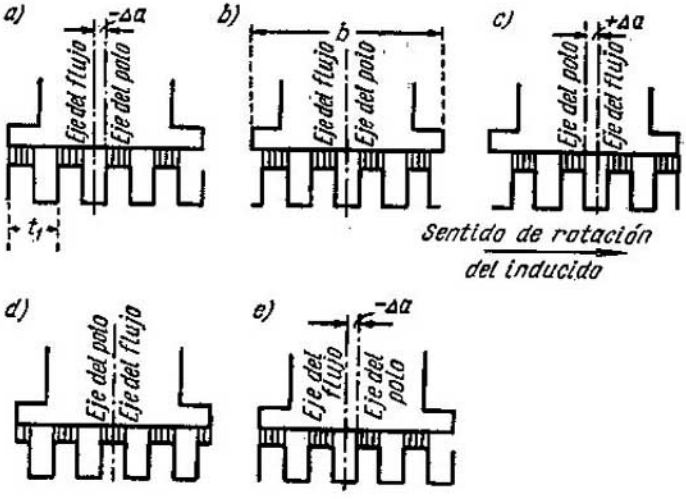


Fig. 3-10. Oscilaciones transversales del flujo magnético

Si el polígono de f.e.m. se compone de un número impar de lados, como en la fig. 3-6, entonces, razonando de modo análogo, obtendremos que la pulsación de la tensión disminuye casi cuatro veces $\left(\mathrm{tg}^2 \frac{\alpha}{8}\right)$.

Al calcular $\Delta U/U_{\text{med}}$ partíamos de la curva armónica fundamental del campo, pero un análisis más detallado demuestra que para los valores usuales del coeficiente de arco polar ($\alpha' \approx 2/3$) las curvas armónicas de orden superior prácticamente no influyen en la magnitud de la pulsación de la f.e.m.

Si el inducido es dentado, entonces la f.e.m. del devanado puede tener pulsaciones adicionales provocadas por las oscilaciones transversales o longitudinales del flujo magnético.

Supongamos que la anchura b de la zapata polar contiene *un número entero de pasos dentales* t_1, por ejemplo, $b=4t_1$ (fig. 3-10). En el instante representado en la fig. 3-10, *a*, el eje del flujo está desplazado respecto del eje del polo a la magnitud Δa en sentido opuesto al de rotación del inducido ($-\Delta a$). En los instantes siguientes, correspondientes al desplazamiento del inducido a un paso dental (fig. 3-10, *b*, *c*, *d*, *e*), el eje del flujo magnético realiza una oscilación completa *en dirección transversal respecto del eje del polo* ($-\Delta a$, $+\Delta a$, $-\Delta a$). Tales oscilaciones transversales del flujo provocan pulsaciones adicionales de la f.e.m., que se superponen a la f.e.m. fundamental de la máquina y que tienen una frecuencia $f_d = Zn$. Para debilitar estas pulsaciones se recomienda chaflanar las ranuras del inducido en un paso dental por el eje de la zapata polar, o bien sesgar los bordes de la zapata polar en el caso en que los dientes del inducido son rectos.

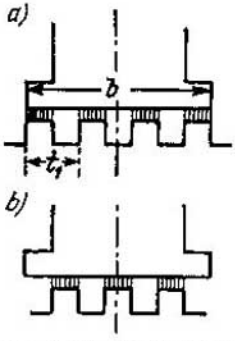


Fig. 3-11. Pulsaciones longitudinales del campo magnético

Supongamos ahora que el arco polar b no abarca un número entero de pasos dentales, por ejemplo, $b=3{,}5\ t_1$ (fig. 3-11). Confrontando las dos posiciones extremas del inducido en la fig. 3-11, *a* y *b*, vemos que al girar el inducido, el eje del flujo magnético ocupa una posición permanente en el espacio, pero la resistencia magnética (reluctancia) del entrehierro varía continuamente, puesto que debajo de la zapata polar aparecen alternativamente o cuatro, o tres dientes. A consecuencia de esto surgen pulsaciones *longitudinales* del flujo magnético y las correspondientes pulsaciones de la f.e.m. con la misma frecuencia que en el caso anterior $f_d=Zn$. Para disminuir la pulsación longitudinal del flujo y correspondientemente de la f.e.m. del inducido es conveniente tomar el número de ranuras por un par de polos impar, puesto que en este caso la variación de la reluctancia debajo de un polo se compensa notoriamente por la variación de esta resistencia debajo del otro polo.

D. Condición de simetría del devanado de un inducido anular. Examinando los polígonos de f.e.m. representados en la fig. 3-6, *a*, vemos que la suma geométrica de las f.e.m. de cada polígono es igual a cero. Físicamente esto se explica por el hecho de que en cada par de ramas, situadas debajo de los polos de distinta polaridad, se inducen fuerzas electromotrices de igual magnitud, pero dirigidas por el circuito del devanado en sentidos opuestos. Esto se verifica para cualquier posición del inducido con respecto a los polos. Dicho de otro modo, en el caso de simetría del campo magnético, las fuerzas electromotrices dentro del devanado se equilibran mútuamente independientemente de la posición del inducido en el campo magnético. Por consiguiente, dentro del devanado no surgen corrientes igualadoras, y, a base de esto, a estos devanados se les llama *equilibrados* o *simétricos*.

De lo dicho se desprende que todos los pares de ramas de un devanado simétrico deben estar compuestos de un mismo número entero de secciones, es decir,

$$S/a=K/a=\text{número entero (n. e.)}.$$

Esta condición tiene gran importancia, puesto que si no se cumple, entonces, esto significa que los distintos pares de ramas se componen de un número diferente de secciones, a consecuencia de lo cual en ellas se inducen fuerzas electromotrices de distinta magnitud. Como resultado, en el devanado del inducido surge corriente igualadora, la cual puede complicar considerablemente el funcionamiento de la máquina.

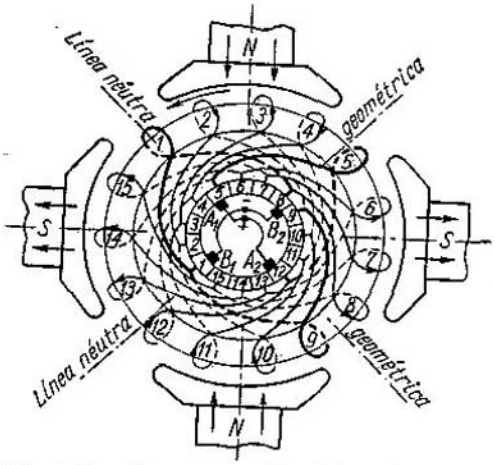


Fig. 3-12a. Esquema radial del arrollamiento ondulado simple del un inducido anular: $2p=4$; $S=K=15$

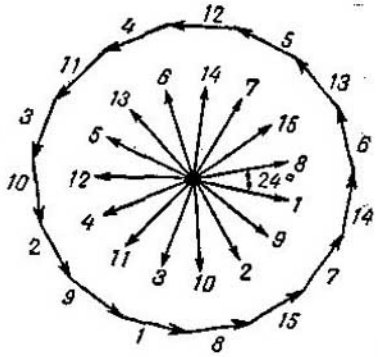


Fig. 3-12b. Estrella y polígono de la f. e. m. para el arrollamiento de la fig. 3-12a

3-5. Devanado ondulado simple de un inducido anular

Sean $2p=4$ y $S=K=15$ (fig. 3-12, *a*). De acuerdo con la fórmula (3-2) tenemos:

$$y_c = \frac{15 \mp 1}{2} = 7 \text{ ó } 8.$$

Consideremos la primera variante y construyamos la estrella de fuerzas electromotrices. El ángulo formado por dos secciones adyacentes en el inducido se determina por la fórmula (3-4b):

$$\alpha = \frac{2 \cdot 360^\circ}{15} = 48^\circ.$$

A este mismo ángulo están desplazados los vectores de las fuerzas electromotrices inducidas en las secciones *1*, *2*, *3*, . . . , *15* (fig. 3-12, *b*).

Para simplificar la construcción de la estrella de fuerzas electromotrices, se pueden escribir los números de las secciones o divisiones de colector, aceptando que en el instante dado la seccion *1* está situada en la zona neutra:

Número de la sección y de la división de colector	1	2	3	4	5	6	7	8
Angulo de desplazamiento (en grados eléctricos)	0	48	96	144	192	240	288	366
Número de la sección y de la división de colector	9	10	11	12	13	14	15	1
Angulo de desplazamiento (en grados eléctricos)	336+48=360+24	72	120	168	216	264	312	0

Como se ve, la estrella de fuerzas electromotrices está compuesta por 15 rayos, cada uno de los cuales está desplazado respecto al contiguo 24° (fig. 3-12, *b*). *Al bobinar un devanado ondulado simple las secciones se deben conectar en la misma sucesión que los rayos en la estrella de f.e.m.* Tomemos la sección *1* como inicial y situémosla en la línea neutra de tal modo que sus caras sean simétricas con respecto a la sección. Designemos también por *1* la delga a la que va conectado el comienzo de la sección *1*; entonces el final de la sección *1* se debe conectar a la delga $1+7=8$, abarcando en el colector un paso $y_c=7$. A la delga *8* conectamos el comienzo de la sección *8*, que está situada debajo del polo sur derecho; haciendo el siguiente paso en el colector llegamos a la delga $8+7=15$ y conectamos a ésta el comienzo de la sección *15*, que está situada debajo del polo sur izquierdo junto con la sección *1*; continuando el bobinado del devanado, conectemos entre sí en serie primero todas las secciones situadas debajo de ambos polos sur, y luego todas las secciones situadas debajo de ambos polos norte, cerrando el devanado en la sección inicial. A continuación se da el orden en que se conectan entre sí las secciones del devanado y correspondientemente las divisiones de colector:

Debajo de ambos polos sur — Debajo de ambos polos norte

1 — 8 — 15 — 7 — 14 — 6 — 13 — 5 — 12 — 4 — 11 — 3 — 10 — 2 — 9 — 1

En correspondencia con el orden de conexión de las secciones construimos el polígono regular de 15 lados cerrado en sí de las fuerzas electromotrices (fig. 3-12, *b*). Colocando las escobillas en las líneas neutras geométricas (fig. 3-12, *a*), podemos representar el devanado de la fig. 3-12, *a* en forma del esquema eléctrico dado en la fig. 3-13, *a*. Vemos que el grupo de secciones *12—4—11—3—10—2*, situadas

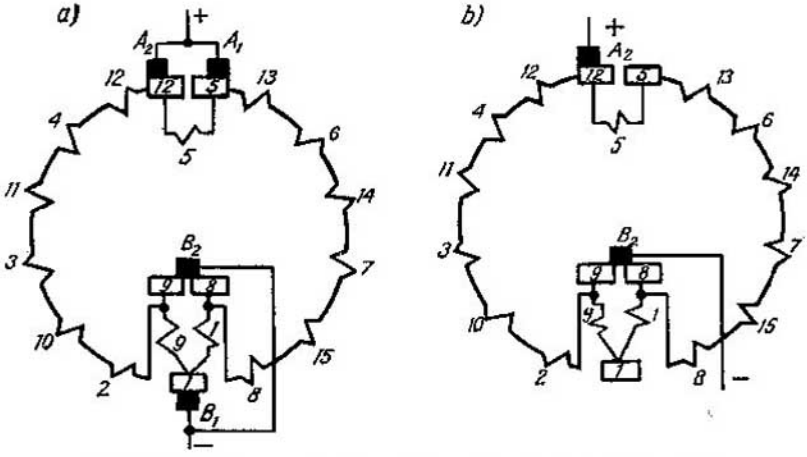


Fig. 3-13. Esquemas eléctricos del arrollamiento de la fig. 3-12a

debajo de los polos norte y que pertenecen a la parte izquierda del polígono de f.e.m., forma una rama del devanado del inducido, y el otro grupo de secciones *13—6—14—7—15—8*, situadas debajo de los polos sur y que pertenecen a la parte derecha del polígono de f.e.m., forman la segunda rama del devanado del inducido. De este modo, en el caso considerado, el número de pares de ramas paralelas, determinado por el número de polígonos de f.e.m., constituye $a=1$, mientras que el número de polos es $2p=4$. Pero el procedimiento de bobinado del devanado aceptado por nosotros no depende del número de polos, ya que cualquiera que sea el número de estos últimos, todas las secciones que se encuentran debajo de todos los polos de una misma polaridad las conectamos entre sí en serie, formando una rama del devanado, y todas las secciones debajo de los polos de otra polaridad, conectadas también en serie, forman la otra rama. Así pues, *en un devanado ondulado simple tenemos siempre, independientemente del número de polos, sólo un par de ramas del devanado del inducido y correspondientemente sólo un polígono de f.e.m.* Por consiguiente,

$$a=1 \quad \text{o bien} \quad 2a=2.$$

Esta propiedad del devanado ondulado simple es una de sus características más principales.

De acuerdo con el número de ramas del devanado podríamos limitarnos a colocar en el colector solamente dos escobillas, por ejemplo, las A_1 y B_1. Pero habitualmente se coloca el número completo de escobillas (pernos portaescobillas), es decir, igual al número de polos, como se muestra en la fig. 3-12, *a*. Esto se hace, en parte con el fin de distribuir la corriente en un número mayor de escobillas y con ello disminuir la longitud activa del colector, y principalmente con el fin de asegurar la simetría de ambas ramas. En efecto, al colocar el número completo de escobillas (fig. 3-13, *a*) tenemos tres secciones cortocircuitadas por las escobillas: las secciones *1* y *9* se cortocircuitan por la escobilla B_2, y la sección *5* se cortocircuita por las escobillas A_1 y A_2 a través de la barra de conexión (en la fig. 3-12, *a* las secciones cortocircuitadas están dibujadas con líneas gruesas). Del esquema se ve que ambas ramas del devanado están compuestas de seis secciones cada una, o sea, son semétricas.

Si se colocan solamente dos escobillas, por ejemplo, las A_2 y B_2 (fig. 3-13, *b*), las secciones *1* y *9* siguen cortocircuitadas, mientras que la sección *5* ahora pertenece a la rama izquierda del devanado, aumentando el número de sus secciones hasta siete. En este caso surge la asimetría de las ramas y la desigualdad de sus fuerzas electromotrices. También se debe tener en cuenta el hecho de que si el juego de escobillas es completo, las secciones *1* y *9* cortocircuitadas por las escobillas B_1 y B_2, están conectadas una respecto a la otra en paralelo, y si disponemos sólo de la escobilla B_2, entonces, en serie. En este último caso empeoran las condiciones de conmutación de la corriente (véase el § 5-9), cosa que es indudablemente indeseable. A base de estos razonamientos, en las máquinas con devanado ondulado simple

se coloca un número incompleto de pernos portaescobillas sólo en los casos en que la máquina carece de suficiente sitio para colocarlos, como, por ejemplo, en los motores de tracción de pequeña potencia.

De los esquemas de la fig. 3-13 se deduce que en la máquina con devanado ondulado simple, así como en la máquina con devanado de lazo simple, la tensión en las escobillas se determina por la f.e.m. de una sola rama del devanado, mientras que la corriente entregada por la máquina al circuito exterior, se determina por la suma de las corrientes de ambas ramas [véanse las fórmulas (3-6, *a*) y (3-6, *b*)].

3-6. Fuerza electromotriz de un inducido anular

De lo expuesto más arriba en los §§ 3-4 y 3-5 se deduce que, independientemente del tipo de devanado, la tensión entre las escobillas de distinta polaridad se determina por la suma de las fuerzas electromotrices de todas las secciones que forman en el instante dado una rama cualquiera del devanado. Consideraremos que las escobillas están colocadas en las líneas neutras geométricas (fig. 3-14, *a*) y que la tensión en los terminales eléctricos de la máquina es de magnitud constante, ya que con un número suficientemente grande de secciones del devanado las pulsaciones de la tensión en las escobillas se puede menospreciar.

Al girar el inducido en un campo magnético, en cualquier conductor, tomado arbitrariamente, del inducido se induce una f.e.m. $e_x = B_x l v$ [véase la fórmula (1-1)]. Si el devanado está compuesto de N conductores y forma $2a$ ramas paralelas, entonces cada rama del devanado está compuesta de $N/2a$ conductores conectados en serie; en un devanado de lazo estos conductores están situados debajo de un solo polo cualquiera (véase la fig. 3-3), y en un devanado ondulado, debajo de todos los polos de la polaridad dada (véase la fig. 3-12, *a*).

Para obtener la tensión E_a en las escobillas es necesario sumar las fuerzas electromotrices de todos los conductores que constituyen la

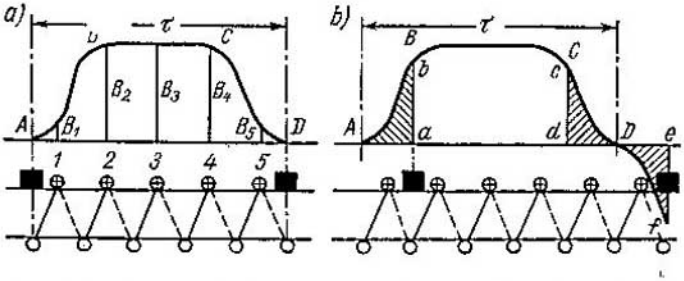


Fig. 3-14. F. e. m. de la rama en las escobillas, dispuestas en la línea neutra (*a*), y en las escobillas desplazadas de la línea neutra (*b*)

rama del devanado. Así pues,

$$E_a = e_1 + e_2 + e_3 + \ldots + e_{\frac{N}{2a}} = \sum_1^{\frac{N}{2a}} e_x =$$

$$= \left(B_1 + B_2 + B_3 + \ldots B_{\frac{N}{2a}}\right) lv = \sum_1^{\frac{N}{2a}} B_x\, lv. \qquad (3\text{-}9)$$

Con un número de secciones lo suficientemente grande

$$\sum_1^{\frac{N}{2a}} B_x = B_{\text{med}} \frac{N}{2a} = \text{const},$$

donde el valor medio de la inducción es

$$B_{\text{med}} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} B_x\, dx.$$

Entonces,

$$E_a = B_{\text{med}} \frac{N}{2a} lv.$$

La velocidad de rotación del inducido es

$$v = \pi D n = 2p \frac{\pi D}{2p} n = 2p\tau n.$$

Por consiguiente,

$$E_a = B_{\text{med}} \frac{N}{2a} l \cdot 2p\tau n$$

o, puesto que $B_{\text{med}} l\tau = \Phi$, tenemos finalmente:

$$\boxed{E_a = pn \frac{N}{a} \Phi. \qquad (3\text{-}10)}$$

Aquí por flujo Φ se debe entender el *flujo magnético útil*, o sea, el flujo utilizado en el inducido para la creación de f.e.m. Si las escobillas están colocadas en la línea neutra, como en las figs. 3-3,3-12, *a* o 3-14, *a*, entonces el flujo útil es igual al principal, es decir, $\Phi = \Phi_0$. Si desplazamos las escobillas de la línea neutra (fig. 3-14, *b*), entonces la rama del devanado se forma por las secciones con f.e.m. de distintos signos, lo que es equivalente a la disminución del flujo magnético útil en la magnitud de las áreas rayadas *Aab* y *Ddc=Def*. La parte utilizada del flujo se ha dejado en la fig. 3-14, *b* sin rayar. Es evidente que si desplazaramos las escobillas a la mitad de un paso polar $\tau/2$, el flujo util Φ y correspondientemente la tensión en los terminales eléctricos de la máquina serian iguales a cero.

3-7. *Principios del bobinado de los arrollamientos de tambor*

El inducido anular tiene una serie de defectos esenciales: elevado gasto de cobre (puesto que los conductores interiores del arrollamiento del inducido no son activos), condiciones difíciles de enfriamiento, sobre todo de los conductores interiores, la necesidad del bobinado a mano de los arrollamientos, etc. Por esta razón, en la actualidad el inducido anular ha sido desplazado totalmente por el de tambor. *Para convertir un inducido anular en uno de tambor, es necesario, sin alterar el orden de conexión de las secciones entre sí y con el colector, sacar sus lados no activos, situados en la cavidad interior del inducido anular, a su superficie exterior de tal modo que ambos lados de la sección puedan cortar las líneas del flujo magnético.* En la fig. 3-15 se muestra la sección del arrollamiento de un inducido de tambor. A las partes de la sección situadas en las ranuras las llamaremos *partes activas*, y a las partes de la sección con ayuda de las cuales los lados activos de ésta se conectan entre sí y con el colector las llamaremos *partes frontales* de la sección.

Así pues, la sección de un inducido de tambor tiene *dos* lados activos, mientras que la sección de un inducido anular, solamente uno. Pero como, de acuerdo a lo expuesto más arriba, el orden de conexión de las secciones del arrollamiento del inducido de tambor es el mismo que en el arrollamiento anular, entonces también los tipos fundamentales de arrollamientos, de lazo simple y ondulado simple, y sus características son en ambos casos las mismas. Por consiguiente, el arrollamiento del inducido de tambor es una repetición del arrollamiento del inducido anular, pero de mejores características, y, en particular, con mejor utilización del cobre.

Examinemos como hay que colocar la sección en la superficie de un inducido de tambor para obtener los mejores resultados desde el punto de vista de la creación de f.e.m.

En la fig. 3-16 vienen dadas tres secciones: *ab*, *cd* y *ef*. La anchura de la primera sección es $y_1=\tau$, la de la segunda es $y_1<\tau$, y la de la tercera $y_1>\tau$. El contorno de la primera sección abarca todo el flujo Φ, correspondiente al área *ABCDA*, los contornos de la segunda y tercera secciones abarcan solamente parte de este flujo, que corresponde a la parte no rayada del área *cgBChd*. Por eso la f.e.m. de la sección *ab* alcanza, siempre que sean iguales las demás condiciones, la mayor magnitud, es decir, $e_{cd}<e_{ab}>e_{ef}$. De este modo, *los lados ac-*

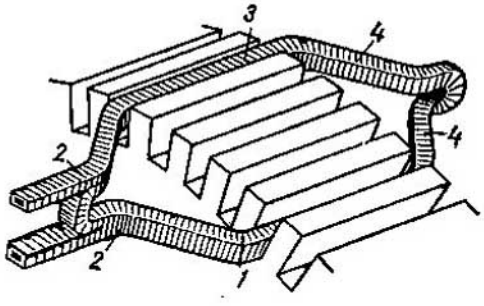


Fig. 3-15. Disposición de las secciones del arrollamiento de un inducido de tambor:
1 y *3* — partes activas superior e inferior; *2* y *4* — partes frontales

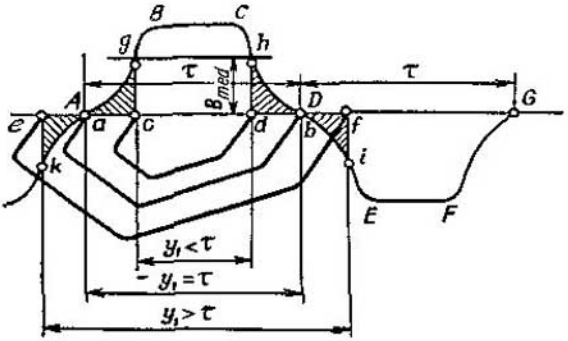


Fig. 3-16. Secciones de un inducido de tambor con paso entero, acortato y largo

tivos de las secciones del arrollamiento de tambor deben estar situados uno respecto al otro a una distancia igual, o aproximadamente igual, a un paso polar.

En la práctica, como regla general, se emplean solamente arrollamientos con paso entero (diametral) en los que $y_1=\tau$, y arrollamientos con paso acortado en los que $y_1<\tau$. Los arrollamientos con paso largo se emplean en casos excepcionales, puesto que para la creación de la misma f.e.m. que en un arrollamiento con paso acortado requieren más cobre en las partes frontales.

Puesto que en la proximidad de la zona neutra la inducción en el entrehierro cae bruscamente, una pequeña disminución (o un pequeño aumento) del paso del arrollamiento influye muy poco en la disminución del flujo que corta al contorno de la sección, y correspondientemente en la disminución de la f.e.m. del arrollamiento. Pero, al mismo tiempo, como veremos a continuación, tales arrollamientos presentan importantes ventajas en lo que se refiere a la conmutación de la corriente (véase el § 5-10).

La segunda particularidad característica del arrollamiento de tambor consiste en que se hace *de dos capas*, o sea, de tal modo que un lado activo de cada sección está situado en la parte superior de la ranura, y el otro, en la inferior (véase la fig. 3-15). Si colocáramos ambos lados de la sección en un mismo plano, entonces en tal arrollamiento de una capa las partes frontales de las secciones se intersecarían, lo que requeriría el doblado de estas partes, cosa extremamente indeseable desde el punto de vista de su construcción y bobinado.

A la capa situada cerca de la superficie exterior del inducido la llamaremos capa *superior*, y a la otra, *inferior*. La transición de una capa a otra se hace por la mitad de la parte frontal, como se muestra en la fig. 3-15.

Así pues, *el paso del arrollamiento de un inducido anular al arrollamiento de un inducido de tambor consiste en que el lado interior, no activo, de la sección del inducido anular se coloca en la superficie exterior del*

inducido de tambor a una distancia igual, o aproximadamente igual, a un paso polar, de tal modo que un lado de la sección está situado en la capa superior de la ranura, y el otro, en la inferior. Esto permite considerar que

el arrollamiento de tambor es un arrollamiento anular que, para un número dado de secciones, tiene doble número de lados activos.

3-8. Construcción de los arrollamientos de un inducido de tambor

El elemento constructivo fundamental del arrollamiento de un inducido de tambor de una máquina de corriente continua, así como del anular, es la *sección del arrollamiento*. Recordemos que *se llama sección a la parte del arrollamiento que se encuentra entre dos delgas sucesivas de acuerdo con el esquema del arrollamiento* (véase el § 3-3).

En el caso general la sección puede estar compuesta de $w_s > 1$ espiras y, por lo tanto, cada uno de sus lados consta de $w_s > 1$ conductores. En la fig. 3-17, *a*, *b* se muestran en forma esquemática las secciones de dos espiras de los arrollamientos de lazo y ondulado, los lados de cada una de las cuales constan de dos conductores. Las secciones más simples son las de una sola espira, ampliamente empleadas en las máquinas de potencia media y de alta potencia. En lo sucesivo consideraremos sólo los esquemas con secciones de una espira (los lados de las secciones situados en la capa superior los representaremos con líneas plenas, y en la capa inferior, con líneas de trazos), puesto que el aumento del número de espiras influye sólo en la magnitud de la f.e.m.

Según las partes frontales por el lado del colector se distinguen los arrollamientos que *no se cruzan* y los arrollamientos que *se cruzan*.

En la fig. 3-18, *a* y *b* están representadas las secciones de un arrollamiento de lazo de ambos tipos. En el primer caso la segunda sección, que sigue a la primera, se encuentra a la derecha de esta última, y en el segundo caso, a la izquierda de la misma. Por esta razón, al arrollamiento representado en la fig. 3-18, *a* se le suele llamar *derecho*, y al de la fig. 3-18, *b*, *izquierdo*.

Para apreciar el arrollamiento ondulado hay que hacer un recorrido completo del inducido y correspondientemente del colector. Si con esto no llegamos hasta la delga inicial (fig. 3-19, *a*), entonces el arrollamiento es del tipo que no se cruza, y si pasamos la delga inicial (fig. 3-19, *b*), entonces el arrollamiento es del tipo que se cruza. El primero se llama arrollamiento ondulado *izquierdo*, y el segundo, *derecho*.

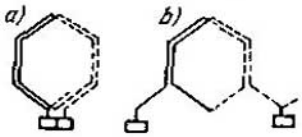


Fig. 3-17. Secciones de dos espiras de los arrollamientos:
a — de lazo simple; *b* — ondulado simple

Generalmente se da preferencia a los arrollamientos de lazo que no se cruzan, ya que éstos requieren un poco menos cobre para las partes frontales.

Según el procedimiento de realización de las partes frontales se distinguen los

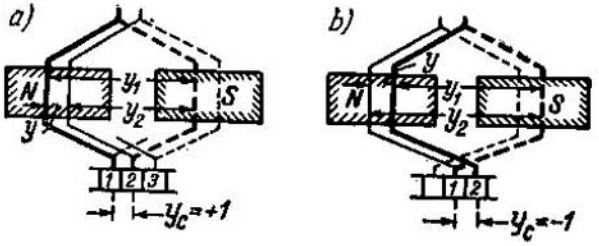


Fig. 3-18. Arrollamiento de lazo simple:
a — derecho; *b* — izquierdo

arrollamientos: *de secciones iguales*, en los que todas las secciones tienen iguales dimensiones (fig. 3-20, *a*) y *en tresbolillo*, en los que los comienzos de dos secciones cualesquiera están situados en una ranura real, y sus finales se encuentran en distintas ranuras, y en los cuales, por consiguiente, las partes frontales de las secciones tienen alternativamente distintas dimensiones (fig. 3-20, *b* y *c*).

Las secciones del arrollamiento se hacen de conductores de cobre de sección circular o rectangular, aislados con hilo de algodón, esmalte, seda, cinta de mica, etc.

Cuando el número de secciones es grande y el número de ranuras es relativamente pequeño (las máquinas de potencia media y de pequeña potencia) dos, tres, y en el caso general *n* secciones se unen constituyendo una bobina con aislamiento común respecto a la ranura.

En la fig. 3-21 viene dada una bobina de arrollamiento de lazo compuesta de tres secciones de una espira. El paso de la capa superior

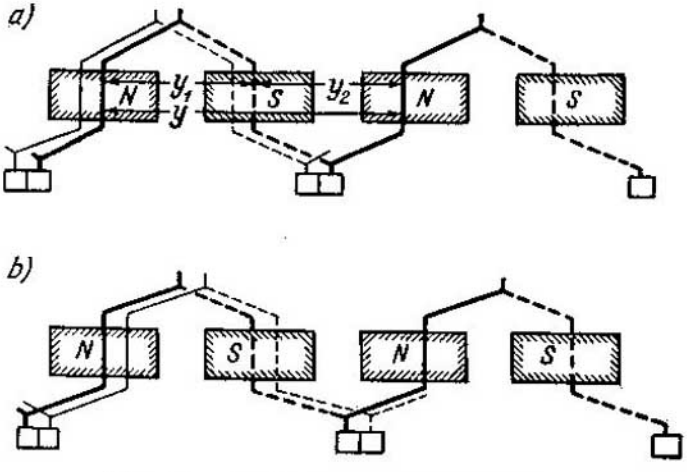


Fig. 3-19. Arrollamiento ondulado simple:
a — izquierdo; *b* — derecho

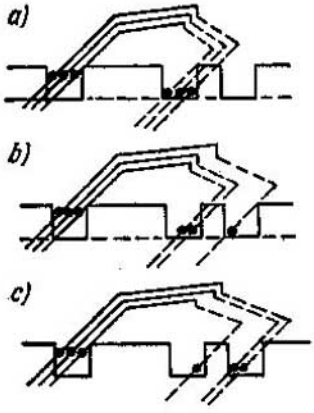


Fig. 3-20. Arrollamientos de iguales secciones y en tresbolillo

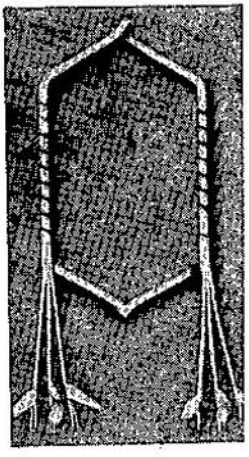


Fig. 3-21. Bobina compuesta de tres secciones de una espira

a la inferior se realiza doblando los conductores por la mitad de la parte frontal de la bobina. El arrollamiento hecho de tal modo se llama *de bobina*.

Cuando la sección transversal del conductor es grande, se hace difícil doblarlo en la parte frontal. En este caso se emplea el arrollamiento *de barras*, cada bobina del cual está compuesta por dos semibobinas. Al colocar el arrollamiento las partes superiores e inferiores de las semibobinas se conectan entre sí en las partes frontales con auxilio de estribos especiales por soldadura. En la fig. 3-22, *a* y *b* se muestran semibobinas compuestas de dos semisecciones de una espira de arrollamientos de lazo y ondulado de tipo de barras.

Para asegurar la forma requerida de las bobinas, éstas se producen usualmente con plantillas.

Las bobinas se colocan en ranuras ovaladas semicerradas o rectangulares semiabiertas o abiertas (fig. 3-23, *a*, *b*, *c*). En la fig. 3-23, *c* y *d* se muestra el método de aislamiento de las partes frontal y de ranura de las bobinas para una tensión de hasta 500 V.

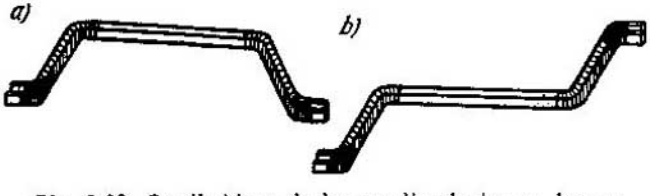


Fig. 3-22. Semibobinas de los arrollamientos en barras: *a* — de lazo; *b* — ondulado

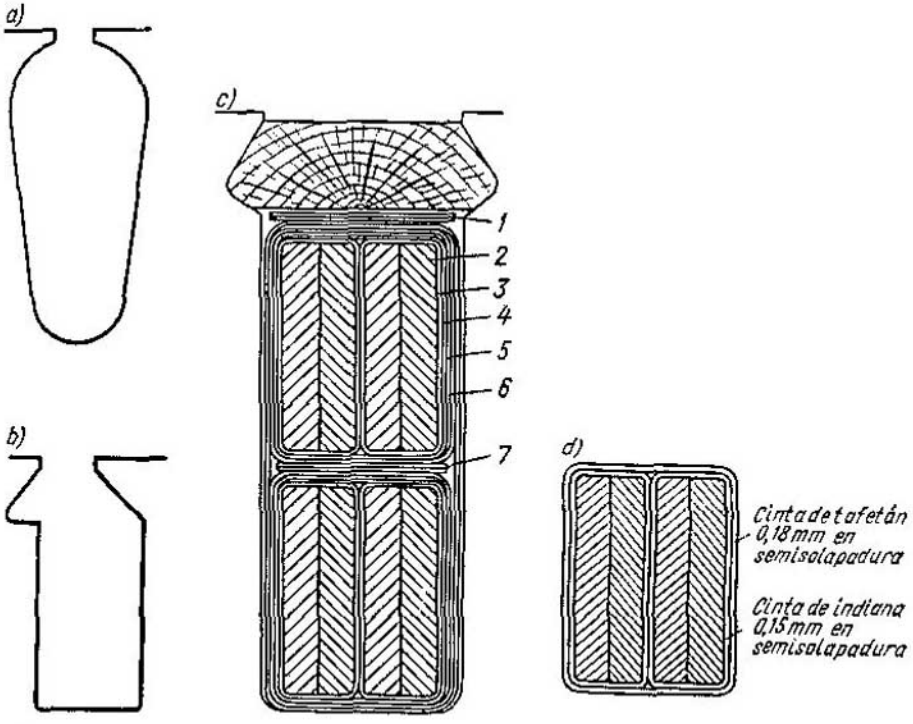


Fig. 3-23. Forma de las ranuras y procedimiento de aislamiento del devanado del inducido:

1 — cartón eléctrico; *2* — cobre; *3* — cinta de mica; *4* — hoja de mica; *5* — papel para guías de teléfono; *6* y *7* — cartón eléctrico

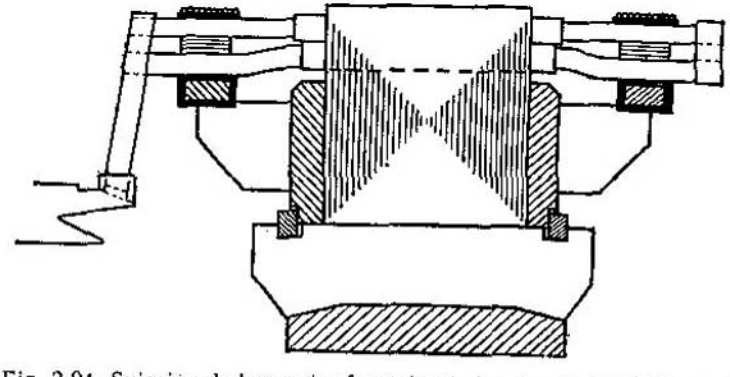


Fig. 3-24. Sujeción de las partes frontales de los devanados del inducido

La sujeción del arrollamiento en la parte de ranura se realiza: a) con auxilio de cuñas de madera dura (haya) o de material aislante, por ejemplo, cartón baquelizado, o bien b) con ayuda de bandajes de alambre de acero, colocado en ranuras especiales, previstas en el acero del inducido, de tal modo que el bandaje no salga fuera de los límites del diámetro exterior del inducido.

Las partes frontales del devanado del inducido se sujetan también con ayuda de bandajes de alambre (fig. 3-24), que aprietan con fuerza estas partes a la superficie de apoyo. La pieza que sostiene la parte frontal del arrollamiento se llama *soporte de arrollamiento*.

3-9. Pasos de un devanado

Para montar correctamente el arrollamiento en el inducido y conectarlo con el colector, es necesario conocer los pasos de arrollamiento en el inducido y en el colector.

A. Primer paso parcial de arrollamiento en el inducido. Se llama *primer paso parcial de arrollamiento en el inducido* o, abreviadamente, primer paso de arrollamiento y_1 *la distancia entre el primer lado activo de la sección y el segundo lado activo de la misma sección* (véanse las figs. 3-18 y 3-19). De acuerdo con el principio de cumplimiento de los arrollamientos de tambor, este paso debe ser igual o aproximadamente igual a un paso polar. En la práctica el paso y_1 se expresa por el número de ranuras reales que se contienen entre ambos lados activos de la sección. Pero en el estudio previo de los arrollamientos es más cómodo medir el paso y_1 en *ranuras elementales*, entendiendo por ranura elemental la que contiene dos lados activos (fig. 3-25, *a*). Tales ranuras se pueden encontrar en las máquinas con corriente de gran intensidad en la rama i_a. Si la ranura real contiene $4, 6, \ldots, 2u$ lados activos, entonces se puede dividir en $2, 3, \ldots, u$ ranuras elementales (fig. 3-25, *b* y *c*). Puesto que dos lados activos en la ranura, es decir, una ranura elemental, corresponden a una sección o a una división de colector, entonces

$$S = K = Z_e, \tag{3-11}$$

donde Z_e es el número de ranuras elementales.

Un paso polar contiene $Z_e/2p$ ranuras elementales. Pero con frecuencia $Z_e/2p$ no se divide entre $2p$ sin resto, mientras que de acuerdo al método adoptado por nosotros de medición el paso y_1 puede ser igual solamente a un número entero de ranuras elementales. Para cumplir esta condición, reducimos o alargamos el paso de la sección con respecto al paso polar en ε fracciones de ranura

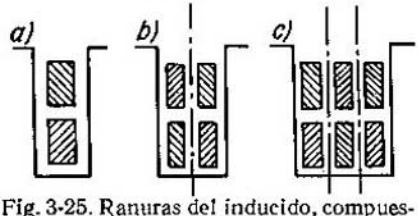


Fig. 3-25. Ranuras del inducido, compuestas de una (*a*), dos (*b*) y tres (*c*) ranuras elementales

elemental de modo que

$$y_1 = \frac{Z_e}{2p} \mp \varepsilon = \text{n. e. (número entero).} \qquad (3\text{-}12)$$

Por cuanto la fórmula (3-12) se desprende del principio de cumplimiento del arrollamiento de tambor, ella es válida con respecto a todo arrollamiento de tipo de tambor.

B. Segundo paso parcial de arrollamiento en el inducido. Se llama segundo paso parcial de arrollamiento en el inducido o, abreviadamente, segundo paso de arrollamiento y_2 *la distancia entre el segundo lado activo de la sección y el primer lado activo de la sección, que sigue a la primera de acuerdo con el esquema* (véanse las figs. 3-18 y 3-19). El segundo paso de arrollamiento, lo mismo que el primero, se mide en ranuras elementales.

C. Paso resultante de arrollamiento del inducido.

Se llama paso resultante de arrollamiento del inducido y la distancia, medida en ranuras elementales, entre los lados activos correspondientes (es decir, los lados situados en la capa superior o inferior) de dos secciones consecutivas de acuerdo con el esquema del arrollamiento (véanse las figs. 3—18 y 3—19).

Entre los pasos parciales del arrollamiento y su paso resultante existe una relación común para ambos tipos de arrollamientos:

$$y_2 = y - y_1. \qquad (3\text{-}13)$$

D. Paso del arrollamiento en el colector. Todo lo dicho anteriormente acerca del paso de arrollamiento en el colector y_c para los arrollamientos anulares (véase el § 3-3) es válido para los arrollamientos de tambor. Por consiguiente,

a) para el arrollamiento de lazo simple (véase la fig. 3-18, *a* y *b*)

$$\boxed{y_c = \pm 1; \quad (3\text{-}4)}$$

b) para el arrollamiento ondulado simple (véase la fig. 3-19, *a* y *b*)

$$\boxed{y_c = \frac{K \mp 1}{p}. \quad (3\text{-}15)}$$

Los signos superiores en las fórmulas (3-14) y (3-15) se refieren a los arrollamientos que no se cruzan, y los inferiores, a los que se cruzan.

Entre el paso del arrollamiento en el colector y_c y su paso resultante y existe una relación directa, que se deriva de la condición de que *el*

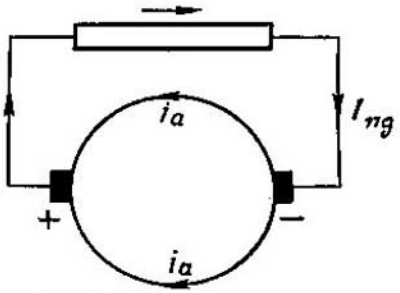


Fig. 3-26. Dirección de las corrientes en el devanado del inducido y en el circuito exterior del generador de corriente continua

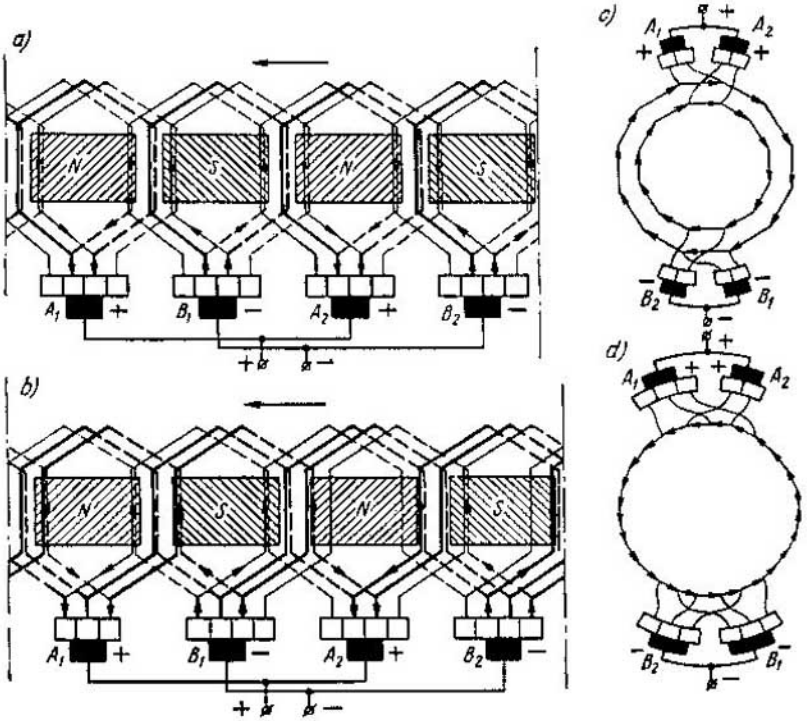


Fig. 3-27. Polaridad de las escobillas y polígonos de f. e. m. de los arrollamientos de lazo y ondulados que no se cruzan

paso del arrollamiento en el colector corresponda al paso del arrollamiento en el inducido. En los esquemas de los arrollamientos representados en las figs. 3-18 y 3-19 vemos que al colocar una sección hacemos un paso, es decir, nos desplazamos en el colector a y_c divisiones de colector y al mismo tiempo nos desplazamos en el inducido a y ranuras elementales. Para el bobinado correcto del arrollamiento estos pasos deben corresponder uno a otro, es decir, el paso del arrollamiento en el colector no debe estar avanzado ni retrasado con respecto al paso del arrollamiento en el inducido.

Como a una ranura elemental le corresponde una división de colector [véase la fórmula (3-11)], para la correspondencia de los pasos y_c e y es necesario que éstos sean numéricamente iguales entre sí, o sea,

$$y_c = y. \tag{3-16}$$

Esta fórmula, así como la fórmula (3-12), es válida para todo arrollamiento del inducido de tambor.

A continuación se examina una serie de ejemplos de arrollamientos simples del inducido de tambor. Los esquemas de los arrollamientos

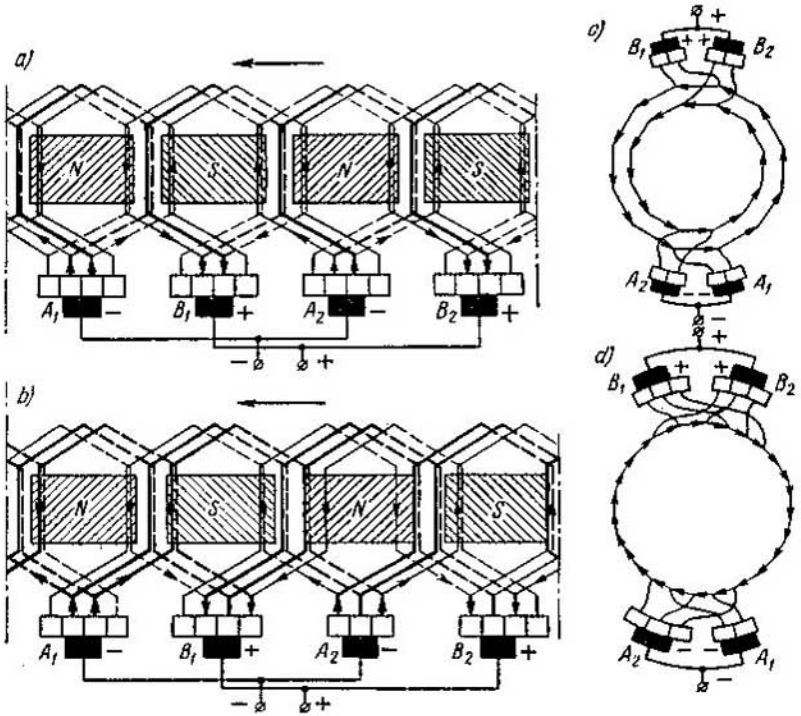


Fig. 3-28. Polaridad de las escobillas y polígonos de f. e. m. de los arrollamientos de lazo y ondulados que se cruzan

los representaremos en forma desarrollada, ya que este método es más sencillo y explicativo.

E. Reglas de comparación de los arrollamientos de lazo y ondulados del inducido. Al ejecutar los esquemas de los diferentes tipos de arrollamientos de lazo y ondulados del inducido de tambor, para la posibilidad de compararlos unos con otros elegimos para todos los casos un mismo sentido de rotación del inducido en el régimen de generador, en el sentido contrario a las agujas del reloj.

Por cuanto en el inducido de tambor los pasos del arrollamiento se eligen próximos al diametral, las escobillas cortocircuitan las secciones situadas en la zona neutra y que abarcan los polos norte y sur. Observando las condiciones indicadas se pueden obtener las reglas generales para todos los tipos de arrollamientos de lazo y ondulados del inducido de tambor al girar éste en el régimen de generador en sentido contrario a las agujas del reloj (fig. 3-26).

Consideraremos que en los esquemas desarrollados de los arrollamientos (figs. 3-27 y 3-28) los polos N y S se encuentran por encima de los arrollamientos.

Frente a todos los polos N colocamos las escobillas designadas por las letras A_1, A_2, . . . , A_n, y frente a los polos S, las escobillas designadas por las letras B_1, B_2, . . . , B_n. En este caso obtenemos la siguiente regla para la determinación de la polaridad de las escobillas, tomando en consideración que en los circuitos interiores de los arrollamientos del inducido, la dirección de la corriente coincide con la dirección de las fuerzas electromotrices inducidas dentro de los arrollamientos y, por esta razón, la corriente circula desde las escobillas negativas hacia las positivas, y en el circuito exterior, al contrario, desde las escobillas positivas hacia las negativas (fig. 3-26):

Arrollamientos de lazo derechos (fig. 3-27, *a*) y arrollamientos ondulados izquierdos que no se cruzan (fig. 3-27, *b*). Las escobillas A_1, A_2, . . ., A_n son positivas con el signo «más» (+).
Las escobillas B_1, B_2, . . ., B_n son negativas con el signo «menos» (—).
En el polígono de f.e.m. de las secciones, las escobillas con signos positivos $+A_1$, A_2, . . ., A_n están situadas en la parte superior del diagrama de f.e.m., y las escobillas con signos negativos $-B_1$, B_2, . . ., B_n están situadas en la parte inferior del diagrama de f.e.m., con la particularidad de que para los arrollamientos de lazo derechos los vectores de f.e.m. se disponen en el sentido de las agujas del reloj (fig. 3-27, *c*) y para los arrollamientos ondulados izquierdos, en sentido contrario a las agujas del reloj (fig. 3-27, *d*).

Arrollamientos de lazo izquierdos (fig. 3-28, *a*) y arrollamientos ondulados derechos que se cruzan (fig. 3-28, *b*). Las escobillas A_1, A_2, . . ., A_n son negativas con el signo «menos» (—).
Las escobillas B_1, B_2, . . ., B_n son positivas con el signo «más» (+).
En el polígono de f. e. m. de las secciones, las escobillas con signos positivos $+B_1$, B_2, . . ., B_n están situadas en la parte superior del diagrama de f. e. m., y las escobillas con signos negativos $-A_1$, A_2, . . ., A_n están situadas en la parte inferior del diagrama de f. e. m., con la particularidad de que para los arrollamientos de lazo izquierdos los vectores de f. e. m. de las secciones se disponen en el sentido contrario a las agujas del reloj (fig. 3—28, *c*), y para los arrollamientos ondulados derechos, en sentido de las agujas del reloj (fig. 3-28, *d*).

Al cambiar la dirección de rotación del inducido, así como al cambiar la polaridad de los polos, los signos de las tensiones en las escobillas A_1, A_2, . . . , A_n y en las escobillas B_1, B_2, . . . , B_n y correspondientemente el orden de sucesión de los vectores en los polígonos de f.e.m. cambian por los opuestos con respecto a los signos y dirección de sucesión de los vectores en los polígonos de f.e.m. con relación a las reglas indicadas más arriba.

3-10. Arrollamientos de lazo simples del inducido de tambor

A. Ejemplo 1. Arrollamiento de lazo derecho que no se cruza con paso largo. Con el fin de comparar los arrollamientos de los tipos de lazo y de tambor efectuemos un arrollamiento de lazo simple de inducido de tambor valiéndonos de los mismos datos que para el inducido anular (véase la fig. 3-3), a saber: número de polos $2p=4$; número de secciones del arrollamiento del inducido y número de divisiones de colector $S=K=14$. El número de ranuras reales en las que se aloja el arrollamiento que se efectúa, $Z=14$; el número de lados activos por la anchura de la ranura $u=1$; por consiguiente, el número de ranuras elementales es $Z_e=Z=14$.

Convengamos en que el arrollamiento sea derecho con paso largo. De acuerdo con las fórmulas (3-14), (3-16), (3-12) y (3-13) tenemos:

$$y_c=y=+1;\quad y_1=\frac{Z_e}{2p}\pm\varepsilon=\frac{14}{4}+\frac{2}{4}=4;\quad y_2=-3.$$

Al lado activo de la sección, situado en la capa superior, lo llamaremos origen o comienzo de la sección, y al lado colocado en la capa inferior, fin o final de la sección. Convengamos en designar por una misma cifra el número de la sección, el número de la ranura en la que se coloca el lado superior de la sección, y el número de la delga a la que se conecta el origen de la sección. Dado que en cada ranura están colocados dos lados activos, uno en la capa superior y otro en la inferior, al lado superior lo designaremos por el número de la ranura afectándole de una raya, y al lado inferior, por el número de la misma ranura

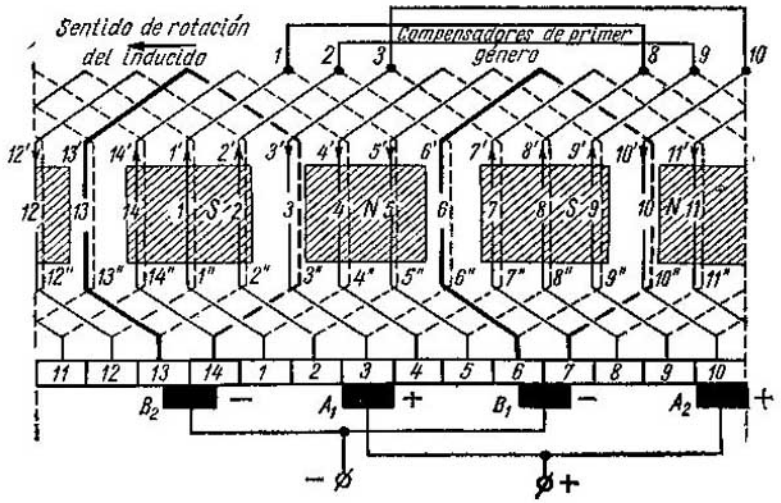
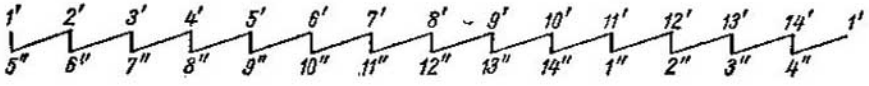


Fig. 3-29. Esquema desarrollado de un arrollamiento de lazo simple que no se cruza: $2p=4$; $S=K=14$; $u=1$; $Z_e=Z=14$

afectándole de dos comillas, por ejemplo, a los lados activos en la ranura *5* los designaremos por las cifras 5′ y *5″*.

Comenzaremos el bobinado del arrollamiento por la sección *1*, cuyo origen *1′* lo colocaremos, de acuerdo con lo estipulado, en la ranura *1* (fig. 3-29). Supongamos que en el instante considerado la ranura *1* se encuentra en el eje del polo sur. Numeremos las ranuras en orden sucesivo de izquierda a derecha. Dado que el paso $y_1=4$, el segundo lado de la sección *1*, el inferior, debe colocarse en la ranura $1+4=5$ y designarse por la cifra *5″*. El origen de la sección *1* lo conectaremos a la delga *1* y numeraremos las delgas en el mismo orden que las ranuras en el inducido. El final *5″* de la sección *1* lo conectaremos a la delga *2* ($y_c=+1$) y con esto terminaremos la colocación de la sección *1* en el inducido. El origen *2′* de la sección *2* lo conectaremos a la delga *2* y lo colocaremos en la ranura *2*, y el final *6″* de esta misma sección lo conectaremos a la delga *3*. Todas las demás secciones se conectarán entre sí en el mismo orden:



Los lados activos de las secciones y sus partes frontales se suelen colocar simétricamente con respecto a las delgas a las que va conectada la sección, pero en las máquinas de pequeña potencia, por razones constructivas, las partes frontales a veces se colocan por la parte del colector asimétricamente con respecto a los puntos de conexión de éstas a las delgas.

Las escobillas se colocan en el colector de la misma manera que en el caso de inducido anular, *por las líneas neutras geométricas a una distancia estrictamente igual una de otra*, es decir, en nuestro caso, a la distancia de 3,5 divisiones de colector (fig. 3-29). Pero hay que señalar que en el inducido de tambor la posición de la línea neutra en el inducido es diferente a su posición en el colector. Así, por ejemplo, en la fig. 3-29 los lados activos de la sección *6* están situados en la línea neutra del inducido, mientras que la línea neutra del colector, determinada por la posición de las delgas *6* y *7* a las que se conecta la sección, está situada en el eje del polo *S* o cerca de éste.

Construyamos ahora la estrella y el polígono de las fuerzas electromotrices *de los lados activos de las secciones* del arrollamiento representado en la fig. 3-29. Primero mostremos el procedimiento de construcción de los vectores de f.e.m. de los lados de una sola sección cualquiera, por ejemplo, de la sección *1* con los lados *1′*, en la ranura *1* debajo del polo sur, y *5″*, en la ranura *5* debajo del polo norte (fig. 3-30, *a*). En el instante considerado el lado *1′* se encuentra exactamente en el eje del polo sur. Por consiguiente, en él se induce la f.e.m. de mayor magnitud, dirigida por el contorno de la sección desde el colector hacia arriba. Representémosla por el vector *1′*, que coincide con la dirección positiva del eje de ordenadas (fig. 3-30, *b*). En el segundo lado

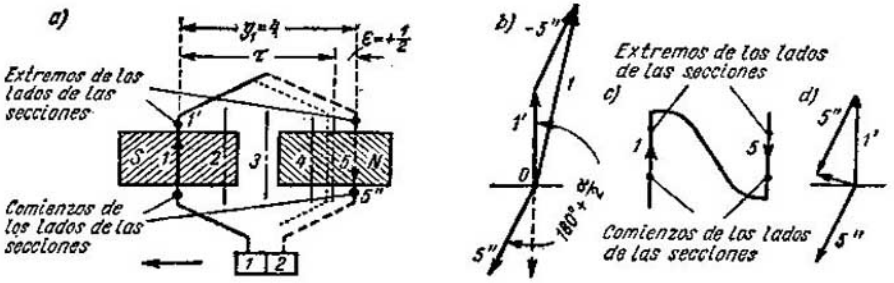


Fig. 3-30. Representación vectorial de la f. e. m. de las partes de la sección *1* del arrollamiento dado en la fig. 3-29

de la sección se induce una f.e.m. dirigida por el contorno de la sección hacia el colector y hacia abajo, y si la sección tuviera paso total, es decir, $y_1=\tau$, entonces la f.e.m. de este lado tendríamos que representarla por un vector de la misma magnitud que el vector *1'*, pero dirigido en el sentido negativo del eje de ordenadas (la línea de trazos en la fig. 3-30, *b*). En realidad la sección tiene un paso alargado en $\varepsilon=1/2$, o sea, en la mitad de una ranura elemental. Como el ángulo formado por dos ranuras elementales, expresado en grados eléctricos, es

$$\alpha=\frac{p\cdot 360^\circ}{Z_c}=\frac{2\cdot 360^\circ}{14}=51^\circ\frac{3}{7},$$

la distancia entre los lados activos de la sección en las ranuras *1* y *5* se determina por el ángulo

$$4\alpha=4\frac{2\cdot 360^\circ}{14}=180^\circ+25^\circ\frac{5}{7}=180^\circ+\frac{\alpha}{2}.$$

Por esta razón, el vector de f.e.m. *5"* debe ser girado este ángulo respecto al vector *1'* en sentido opuesto a la dirección de rotación de los vectores (fig. 3-30, *b*).

Las operaciones que realizamos con los vectores de f.e.m. *1'* y *5"* para obtener la f.e.m. resultante de la sección, dependen del método de conexión de los lados de la sección entre sí. En las máquinas eléctricas los lados de la sección siempre se conectan entre sí así como se muestra en la fig. 3-30, *a*, es decir, de tal modo que *al final* del primer lado *1'* se conecta *el final* del segundo lado *5"*; en este caso, recorriendo el contorno de la sección cambiamos la dirección de circunvalación, puesto que primero vamos *del origen* del lado *1' a su final*, y luego *desde el final* del lado *5" hasta su origen. A tal cambio de la dirección de circunvalación del contorno de la sección le corresponde la operación de substracción geométrica de los vectores de f.e.m. 1'* y *5"* en la fig. 3-30, *b*; para ello giramos el vector *5"*180° y trazamos el vector — *5"* a partir del final del vector *1'*; la línea de cierre *1* representa el vector de la f.e.m. resultante de la sección *1* y es aproximadamente igual al doble

del valor de la f.e.m. de un lado conforme a la *acción coordinada* de las fuerzas electromotrices de ambos lados por el contorno de la sección.

Si conectáramos los lados de la sección en las ranuras *1* y *5* así como se muestra en la fig. 3-30, *c*, entonces, al circunvalar el contorno de la sección, no cambiaríamos la dirección de circunvalación (*origen* y *final* del primer lado y *origen* y *final* del segundo lado). En este caso se realiza la *operación de adición geométrica de los vectores*, que consiste en que a partir del final del primer vector *1'* (fig. 3-30, *d*) se traza un vector igual y paralelo al segundo vector *5"*. Se obtiene una línea de cierre de bastante pequeña magnitud conforme a la *acción opuesta* de las fuerzas electromotrices de ambos lados de la sección por el contorno de ésta.

Teniendo en cuenta el procedimiento de conexión de los lados de la sección indicado en la fig. 3-30, *a*, podemos construir la estrella de f.e.m. del arrollamiento de la fig. 3-29. La ranura elemental *1* contiene dos lados activos 1' y 1" en los que se inducen fuerzas electromotrices de igual magnitud y de fases coincidentes. Dado que en el instante considerado la ranura *1* está situada exactamente debajo de la línea media del polo, los vectores *1'* y *1"* de las fuerzas electromotrices de estos lados deben coincidir con el eje de ordenadas (fig. 3-31, *a*). Con el sentido convenido de rotación del inducido, la sección *2* sigue a la sección *1*, la sección *3* sigue a la sección *2*, etc. Por esta razón, las fases de las fuerzas electromotrices de estas secciones están retardadas con respecto a la fase de la f.e.m. de la sección *1*, y los vectores *2'—2"*, *3'—3"*, etc., correspondientes a los lados de las ranuras *2*, *3*, etc., deberán ser girados con respecto a los vectores *1'—1"* un ángulo $\alpha=51°3/7$ *en sentido contrario* al de rotación de los vectores. Continuando la construcción obtendremos una estrella de siete rayos de f.e.m. de los lados activos de las secciones, primero debajo del primer par de polos (*1'—1"*, *2'—2"*, . . . , *7'—7"*) y luego debajo del segundo (*8'—8"* *9'—9"*, . . . , *14'—14"*).

En correspondencia con la estrella de f.e.m. construimos dos polígonos de f.e.m., cada uno de los cuales está compuesto de 14 lados desplazados uno respecto del otro un ángulo $\alpha/2=25°\ 5/7$. Para comodidad de representación, los polígonos se han construido semejantes, a pesar de que sus lados deben ser iguales. Durante la construcción del polígono realizamos para cada sección la misma operación de substracción geométrica que para la sección *1* en la fig. 3-30, *b*; como resultado se obtienen los vectores *1'* y *—5"*, *2'* y *—6"*, . . ., *8'* y *—12"*, etc. Aquí se han dibujado con líneas gruesas los vectores de las fuerzas electromotrices de las secciones *6* y *13*, cortocircuitadas por las escobillas B_1 y B_2 (véase el esquema del arrollamiento dado en la fig. 3-29).

Por el polígono de f.e.m. de la fig. 3-31, *a* se puede llegar a las mismas conclusiones que por el polígono de la fig. 3-6 para el inducido anular. Vemos que el arrollamiento de la fig. 3-29 tiene dos pares de ramas paralelas, es decir, $a=2$, correspondientemente al número de

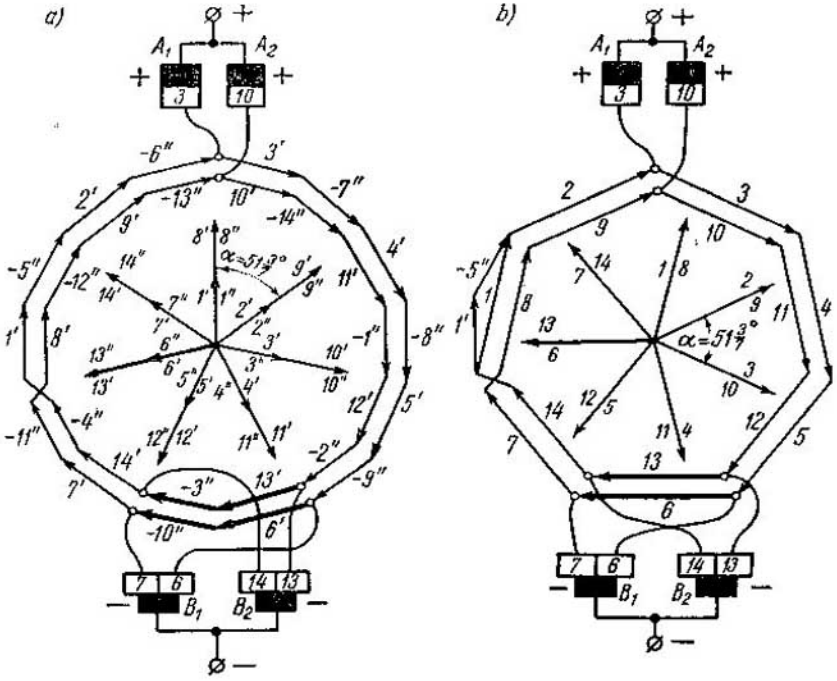


Fig. 3-31. Estrella y polígono de la f. e. m. del arrollamiento representado en la fig. 3-29: *a* — de los lados de las secciones; *b* — de las secciones

polígonos, componiéndose cada una de las cuatro ramas de tres secciones. Las resultantes de las fuerzas electromotrices de las cuatro ramas son iguales entre sí, a consecuencia de lo cual las corrientes igualadoras dentro del arrollamiento cerrado en sí no existen, es decir, el arrollamiento es equilibrado.

Se puede simplificar la construcción de la estrella y del polígono de f.e.m. limitándonos a representar sólo las fuerzas electromotrices de las secciones. En la fig. 3-31, *b* se repite la construcción del vector *1* de la f.e.m. de la sección *1*, dada en la fig. 3-30, *b*. Los vectores *2*, *3*, etc. de las fuerzas electromotrices de las respectivas secciones están desplazados cada uno con respecto al contiguo un ángulo $\alpha=51°\ 3/7$ en sentido opuesto al de rotación de los vectores. Se obtiene una estrella de siete rayos para las secciones *1*, *2*, . . ., *7*, a la que se superpone una segunda estrella análoga para las secciones *8*, *9*, . . ., *14*. Conforme a la estrella de fuerzas electromotrices se construyen dos polígonos de f.e.m. de siete lados, cada uno de los cuales está girado con respecto al contiguo un ángulo $\alpha=51°\ 3/7$. Las secciones *6* y *13*, cortocircuitadas por las escobillas B_1 y B_2, se destacan con líneas gruesas. Este método de representación de sólo las fuerzas electromotrices

de las secciones tiene la ventaja de ser más sencillo y evidente, pero puede emplearse solamente en los casos en que no hay necesidad de interesarse por los potenciales de los lados de las secciones por el otro lado del inducido. Esto último es imprescindible, por ejemplo, para los casos cuando se determinan los puntos equipotenciales de los arrollamientos del inducido para hallar los sitios posibles de conexión de las uniones equilibradoras.

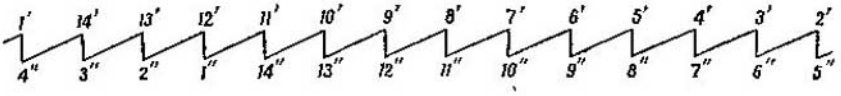
B. Ejemplo 2. Arrollamiento de lazo izquierdo que se cruza. Bobinemos ahora un arrollamiento de lazo simple izquierdo que se cruza, con los mismos datos fundamentales que en el ejemplo 1:

$$2p=4; \quad S=K=14; \quad u=1; \quad Z_e=Z=14.$$

En este caso, sin embargo,

$$Y_c=y=-1; \quad y_1=\frac{Z_e}{2p}-\varepsilon=\frac{14}{4}-\frac{2}{4}=3; \quad y_2=-4,$$

es decir, el arrollamiento es de paso acortado $y_1=3$. A continuación se da el orden de conexión de todas las secciones:



El esquema del arrollamiento se da en la fig. 3-32

La construcción de la estrella de las fuerzas electromotrices de los lados de las secciones y los polígonos de las fuerzas electromotrices de los lados de las secciones y de las secciones completas se da en la fig. 3-33, *a*, *b* y *c*. Esta construcción se ha ejecutado por el mismo método que en el ejemplo 1 para el arrollamiento de lazo simple derecho que no se cruza (véase la fig. 3-29). El arrollamiento de la fig. 3-32

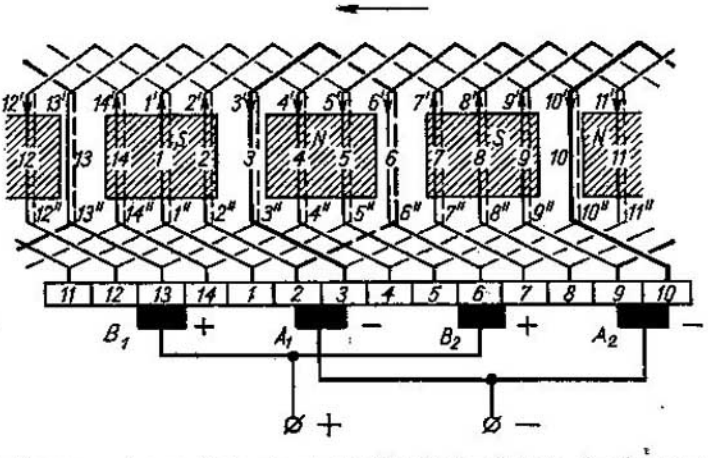


Fig. 3-32. Esquema desarrollado de un arrollamiento de lazo simple que se cruza: $2p=4$; $S=K=14$; $u=1$; $Z_e=Z=14$

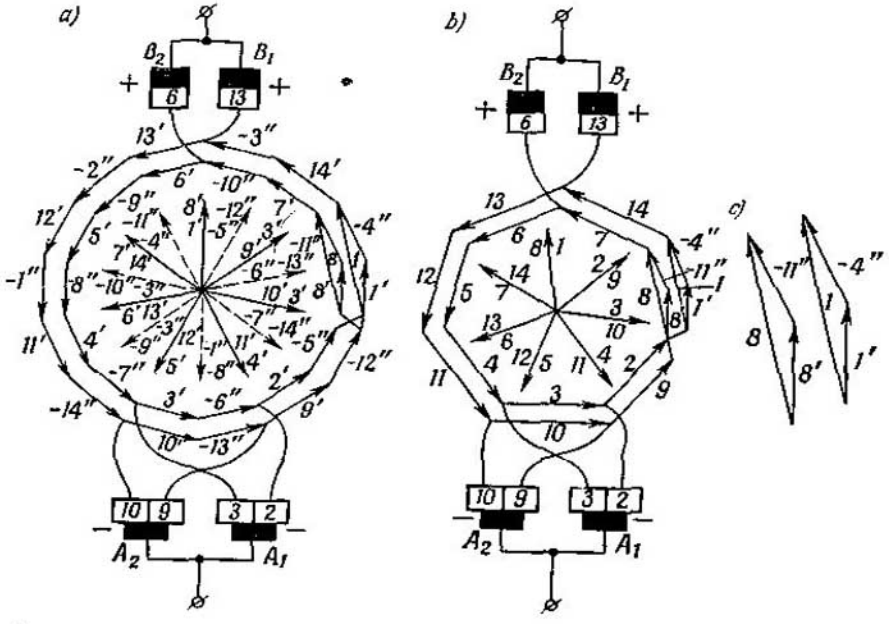


Fig. 3-33. Estrella y polígono de la f. e. m. del arrollamiento dado en la fig. 3-32: *a* — de las partes de la sección; *b* — de la sección; *c* — f. e. m. de la primera y octava secciones

es izquierdo, por eso los vectores de las f.e.m. de los lados de las secciones y de las secciones completas se desplazan en orden opuesto en sentido contrario a las agujas del reloj en comparación con el arrollamiento de la fig. 3-29. Es interesante comparar los polígonos de f.e.m. de los lados de las secciones en la fig. 3-33, *a* y de las secciones en la fig. 3-33, *b* del arrollamiento izquierdo que se cruza (fig. 3-32) con los correspondientes polígonos de f.e.m. (figs. 3-31, *a* y 3-31, *b*) del arrollamiento derecho que se cruza de la fig. 3-29. Vemos que en el primer caso las escobillas A_1 y A_2 resultan negativas y se encuentran en la parte inferior del diagrama de f.e.m., y las escobillas B_1 y B_2 resultan positivas y se encuentran en la parte superior del diagrama de f.e.m., como debe suceder conforme a la regla general expuesta más arriba para los arrollamientos de distintos tipos y sus diagramas de f.e.m. (véase el § 3-9, p. E).

Así pues, el paso del arrollamiento de lazo derecho que no se cruza al arrollamiento de lazo izquierdo que se cruza cambia la polaridad (los signos) de las escobillas por la opuesta. El paso del arrollamiento de lazo derecho que no se cruza al arrollamiento de lazo izquierdo que se cruza puede lograrse cambiando el orden de conexión de los finales de las secciones de espiras múltiples (véase la fig. 3-15) ó de

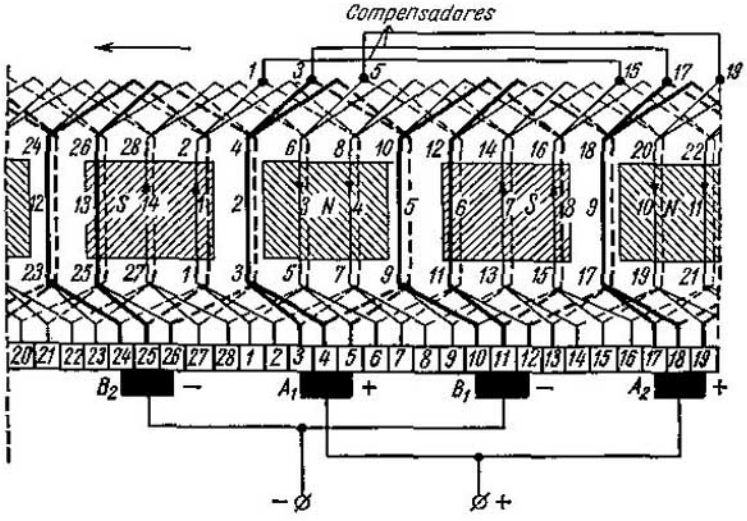


Fig. 3-34. Esquema desarrollado de un arrollamiento de lazo simple de iguales secciones: $2p=4$; $S=K=Z_e=28$; $u=2$; $Z=14$

las secciones de barras de una sola espira (véase la fig. 3-21) al colector, cosa que se puede realizar cambiando el orden de soldadura de los finales de las secciones del arrollamiento a las delgas.

C. Ejemplo 3. Arrollamiento de lazo derecho equiseccional (de secciones iguales).

Manteniéndonos a las mismas designaciones que en el ejemplo 1, bobinemos un arrollamiento de lazo simple según los datos siguientes: $2p=4$; $S=K=Z_e=28$; $u=2$; $Z=14$.

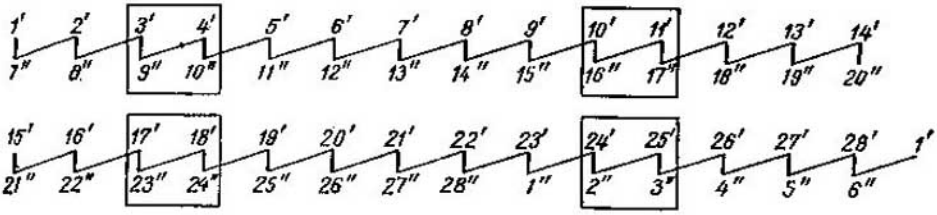
Si en la ranura se colocan uno junto a otro dos o varios lados activos, el arrollamiento puede ser: a) equiseccional, en el que todas las secciones tienen las mismas dimensiones (véase la fig. 3-20, *a*), o b) en tresbolillo, en el que los orígenes de dos o más secciones están colocados en una ranura, y sus finales se encuentran en diferentes ranuras (véase la fig. 3-20, *b* y *c*).

Bobinemos nuestro arrollamiento como derecho equiseccional con paso acortado. De acuerdo con las fórmulas de cálculo para el arrollamiento de lazo simple (véase el § 3-9) tenemos:

$$y_c = y = +1; \quad y_1 = \frac{Z_c}{2p} \mp \varepsilon = \frac{28}{4} - \frac{4}{4} = 6; \quad y_2 = -5.$$

El esquema desarrollado del arrollamiento viene dado en la fig. 3-34. Las cifras en la fila media horizontal indican los números de las ranuras reales; las cifras por encima y por abajo de cada ranura real corresponden a los números de las secciones colocadas en la ranura, o a los números de las ranuras elementales.

A continuación se muestran las conexiones de los lados de las secciones, las cifras encerradas en rectángulos corresponden a las secciones cortocircuitadas:



La anchura de la escobilla se ha tomado igual a dos divisiones de colector.

Como el arrollamiento es equiseccional, dos secciones, cuyos lados superiores se encuentran en una ranura cualquiera, tienen sus lados inferiores también en una ranura (fig. 3-20, *a*). Por esta razón, las f.e.m. de ambas secciones coinciden no solamente de magnitud, sino también de fase.

Nos limitaremos a la construcción de la estrella y el polígono de f.e.m. solamente de las secciones. En el instante considerado el lado superior *13'* de la sección *13* está colocado en la ranura elemental *13* (ranura real *7*) justamente debajo de la línea media del polo sur; por consiguiente, la f.e.m. de este lado de la sección la debemos representar por el vector *13'*, coincidente con el eje de ordenadas (fig. 3-35, *a*). El segundo lado de la sección *13* se encuentra en la ranura elemental 13+6=*19* y se representa correspondientemente con la cifra *19''*. Puesto que el ángulo de desplazamiento entre dos ranuras elementales contiguas es

$$\alpha = \frac{p \cdot 360^\circ}{Z_e} = \frac{2 \cdot 360^\circ}{28} = 25^\circ\ 5/7,$$

el vector de f.e.m. *19''* debe ser girado con respecto al vector *13'* un ángulo de $6 \cdot 25^\circ\ 5/7 = 154^\circ\ 2/7 = 180^\circ - 25^\circ\ 5/7 = 180^\circ - \alpha$ en sentido contrario al de rotación de los vectores. Efectuando la operación de substracción de los vectores de f.e.m. *13'* y *19''* obtendremos el vector *13* de la f.e.m. resultante de la sección *13*. Después de esto construimos la estrella de las f.e.m. de las secciones. Trazamos el vector *13* de la fig. 3-35, *b* paralelamente al vector *13* de la fig. 3-35, *a* (en escala reducida). Superponemos el vector *14* sobre el vector *13*, por cuanto las secciones *13* y *14* están en una misma ranura. Los grupos de secciones *15—16*, *17—18*, etc. que siguen a las secciones *13—14*, están desplazados cada uno respecto al contiguo, en sentido contrario al de rotación de los vectores, un ángulo correspondiente a un paso real o a dos pasos elementales, es decir, un ángulo igual a $2\alpha = 51^\circ 3/7$. Se obtiene una estrella de f.e.m. de siete rayos para el primer par de polos. Continuando la construcción obtenemos la segunda estrella semejante para el segundo par de polos, que se superpone a la primera.

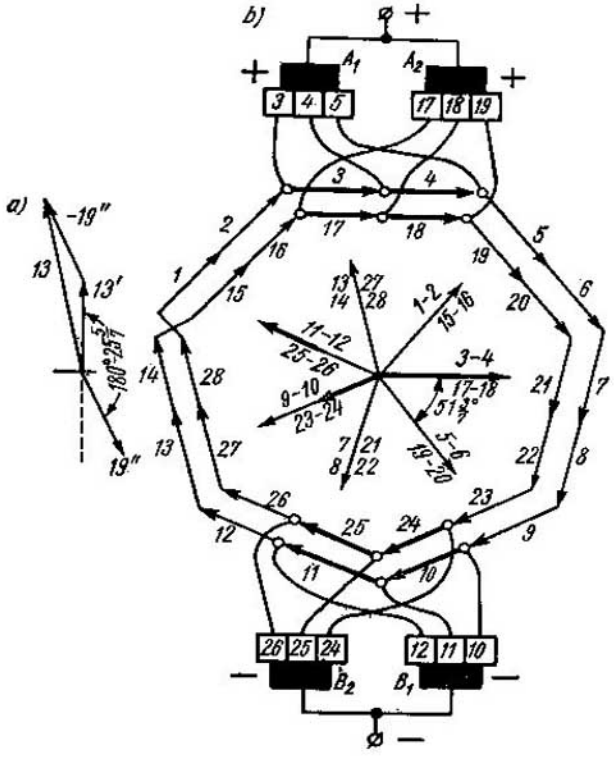


Fig. 3-35. Diagrama de la f. e. m. de la sección, estrella y polígono de la f. e. m. del arrollamiento representado en la fig. 3-34

En correspondencia con las estrellas de f.e.m. construimos dos polígonos de f.e.m., cada uno de los cuales consta de siete lados, desplazados cada uno respecto al contiguo un ángulo $2\alpha=51°\ 3/7$ (fig. 3-35, *b*). Las secciones *3—4* y *17—18*, cortocircuitadas por las escobillas A_1 y A_2, y las secciones *10—11* y *24—25*, cortocircuitadas por las escobillas B_1 y B_2, están dibujadas con líneas gruesas y se muestran conectadas a las correspondientes delgas. Vemos que el arrollamiento cumplido tiene dos pares de ramas correspondientemente a dos polígonos de f.e.m., comprendiendo cada rama cinco secciones conectadas en serie. El arrollamiento es equilibrado, puesto que las fuerzas electromotrices resultantes de las cuatro ramas son iguales entre sí.

D. Ejemplo 4. Arrollamiento de lazo en tresbolillo derecho. Haciendo uso de los mismos datos que en el ejemplo 3, a saber: $2p=4$, $S=K=Z_e=28$, $u=2$, $Z=14$, cumplamos un arrollamiento de lazo simple en tresbolillo derecho con paso entero (total). En este caso tene-

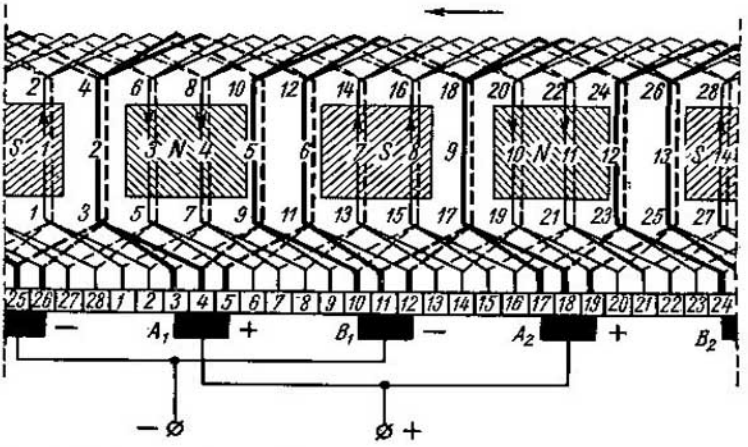
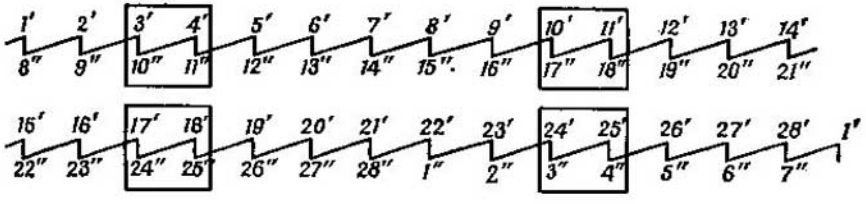


Fig. 3-36. Esquema desarrollado de un arrollamiento de lazo simple en tresbolillo: $2p=4$; $S=K=Z=28$; $u=2$; $Z=14$

mos que

$$y_c = y = +1; \quad y_1 = \frac{28}{4} = 7; \quad y_2 = -6.$$

El esquema desarrollado del arrollamiento se da en la fig. 3-36. Las cifras en las filas horizontales media, inferior y superior tienen el mismo valor que en el ejemplo 3. A continuación se muestran las conexiones de los lados de las secciones:



Tomamos la anchura de las escobillas igual a dos divisiones de colector.

Construyamos el diagrama de f.e.m. para un par de secciones cuyos lados superiores están situados en una ranura real cualquiera, por ejemplo, para las secciones *13* y *14* que se encuentran en la ranura real *7* (fig. 3-37, *a*). Los lados inferiores de las secciones *13* y *14* deben estar situados: el primero en la ranura elemental $13+7=20$ ó en la ranura real 10, y el segundo en la ranura elemental $14+7=21$ o en la ranura real 11. Así pues, tenemos un arrollamiento en tresbolillo, en el que el paso $y_{1(13)}$ de la sección 13 es igual a tres ranuras reales y el

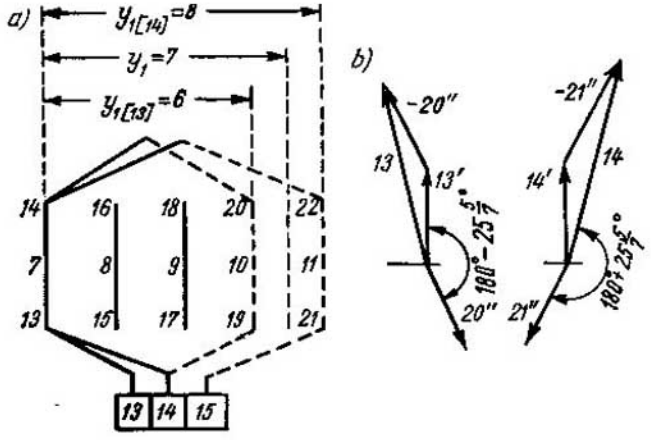


Fig. 3-37. Diagrama de la f. e. m. de las seciones de un devanado en tresbolillo

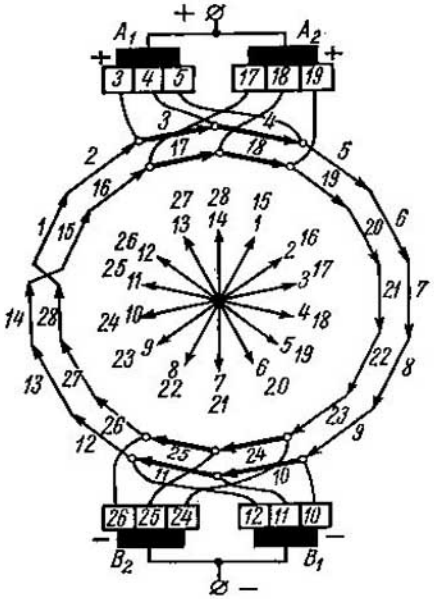


Fig. 3-38. Estrella y polígono de f. e. m. de las secciones del arrollamiento representado en la fig. 3-36

paso $y_{1(14)}$ de la sección 14 es igual a cuatro ranuras reales, a pesar de que los pasos en las ranuras elementales son iguales para todas las secciones. Como el ángulo entre dos ranuras reales adyacentes es

$$\alpha_r = \frac{p \cdot 360^\circ}{Z} = \frac{2 \cdot 360^\circ}{14} = 51^\circ\, 3/7,$$

entonces el segundo lado, el inferior, de la sección *13* está desplazado con respecto al superior un ángulo $3 \cdot 51^\circ\, 3/7 = 180^\circ - 25^\circ\, 5/7 = 180^\circ - \alpha_r/2$, y el segundo lado de la sección *14*, un ángulo igual a $4 \cdot 51^\circ 3/7 = 180^\circ + 25^\circ\, 5/7$. En correspondencia con esto se ha construido por el método usual el diagrama de f.e.m. de las secciones *13* y *14* (fig. 337, *b*). Comparando los vectores de las fuerzas electromotrices resultantes de las secciones *13* y *14* vemos que están desplazadas una respecto de la otra un ángulo $\alpha_r/2 = 25^\circ\, 5/7$.

Todo lo expuesto puede extenderse a otras secciones y correspondientemente se pueden construir la estrella y los polígonos de f.e.m. de las secciones (fig. 3-38). La estrella consta de 14 rayos desplazados cada uno con respecto al contiguo un ángulo $\alpha_r/2 = 25^\circ\, 5/7$, y los polígonos tienen correspondientemente 14 lados (en lugar de 7 rayos y 7 lados en la estrella y los polígonos de f.e.m. del arrollamiento equiseccional de la fig. 3-35, *b*). Los vectores de las f.e.m. de las secciones cortocircuitadas por las escobillas están dibujados con líneas gruesas. Las conclusiones que se pueden sacar de la construcción del polígono de f.e.m. son las mismas que en el caso anterior ($a=2$, el arrollamiento está equilibrado).

El arrollamiento en tresbolillo, por su estructura es más complicado que el equiseccional, pero su polígono de f.e.m. se aproxima más a una circunferencia, lo que se refleja favorablemente en la conmutación de la corriente. Los arrollamientos en tresbolillo se emplean en las máquinas de corriente continua de una potencia relativamente grande con secciones de tipo de barras de una sola espira.

3-11. Devanados ondulados simples del inducido de tambor

Todo lo expuesto más arriba sobre el arrollamiento ondulado del inducido anular (véase el § 3-5) es aplicable también al devanado ondulado simple del inducido de tambor. Recordemos que al bobinar un devanado de tambor el método de conexión de las secciones entre sí y al colector es el mismo que en el arrollamiento anular; por eso el segundo lado activo de la sección se puede considerar como complemento del primero, que mejora la utilización del devanado sin variar su esencia.

A. Ejemplo 1. Devanado ondulado simple derecho que se cruza. Bobinemos un devanado ondulado simple derecho (que se cruza) haciendo uso de los mismos datos que para el arrollamiento anular: $2p=4$; $S=K=Z_e=15$; $u=1$; $Z=15$ (fig. 3-39).

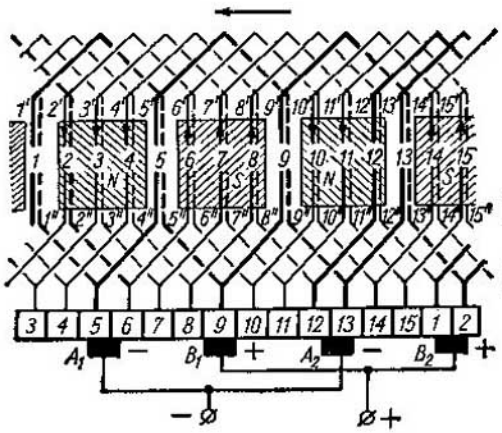


Fig. 3-39. Esquema desarrollado de un arrollamiento ondulado simple: $2p=4$; $S=K=Z_e=15$; $u=1$; $Z=15$

De acuerdo con las fórmulas de cálculo (3-16), (3-17), (3-12) y (13-14) tenemos:

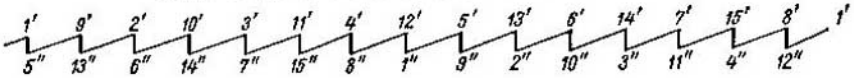
$$y_c = y = \frac{K \mp 1}{p} = \frac{15+1}{2} = 8;$$

$$y_1 = \frac{Z_e}{2p} \mp \varepsilon = \frac{15}{4} + \frac{1}{4} = 4;$$

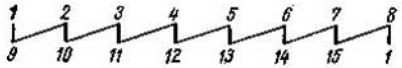
entonces, $y_2 = y - y_1 = 8 - 4 = 4$.

Comencemos el bobinado del devanado por la delga *1* a la que conectaremos el origen, es decir, el lado superior *1'*, de la sección *1*, colocada en la ranura *1*. El segundo lado de la sección (el inferior) lo colocamos en la ranura $1+y_1=1+4=5$ y, designándolo por la cifra 5'', conectamos el final de la sección a la delga $1+y_c=1+8=9$; a esta misma delga conectamos el origen, o sea, el lado superior *9'*, de la sección *9*, que sigue según el esquema, de tal modo que avanzando en el colector un paso y_c igual a ocho divisiones de colector, el devanado avance en el inducido el paso y igual a ocho ranuras elementales. La conexión ulterior de los lados de las secciones y las delgas se indica a continuación:

Conexión de los lados de las secciones



Conexión de las láminas de colector (secciones)



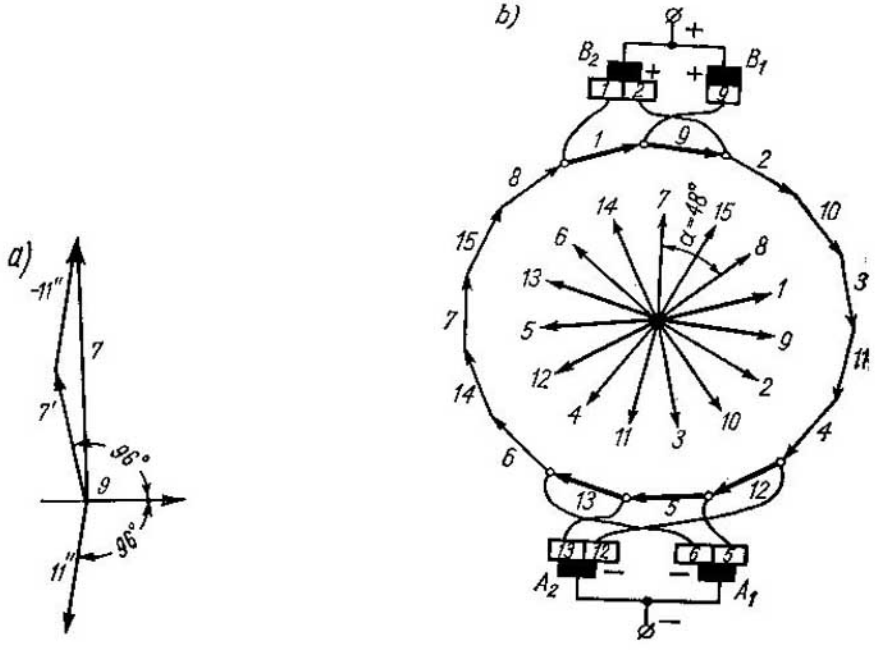


Fig. 3-40. Diagrama de la f. e. m. de una sección, estrella y polígono de f. e. m. de las secciones del arrollamiento dado en la fig. 3-39

Las escobillas están colocadas en las líneas neutras geométricas; la anchura de la escobilla se ha tomado igual a una división de colector.

Para construir la estrella de f.e.m. construimos previamente el diagrama de f.e.m. de una sección cualquiera, por ejemplo, de la sección *7*. Como el ángulo entre dos ranuras contiguas $\alpha=\frac{2\cdot 360°}{15}=$ $=48°$, el segundo lado de la sección está desplazado con respecto al primero un ángulo $4\cdot 48°=180°+12°=180°+\alpha/4$. En el instante considerado la ranura *9* se encuentra precisamente en la línea neutra geométrica, y las ranuras *7* y *11*, en las que está colocada la sección *7*, están situadas simétricamente con respecto a la ranura *9* con un desplazamiento cada una con respecto a esta última igual al ángulo $2\alpha=$ $=2\cdot 48°=90°+6°$. Por esta razón, el diagrama de f.e.m. de la sección *7* tiene la forma representada en la fig. 3-40, *a*.

En correspondencia con esto se construye la estrella de f.e.m. y el polígono de las f.e.m. de las secciones (fig. 3-40, *b*).

Dado que los devanados del inducido de tambor no se diferencian en esencia de los arrollamientos del inducido anular (véase el § 3-7) todas las deducciones hechas en el § 3-5 referentes al devanado ondulado simple del inducido anular, son íntegramente aplicables al de-

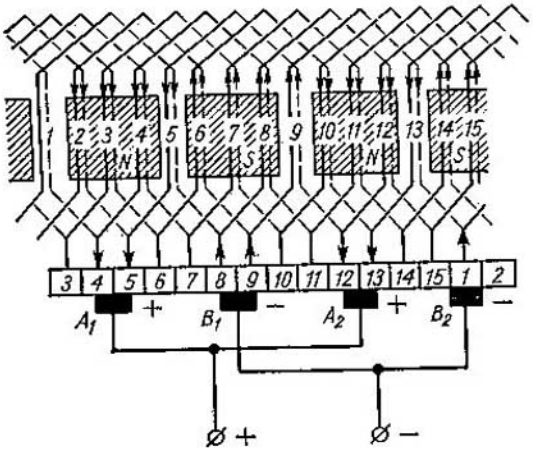


Fig. 3-41. Esquema desarrollado de un devanado ondulado simple izquierdo que no se cruza: $2p=4$; $S=K=Z_e=15$; $u=1$; $Z=15$

vanado ondulado simple del inducido de tambor. En particular, tal devanado tiene, independientemente del número de pares de polos, sólo un par de ramas correspondientemente a un polígono de f.e.m., es decir, $a=1$ ó bien $2a=2$.

También son aplicables los razonamientos referentes al número de escobillas colocadas en el colector.

B. Ejemplo 2. Devanado ondulado simple izquierdo que no se cruza. Bobinemos ahora un devanado ondulado simple izquierdo que no se cruza valiéndonos de los mismos datos fundamentales que para el ejemplo 1 de un devanado ondulado simple derecho que se cruza (fig. 3-41): $2p=4$; $S=K=Z_e=15$; $u=1$, $Z=15$.

En este caso

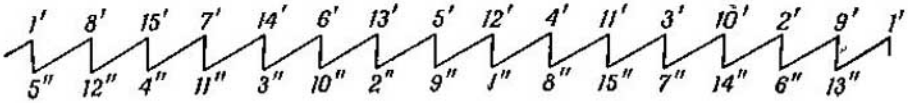
$$y_c = y = \frac{K \mp 1}{p} = \frac{15-1}{2} = 7;$$

$$y_1 = \frac{Z_e}{2p} \mp \varepsilon = \frac{15}{4} + \frac{1}{4} = 4;$$

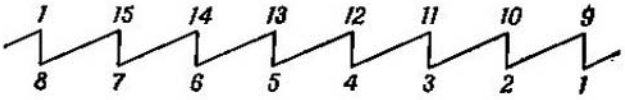
$$y_2 = y - y_1 = 7 - 4 = 3.$$

La conexión de los lados de las secciones y las delgas se indica a continuación:

Conexión de los lados de las secciones



Conexión de las láminas de colector (secciones)



Las escobillas están colocadas en las líneas neutras geométricas, la anchura de la escobilla se ha aceptado igual a una división de colector. El ángulo entre dos ranuras contiguas, así como en el ejemplo 1, es igual a $\alpha=\frac{2\cdot 360^\circ}{15}=48^\circ$. El segundo lado de la sección está desplazado con respecto al primero un ángulo $4\cdot 48^\circ=180^\circ+\alpha/2=180^\circ+$ $+12^\circ=192^\circ$.

La estrella de las f.e.m. de las secciones del devanado de la fig. 3-41 tiene el mismo número de vectores que la del devanado de la fig. 3-33, y el ángulo entre los vectores de ambas estrellas es el mismo (fig. 3-42,*b*), a pesar de que el orden de sucesión de estos vectores en el polígono de f.e.m. es el contrario. En este caso, por cuanto se obtiene un devanado ondulado izquierdo que no se cruza, de acuerdo con la regla general para diferentes tipos de arrollamientos, las escobillas A_1 y A_2, situadas frente a los polos N, tienen signos positivos, y las escobillas B_1 y B_2, situadas frente a los polos S, tienen signos negativos. En el

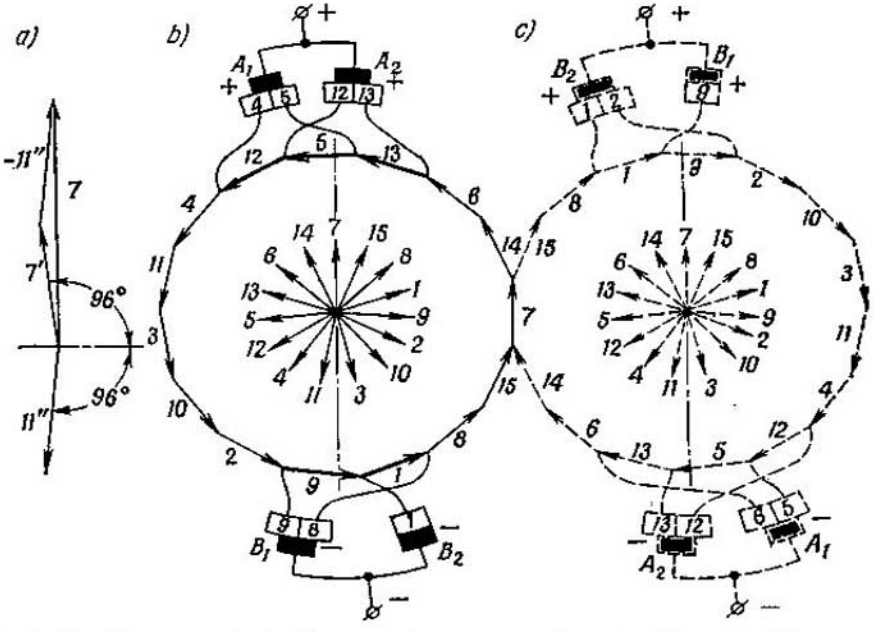


Fig. 3-42. Diagrama de la f. e. m. de una sección, estrellas y polígonos de f. e. m. de las secciones de los arrollamientos representados en las figs. 3-41 y 3-39

diagrama de f.e.m. de las secciones del devanado de la fig. 3-41 las escobillas con signo positivo $(+)A_1$ y A_2 se encuentran en la parte superior del diagrama, y las escobillas con signo negativo $(-)$ B_1 y B_2 se encuentran en la parte inferior del diagrama (fig. 3-42, *b*), mientras que para el devanado de la fig. 3-39 se obtiene una disposición contraria de las escobillas A_1 y A_2, situadas frente a los polos N, y de las escobillas B_1 y B_2, situadas frente a los polos S. Para una comparación más completa de los diagramas de f.e.m. de las secciones para los devanados de las figs. 3-41 y 3-39, en la fig. 3-42, *c* con línea de trazos se ha dibujado el segundo diagrama (fig. 3-40, *b*) coincidiendo para ambos casos los vectores de f.e.m. *7*.

3-12. Devanados ondulados simples, obtenidos con ayuda de procedimientos artificiales

Los devanados ondulados simples deben cumplir las ecuaciones (3-12) y (3-15). Si $K=S$ es el número de secciones activas del devanado, entonces

$$y = y_1 + y_2 = \frac{S \mp 1}{p}.$$

Puesto que el paso resultante y del devanado debe ser un número entero, de aquí se desprende que si p es par, el número de secciones activas debe ser impar y, al contrario, si p es impar, el número S debe ser par. En el caso cuando este requisito no se satisface, el devanado ondulado se puede cumplir con ayuda de uno de los procedimientos artificiales. El primero de estos procedimientos es el empleo de secciones muertas, llamadas también inactivas o falsas, que permiten reducir el número de secciones activas S hasta tal número que permite obtener para el paso resultante y un número entero.

A. Ejemplo 1. Devanado ondulado simple con sección muerta. Los datos de la máquina son los siguientes: $Z=20$, $2p=4$, el número de secciones por la anchura de la ranura $u=1$, el número de secciones activas $S=19$, el número de delgas $K=19$, el número de secciones muertas es igual a 1. Si elegimos el tipo de devanado que no se cruza, entonces los pasos del devanado serán:

$$y = \frac{S-1}{p} = \frac{19-1}{2} = 9; \quad y = y_1 + y_2 = 4 + 5 = 9.$$

El esquema del devanado se representa en la fig. 3-43.

Los lados de las secciones muertas pueden no numerarse, pero a las secciones inferiores, que se encuentran dentro de la zona de la sección muerta, se les puede atribuir un número mayor en una unidad en comparación con el número de la sección superior situada en la misma ranura sobre la sección inferior considerada. En este caso se obtiene un mismo cuadro de conexiones que en el caso de ausencia

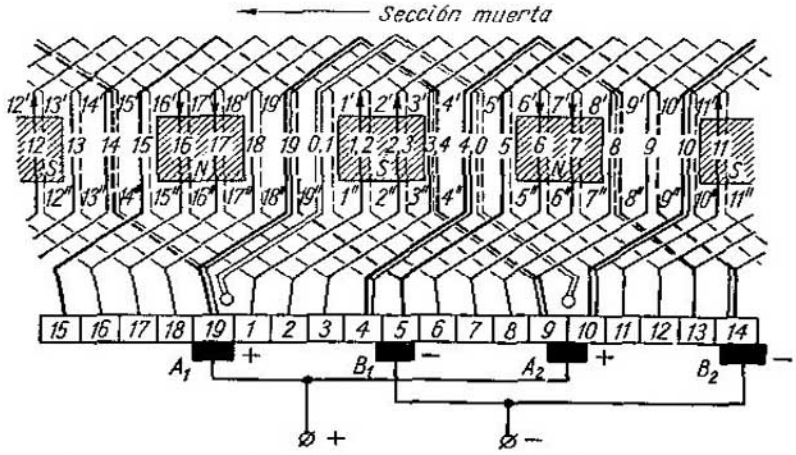
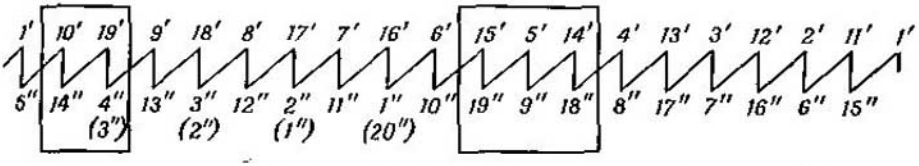


Fig. 3-43. Esquema desarrollado de un arrollamiento ondulado simple con sección muerta: $2p=4$; $Z=20$; $S=K=19$; $u=1$

de la sección muerta, para un número de secciones igual al número de secciones activas, es decir, en el caso dado para $S=19$.

Así pues, el orden de conexiones toma la forma siguiente:



Las secciones cortocircuitadas se han encerrado en rectángulos. En este caso las f.e.m. de las secciones tiene distinta magnitud, por cuanto son distintas las sumas geométricas de las f.e.m. de los lados de las secciones; de aquí se desprende la necesidad de construir las estrellas de los lados de las secciones y no de las secciones completas.

La estrella de f.e.m. de los lados de las secciones del devanado viene dada en la fig. 3-44, *a*. El polígono de f.e.m. de las ramas del devanado, representado en la fig. 3-44, *b*, muestra que las f.e.m. sumarias dentro del devanado resultan no equilibradas en la magnitud Δe igual a la f.e.m. que debería ser creada por la sección muerta si ésta se conectara al circuito del devanado del inducido. La presencia de f.e.m. no equilibrada en el circuito del inducido provocará la circulación de cierta corriente reguladora alterna dentro de su devanado, que será tanto menor, cuanto mayor sea el número de polos y de secciones activas.

Puesto que la corriente reguladora complementaria Δi es de bastante pequeña intensidad a consecuencia del gran número de secciones,

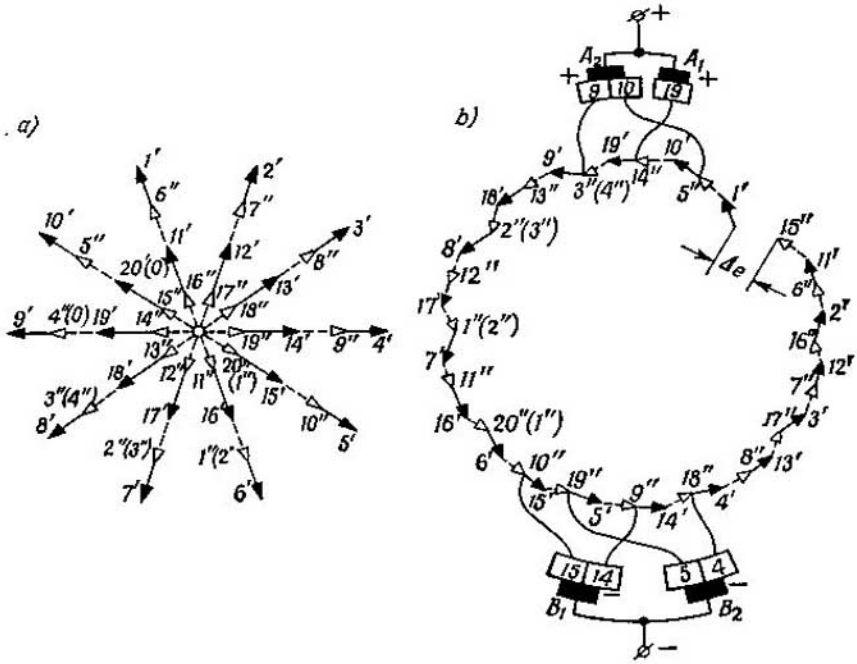


Fig. 3-44. Estrella y polígono de f. e. m. del arrollamiento ondulado con sección muerta dado en la fig. 3-43

conectadas en serie, y de la considerable inductancia de todo el circuito, su presencia no ejerce una influencia notable en el calentamiento del devanado del inducido. No obstante, la asimetría en el polígono de f.e.m. indica la posibilidad de ciertas complicaciones en las condiciones de conmutación en las zonas de la sección muerta, por eso en las máquinas potentes con condiciones tensas de conmutación se recomienda evitar el empleo de devanados ondulados con sección muerta.

B. Ejemplo 2. Devanado ondulado simple cerrado artificialmente. El segundo procedimiento artificial de producción de los devanados ondulados son los devanados ondulados cerrados artificialmente, que pueden ser empleados en el caso en que la fórmula para el devanado ondulado simple no da un número entero de y, pero al dividir el número de secciones S entre el número de pares de polos p se obtiene un número entero.

Al cumplir el devanado ondulado observando estas condiciones, la onda, después de recorrer todos los polos del mismo signo de la máquina regresaría a la delga de partida sin sufrir desplazamiento alguno con respecto a ésta (ni hacia adelante, ni hacia atrás), como esto tiene lugar en el devanado ondulado simple. A cônsecuencia de esto hay que realizar el desplazamiento necesario artificialmente,

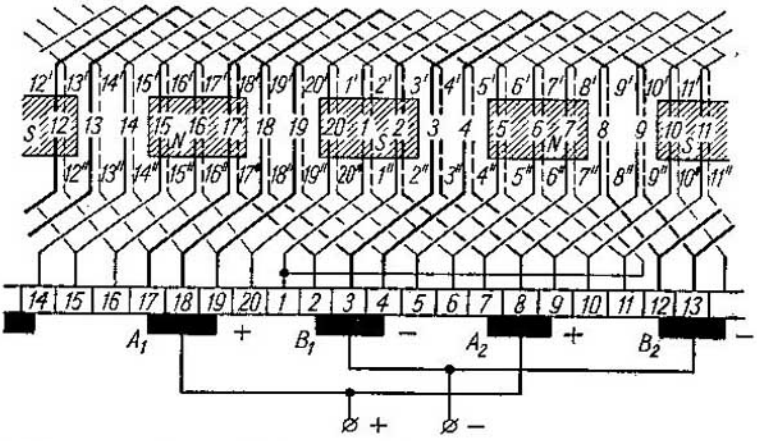


Fig. 3-45. Esquema desarrollado de un arrollamiento ondulado simple artificialmente cerrado: $2p=4$; $Z=S=K=20$; $u=1$

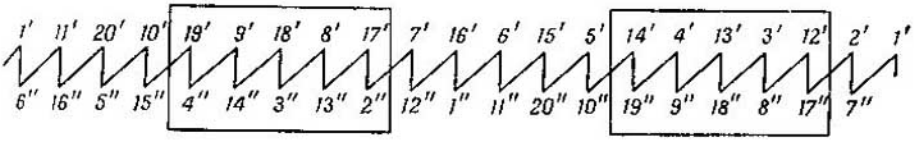
conectándose después de cada recorrido a la delga siguiente o a la antecedente. Como resultado de tal procedimiento, después de recorrer el devanado ondulado por todas las barras de cálculo, ésta no regresa a la delga de partida, como sucede en el caso de devanado ondulado simple, sino que forma dos finales que se encuentran uno de otro a la distancia de dos pasos polares y que se deben conectar con ayuda de un puente de unión suplementario especial.

Para el ejemplo del bobinado de un devanado ondulado cerrado artificialmente tomemos los datos de la máquina para la cual se hizo el devanado ondulado con sección muerta, a saber: $Z=S=20$, $2p=4$. Por cuanto en este devanado se conserva el número total de secciones, entonces el número de delgas será $K=S=20$. Los pasos resultantes parciales y total del devanado serán:

$$y_1=y_2=5; \qquad y=S/p=20/2=10.$$

Después del recorrido completo de la onda, el paso artificial es igual a la unidad.

El esquema del devanado se representa en la fig. 3-45. La conexión de los lados de las secciones tiene la forma siguiente:



Las secciones cortocircuitadas, en la posición dada del inducido, están encerradas en rectángulos. La estrella de las f.e.m. de los lados de las secciones viene dada en la fig. 3-46, *a*.

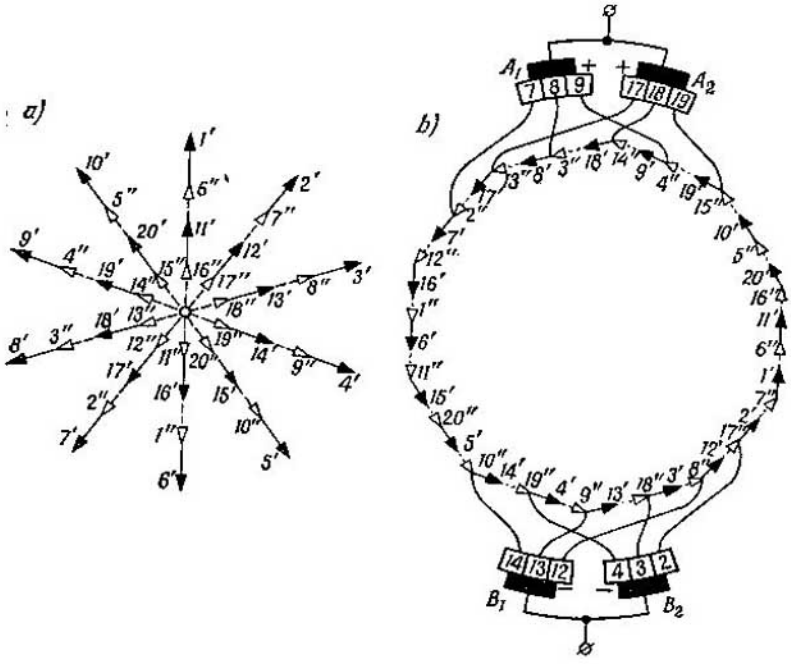


Fig. 3-46. Estrella y polígono de f. e. m. del arrollamiento ondulado artificialmente cerrado representado en la fig. 3-45

En el devanado ondulado cerrado artificialmente se obtiene, así como en el devanado ondulado simple, sólo un polígono de f.e.m. representado en la fig. 3-46, *b*. El número de lados del polígono es igual al número de lados de las secciones colocadas en un paso polar doble: $S/p=y=10$. Las secciones situadas debajo de los polos del mismo signo, al recorrer la onda se encuentran en una misma posición con respecto a la línea media del polo. Los lados del polígono se forman por los vectores de f.e.m. que coinciden de dirección, siendo el número de éstos igual al número de polos de la máquina.

3-13. Devanados imbricados combinados

Se llama devanado imbricado combinado al devanado cuyo paso en el colector $y_c=m$, donde $m=2, 3, \ldots$ es un número entero. En la práctica se practican sólo los devanados imbricados combinados en los que $m=y_c=\pm 2$ ó ± 3.

De acuerdo con el principio de correspondencia del paso del devanado en el colector y en el inducido (véase el § 3-9, p. D) tenemos:

$$y=y_c=\pm m. \qquad (3\text{-}17)$$

Aquí y es el paso resultante del devanado en el inducido, medido, co-

mo en el devanado imbricado simple, por el número de ranuras elementales.

De las condiciones del bobinado del devanado de tambor el primer paso parcial de todo devanado, en particular del devanado imbricado combinado, debe ser igual o aproximadamente igual a un paso polar.

Por consiguiente,

$$y_1 = \frac{Z_e}{2p} \mp \varepsilon. \tag{3-18}$$

El segundo paso parcial del devanado es

$$y_2 = y - y_1. \tag{3-19}$$

Si el colector comprende un número par de divisiones de colector, entonces siendo $y_c = 2$ se obtienen dos devanados iguales independientes. Sea, por ejemplo, $K = 20$; comenzando el bobinado del devanado por la división 1, conectamos entre sí sólo las divisiones de colector impares 1—3—5—. . . —19—1 y cerramos el devanado, colocándolo en las ranuras elementales impares del inducido.

A continuación bobinamos el segundo devanado, conectando entre sí sólo las divisiones de colector pares, y lo cerramos empleando las ranuras pares del inducido. A este devanado lo llamaremos *devanado combinado doble* (de dos circuitos).

Si K es un numero impar, por ejemplo, $K = 19$, entonces el devanado se cumple por el esquema 1—3—5—. . . —19—2—4—. . . —18—1, es decir, primero conectamos todas las divisiones de colector impares y hacemos el primer recorrido del colector, y luego, sin interrumpir el devanado, realizamos el segundo recorrido del colector y cerramos el devanado, conectando entre sí las divisiones de colector pares. A este devanado lo llamaremos *devanado combinado ordinario*. Hasta no hace mucho tiempo el primer tipo de devanado era el principal, por cuanto en este caso se observan las condiciones de simetría del devanado (véase el § 3-15). Pero la experiencia de los últimos años ha demostrado que los devanados combinados ordinarios empleados en las máquinas de gran potencia funcionan satisfactoriamente, a pesar de su cierta asimetría.

Examinemos, como ejemplo, un devanado imbricado combinado.

A. Ejemplo 1. Devanado imbricado derecho con paso largo. Bobinemos un devanado imbricado combinado según los datos: $2p = 4$; $S = K = Z_e = 20$; $u = 1$; $Z = 20$; $m = 2$. El devanado es derecho con paso largo.

De acuerdo con las fórmulas de cálculo expuestas más arriba, tenemos:

$$y_c = y = +2; \quad y_1 = \frac{Z_e}{2p} \mp \varepsilon = \frac{20}{4} + 1 = 6; \quad y_2 = -4.$$

El esquema del devanado viene dado en la fig. 3-47. En el esquema se indican los números de las ranuras y correspondientemente de las secciones *1*, *2*, *3*, . . ., *20*, pero, para no complicar el dibujo,

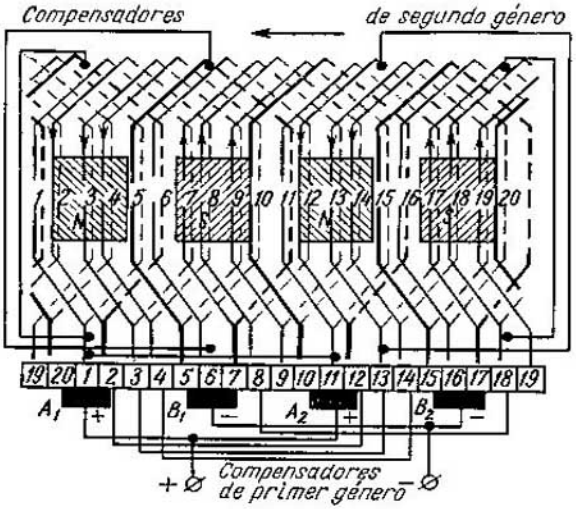
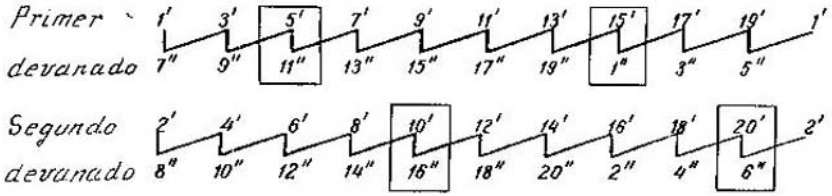


Fig. 3-47. Arrollamiento combinado de lazo de dos circuitos y de paso largo: $2p=4$; $S=K=Z_c=20$; $1=u$; $Z=20$; $m=2$

no se muestran los números de los lados activos en las ranuras, por ejemplo, *1'* — *1"* en la ranura *1* ó *2'* — *2"* en la ranura *2*, etc. Los lados de las secciones se conectan entre sí en el orden indicado a continuación:



La anchura de las escobillas es igual a la anchura de dos divisiones de colector.

Puesto que en el instante considerado las ranuras *3* y *13* se encuentran debajo de las líneas medias de los polos norte correspondientes, los vectores de f.e.m. *3'—3"* y *13'* — *13"* coinciden con el eje de ordenadas (fig. 3-48, *a*). Para el sentido adoptado de rotación del inducido los vectores de f.e.m. se siguen uno a otro en el orden 1—2—3, etc. A la primera estrella de f.e.m. correspondiente a las ranuras 1—10 se superpone la segunda estrella que corresponde a las ranuras *11—20*.

El diagrama de f.e.m. de una sección, por ejemplo, de la sección *8*, tiene la forma representada en la fig. 3-48, *b*. La construcción se

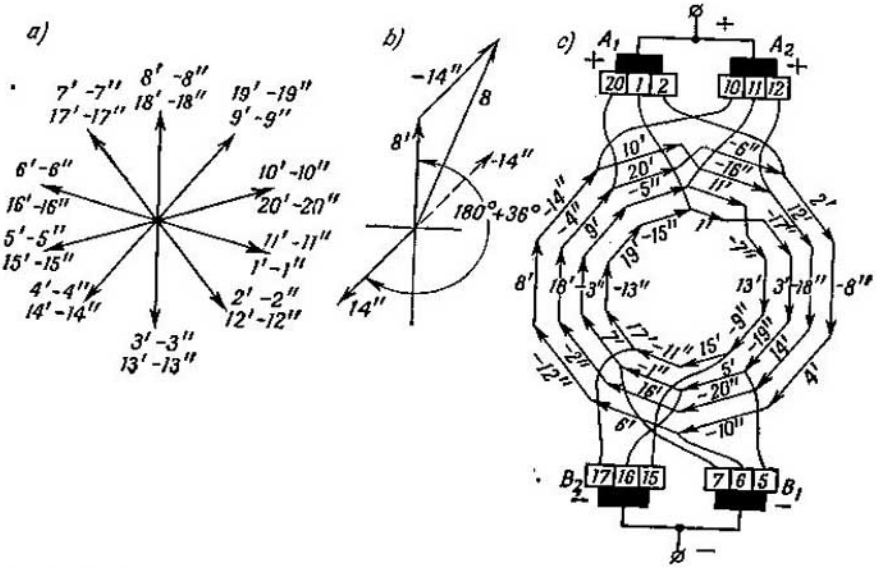


Fig. 3-48. Estrella de la f. e. m. de las partes de las secciones (*a*); diagrama de la f. e. m. de las secciones (*b*); polígono de f. e. m. de las partes de las secciones del arrollamiento dado en la fig. 3-47 (*c*)

lleva a cabo de la manera corriente con la condición de que el ángulo de desplazamiento entre dos ranuras contiguas es $\alpha = \frac{p \cdot 360°}{Z_e} = \frac{2 \cdot 360°}{20} = 36°$ y de que el segundo lado (el inferior) de la sección *8* se encuentra en la ranura $8+6=14$, es decir, está desplazado con respecto al lado superior de la misma sección un ángulo $6\alpha = 6 \cdot 36° = 180° + 36°$.

Los polígonos de f.e.m. de los lados de las secciones vienen dados en la fig. 3-48, *c*. El procedimiento de construcción es el mismo que anteriormente (véase la fig. 3-31, *a*). A cada devanado le corresponden dos polígonos: dos exteriores, del primer devanado compuesto de las secciones impares, y dos interiores, del segundo devanado compuesto de las secciones pares. Como a cada polígono de f.e.m. le corresponde un par de ramas del devanado del inducido, con relación a las escobillas resultan ocho ramas en paralelo. Así pues, en comparación con el devanado imbricado simple el número de ramas del devanado combinado imbricado doble de paso en el colector $y_c=2$ se duplica, es decir,

$$a=2p \quad \text{o bien} \quad 2a=2 \cdot 2p. \tag{3-20}$$

Esta relación, que es una particularidad característica del devanado imbricado combinado, permite utilizar este último en las máquinas con grandes valores de las corrientes, destinadas, por ejemplo, para los fines de electrólisis.

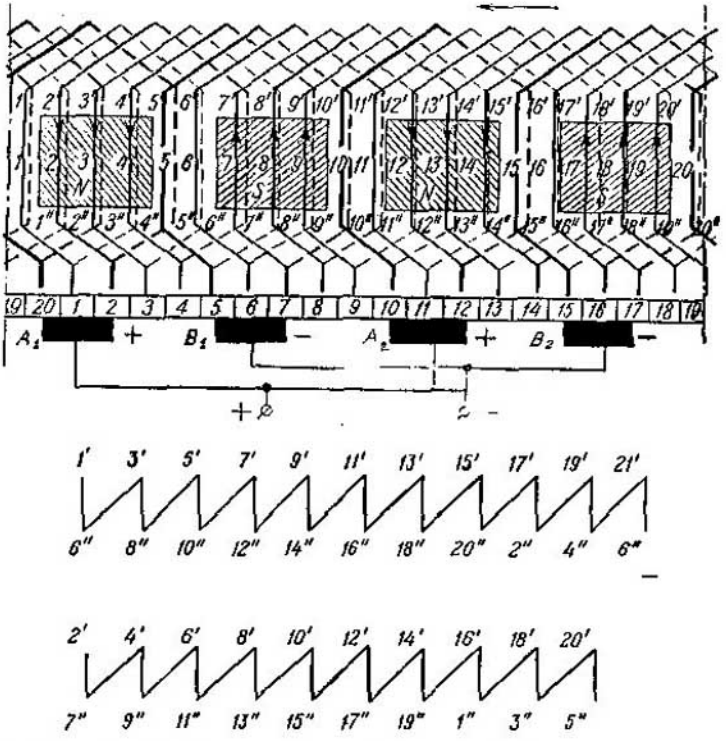


Fig. 3-49. Arrollamiento combinado imbricado doble y de paso total: $2p=4$; $S=K=Z_e=20$; $u=1$; $Z=20$; $m=2$

Al examinar los polígonos de f.e.m. de la fig. 3-48, *c*, vemos que las fuerzas electromotrices resultantes de todas las ramas son de una misma magnitud y están dirigidas en un mismo sentido; por eso, cuando el campo magnético es simétrico dentro del devanado no existen corrientes reguladoras, o sea, el devanado es equilibrado.

B. Ejemplo 2. Devanado imbricado combinado derecho de paso total. Bobinemos un devanado imbricado combinado derecho haciendo uso de los mismos datos que en el ejemplo 1: $2p=4$; $S=K=Z_e=20$; $u=1$ y $Z=20$, pero con paso total.

En este caso tenemos:

$$y_c=y=2;\quad y_1=\frac{Z_e}{2p}\mp\varepsilon=\frac{20}{4}=5;\quad y_2=-3.$$

El esquema del devanado está representado en la fig. 3-49 para el mismo instante que en el ejemplo 1. El diagrama de f.e.m. de la sección *8* tiene, en este caso, la forma que se muestra en la fig. 3-50, *a*; la estrella de f.e.m. de los lados de las secciones es la misma que en

la fig. 3-48, *a*. El polígono de f.e.m. se ha construido en la fig. 3-50, *b*; en los lados del polígono falta sólo poner las cifras que designan las secciones. Vemos que a cada devanado le corresponden dos polígonos, pero los polígonos de ambos devanados están girados unos respecto a otros un ángulo

$$\alpha = \frac{2 \cdot 360^\circ}{20} = 36^\circ.$$

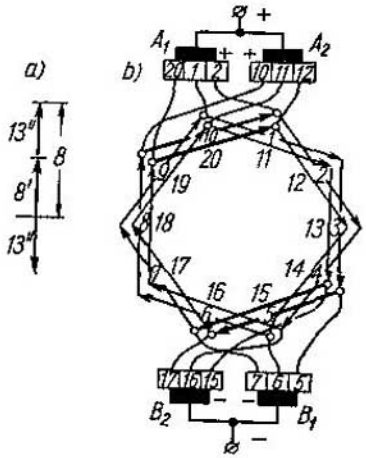


Fig. 3-50. Diagrama de f. e. m. de la sección (*a*); polígono de f. e. m de la sección (*b*)

Confrontando los polígonos de la fig. 3-48, *c* y de la fig. 3-50, *b*, vemos que en el primer caso los polígonos de ambos devanados están dispuestos de igual modo unos respecto a otros, mientras que en el segundo caso, su disposición es distinta. Esto ofrece una ventaja tan notable del devanado de la fig. 3-47 en lo que se refiere a la distribución de las corrientes entre las ramas paralelas del inducido, que el devanado de la fig. 3-49 es prácticamente inaceptable (véase el § 3-16, p. C).

3-14. Arrollamientos ondulados combinados

Se llama arrollamiento ondulado combinado el arrollamiento en el que después de recorrido del colector llegamos a división de colector que no es contigua a la división de partida, sino que dista de ésta 2, 3, . . . , m divisiones de colector. En este caso, se pueden obtener 2, 3, . . . , m arrollamientos, cada uno de los cuales representa un arrollamiento ondulado simple con un número par de ramas $a=1$. Por consiguiente, todos los m arrollamientos tienen $a=m$ pares de ramas. Razonando como en el § 3-3, tenemos:

$$y_c = \frac{K \mp m}{p} = \frac{K \mp a}{p}. \qquad (3\text{-}21)$$

De acuerdo con las fórmulas (3-16), (3-12) y (3-13) determinamos los pasos del arrollamiento en el inducido:

$$y = y_c; \qquad (3\text{-}22, \text{a})$$

$$y_1 = \frac{Z_e}{2p} \mp \varepsilon; \qquad (3\text{-}22, \text{b})$$

$$y_2 = y - y_1. \qquad (3\text{-}22, \text{c})$$

El arrollamiento ondulado combinado, así como el devanado imbricado combinado, puede ser múltiple u ordinario. En el primer caso, el paso y_c y el número de pares de ramas $a=m$ tienen un máximo

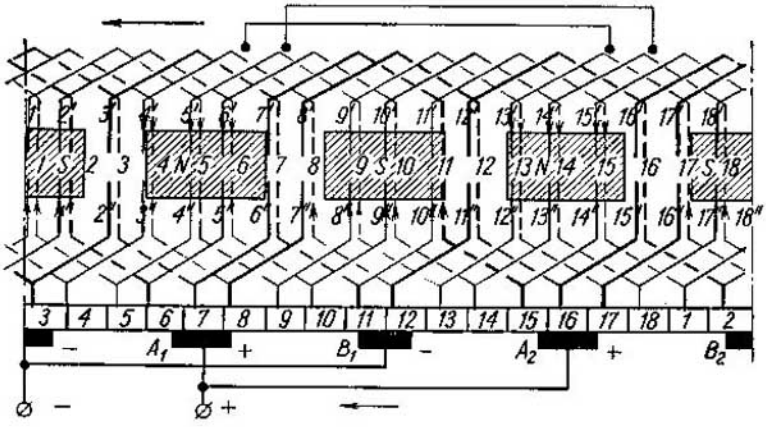


Fig. 3-51. Esquema desarrollado de un arrollamiento ondulado combinado doble a la izquierda de paso acortado: $2p=4$; $S=K=Z_e=18$; $u=1$; $Z=18$; $m=2$

común divisor t; descomponiéndose el arrollamiento en t arrollamientos ordinarios. En el segundo caso, y_c y $a=m$ son números recíprocamente ordinarios, es decir, su máximo común divisor es $t=1$.

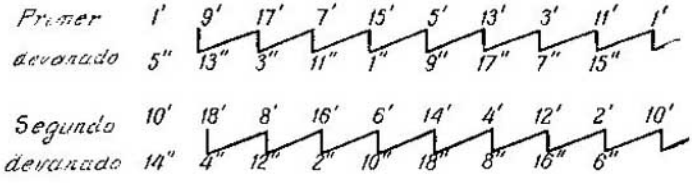
A. Ejemplo 1. Arrollamiento ondulado combinado doble a la izquierda. Como ejemplo bobinemos primero un arrollamiento ondulado combinado doble a la izquierda según los datos siguientes: $2p=4$; $S=K=Z_c=18$; $u=1$; $Z=18$; $a=m=2$.

De acuerdo con las fórmulas de cálculo expuestas más arriba tenemos:

$$y_c=y=\frac{K\mp a}{p}=\frac{18-2}{2}=8;\quad y_1=\frac{Z_e}{2p}\mp\varepsilon=\frac{18}{4}-\frac{2}{4}=4;$$

$$y_2=y-y_1=8-4=4.$$

El esquema del arrollamiento está representado en la fig. 3-51. La conexión de los lados de las secciones se realiza en el orden indicado a continuación:



En la fig. 3-52, *a*, *b* vienen representados la estrella y los polígonos de f.e.m. de las secciones. Para la seccion *1* se ha construido por el procedimiento corriente el diagrama de f.e.m. de sus lados suponiendo que en el instante considerado la ranura *5* se encuentra debajo de la línea media del polo norte y que el inducido gira en la dirección dada

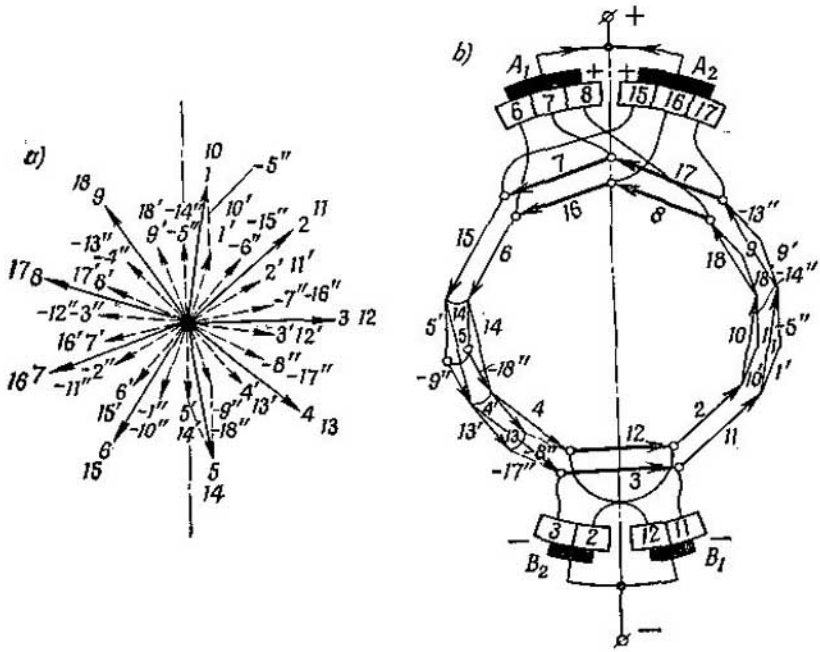


Fig. 3-52. Estrella (*a*) y polígono de f. e. m. (*b*) de las secciones del arrollamiento dado en la fig. 3-51

en la fig. 3-51. En los polígonos de f.e.m. se ve que tenemos dos pares de ramas, es decir, que $a=m=2$. Las fuerzas electromotrices de ambos arrollamientos son iguales y, por lo tanto, ambos arrollamientos se equilibran mutuamente.

B. Ejemplo 2. Arrollamiento ondulado combinado ordinario. Examinemos la variante de un arrollamiento ondulado combinado ordinario izquierdo que no se cruza, siendo par el número de pares de polos p.

Si siendo p par el paso y resulta impar, después de recorrer la mitad de la sección el arrollamiento no se cierra, sinoque pasa a la sección contigua hacia adelante o hacia atrás con respecto de la sección inicial, y solamente después de m recorridos el arrollamiento se cierra en la sección inicial.

Como ejemplo bobinemos un arrollamiento combinado ordinario valiéndonos de los datos siguientes: $2p=4$; $S=K=Z_c=20$; $u=1$; $Z=20$; $a=m=2$. De acuerdo con las fórmulas de cálculo tenemos:

$$y_c=y=\frac{K\mp a}{p}=\frac{20-2}{2}=9;\quad y_1=\frac{Z_c}{2p}\mp\varepsilon=\frac{20}{4}\mp 0=5;$$

$$y_2=y-y_1=9-5=4.$$

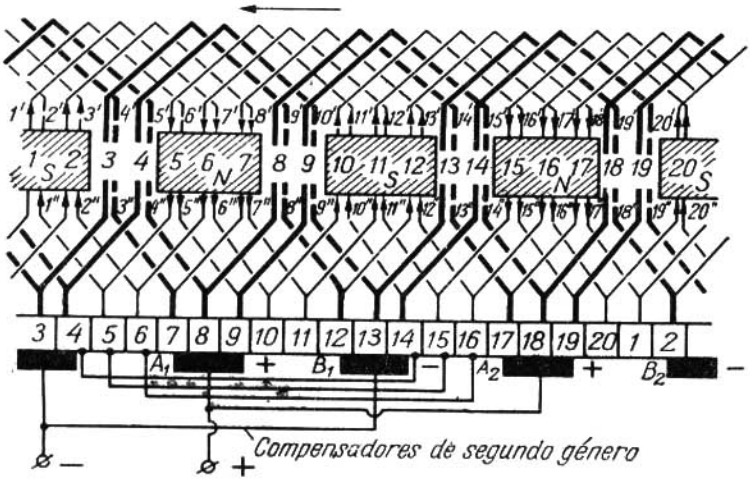


Fig. 3-53. Esquema desarrollado de un arrollamiento ondulado combinado ordinario izquierdo de paso diametral: $2p=4$; $S=K=Z_e=20$; $u=1$; $Z=20$; $a=m=2$

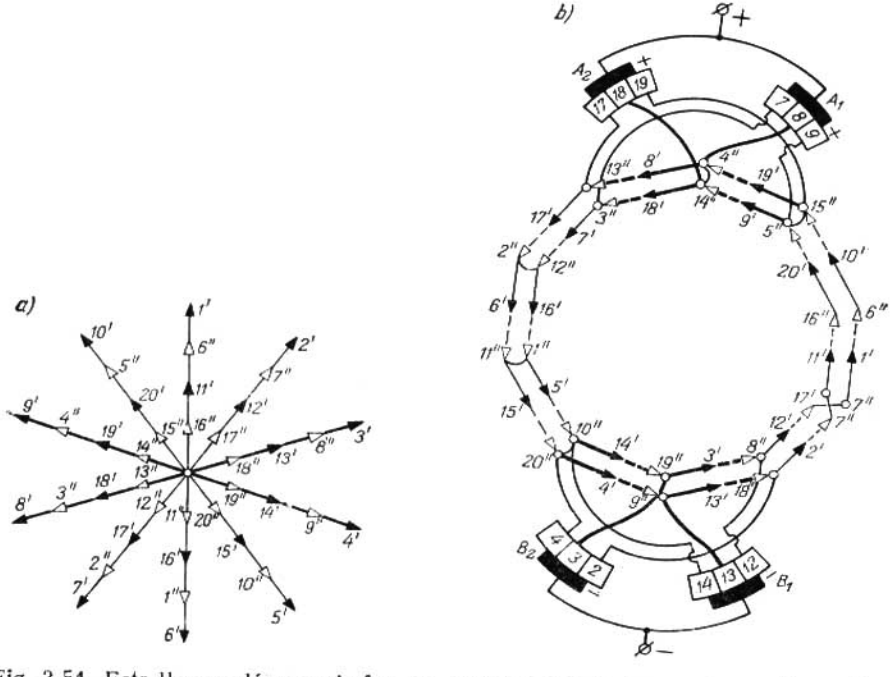
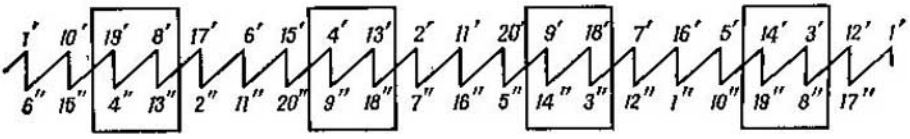


Fig. 3-54. Estrella y polígonos de f. e. m. de los lados de las secciones del arrollamiento representado en la fig. 3-53

La conexión de los lados de las secciones tiene la forma siguiente:



El esquema del arrollamiento está representado en la fig. 3-53. La estrella de f.e.m. de los lados de las secciones viene dada en la fig. 3-54, *a*, y el correspondiente polígono de f.e.m. de los lados de las secciones se muestra en la fig. 3-54, *b*.

La comparación de los caracteres de los polígonos de f e.m. para los arrollamientos ondulados combinados ordinario y doble muestra que entre ambos procedimientos de su bobinado no existe una diferencia en principio particular; por eso ambos procedimientos pueden aplicarse prácticamente en igual medida, pero el arrollamiento ondulado combinado ordinario tiene ciertas ventajas.

C. Ejemplo 3. Arrollamiento ondulado combinado doble izquierdo con número impar de pares de polos. Examinemos a continuación la variante de un arrollamiento ondulado combinado doble izquierdo que no se cruza con un número par de secciones S y correspondientemente con número par de ranuras elementales Z_e, para el caso cuando el número de pares de polos p es impar. Si p es impar, por ejemplo, $p=3$, el arrollamiento ondulado combinado, siendo par el número de ranuras elementales, se descompone en dos arrollamientos ondulados simples independientes y, por esta razón, es doble.

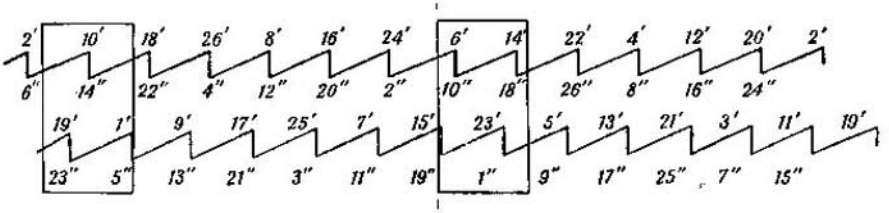
En la fig. 3-55 viene representado el esquema de un arrollamiento ondulado combinado de este tipo con los datos siguientes:

$$2p=6; \quad S=K=Z_e=26; \quad Z=26; \quad u=1; \quad m=2;$$

$$y_c=\frac{K\pm m}{p}=\frac{26-2}{3}=8=y_1+y_2;$$

$$y_1=4 \quad \text{y} \quad y_2=4.$$

La conexión del arrollamiento con los datos indicados tiene la forma siguiente:



Las secciones pares forman una rama del arrollamiento ondulado simple, y las impares, la otra. Ambos polígonos de f.e.m. de las se-

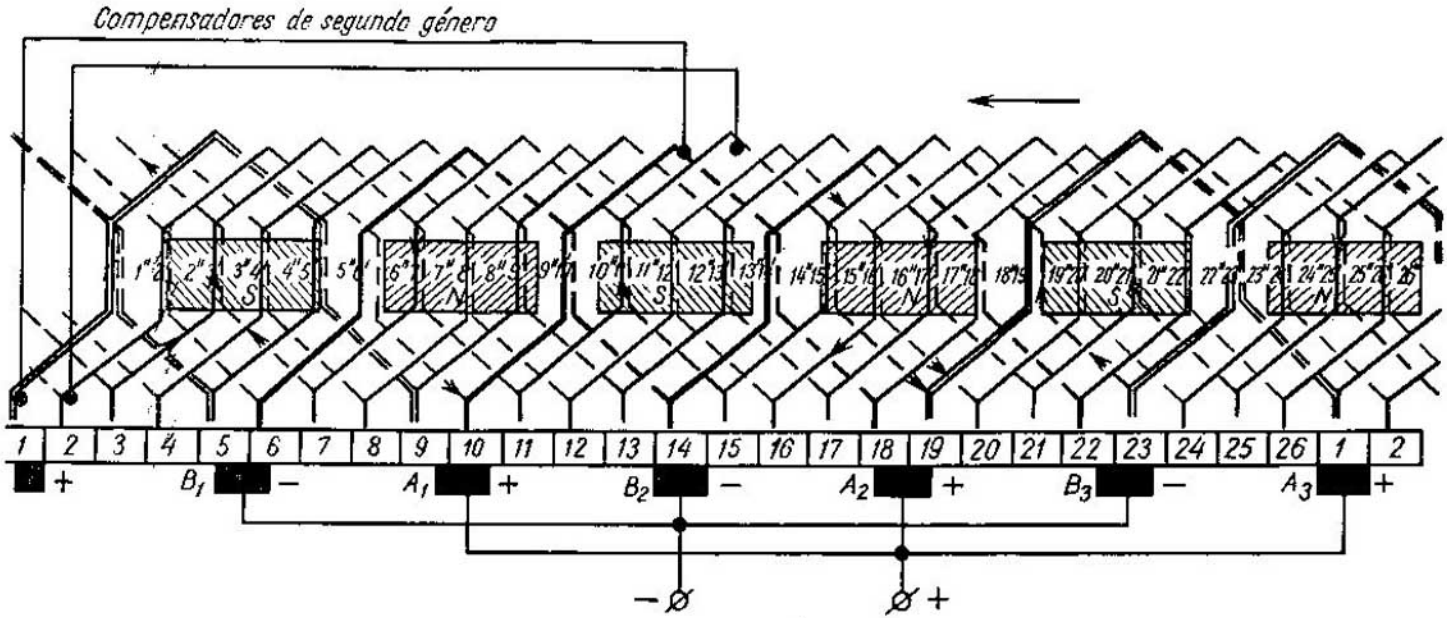


Fig 3-55. Esquema desarrollado de un arrollamiento ondulado izquierdo combinado doble con número impar de pares de polos: $2p=6$; $S=K=Z_e=26$; $Z=26$; $u=1$, $a=m=2$

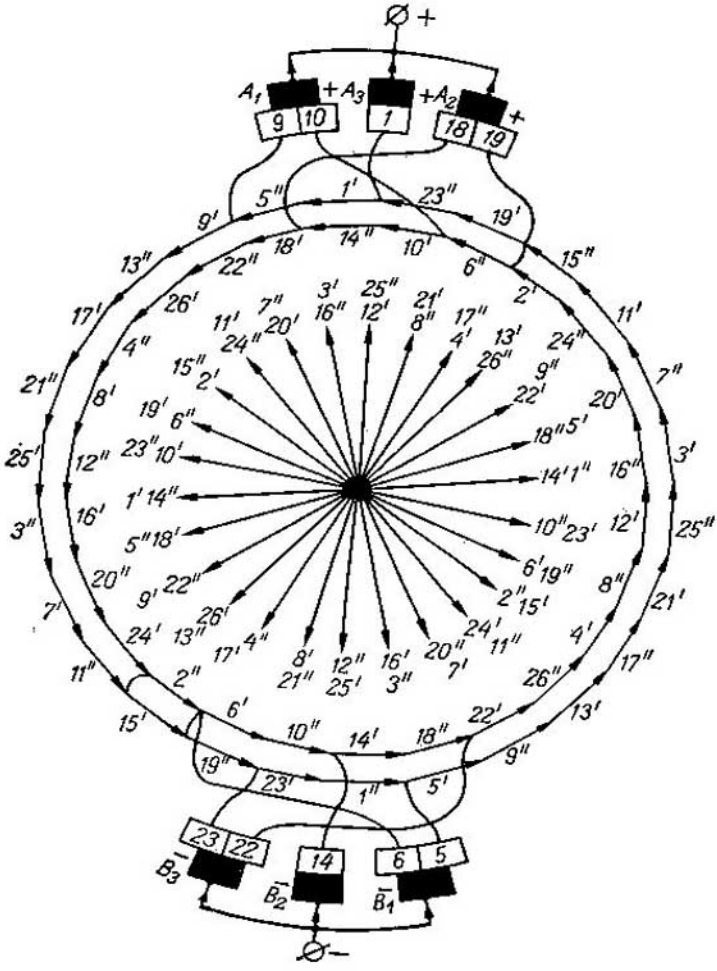


Fig. 3-56. Estrella y polígonos de f. e. m. de los lados de las secciones del arrollamiento dado en la fig. 3-55

misecciones se obtienen iguales (fig. 3-56), pero los puntos equipotenciales de estos polígonos se encuentran a distintos lados del inducido de la máquina, como esto tiene lugar también para el arrollamiento imbricado combinado con $m=2$.

D. Ejemplo 4. Arrollamiento ondulado combinado ordinario con número impar de pares de polos. Si el número de ranuras elementales Z_e es impar y el número de pares de polos p es un número impar no múltiplo de Z_e, el arrollamiento ondulado combinado es ordinario. En la fig. 3-57 está representado el esquema de un arrollamiento ondu-

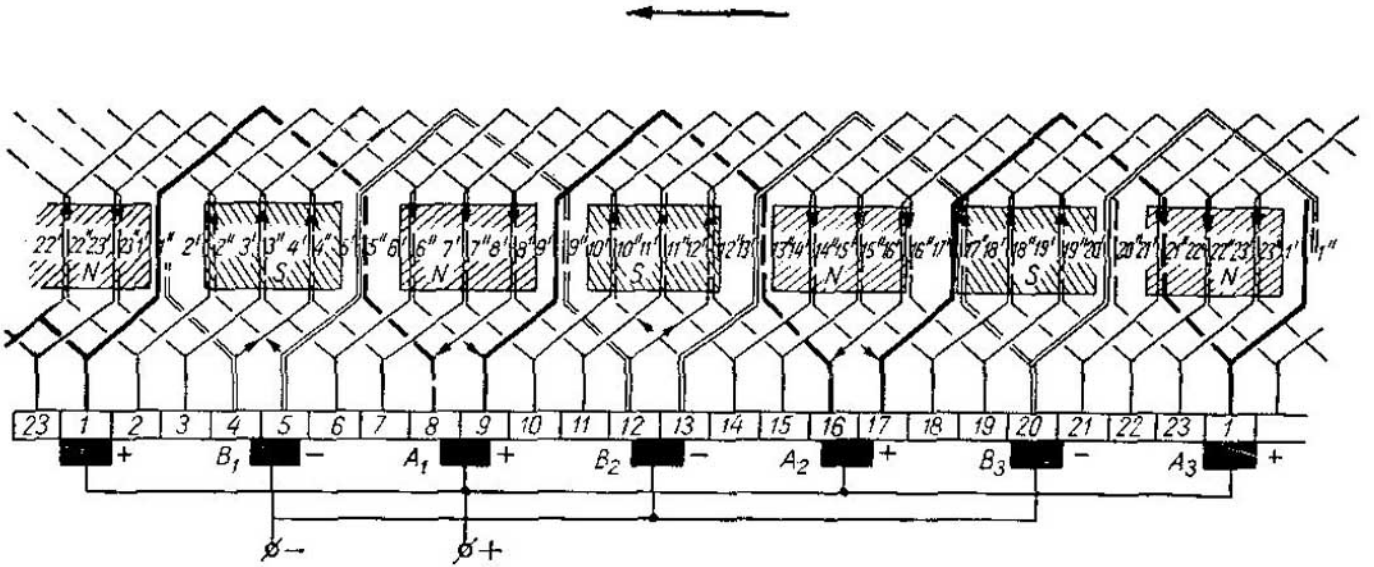


Fig. 3-57. Esquema desarrollado de un arrollamiento ondulado izquierdo combinado ordinario con número impar de pares de polos: $2p=6$; $S=K=Z_e=23$; $Z=23$; $u=1$; $a=m=2$

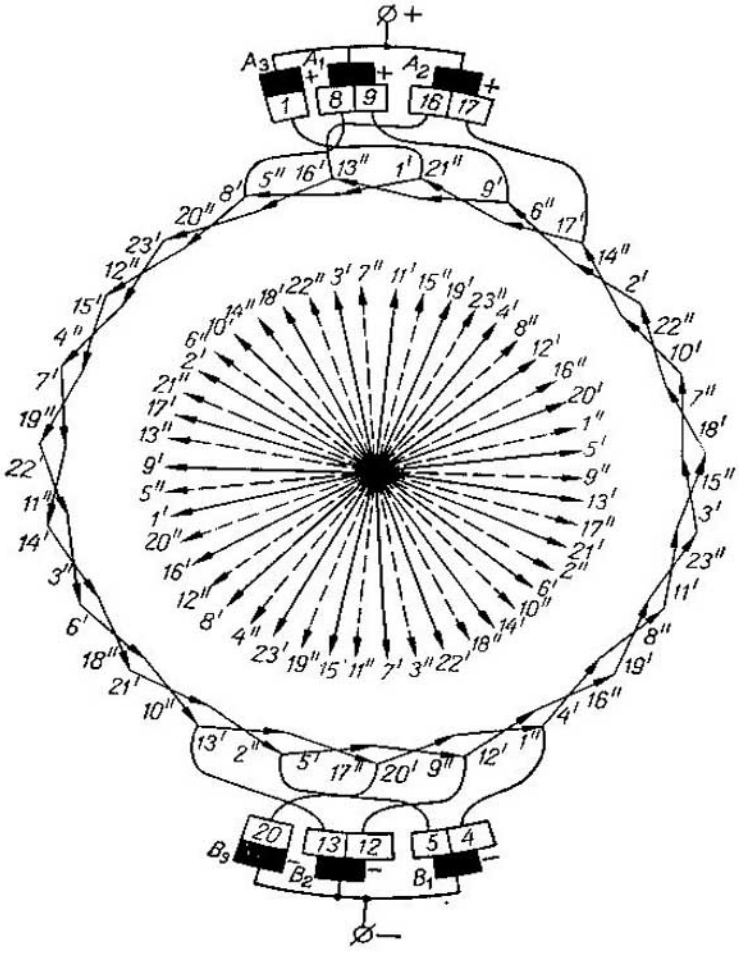


Fig. 3-58. Estrella y polígonos de los lados de las secciones del arrollamiento representado en la fig. 3-57

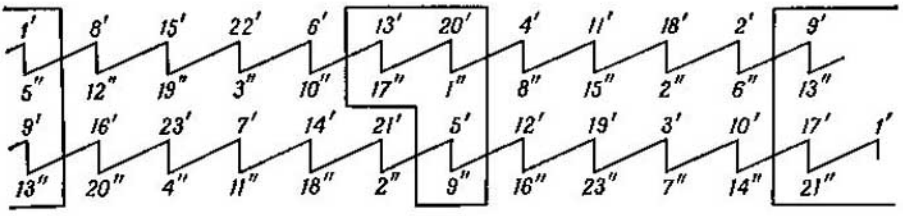
lado combinado ordinario con los datos siguientes:

$$2p = 6; \quad S = K = Z_e = 23; \quad m = 2; \quad u = 1;$$

$$y_c = \frac{K \pm m}{p} = \frac{23-2}{3} = 7 = y_1 + y_2;$$

$$y_1 = 4 \quad \text{y} \quad y_2 = 3.$$

La conexión del arrollamiento con los datos indicados tiene la forma representada a continuación:



Los polígonos de f.e.m. de las semisecciones forman un polígono ordinario entrelazado (fig. 3-58). Este polígono no tiene puntos equipotenciales a un lado de la máquina, accesibles para la conexión de los compensadores.

Siendo el número Z_e impar, en las ramas se obtiene distinto número de semisecciones, que se diferencia en dos semisecciones, lo que testimonia que dentro del arrollamiento se deben crear corrientes reguladoras. No obstante, dado que el arrollamiento es ordinario, para las corrientes creadas por la desigualdad de las f.e.m., resulta un camino bastante largo, a causa de lo cual estas corrientes reguladoras son relativamente de pequeña intensidad. En general, a causa de sus defectos, el arrollamiento no puede ser recomendado para la aplicación práctica.

3-15. Condiciones de simetría de los arrollamientos de un inducido de tambor

Más arriba (véase el § 3-4, p. D) ya se formuló la condición de simetría de un arrollamiento anular, consistente en que todos los pares de ramas de este arrollamiento deben formarse de un mismo número entero de secciones, es decir,

$$S/a = K/a = \text{número entero}. \qquad (3\text{-}23)$$

Esta condición es aplicable también a los arrollamientos de los inducidos de tambor; pero la sección de un inducido de tambor está compuesta de no menos de una espira o dos conductores; por consiguiente, el menor número de conductores del arrollamiento del inducido es $N=2S=2K$ y $S/a=2S/2a=N/2a$, es decir, si se cumple la condición de que S/a=número entero cada rama del arrollamiento del inducido de tambor se compone de igual número de conductores.

La colocación del arrollamiento en las ranuras exige una condición complementaria, la de que las ramas del arrollamiento estén colocadas simétricamente en el campo magnético. Esta condición se cumple si:

$$Z/a = \text{número entero}; \quad 2p/a = \text{número entero}. \qquad (3\text{-}24)$$

Para la simetría de un arrollamiento imbricado simple basta cumplir solamente las dos condiciones primeras: S/a=número entero y Z/a=número entero, ya que la tercera condición $2p/a$=número entero, en este caso, se cumple incondicionalmente.

De los arrollamientos imbricados combinados, sólo el arrollamiento doble con $m=2$ puede ser simétrico. Siendo $m>2$ no se cumple la condición $2p/a$=número entero.

Cuanto mayores son las dimensiones y la potencia de la máquina, tanto mayor es la necesidad de la observación de las condiciones de simetría del arrollamiento.

3-16. Conexiones igualadoras (compensadores)

A. Compensadores de primer género. Los compensadores de primer género se emplean en los arrollamientos imbricados simples para igualar los potenciales en las ramas del arrollamiento, que se encuentran debajo de los polos de una misma polaridad. En efecto, la experiencia demuestra que aunque se cumplan exactamente las condiciones de simetría del arrollamiento, las f.e.m. de sus ramas pueden ser diferentes. Esto se produce debido a distintas causas, por ejemplo, a distintos entrehierros debajo de los polos, a la asimetría de colocación de las escobillas en el colector, excentricidad del inducido con respecto al eje de rotación, rechupes en las armazones de fundición, etc.

A consecuencia de la desigualdad de las fuerzas electromotrices de las diversas ramas, dentro del arrollamiento comienzan a circular corrientes igualadoras desde los puntos de más alto potencial hasta los de potencial más bajo.

Las corrientes igualadoras cargan adicionalmente el arrollamiento y las escobillas, debido a lo cual empeoran las condiciones de funcionamiento de la máquina, aumentan las pérdidas en el cobre del arrollamiento y correspondientemente aumenta la temperatura de la máquina y disminuye su rendimiento.

En calidad de ejemplo consideremos un inducido anular con arrollamiento imbricado simple en el que $2a=2p=4$.

Si todas las ramas del arrollamiento funcionaran simétricamente, entonces en cada una de ellas se inducirían iguales fuerzas electromotrices, por ejemplo, $E_a=100$ V, y por cada una de las mismas circularía corriente de una misma intensidad, por ejemplo, $i_a=200$ A (fig. 3-59, *a*); correspondientemente la corriente en cada escobilla será igual a 400 A, y la corriente en el circuito exterior será 800 A.

Supongamos ahora que el entrehierro debajo del par superior de polos se ha hecho algo mayor que debajo del par de polos inferior, a causa de lo cual son distintas las fuerzas electromotrices inducidas en los pares de ramas superior e inferior, por ejemplo, en el par de ramas superior $E_{a1}=99$ V, y en el inferior $E_{a2}=101$ V. En estas condiciones las escobillas negativas siguen siendo equipotenciales, mientras que entre las escobillas positivas superior e inferior surge una diferencia de f. e. m. igual a $101-99=2$ V. Tal f. e. m. provocará corriente igualadora que circulará por el arrollamiento del inducido en la dirección indicada en la fig. 3-59, *b* por flechas en la cavidad interior del arrollamiento, y que se cerrará a través de las escobillas positivas y la barra de conexión entre éstas. Supongamos que la re-

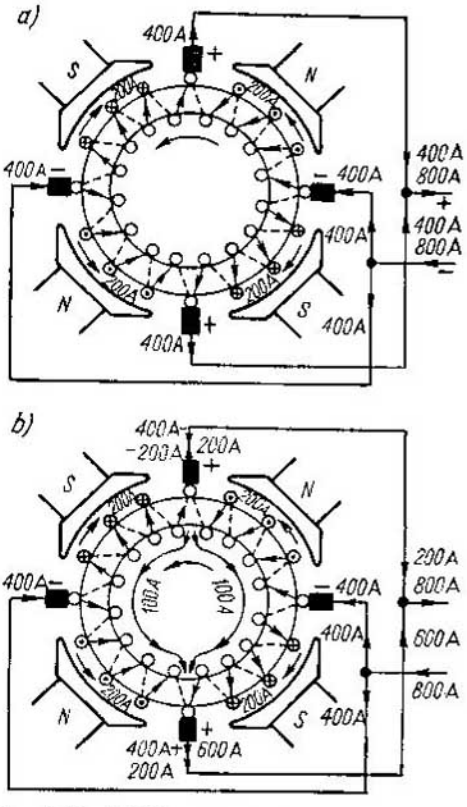


Fig. 3-59. Distribución de la corriente en el devanado del inducido: *a* — en el caso de simetría de f. e. m. de las ramas del devanado; *b* — en el caso de asimetría de f. e. m. de las ramas del devanado

sistencia de una rama paralela del arrollamiento del inducido sea $r_a=0{,}01\ \Omega$; entonces la resistencia de cada mitad de arrollamiento del inducido por el que circula la corriente igualadora será $2r_a=0{,}02\ \Omega$; por consiguiente, por cada una de estas mitades de arrollamiento circulará una corriente igualadora $i_i=2/0{,}02=100$ A, y la corriente igualadora en cada una de las escobillas positivas será 200 A. Si la máquina entrega al circuito exterior 800 A, entonces, como se ve en el esquema de la fig. 3-59, *b*, la corriente igualadora disminuye la carga de cada rama superior del arrollamiento hasta 200—100=100 A, y sobrecarga cada una de las ramas inferiores hasta 200+ +100=300A; correspondientemente la escobilla superior se descarga hasta 400— 200=200 A, y la escobilla inferior se sobrecarga hasta 400+200=600 A, es decir, en un 50%, lo que puede producir chisporroteo en el colector. Además, aumentan las pérdidas en el cobre del arrollamiento: en una máquina sin corriente igualadora estas pérdidas son iguales a $4\cdot200^2\cdot0{,}01=1600$ W, y si circula corriente igualadora alsarzan $2\cdot100^2\cdot0{,}01+2\cdot300^2\cdot0{,}01=2000$ W, lo que influye desfavorablemente en el régimen térmico de la máquina y en su rendimiento.

Para eliminar parcialmente estos fenómenos indeseables es necesario conseguir que las corrientes igualadoras se cierren dentro del arrollamiento del inducido sin salir a las escobillas y a las barras de conexión entre éstas. Para ello es necesario hallar dentro del arrollamiento del inducido los puntos de potencial teóricamente igual y conectarlos entre sí con ayuda de conductores de la menor resistencia posible. Además, hay que señalar que al hablar de puntos equipotenciales tenemos en cuenta solamente los puntos de relativamente

fácil acceso. A éstos se refieren o los finales de las secciones, que se conectan a las delgas, o bien las partes frontales del arrollamiento, en el lado opuesto al colector, ya que los puntos equipotenciales en las zonas de las secciones, colocadas en las ranuras, son prácticamente inaccesibles. En la fig. 3-63, *a*, *b*, *c* se pueden ver las formas constructivas de los compensadores.

Las conexiones igualadoras se pueden practicar solamente en el caso cuando el arrollamiento imbricado simple se ha proyectado observando las condiciones de simetría formuladas en el § 3-15. En este caso obtenemos $a=p$ polígonos de f. e. m. iguales, y cada uno de éstos tiene sólo un punto del potencial dado. Por consiguiente, el número de puntos equipotenciales que podemos hallar en un arrollamiento simétrico siempre es igual a $a=p$. La distancia entre dos puntos equipotenciales contiguos se determina por el así llamado paso de potencial y_p, medido por el número de secciones o el número de divisiones de colector correspondientes a un par de ramas, es decir,

$$y_p=S/a=K/a=K/p. \qquad (3\text{-}25)$$

Así, por ejemplo, el arrollamiento de la fig. 3-29 es simétrico, ya que en él se han observado todas las condiciones de simetría (véase el § 3-15), a saber:

$$\frac{S}{a}=\frac{K}{a}=\frac{14}{2}=7=\text{número entero};\ \frac{Z}{a}=\frac{14}{2}=7=\text{número entero}$$

$$\text{y}\ \frac{2p}{a}=\frac{4}{2}=2.$$

De acuerdo con los datos del arrollamiento el paso de potencial $y_p=S/a=K/a=7$. Por consiguiente, son secciones de igual potencial la *1* y la $1+7=8$, luego, la *2* y la $2+7=9$, etc. Lo mismo se puede ver del polígono de f. e. m. de las secciones de la fig. 3-31, *b*. En la fig. 3-29 se muestra un grupo de compensadores *1—8*, *2—9*, *3—10*, etc. practicados en el lado opuesto al colector.

Aclaremos la función de los compensadores de primer género, considerando, para mayor sencillez, el inducido anular de la fig. 3-59. De acuerdo con los datos del arrollamiento $2p=4$; $S=K=16$; $2a=2p=4$, el paso de potencial del arrollamiento $y_p=S/a=K/a=8$, es decir, los puntos (secciones) equipotenciales son los puntos que ocupan posiciones diametralmente opuestas en el inducido.

Supongamos que, en virtud de la desigualdad de los entrehierros, el flujo creado por el par de polos inferior es mayor y se representa convencionalmente en la fig. 3-60, *a* por cinco líneas, y el flujo creado por el par de polos superior es menor y se representa por tres líneas convencionales. Tal flujo distribuido desuniformemente debajo de los polos puede ser representado en forma de dos flujos superpuestos uno al otro: el flujo Φ_1 distribuido uniformemente debajo de los cuatro polos y mostrado en la fig. 3-60, *b* por cuatro líneas de trazos, y el flujo Φ_2 que forma solamente dos polos, representado en la misma

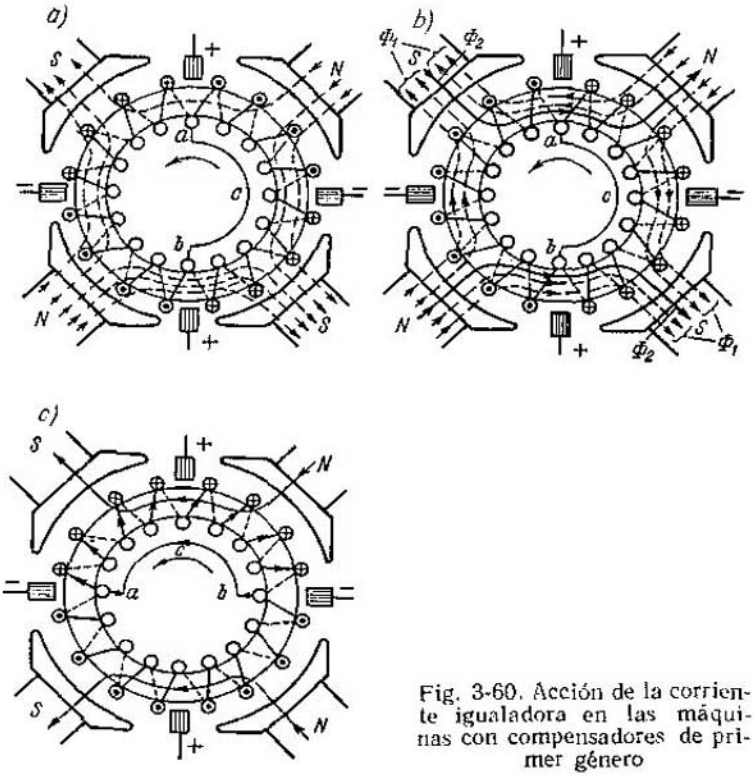


Fig. 3-60. Acción de la corriente igualadora en las máquinas con compensadores de primer género

figura por dos líneas continuas gruesas. Cada uno de estos flujos induce en el arrollamiento del inducido su f. e. m. Las fuerzas electromotrices creadas por el flujo Φ_1 tiene un carácter habitual para la máquina de cuatro polos, y se muestran en la fig. 3-60, *a*, y las fuerzas electromotrices creadas por el flujo Φ_2 corresponden a la máquina bipolar y se muestran en la fig. 3-60, *b*.

Vemos que en cada rama del arrollamiento, entre los puntos *a* y *b* situados en el diámetro vertical y que teóricamente son puntos equipotenciales, el flujo Φ_2 crea f. e. m. de un mismo signo: en el lado izquierdo del arrollamiento, denotado por un punto, y en el derecho, designado por una cruz; por consiguiente, entre los puntos *a* y *b* hay una diferencia máxima de potencial u_{ab}. Al girar el inducido 180° los puntos *a* y *b* cambian de sitio y la tensión entre ellos alcanza nuevamente su valor máximo, pero ahora con diferente signo. Al girar el inducido 180° más, el cuadro se repite. Así pues, en una vuelta completa del inducido se obtiene una onda completa de tensión u_{ab}.

Si conectamos los puntos *a* y *b* con ayuda de un conductor igualador, entonces, debido a la acción de esta tensión alterna, por ambas mitades del arrollamiento del inducido, en las que éste se divide por

los puntos a y b, circulará una corriente alterna i_i, que se cierra a través del compensador acb. Puesto que la inductancia del arrollamiento del inducido es considerablemente mayor que su resistencia a la corriente continua, la corriente i_i estará retardada con respecto a la tensión u_{ab} casi 90°. Por lo tanto, la corriente i_i alcanzará su valor máximo después de que el inducido haya girado 90° en el sentido de la rotación, es decir, en el instante en que los puntos a y b se sitúen en el diámetro horizontal (fig. 3-60, c). En este instante alcanzará también su valor máximo el flujo magnético Φ_i creado por la corriente i_i (representado por dos líneas continuas finas en la fig. 3-60, c).

Al examinar el flujo Φ_2 en la fig. 3-60, b y flujo Φ_i creado por la corriente I_i (fig. 3-60, c), vemos que están dirigidos uno al encuentro del otro, es decir, son opuestos, así que si el flujo Φ_i fuera de igual magnitud que el flujo Φ_2, entonces la asimetría del flujo magnético se eliminaría por completo. En realidad el flujo Φ_i sólo compensa parcialmente esta asimetría, intensificando el flujo debajo de los polos donde está debilitado, y debilitándolo allí donde está intensificado. Esta deducción lleva un carácter general y, por consiguiente, *el papel del compensador de primer género y de la corriente igualadora consiste en crear tal flujo Φ_i, el cual superponiéndose al flujo asimétrico de la máquina tiende a suavizar la asimetría magnética bajo la acción de la cual este flujo se ha creado.*

Un solo compensador no puede producir el efecto necesario, por lo cual se aumenta el número de compensadores. El mayor número posible de compensadores es igual a K/a, puesto que cada delga y, por lo tanto, cada sección dentro de los límites de un par de ramas puede ser conectada a las correspondientes delgas o secciones dentro de los límites de los restantes $a - 1$ pares de ramas. Estas máquinas se llaman máquinas *con número completo de compensadores*. No obstante, en este caso es bastante grande el gasto de cobre y se complica la construcción y la producción de la máquina, por esta razón usualmente se disminuye el número de compensadores, en particular en las máquinas cuyas condiciones de conmutación son relativamente fáciles. Por ejemplo, en los arrollamientos de secciones iguales es suficiente colocar un compensador por ranura. En la fig. 3—34 se muestra un grupo de compensadores por el lado opuesto al colector; puesto que en este arrollamiento el paso $y_p = S/a = 28/2 = 14$, se pueden conectar las secciones *1* y *15*, *3* y *17*, etc. Del mismo modo se cumplen los compensadores para un arrollamiento en tresbolillo.

Además, la corriente igualadora en los compensadores provoca pérdidas adicionales y correspondientemente aumenta el calentamiento del arrollamiento del inducido. No obstante, esto usualmente no es peligroso, puesto que la inductancia relativamente grande del arrollamiento del inducido disminuye la corriente igualadora hasta algunos por ciento del valor nominal.

B. Compensadores de segundo género. *En los arrollamientos ondulados simples* con un par de ramas y, por consiguiente, con un polígono de f.e.m., no existen dos puntos equipotenciales, por lo que *no pueden*

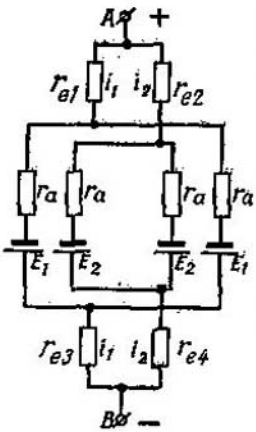


Fig. 3-61. Esquema de sustitución del arrollamiento dado en la fig. 3-51

haber compensadores. Pero en los arrollamientos ondulados combinados $a>1$, y por esta razón éstos permiten la adaptación de compensadores. Sin embargo, en comparación con los arrollamientos imbricados simples, la tarea de estos compensadores es distinta, por lo que se llaman *compensadores de segundo género*. En efecto, en los arrollamientos ondulados las secciones de cada par de ramas están situadas debajo de todos los polos de la máquina; por esta razón, la posible asimetría magnética de la máquina se refleja del mismo modo en todas las ramas del arrollamiento y, por consiguiente, las fuerzas electromotrices de todas las ramas se pueden considerar prácticamente equilibradas. Pero incluso en el caso de la igualdad completa de las fuerzas electromotrices de todas las ramas puede tener lugar la distribución desuniforme de las corrientes entre las distintas ramas del arrollamiento ondulado combinado. Examinemos los fenómenos que tienen lugar tomando como ejemplo un arrollamiento ondulado combinado doble, cuyo esquema viene dado en la fig. 3-51. El arrollamiento puede ser sustituido por el esquema de la fig. 3-61. Aquí r_a es la resistencia de una rama del arrollamiento del inducido; r_{e1}—r_{e4} son las resistencias de los contactos por escobillas; E_1 y E_2 son las fuerzas electromotrices en las ramas de los arrollamientos del inducido, considerando que $E_1=E_2$; i_1 e i_2 son las corrientes en cada uno de los arrollamientos que constituyen el arrollamiento del inducido.

La tensión entre los terminales A y B es:

$$u_{AB}=E_1-i_1\left(r_{e1}+r_{e3}+\frac{1}{2}r_a\right)=E_2-i_2\left(r_{e2}+r_{e4}+\frac{1}{2}r_a\right),$$

o, puesto que $E_1=E_2$, entonces

$$\frac{i_1}{i_2}=\frac{r_{e2}+r_{e4}+\frac{1}{2}r_a}{r_{e1}+r_{e3}+\frac{1}{2}r_a}.$$

De esto se desprende que las corrientes se distribuyen uniformemente entre los arrollamientos sólo en el caso en que las sumas de las resistencias son iguales: $r_{1e}+r_{e3}=r_{e2}+r_{e4}$. Puesto que esta igualdad prácticamente no se cumple nunca, siempre es posible la distribución desuniforme de las corrientes tanto entre los arrollamientos, como en la región de los contornos cortacircuitados, que trae consigo la distribución no uniforme de las tensiones entre las delgas contiguas, empeorando el funcionamiento de la máquina. Para eliminar este defecto se emplean los compensadores de segundo género, con auxilio de los

cuales se conectan los puntos de ambos arrollamientos simples, que teóricamente deben tener los mismos potenciales. En el polígono de f.e.m. de la fig. 3-52, *b* se ve que la delga *4* debe ser conectada a la delga *13*, la *5* con la *14*, etc., es decir, se deben conectar las delgas que se encuentran una de otra a la distancia de un paso de potencial $y_p = S/a = K/a = 18/2 = 9$. Si se desea, en el caso considerado las conexiones igualadoras se pueden insertar en el lado opuesto al colector, así como se muestra en las figs. 3-51 y 3-52.

Así pues,

la diferencia entre los compensadores de primero y segundo género consiste en que los compensadores de primer género compensan la asimetría del sistema magnético de la máquina, mientras que los compensadores de segundo genero, compensan la asimetría de distribución de la tensión en el colector.

C. Compensadores en los arrollamientos imbricados combinados. En las máquinas con arrollamientos imbricados combinados se emplean compensadores de ambos géneros: los compensadores de primer género son necesarios en cada uno de los arrollamientos imbricados simples, y los de segundo género para igualar la tensión en el colector y para la distribución uniforme de las corrientes entre los diversos arrollamientos simples, por cuanto éstos se conectan uno con otro sólo por medio del sistema de contactos por escobillas, como sucede también en los arrollamientos ondulados combinados.

Como ejemplo tomemos el arrollamiento imbricado combinado doble representado en la fig. 3-47. Uno de los arrollameintos simples está conectado a las delgas impares y está compuesto por las secciones impares; el otro arrollamiento simple está conectado a las delgas pares y comprende las secciones pares. En correspondencia con esto los dos polígonos de f. e. m. exteriores en la fig. 3-48, *c* se refieren al primer arrollamiento, y los dos interiores, al segundo arrollamiento. Del polígono de f.e.m. se ve que al formar compensadores de primer género debemos conectar en el lado del colector o en el lado opuesto al colector las secciones que se encuentran una de otra a la distancia de un paso de potencial $y_p = S/a = K/a = 20/2 = 10$, donde a significa el número de pares de ramas de un arrollamiento simple, es decir, $a = p = 2$; por esta razón, debemos conectar las secciones *1* y *11*, *3* y *13*, etc., que componen el primer arrollamiento, y las secciones *2* y *12*, *4* y *14*, etc., que constituyen el segundo arrollamiento. Algunos de estos compensadores en el lado del colector se muestran en la fig. 3-57.

La estructura de los compensadores de segundo género es algo más complicada. En la fig. 3-62 están representadas las secciones *1* y *2* del arrollamiento representado en la fig. 3-47. Los finales de la sección *1* se conectan no a las delgas contiguas, sino que dejando pasar una. De este modo, entre las delgas contiguas *1* y *2* existe la tensión no de toda la sección, sino sólo de su mitad. Para asegurar la distribución correcta de la tensión entre las delgas contiguas hay que conectar el punto medio de la sección *1*, que se encuentra en la parte frontal por el lado opuesto al colector, a la delga intermedia *2*. En la fig.3-47

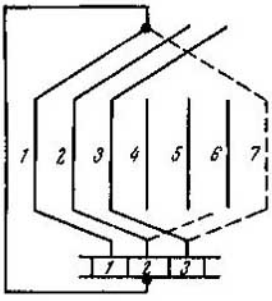


Fig. 3-62. Constitución de los compensadores de segundo género

el punto medio de la sección *5* está conectado a la delga *6*, el punto medio de la sección *12* a la delga *13*, etc. Como a la delga intermedia se conecta otro arrollamiento simple, los compensadores de segundo género unen entre sí eléctricamente a ambos arrollamientos simples.

Recordemos que el esquema del arrollamiento de la fig. 3-47 se ha cumplido con paso largo $y_1=6$; esto ha permitido obtener para este arrollamiento polígonos absolutamente iguales y ha asegurado la posibilidad de adaptar compensadores de segundo género. Por el contrario, para el arrollamiento de la fig. 3-49 de paso largo, los polígonos de f.e.m. de ambos arrollamientos imbricados simples están desplazados uno respecto al otro (fig. 3-50, *b*); por consiguiente, estos arrollamientos no tienen puntos equipotenciales accesibles, y en los arrollamientos de este tipo es imposible aplicar compensadores de segundo género. Por esta razón, el esquema de la fig. 3-49, en contradicción con el esquema dado en la fig. 3-47, no asegura el funcionamiento correcto de la máquina y debe ser considerado prácticamente inaplicable.

Los compensadores de segundo género, así como los de primer género, con frecuencia se cumplen en número reducido, por ejemplo, uno por ranura para el arrollamiento de secciones iguales.

En las máquinas de gran potencia se suelen emplear arrollamientos que no cumplen del todo las condiciones de simetría total, pero que poseen la ventaja de que en ellos se pueden emplear conexiones igualadoras de segundo género en uno de los lados del inducido, como se puede ver, por ejemplo, en el esquema del arrollamiento dado en la fig. 3-53.

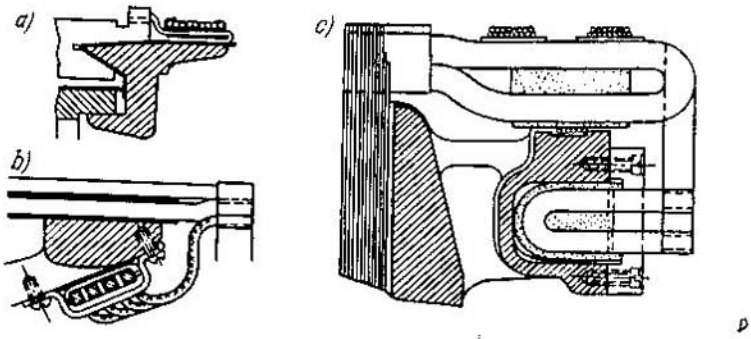


Fig. 3-63. Compensadores: *a* — en el lado del colector; *b* y *c* — en el lado opuesto al colector, en forma de anillos y horquillas respectivamente

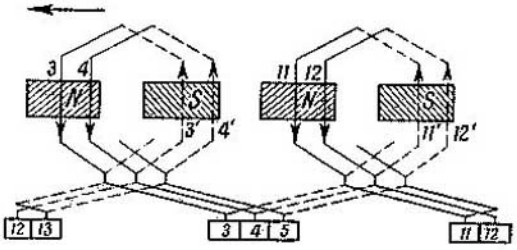


Fig. 3-64. Conexiones compensadoras en las máquinas de gran potencia

D. Tipos constructivos de compensadores. Los compensadores se pueden practicar tanto en el lado del colector (fig. 3-63, *a*), como en el lado opuesto al colector, bajo las partes frontales del arrollamiento, en forma de anillos (fig. 3-63, *b*) o en forma de horquillas (fig. 3-63, *c*). En las máquinas de gran potencia los compensadores se practican con frecuencia de tal manera que cumplen el papel de "ojales", como se muestra en la fig. 3-64.

La mayor complicación representa la adaptación de compensadores de segundo género en los arrollamientos imbricados combinados (véase la fig. 3-47), por cuanto hay que unir los puntos que se encuentran a ambos lados del inducido, para lo cual los compensadores deben ser tendidos a través de las ventanas entre el núcleo del inducido y el eje.

La sección transversal del compensador compone usualmente 1/4—1/2 de la sección transversal del conductor del arrollamiento del inducido.

E. Compensadores de tercer género. En los arrollamientos imbricados combinados tiene importancia no sólo conectar los diversos circuitos de los arrollamientos simples entre sí, sino que también asegurar igual inductancia de los contornos cortocircuitados, cosa de gran importancia para obtener una buena conmutación, sobre todo en las máquinas de gran potencia. Si se divide con ayuda de conexiones igualadoras la tensión de cada sección del arrollamiento, entonces al girar el inducido se conmutará el contorno no de toda la sección, sino sólo de su mitad. Si la máquina tuviera un número incompleto de compensadores de segundo género, entonces unas veces se conmutaría toda la sección, y otras, sólo su mitad; por eso, tales compensadores colocados en una cantidad limitada no pueden cumplir en suficiente medida las tareas de compensación de las autoinducciones de todos los contornos cortocircuitados. Esta función la pueden realizar los compensadores de tercer género, los cuales, para

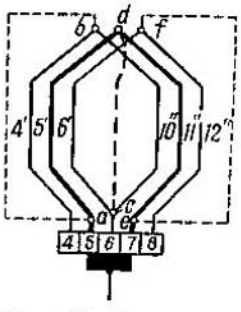


Fig. 3-65. Esquema de las secciones de un arrollamiento de lazo dúplex con conexiones compensadoras de tercer género

el esquema representado en la fig. 3-47, cumplirán simultáneamente la tarea de los compensadores de segundo género.

En la fig. 3-65 está representada una parte del esquema del arrollamiento imbricado doble dado en la fig. 3-47, de la que se ve que por todas las vías las escobillas cierran las semisecciones de los arrollamientos entre las delgas contiguas, a saber:

delga $5 - a - 5' - d - c -$ delga 6;

delga $5 - a - b - 10'' - c -$ delga 6;

delga $6 - c - 6' - f - e -$ delga 7;

delga $6 - c - d - 11'' - e -$ delga 7.

Si no existiera la conexión media $c - d$, las vías primera y cuarta tendrían una inductancia notablemente mayor:

delga $5 - a - 5' - 11'' - e - f - 6' - c -$ delga 6;

delga $6 - c - 10'' - b - a - 5' - 11'' - e -$ delga 7.

3-17. Arrollamiento especial en serie y paralelo de un inducido de tambor (arrollamiento en pata de rana)

En las máquinas de corriente continua de gran potencia a veces se emplea el *arrollamiento en serie y paralelo*, llamado también *arrollamiento en pata de rana*, del inducido, que representa una combinación de arrollamientos imbricado simple y ondulado combinado tal, que permite prescindir de compensadores especiales. Ambos arrollamientos se conectan a un mismo colector y, puesto que en el arrollamiento imbricado simple $a=p$ ramas paralelas, también el arrollamiento ondulado combinado tendrá que tener el mismo número de ramas paralelas $a=p$. Además, ambos arrollamientos constan de un mismo número de secciones y cada una de éstas sirve para conducir la mitad de la corriente total.

Las secciones de ambos arrollamientos se unen constructivamente en plantillas comunes, que se colocan conjuntamente en las ranuras del inducido en cuatro capas (fig. 3-66, *a*, *b*).

En la fig. 3-67 se muestra la distribución de las secciones de los arrollamientos imbricado y ondulado. En el esquema se ve que la sección del arrollamiento imbricado y la sección que le sigue de acuerdo con el esquema del arrollamiento ondulado forman el contorno *abcdefgh*, cerrado a través de las escobillas y la barra de conexión entre estas últimas. Para prevenir el surgimiento de corriente igualadora en este contorno, es necesario que la suma de las fuer-

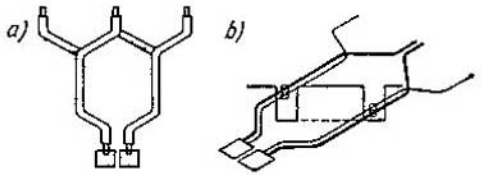


Fig. 3-66. Sección del devanado combinado (*a*); disposición de la sección en las ranuras (*b*)

zas electromotrices de las secciones que componen el contorno sea igual a cero. Pero en los lados *cd* y *ef*, colocados en una misma ranura, actúan fuerzas electromotrices de una misma magnitud y dirigidas en sentido opuesto en el contorno; por consiguiente, hay que conseguir el mismo efecto también en los lados *ab* y *gh*, para lo cual es necesario colocarlos a la distancia exactamente igual a 2τ uno del otro. Si medimos como antes los pasos del arrollamiento en el inducido por el número de ranuras elementales o, lo que es lo mismo, por el número de divisiones de colector, entonces, como se desprende directamente de la fig. 3-67,

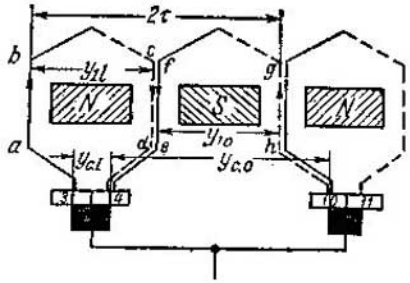


Fig. 3-67. Esquema de un arrollamiento en serie y paralelo (devanado en pata de rana)

$$y_{1i} + y_{1\,o} = Z_e/p = K/p. \qquad (3\text{-}26)$$

Aquí la letra "i" se refiere al arrollamiento imbricado, y la "o", al ondulado.

El paso en el colector debe corresponder al paso resultante del arrollamiento en el inducido. Por consiguiente,

$$y_{c.\,i} + y_{c.\,o} = K/p. \qquad (3\text{-}27)$$

Además, de acuerdo con las fórmulas (3-16) y (3-13) tenemos:

$$y_{c.\,i} = y_i = y_{1i} + y_{2i} \quad \text{y} \quad y_{c.\,o} = y_o = y_{1.o} + y_{2\,o}.$$

Adicionando miembro a miembro las dos últimas igualdades y tomando en consideración (3-26) y (3-27), hallamos:

$$y_{2i} + y_{2.o} = 0, \qquad (3\text{-}28)$$

es decir, los pasos secundarios de ambos arrollamientos deben ser de una misma magnitud absoluta.

Para aclarar la función de cada arrollamiento con relación al otro, fabriquemos un arrollamiento en serie y paralelo según los datos: $2p=4$; $S=K=Z_e=14$; $u=1$; $Z=14$; $2a=4$.

Los pasos del arrollamiento imbricado son:

$$y_{c.\,i} = y_i = +1; \quad y_{1i} = \frac{Z_e}{2p} \mp \varepsilon = \frac{14}{4} + \frac{2}{4} = 4;$$

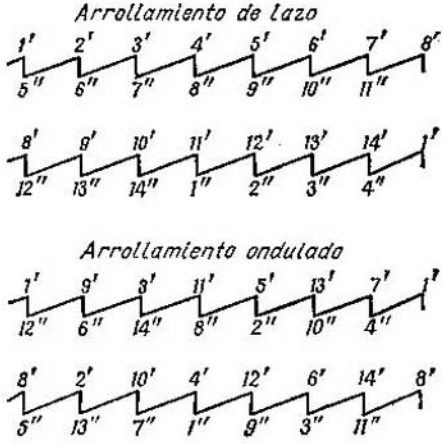
$$y_{2i} = y_i - y_{1i} = 1 - 4 = -3.$$

Los pasos del arrollamiento ondulado son:

$$y_{c.\,o} = y_o = \frac{K \mp a}{p} = \frac{14-2}{2} = 6; \quad y_{1.\,o} = \frac{14}{4} - \frac{2}{4} = 3;$$

$$y_{2.o} = y_o - y_{1.o} = 6 - 3 = 3.$$

El esquema desarrollado del arrollamiento viene dado en la fig. 3-68. Las conexiones de los arrollamientos tienen la forma representada a continuación:



Puesto que el paso de potencial de cada arrollamiento es $y_p = 14/2 = 7$, las delgas *4* y *11* en la fig. 3-68 son equipotenciales y se podrían unir con ayuda de un compensador de primer género con paso $y_p = 7$, pero en lugar de esto las delgas *4* y *10* se unen con auxilio de la sección *del arrollamiento ondulado* con el paso de este arrollamiento en el colector $y_{c.o} = 6$, y las delgas *10* y *11* se unen con ayuda de la sección del arrollamiento imbricado con paso en el colector $y_{c.i} = 1$ (véase la fig. 3-67). Puesto que en la sección del arrollamiento ondulado se induce la misma fuerza electromotriz que en la sección del arrollamiento imbricado, pero de signo contrario, entonces, siendo iguales las distribuciones de las inducciones debajo de los polos del mismo signo, *en la sección del arrollamiento ondulado no habrá corriente igualadora* y, por consiguiente, ella es un *compensador de primer género con respecto al arrollamiento imbricado*. Correspondientemente, a las delgas *3* y *4*

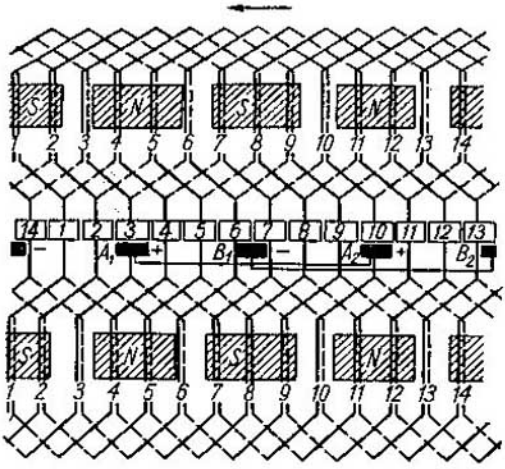


Fig. 3-68. Esquema desarrollado de un arrollamiento en serie y paralelo: $2p = 2a = 4$; $S = K = Z_e = 14$; $u = 1$; $Z = 14$

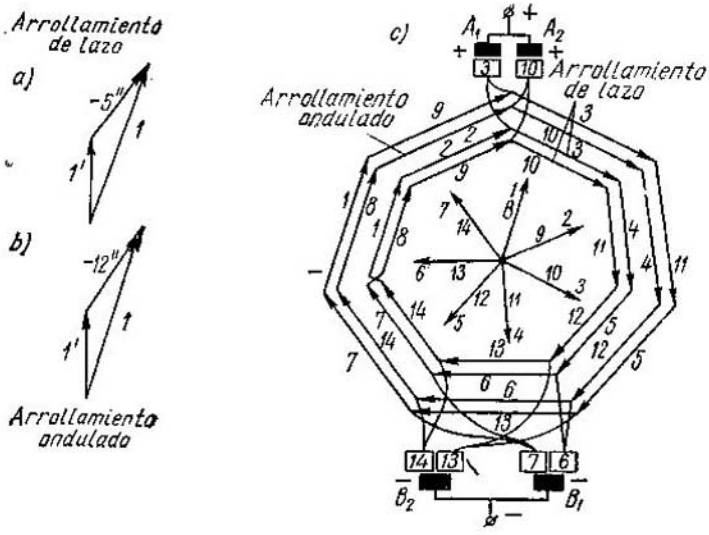


Fig. 3-69. Diagramas de f.e.m. de las secciones de los arrollamientos de lazo (*a*) y ondulado (*b*) representados en la fig. 3-68, estrella y polígonos (*c*) de f.e.m. de las secciones

están conectadas las secciones de dos ramas independientes del arrollamiento ondulado, pero al mismo tiempo estas delgas están unidas por la sección del arrollamiento imbricado con igual f.e.m., pero de sentido opuesto; por esta razón *esta sección del arrollamiento imbricado es un compensador de segundo género con respecto al arrollamiento ondulado.*

Así pues, la diferencia en las condiciones de funcionamiento de las conexiones igualadoras usuales y cada uno de los arrollamientos respecto al otro en calidad de conexiones igualadoras en el arrollamiento combinado consiste sólo en que los compensadores de tipo usual unen entre sí los puntos equipotenciales, mientras que en el arrollamiento de tipo combinado se unen los puntos entre los cuales existe cierta diferencia de potencial, que se equilibra por la f.e.m. que actúa en sentido opuesto en el contorno igualador.

En la fig. 3-69, *a*, *b*, *c* se han construido por el procedimiento usual los diagramas de las fuerzas electromotrices de las secciones de los arrollamientos imbricado y ondulado, la estrella y, correspondientemente, el polígono de las fuerzas electromotrices de las secciones. Vemos que los polígonos de los arrollamientos imbricado y ondulado coinciden (en el dibujo son semejantes), con la particularidad de que las fuerzas electromotrices resultantes de todas las ramas son iguales de magnitud y están dirigidas en un mismo sentido, es decir, el arrollamiento es equilibrado.

En las máquinas potentes con arrollamiento combinado a veces se insertan compensadores no inductivos de primer género en el lado del colector. Esto se debe a que las secciones del arrollamiento ondulado, que cumplen para el arrollamiento imbricado el papel de compensadores de primer género, y las secciones del arrollamiento imbricado, que cumplen para el arrollamiento ondulado el papel de compensadores de segundo género, poseen una autoinduccion determinada, lo que dificulta el funcionamiento de estas secciones como compensadores.

3-18. Características comparativas de los arrollamientos de distintos tipos

En la tabla 3-1 se aportan todas las particularidades características de los arrollamientos examinados más arriba y se indican los campos fundamentales de aplicación de los mismos. Consideramos aproximadamente que a las máquinas de pequeña potencia pertenecen las máquinas de hasta 50 кW, a las de potencia media, las de 50 hasta 500 кW y a las de gran potencia, las de 500 kW y más. Del mismo modo consideramos que a las máquinas de corriente continua de baja tensión pertenecen las máquinas de hasta 24 V inclusive, a las de tensión reducida, las de 60 hasta 80 V, a las de tensión normal, las de 110 hasta 220 V, a las de tensión elevada, las de 440 hasta 600 V y a las de alta tensión, las de 750 V y más.

3-19. F. e m. del arrollamiento de un inducido de tambor

La diferencia entre los arrollamientos anular y de tambor reside fundamentalmente en que siendo igual el número de secciones, el número de conductores activos N en el arrollamiento de tambor es dos veces mayor, puesto que en este caso el lado inferior de la sección, colocada en la ranura, resulta activo, mientras que en el arrollamiento anular el lado inferior de la sección es inactivo.

Dado que el arrollamiento del inducido de tambor no difiere en principio del arrollamiento del inducido anular, la f.e.m. del inducido de tambor se determina haciendo uso de la misma fórmula (3-10) que para la f.e.m. del inducido anular, a saber:

$$E_a = pn \frac{N}{a} \Phi. \qquad (3\text{-}29)$$

Esta fórmula ofrece el valor de la f.e.m. en voltios, si el flujo Φ se expresa en weberios. Si el flujo se expresa en maxwell, entonces en la fórmula (3-29) se introduce el coeficiente de conversión 10^{-8} (1 Wb $= 10^8$ Mx).

Lo mismo que para el inducido anular, por Φ en la fórmula (3-29) se debe comprender el flujo *útil*. Siendo dado el flujo magnético fundamental Φ_0 (la determinación de este flujo véase en el § 2-1[r]) el flujo útil del inducido de tambor depende de los factores siguientes: a) de la posición de las escobillas en el colector y b) de la magnitud del

Tabla 3-1

Denominación del arrollamiento	$y_c = y$	y_1	y_2	Número de pares de ramas a	Campo fundamental de aplicación
Imbricado simple	± 1	$\frac{Z_e}{2p} \mp \varepsilon$	$\pm 1 - y_1$	p	Máquinas de potencia media de tensión normal y máquinas de gran potencia de tensión elevada
Imbricado combinado	$\pm m$	$\frac{Z_e}{2p} \mp \varepsilon$	$\pm m - y_1$	mp	Máquinas de pequeña potencia de presión muy baja y máquinas de gran potencia de tensión normal, reducida y baja
Ondulado simple	$\frac{K \pm 1}{p}$	$\frac{Z_e}{2p} \mp \varepsilon$	$y - y_1$	1	Máquinas de pequeña potencia de tensión normal y máquinas de potencia media de tensión elevada y alta
Ondulado combinado	$\frac{K \mp a}{p}$	$\frac{Z_e}{2p} \mp \varepsilon$	$y - y_1$	m	Máquinas de potencia media de tensión elevada
En serie y paralelo	± 1 y $\frac{K \mp a}{p}$	$y_{1i} + y_{1o} = \frac{K}{p}$	$y_{2i} = y_{2.o}$	p	Máquinas de gran potencia

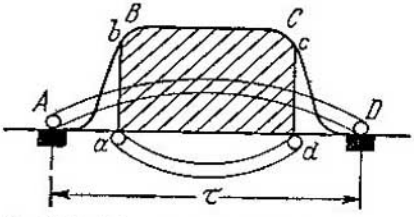


Fig. 3-70. Flujo útil en función del paso del arrollamiento

primer paso parcial del arrollamiento del inducido y_1. Si $y_1=\tau$ y las escobillas están situadas en la línea neutra (fig. 3-70), entonces es útil todo el flujo fundamental determinado por el área de la curva trapezoidal $ABCDA$. Si $y_1<\tau$, pero las escobillas están situadas en la línea neutra, entonces es útil sólo la parte del flujo fundamental correspondiente a la parte rayada del área $ABCDA$ en la fig. 3-70; lo mismo sucede siendo $y_1>\tau$. Si desplazamos las escobillas de la línea neutra, entonces, como se mostró más arriba en la fig. 3-14, *b* el flujo magnético, empleado útilmente por el arrollamiento del inducido para crear f.e.m., de nuevo disminuye. Así pues, en las máquinas de tipo normal el paso y_1 no debe diferenciarse algo perceptible del paso polar, y las escobillas, durante la marcha en vacío de la máquina, deben estar situadas en las líneas neutras geométricas.

Como en la máquina dada $p\,N/a=\text{const}=C_e$, la fórmula (3-29) se puede representar en la forma siguiente:

$$E_a=C_e n\Phi. \tag{3-30}$$

CAPÍTULO IV

REACCIÓN DEL INDUCIDO

4-1. Fuerza magnetizante de la máquina bajo carga

Cuando la máquina funciona en vacío, en ella existe sólo la fuerza magnetizante de los polos principales, que crea el flujo fundamental o principal Φ_0.

Bajo carga, cuando por el arrollamiento del inducido circula corriente, surge la fuerza magnetizante (f.m.) del inducido que interacciona con la f.m. fundamental. Por esta razón, el flujo magnético Φ, que existe en la máquina al funcionar ésta bajo carga, se debe considerar como flujo resulante creado por la f.m. resultante.

La acción de la f. m. del inducido sobre la f. m. fundamental se llama reacción del inducido.

Al analizar este fenómeno nos valemos del *método de superposición*, que reside en que construimos el cuadro del campo del inducido y el cuadro del campo fundamental independientemente uno del otro y luego los superponemos en el cuadro del campo magnético resultante de la máquina. Este método da resultados correctos en el caso en que *al superponer los campos no varían los parámetros de la máquina.* En el caso considerado tal parámetro es el grado de saturación del circuito magnético de la máquina, que al principio lo consideraremos como magnitud constante (μ=const).

A. Campo fundamental de la máquina. El campo fundamental surge durante el funcionamiento en vacío de la máquina excitada. El cuadro de este campo en una máquina bipolar se muestra en la fig. 4-1. El campo tiene carácter simétrico con respecto a la línea axial de los polos principales, que ocupan una posición invariable en el espacio.

Al girar el inducido en sentido contrario a las agujas del reloj en el arrollamiento del inducido se induce f.e.m. en las direcciones indicadas en la fig. 4-1. En este caso la posición de las escobillas no tiene importancia.

B. Campo del inducido. Supongamos que la máquina no está excitada y no gira (i_c=0, n=0). Coloquemos las escobillas en la línea neutra geométrica y suministremos corriente a éstas desde una fuente cualquiera de corriente continua de tal modo que la dirección de las corrientes en las ramas del arrollamiento coincida con la dirección

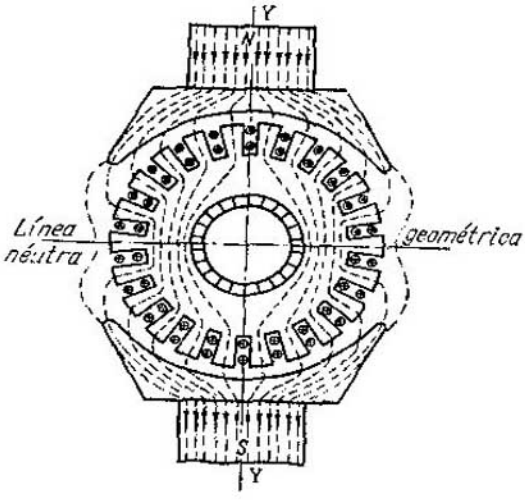


Fig. 4-1. Campo fundamental

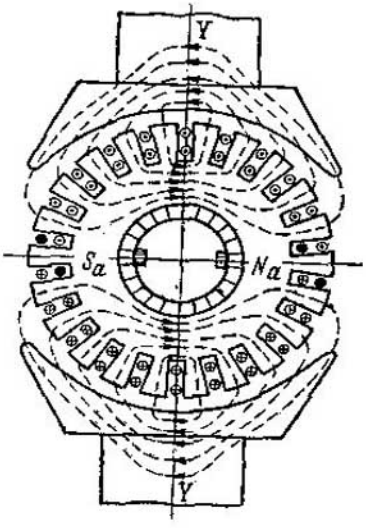


Fig. 4-2. Campo del inducido

de las f.e.m. en la fig. 4-1. El campo creado por estas corrientes se dispone simétricamente respecto a los puntos medios de ambas ramas del arrollamiento (fig. 4-2). Es fácil ver que la mitad derecha del inducido adquiere polaridad norte N_a, mientras que su mitad izquierda adquiere polaridad sur S_a, con la particularidad de que el eje del campo del inducido coincide con la línea de las escobillas.

Para el análisis cuantitativo del campo del inducido hay que determinar la f.m. del inducido. Con este fin, *el inducido dentado real se reduce a un inducido liso con una capa de conductores uniformemente distribuida por la circunferencia del inducido, pero con el mismo entrehierro calculado δ' que en la máquina real.*

Si N es el número de conductores en el arrollamiento e i_a es la corriente en un conductor (en la rama), entonces por unidad de longitud de la circunferencia del inducido tenemos:

$$\boxed{A = \frac{N i_a}{\pi D_a},} \tag{4-1}$$

donde D_a es el diámetro del inducido.

La magnitud A se llama *carga lineal del inducido* y representa una de las magnitudes más importantes en la construcción de maquinaria eléctrica. Como el numero de conductores no tiene dimensión, la magnitud A se puede medir, igual que la magnitud H, en amperios por unidad de longitud. En las máquinas modernas de corriente continua de alta utilización la carga lineal oscila entre los límites desde 100 A/cm

en las máquinas de pequeña potencia, hasta 600 A/cm y más en las máquinas de gran potencia.

El cálculo de la f.m. del inducido lo realizaremos para un par de polos con la condición de que las escobillas se encuentran en la línea neutra geométrica y que el paso del arrollamiento $y_1=\tau$. En este caso, el punto medio de cada rama del arrollamiento se encuentra precisamente en la línea axial del polo correspondiente (fig. 4-3, *a*). Las líneas (tubos) del campo del inducido se disponen simétricamente a ambos lados de este punto. Supongamos que una de estas líneas se encuentra a la distancia x del punto medio. La f.m. F_{ax} a lo largo del contorno de esta línea es igual a la corriente total abarcada por este contorno y, por consiguiente, constituye $A \cdot 2x$ amperios por un par de polos, es decir,

$$F_{ax} = A \cdot 2x. \qquad (4\text{-}2)$$

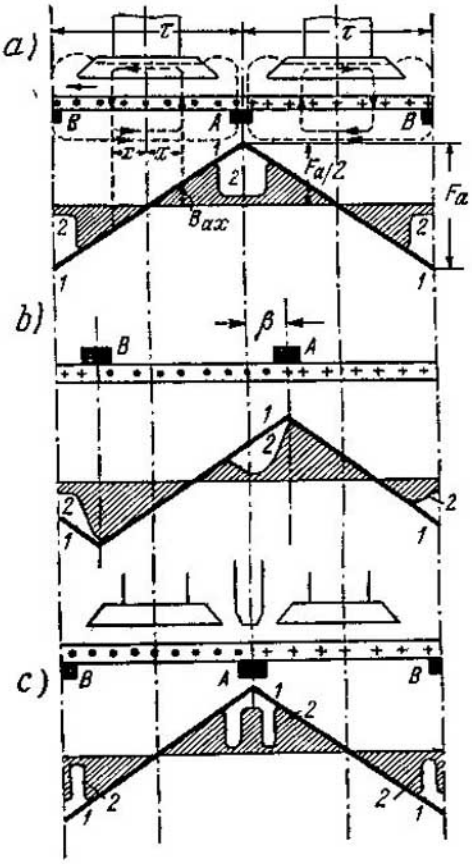


Fig. 4-3. Curvas de la fuerza magnetizante y de la inducción del campo del inducido: *a* — en una máquina sin polos auxiliares con escobillas en la línea neutra; *b* — ídem con escobillas desplazadas de la línea neutra; *c* — una máquina con polos auxiliares no excitados con escobillas en la línea neutra

Apartándonos del punto medio a ambos de sus lados hallamos que la curva de f. m. del inducido representa una línea quebrada *1 — 1 —1* que pasa por el eje de abscisas en el punto medio entre las escobillas y que alcanza su máximo F_a en cada una de las escobillas, es decir, cuando $x=\tau/2$. Sustituyendo este valor de x en la fórmula (4-2), tenemos para un par de polos:

$$\boxed{F_a = A \cdot 2x = A \cdot 2\frac{\tau}{2} = A\tau.} \qquad (4\text{-}3)$$

En los límites de la zapata polar cada línea magnética pasa dos veces por el entrehierro y se cierra al acero del inducido y el polo. Siendo normales las saturaciones del acero, se puede despreciar su

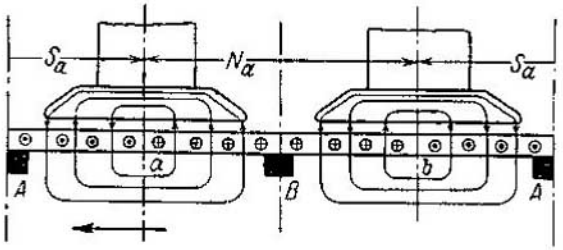


Fig. 4-4. F. e. m. inducidas en el arrollamiento del inducido por el campo de este último

reluctancia y considerar que la resistencia para la línea magnética de la reacción del inducido se determina sólo por la resistencia del entrehierro duplicado. Por consiguiente, en cualquier punto por debajo de la zapata polar la inducción magnética B_{ax} será

$$B_{ax} = \mu_0 H_{ax} = \mu_0 \frac{F_{ax}}{2\delta'} = \mu_0 \frac{A}{\delta'} x.$$

Eligiendo correspondientemente la escala, la curva de f. m. en la fig. 4-3, *a* puede servir, en los límites de la zapata polar, de curva de inducción B_{ax}. Pero en el espacio interpolar la inducción disminuye bruscamente, como resultado del aumento considerable de la longitud de la línea magnética en el espacio de aire y, por lo tanto, de la reluctancia; por eso la curva *2* de inducción B_{ax} tiene carácter de silla.

En la fig. 4-3, *b* y *c* se muestran las curvas de f. m. e inducción del campo del inducido en dos casos: 1) cuando la máquina no tiene polos auxiliares y las escobillas están desplazadas de la línea neutra cierto ángulo β y 2) cuando la máquina tiene polos auxiliares y las escobillas están situadas en la línea neutra. Los polos auxiliares, así como los principales, no están excitados.

Las curvas de f. m. e inducción en la fig. 4-3 se han construido suponiendo que el inducido está inmóvil. Si el inducido se pone en rotación y las escobillas se encuentran en la línea neutra, entonces las líneas del campo del inducido se disponen simétricamente respecto al eje de los polos (fig. 4-4); por esta razón, en una de las mitades de cada rama del arrollamiento del inducido se inducen fuerzas electromotrices de un mismo signo, y en la otra mitad, de signo contrario. Por consiguiente, la f. e. m. resultante de la rama y, por lo tanto, la tensión en las escobillas son nulas.

A esta conclusión se puede llegar también por otra vía. Al examinar la curva de inducción de la fig. 4-3, *a*, vemos que entre las escobillas *A* y *B* se encuentran iguales sectores de campo del inducido. Entre un par de escobillas la inducción del campo primeramente tiene signo positivo, y luego negativo, mientras que entre el par siguiente de escobillas, al contrario. Por consiguiente, el flujo resul-

tante en el sector del arrollamiento entre las escobillas y la tensión en estas últimas son iguales a cero.

Al desplazar las escobillas de la línea neutra (fig. 4-3, *b*) el cuadro varía. Ahora los sectores de campo del inducido de distintos signos, que se encuentran entre las escobillas B y A, son de diferente magnitud: la porción de campo que se encuentra por debajo del eje de abscisas es mayor que la porción de campo que se halla por encima de este eje, en correspondencia con lo cual en las escobillas surge cierta tensión. Si las escobillas se desplazan en sentido contrario respecto a la línea neutra (un ángulo $-\beta$) la tensión en las escobillas cambia de signo.

La influencia que ejerce la f. e. m., creada por el campo del inducido, en la f. e. m. fundamental, creada por el campo fundamental de la máquina, depende del régimen de funcionamiento de la máquina. Esta cuestión se examinará a continuación.

4-2. *Fuerzas magnetizantes transversal y longitudinal del inducido*

Si las escobillas están situadas en la línea neutra geométrica $X - X$ (fig. 4-5, *a*), entonces el campo del inducido está dirigido bajo un ángulo de 90°, es decir, *transversalmente a la línea axial de los polos principales* $Y - Y$. Por esta razón, a este campo del inducido se le llama *transversal* y se determina por la f. m. *transversal* del inducido F_{aq}.

De acuerdo con la fórmula (4-3) tenemos por un par de polos:

$$F_{aq} = F_a = A\tau. \tag{4-4}$$

La posición de las escobillas en la línea neutra geométrica es su primera posición principal.

Al desplazar las escobillas de la línea neutra a un ángulo de $\pm 90°$ el eje del campo del inducido se sitúa en el eje de los polos $Y - Y$ por encima o por debajo del eje de abscisas (fig. 4-5, *b*, *c*). A este campo

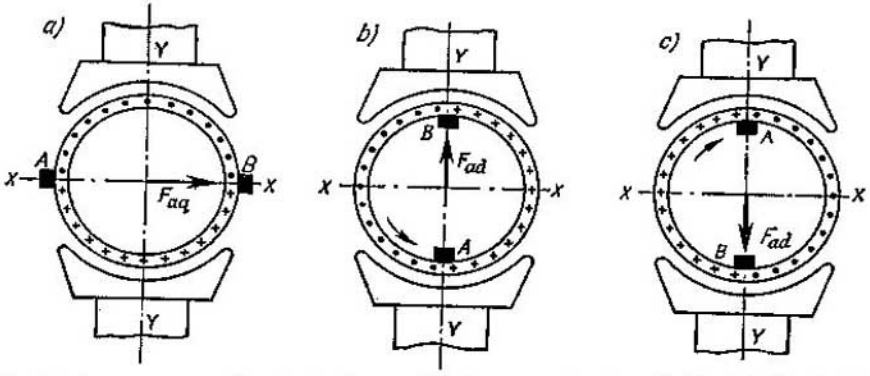


Fig. 4-5. Fuerza magnetizante de la reacción transversal y longitudinal del inducido

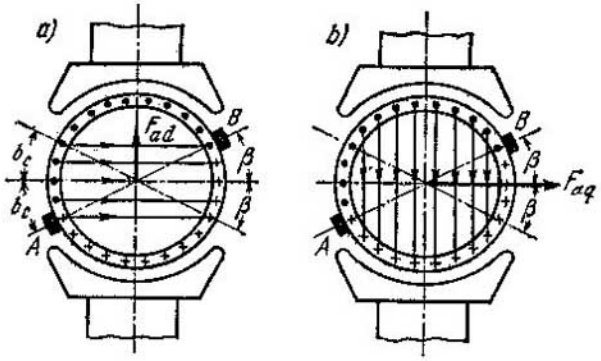


Fig. 4-6. Fuerza magnetizante longitudinal y transversal del inducido para el caso de desplazamiento de las escobillas de la línea neutra

del inducido se le llama *longitudinal* y se determina por la f. m. *longitudinal* F_{ad} del inducido. Por un par de polos tenemos:

$$F_{ad} = F_a = A\tau. \tag{4-5}$$

La posición de las escobillas en la línea axial de los polos es su segunda posición principal.

En el caso general, las escobillas pueden estar desplazadas de la línea neutra a un ángulo β o correspondientemente un arco b_c por la circunferencia del inducido (fig. 4-6, *a*, *b*). En estas condiciones el inducido puede ser considerado como dos electroimanes coincidentes, uno de los cuales, formado por la parte del arrollamiento incluida en el ángulo doble 2β, crea la f. m. longitudinal F_{ad} del inducido, y el otro, formado por la parte restante del arrollamiento incluida en el arco $\tau - 2b_c$, crea la f. m. transversal F_{aq} del inducido. Puesto que al desplazamiento de las escobillas por unidad de longitud le corresponde la f. m. $2A$, al desplazar las escobillas a b_c unidades de longitud, por un par de polos tenemos:

$$F_{ad} = 2Ab_c \tag{4-6 a}$$

y

$$F_{aq} = A(\tau - 2b_c). \tag{4-6 b}$$

4-3. Reacción del inducido en el generador

En una máquina que funciona bajo carga, la f. m. del inducido interacciona con la f. m. de los polos principales y junto con esta última compone la f. m. resultante de la máquina. Pero, en el caso general, el flujo resultante de la máquina depende tanto de la f. m. resultante, como de la variación, posible en este caso, de la reluctancia del circuito magnético de la máquina.

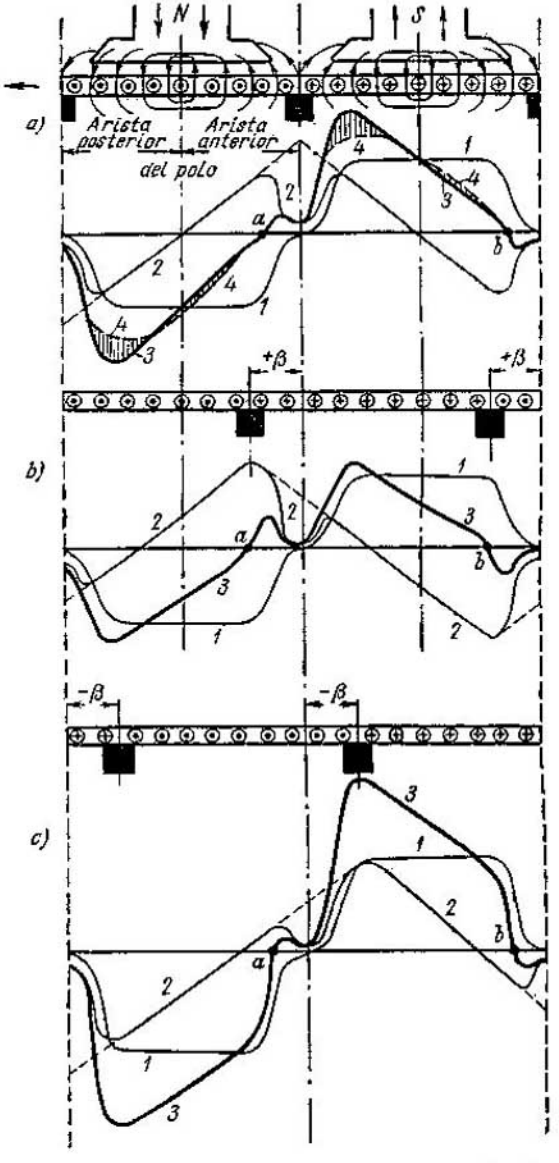


Fig. 4-7. Curvas de los campos del generador para diferentes posiciones de las escobillas

Examinemos algunos de los casos más importantes de reacción del inducido suponiendo que la máquina funciona en el régimen de generador y que gira en sentido contrario a las agujas del reloj con cierta velocidad constante, con la particularidad de que la máquina no tiene polos auxiliares.

A. Las escobillas están situadas en la línea neutar y la resistencia del circuito magnético no depende de la carga (μ=const). En la fig. 4-7, *a* la curva *1* representa la distribución del campo magnético fundamental del generador en el entrehierro debajo de un par de polos.

Al girar el inducido en la dirección dada, en la rama izquierda del arrollamiento del inducido se inducen fuerzas electromotrices dirigidas hacia nosotros, y en la rama derecha, dirigidas en sentido opuesto. En las mismas direcciones circulan las corrientes por el arrollamiento. El punto medio de cada rama del arrollamiento, alrededor del cual se forman las líneas del campo del inducido, se encuentra en el eje del polo correspondiente. Al determinar por el procedimiento habitual la dirección de las líneas del campo del inducido vemos que *en las aristas anteriores de los polos el campo del inducido actúa en sentido opuesto, es decir, su acción es desmagnetizante con respecto al campo fundamental, mientras que en las aristas posteriores de los polos actúa en un mismo sentido, o sea, su acción es magnetizante.* Correspondientemente se construye la curva *2* del campo de la reacción del inducido, que posee el mismo carácter de silla que en la fig. 4-3, *a*.

Puesto que de acuerdo con la condición μ=const, entonces para obtener el campo resultante es suficiente realizar la adición de las dos componentes de los campos adicionando las ordenadas en cada punto debajo de ambos polos. La curva *3* obtenida de este modo abarca un área igual al área abarcada por la curva *1*, puesto que los efectos desmagnetizante y magnetizante a ambos lados del eje del polo se compensan mutuamente. Por consiguiente, el flujo resultante Φ, determinado por el área de la curva *3* sigue siendo igual al flujo fundamental Φ_0, determinado por el área de la curva *1*.

Así pues, *en una máquina con circuito magnético no saturado, estando situadas las escobillas en la línea neutra geométrica, la reacción transversal del inducido distorna el campo fundamental, pero no modifica su magnitud.*

En la fig. 4-8 viene dado el cuadro de distribución del campo resultante del generador, que corresponde a las condiciones examinadas de su funcionamiento.

Los puntos *a* y *b* en los que la curva del campo resultante pasa por el cero (fig. 4-7, *a*) determinan la posición de la así llamada *línea neutra física*. En marcha en vacío la línea neutra física coincide con la geométrica, mientras que bajo carga está desplazada a cierto ángulo α hacia el *sentido de rotación del inducido* (fig. 4-8).

La conclusión deducida lleva un carácter general, es decir, es válida independientemente de la polaridad de los polos y del sentido de rotación del inducido.

B. La máquina funciona en régimen de generador, las escobillas están situadas en la línea neutra, pero la resistencia del circuito magnético depende de la carga ($\mu \neq$const). En este caso, lo mismo que en el primero, existe sólo f. m. transversal del inducido. Pero *estando el circuito magnético de la máquina saturado ya no se puede obtener el campo resultante mediante la adición de los campos componentes*, puesto que la resistencia magnética de las zonas saturadas del circuito magnético, es decir, de las aristas posteriores de los polos (fig. 4-7, *a*), aumenta con mayor rapidez que disminuye bajo las aristas anteriores de los polos. Por esta razón, la disminución del campo en la zona saturada del circuito (áreas rayadas a la izquierda de los ejes de los polos en la fig. 4-7, *a*), es mayor que su aumento bajo la otra arista del polo (áreas rayadas a la derecha de los ejes de los polos). Como resultado de esto el campo resultante y, correspondientemente, la f. e. m. E_a del generador disminuyen algo incluso estando situadas las escobillas en la línea neutra geométrica. Sobre la base de esto se puede hablar *sobre el efecto desmagnetizante de la reacción transversal del inducido en una máquina con circuito magnético saturado.*

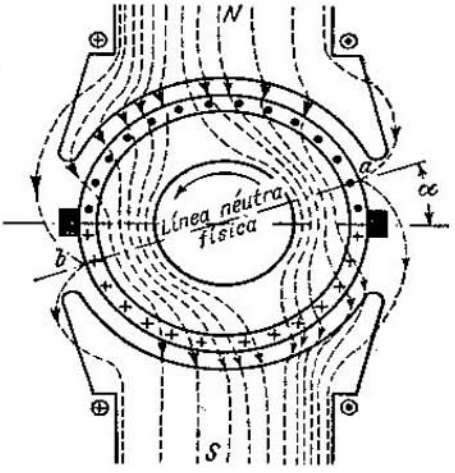


Fig. 4-8. Cuadro de distribución del campo magnético resultante de la máquina con las escobillas en la línea neutra geométrica

Con el fin de tomar en consideración el efecto desmagnetizante examinemos el circuito magnético de la máquina de la fig. 4-9. La

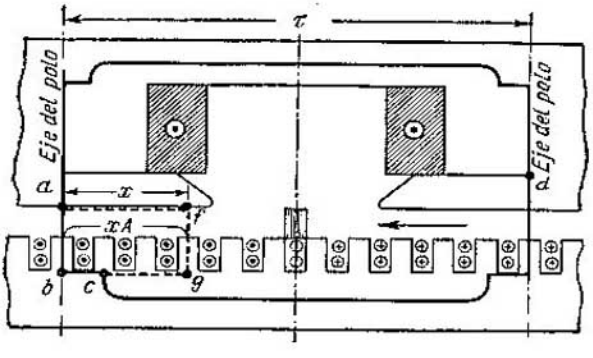


Fig. 4-9. Acción de la reacción transversal del inducido

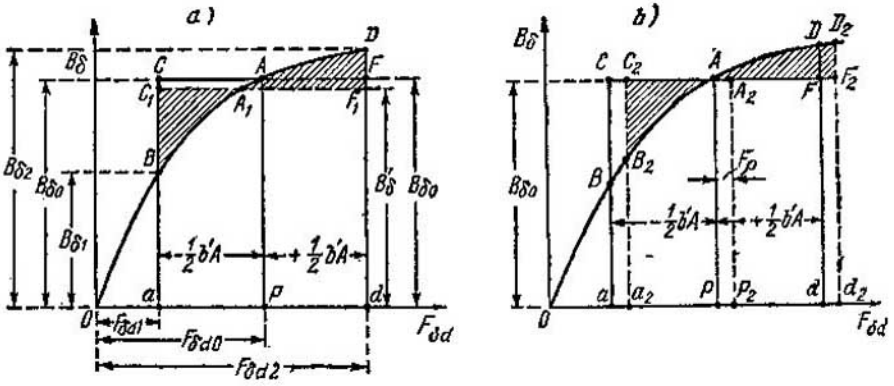


Fig. 4-10. Determinación de la acción desmagnetizante de la reacción transversal del inducido

f. m. por el contorno cerrado *abcda* (línea continua gruesa) se puede escribir en la forma siguiente:

$$F_0 = F_{ab} + F_{bc} + F_{cd} + F_{da}. \tag{4-7}$$

Aquí $F_{ab} = F_\delta + F_d = F_{\delta d.ax}$ representa la f. m. del entrehierro y de los dientes en el plano axial del polo. Si la máquina funciona en el régimen de marcha en vacío, la f. m. $F_{\delta d.ax}$ actúa en cualquier punto bajo la zapata polar. Eligiendo distintos valores de B_δ, podemos construir la curva de $B_\delta = f(F_{\delta d.ax})$. A esta curva se le llama *característica transitoria* de la máquina (fig. 4-10, *a*).

Cuando la máquina funciona bajo carga, la f. m. $F_{\delta d.ax}$ actúa sólo en el plano axial del polo en el trozo *ab* (véase la fig. 4-9), mientras que en otros puntos actúan otras fuerzas magnetizantes. Tomemos, por ejemplo, el punto *f*, que se encuentra a la distancia *x* del eje de los polos, y formemos en la fig. 4-9 el contorno auxiliar *afgc*, mostrado con línea de trazos. Entonces, la f. m. a lo largo del contorno cerrado *afgcda* será $F_0 \pm Ax$, según en qué arista del polo, en la anterior o en la posterior, se encuentra el punto *f*.

Por consiguiente,

$$F_0 \pm Ax = F_{af} + F_{fg} + F_{gc} + F_{cd} + F_{da}. \tag{4-8}$$

Sustrayendo de la igualdad (4-8) la (4-7) y despreciando las f. m. F_{af}, F_{bc} y F_{gc} como magnitudes de segundo orden, obtenemos:

$$F_{fg} = F_{ab} \pm Ax = F_{\delta d.ax} \pm Ax.$$

Esta igualdad permite determinar con ayuda de la característica transitoria la inducción $B_{\delta x}$ en cualquier punto del entrehierro de acuerdo con las condiciones dadas de funcionamiento de la máquina bajo carga.

Supongamos que a marcha en vacío el punto A en la característica transitoria (fig. 4-10, *a*) determina la inducción en el entrehierro $B_{\delta 0}=AP$ en correspondencia con la f. m. $F_{\delta d.ax}=OP$.

Supongamos que están dadas la carga de la máquina y, por lo tanto, su carga lineal A. En los puntos que se encuentran a la distancia $x=\pm 1/2\, b'$ del eje del polo, tenemos:

$$F_{\delta d1}=F_{\delta d.ax}-\frac{1}{2}b'A \quad \text{y} \quad F_{\delta d2}=F_{\delta d.ax}+\frac{1}{2}b'A.$$

Para obtener estas fuerzas magnetizantes en la fig. 4-10, *a*, trazamos a ambos lados del punto P los segmentos $Pa=-1/2\, b'A$ y $Pd=+1/2\, b'A$. Entonces $F_{\delta d1}=Oa$ y $F_{\delta d2}=Od$; correspondientemente los segmentos aB y dD determinan las inducciones $B_{\delta 1}$ y $B_{\delta 2}$ bajo las aristas anterior y posterior de la zapata polar. Razonando análogamente, hallamos que la zona BAD de la característica transitoria nos ofrece la distribución de la inducción magnética en el entrehierro debajo de la zapata polar para la carga dada.

Puesto que la base del rectángulo $aCFd$ es proporcional al arco b' y su altura es igual a $B_{\delta 0}$, su área puede servir de medida del flujo Φ_0 en marcha en vacío. Del mismo modo el área del cuadrángulo curvilíneo $ABDd$ sirve de medida del flujo cuando la máquina funciona bajo carga. Si la máquina está saturada, el área $ACB>AFD$; por consiguiente, para la excitación dada la carga provoca, en el caso considerado, una disminución del flujo en el entrehierro y correspondientemente de la f. e. m. E_a de la máquina.

Para determinar la disminución del flujo o de la f. e. m. E_a bajamos la línea CAF a la posición $C_1A_1F_1$ en la cual el área BC_1A_1 será igual al área A_1F_1D. En este caso el área del cuadrángulo curvilíneo $aBDd$ es igual al área del rectángulo aC_1F_1d y menor que el área del rectángulo $aCFd$ en la relación $B'_\delta/B_{\delta 0}$; en la misma relación disminuye la f. e. m. E_a.

Para obtener bajo carga la misma magnitud de la f. e. m. E_a, que en marcha en vacío, hace falta aumentar algo la corriente de excitación de la máquina y, por consiguiente, la f. m. de los polos. Para determinar este aumento es suficiente desplazar hacia la derecha el rectángulo $aCFd$ de tal modo que el área AC_2B_2 sea igual al área AF_2D_2 (fig. 4-10, *b*). En este caso las áreas de los rectángulos $aCFd$ y $a_2C_2F_2d_2$ y del cuadrángulo curvilíneo $a_2B_2D_2d_2$ son iguales y, por consiguiente, el flujo en el entrehierro y la f. e. m. E_a vuelven a su valor inicial a cuenta del aumento de la f. m. de los polos principales en la magnitud $F_\rho=AA_2$.

Existen también otros métodos de determinación de la f. m. F_ρ, en particular, el método propuesto por V. T. Kasianov.

C. La máquina funciona en régimen de generador, las escobillas están desplazadas de la línea neutra en dirección del sentido de rotación del inducido. En este caso, la f. m. de la reacción del inducido se descompone en la f. m. transversal $F_{aq}=A(\tau-2b_c)$ y la f. m. longitudinal $F_{ad}=2Ab_c$ [véanse las fórmulas (4-6a) y (4-6, b)]. La reac-

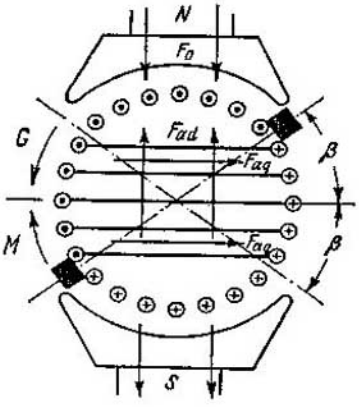


Fig. 4-11. Reacción longitudinal del inducido en el generador

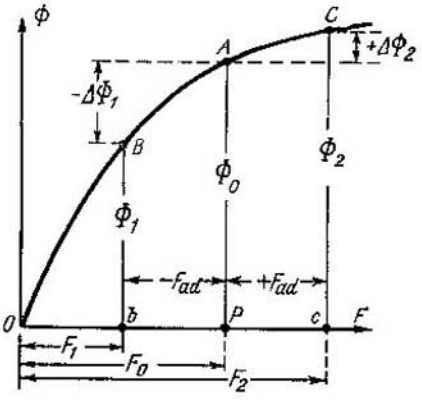


Fig. 4-12. Acción de la reacción longitudinal del inducido

ción transversal del inducido actúa como en los dos casos examinados más arriba, es decir, distorna el campo fundamental. En lo que se refiere a la f. m. longitudinal, ésta se crea por los conductores dispuestos entre los límites del ángulo doble β y actúa en sentido opuesto con respecto a la f. m. principal F_0 (fig. 4-11). Esta deducción tiene carácter general, es decir, *al desplazar las escobillas de la línea neutra geométrica en dirección del sentido de rotación del inducido en el generador surge una reacción desmagnetizante longitudinal del inducido.*

Correspondientemente, *al desplazar las escobillas en dirección contraria al sentido de rotación del inducido surge una reacción magnetizante longitudinal del inducido.* Las curvas de los campos que responden a estos dos casos se muestran en la fig. 4-7, *b* y *c*. No obstante, es necesario señalar que el desplazamiento de las escobillas en el generador en dirección contraria al sentido de rotación del inducido no se admite por razonamientos de conmutación, sobre lo cual véase más detalladamente en el cap. V.

La acción de la reacción longitudinal del inducido se tiene en cuenta con ayuda de la curva de magnetización $\Phi=f(F)$ en la fig. 4-12. Supongamos que en marcha en vacío la f. m. $F_0=OP$ y el flujo $\Phi_0=AP$; entonces bajo carga tenemos: $F_1=F_0-F_{ad}$ o bien $F_2=F_0+F_{ad}$; en el primer caso el flujo Φ_0 disminuye hasta el valor $\Phi_1=\Phi_0-\Delta\Phi_1$, en el segundo caso aumenta hasta el valor $\Phi_2=\Phi_0+\Delta\Phi_2$.

La reacción longitudinal del inducido influye sólo en la magnitud del flujo resultante, pero no modifica su forma.

Para la compensación de la f. m. longitudinal del inducido $\pm F_{ad}$ hay que variar la corriente de excitación de tal modo que la f. m. fundamental varíe en la magnitud $\pm F_{ad}$.

En las máquinas con polos auxiliares las escobillas se colocan, en lo posible, estrictamente por la línea neutra geométrica. En la

práctica, las escobillas siempre están algo desplazadas de la línea neutra, tanto a consecuencia de los errores durante su instalación, como a causa de las particularidades físicas propias del contacto por escobillas. El desvío de las escobillas puede alcanzar 0,3—0,5 cm a uno u otro lado de la línea neutra geométrica. Por consiguiente:

$$F_{ad} = \pm A \cdot 2\,(0{,}3 \div 0{,}5)$$

por un par de polos, es decir, en las máquinas con alta carga lineal la f. m. longitudinal puede alcanzar varias centenas de amperios y en determinadas condiciones, por ejemplo, en los motores con regulación de la velocidad, puede influir notoriamente en el régimen de funcionamiento de la máquina.

4-4. *Influencia de la reacción longitudinal del inducido en la f. e. m. de la máquina*

Supongamos que la máquina funciona, como antes, en régimen de generador siendo n=const y Φ_0=const. Al desplazar las escobillas de la línea neutra en cualquier dirección el flujo Φ disminuye (véase la fig. 3-14, *b*) y proporcionalmente a esto disminuye la f. e. m. E_a. En marcha en vacío la dependencia $E_{a0}=f(\beta)$ se expresa en la fig. 4-13 por la curva *1* que tiene un carácter próximo al sinusoidal. Bajo carga, el desplazamiento de las escobillas crea una reacción longitudinal desmagnetizante o magnetizante del inducido. Además, en las máquinas de corriente continua del tipo corriente de polos salientes surge también un efecto desmagnetizante o magnetizante suplementario, que se explica por el hecho de que los sectores del campo del inducido de diferentes signos, que se encuentran entre las escobillas contiguas de igual polaridad, son de distinta magnitud (véase la fig. 4-3, *b*).

Al desplazar las escobillas en dirección del sentido de rotación del inducido los tres factores indicados más arriba actúan en una misma dirección, a saber: desmagnetizan la máquina, como resultado de lo cual la curva *2* de f. e. m. E_a en la fig. 4-13 desciende bruscamente. Por el contrario, al desplazar las escobillas en dirección contraria al sentido de rotación del inducido el primer factor disminuye la f. e. m., y los otros dos la aumentan. Al principio son los dos últimos factores los que ejercen una influencia predominante, y luego el primero. Por eso la curva *3* de f. e. m. E_a en la fig. 4-13 al principio asciende algo y luego comienza a descender. Siendo $\beta=\pm 90°$ la f. e. m. $E_a=0$.

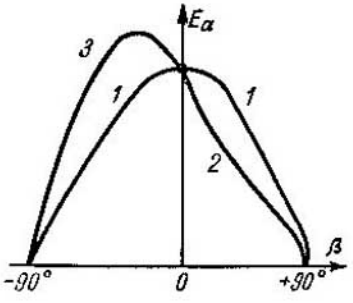


Fig. 4-13. Influencia del desplazamiento de las escobillas en la f.e.m. de la máquina

4-5. Reacción del inducido en el motor

Hemos examinado la reacción del inducido en el generador. De lo expuesto a continuación (véase el cap. X) veremos que si la polaridad de los polos principales y la dirección de las corrientes en el devanado del inducido son las mismas que en el generador, entonces en comparación con este último el motor girará en sentido contrario (en la fig. 4-11, *G* es el generador, y *M* es el motor). Esto permite sacar las siguientes conclusiones respecto a las reacciones del inducido en el motor:

a) cuando las escobillas están situadas en la línea neutra geométrica la f. m. transversal del inducido distorna el campo fundamental, debilitándolo en la extremidad posterior del polo y amplificándolo en la extremidad anterior;

b) cuando las escobillas están desplazadas de la línea neutra en dirección del sentido de rotación del inducido en el motor, o en dirección contraria, junto con la reacción transversal surge también reacción longitudinal del inducido, en el primer caso, magnetizante, y en el segundo, desmagnetizante. No obstante, el desplazamiento de las escobillas en dirección del sentido de rotación del inducido no se admite en el motor por consideraciones de conmutación.