

CAPÍTULO

Este capítulo se centra en las máquinas síncronas polifásicas. Se analizan las interacciones entre los campos magnéticos que se crean en el estator y el rotor, y se describen las fuentes de par y potencia en las máquinas síncronas. Se presentan las ecuaciones para el par y la potencia y se discuten las estrategias para maximizar el rendimiento y la eficiencia. Se incluyen secciones sobre la sincronización, el control y la protección de las máquinas síncronas.

Máquinas síncronas

De acuerdo con lo que se estudió en la sección 4.2.1, una máquina síncrona es una máquina de corriente alterna cuya rapidez bajo condiciones de estado estacionario es proporcional a la frecuencia de la corriente que lleva en su inducido o armadura. El rotor, además del campo magnético que se crea por la corriente directa de campo en él, gira a la misma velocidad, de manera sincronizada con el campo magnético de rotación que producen las corrientes del inducido, y como consecuencia se obtiene un par estacionario. En la figura 4.2.1 se encuentra una ilustración sencilla de cómo una máquina síncrona funciona de forma especial en la producción del par en términos de las interacciones entre los campos magnéticos de la máquina.

En este capítulo se analizarán los métodos de desempeño del estado estacionario de las máquinas síncronas polifásicas. Se les dará una consideración especial a las máquinas con rotor cilíndrico; en las secciones 5.6 y 5.7 se tratan los efectos que causan los polos salientes.

5.1 INTRODUCCIÓN A LAS MÁQUINAS SÍNCRONAS POLIFÁSICAS

Como se indicó en la sección 4.2.1, en una máquina síncrona se lleva a cabo una alternancia de flujos de corriente en el devanado de inducido o armadura, y el devanado de campo se abastece de una corriente directa de excitación. De acuerdo al capítulo 4, el devanado de inducido o armadura invariablemente se encuentra en el estator y por lo general es trifásico. El devanado de campo se ubica en el rotor. La estructura cilíndrica del rotor que se muestra en las figuras 4.10 y 4.11 se aplica en los *turbogeneradores* tetrapolares y bipolares. La estructura de polos salientes que se presenta en la figura 4.9 se adapta mejor a los generadores hidroeléctricos de baja velocidad multipolares, así como a la mayoría de los motores síncronos. La potencia de corriente directa que se requiere para la excitación, aproximadamente del 1 al 5% del índice necesario en las máquinas síncronas, se abastece por el *sistema de excitación*.

En las máquinas más antiguas la corriente de excitación en general era abastecida por los *anillos de deslizamiento* de una máquina de corriente directa, denominados *excitadores*, que con frecuencia se montaban sobre el mismo eje de la máquina síncrona. En sistemas más modernos, la excitación se abastece a partir de excitadores de corriente alterna y rectificadores de un estado sólido (ya sea puentes de diodos o rectificadores de control de fase). En algunos casos, la rectificación se lleva a cabo en el marco estacionario, y la corriente de excitación rectificada alimenta al rotor a través de anillos de deslizamiento. En otros sistemas, denomina-

dos sistemas de excitación sin escobillas, el alternador del excitador de corriente alterna se deposita en el rotor, como sucede en el sistema de rectificación, y la corriente abastece directamente al devanado de campo sin la necesidad de anillos de deslizamiento. El apéndice D describe un sistema similar a éste.

Como se analizó en el capítulo 4, un generador síncrono simple que suministra potencia a una carga de impedancia actúa como una fuente de voltaje, cuya frecuencia se determina mediante la rapidez de su impulso mecánico (*primo motor o turbina impulsora*), como se observa en la figura 4.2. A partir de las ecuaciones 4.42, 4.44 y 4.50, la amplitud del voltaje generado es proporcional a la frecuencia y a la corriente de campo. La corriente y el factor de potencia se determinan mediante la excitación de campo del generador, la impedancia del generador y la carga.

Los generadores síncronos se operan con facilidad en paralelo, y de hecho, la electricidad abastece sistemas de países industrializados, los cuales poseen hasta cientos de sistemas que operan en paralelo, interconectados mediante miles de millas de líneas de transmisión, que a su vez abastecen energía eléctrica a cargas que abarcan áreas de miles de millas cuadradas.

Estos enormes sistemas se han incrementado, a pesar de la necesidad de diseñar un sistema que mantenga el sincronismo después de las perturbaciones en el servicio y que además resuelva problemas, tanto técnicos como administrativos, con el fin de coordinar la operación de dichos sistemas complejos de maquinaria y personal. Las razones principales que sustentan estos sistemas de interconexión son la confiabilidad del servicio, la economía en el plan de inversión y los costos de operación.

Cuando un generador síncrono se conecta a un enorme sistema de interconexiones que contiene muchos otros generadores síncronos, el voltaje y la frecuencia se fijan en sus terminales de inducido a través de dicho sistema. Como consecuencia, las corrientes de inducido producirán un componente del campo magnético del entrehierro que gira a velocidad síncrona (ecuación 4.41), como se determinó mediante la frecuencia eléctrica del sistema f_e . De acuerdo a lo que se estudió en el capítulo 4, para la producción de un par electromecánico unidireccional estático, los campos del estator y del rotor deben girar a la misma velocidad, y por lo tanto, el rotor deberá girar a una velocidad síncrona precisa. Debido a que cualquier generador individual es una pequeña fracción de la generación total del sistema, no puede afectar de manera significativa el voltaje del sistema o la frecuencia. Por lo tanto, al estudiar el comportamiento de un generador individual o grupo de generadores, es útil recordar al sistema como una fuente de voltaje constante de frecuencia constante, comúnmente denominada *barra colectora infinita* o *bus infinito*.

Además, las características más importantes del comportamiento de una máquina síncrona pueden entenderse a partir del análisis de una máquina simple conectada a una barra colectora infinita. Es posible visualizar el comportamiento del estado estacionario de una máquina síncrona en términos de la ecuación del par. A partir de la ecuación 4.81, con cambios en la notación correspondiente a la teoría de las máquinas síncronas,

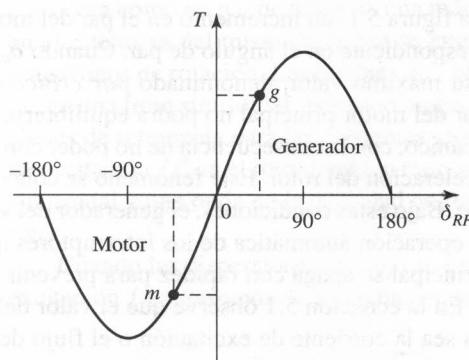
$$T = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\text{polos}}{2} \right)^2 \Phi_R F_f \sin \delta_{RF} \quad (5.1)$$

donde

Φ_R = flujo resultante del entrehierro por polo

F_f = fmm del devanado de campo de corriente directa

δ_{RF} = ángulo de fase eléctrico entre los ejes magnéticos de Φ_R y F_f

**Figura 5.1**

Descripción del ángulo de par.

El signo negativo que aparece en la ecuación 4.81 se omitió con el razonamiento de que el par actúa en la dirección que favorece la alineación de los campos que interactúan en la máquina. Bajo condiciones normales de operación del estado estacionario, el par electromecánico equilibra el par mecánico que se aplica al eje. En un generador, el par del primer motor o turbina impulsora actúa a favor de la rotación del rotor, forzando a la onda de la fmm del rotor por delante del flujo del entrehierro resultante. Por lo tanto, el par electromecánico se opone a la rotación. La situación opuesta surge en un motor síncrono, donde el par electromecánico favorece la dirección de la rotación, al contrario del par de la carga mecánica del eje.

De acuerdo con la ecuación 5.1, las variaciones en el par electromecánico dan como resultado variaciones que corresponden al *ángulo del par* δ_{RF} . En la figura 5.1 se presenta la ecuación en forma de una *curva del ángulo del par*, donde se asumen como constantes la corriente de excitación (fmm del rotor) y el flujo resultante del entrehierro. Los valores positivos del par representan la acción del generador, la cual corresponde a los valores positivos de δ_{RF} para los que la onda de la fmm del rotor produce el flujo del entrehierro resultante.

A medida que aumenta el par del motor principal, la magnitud de δ_{RF} deberá incrementarse hasta que el par electromecánico equilibre al par del eje. De hecho, el proceso de reajuste es muy dinámico, ya que requiere un cambio en la rapidez mecánica del rotor, y la oscilación mecánica amortiguada del rotor con respecto a su nuevo ángulo de par del estado estacionario que la acompaña. Esta oscilación se denomina *mecánica transitoria* o momentánea. En una máquina real que experimenta dicho efecto transitorio, pueden ocurrir algunos cambios en las amplitudes de la onda de la fmm del devanado de excitación y de la onda de la densidad de flujo, debido a numerosos factores como son los efectos de saturación, el efecto de la impedancia de dispersión de la máquina, la respuesta del sistema de excitación de la misma, etc. Con el fin de prestar mayor atención a los principios esenciales del funcionamiento de la máquina síncrona, no se estudiarán los efectos citados anteriormente.

El ajuste del rotor a la nueva posición angular que sigue al cambio de carga puede presenciarse de manera experimental en el laboratorio, al observar el rotor de la máquina a través de luz estroboscópica accionada desde el voltaje del inducido (de esta manera se obtiene una frecuencia de luz intermitente que ocasiona que el rotor parezca estático mientras gira a su velocidad síncrona normal). De manera alternativa, es posible utilizar detectores electrónicos para determinar la posición del eje en relación con el marco de referencia síncrono que se asocia con el voltaje del estator. La señal que resulta puede proyectarse en un osciloscopio o grabarse mediante un sistema de adquisición de datos.

Como se observa en la figura 5.1, un incremento en el par del motor principal dará como resultado un aumento correspondiente en el ángulo de par. Cuando δ_{RF} alcanza los 90° , el par electromecánico obtiene su máximo valor, denominado *par crítico o par límite*. Cualquier aumento posterior en el par del motor principal no podrá equilibrarse por medio de un incremento en el par electromecánico, con la consecuencia de no poder conservar la sincronía y por lo tanto, la subsiguiente aceleración del rotor. Este fenómeno se conoce como *pérdida de sincronismo o pérdida de paso*. Bajo estas condiciones, el generador del sistema eléctrico externo se desconecta mediante la operación automática de los interruptores que protegen el circuito, de manera que el motor principal se apaga con rapidez para prevenir un exceso de velocidad que pudiera ser peligroso. En la ecuación 5.1 observe que el valor del par crítico de salida se incrementa al aumentar ya sea la corriente de excitación o el flujo del entrehierro resultante. Sin embargo, estos incrementos no pueden llevarse a cabo sin considerar un límite; así la corriente de excitación se limita por la capacidad de enfriamiento del devanado de excitación, y el flujo del entrehierro se limita por la saturación del hierro de la máquina.

De acuerdo a la figura 5.1, una situación similar ocurre en un motor síncrono donde un incremento en el par de carga en el eje más allá del par crítico causaría que el rotor perdiera sincronía y como consecuencia velocidad. Dado que un motor síncrono desarrolla el par sólo a velocidad síncrona, no puede iniciar su movimiento simplemente al aplicar voltajes de inducido de frecuencia nominal. En algunos casos, en el rotor se incluye una estructura tipo jaula de ardilla, y el motor puede iniciar su movimiento como un motor de inducción y después sincronizarse cuando se aproxime a una velocidad síncrona.

5.2 INDUCTANCIAS EN LAS MÁQUINAS SÍNCRONAS; CIRCUITOS EQUIVALENTES

En la sección 5.1, las características del ángulo de par en las máquinas síncronas se describen en términos de la interacción del flujo del entrehierro y las ondas de la fmm. El objetivo de esta sección es obtener un circuito equivalente que represente las características de volts amperes en sus terminales en estado estacionario.

En la figura 5.2 se presenta un esquema en corte transversal de una máquina síncrona con rotor cilíndrico trifásico. La figura muestra una máquina bipolar; por otra parte, lo anterior se

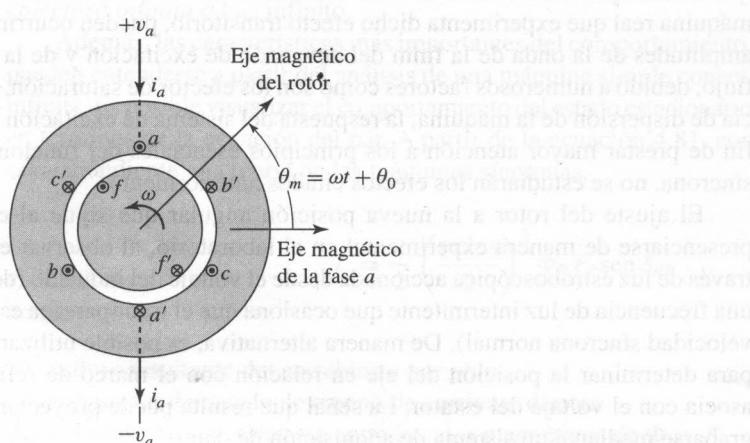


Figura 5.2

Diagrama esquemático de una máquina síncrona con rotor cilíndrico trifásico bipolar.

considera como un par de polos en una máquina multipolar. El devanado de inducido trifásico en el estator es del mismo tipo que se emplea en la sección 4.5 con referencia a los campos magnéticos de rotación. Las bobinas aa' , bb' y cc' representan inducidos distribuidos que producen una fmm sinusoidal, así como ondas de la densidad de flujo en el entrehierro. Las direcciones de referencia para las corrientes se representan mediante puntos y cruces. El devanado de excitación ff' en el rotor también representa un inducido distribuido, que produce una fmm sinusoidal y una onda de la densidad de flujo centrada sobre su eje magnético que gira con el rotor.

Cuando las dispersiones de flujo se expresan con fases de inducido a , b , c y devanado de excitación f en términos de las inductancias y las corrientes como aparece a continuación,

$$\lambda_a = \mathcal{L}_{aa}i_a + \mathcal{L}_{ab}i_b + \mathcal{L}_{ac}i_c + \mathcal{L}_{af}i_f \quad (5.2)$$

$$\lambda_b = \mathcal{L}_{ba}i_a + \mathcal{L}_{bb}i_b + \mathcal{L}_{bc}i_c + \mathcal{L}_{bf}i_f \quad (5.3)$$

$$\lambda_c = \mathcal{L}_{ca}i_a + \mathcal{L}_{cb}i_b + \mathcal{L}_{cc}i_c + \mathcal{L}_{cf}i_f \quad (5.4)$$

$$\lambda_f = \mathcal{L}_{fa}i_a + \mathcal{L}_{fb}i_b + \mathcal{L}_{fc}i_c + \mathcal{L}_{ff}i_f \quad (5.5)$$

el voltaje inducido se determina a partir de la Ley de Faraday. En este caso, dos subíndices similares indican la autoinductancia, y los otros dos subíndices denotan la inductancia mutua entre dos devanados. La letra \mathcal{L} generalmente se utiliza para indicar que tanto la autoinductancia como la inductancia mutua de una máquina trifásica varían con respecto al ángulo del rotor, como ocurre en la sección C.2, donde se analizan los efectos de los polos salientes.

Antes de seguir adelante, sería útil investigar la naturaleza de los diferentes tipos de inductancias. Cada una de ellas puede expresarse en términos de constantes que se calculan a partir de la información de la estructura o se miden por medio de pruebas en una máquina real.

5.2.1 Autoinductancia del rotor

En el caso de un estator cilíndrico, la autoinductancia de un devanado de campo es independiente de la posición θ_m del rotor cuando los efectos armónicos de las aberturas para las ranuras del estator son insignificantes.

Por lo tanto,

$$\mathcal{L}_f = L_f = L_{f0} + L_{f1} \quad (5.6)$$

donde la letra L se emplea para una inductancia que es independiente de θ_m . El componente L_{f0} corresponde a la porción de \mathcal{L}_f que se debe al componente espacial fundamental del flujo del entrehierro. Este componente se calcula a partir de las dimensiones del entrehierro y la información del devanado, como se muestra en el apéndice B. El componente adicional L_{f1} se considera para el devanado de excitación de la dispersión de flujo.

Bajo condiciones transitorias o de desbalance, las dispersiones de flujo con un devanado de campo, como en el caso de la ecuación 5.5, varían con el paso del tiempo, y los voltajes inducidos en los circuitos del rotor presentan un efecto importante en el desempeño de la máquina. Sin embargo, en el caso de las corrientes balanceadas de un inducido trifásico, la amplitud constante del campo magnético de las corrientes de inducido giran en sincronía con el rotor. Así, las dispersiones de flujo del devanado de excitación que producen las corrientes de inducido no varían con el paso del tiempo; por lo tanto, el voltaje inducido en el devanado

de campo es cero. Con un voltaje de corriente directa constante V_f que se aplica a las terminales del devanado de campo, la corriente directa de excitación I_f se obtiene mediante la Ley de Ohm, $I_f = V_f/R_f$.

5.2.2 Inductancias mutuas del estator al rotor

Las inductancias mutuas del estator al rotor varían periódicamente con respecto a θ_{me} , el ángulo eléctrico entre los ejes magnéticos del devanado de campo y de la fase de inducido a se muestra en la figura 5.2 y se define mediante la ecuación 4.54. Cuando se asume una distribución sinusoidal del flujo del entrehierro, la inductancia mutua entre el devanado de campo f y la fase a varían como el coseno de θ_m ; así,

$$\mathcal{L}_{af} = \mathcal{L}_{fa} = L_{af} \cos \theta_{me} \quad (5.7)$$

algunas expresiones similares aplican a las fases b y c , al reemplazar θ_{me} por $\theta_{me} - 120^\circ$ y $\theta_{me} + 120^\circ$, respectivamente. La atención se enfocará en la fase a . La inductancia L_{af} se calcula como se indica en el apéndice B.

Al girar el rotor a una velocidad síncrona ω_s (ecuación 4.40), el ángulo del rotor variará de la siguiente manera

$$\theta_m = \omega_s t + \delta_0 \quad (5.8)$$

donde δ_0 representa el ángulo del rotor a un tiempo $t = 0$. A partir de la ecuación 4.54

$$\theta_{me} = \left(\frac{\text{polos}}{2} \right) \theta_m = \omega_e t + \delta_{e0} \quad (5.9)$$

En este caso, $\omega_e = (\text{polos}/2)\omega_s$ es la frecuencia eléctrica y δ_{e0} representa el ángulo eléctrico del rotor a un tiempo $t = 0$.

Así, al sustituir estos términos en la ecuación 5.7 se obtiene la siguiente expresión

$$\mathcal{L}_{af} = \mathcal{L}_{fa} = L_{af} \cos (\omega_e t + \delta_{e0}) \quad (5.10)$$

5.2.3 Inductancias del estator; inductancia síncrona

En el caso de un rotor cilíndrico, la geometría del entrehierro es independiente de θ_m si los efectos de las ranuras del rotor son insignificantes. Por lo tanto, las autoinductancias del estator son constantes; así,

$$\mathcal{L}_{aa} = \mathcal{L}_{bb} = \mathcal{L}_{cc} = L_{aa} = L_{aa0} + L_{al} \quad (5.11)$$

donde L_{aa0} es el componente de la autoinductancia que produce el flujo del entrehierro fundamental espacial (apéndice B) y L_{al} representa el componente adicional que se debe a la dispersión de flujo del inducido (véase sección 4.10).

Las inductancias mutuas de fase a fase del inducido pueden determinarse a partir de la suposición de que la inductancia mutua se debe únicamente al flujo del entrehierro fundamen-

tal espacial.¹ A partir de la ecuación B.28 del apéndice B, es posible observar que la inductancia mutua del entrehierro de dos devanados idénticos que son desplazados por un valor de α grados eléctricos es igual al componente del entrehierro de sus autoinductancias multiplicado por el coseno de α . Así, debido a que las fases del inducido se desplazan 120 grados eléctricos y el $\cos(\pm 120^\circ) = -\frac{1}{2}$, las inductancias mutuas entre las fases de inducido son iguales y se obtienen mediante

$$\mathcal{L}_{ab} = \mathcal{L}_{ba} = \mathcal{L}_{ac} = \mathcal{L}_{ca} = \mathcal{L}_{bc} = \mathcal{L}_{cb} = -\frac{1}{2}L_{aa0} \quad (5.12)$$

Al sustituir las ecuaciones 5.11 y 5.12 para la inductancia mutua y la autoinductancia en la expresión para las dispersiones de flujo de la fase-*a* (ecuación 5.2),

$$\lambda_a = (L_{aa0} + L_{al})i_a - \frac{1}{2}L_{aa0}(i_b + i_c) + \mathcal{L}_{af}i_f \quad (5.13)$$

Bajo corrientes de inducido trifásicas balanceadas (véase la figura 4.30 y las ecuaciones 4.23 y 4.25)

$$i_a + i_b + i_c = 0 \quad (5.14)$$

$$i_b + i_c = -i_a \quad (5.15)$$

Al sustituir la ecuación 5.15 en la ecuación 5.13 se obtiene la siguiente expresión

$$\begin{aligned} \lambda_a &= (L_{aa0} + L_{al})i_a + \frac{1}{2}L_{aa0}i_a + \mathcal{L}_{af}i_f \\ &= \left(\frac{3}{2}L_{aa0} + L_{al}\right)i_a + \mathcal{L}_{af}i_f \end{aligned} \quad (5.16)$$

Es útil definir la *inductancia síncrona* L_s de la siguiente forma

$$L_s = \frac{3}{2}L_{aa0} + L_{al} \quad (5.17)$$

y de esta manera,

$$\lambda_a = L_s i_a + \mathcal{L}_{af}i_f \quad (5.18)$$

Observe que la inductancia síncrona L_s representa la *inductancia efectiva por fase bajo condiciones de operación trifásicas balanceadas del estado estacionario en la máquina*. Lo cual se compone de tres elementos. El primero, L_{aa0} , se debe al componente del entrehierro fundamental espacial de los acoplos autoinducidos de la fase *a*. El segundo elemento, L_{al} , denominado *inductancia de dispersión* del devanado de inducido, se debe al componente de dispersión de las dispersiones de flujo de la fase *a*. El tercer elemento, $\frac{1}{2}L_{aa0}$, se debe a las

¹ Ya que los devanados de inducido en las máquinas reales por lo general son enrollados con devanados de fase que se traslanan (por ejemplo, porciones de devanados adyacentes que comparten las mismas ranuras), existe un componente adicional de la inductancia mutua de fase a fase debido al flujo de dispersión de la ranura. Este componente es relativamente pequeño y no se toma en consideración en la mayoría de los análisis.

dispersiones de flujo de la fase a , a partir del componente fundamental espacial del flujo del entrehierro que producen las corrientes en las fases b y c . Bajo condiciones trifásicas balanceadas, las corrientes de fase b y c se relacionan con la corriente en la fase a , aunque parte de esta dispersión de flujo se debe a las corrientes en las fases a y b . Por lo tanto, aunque la inductancia síncrona se muestra en esta forma en la ecuación 5.18, no representa sólo la autoinductancia de la fase a .

La importancia de la inductancia síncrona se aprecia mejor al observarse en relación al análisis de los campos magnéticos de rotación en la sección 4.5.2, donde se demostró que bajo condiciones trifásicas balanceadas, las corrientes del inducido crean una onda de flujo magnético de rotación en el entrehierro de igual magnitud a $\frac{3}{2}$ veces la magnitud a la onda que se produce únicamente en la fase a , mientras que el componente adicional se debe a las corrientes de las fases b y c . Este hecho corresponde de forma directa con el componente $\frac{3}{2}L_{aa0}$ de la inductancia síncrona en la ecuación 5.17; asimismo, este componente de la inductancia síncrona se considera en el componente del entrehierro fundamental espacial total de las dispersiones de flujo de la fase a que producen las tres corrientes de inducido bajo condiciones balanceadas trifásicas.

5.2.4 Circuito equivalente

El voltaje terminal de la fase a es la suma de las caídas de voltaje en la resistencia del inducido $R_a i_a$ y en el voltaje inducido. El voltaje e_{af} inducido por el flujo del devanado de excitación (denominado con frecuencia *voltaje generado* o *voltaje interno*) se determina a partir de la derivada respecto al tiempo en la ecuación 5.18 con la corriente de inducido i_a igual a cero. Con la excitación de corriente directa I_f en el devanado de campo, la sustitución de la ecuación 5.10 proporciona la siguiente expresión

$$e_{af} = \frac{d}{dt} (\mathcal{L}_{af} i_f) = -\omega_e L_{af} I_f \operatorname{sen}(\omega_e t + \delta_{e0}) \quad (5.19)$$

Al aplicar la ecuación 5.18, el voltaje terminal se expresa de la siguiente manera

$$\begin{aligned} v_a &= R_a i_a + \frac{d\lambda_a}{dt} \\ &= R_a i_a + L_s \frac{di_a}{dt} + e_{af} \end{aligned} \quad (5.20)$$

El voltaje generado e_{af} que se observa en la ecuación 5.19 se encuentra a una frecuencia ω_e , igual a la frecuencia eléctrica del voltaje terminal del generador. Su amplitud rms se obtiene mediante la siguiente ecuación

$$E_{af} = \frac{\omega_e L_{af} I_f}{\sqrt{2}} \quad (5.21)$$

Bajo condiciones de operación síncronas, todas las cantidades del inducido de la máquina (corriente y las dispersiones de flujo) también presentarán variación sinusoidal a una frecuencia de ω_e . Así, es posible elaborar las ecuaciones anteriores en término de sus amplitudes rms

complejas. A partir de la ecuación 5.19, la amplitud rms compleja del voltaje generado se formula de la siguiente manera,

$$\hat{E}_{af} = j \left(\frac{\omega_e L_{af} I_f}{\sqrt{2}} \right) e^{j\delta_e} \quad (5.22)$$

De manera similar, la ecuación del voltaje de terminal, indicada con el número 5.20, se formula en términos de las amplitudes complejas rms como se indica a continuación

$$\hat{V}_a = R_a \hat{I}_a + j X_s \hat{I}_a + \hat{E}_{af} \quad (5.23)$$

donde $X_s = \omega_e L_s$ se denomina *reactancia síncrona*.

En la figura 5.3a se esquematiza un circuito equivalente de forma compleja. El lector debe advertir que tanto la ecuación 5.23 como la figura 5.3a se elaboraron con la dirección de referencia para \hat{I}_a definido como positivo en las terminales de la máquina. A este hecho se le denomina *dirección de referencia del motor* para la corriente.

Por otra parte, la *dirección de referencia del generador* se define con la dirección de referencia para \hat{I}_a que se eligió como positivo fuera de las terminales de la máquina, como se indica en la figura 5.3b. Bajo esta opción de la dirección de referencia de la corriente, la ecuación 5.23 se transforma del siguiente modo

$$\hat{V}_a = -R_a \hat{I}_a - j X_s \hat{I}_a + \hat{E}_{af} \quad (5.24)$$

Observe que estas dos representaciones son equivalentes, ya que cuando se analiza determinada condición de operación en una máquina síncrona la corriente real será la misma. El signo de I_a se determinará mediante la elección de la dirección de referencia. Cualquier opción que se elija es aceptable, independientemente de si la máquina síncrona que se encuentra en estudio opera como un motor o como un generador. Sin embargo, ya que la potencia tiende a fluir hacia el motor, es quizás por intuición que para el análisis del funcionamiento del motor será más adecuado elegir la dirección de referencia con la corriente que fluye hacia la máquina. La situación opuesta es cierta para el funcionamiento del generador, cuya potencia tiende a fluir fuera de la máquina. La mayoría de las técnicas de análisis de los generadores síncronos que se presentan en esta sección se desarrollaron con el fin de analizar el desempeño de los generadores síncronos en sistemas de potencia eléctricos. Como consecuencia, la dirección de referencia del generador se utilizará con más frecuencia a partir de esta sección.

La figura 5.4 muestra una alternativa para representar el circuito equivalente, en donde la reactancia síncrona se denota en términos de sus componentes. A partir de la ecuación 5.17

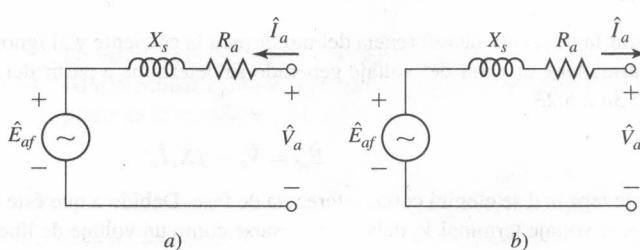
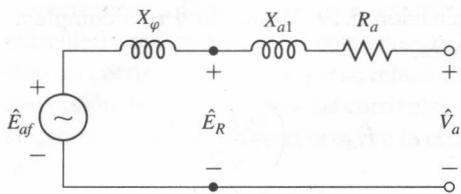


Figura 5.3

Circuitos equivalentes de una máquina síncrona; a) dirección de referencia del motor y b) dirección de referencia del generador.

Figura 5.4

Círculo equivalente de una máquina síncrona que muestra los componentes de dispersión y del entrehierro de la reactancia síncrona, así como del voltaje del entrehierro.



$$\begin{aligned} X_s &= \omega_e L_s = \omega_e L_{a1} + \omega_e \left(\frac{3}{2} L_{aa0} \right) \\ &= X_{a1} + X_\varphi \end{aligned} \quad (5.25)$$

donde $X_{a1} = \omega L_{a1}$ se refiere a la *reactancia de dispersión* del inducido o de armadura y $X_\varphi = \omega (\frac{3}{2} L_{aa0})$ es la reactancia correspondiente al flujo del entrehierro espacial fundamental de rotación que producen las tres corrientes del inducido. La reactancia X_φ representa la *reactancia de magnetización efectiva* del devanado de inducido bajo condiciones trifásicas balanceadas. El voltaje rms \hat{E}_R es el voltaje interno generado por el flujo del entrehierro resultante, que por lo general se denomina *voltaje del entrehierro* o *voltaje posterior de la reactancia de dispersión*.

Es importante reconocer que los circuitos equivalentes de las figuras 5.3 y 5.4 son de *fase única, equivalentes de línea a neutral monofásicos bajo condiciones trifásicas balanceadas*. Así, una vez que los voltajes de fase *a* y las corrientes se determinan, ya sea a partir del circuito equivalente o de manera directa a partir de las ecuaciones de voltaje (ecuaciones 5.23 y 5.24), las corrientes y los voltajes para las fases *b* y *c* se calculan mediante el cambio de fase por los grados de la fase *a* -120° y 120° respectivamente. De manera similar, la potencia total trifásica de la máquina se determina simplemente al multiplicar la fase *a* por tres, a menos que el análisis se haya formulado por medio del sistema por unidad (véase la sección 2.9), en cuyo caso la potencia por unidad trifásica es igual a la que se ha determinado a partir de resolver sólo la fase *a* y el factor de tres no es necesario.

EJEMPLO 5.1

Un motor síncrono trifásico de 60 Hz presenta una terminal de voltaje de 460 V (de línea a línea), una corriente terminal de 120 A y un factor de potencia de 0.95 en atraso. La corriente de excitación bajo estas condiciones de operación es de 47 A. La reactancia síncrona de la máquina es igual a 1.68Ω (0.794 por unidad sobre una base trifásica, 100 kVA, 460 V). Suponga que el valor de la resistencia de armadura es insignificante.

Calcule *a*) el voltaje generado E_{af} en volts, *b*) la magnitud de la inductancia mutua de excitación a inducido L_{af} , y *c*) la entrada de potencia eléctrica al motor en kW y en caballos de potencia.

Solución

- a)* Al utilizar la dirección de referencia del motor para la corriente y al ignorar la resistencia del inducido o armadura, el valor del voltaje generado se determina a partir del circuito equivalente de la figura 5.3a o 5.23

$$\hat{E}_{af} = \hat{V}_a - j X_s \hat{I}_a$$

El voltaje terminal se elegirá como referencia de fase. Debido a que éste es un equivalente de línea a neutro, el voltaje terminal V_a deberá expresarse como un voltaje de línea a neutro

$$\hat{V}_a = \frac{460}{\sqrt{3}} = 265.6 \text{ V, de línea a neutro}$$

Un factor de potencia de 0.95 en atraso corresponde al ángulo del factor de potencia $\theta = -\cos^{-1}(0.95) = -18.2^\circ$. Así, la corriente de la fase a es

$$\hat{I}_a = 120 e^{-j18.2^\circ} \text{ A}$$

De esta forma,

$$\begin{aligned}\hat{E}_{af} &= 265.6 - j1.68(120 e^{-j18.2^\circ}) \\ &= 278.8 e^{-j43.4^\circ} \text{ V, de línea a neutro}\end{aligned}$$

y por lo tanto, el voltaje generado E_{af} es igual a 278.8 V rms, de línea a neutro.

- b) La inductancia mutua de excitación a inducido se determina a partir de la ecuación 5.21. Con $\omega_e = 120\pi$,

$$L_{af} = \frac{\sqrt{2} E_{af}}{\omega_e I_f} = \frac{\sqrt{2} \times 279}{120\pi \times 47} = 22.3 \text{ mH}$$

- c) La entrada de potencia trifásica del motor P_{ent} se determina como el triple de la entrada de potencia a la fase a . Por consiguiente,

$$\begin{aligned}P_{ent} &= 3V_a I_a (\text{factor de potencia}) = 3 \times 265.6 \times 120 \times 0.95 \\ &= 90.8 \text{ kW} = 122 \text{ hp}\end{aligned}$$

EJEMPLO 5.2

Al asumir que la entrada de potencia y el voltaje terminal para el motor que se citan en el ejemplo 5.1 permanecen constantes, calcule: a) el ángulo de fase δ del voltaje generado y b) la corriente de campo que se requiere para alcanzar un factor de potencia unitario en las terminales del motor.

Solución

- a) Para un factor de potencia unitario en las terminales del motor, la corriente terminal de fase a estará en fase con el voltaje de línea a neutro de la fase a \hat{V}_a . Así,

$$\hat{I}_a = \frac{P_{ent}}{3V_a} = \frac{90.6 \text{ kW}}{3 \times 265.6 \text{ V}} = 114 \text{ A}$$

A partir de la ecuación 5.23,

$$\begin{aligned}\hat{E}_{af} &= \hat{V}_a - jX_s \hat{I}_a \\ &= 265.6 - j1.68 \times 114 = 328 e^{-j35.8^\circ} \text{ V, de línea a neutro}\end{aligned}$$

De esta forma, $E_{af} = 328 \text{ V de línea a neutro y } \delta = -35.8^\circ$.

- b) Al determinar L_{af} en el ejemplo 5.1, es posible determinar la corriente de campo que se requiere a partir de la ecuación 5.21.

$$I_f = \frac{\sqrt{2} E_{af}}{\omega_e L_{af}} = \frac{\sqrt{2} \times 328}{377 \times 0.0223} = 55.2 \text{ A}$$

Problema práctico 5.1

La máquina síncrona que citan los ejemplos 5.1 y 5.2 se operará como un generador síncrono. Para funcionar a 60 Hz con un voltaje terminal de 460 V de línea a línea, calcule la corriente de campo para abastecer una carga de 85 kW, y un factor de potencia de 0.95.

Solución

46.3 A

Es útil concebir un cuadro general del orden de la magnitud de los componentes de la impedancia. Para máquinas con índices mayores a unos cientos de kVA, la caída de voltaje de la resistencia del inducido o armadura a una corriente proporcional por lo general es menor a 0.01 veces el voltaje proporcional; por ejemplo, la resistencia del inducido comúnmente es menor a 0.01 por unidad en el índice de la máquina como base. (El sistema por unidad se describe en la sección 2.9.) La reactancia de dispersión del inducido con frecuencia se encuentra dentro del rango del 1.0 a 0.2 por unidad, y la reactancia síncrona dentro del rango de 1.0 a 2.0 por unidad. En términos generales, la resistencia de inducido por unidad aumenta y la reactancia síncrona por unidad decrece al disminuir el tamaño de la máquina. En el caso de máquinas pequeñas, como las que se encuentran en los laboratorios escolares, la resistencia del inducido será próxima a 0.05 por unidad y la reactancia síncrona aproximadamente de 0.5 por unidad. En todos los casos excepto en la máquinas pequeñas, la resistencia del inducido puede ignorarse en la mayoría de los análisis, con excepción de que se conozcan sus efectos en las pérdidas y el calentamiento.

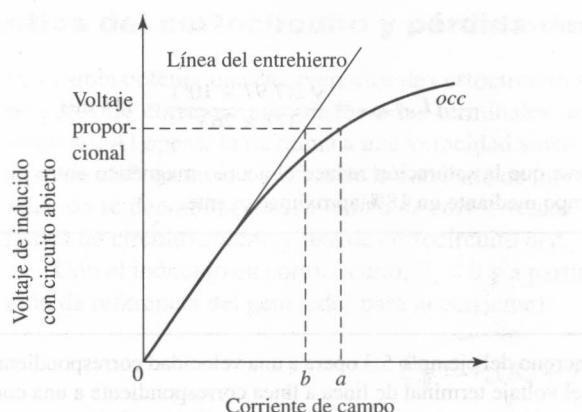
5.3 CARACTERÍSTICAS DE CORTOCIRCUITO Y DE CIRCUITO ABIERTO

Las características fundamentales de un máquina síncrona se determinan mediante un par de pruebas, la primera se lleva a cabo con las terminales del inducido en circuito abierto y la segunda con las terminales de inducido en cortocircuito. Tales pruebas se estudian en este apartado. Con la excepción de algunas observaciones en el grado de validez de ciertas suposiciones, los análisis aplican tanto a máquinas de rotor cilíndrico como a máquinas de polos salientes.

5.3.1 Características de la saturación con circuito abierto y de las pérdidas de rotación sin carga

Como ocurre en el caso de la curva de magnetización para un máquina de corriente directa, la *característica de circuito abierto* (también denominada *curva de saturación de circuito abierto*) de un máquina síncrona es una curva del voltaje terminal de inducido o armadura con circuito abierto (ya sea en volts o en el sistema por unidad) como una función del campo cuando la máquina funciona a una velocidad síncrona, tal como se demuestra mediante la curva *occ* de la figura 5.5. En general, el voltaje base se elige igual que el voltaje proporcional de la máquina.

La característica de circuito abierto representa la relación que hay entre el componente fundamental espacial del flujo del entrehierro y la fmm que actúa sobre el circuito magnético cuando el inducido de campo constituye la única fuente de fmm. Advierta que los efectos de la saturación magnética pueden observarse de forma clara; así, la característica se dobla hacia

**Figura 5.5**

Característica de circuito abierto de una máquina sincrónica.

abajo con un incremento en la corriente de excitación, mientras que la saturación del material magnético aumenta la reluctancia de los patrones de flujo en la máquina y reduce la eficacia de la corriente de campo al producir el flujo magnético. Como se observa en la figura 5.5, la característica de circuito abierto inicialmente es lineal, mientras que la corriente de campo aumenta a partir de cero. Esta sección de la curva (y su extensión lineal para valores mayores de la corriente de campo) se denomina *línea de entrehierro*. Esta línea representa el voltaje característico de circuito abierto de la máquina que corresponde a la operación sin saturación. Las desviaciones de la característica real de circuito abierto son una medida del grado de saturación en la máquina.

Observe que con el devanado de inducido de la máquina en circuito abierto, el voltaje terminal es igual al voltaje generado E_{af} . De esta forma, la característica de circuito abierto es una medida de la relación entre la corriente de campo I_f y E_{af} . Por lo tanto, es posible suministrar una medición directa de la inductancia mutua de excitación a inducido L_{af} .

EJEMPLO 5.3

Se lleva a cabo una prueba de circuito abierto en un generador síncrono de 60 Hz trifásico y muestra que se produce un voltaje proporcional de circuito abierto de 13.8 kV mediante una corriente de excitación de 318 A. Al extraer la línea del entrehierro en un conjunto completo de medidas en la máquina se muestra que la corriente de campo que corresponde a 13.8 kV en la línea del entrehierro es de 263 A. Calcule los valores saturados y no saturados de L_{af} .

Solución

A partir de la ecuación 5.21, L_{af} se determina a partir de

$$L_{af} = \frac{\sqrt{2} E_{af}}{\omega_e I_f}$$

En este caso, $E_{af} = 13.8 \text{ kV}/\sqrt{3} = 7.97 \text{ kV}$. Por lo tanto, el valor saturado de L_{af} se obtiene mediante la siguiente ecuación

$$(L_{af})_{\text{sat}} = \frac{\sqrt{2}(7.97 \times 10^3)}{377 \times 318} = 94 \text{ mH}$$

y el valor no saturado es

$$(L_{af})_{\text{no sat}} = \frac{\sqrt{2}(7.97 \times 10^3)}{377 \times 263} = 114 \text{ mH}$$

Así, se observa que la saturación reduce el acople magnético entre los devanados de inducido o armadura y de campo mediante un 18% aproximadamente.

Problema práctico 5.2

Si el generador síncrono del ejemplo 5.3 opera a una velocidad correspondiente a un voltaje generado de 50 Hz, calcule *a*) el voltaje terminal de línea a línea correspondiente a una corriente de campo de 318 A y *b*) la corriente de campo que corresponde al mismo voltaje en la línea de entrehierro de 50 Hz.

Solución

- a)* 11.5 kV
- b)* 263 A

En una máquina real, la característica de circuito abierto por lo general se determina por medios experimentales al manejar la máquina de manera mecánica a una velocidad síncrona, con sus terminales de inducido en circuito abierto y mediante la lectura del voltaje terminal correspondiente a una serie de valores de la corriente de campo. Si la potencia mecánica requiere operar la máquina síncrona durante la prueba de circuito abierto, es posible obtener las pérdidas rotacionales sin carga. Estas pérdidas consisten en la fricción y las pérdidas por rozamiento que se asocian con la rotación, así como las pérdidas en el núcleo que corresponde al flujo en la máquina sin carga. La fricción y la pérdida por rozamiento a una velocidad síncrona son constantes, mientras que las pérdidas en el núcleo con circuito abierto son una función del flujo, que en cambio es proporcional al voltaje con circuito abierto.

La potencia mecánica que se requiere para operar la máquina a una velocidad síncrona y sin excitación representa la fricción y la pérdida por rozamiento. Cuando el campo alcanza una excitación, la potencia mecánica equipara la suma de la fricción, el rozamiento y las pérdidas en el núcleo con circuito abierto. Esta última se determina a partir de la diferencia entre los dos valores de la potencia mecánica. En la figura 5.6 se presenta una curva típica de las pérdidas en el núcleo con circuito abierto como una función del voltaje con circuito abierto que toma su forma de la curva que se muestra en esta figura.

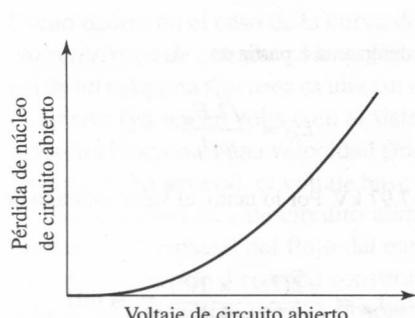


Figura 5.6

Forma típica de una curva de circuito abierto con pérdidas en el núcleo.

5.3.2 Característica del cortocircuito y pérdida de carga

Es posible obtener una característica de cortocircuito al aplicar un cortocircuito trifásico de los sensores de corriente apropiados a las terminales de inducido o armadura en una máquina síncrona. Al operar la máquina a una velocidad síncrona, la corriente de campo se incrementa y puede elaborarse una gráfica de la corriente de inducido frente a la corriente de campo. Esta relación se denomina *característica de cortocircuito*. En la figura 5.7 se muestra una característica de circuito abierto y una de cortocircuito *occ*.

Con el inducido en cortocircuito, $V_a = 0$ y a partir de la ecuación 5.24 (al aplicar la dirección de referencia del generador para la corriente)

$$\hat{E}_{af} = \hat{I}_a(R_a + jX_s) \quad (5.26)$$

El diagrama fasorial correspondiente se muestra en la figura 5.8. Debido a que la resistencia es mucho menor que la reactancia síncrona, la corriente de inducido desfase el voltaje de campo cerca de 90° . Como consecuencia, la onda de la fmm de reacción del inducido se encuentra muy cercana en línea con el eje de los polos de campo, en oposición a la fmm de campo, como lo demuestran los fasores \hat{A} y \hat{F} que representan las ondas espaciales de la reacción de inducido y la fmm de campo respectivamente.

La fmm resultante crea la onda de flujo del entrehierro resultante que genera el voltaje del entrehierro \hat{E}_R (véase figura 5.4) igual al voltaje que se consume en la resistencia del inducido R_a y la reactancia de dispersión X_{al} ; en forma de ecuación

$$\hat{E}_R = \hat{I}_a(R_a + jX_{al}) \quad (5.27)$$

En numerosos casos de máquinas síncronas la resistencia del inducido es insignificante, y la reactancia de dispersión se encuentra entre 0.10 y 0.20 por unidad; es decir, un valor representativo es alrededor de 0.15 por unidad. Esto significa que, a una corriente de inducido nominal, la reactancia de dispersión de la caída de voltaje es alrededor de 0.15 por unidad. A partir de la ecuación 5.27, el voltaje del entrehierro a una corriente nominal en cortocircuito es alrededor de 0.15 por unidad; por ejemplo, el flujo del entrehierro resultante es sólo de 0.15 veces su valor normal de voltaje. En consecuencia, la máquina opera bajo una condición de no saturación. La corriente de inducido en cortocircuito es directamente proporcional a la corriente de campo sobre un rango de cero a un valor mayor de la corriente; por lo tanto es una línea recta como se observa en la figura 5.7.

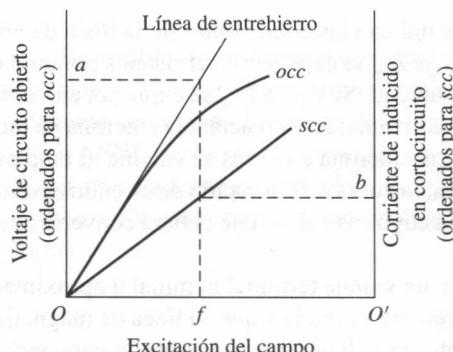


Figura 5.7
Características de cortocircuito y de circuito abierto de una máquina síncrona.

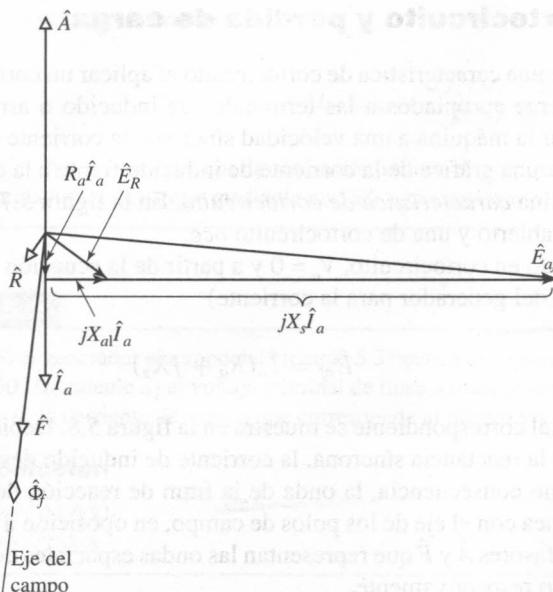


Figura 5.8

Diagrama de fasor para condiciones de cortocircuito.

La **reactancia síncrona no saturada** (correspondiente a condiciones de operación no saturadas de la máquina) se determina a partir de las características de cortocircuito y de circuito abierto. A cualquier valor conveniente de la excitación del campo, como O_f en la figura 5.7, la corriente de inducido en cortocircuito es $O'b$, y el voltaje generado no saturado para la misma corriente de campo corresponde a Oa , como se observa de la línea de entrehierro. Advierta que el voltaje en la línea del entrehierro deberá utilizarse debido a que se considera que la máquina opera en una condición de no saturación. Si el voltaje de línea a neutro corresponde a Oa es $V_{a,ag}$, por lo tanto, y la corriente del inducido por fase corresponde a $O'b$ es $I_{a,sc}$, entonces a partir de la ecuación 5.26, cuando la resistencia de inducido presenta un valor insignificante, la reactancia síncrona no saturada $X_{s,u}$ es

$$X_{s,u} = \frac{V_{a,ag}}{I_{a,sc}} \quad (5.28)$$

donde los subíndices *ag* y *sc* indican las condiciones de la línea de entrehierro y del cortocircuito, respectivamente. Si $V_{a,ag}$ e $I_{a,sc}$ se expresan en el sistema por unidad, la reactancia síncrona se indicará en el sistema por unidad. Si $V_{a,ag}$ e $I_{a,sc}$ se expresan en voltios de línea a neutro rms y rms amperes por fase, respectivamente, la reactancia síncrona se indicará en ohms por fase.

Advierta que la reactancia síncrona en ohms se calcula al emplear la fase o el voltaje de línea a neutro. Con frecuencia, la curva de saturación de circuito abierto se obtiene en términos del voltaje de línea a línea, en cuyo caso el voltaje deberá convertirse al valor de línea a neutro al dividirlo entre $\sqrt{3}$.

Para operar la máquina a un voltaje terminal nominal o aproximado, en ocasiones se asume que la máquina no se encuentra saturada y que su línea de magnetización es una línea recta a través del origen y el punto de voltaje nominal sobre la característica de circuito abierto,

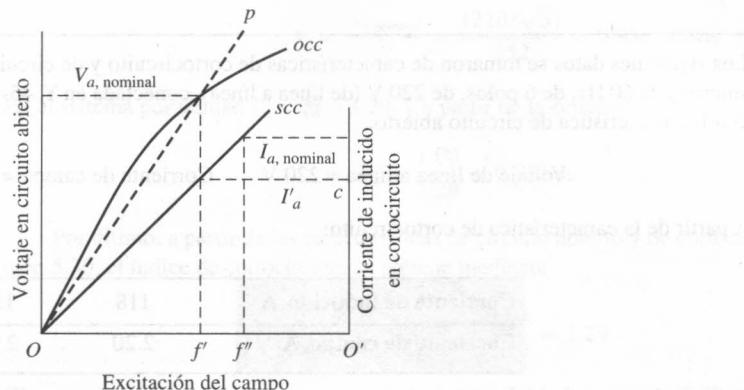


Figura 5.9

Características de cortocircuito y de circuito abierto que muestran una línea de magnetización equivalente para condiciones de operación saturadas.

como se demuestra mediante la línea punteada Op de la figura 5.9. De acuerdo con esta aproximación, el *valor saturado de la reactancia síncrona* a un voltaje nominal $V_{a, \text{nominal}}$ es

$$X_s = \frac{V_{a, \text{nominal}}}{I'_a} \quad (5.29)$$

donde I'_a representa la corriente de inducido $O'c$ que se obtiene a partir de la característica de cortocircuito en la corriente de campo Of' que corresponde a $V_{a, \text{nominal}}$ en la característica de circuito abierto, como se muestra en la figura 5.9. Como sucede en el caso de la reactancia síncrona, si $V_{a, \text{nominal}}$ e I'_a se expresan en el sistema por unidad, la reactancia síncrona se indicará en el sistema por unidad. Si $V_{a, \text{nominal}}$ e I'_a se expresan en voltios rms de línea a neutro y rms amperes por fase, respectivamente, la reactancia síncrona se indicará en ohms por fase. Este método de manipular los efectos de saturación, que supone que los efectos de ésta pueden describirse mediante un valor único de reactancia saturada, por lo general proporciona resultados satisfactorios cuando no se requiere de mucha precisión.

El *índice del cortocircuito* (SCR, por sus siglas en inglés) se define como el índice de la corriente de campo que requiere un voltaje nominal en circuito abierto hacia una corriente de campo que necesita una corriente de inducido nominal en cortocircuito. Esto se muestra en la figura 5.9

$$\text{SCR} = \frac{Of'}{Of''} \quad (5.30)$$

Es posible demostrar que el SCR representa el valor recíproco del valor por unidad de la reactancia síncrona saturada que se determinó en la ecuación 5.29. Es común referirse a la corriente de campo Of' que se requiere para alcanzar un voltaje de circuito abierto nominal como AFNL (*amperes de campo sin carga*) y a la corriente de campo Of'' que se requiere para lograr una corriente en cortocircuito proporcional como AFSC (*amperes de campo de cortocircuito*). De esta forma, el índice de cortocircuito puede indicarse también de la siguiente forma

$$\text{SCR} = \frac{\text{AFNL}}{\text{AFSC}} \quad (5.31)$$

EJEMPLO 5.4

Los siguientes datos se tomaron de características de cortocircuito y de circuito abierto de una máquina síncrona de 60 Hz, de 6 polos, de 220 V (de línea a línea), conectada en Y, 45-KVA trifásica. De acuerdo con la característica de circuito abierto:

$$\text{Voltaje de línea a línea} = 220 \text{ V} \quad \text{Corriente de campo} = 2.84 \text{ A}$$

A partir de la característica de cortocircuito:

Corriente de inducido, A	118	152
Corriente de campo, A	2.20	2.84

A partir de la línea de entrehierro:

$$\text{Corriente de campo} = 2.20 \text{ A} \quad \text{Voltaje de línea a línea} = 202 \text{ V}$$

Calcule el valor no saturado de la reactancia síncrona, su valor saturado a un voltaje nominal de acuerdo a la ecuación 5.29, y el índice de cortocircuito. Exprese la reactancia síncrona en ohms por fase, y en el sistema por unidad, determinela con base en el índice de la máquina.

Solución

A una corriente de campo de 2.20 A, el voltaje de línea a neutro en la línea de entrehierro es

$$V_{a,ag} = \frac{202}{\sqrt{3}} = 116.7 \text{ V}$$

y para la misma corriente de campo la corriente de inducido en cortocircuito es

$$I_{a,sc} = 118 \text{ A}$$

A partir de la ecuación 5.28

$$X_{s,u} = \frac{116.7}{118} = 0.987 \Omega/\text{fase}$$

Advierta que la corriente de inducido nominal es

$$I_{a,nominal} = \frac{45\,000}{\sqrt{3} \times 220} = 118 \text{ A}$$

Por lo tanto, $I_{a,sc} = 1.00$ por unidad. El voltaje correspondiente de la línea de entrehierro es

$$V_{a,ag} = \frac{202}{220} = 0.92 \text{ por unidad}$$

A partir de la ecuación 5.28 en el sistema por unidad

$$X_{s,u} = \frac{0.92}{1.00} = 0.92 \text{ por unidad}$$

La reactancia síncrona saturada se determina a partir de las características de cortocircuito y de circuito abierto y de la ecuación 5.29

$$X_s = \frac{V_{a,nominal}}{I'_a} = \frac{(220/\sqrt{3})}{152} = 0.836 \Omega/\text{fase}$$

En el sistema por unidad $I'_a = \frac{152}{118} = 1.29$, y a partir de la ecuación 5.29

$$X_s = \frac{1.00}{1.29} = 0.775 \text{ por unidad}$$

Por último, a partir de las características de circuito abierto y de cortocircuito, así como de la ecuación 5.30, el índice de cortocircuito se obtiene mediante

$$\text{SCR} = \frac{2.84}{2.20} = 1.29$$

Observe que de acuerdo con lo que se indicó después de la ecuación 5.30, el valor inverso al índice de cortocircuito es igual a la reactancia síncrona saturada por unidad

$$X_s = \frac{1}{\text{SCR}} = \frac{1}{1.29} = 0.775 \text{ por unidad}$$

Problema práctico 5.3

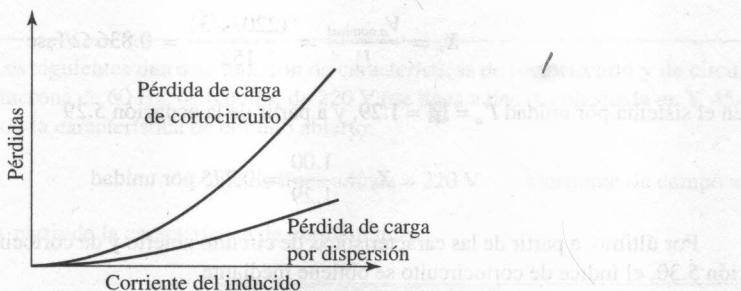
Determine la reactancia síncrona (en Ω/fase y en el sistema por unidad) de una máquina síncrona de 85 kVA que alcanza un voltaje de circuito abierto de 460 V a una corriente de campo de 8.7 A, y que logra una corriente de cortocircuito a una corriente de campo de 11.2 A.

Solución

$$X_s = 3.21 \Omega/\text{fase} = 1.29 \text{ por unidad}$$

Si la potencia mecánica que se requiere para operar la máquina se mide mientras que se realiza la prueba de cortocircuito, es posible obtener la información a pesar de las pérdidas causadas por la corriente de inducido. Debido a que el nivel de flujo de la máquina ahora se encuentra en condiciones de cortocircuito, las pérdidas en el núcleo bajo esta condición por lo general se consideran insignificantes. La potencia mecánica que se requiere para que la máquina funcione durante la realización de la prueba de cortocircuito es igual a la suma de las pérdidas por fricción y rozamiento (lo cual se determinó a partir de la prueba de circuito abierto con una corriente de campo de cero), además de las pérdidas provocadas por la corriente de inducido. Las pérdidas causadas por esta corriente se determinan al restar la fricción y el rozamiento de la potencia de operación. Por su parte, las pérdidas causadas por la corriente de inducido en cortocircuito se denominan *pérdidas de carga de cortocircuito*. En la figura 5.10 aparece una gráfica de una curva típica de la pérdida de carga de cortocircuito frente a la corriente de inducido o armadura. En general, presenta una forma parabólica con respecto a la corriente de inducido.

La pérdida de carga de cortocircuito consiste de una pérdida I^2R en el devanado de inducido; las pérdidas en el núcleo locales son causadas por la dispersión de flujo del inducido, y la pérdida del núcleo menor es provocada por el flujo resultante. La pérdida de la resistencia de corriente directa puede calcularse si la resistencia de corriente directa se mide y corrige cuando

**Figura 5.10**

Forma típica de pérdida de carga de cortocircuito y curvas de pérdida de carga por dispersión.

es necesario, en relación a la temperatura de los devanados durante la prueba de cortocircuito. Para conductores de cobre

$$\frac{R_T}{R_t} = \frac{234.5 + T}{234.5 + t} \quad (5.32)$$

donde R_T y R_t representan las resistencias de temperatura T y t en grados Celsius. Si esta pérdida de la resistencia de corriente directa se resta de la pérdida de carga de cortocircuito, la diferencia será la pérdida debida al efecto superficial y a las corrientes de Eddy en los conductores de inducido además de la pérdida nuclear local causada por la dispersión de flujo del inducido. Esta diferencia entre la pérdida de carga de cortocircuito y la pérdida de la resistencia de corriente directa es la pérdida adicional causada por la corriente de alternancia en el inducido, la cual se denomina *pérdida de carga por dispersión* y se describe en el apéndice D, asimismo, es común que se considere con un valor igual bajo condiciones normales de carga como en cortocircuito. Esta pérdida es una función de la corriente de inducido, como se demuestra mediante la curva de la figura 5.10.

Al igual que en el caso de cualquier dispositivo de corriente alterna, la *resistencia efectiva del inducido* $R_{a,ef}$ puede calcularse como la pérdida de potencia que se atribuye a la corriente de inducido dividida entre el cuadrado de la corriente. Al considerar la suposición de que la pérdida de carga por dispersión es una función sólo de la corriente de inducido, la resistencia efectiva del inducido se determina a partir de la pérdida de carga de cortocircuito:

$$R_{a,ef} = \frac{\text{pérdida de carga de cortocircuito}}{(\text{cortocircuito corriente de inducido})^2} \quad (5.33)$$

Si la pérdida de carga de cortocircuito y la corriente de inducido se indican en el sistema por unidad, la resistencia efectiva se expresará en el sistema por unidad. Pero, si se indican en vatios por fase y amperes por fase, la resistencia efectiva se expresará en ohms por fase. En términos generales, es conveniente determinar el valor de $R_{a,ef}$ a una corriente nominal y después asumir que es constante.

EJEMPLO 5.5

Para el caso de la máquina síncrona conectada en Y, trifásica de 45 kVA que cita el ejemplo 5.4, con una corriente de armadura nominal (118 A) la pérdida de carga de cortocircuito (total para las tres fases) es de 1.80 kW a una temperatura de 25°C. La resistencia de corriente directa del inducido a esta temperatura es de 0.0335 Ω/fase. Calcule la resistencia de inducido efectiva expresándola en el sistema por unidad y en ohms por fase a 25°C.

■ Solución

La pérdida de carga de cortocircuito es $1.80/45 = 0.040$ por unidad a $I_a = 1.00$ por unidad. Por lo tanto,

$$R_{a,\text{ef}} = \frac{0.040}{(1.00)^2} = 0.040 \text{ por unidad}$$

Sobre la base de las unidades por fase, la pérdida de carga de cortocircuito es $1800/3 = 600 \text{ W/fase}$, y como consecuencia, la resistencia efectiva es

$$R_{a,\text{ef}} = \frac{600}{(118)^2} = 0.043 \Omega/\text{fase}$$

La relación de la resistencia de corriente alterna a corriente directa es

$$\frac{R_{a,\text{ef}}}{R_{a,\text{dc}}} = \frac{0.043}{0.0335} = 1.28$$

Debido a que esta máquina es pequeña, su resistencia por unidad es relativamente alta. La resistencia de inducido efectiva de las máquinas con índices mayores a unos cuantos cientos de kilovolts-amperes por lo general es menor a 0.01 por unidad.

Problema práctico 5.4

Consideré un generador síncrono de 25 MVA 13.8 kV trifásico, cuya pérdida de cortocircuito trifásico es de 52.8 kW a una corriente de inducido nominal. Calcule *a)* su corriente de inducido y *b)* su resistencia de inducido efectiva en Ω/fase y por unidad.

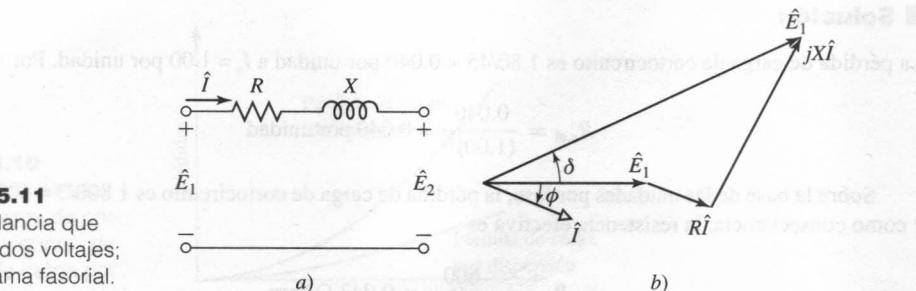
Solución

- a)* 1 046 A
- b)* $R_{a,\text{ef}} = 0.0161 \Omega/\text{fase} = 0.0021 \text{ por unidad}$

5.4 CARACTERÍSTICAS DEL ÁNGULO DE POTENCIA DEL ESTADO ESTACIONARIO

La potencia máxima de una máquina síncrona se determina mediante el par máximo que puede aplicarse sin pérdida de sincronía con respecto al sistema externo al cual se conecta. El objetivo de esta sección es obtener las ecuaciones para los límites de potencia del estado estacionario de las máquinas síncronas en situaciones simples, para lo cual el sistema externo se representa como la impedancia en serie con una fuente de voltaje.

Ya que tanto el sistema externo y la máquina misma pueden representarse como una impedancia en serie con una fuente de voltaje, el estudio de los límites de la potencia se convierte sólo en un caso especial del problema más general que abarca los límites del flujo de potencia a través de la impedancia en serie. Por lo tanto, la impedancia incluirá la impedancia síncrona de la máquina síncrona así como una impedancia equivalente del sistema externo (que quizás consista en líneas de transmisión y en bancos de transformador, así como en máquinas síncronas adicionales).

**Figura 5.11**

- a) Impedancia que conecta dos voltajes;
- b) diagrama fasorial.

Considere el circuito simple que se muestra en la figura 5.11a, el cual consta de dos voltajes de corriente alterna \hat{E}_1 y \hat{E}_2 conectados mediante una impedancia $Z = R + jX$ a través de la cual la corriente es \hat{I} . El diagrama fasorial se presenta en la figura 5.11b. Advierta que en este diagrama, la dirección de referencia para los ángulos positivos es *en contra* de las manecillas del reloj. De esta forma, en la figura 5.11b, el ángulo δ es positivo mientras que el ángulo ϕ es negativo.

La potencia P_2 que corre a través de la impedancia a una fuente de voltaje de carga parásita \hat{E}_2 es

$$P_2 = E_2 I \cos \phi \quad (5.34)$$

donde ϕ representa el ángulo de fase de \hat{I} con respecto a \hat{E}_2 . La corriente del fasor es

$$\hat{I} = \frac{\hat{E}_1 - \hat{E}_2}{Z} \quad (5.35)$$

Si los voltajes fasores y la impedancia se expresan en forma polar,

$$\hat{E}_1 = E_1 e^{j\delta} \quad (5.36)$$

$$\hat{E}_2 = E_2 e^{-j\phi_Z} \quad (5.37)$$

$$Z = R + jX = |Z| e^{j\phi_Z} \quad (5.38)$$

donde δ es el ángulo de fase mediante el que \hat{E}_1 conduce a \hat{E}_2 y $\phi_Z = \tan^{-1}(X/R)$ representa el ángulo de fase de la impedancia Z , por lo tanto

$$\hat{I} = I e^{j\phi} = \frac{E_1 e^{j\delta} - E_2}{|Z| e^{j\phi_Z}} = \frac{E_1}{|Z|} e^{j(\delta - \phi_Z)} - \frac{E_2}{|Z|} e^{-j\phi_Z} \quad (5.39)$$

Al tener participación real en la ecuación 5.39 se obtiene la siguiente expresión

$$I \cos \phi = \frac{E_1}{|Z|} \cos(\delta - \phi_Z) - \frac{E_2}{|Z|} \cos(-\phi_Z) \quad (5.40)$$

Advierta que $\cos(-\phi_Z) = \cos \phi_Z = R/|Z|$ y observe que la sustitución de la ecuación 5.40 en la ecuación 5.34 da como resultado la siguiente expresión

$$P_2 = \frac{E_1 E_2}{|Z|} \cos(\delta - \phi_Z) - \frac{E_2^2 R}{|Z|^2} \quad (5.41)$$

o

$$P_2 = \frac{E_1 E_2}{|Z|} \sin(\delta + \alpha_Z) - \frac{E_2^2 R}{|Z|^2} \quad (5.42)$$

donde

$$\alpha_Z = 90^\circ - \phi_Z = \tan^{-1}\left(\frac{R}{X}\right) \quad (5.43)$$

De manera similar, la potencia P_1 en el extremo de la fuente \hat{E}_1 de la impedancia puede expresarse de la siguiente forma

$$P_1 = \frac{E_1 E_2}{|Z|} \sin(\delta - \alpha_Z) + \frac{E_1^2 R}{|Z|^2} \quad (5.44)$$

Si, como sucede con frecuencia, la resistencia presenta un valor insignificante, entonces $R \ll |Z|$, $|Z| \approx X$ y $\alpha_Z \approx 0$, como consecuencia,

$$P_1 = P_2 = \frac{E_1 E_2}{X} \sin \delta \quad (5.45)$$

La ecuación 5.45 es una expresión muy importante para el estudio de las máquinas síncronas, al igual que en el estudio de los sistemas de potencia de corriente alterna en general. Cuando se aplica al caso de las máquinas síncronas que se conectan a un sistema de corriente alterna, la ecuación 5.45 se denomina ecuación *característica del ángulo de potencia para una máquina síncrona*, y el ángulo δ se llama *ángulo de potencia*. Si la resistencia presenta un valor insignificante y los voltajes son constantes, entonces a partir de la ecuación 5.45 la transferencia máxima de potencia

$$P_{1,\max} = P_{2,\max} = \frac{E_1 E_2}{X} \quad (5.46)$$

ocurre cuando $\delta = \pm 90^\circ$. Advierta que si δ tiene un valor positivo, \hat{E}_1 conduce a \hat{E}_2 y, a partir de la ecuación 5.45, la potencia fluye de una fuente \hat{E}_1 hacia \hat{E}_2 . De manera similar, cuando δ tiene un valor negativo, \hat{E}_1 desfase a \hat{E}_2 y la potencia fluye de \hat{E}_2 hacia \hat{E}_1 .

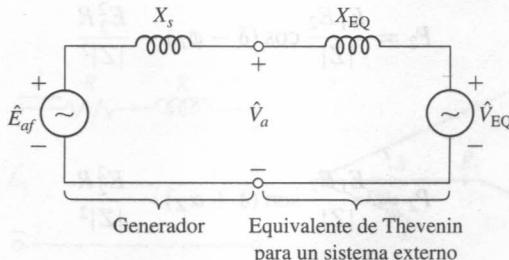
La ecuación 5.45 es válida para cualquier fuente de voltaje \hat{E}_1 y \hat{E}_2 separadas por una impedancia reactiva jX . Así, para una máquina síncrona con un voltaje generado \hat{E}_{af} y una reactancia síncrona X_s que se conectan a un sistema cuyo equivalente de Thevenin representa una fuente de voltaje \hat{V}_{EQ} en serie con una impedancia reactiva jX_{EQ} , como lo muestra la figura 5.12, la característica de la potencia del ángulo se escribe de la siguiente manera

$$P = \frac{E_{af} V_{EQ}}{X_s + X_{EQ}} \sin \delta \quad (5.47)$$

(P.A.2)

Figura 5.12

Representación de un circuito equivalente de una máquina síncrona conectada a un sistema externo.



(P.A.3)

donde P representa la potencia que se transfiere de una máquina síncrona a un sistema, y δ representa el ángulo de fase de \hat{E}_{af} con respecto a \hat{V}_{EQ} .

Asimismo, es posible formular la característica del ángulo de potencia en términos de X_s , E_{af} , el voltaje terminal V_a , y el ángulo relativo entre ambos, o de manera alternativa X_{EQ} , V_a y V_{EQ} y su ángulo relativo. A pesar de que estas expresiones son válidas por igual, no son comparables en su utilidad. Por ejemplo, mientras que E_{af} y V_{EQ} permanecen constantes al tiempo que P varía, V_a no permanece constante. Así, mientras que la ecuación 5.47 proporciona una solución fácil entre P y δ , una característica del ángulo de potencia con base en V_a no puede resolverse sin una ecuación adicional que relacione a V_a con P .

Debe enfatizarse que la derivación de las ecuaciones 5.34 a 5.47 se basa en un circuito de corriente alterna de fase única. Para un sistema trifásico balanceado, si E_1 y E_2 representan los voltajes de línea a neutro, los resultados deberán multiplicarse por tres para obtener la potencia total de las tres fases; de manera alternativa, E_1 y E_2 pueden expresarse en términos del voltaje (igual a $\sqrt{3}$ veces el voltaje de línea a neutro), en cuyo caso las ecuaciones proporcionan directamente la potencia trifásica.

Cuando la expresión de potencia de la ecuación 5.45 se compara con la expresión de la ecuación 5.1 para el par en términos del flujo y de las ondas de la fmm que interactúan, se observan de la misma forma. Esto no es una coincidencia. Recuerde que el par y la potencia son proporcionales cuando, como en este caso, la velocidad es constante. En realidad, la ecuación 5.1, que se aplica de manera específica a una máquina de rotor cilíndrico, idealizada en términos de los circuitos se convierte en la ecuación 5.45. Un repaso mental rápido de los antecedentes de cada ecuación demostrará que ambas provienen de las mismas consideraciones fundamentales.

A partir de la ecuación 5.47 se observa que la transferencia máxima de potencia que se asocia con el funcionamiento de una máquina síncrona es proporcional a la magnitud del voltaje del sistema que corresponde a V_{EQ} , así como a la magnitud del voltaje interno del generador E_{af} . Así, para un voltaje de sistema constante, la transferencia máxima de potencia puede incrementarse al aumentar la corriente de campo de la máquina síncrona y por lo tanto el voltaje interno. Resulta obvio que esto no puede llevarse a cabo sin considerar un límite; ni la corriente de campo, ni los flujos de la máquina pueden incrementarse más allá del punto donde los requisitos de enfriamiento no puedan alcanzarse.

En términos generales, las consideraciones de estabilidad dictan que una máquina síncrona alcanza un funcionamiento de estado estacionario para un ángulo de potencia considerablemente menor a los 90° . De esta forma, para una configuración de sistema establecido, es necesario asegurar que la máquina será capaz de alcanzar su nivel de funcionamiento, el cual se encontrará dentro de los límites de operación para la máquina y para el sistema.

EJEMPLO 5.6

Un generador síncrono de 75 MVA, 13.8 KV, trifásico con una reactancia síncrona de $X_s = 1.35$ por unidad y una reactancia síncrona no saturada de $X_{s,u} = 1.56$ por unidad, se conecta a un sistema externo con reactancia equivalente a $X_{EQ} = 0.23$ por unidad y un voltaje $V_{EQ} = 1.0$ por unidad, ambos sobre la base del generador. Esta máquina alcanza su voltaje de circuito abierto nominal a una corriente de campo de 297 amperes.

- Determine la potencia máxima P_{\max} (en MW y por unidad) que puede abastecer a un sistema externo si el voltaje interno del generador se mantiene igual a 1.0 por unidad.
- Mediante la aplicación de MATLAB,² grafique el voltaje terminal del generador, mientras que la salida de éste varía de cero a P_{\max} bajo las condiciones del inciso a).
- Ahora asuma que el generador se equipa con un *regulador de voltaje automático* que controla la corriente de campo con el fin de mantener constante el voltaje terminal. Si el generador se carga a su valor nominal, calcule el ángulo de potencia correspondiente, el voltaje terminal por unidad y la corriente de campo. Mediante MATLAB, grafique E_{af} por unidad como una función de la potencia por unidad.

Solución

- A partir de la ecuación 5.47

$$P_{\max} = \frac{E_{af} V_{EQ}}{X_s + X_{EQ}}$$

Observe que aunque éste es un generador trifásico, no se requiere un factor de 3 debido a que se realizan los cálculos en el sistema por unidad.

Debido a que la máquina opera con un voltaje terminal aproximado a su valor nominal, P_{\max} se debe expresar en términos de la reactancia síncrona saturada. Así

$$P_{\max} = \frac{1}{1.35 + 0.23} = 0.633 \text{ por unidad} = 47.5 \text{ MW}$$

- A partir de la figura 5.12, la corriente terminal del generador se obtiene por

$$\hat{I}_a = \frac{\hat{E}_{af} - \hat{V}_{EQ}}{j(X_s + X_{EQ})} = \frac{E_{af} e^{j\delta} - V_{EQ}}{j(X_s + X_{EQ})} = \frac{e^{j\delta} - 1.0}{j1.58}$$

El voltaje terminal del generador se obtiene por

$$\hat{V}_a = \hat{V}_{EQ} + j X_{EQ} \hat{I}_a = 1.0 + \frac{.23}{1.58} (e^{j\delta} - 1.0)$$

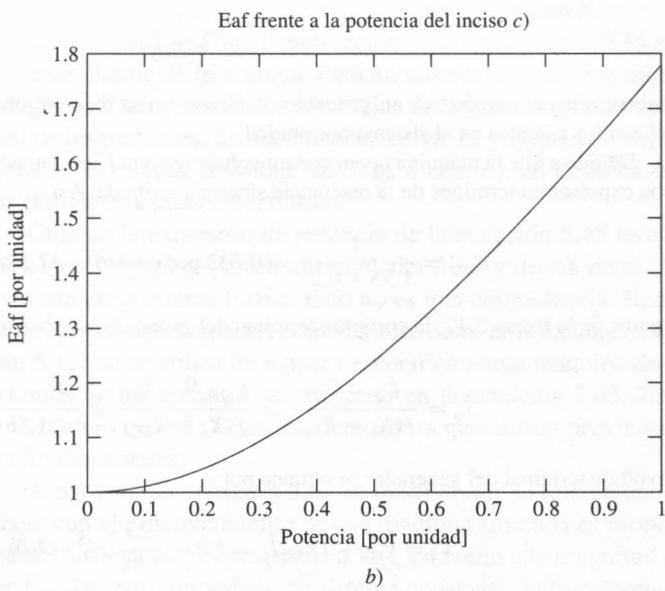
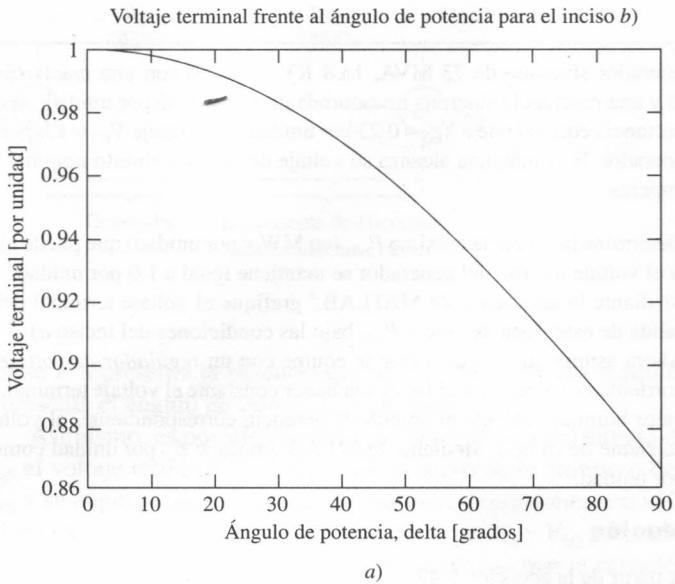
La figura 5.13a es una gráfica de MATLAB apropiada. Al parecer, el voltaje terminal varía de 1.0 a $\delta = 0^\circ$ hasta 0.87 a $\delta = 90^\circ$.

- Con el voltaje terminal mantenido constante a $V_a = 1.0$ por unidad, la potencia puede expresarse así

$$P = \frac{V_a V_{EQ}}{X_{EQ}} \sin \delta_t = \frac{1}{0.23} \sin \delta_t = 4.35 \sin \delta_t$$

donde δ_t representa el ángulo del voltaje terminal con respecto a \hat{V}_{EQ} .

² MATLAB es una marca registrada de The MathWorks, Inc.

**Figura 5.13**

Ejemplo 5.6. a) Gráfica de MATLAB, voltaje terminal frente a δ para el inciso b. b) Gráfica de MATLAB, E_{af} frente a la potencia para el inciso c.

Para $P = 1.0$ por unidad, $\delta_t = 13.3^\circ$ y por lo tanto \hat{I} es igual a

$$\hat{I}_a = \frac{V_a e^{j\delta_t} - V_{EQ}}{j X_{EQ}} = 1.007 e^{j6.65^\circ}$$

y

$$\hat{E}_{af} = \hat{V}_{EQ} + j(X_{EQ} + X_s)\hat{I}_a = 1.78 e^{j62.7^\circ}$$

o $E_{af} = 1.78$ por unidad, que corresponde a una corriente de campo de $I_f = 1.78 \times 297 = 529$ amperes. El ángulo de potencia correspondiente es 62.7° .

La figura 5.13b es la gráfica de MATLAB apropiada. Puede verse que E_{af} varía de 1.0 a $P = 0$ hasta 1.78 a $P = 1.0$.

En este caso se cita el diálogo MATLAB:

```

clc
clear
% Solución del inciso b
% Parámetros del sistema
Veq = 1.0;
Eaf = 1.0;
Xeq = .23;
Xs = 1.35;
% Resuelto para Va al tiempo que delta varía de 0 a 90 grados
para n = 1:101
delta(n) = (pi/2.)*(n-1)/100;
Ia(n) = (Eaf *exp(j*delta(n)) - Veq)/(j*(Xs + Xeq));
Va(n) = abs(Veq + j*Xeq*Ia(n));
degrees(n) = 180*delta(n)/pi;
end
% Ahora grafique los resultados
plot(degrees, Va)
xlabel('Ángulo de potencia, delta [grados]')
ylabel('Terminal de voltaje [por unidad]')
title ('Voltaje terminal vs. ángulo de potencia para el inciso (b)')
fprintf('\n\nHit any Key to continue\n')
pause
% Solución para el inciso c)
% Establecer el voltaje terminal por unidad
Vterm = 1.0;
for n = 1:101
P(n) = (n-1)/100;
Deltat(n) = asin(P(n)*Xeq/(Vterm*Veq));
Ia(n) = (Vterm *exp(j*Deltat(n)) - Veq)/(j*Xeq);
Eaf(n) = abs(Vterm + j*(Xs+Xeq)*Ia(n));
end
%Ahora grafique los resultados
plot(P,Eaf)
xlabel('Ángulo de potencia [por unidad]')
ylabel(Eaf [por unidad]')
title('Eaf vs. potencia para el inciso (c)')

```

Problema práctico 5.5

Considere la máquina 75 MVA, 13.8 kV que cita el ejemplo 5.6. Se observa que opera a un voltaje terminal de 13.7 kV y con una potencia de salida de 53 MW con un factor de potencia de 0.87 en atraso. Determine *a)* la corriente de fase en kA, *b)* el voltaje interno por unidad, y *c)* la correspondiente corriente de campo en amperes.

Solución

- $I_a = 2.57 \text{ kA}$
- $E_{af} = 1.81 \text{ por unidad}$
- $I_f = 538 \text{ amperes}$

EJEMPLO 5.7

Un motor síncrono de 60 Hz, con 30 polos, conectado en Y, trifásico, con factor de potencia unitario, 2 300 V y 2 000 hp presenta una reactancia síncrona de $1.95 \Omega/\text{fase}$. Para este problema es posible ignorar todas las pérdidas.

- Calcule la potencia máxima y el par que este motor puede generar si se alimenta con una potencia directamente de una barra colectora infinita de 60 Hz, 2 300 V. Suponga que su corriente de campo se mantiene constante a un valor que resultaría en un factor de potencia unitario a carga nominal.
- En lugar de considerar un barra colectora infinita en el inciso *a*, suponga que el motor se alimenta de potencia con un turbogenerador de 3 600 r/min, bipolar, de 1 500 kVA y de 2 300 V cuya reactancia síncrona es de $2.65 \Omega/\text{fase}$. El generador se opera a una velocidad nominal, y las excitaciones de campo del generador y del motor se ajustan de manera que el motor funcione a un factor de potencia unitario y con un voltaje terminal de plena carga. Calcule la potencia y par máximos que deberán ser suministrados para los valores de la excitación de campo.

Solución

A pesar de que esta máquina es sin duda del tipo de polos salientes, este problema se resolverá de una manera sencilla por medio de la teoría del rotor cilíndrico. La solución correspondiente ignora la reluctancia. De hecho, la máquina desarrollaría un par máximo un poco mayor que el valor obtenido, como se analizó en la sección 5.7.

- El circuito equivalente se encuentra en la figura 5.14a y el diagrama fasorial de plena carga en la figura 5.14b, donde \hat{E}_{afm} es el voltaje generado del motor y X_{sm} representa su reactancia síncrona. Así, a partir del índice del motor con el valor de las pérdidas considerado insignificante,

$$\begin{aligned}\text{kVA nominal} &= 2\ 000 \times 0.746 = 1\ 492 \text{ kVA, trifásico} \\ &= 497 \text{ kVA/fase}\end{aligned}$$

$$\text{Voltaje nominal} = \frac{2\ 300}{\sqrt{3}} = 1\ 328 \text{ V línea a neutral}$$

$$\text{Corriente nominal} = \frac{497\ 000}{1\ 328} = 374 \text{ A/fase Y}$$

A partir del diagrama fasorial de plena carga

$$E_{afm} = \sqrt{V_a^2 + (I_a X_{sm})^2} = 1\ 515 \text{ V}$$

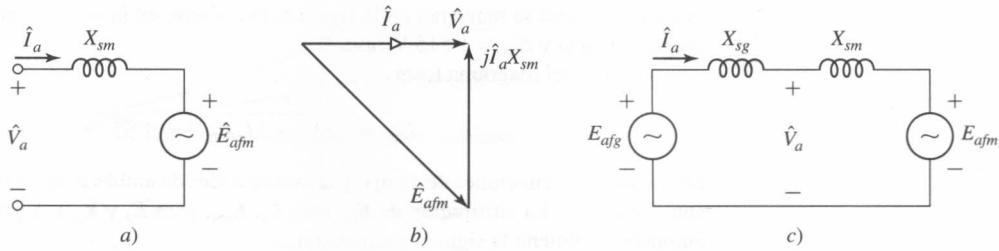
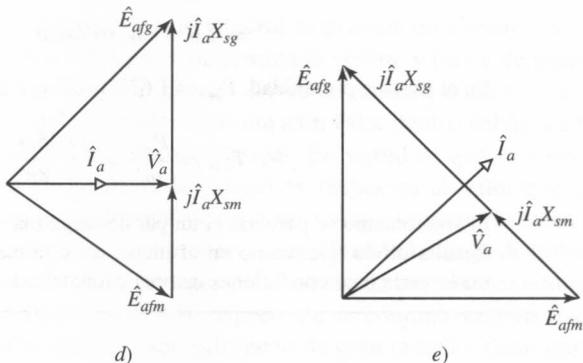


Figura 5.14
Círculo equivalente y
diagramas fasores
ilustrados para el
ejemplo 5.7.



Cuando la fuente de potencia es una barra colectora infinita y el campo de excitación es constante, V_a y E_{afm} son constantes. La sustitución de V_a para E_1 , E_{afm} para E_2 y X_{sm} para X en la ecuación 5.46 entonces se obtiene,

$$\begin{aligned} P_{\max} &= \frac{V_a E_{afm}}{X_{sm}} = \frac{1328 \times 1515}{1.95} = 1032 \text{ kW/fase} \\ &= 3096 \text{ kW, trifásico} \end{aligned}$$

En el sistema por unidad, $P_{\max} = 3096/1492 = 2.07$ por unidad. Debido a que esta potencia en el índice máximo del motor, el motor no es capaz de producir esta potencia por períodos largos.

Con 30 polos a 60 Hz, la velocidad angular síncrona se determina por medio de la ecuación 4.40

$$\omega_s = \left(\frac{2}{\text{polos}} \right) \omega_e = \left(\frac{2}{30} \right) (2\pi 60) = 8\pi \text{ rad/sec}$$

y como consecuencia

$$T_{\max} = \frac{P_{\max}}{\omega_s} = \frac{3096 \times 10^3}{8\pi} = 123.2 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

- b) Cuando la fuente de potencia es el *turbogenerador*, el circuito equivalente toma la forma que se muestra en la figura 5.14c, donde \hat{E}_{afg} representa el voltaje causado por el generador y X_{sg} es su reactancia síncrona. En este caso, el generador síncrono equivale a un voltaje externo \hat{V}_{EQ} y la reactancia X_{EQ} es como en la figura 5.12. El diagrama fasor a plena carga del motor, a factor de

potencia unitario se muestran en la figura 5.14d. Como en la ocasión anterior, $V_a = 1\ 330$ V/fase a carga completa y $E_{afm} = 1\ 515$ V/fase.

A partir del diagrama fasor

$$E_{afg} = \sqrt{V_{ta}^2 + (I_a X_{sg})^2} = 1\ 657 \text{ V}$$

Dado que las excitaciones de campo y las velocidades de ambas máquinas son constantes, E_{afg} y E_{afm} son constantes. La sustitución de E_{afg} para E_1 , E_{afm} para E_2 y $X_{sg} + X_{sm}$ para X en la ecuación 5.46 entonces se obtiene la siguiente expresión

$$\begin{aligned} P_{\max} &= \frac{E_{afg} E_{afm}}{X_{sg} + X_{sm}} = \frac{1\ 657 \times 1\ 515}{4.60} = 546 \text{ kW/fase} \\ &= 1\ 638 \text{ kW, trifásico} \end{aligned}$$

En el sistema por unidad, $P_{\max} = 1\ 638/1\ 492 = 1.10$ por unidad.

$$T_{\max} = \frac{P_{\max}}{\omega_s} = \frac{1\ 635 \times 10^3}{8\pi} = 65.2 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

El sincronismo se perdería si un par de carga mayor que este valor se aplicara a la caja del motor. Resulta obvio que, como en el inciso a), esta carga excede el índice del motor y no es posible mantenerla bajo condiciones de operación del estado estacionario.

Problema práctico 5.6

Si el sistema de excitación del generador del ejemplo 5.7 se daña y debe limitarse a abastecer únicamente la mitad de la excitación del inciso b) del ejemplo, calcule la potencia máxima que puede suministrarse al motor.

Solución

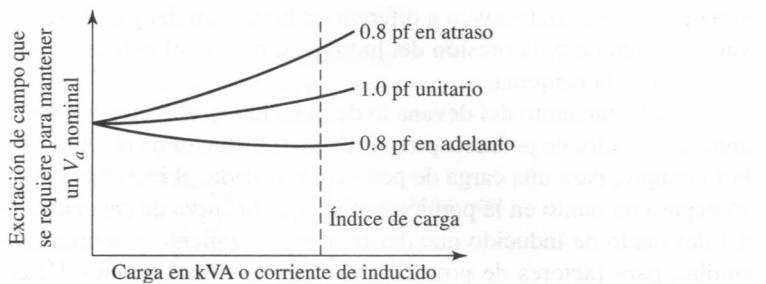
819 kW.

5.5 CARACTERÍSTICAS DE OPERACIÓN DEL ESTADO ESTACIONARIO

Las principales características de operación del estado estacionario de una máquina síncrona se describen mediante las interrelaciones que hay entre el voltaje terminal, la corriente de campo, la corriente de inducido, el factor de potencia y la eficacia. En esta sección se presenta una selección de curvas de funcionamiento que son muy importantes en la aplicación práctica de la maquinaria síncrona.

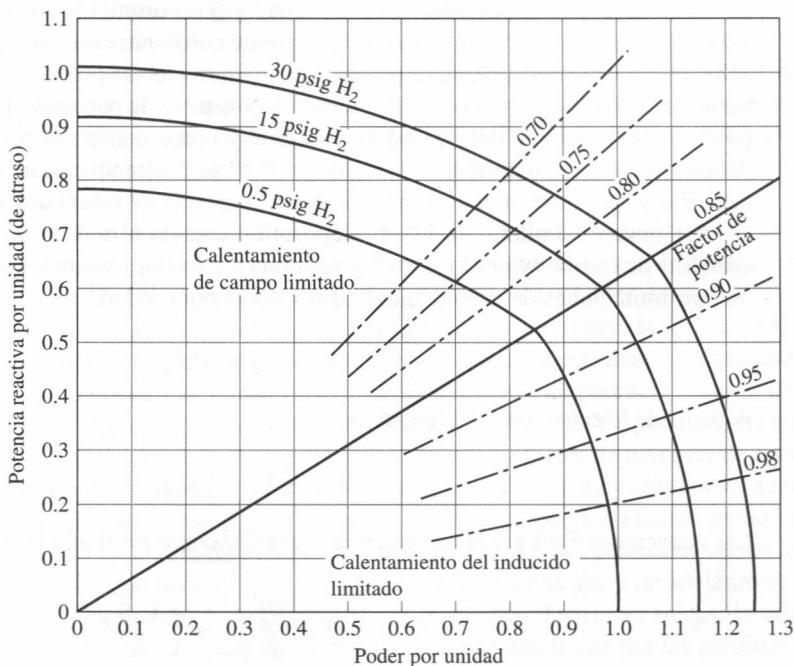
Consideré un generador síncrono que genera potencia a una frecuencia constante y un voltaje terminal proporcional a una carga cuyo factor de potencia es constante. La curva que muestra la corriente de campo que se requiere para mantener proporcional el voltaje terminal mientras que la carga del factor de potencia constante varía y se denomina *curva de composición*. La forma característica de las tres curvas de composición a diferentes factores de potencia constante se presenta en la figura 5.15.

Figura 5.15
Forma característica de las curvas de composición de un generador síncrono.



Los generadores síncronos por lo general se evalúan en términos de la carga de potencia máxima aparente (kVA o MVA) a un determinado voltaje y factor de potencia (con frecuencia 80%, 85% o 90% de atraso) que puedan llevar de manera continua sin sobrecalentarse. La salida de potencia real del generador se limita a un valor dentro del índice de potencia aparente por medio de la capacidad del motor principal. En virtud de que su *sistema de regulación de voltaje* (que controla la corriente de campo en respuesta al valor que se midió del voltaje terminal), la máquina normalmente opera a un voltaje terminal constante cuyo valor se encuentra dentro de $\pm 5\%$ del voltaje proporcional. Cuando la carga de potencia real y el voltaje se fijan, la carga de potencia reactiva permitida se limita por el calentamiento del devanado de inducido o de campo. En la figura 5.16 se presenta un conjunto común de *curvas de capacidad* para un turbogenerador enfriado por hidrógeno de gran tamaño. Estas curvas suministran una conducción de potencia reactiva máxima que corresponde a diferentes cargas de potencia real con funcionamiento a un voltaje terminal nominal. Advierta que las tres curvas que se obser-

Figura 5.16
Curvas de capacidad de un turbogenerador enfriado por hidrógeno con un índice de 0.80 de cortocircuito y 0.85 de factor de potencia. La base en MVA se registra MVA a 0.5 psig hidrógeno.



van en la figura contribuyen a diferenciar la presión del gas enfriador. Como se puede observar, al incrementar la presión del hidrógeno mejora el enfriamiento, lo cual permite la carga completa de la máquina.

El calentamiento del devanado de inducido es el factor limitante en la sección del factor unitario al factor de potencia proporcional (0.85 factor de potencia de atraso en la figura 5.16). Por ejemplo, para una carga de potencia real dada, el incremento de la potencia reactiva que sobrepasa un punto en la porción limitada de la curva de capacidad resultará en temperaturas del devanado de inducido que dañarían su aislamiento y acortarían su duración. De manera similar, para factores de potencia menores, el calentamiento del devanado de campo es el factor limitante.

Las curvas de capacidad suministran una *guía valiosa* tanto a los proyectistas de los sistemas de potencia como a los operadores. Cuando los proyectistas consideran las modificaciones y aditamentos de los sistemas de potencia, pueden ver rápidamente si los generadores existentes o propuestos satisfacen de manera segura la carga que se requiere. Asimismo, los operadores de sistemas de potencia pueden determinar con presteza si dichos generadores responden sin peligro a los cambios en el sistema de carga que ocurren durante el curso normal del funcionamiento del sistema.

La derivación de las curvas de capacidad como las que se presentan en la figura 5.16 se desarrolla como se indica a continuación. La operación bajo condiciones de voltaje terminal constante y de corriente de inducido (al máximo valor permitido por las limitaciones de calentamiento) corresponde a un valor constante de la potencia de salida aparente determinada por el producto del voltaje terminal y de la corriente. Dado que la potencia en el sistema por unidad se obtiene de la siguiente manera

$$\text{Potencia aparente} = \sqrt{P^2 + Q^2} = V_a I_a \quad (5.48)$$

donde P representa la potencia real por unidad y Q representa la potencia reactiva por unidad; asimismo, se observa que una potencia aparente constante corresponde a un círculo centrado sobre el origen en una gráfica de potencia reactiva frente a la potencia real. De la ecuación 5.48 también advierta que para un voltaje terminal constante, la potencia aparente constante corresponde a una corriente del devanado constante y como consecuencia a un calentamiento del devanado inducido o armadura. En la figura 5.17 se ilustra un círculo como el que se acaba de describir y que corresponde al máximo nivel aceptable de calentamiento del inducido.

De manera similar, considere la operación cuando el voltaje terminal es constante y la corriente de campo (y por lo tanto E_{af}) se limita a un valor máximo, que también es determinado por limitaciones de calentamiento. En valores por unidad,

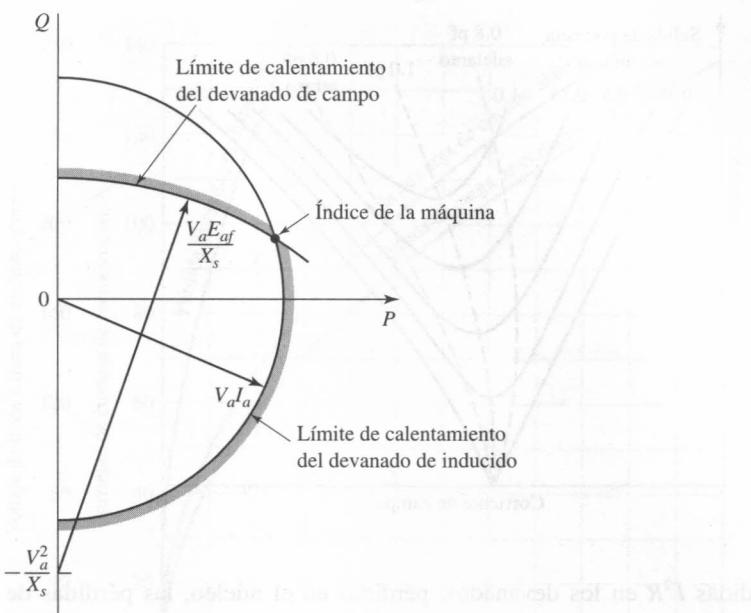
$$P - jQ = \hat{V}_a \hat{I}_a \quad (5.49)$$

A partir de la ecuación 5.24 (con $R_a = 0$)

$$\hat{E}_{af} = \hat{V}_a + j X_s \hat{I}_a \quad (5.50)$$

Las ecuaciones 5.49 y 5.50 se resuelven para dar como resultado la siguiente ecuación

$$P^2 + \left(Q + \frac{V_a^2}{X_s} \right)^2 = \left(\frac{V_a E_{af}}{X_s} \right)^2 \quad (5.51)$$

**Figura 5.17**

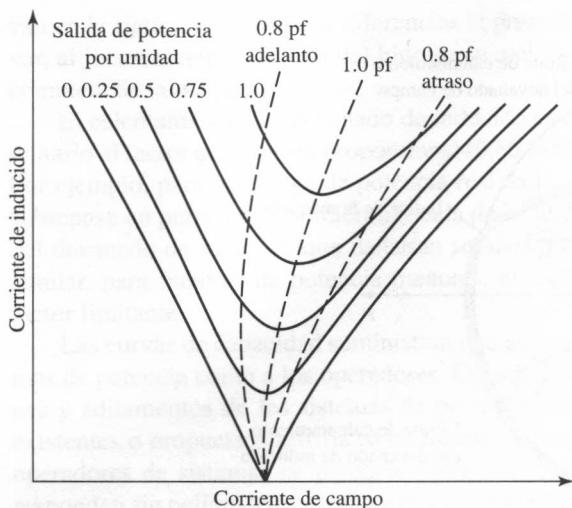
Estructura aplicada a la derivación de una curva de capacidad de un generador síncrono.

Esta ecuación corresponde a un círculo centrado en $Q = -(V_a^2/X_s)$ en la figura 5.17 y determina el límite de calentamiento en el devanado de campo del funcionamiento de la máquina que se muestra en la figura 5.16. Es común especificar el índice (potencia aparente y factor de potencia) de la máquina, al igual que como el punto de intersección de las curvas de limitación del devanado de inducido y de campo.

Para una carga de potencia real dada, el factor de potencia al que la máquina opera, y como consecuencia su corriente de inducido o armadura, se controlan mediante el ajuste de su excitación de campo. La curva que muestra la relación entre la corriente del inducido y la corriente de campo a un voltaje terminal constante y con una potencia real constante se le denomina *curva V* debido a su forma característica. En la figura 5.18 se muestra una familia de curvas para un generador síncrono que adquieren la forma de las curvas que se muestra en la figura 5.18.

Para una potencia de salida constante, la corriente de inducido es mínima a un factor de potencia unitario y se incrementa a medida que el factor de potencia disminuye. Las líneas intermitentes representan lugares geométricos del factor de potencia constante; además, son las curvas de composición del generador síncrono (véase la figura 5.15) que muestran cómo la corriente de campo debe variar al tiempo que la carga cambia para mantener constante el factor de potencia. Los puntos, a la derecha del factor de potencia unitario de la curva de composición, corresponden a la sobreexcitación y al factor de potencia en atraso; los puntos de la izquierda corresponden a la subexcitación y al factor de potencia de conducción. Las curvas V del motor síncrono y las curvas de composición son muy similares a aquellas que presentan los generadores síncronos. De hecho, si no fuera por los efectos menores de la resistencia del inducido, las curvas de composición del motor y del generador serían idénticas, con la excepción de que las curvas del factor de atraso y de adelanto se intercambian.

Como ocurre en el caso de las máquinas electromecánicas, la eficacia de una máquina síncrona en cualquier punto de operación se determina por las pérdidas que consisten en: pér-

**Figura 5.18**

Forma típica de las curvas V de un generador síncrono.

didas I^2R en los devanados, pérdidas en el núcleo, las pérdidas de carga por dispersión y pérdidas mecánicas. Debido a que *las pérdidas cambian de acuerdo a las condiciones de operación* y son un tanto difíciles de medir con precisión, los diferentes procedimientos se llevan a cabo para calcular la eficiencia de las máquinas síncronas.³ Los principios generales para estos cálculos se describen en el apéndice D.

EJEMPLO 5.8

La información que suministra la figura 5.19 se refiere a las pérdidas de la máquina síncrona de 45 kVA que citan los ejemplos 5.4 y 5.5. Calcule su eficiencia cuando funciona como un motor síncrono con un voltaje terminal de 220 V y con una entrada de potencia a su inducido de 45 kVA a un factor de potencia de 0.80 en atraso. La corriente de excitación que se mide en una prueba de carga bajo estas condiciones es $I_f(\text{prueba}) = 5.50 \text{ A}$. Suponga que los devanados de campo y de inducido se encuentran a una temperatura de 75°C.

Solución

Para las condiciones de operación especificadas, la corriente de inducido es

$$I_a = \frac{45 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 230} = 113 \text{ A}$$

Las pérdidas I^2R debe calcularse sobre la base de las resistencias de los devanados a 75°C. Al corregir las resistencias de devanado por medio de la ecuación 5.32 se obtiene lo siguiente

$$\text{Resistencia del devanado de campo } R_f \text{ a } 75^\circ\text{C} = 35.5 \Omega$$

$$\text{Resistencia de corriente directa del inducido } R_a \text{ a } 75^\circ\text{C} = 0.0399 \Omega/\text{fase}$$

³ Véase, por ejemplo, IEEE Std. 115-1995, "Guide Test Procedures for Synchronous Machines", Institute of Electrical and Electronic Engineers, Inc., 345 East 47th Street, Nueva York, Nueva York, 10017 y NEMA Standards Publication No. MG-1-1998, "Motors and Generators", National Manufacturers Association, 1300 North 17th Street, suite 1847, Rosslyn, Virginia, 22209.

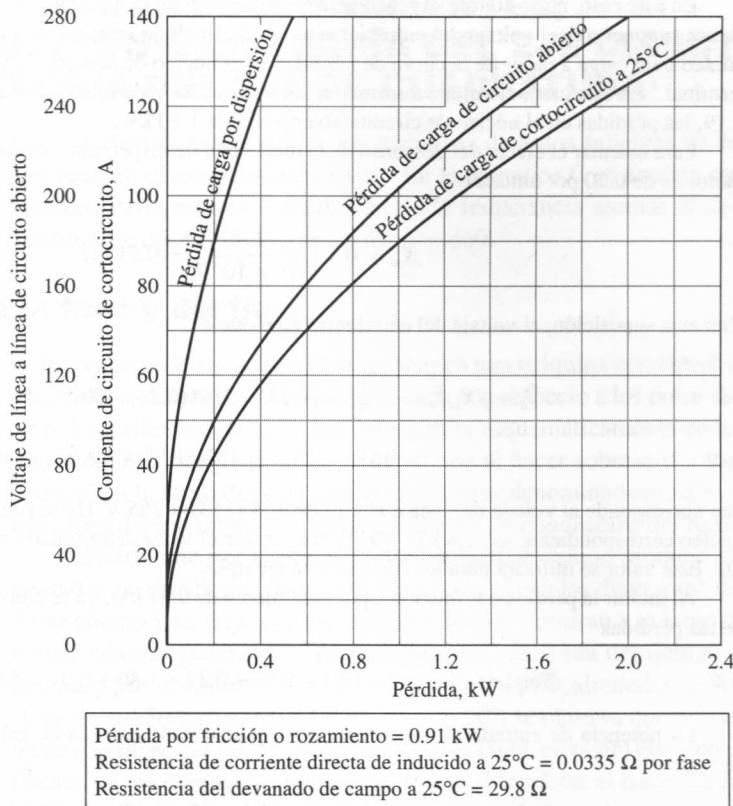


Figura 5.19
Las pérdidas en una máquina síncrona hexapolar, de 60 Hz de 220 V, conectada en Y, de 45 kVA trifásica (ejemplo 5.8).

Por lo tanto, la pérdida de campo I^2R es

$$I_f^2 R_f = 5.50^2 \times 35.5 = 1.07 \text{ kW}$$

De acuerdo con las normas de la ANSI, las pérdidas en el sistema de campo, incluyendo aquellas en cualquier reóstato regulador del campo, no se cargan en contra de la máquina.

Por lo tanto, la pérdida de campo I^2R es

$$3I_a^2 R_a = 3 \times 113^2 \times 0.0399 = 1.53 \text{ kW}$$

y a partir de la figura 5.19 a $I_a = 113 \text{ A}$, la pérdida de carga por dispersión = 0.37 kW. Se considera que la pérdida de carga por dispersión forma parte de las pérdidas causadas por la dispersión de flujo del inducido. De acuerdo con las normas de la ANSI, no se aplica corrección de temperatura a la pérdida de carga por dispersión.

Las pérdidas en el núcleo bajo carga son principalmente una función del flujo del núcleo primario en el motor. Como se analizó en el capítulo 2, el voltaje a través de la rama de magnetización en un transformador (correspondiente al flujo del núcleo del transformador) se calcula al sustraer el descenso de la impedancia de dispersión a partir de un voltaje terminal. A manera de comparación, el flujo del núcleo primario en una máquina síncrona (por ejemplo, el flujo del entrehierro) se calcula como el voltaje detrás de la impedancia de dispersión de la máquina. Con frecuencia, el valor de la resistencia del inducido es pequeño, y por lo tanto es común ignorar la resistencia y calcular el voltaje detrás de la reactancia de dispersión. Las pérdidas en el núcleo se determina a partir de la curva de pérdidas en el núcleo de circuito abierto de acuerdo al voltaje detrás de la reactancia de dispersión.

En este caso, no se conoce la reactancia de dispersión de la máquina. Así, un enfoque sería simplemente suponer que el voltaje del entrehierro es igual al voltaje terminal y determinar las pérdidas en el núcleo bajo carga a partir de la curva de pérdidas en el núcleo de acuerdo al valor equivalente al voltaje terminal.⁴ En este caso, el voltaje terminal del motor es 230 V de línea a línea y por lo tanto de la figura 5.19, las pérdidas en el núcleo de circuito abierto son de 1.30 kW.

Para calcular el efecto del descenso de la reactancia de dispersión, se asumirá que dicho valor en el motor es de 0.20 por unidad o

$$X_{al} = 0.2 \left(\frac{220^2}{45 \times 10^3} \right) = 0.215 \Omega$$

Con esta suposición, el voltaje del entrehierro equivale a

$$\begin{aligned}\hat{V}_a - jX_{al}\hat{I}_a &= \frac{230}{\sqrt{3}} - j0.215 \times 141(0.8 + j0.6) \\ &= 151 - j24.2 = 153 e^{-j9.1^\circ} \text{ V, de línea a neutro}\end{aligned}$$

que corresponde al voltaje de línea a neutro de $\sqrt{3}$ (153) = 265 V. De la figura 5.19, las pérdidas en el núcleo correspondiente son 1.8 kW, 500 W mayor que el valor determinado al emplear el voltaje terminal. Este valor se utilizará para los fines de este ejemplo.

Al incluir la pérdida por fricción y por rozamiento de 0.91 kW, ya se han calculado todos los valores de las pérdidas

$$\text{Total de pérdidas} = 1.07 + 1.53 + 0.37 + 1.80 + 0.91 = 5.68 \text{ kW}$$

La potencia de entrada al motor total es la potencia de entrada al inducido, más la potencia de campo.

$$\text{Potencia de entrada} = 0.8 \times 45 + 1.07 = 37.1 \text{ kW}$$

y la potencia de salida es igual a la potencia de entrada menos las pérdidas totales

$$\text{Potencia de salida} = 37.1 - 5.68 = 31.4 \text{ kW}$$

Por lo tanto,

$$\text{Eficiencia} = \frac{\text{Potencia de salida}}{\text{Potencia de entrada}} = 1 - \frac{31.4}{37.1} = 0.846 = 84.6\%$$

Problema práctico 5.7

Calcule la eficiencia del motor que se cita en el ejemplo 5.8 si éste opera con una entrada de potencia de 45 kW, y factor de potencia unitario. Es posible asumir que las pérdidas de carga por dispersión del motor permanecen sin cambios y que la corriente de campo del motor es de 4.40 A.

Solución

$$\text{Eficacia} = 88.4\%$$

⁴ Aunque no es un procedimiento rigurosamente correcto, ha llegado a ser una práctica común ignorar el descenso de la impedancia de dispersión al determinar las pérdidas en el núcleo bajo carga.

5.6 EFECTOS DE LOS POLOS SALIENTES; INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DEL EJE DIRECTO Y A LA TEORÍA DEL EJE DE CUADRATURA

Las características básicas de las máquinas de polos salientes se desarrollan en esta sección con base en el razonamiento físico. En el apéndice C se analiza un tratamiento matemático, fundamentado en una formulación de la inductancia similar al de la sección 5.2, en dicho apéndice se desarrolla la transformación dq0.

5.6.1 Ondas de la fmm y del flujo

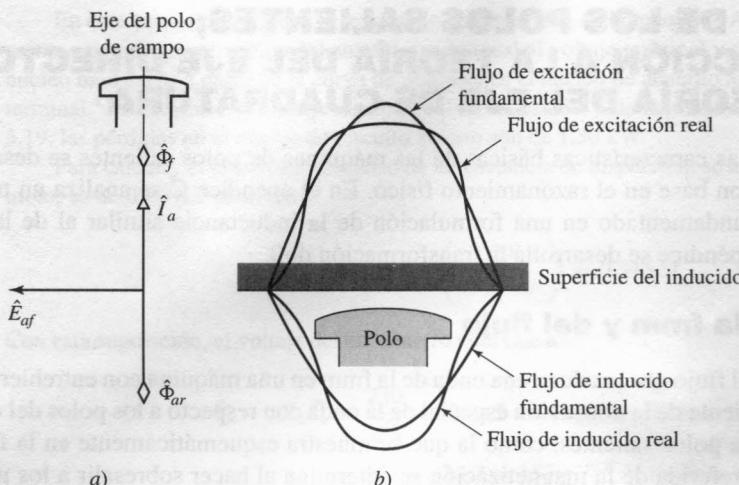
El flujo que produce una onda de la fmm en una máquina con entrehierro uniforme es independiente de la alineación espacial de la onda con respecto a los polos del campo. En una máquina de polos salientes, como la que se muestra esquemáticamente en la figura 5.20, la dirección preferida de la magnetización se determina al hacer sobresalir a los polos del campo. La penetración a lo largo del eje polar, comúnmente denominada *eje directo* del rotor, es mayor que a lo largo del eje interpolar, denominado *eje de cuadratura* del rotor.

Advierta que por definición, el devanado de campo produce un flujo que se orienta a lo largo del eje directo del rotor. Así, cuando se trazan los diagramas fasores, la fmm del devanado de campo y su flujo correspondiente $\hat{\Phi}_f$ se encuentran a lo largo del eje directo del rotor. El voltaje interno generado es proporcional a la derivada del tiempo del flujo del devanado de campo, y por lo tanto, su fasor \hat{E}_{af} conduce el flujo $\hat{\Phi}_f$ alrededor de 90° . Ya que por convención, el eje de cuadratura conduce el eje directo 90° , se observa que el *fasor de voltaje generado* \hat{E}_{af} *recae a lo largo del eje de cuadratura*. Por lo tanto, un punto clave en el análisis de los diagramas fasores en las máquinas sincrónicas es que al localizar el fasor \hat{E}_{af} , la ubicación de ambos ejes se determina de manera inmediata. Esto forma la base de la formulación del eje directo y del eje de cuadratura para el análisis de las máquinas de polos salientes, en donde todos los voltajes de las máquinas y las corrientes pueden resolverse en sus *componentes del eje directo y del eje de cuadratura*.

La onda de flujo de reacción del inducido $\hat{\Phi}_{ar}$ desfase la onda de flujo de excitación de un ángulo espacial de $90^\circ + \phi_{desfase}$, donde $\phi_{desfase}$ representa el ángulo de fase temporal mediante el cual la corriente de inducido desfase al voltaje generado. Si la corriente de inducido \hat{I}_a desfase dicho voltaje \hat{E}_{af} alrededor de 90° , la onda de flujo de reacción del inducido es directamente opuesta a los polos del campo y se encuentra en dirección contraria al flujo de excitación $\hat{\Phi}_f$, como se observa en el diagrama fasor de la figura 5.20a.

Las correspondientes ondas de la densidad de flujo que están en la superficie del inducido, que producen la corriente de campo y el componente fundamental espacial de rotación síncrono de la fmm de reacción del inducido, se muestran en la figura 5.20b, donde los efectos de las ranuras son insignificantes. Las ondas consisten en componentes fundamentales espaciales y en una familia de componentes armónicos impares. En una máquina bien diseñada los efectos armónicos son por lo general pequeños. De acuerdo con esto, sólo se considerarán los componentes fundamentales espaciales. En la figura 5.20a, los componentes fundamentales se representan mediante los fasores de flujo por polo $\hat{\Phi}_f$ y $\hat{\Phi}_{ar}$.

Las condiciones son un poco diferentes cuando la corriente de inducido se encuentra en fase con el voltaje generado, como se ilustra con el diagrama fasor de la figura 5.21a. El eje de la onda de reacción de inducido se distorsiona seriamente, al comprender, de manera esencial, una armónica espacial terciaria prominente y fundamental. La onda de flujo armónica terciaria

**Figura 5.20**

Flujos de entrehierro del eje directo en una máquina síncrona de polos salientes.

*a)**b)*

genera una efm armónica terciaria en los voltajes de la fase de inducido (de línea a neutro). La conformación será la siguiente

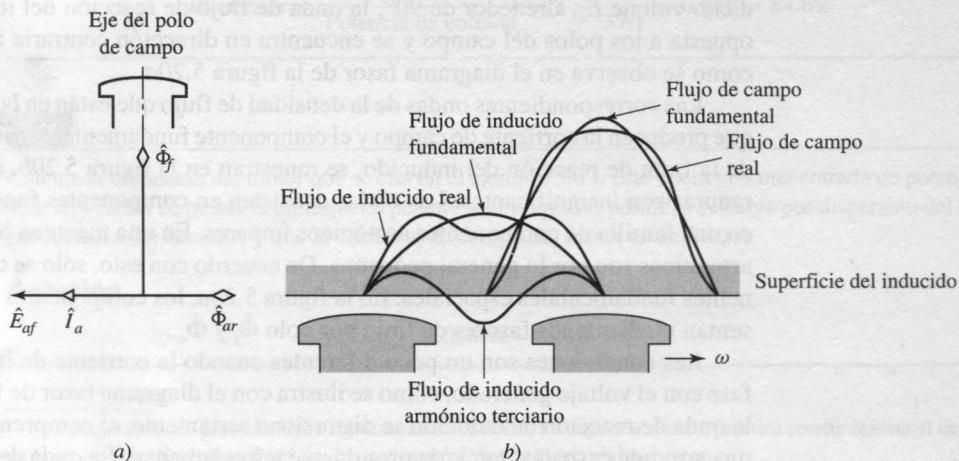
$$E_{3,a} = \sqrt{2}V_3 \cos(3\omega_e t + \phi_3) \quad (5.52)$$

$$E_{3,b} = \sqrt{2}V_3 \cos(3(\omega_e t - 120^\circ) + \phi_3) = \sqrt{2}V_3 \cos(3\omega_e t + \phi_3) \quad (5.53)$$

$$E_{3,c} = \sqrt{2}V_3 \cos(3(\omega_e t - 120^\circ) + \phi_3) = \sqrt{2}V_3 \cos(3\omega_e t + \phi_3) \quad (5.54)$$

Observe que los voltajes de fase de terceros armónicos son iguales en magnitud y en fase. Por lo tanto, no parecen componentes de los voltajes de línea a línea, que son iguales a las diferencias entre los distintos voltajes de fase.

Debido a que el entrehierro presenta mayor longitud entre los polos y la mayor reluctancia correspondiente, el flujo de reacción del inducido fundamental espacial cuando la reacción del inducido se encuentra a lo largo del eje de cuadratura (figura 5.21) es menor que el flujo de

**Figura 5.21**

Flujos del entrehierro de los ejes de cuadratura en una máquina síncrona de polos salientes.

*a)**b)*

reacción de inducido fundamental espacial, que se crearía por la misma corriente de inducido si la onda de flujo del mismo se dirigiera a lo largo del eje directo (figura 5.20). Por lo tanto, la reactancia de magnetización del eje de cuadratura es menor que la que presenta el eje directo.

Al enfocar la atención en los componentes fundamentales espaciales de la fmm y del flujo del entrehierro, los efectos de los polos salientes pueden considerarse al resolver la corriente del inducido \hat{I}_a en dos componentes, uno a lo largo del eje directo y el otro a lo largo del eje de cuadratura como se muestra en el diagrama fasorial de la figura 5.22. Este diagrama se trazó para un generador de polos salientes no saturado que opera con un factor de potencia de desfasamiento. El componente del eje directo \hat{I}_d de la corriente de inducido, en cuadratura de tiempo con el voltaje generado \hat{E}_{af} , produce un componente del flujo de reacción de inducido fundamental espacial $\hat{\Phi}_{ad}$ a lo largo del eje de los polos de campo (el eje directo), como se observa en la figura 5.20. El componente del eje de cuadratura \hat{I}_q en fase con el voltaje generado, produce un componente del flujo de reacción del inducido espacial fundamental $\hat{\Phi}_{aq}$ en cuadratura de espacio con los polos del campo, como se observa en la figura 5.21. Advierte que los subíndices *d* (*directo*) y *q* (*cuadratura*, por su inicial en inglés), que están sobre los flujos de reacción del inducido, se refieren a su fase espacial y no a su fase temporal de las corrientes componentes que las producen.

De esta forma, una *cantidad del eje directo* presenta un efecto magnético que se alinea con los ejes de los polos; las fuerzas magnetomotoras del eje directo producen un flujo a lo largo de estos ejes. Asimismo, una *cantidad del eje de cuadratura* presenta un efecto magnético que se centra en el espacio interpolar. En el caso de una máquina no saturada, el flujo de reacción de inducido $\hat{\Phi}_{ar}$ representa la suma de los componentes $\hat{\Phi}_{ad}$ y $\hat{\Phi}_{aq}$. El flujo resultante $\hat{\Phi}_R$ es la suma de $\hat{\Phi}_{ar}$ y del flujo de campo $\hat{\Phi}_f$.

5.6.2 Diagramas fasoriales para máquinas de polos salientes

Con cada una de las corrientes componentes \hat{I}_d e \hat{I}_q asociadas a un componente la caída de voltaje de la reactancia síncrona, $j\hat{I}_dX_d$ y $j\hat{I}_qX_q$ respectivamente. Las reactancias X_d y X_q representan, las *reactancias síncronas del eje directo y del eje de cuadratura*; estos valores se toman en consideración para los efectos inductivos de todos los flujos fundamentales espaciales creados por las corrientes de inducido a lo largo del eje directo y del eje de cuadratura, incluyendo los polos salientes.

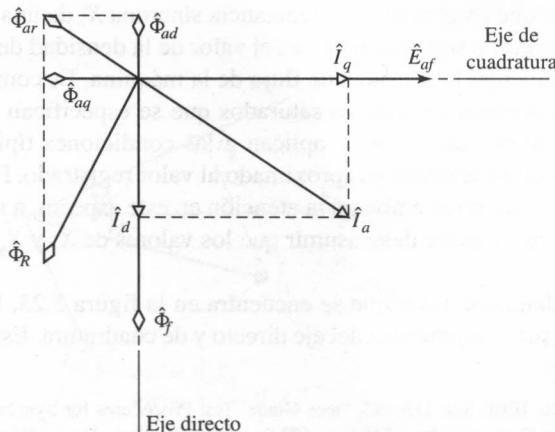


Figura 5.22

Diagrama fasorial de un generador de polos salientes.

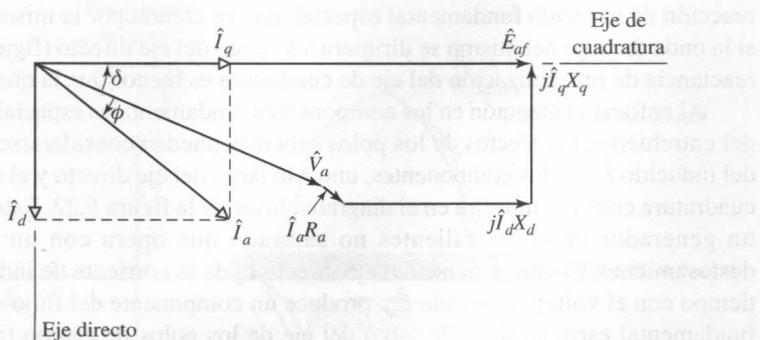
**Figura 5.23**

Diagrama fasor para un generador síncrono que ilustra la relación entre los voltajes y las corrientes.

yendo el flujo de dispersión del inducido y el flujo de reacción de inducido. Así, los efectos inductivos de las ondas de flujo del eje directo y del eje de cuadratura pueden considerarse para las *reactancias de magnetización del eje directo y de eje de cuadratura*, X_{qd} y X_{qq} , similar a la reactancia de magnetización X_ϕ en la teoría del rotor cilíndrico. Las reactancias síncronas del eje directo y del eje de cuadratura se obtienen mediante las siguientes ecuaciones

$$X_d = X_{ad} + X_{\phi d} \quad (5.55)$$

$$X_q = X_{ad} + X_{\phi q} \quad (5.56)$$

donde X_{ad} representa la reactancia de dispersión del inducido, que se asume como el mismo en el caso de las corrientes de los ejes de cuadratura y directo. Compare las ecuaciones 5.55 y 5.56 con la ecuación 5.25 para el caso de los polos no salientes. Como se demostró en el diagrama fasor del generador que se muestra en la figura 5.23, el voltaje generado \hat{E}_{af} iguala la suma de los fasores del voltaje terminal \hat{V}_a más la caída de la resistencia del inducido $\hat{I}_a R_a$ y la caída de la reactancia síncrona componente $j\hat{I}_d X_d + j\hat{I}_q X_q$.

De acuerdo con lo que se analizó anteriormente, la reactancia síncrona del eje de cuadratura X_q es menor que la del eje directo X_d , debido a que la reluctancia es mayor en el entrehierro del eje de cuadratura. Con frecuencia, X_q se encuentra entre $0.6X_d$ y $0.7X_d$. Observe que un pequeño efecto de los polos salientes también se encuentra presente en los turbogeneradores, aunque éstos son máquinas de rotores cilíndricos, debido al efecto de las ranuras del rotor en la reluctancia del eje de cuadratura.

De igual modo que en el caso de la reactancia síncrona X_s de una máquina de rotor cilíndrico, estas reactancias no son constantes en el valor de la densidad de flujo y en raras ocasiones se saturan al aumentar la densidad de flujo de la máquina. Es común determinar tanto los valores no saturados como los valores saturados que se especifican para cada uno de estos parámetros.⁵ Los valores saturados se aplican a las condiciones típicas de operación de la máquina donde el voltaje terminal es aproximado al valor registrado. Para fines de este capítulo y del libro en general, no se enfocará la atención en este aspecto, a menos que se establezca de manera específica, el lector debe asumir que los valores de X_d y X_q que se suministran son valores saturados.

Al utilizar el diagrama fasor que se encuentra en la figura 5.23, la corriente de inducido debe resolverse en sus componentes del eje directo y de cuadratura. Esta resolución asume que

⁵ Véase, por ejemplo, IEEE Std. 115-195, "IEEE Guide: Test Procedures for Synchronous Machine", Institute of Electrical and Electronic Engineers, Inc., 345 East 47th Street, Nueva York, Nueva York, 10017.

se conoce el ángulo de fase $\phi + \delta$ de la corriente de inducido con respecto al voltaje generado. Sin embargo, es frecuente que el ángulo del factor de potencia ϕ en las terminales de la máquina no se conozca de forma explícita, en lugar del ángulo $\phi + \delta$. Entonces es necesario ubicar el eje de cuadratura y calcular el ángulo de potencia δ . Esto puede lograrse con la ayuda de la construcción de la figura 5.24.

El diagrama fasor que se presenta en la figura 5.23 se repite por medio de los fasores en línea sólidos que se muestra en la figura 5.24. El análisis de este diagrama fasor indica que el fasor punteado $o'a'$, perpendicular a \hat{I}_a equivale a $j\hat{I}_a X_q$. Este resultado es una consecuencia geométrica del hecho de que los triángulos $o'a'b'$ y oab son similares debido a que sus costados correspondientes son perpendiculares. De esta forma,

$$\frac{o'a'}{oa} = \frac{b'a'}{ba} \quad (5.57)$$

$$o'a' = \left(\frac{b'a'}{ba} \right) oa = \frac{|\hat{I}_q| X_q}{|\hat{I}_q|} |\hat{I}_a| = X_q |\hat{I}_a| \quad (5.58)$$

Así, la línea $o'a'$ representa el fasor $JX_q \hat{I}_a$ y la suma de los fasores $\hat{V}_a + \hat{I}_a R_a + j\hat{I}_a X_q$ calcula la posición angular del voltaje generado \hat{E}_{af} (que en cambio se aloja a lo largo del eje de cuadratura) y por lo tanto los ejes directos y de cuadratura. En términos físicos lo anterior debe ser un hecho, debido a que toda la excitación del campo en una máquina normal se encuentra en el eje directo. Una vez que el eje de cuadratura (y por lo tanto δ) se conocen, \hat{E}_{af} pueden determinarse como lo indica la figura 5.23

$$\hat{E}_{af} = \hat{V}_a + R_a \hat{I}_a + j X_d \hat{I}_d + j X_q \hat{I}_q \quad (5.59)$$

En el ejemplo 5.9 se ilustra un uso de estas relaciones al determinar los requisitos de excitación para condiciones de operación que se especifican en las terminales de una máquina de polos salientes.

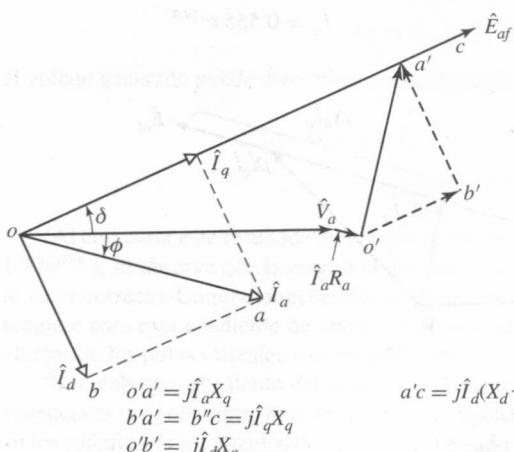


Figura 5.24

Relaciones entre los voltajes componentes en un diagrama fasorial.

EJEMPLO 5.9

Las reactancias X_d y X_q de un generador de polos salientes son 1.00 y 0.60 por unidad, respectivamente. La resistencia del inducido puede considerarse como insignificante. Calcule el voltaje obtenido cuando el generador produce sus kVA nominales a un factor de potencia de 0.80 en atraso y a voltaje terminal nominal.

Solución

Primero, la fase de \hat{E}_{af} se determina de manera que \hat{I}_a pueda resolverse en sus componentes del eje directo y del eje de cuadratura. El diagrama fasorial se muestra en la figura 5.25. Como se realiza con frecuencia en este tipo de problemas, el voltaje terminal \hat{V}_a se utilizará como el fasor de referencia, por ejemplo, $\hat{V}_a = V_a e^{j0.0^\circ} = V_a$. En el sistema por unidad

$$\hat{I}_a = I_a e^{j\phi} = 0.80 - j0.60 = 1.0 e^{-j36.9^\circ}$$

El eje de cuadratura se localiza mediante el fasor

$$\hat{E}' = \hat{V}_a + jX_q \hat{I}_a = 1.0 + j0.60(1.0 e^{-j36.9^\circ}) = 1.44 e^{j19.4^\circ}$$

De esta forma, $\delta = 19.4^\circ$, y el ángulo de fase entre \hat{E}_{af} e \hat{I}_a es $\delta - \phi = 19.4^\circ - (-36.9^\circ) = 56.3^\circ$. En la figura 5.25 observe que aunque parece que el ángulo apropiado es $\delta + \phi$, esto no es correcto debido a que el ángulo ϕ es negativo de acuerdo con la manera en que se trazó en esta figura. En términos generales, el ángulo deseado es igual a la diferencia entre el ángulo de potencia y el ángulo de fase de la corriente terminal.

En este momento, la corriente del inducido ya puede resolverse en sus componentes del eje directo y de la cuadratura del eje. Sus magnitudes son

$$I_d = |\hat{I}_a| \operatorname{sen}(\delta - \phi) = 1.00 \operatorname{sen}(56.3^\circ) = 0.832$$

e

$$I_q = |\hat{I}_a| \cos(\delta - \phi) = 1.00 \cos(56.3^\circ) = 0.555$$

Como fasores,

$$\hat{I}_d = 0.832 e^{j(-90^\circ + 19.4^\circ)} = 0.832 e^{j70.6^\circ}$$

$$\hat{I}_q = 0.555 e^{j19.4^\circ}$$

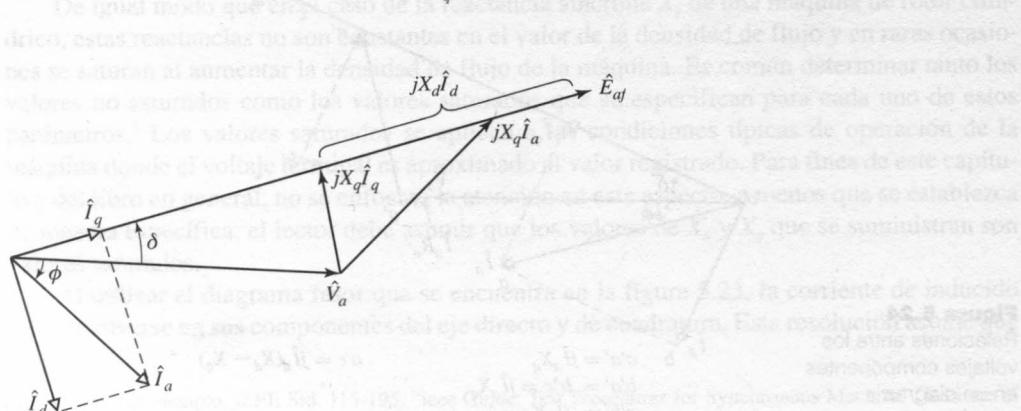


Figura 5.25

Diagrama fasorial ilustrado para el ejemplo 5.9.

Ahora es posible determinar E_{af} a partir de la ecuación 5.59

$$\begin{aligned}\hat{E}_{af} &= \hat{V}_a + j X_d \hat{I}_d + j X_q j \hat{I}_q \\ &= 1.0 + j 1.0(0.832 e^{j70.6^\circ}) + j 0.6(0.555 e^{j19.4^\circ}) \\ &= 1.77 e^{j19.4^\circ}\end{aligned}$$

y se observa que $E_{af} = 1.77$ por unidad. Advierta que como se esperaba, $\angle \hat{E}_{af} = 19.4^\circ = \delta$, lo cual confirma que \hat{E}_{af} se ubica a lo largo del eje de cuadratura.

Problema práctico 5.8

Determine el voltaje producido para el generador del ejemplo 5.9 si su carga es de a) 0.73 por unidad kVA, factor de potencia unitario y voltaje terminal de 0.98 por unidad y b) 0.99 por unidad kVA, 0.94 de factor de potencia en adelanto y voltaje terminal nominal.

Solución

- a) $\hat{E}_{af} = 1.20 e^{j24.5^\circ}$ por unidad
 b) $\hat{E}_{af} = 1.08 e^{j35.0^\circ}$ por unidad

EJEMPLO 5.10

De acuerdo a la teoría simplificada que se expone en la sección 5.2, se asume que la máquina síncrona se puede representar con una sola reactancia, la reactancia síncrona X_s de la ecuación 5.25. La cuestión surge de forma natural de la siguiente manera: ¿Qué tan seria se supone una aproximación si se analiza una máquina de polos salientes del modo simplificado que sólo considera una reactancia? Suponga que la máquina de polos salientes será analizada mediante la teoría del rotor cilíndrico, como si ésta presentara una reactancia síncrona única, igual al valor de su eje directo X_d . Para investigar esta cuestión, se reelaborará el ejemplo 5.9 bajo esta consideración.

Solución

En este caso, bajo la suposición de que

$$X_q = X_d = X_s = 1.0 \text{ por unidad}$$

el voltaje generado puede determinarse simplemente de la siguiente forma

$$\begin{aligned}\hat{E}_{af} &= V_a + j X_s \hat{I}_a \\ &= 1.0 + j 1.0(1.0 e^{-j36.9^\circ}) = 1.79 e^{j26.6^\circ} \text{ por unidad}\end{aligned}$$

Al comparar este resultado con el que se cita en el ejemplo 5.9 (en cuyo caso se determina que $E_{af} = 1.77 e^{j19.4^\circ}$), se observa que la magnitud del voltaje generado que se predijo es relativamente aproximada al valor correcto. Como consecuencia, se puede apreciar que el cálculo de la corriente de campo que se requiere para esta condición de operación tendrá un valor preciso bajo la simple suposición de que los efectos de los polos salientes son insignificantes.

Sin embargo, el cálculo del ángulo de potencia δ (19.4° frente a un valor de 26.6° si el valor de la saliencia es insignificante) muestra un error de tamaño considerable. En términos generales, tales errores en los cálculos de los ángulos de potencia del estado estacionario pudieran ser de importancia al estudiar

el comportamiento transitorio de un sistema que incluye un número de máquinas síncronas. De esta forma, aunque es posible ignorar la saliencia al realizar estos cálculos, en raras ocasiones presenta un valor insignificante que pueda ignorarse a gran escala en los estudios de sistemas con base en la computadora.

5.7 CARACTERÍSTICAS DEL ÁNGULO DE POTENCIA EN MÁQUINAS DE POLOS SALIENTES

Para fines de este análisis, es suficiente limitar la consideración al sistema simple que se expone en el diagrama esquemático de la figura 5.26a, y que consiste en una máquina de síncrona de polos salientes *SM* conectada a una barra colectora infinita de voltaje \hat{V}_{EQ} a través de una serie de impedancia de reactancia X_{EQ} . La resistencia presenta un valor que no se toma en consideración debido a que por lo general es pequeño. Considere que la máquina síncrona funciona como generador. El diagrama fasor se presenta mediante fasores lineales sólidos en la figura 5.26b. Así, los fasores punteados muestran la caída de reactancia externa resuelto en los componentes \hat{I}_d e \hat{I}_q . El efecto de la impedancia externa consiste en añadir el valor de su reactancia a las reactancias de la máquina; los valores totales de la reactancia entre el voltaje de excitación \hat{E}_{af} y el voltaje de la barra colectora \hat{V}_{EQ} por lo tanto es

$$X_{dT} = X_d + X_{EQ} \quad (5.60)$$

$$X_{qT} = X_q + X_{EQ} \quad (5.61)$$

Si el voltaje de la barra colectora \hat{V}_{EQ} se resuelve en dos componentes, su componente del eje directo $V_d = V_{EQ} \sin \delta$ y el componente del eje de cuadratura $V_q = V_{EQ} \cos \delta$ en fase con \hat{I}_d e \hat{I}_q , respectivamente, la potencia P que produce la barra colectora por fase (o en el sistema por unidad) es

$$P = I_d V_d + I_q V_q = I_d V_{EQ} \sin \delta + I_q V_{EQ} \cos \delta \quad (5.62)$$

También, a partir de la figura 5.26b,

$$I_d = \frac{\hat{E}_{af} - V_{EQ} \cos \delta}{X_{dT}} \quad (5.63)$$

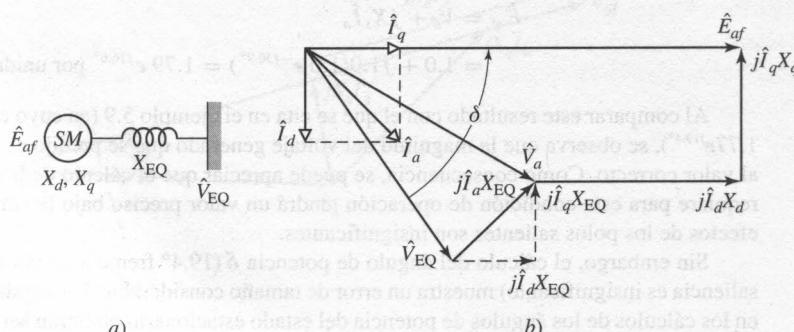


Figura 5.26

Máquina síncrona de polos salientes e impedancia en serie:
a) diagrama de línea simple y b) diagrama fasorial.

$$I_q = \frac{V_{EQ} \operatorname{sen} \delta}{X_{qT}} \quad (5.64)$$

Al sustituir las ecuaciones 5.63 y 5.64 en la ecuación 5.62 se obtiene

$$P = \frac{E_{af} V_{EQ}}{X_{dT}} \operatorname{sen} \delta + \frac{V_{EQ}^2 (X_{dT} - X_{qT})}{2 X_{dT} X_{qT}} \operatorname{sen} 2\delta \quad (5.65)$$

La ecuación 5.65 es análoga a la ecuación 5.47 que se aplica al caso de una máquina de polos no salientes. Ésta suministra la potencia por fase cuando E_{af} y V_{EQ} se expresan como voltajes de línea a neutro y las reactancias se encuentran en Ω/fase , en cuyo caso el resultado deberá multiplicarse por tres para obtener el valor de la potencia trifásica. Por otro lado, al expresar E_{af} y V_{EQ} como voltajes de línea a línea darán como resultado el valor de la potencia trifásica. De manera similar, la ecuación 5.65 puede aplicarse directamente si las diferentes cantidades se expresan en el sistema por unidad.

En la figura 5.27 se muestra la forma general de esta característica de ángulo de potencia. El primer término representa la misma expresión que se obtuvo para una máquina de rotor cilíndrico (ecuación 5.47). El segundo término incluye el efecto de polos salientes, el cual representa el factor de que la onda de flujo del entrehierro crea un par de torsión que tiende a alinear los polos del campo en la posición de mínima reluctancia. Este término representa la potencia correspondiente al *par de la reluctancia* y es de la misma naturaleza general que el par de la reluctancia que se analizó en la sección 3.5. Observe que el par de la reluctancia es independiente de la excitación del campo. También advierta que si $X_d = X_{qT}$ como en el caso de una máquina de entrehierro uniforme, no existirá una dirección preferencial de magnetización, el par será cero y la ecuación 5.65 se reduce a la ecuación del ángulo de potencia para una máquina de rotor cilíndrico (ecuación 5.47).

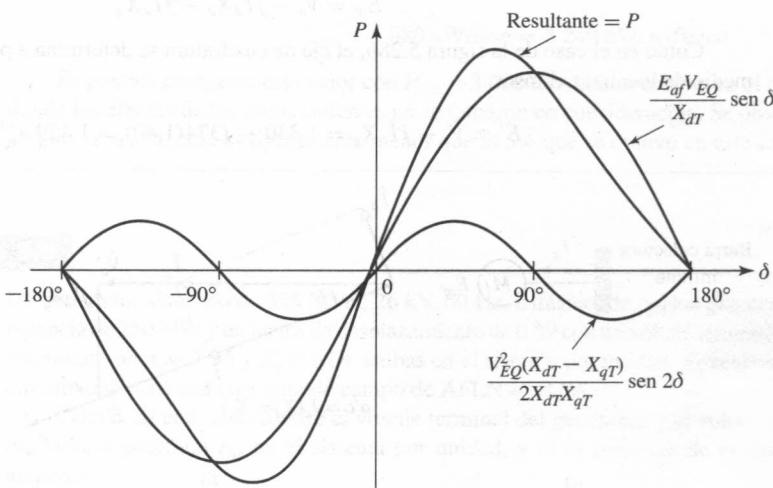


Figura 5.27

Ángulo de potencia característico de la máquina de polos salientes que muestran el componente fundamental debido a la excitación del campo y al segundo componente armónico debido al par de la reluctancia.

Advierta que la característica particular de los valores negativos de δ es la misma excepto para un valor inverso de P . Esto significa que las regiones del motor y del generador son similares si los efectos de la resistencia son insignificantes. Para la acción del generador \hat{E}_{af} conduce a \hat{V}_{EQ} para la acción del motor \hat{E}_{af} desfase a \hat{V}_{EQ} . La operación del estado estacionario es estable dentro de un rango donde la inclinación del ángulo de potencia es positivo. Debido al par de la reluctancia, una máquina de polos salientes es *más rígida* que una máquina con rotor cilíndrico; por ejemplo, con voltajes y valores iguales a X_{dT} , una máquina de polos salientes desarrolla un par determinado a un valor menor de δ , y el máximo par que puede producirse es un poco mayor.

EJEMPLO 5.11

Se asume que el motor síncrono de 2 300 V, y 2 000 hp que se cita en el ejemplo 5.7 presenta una reactancia síncrona de $X_s = 1.95 \Omega/\text{fase}$. De hecho, es una máquina de polos salientes con reactancias $X_d = 1.95 \Omega/\text{fase}$ y $X_q = 1.40 \Omega/\text{fase}$. Al ignorar los valores de las pérdidas, calcule la potencia mecánica máxima en kilovatios que puede producir esta máquina si se le abastece con potencia eléctrica a partir de una barra colectora infinita (figura 5.28a) a un voltaje y frecuencia proporcional, y su excitación de campo se mantiene constante a un valor que produce en el funcionamiento con un factor de potencia unitario con carga proporcional. Se asume que la carga del manejo aumenta de forma gradual de manera que la fluctuación de la misma se considera insignificante y se aplica el límite de la potencia del estado estacionario. También calcule el valor de δ que corresponde al máximo nivel de operación.

Solución

El primer paso es calcular la excitación del motor síncrono a un voltaje constante, a una carga completa, y a un factor de potencia unitario. Como ocurrió en el ejemplo 5.7, el voltaje terminal de carga completa y corriente son 1 330 V de línea a neutro y 374 A/fase, respectivamente. En la figura 5.28b se encuentra el diagrama fasor para las condiciones de carga completa que se especifican en este caso. La única diferencia esencial entre este diagrama fasor y el diagrama del fasor generador que se presentó en la figura 5.25 es que \hat{I}_a , en el caso de la figura 5.28, representa la corriente de entrada del motor; por ejemplo, se desvió hacia la referencia del motor para \hat{I}_a . Por lo tanto, al cambiar el signo de la corriente para considerar este valor en la elección de la dirección de referencia del motor y al ignorar los efectos de la resistencia del inducido, la ecuación 5.59 se transforma en la siguiente expresión

$$\hat{E}_{af} = \hat{V}_a - j\hat{I}_d X_d - j\hat{I}_q X_q$$

Como en el caso de la figura 5.28b, el eje de cuadratura se determina a partir de este momento, por medio de localizar el fasor

$$\hat{E}' = \hat{V}_a - j\hat{I}_a X_q = 1330 - j374(1.40) = 1429 e^{-21.5^\circ}$$

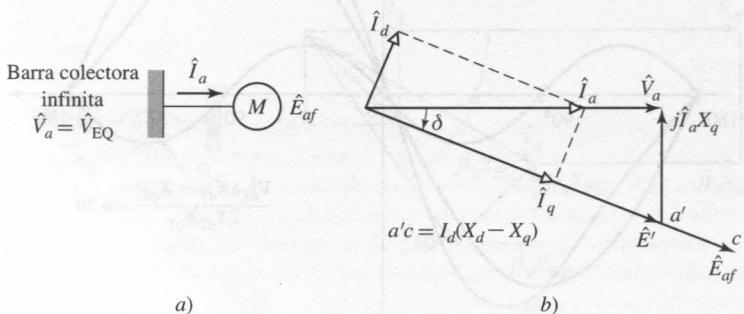


Figura 5.28

a) Diagrama de línea simple y b) diagrama fasorial para el motor del ejemplo 5.11.

Esto quiere decir que $\delta = -21.5^\circ$, con \hat{E}_{af} que desfase a \hat{V}_a . La magnitud de \hat{I}_d es

$$I_d = I_a \operatorname{sen} |\delta| = 374 \operatorname{sen}(21.5^\circ) = 137 \text{ A}$$

Con referencia al elemento fasor etiquetado como $a'c$ en la figura 5.28b, la magnitud de \hat{E}_{af} se determina al añadir la longitud $a'c = I_d(X_d - X_q)$ numérica con respecto a la magnitud de \hat{E}'

$$E_{af} = E' + I_d(X_d - X_q) = 1429 + 137(0.55) = 1504 \text{ V de línea a neutro}$$

(Por otra parte, E_{af} se hubiera podido determinar como $\hat{E}_{af} = \hat{V}_a - j\hat{I}_d X_d - j\hat{I}_q X_q$)

A partir de la ecuación 5.65 la característica del ángulo de potencia para este motor es

$$\begin{aligned} P &= \frac{E_{af} V_{EQ}}{X_d} \operatorname{sen} |\delta| + V_{EQ}^2 \frac{X_d - X_q}{2X_d X_q} \operatorname{sen}(2|\delta|) \\ &= 1030 \operatorname{sen} |\delta| + 178 \operatorname{sen}(2|\delta|) \text{ kW/fase} \end{aligned}$$

Advierta que se utilizó $|\delta|$ en esta ecuación. Esto se debe a que la ecuación 5.65, como está formulada, se aplica a un generador y determina la salida de potencia eléctrica del generador. Para nuestro motor, δ tiene un valor negativo y una aplicación directa a la ecuación 5.65, la cual suministrará un valor de potencia $P < 0$ que es, por supuesto, un valor correcto para el funcionamiento del motor. Ya que se conoce que éste es un motor y que se calcula la potencia eléctrica en sus terminales, se desconoce por completo el signo y se calcula la potencia directamente como un valor positivo.

La potencia máxima de entrada del motor ocurre cuando $dP/d\delta = 0$

$$\frac{dP}{d\delta} = 1030 \cos \delta + 356 \cos 2\delta$$

Al establecer esta ecuación con un valor de cero y al utilizar la identidad trigonométrica

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

ahora se resolverá para el ángulo δ en dónde ocurre la potencia máxima

$$\delta = 73.2^\circ$$

Por lo tanto, la potencia máxima es

$$P_{\max} = 1080 \text{ kW/fase} = 3240 \text{ kW, trifásico}$$

Es posible comparar este valor con $P_{\max} = 3090 \text{ kW}$ que se obtuvo en el inciso a) del ejemplo 5.7, donde los efectos de los polos salientes no se tomaron en consideración. Se observa que el error causado al ignorar la saliencia es ligeramente menor que el 5% que se obtuvo en este caso.

Problema práctico 5.9

Un generador síncrono de 325 MVA, 26 kV, 60 Hz, trifásico, de polos salientes opera con una salida de potencia de 250 MW y un factor de desplazamiento de 0.89 con un voltaje terminal de 26 kV. Las reactancias síncronas son $X_d = 1.95$ y $X_q = 1.18$, ambas en el sistema por unidad. El generador alcanza su voltaje de circuito abierto a una corriente de campo de AFLN = 342 A.

Calcule a) el ángulo δ entre el voltaje terminal del generador y el voltaje generado, b) la magnitud del voltaje generado E_{af} en el sistema por unidad, y c) la corriente de excitación que se requiere en amperes.

Solución

- 31.8°
- $E_{af} = 2.29$ por unidad
- $I_f = 783$ A

El efecto, como se observó en el ejemplo 5.11, de los polos salientes en la capacidad máxima de potencia de una máquina síncrona aumenta al disminuir el voltaje de campo, como se muestra en la ecuación 5.65. En condiciones normales de operación, el efecto de los polos salientes por lo general es de un pequeño porcentaje. Sólo en pequeñas cantidades de campo el par de la reluctancia adquiere importancia. Así, excepto con valores menores de campo o cuando se requieren resultados precisos, una máquina de polos salientes puede analizarse de manera adecuada al igual que la teoría del rotor cilíndrico.

5.8 MOTORES DE CORRIENTE ALTERNA CON IMÁN PERMANENTE

Los motores de corriente alterna con imán permanente son motores sincrónicos de polifase, con rotores de imán permanente. Existen máquinas síncronas similares que se analizaron anteriormente en este capítulo con la excepción de que los devanados de campo se reemplazaron con imanes permanentes.

La figura 5.29 es un diagrama esquemático de una máquina de corriente alterna de imán permanente trifásico. Al comparar esta figura con la figura 5.2 se da importancia a las similitudes entre la máquina de corriente alterna de imán permanente y la máquina síncrona convencional. De hecho, la máquina de corriente alterna de imán permanente puede analizarse mediante las técnicas de este capítulo, es decir, simplemente al suponer que la máquina se excita por medio de una corriente de campo con un valor constante, asegúrese de calcular los diferentes valores de las inductancias con base en la permeabilidad efectiva del rotor de imán permanente.

La figura 5.30 muestra una vista en corte de un motor de corriente alterna de imán permanente. Esta figura también indica la posición y la rapidez del detector que se encuentra montado en la caja del rotor. Este detector se emplea para controlar el motor, como se analizó en la sección 11.2.A. Existen diversas técnicas que pueden utilizarse para detectar la posición del eje, incluyendo los dispositivos del efecto de Hall, los diodos de emisión de luz, los fototransistores en combinación con una rueda pulsada y los receptores de inductancia.

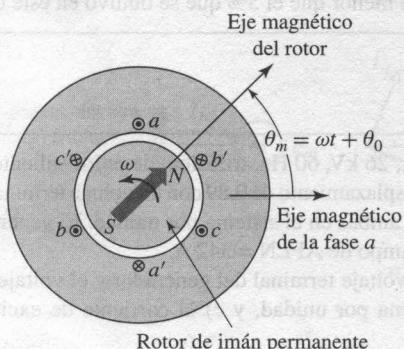
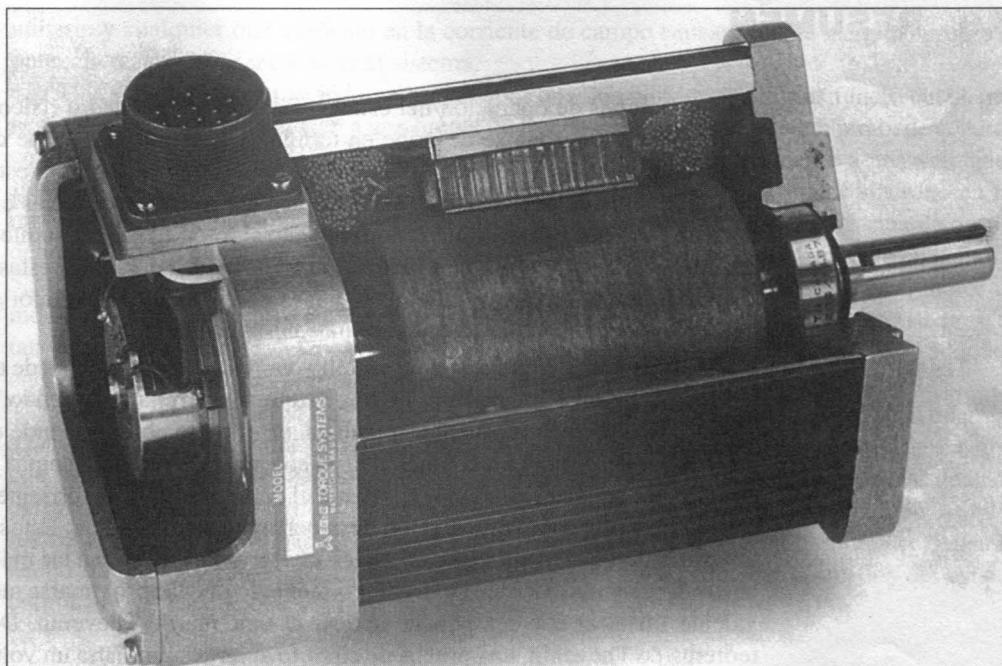


Figura 5.29

Diagrama esquemático de una máquina de corriente alterna de imán permanente trifásica. La flecha indica la dirección de la magnetización del rotor.

**Figura 5.30**

Vista en corte de un motor de corriente alterna de imán permanente. También muestra las revoluciones del eje y la posición del detector que controla al motor. (EG&G Torque Systems).

Los motores de corriente alterna con imán permanente por lo general funcionan a partir de excitadores de motor de frecuencia variable. Bajo condiciones de operación de frecuencia constante y de excitación de polifase sinusoidal, un motor de corriente alterna de imán permanente se comporta de forma similar a una máquina convencional de corriente alterna síncrona con excitación de campo constante.

Un enfoque alternativo de un motor de corriente alterna de imán permanente lo constituye el motor de avance gradual de imán permanente con un estator no saliente (véase la sección 8.5). Al considerar este punto de vista, la única diferencia entre ambas máquinas es que en el motor de corriente alterna con imán permanente existirá para saliencia de torsión (desbastación), si es que hay. En la operación más simple, las fases pueden sencillamente excitarse con formas de onda de avance gradual, de manera que causen que el rotor avance en forma secuencial de una posición de equilibrio a la siguiente. Por otra parte, al usar la retroalimentación de la posición del rotor a partir del detector de la posición del eje, los devanados de fase del motor pueden excitarse de forma continua de tal manera que se controle el par y la velocidad del motor. Como ocurre en el caso del motor de avance gradual, la frecuencia de la excitación determina la velocidad del motor y la posición angular entre el eje magnético del rotor y una fase determinada, así como el nivel de excitación en que la fase determina el par que se producirá.

Con frecuencia, los motores de corriente alterna con imán permanente se denominan *motores sin escobillas* o *motores de corriente directa sin escobillas*. Esta terminología se debe al parecido que surge al combinar un sistema de conducción con voltaje y frecuencia variables, cuyas características son las de un par, con los motores de corriente directa inversos, con su devanado de campo en el rotor y su inducido en diferente ubicación debido al detector de la posición del eje y a los interruptores conectados a los devanados de inducido o armadura.

5.9 RESUMEN

En condiciones de operación del estado estacionario, el cuadro físico del funcionamiento de una máquina síncrona se describe en términos de la interacción de dos campos magnéticos como se analizó en la sección 4.7.2. Las corrientes polifásicas en el estator producen una onda de flujo magnético de rotación, mientras que las corrientes directas en el rotor producen una onda de flujo que es estacionaria con respecto al rotor. El par constante se produce sólo cuando el rotor gira en sincronía con la onda de flujo del estator. Bajo estas condiciones, existe un desplazamiento angular entre el rotor y las ondas de flujo del estator cuyo resultado es el par que es proporcional al seno del ángulo de desplazamiento.

Asimismo, se estudió que un sencillo conjunto de pruebas puede emplearse para determinar los parámetros importantes de una máquina síncrona incluyendo la reactancia síncrona X_s o X_d . Dos de dichas pruebas se realizan en circuito abierto, donde el voltaje terminal de la máquina se mide como una función de la corriente de campo; además de una prueba de cortocircuito, en donde el inducido representa el cortocircuito y la corriente del inducido del cortocircuito se mide como una función de la corriente de excitación. Estos métodos de prueba son una variante de la técnica de evaluación que se aplica no sólo a las máquinas síncronas, sino a cualquier sistema eléctrico cuyo comportamiento pueda aproximarse mediante un circuito equivalente lineal al que sea posible aplicar el teorema de Thevenin. Desde la perspectiva del teorema de Thevenin, una prueba de circuito abierto suministra un voltaje interno, y una prueba de cortocircuito proporciona información concerniente a la impedancia interna. Desde un punto de vista más enfocado en la maquinaria electromecánica, una prueba de circuito abierto suministra información relacionada con los requisitos de excitación, las pérdidas en el núcleo, y (para máquinas de rotación) las pérdidas por fricción y rozamiento; por otra parte, una prueba de cortocircuito provee información relacionada con las reacciones magnéticas de la corriente de carga, las impedancias de dispersión y las pérdidas que se asocian con la corriente de carga como la I^2R y las pérdidas de carga por dispersión. La única complicación real surge a partir de los efectos de la no linealidad magnética. Dichos efectos pueden tomarse en cuenta al considerar que la máquina es equivalente a una no saturada, cuya curva de magnetización es una línea recta Op en el caso de la figura 5.9 y cuya reactancia síncrona se ajusta por medios empíricos para la saturación como en el caso de la ecuación 5.29.

En diversos casos, las máquinas síncronas funcionan en conjunto con un sistema externo que puede representarse como una fuente de voltaje constante y de frecuencia también constante denominada *barra colectora infinita*. En estas condiciones, la velocidad síncrona se determina por medio de la frecuencia de la barra colectora infinita, la potencia de salida de la máquina que es proporcional al producto del voltaje de la barra colectora, el voltaje interno de la máquina (que a su vez es proporcional a la excitación del campo), y el seno del ángulo de fase entre ellos (el ángulo de potencia), que es inversamente proporcional a la reactancia neta entre éstos.

Mientras que la potencia real en las terminales de la máquina se determina mediante la entrada de potencia del eje (si funciona como un generador) o la carga del eje (si funciona como un motor), causando una variación en la excitación del campo y a su vez de la potencia reactiva. Para valores menores de la corriente de campo, la máquina absorberá la potencia reactiva del sistema y el ángulo de potencia será mayor. Al incrementar la corriente de campo se reducirá la potencia reactiva que absorbieron la máquina y el ángulo de potencia. En algún valor determinado de la corriente de campo, el factor de potencia de la máquina será

unitario y cualquier otro aumento en la corriente de campo causará que la máquina produzca potencia reactiva que irá a parar al sistema.

Una vez que se estableció la velocidad síncrona, los motores síncronos funcionan de manera eficaz cuando se conectan a una fuente de frecuencia constante. Sin embargo, de acuerdo con lo que se ha estudiado, un motor síncrono produce un par únicamente a una velocidad síncrona, y por lo tanto no presenta un par inicial. Para convertir un motor síncrono en un motor de autoinicio, en las caras polares del rotor se inserta un devanado de caja de ardilla denominado *devanado en cortocircuito* o *devanado amortiguador*, como se ilustra en la figura 5.31. Entonces el rotor se inicia casi a velocidad síncrona mediante la acción del motor de inducción con el devanado de campo sin mostrar excitación. Si la carga y la inercia no presentan valores muy grandes, el motor entrará en sincronía cuando el devanado de campo adquiera energía de una fuente de corriente directa.

Por otra parte, como se analizará en el capítulo 11, los motores síncronos pueden operarse a partir de sistemas de control polifásicos de frecuencia variable. En este caso pueden iniciarse con facilidad y hacerse funcionar con suficiente flexibilidad. Las máquinas síncronas de imán permanente y de menor tamaño operan en condiciones que con frecuencia se denominan *motores sin escobillas* o *motores de corriente directa sin escobillas*, ambos nombres se deben al hecho de que parecen motores de corriente directa inversos, con los devanados del estator commutados y producidos por medios electrónicos.

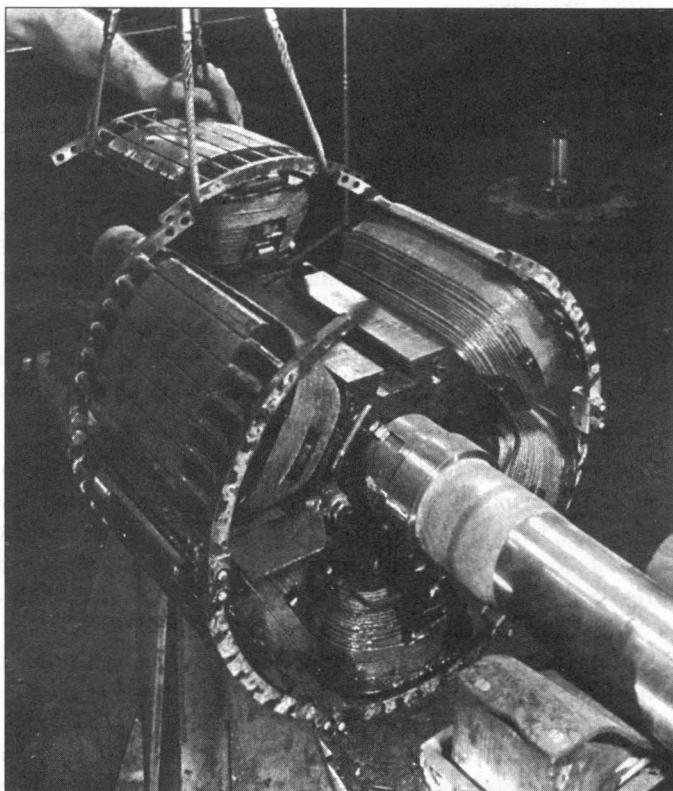


Figura 5.31

Motor síncrono con un rotor de seis polos, 1 200 r/min, devanado amortiguador de cara polar y estructura.

(General Electric Company).

5.10 PROBLEMAS

- 5.1** El ángulo del par a carga completa de un motor síncrono con un voltaje y frecuencia proporcional de 35 grados eléctricos. Ignore los efectos de la resistencia del inducido y de la reactancia de dispersión. Si la corriente de campo se mantiene constante, ¿de qué manera sufrirá el ángulo del par a carga completa debido a los siguientes cambios en las condiciones de operación?
- Al reducir la frecuencia 10%, y mantener constantes el par y el voltaje aplicado.
 - Al reducir la frecuencia 10%, y mantener constantes la potencia de carga y el voltaje aplicado.
 - Al reducir la frecuencia y el voltaje aplicado 10%, y mantener el par constante.
 - Al reducir la frecuencia y el voltaje aplicado 10%, y mantener constante la potencia de carga.
- 5.2** Los devanados de fase del inducido de una máquina síncrona bifásica se desplazan alrededor de 90 grados eléctricos en el espacio.
- ¿Cuál será el valor de la inductancia mutua entre estos dos devanados?
 - Reelabore la derivación que conduce a la ecuación 5.17 y demuestre que la inductancia síncrona es igual a la inductancia de fase del inducido; esto es que $L_s = L_{aa0} + L_{a1}$, donde L_{aa0} es el componente de la inductancia de fase del inducido que se debe al flujo del entrehierro espacial fundamental y L_{a1} representa la inductancia de dispersión del inducido.
- 5.3** Formule los cálculos que demuestren los siguientes parámetros para un generador síncrono de rotor cilíndrico trifásico:
- Autoinductancia de la fase a $L_{aa} = 4.83 \text{ mH}$
- Inductancia de dispersión del inducido $L_{a1} = 0.33 \text{ mH}$
- Calcule la inductancia mutua de fase a fase y la inductancia síncrona de la máquina.
- 5.4** El voltaje terminal de circuito abierto de un generador trifásico síncrono de 60 Hz se determina como de 15.4 kV rms de línea a línea cuando la corriente de campo es de 420 A.
- Calcule la inductancia mutua del rotor al estator L_{af} .
 - Calcule el voltaje terminal de circuito abierto si la corriente de campo se mantiene constante mientras que la velocidad del generador se reduce de manera que la frecuencia del voltaje generado es de 50 Hz.
- 5.5** Un motor síncrono trifásico de 60 Hz, 50 kW, 460 V presenta una reactancia síncrona de $X_s = 4.15 \Omega$ y la inductancia mutua del devanado de campo al devanado de inducido es de $L_{af} = 83 \text{ mH}$. El motor opera con un voltaje terminal y una potencia de entrada de 40 kW. Calcule la magnitud en el ángulo de fase del voltaje generado de línea a neutro \hat{E}_{af} y la corriente de campo I_f para los factores de potencia de a) 0.85 de desfasamiento, b) unitario y c) 0.85 de conducción.
- 5.6** El motor del problema 5.5 se abastece de una fuente trifásica de 460 V a través de un alimentador cuya impedancia es de $Z_f = 0.084 + j0.82 \Omega$. Suponga que el sistema (como se midió en la fuente) opera a una potencia de entrada de 40 kW, calcule la magnitud y el ángulo de fase del voltaje generado de línea a neutro \hat{E}_{af} y la corriente de campo I_f para los factores de potencia de a) 0.85 de desfasamiento, b) unitario y c) 0.85 de conducción.



- 5.7** Una máquina síncrona trifásica de 2 300 V, 750 kVA, bipolar, de 50 Hz presenta una reactancia síncrona de 7.75Ω y alcanza un voltaje terminal de circuito abierto a una corriente de campo de 120 A.

- Calcule la inductancia mutua, de devanado de campo a devanado de inducido.
- La máquina se operará como un motor que abastece una carga de 600 kW en su voltaje terminal. Calcule el voltaje interno E_{af} y la corriente de campo correspondiente si el motor funciona con un factor de potencia unitario.
- Para una potencia de carga constante de 600 kW, elabore un diálogo MATLAB para graficar la corriente terminal como una función de la corriente de campo. Para la gráfica, permita que la corriente de campo varíe entre un valor mínimo correspondiente a la carga de la máquina de 750 kVA con un factor de potencia de conducción y un valor máximo correspondiente a la carga de la máquina de 750 kVA con un factor de potencia de desfasamiento.

¿Qué valor de la corriente de campo produce el valor mínimo de la corriente terminal?, ¿por qué?

- 5.8** La hoja de información del fabricante para un generador síncrono trifásico de 60 Hz, 750 MVA, 26 kV indica que la reactancia síncrona $X_s = 2.04$ y una reactancia de dispersión de $X_{al} = 0.18$, ambas en el sistema por unidad con base en el generador. Calcule *a)* la inductancia síncrona en mH, *b)* la inductancia de dispersión de inducido en mH, y *c)* la inductancia de fase del inducido L_{aa} en mH y en el sistema por unidad.

- 5.9** Las siguientes lecturas se tomaron a partir de los resultados de una prueba de circuito abierto y de *cortocircuito* que se realizó en un turboalternador de 60 Hz, 26 kV conectado en Y, trifásico de 800 MVA que opera a una velocidad síncrona:

Corriente de campo, A	1 540	2 960
Corriente de inducido, prueba del cortocircuito, kA	9.26	17.8
Voltaje de línea, característica de circuito abierto, kV	26.0	(31.8)
Voltaje de línea, línea de entrehierro, kV	29.6	(56.9)

El número dentro del paréntesis se refiere a extrapolaciones con base en la información de las medidas. Determine *a)* el índice de cortocircuito, *b)* el valor sin saturar de la reactancia síncrona en ohmios por fase y en el sistema por unidad, y *c)* la reactancia síncrona saturada, en el sistema por unidad y en ohms por fase.

- 5.10** Las siguientes lecturas se tomaron de unas pruebas de cortocircuito y de circuito abierto que se llevaron a cabo en un motor síncrono de 5 000 kW, 4 160 V, trifásico, tetrapolar, 1 800 rpm que se opera a velocidad proporcional:

Corriente de campo, A	169	192
Corriente de inducido, prueba del cortocircuito, A	694	790
Voltaje de línea, característica de circuito abierto, V	3 920	4 160
Voltaje de línea, línea de entrehierro, V	4 640	5 270

La resistencia del inducido es de $11 \text{ m}\Omega/\text{fase}$. La reactancia de dispersión del inducido se calcula que es de 0.12 por unidad con base en el índice del motor. Determine *a)* el índice del cortocircuito, *b)* el valor sin saturación de la reactancia síncrona en ohms por fase y en el sistema por unidad y *c)* la reactancia síncrona en el sistema por unidad y en ohms por fase.

5.11 Elabore un diálogo MATLAB que automatice los cálculos de los problemas 5.9 y 5.10. Se requieren como mínimo los siguientes datos:

- AFNL: La corriente de campo que se requiere para alcanzar un voltaje terminal de circuito abierto.
- El voltaje terminal correspondiente en la línea de entrehierro.
- AFSC: La corriente de campo que se requiere para alcanzar una corriente de cortocircuito en la característica de cortocircuito.

El diálogo debe calcular *a)* el índice de cortocircuito, *b)* el valor sin saturación de la reactancia síncrona en ohmios por fase y en el sistema por unidad, y *c)* la reactancia síncrona saturada en el sistema por unidad y en ohms por fase.

5.12 Considere el motor del problema 5.10.

- Calcule la corriente de campo que se requiere cuando el motor opera a un voltaje proporcional, 4 200 kW de potencia de entrada a un factor de conducción de 0.87. Explique la saturación bajo carga mediante el método que se describe en el párrafo relacionado con la ecuación 5.29.
- Además de la información que se proporcionó en el problema 5.10, aquí se presentan datos adicionales de la característica de circuito abierto:

Corriente de campo, A	200	250	300	350
Línea de voltaje, V	4 250	4 580	4 820	5 000

Si el interruptor de circuito abastece el motor del inciso *a)* se desconecta al dejar el motor de repente en condiciones de circuito abierto, calcule el valor del voltaje terminal del motor que sigue a la desconexión (antes de que el motor comience a detenerse y antes de que cualquier sistema de circuitos de protección reduzca la corriente de campo).



5.13 Mediante MATLAB, grafique la corriente de campo que se requiere para alcanzar un factor de potencia unitario de operación para el motor que cita el problema 5.10, mientras que la carga del motor varía de cero a carga completa. Suponga que el motor opera con un voltaje terminal proporcional.

5.14 A continuación se establece la información de las pérdidas para el caso del problema 5.10:

Pérdidas en el núcleo de circuito abierto a 4 160 V = 37 kW

Pérdidas por rozamiento y fricción = 46 kW

Resistencia del devanado de campo a 75° = 0.279 Ω

Calcule la potencia de salida y la eficiencia cuando el motor opera con una potencia de entrada proporcional, con un factor de potencia unitario y un voltaje proporcional. Suponga que el devanado de campo opera a una temperatura de 125°C.



5.15 Los siguientes datos se obtuvieron a partir de pruebas que se efectuaron en un generador hidroeléctrico de 72 polos, 60 Hz, trifásico, de 13.8 kV, y de 145 MVA.

Característica de circuito abierto:

I_f , A	100	200	300	400	500	600	700	775	800
Voltaje, kV	2.27	4.44	6.68	8.67	10.4	11.9	13.4	14.3	14.5

Prueba del cortocircuito:

$$I_f = 710 \text{ A}, I_a = 6070 \text{ A}$$

- Trace (o grafique mediante MATLAB) la curva de saturación de circuito abierto, la línea del entrehierro, y la característica de cortocircuito.
- Determine AFLN y AFSC. (Advierta que si se utiliza MATLAB para el inciso a), es posible emplear la función de MATLAB *polyfit* para ajustar un polinomio de segundo orden a la curva de saturación de circuito abierto. Es posible utilizar después este ajuste para determinar AFLN).
- Determine (i) el índice de cortocircuito, (ii) el valor sin saturación de la reactancia sincrónica en ohmios por fase y en el sistema por unidad y (iii) la reactancia sincrónica saturada en el sistema por unidad y en ohmios por fase.

5.16 ¿Cuál es la máxima potencia reactiva por unidad que puede abastecer una máquina síncrona que opera con un voltaje terminal, cuya reactancia sincrónica es de 1.6 por unidad y cuya máxima corriente de campo se limita a 2.4 veces la corriente que se requiere para alcanzar el voltaje terminal en condiciones de circuito abierto?

5.17 Una máquina síncrona de 25 MVA, 11.5 kV funciona como un condensador sincrónico, de acuerdo al apéndice D (sección D.4.1). El índice de cortocircuito del generador es de 1.68 y la corriente de campo con un voltaje proporcional, sin carga es de 420 A. Suponga que el generador se conecta directamente a una fuente de 11.5 kV.

- ¿Cuál es el valor de la reactancia síncrona saturada del generador en el sistema por unidad y en ohms por fase?
La corriente de campo del generador se ajusta a 150 A.
- Trace un diagrama fasor, e indique el voltaje terminal, el voltaje interno y la corriente del inducido.
- Calcule la magnitud de la corriente del inducido (por unidad y en amperes) y su ángulo de fase relativo con respecto al voltaje terminal.
- Bajo estas condiciones, ¿el condensador síncrono parece inductivo o capacitivo con un sistema de 11.5 kV?
- Reelabore los incisos b) a d) para una corriente de campo de 700 A.



5.18 El condensador síncrono del problema 5.17 se conecta a un sistema de 11.5 kV a través de un alimentador cuya reactancia en serie es de 0.12 por unidad con base en la máquina. Mediante MATLAB, grafique el voltaje (kV) en las terminales del condensador síncrono mientras la corriente de campo del condensador sincrónico varía entre 150 A y 700 A.

5.19 Una máquina síncrona con reactancia síncrona de 1.28 por unidad opera como un generador con una carga de potencia de 0.6 por unidad, que se conecta a un sistema con una reactancia en serie de 0.07 por unidad. Se observa un incremento que causa una disminución en la corriente del inducido.

- Antes del incremento, ¿el generador abastecía o absorbía la potencia reactiva del sistema de potencia?
- Como resultado de este aumento en el campo, ¿el voltaje terminal del generador aumenta o disminuye?
- Reelabore los incisos a) y b) si la máquina síncrona opera como un motor.

5.20 Las máquinas síncronas de superconducción se diseñan con devanados de campo superconductores que pueden soportar enormes valores de las densidades de corriente y

crear grandes densidades de flujo magnético. Ya que las densidades de flujo magnético de operación exceden los niveles de densidad de flujo del hierro, estas máquinas por lo general se diseñan sin hierro en el circuito magnético; como consecuencia, no presentan efectos de saturación y niveles bajos de reactancias síncronas.

Considere un generador de superconducción bipolar de 60 Hz, 13.8 kV, 10 MVA que alcanza un voltaje de inducido de circuito abierto con una corriente de campo de 842 A, que logra también la corriente de inducido proporcional con un cortocircuito terminal trifásico para una corriente de campo de 226 A.

- a) Calcule la reactancia síncrona por unidad.

Considere la situación en la que este generador se conecta a un alimentador de distribución de 13.8 kV con un valor insignificante de la impedancia y que opera con una potencia de salida de 8.75 MW a un factor de desfasamiento de 0.9. Calcule:

- la corriente de campo en amperes, la salida de potencia reactiva en MVA, y el ángulo del rotor para estas condiciones de operación.
- el ángulo del rotor resultante y la salida de potencia reactiva en MVA si la corriente de campo se reduce a 842 A, mientras permanece constante la potencia del eje que el motor principal abastece al generador.

5.21 Para una máquina síncrona con un valor constante de reactancia síncrona X_s que funciona con un valor constante del voltaje terminal V_t y un voltaje de excitación constante E_{af} , demuestre que el lugar geométrico del extremo del fasor de corriente de inducido es un círculo. En un diagrama fasor que muestra el voltaje terminal como el fasor de referencia, indique la posición del centro del círculo y su radio. Exprese las coordenadas del centro y el radio del círculo en términos de V_t , E_{af} y X_s .

5.22 Un generador síncrono tetrapolar de 60 Hz, 24 kV, 650 MVA con una reactancia síncrona de 1.82 por unidad opera en un sistema de potencia que se representa mediante una barra colectora infinita de 24 kV en serie con una impedancia reactiva de $j0.21 \Omega$. El generador está equipado con un regulador de voltaje que ajusta la excitación del campo de manera que el voltaje terminal del generador permanece a 24 kV independiente de la carga del generador.

- a) La potencia de salida del generador se ajusta a 375 MW.

- Trace un diagrama fasor para estas condiciones de operación
- Determine la magnitud (en kA) y el ángulo de fase (con respecto al voltaje terminal del generador) de la corriente terminal.
- Determine el factor de potencia terminal del generador.
- Determine la magnitud (por unidad y kV) del voltaje de excitación del generador E_{af} .

- b) Reelabore el inciso a) si la potencia de salida del generador aumenta a 600 MW.

5.23 El generador del problema 5.22 alcanza un voltaje proporcional de inducido de circuito abierto a una corriente de campo de 850 A. Éste opera con el sistema del problema 5.22 con un regulador de voltaje que establece el voltaje terminal a 0.99 por unidad (23.8 kV).

- a) Utilice MATLAB para graficar la corriente de campo del generador (en A) como una función de la carga (en MW), mientras que la carga de la potencia de salida del generador varía de cero a carga completa.



- b) Grafique la potencia reactiva de salida correspondiente en MVAR como una función de la carga de salida.
 c) Reelabore las gráficas de los incisos a) y b) si el regulador de voltaje se establece para controlar el voltaje terminal de 1.01 por unidad (24.2 kV).

5.24 El generador hidroeléctrico 145 MW del problema 5.15 opera con un sistema de potencia de 13.8 kV. En procedimientos normales de operación, el generador funciona con una regulación de voltaje automática que mantiene el voltaje terminal a 13.8 kV. En este problema usted investigará las posibles consecuencias si el operador olvidara cambiar el valor correspondiente del voltaje de circuito abierto al activar un regulador de voltaje automático, y en su lugar dejara la excitación del campo constante a AFLN. Para este problema, ignore los efectos de la saliencia y suponga que el generador puede representarse por medio de la reactancia síncrona que se determinó en el problema 5.15.

- a) Si el sistema de potencia se representa simplemente con un valor infinito de 13.8 kV (ignore los efectos de cualquier impedancia equivalente), ¿puede el generador recibir una carga completa? Si es así, ¿cuál es el ángulo de potencia δ que corresponde a la carga completa? Si no es así, ¿cuál es la máxima carga que puede lograrse?
 b) Reelabore el inciso a) y represente ahora el sistema de potencia con una barra colectora infinita de 13.8 kV en serie con una impedancia reactiva de $j0.14 \Omega$.

5.25 Reelabore el ejemplo 5.9 y suponga que el generador opera a la mitad de los kVA que se citaron en ese ejemplo con un factor de potencia de desfasamiento de 0.8 y un voltaje terminal proporcional.

5.26 Reelabore el problema 5.24 y asuma que la inductancia síncrona del eje directo saturado X_d es igual a la que se determinó en el problema 5.15 y que la reactancia síncrona del eje de cuadratura saturado X_q es igual al 75% de este valor. Compare sus respuestas con las que se encontraron en el problema 5.24.

5.27 Elabore un diálogo MATLAB con el fin de graficar un conjunto de curvas del ángulo de potencia por unidad para un generador síncrono de polos salientes que se conecta a una barra colectora infinita ($V_{bus} = 1.0$ por unidad). Los valores de las reactancias del generador son $X_d = 1.27$ por unidad y $X_q = 0.95$ por unidad. Asuma que $E_{af} = 1.0$ por unidad, y grafique las siguientes curvas:

- a) El generador conectado directamente con la barra infinita.
 b) El generador conectado con la barra infinita a través de una reactancia $X_{barra} = 0.1$ por unidad.
 c) El generador conectado directamente con la barra infinita. Ignore los efectos de saliencia, y establezca que $X_q = X_d$.
 d) El generador conectado a una barra infinita a través de una reactancia $X_{bus} = 0.1$ por unidad. Ignore los efectos de saliencia y establezca que $X_q = X_d$.

5.28 Elabore un esquema del estado estacionario, el diagrama fasor del eje de cuadratura y del eje directo para un motor síncrono de polos salientes con las reactancias X_d y X_q , y la resistencia del inducido R_a . A partir de este diagrama fasor, demuestre que el ángulo del par δ entre el voltaje generado \hat{E}_{af} (que se ubica a lo largo del eje de cuadratura) y el voltaje terminal \hat{V}_t se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$\tan \delta = \frac{I_a X_q \cos \phi + I_a R_a \sin \phi}{V_t + I_a X_q \sin \phi - I_a R_a \cos \phi}$$

En este caso ϕ representa el ángulo de fase de la corriente de inducido \hat{I}_a y V_t , que se considera que posee un valor negativo cuando \hat{I}_a desfase a \hat{V}_t .

- 5.29** Reelabore el problema 5.28 para el funcionamiento de un generador síncrono, en cuyo caso la ecuación para δ se transforma de la siguiente forma:

$$\tan \delta = \frac{I_a X_q \cos \phi + I_a R_a \sin \phi}{V_t - I_a X_q \sin \phi + I_a R_a \cos \phi}$$

- 5.30** ¿Qué porcentaje máximo de esta potencia de salida proporcional producirá un motor de polos salientes sin pérdida de sincronía cuando éste funciona con un voltaje terminal proporcional y con una excitación de campo de cero ($E_{af} = 0$) si $X_d = 0.90$ por unidad y $X_q = 0.65$ por unidad? Calcule la corriente del inducido por unidad y la potencia reactiva para estas condiciones de operación.

- 5.31** Si el motor síncrono del problema 5.30 ahora funciona como un generador síncrono que se conecta a una barra colectora infinita de voltaje proporcional, determine la mínima excitación de campo por unidad (donde 1.0 por unidad es la corriente de campo que se requiere para alcanzar un voltaje de circuito abierto proporcional) para el que el generador permanecerá en sincronía con *a)* la mitad de la carga y *b)* la carga completa.

- 5.32** Un generador síncrono de polos salientes con valores de reactancias sincrónicas saturadas $X_d = 1.57$ por unidad y $X_q = 1.34$ por unidad se conecta a una barra colectora infinita de voltaje proporcional a través de una impedancia externa de $X_{\text{barra}} = 0.11$ por unidad. El generador abastece su índice de MVA con un factor de desfasamiento de 0.95, como se midió en las terminales del generador.

- a)* Esquematicice un diagrama fasor que indique el voltaje de la barra infinita, la corriente de inducido, el voltaje terminal del generador, el voltaje de excitación y el ángulo del rotor (medido con respecto a la barra colectora infinita).
- b)* Calcule el voltaje terminal y de excitación por unidad, así como el ángulo del rotor en grados.



- 5.33** Un generador síncrono de polos salientes con valores de reactancias sincrónicas de $X_d = 0.78$ por unidad y $X_q = 0.63$ por unidad se conecta a una barra colectora infinita de voltaje proporcional a través de una impedancia externa de $X_{\text{barra}} = 0.09$ por unidad.

- a)* Suponga que el generador abastecerá únicamente potencia reactiva
 - i)* Determine los valores de excitación de campo máximo y mínimo por unidad (donde 1.0 por unidad es la corriente de campo que se requiere para alcanzar un voltaje de circuito abierto proporcional) de modo que el generador no exceda su corriente terminal proporcional.
 - ii)* Mediante MATLAB, grafique la corriente de inducido mientras que la función de la excitación de campo varía entre el rango que se determinó en el inciso *i*).
- b)* Ahora asuma que el generador abastece 0.25 por unidad proporcional de potencia real, en los mismos ejes añada una gráfica de la corriente de inducido por unidad como una función de la excitación de campo mientras que la corriente de campo varía dentro del rango para el que la corriente de inducido por unidad es menor que 1.0 por unidad.
- c)* Reelabore el inciso *b)* para potencias de salida del generador de 0.50 y 0.75 por unidad. El resultado final será una gráfica de curvas anguladas para el generador de este tipo de configuración.

- 5.34** Un motor de corriente alterna de imán permanente bifásico presenta una velocidad proporcional de 3 000 r/min y posee un rotor hexapolar. Calcule la frecuencia (en Hz) del voltaje del inducido que se requiere para funcionar a esta velocidad.
- 5.35** Un generador síncrono de imán permanente trifásico de 5 kW produce un voltaje de circuito abierto de 208 V de línea a línea, 60 Hz, cuando se maneja a una velocidad de 1 800 r/min. Cuando este generador se opera con una velocidad proporcional y se abastece de una carga resistiva, se observa que su voltaje terminal es de 192 V de línea a línea para una salida de potencia de 4.5 kW.
- Calcule la corriente de fase del generador en estas condiciones de operación.
 - Asuma que el valor de la resistencia del inducido del generador es insignificante, y calcule la reactancia síncrona del generador de 60 Hz.
 - Calcule el voltaje terminal del generador que se producirá si la carga del generador del motor aumenta a 5 kW (de nuevo sólo resistiva) mientras la velocidad se mantiene a 1 800 r/min.
- 5.36** Los generadores de corriente alterna de imán permanente monofásicos de menor tamaño con frecuencia se utilizan para generar la potencia de los faros en las bicicletas. Para tal aplicación, estos generadores se diseñan con un valor significativo de la inductancia de dispersión en sus devanados de inducido. Un modelo sencillo de estos generadores es una fuente de voltaje de corriente alterna $e_a(t) = \omega K_a \cos \omega t$ en serie con la inductancia de dispersión del inducido L_a y la resistencia del inducido R_a . En este caso ω representa la frecuencia eléctrica del voltaje generado, la cual se determina por la velocidad del generador mientras se fricciona contra la rueda de la bicicleta.

Al asumir que el generador enciende un bulbo de alumbrado que se representa como una resistencia R_b , formule una ecuación para la frecuencia mínima ω_{\min} que deberá lograrse para asegurar que la luz funcione con una brillantez constante, independiente de la velocidad de la bicicleta.