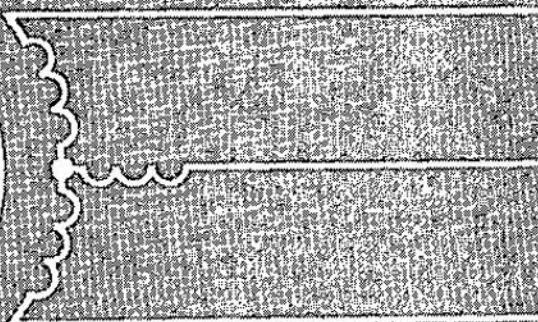
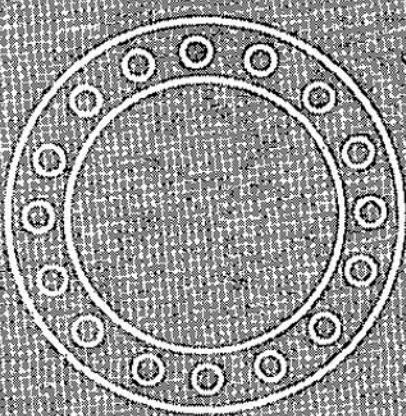


Apartado tercero

Máquinas asincrónicas



CAPÍTULO XVIII

MÁQUINA ASINCRÓNICA TRIFÁSICA CON ROTOR FIJO¹

18-1. Observaciones preliminares

En este capítulo nos proponemos mostrar que en el caso de rotor fijo la máquina asincrónica representa un transformador, que se distingue del transformador de tipo normal sólo por su estructura (devanado repartido en el estator y en el rotor, existencia de espacio, etc.). En lo que concierne a la esencia física de los fenómenos, en uno y otro caso ésta tiene una serie de tesis parecidas. Por esta razón, es racional comenzar el estudio de las máquinas asincrónicas, así como el de los transformadores, por el examen de los regímenes límite (en vacío y de cortocircuito) para extender en el siguiente capítulo la representación de la máquina asincrónica como transformador también para la máquina con rotor giratorio.

En lo sucesivo tendremos en cuenta la máquina asincrónica trifásica con anillos, cuyo rotor podríamos según nuestro deseo interrumpirlo, cortocircuitarlo o ponerlo en cortocircuito a una resistencia. Convengamos en considerar que todas las magnitudes variables son funciones sinusoidales del tiempo o el espacio, examinando en lo sucesivo el papel de los armónicos superiores especialmente. La tensión, f.e.m. y las corrientes se determinan por sus valores eficaces, mientras que la f.m. y los flujos, por sus valores máximos. Las fases del devanado se consideran simétricas.

18-2. Marcha en vacío de una máquina asincrónica para $n = 0$

Supongamos que el rotor de la máquina asincrónica está interrumpido (fig. 18-1) y que es fijo, mientras que el estator está acoplado a la red con una tensión U_1 y una frecuencia de f_1 . En este caso la máquina asincrónica representa un transformador en el régimen en vacío. De devanado primario sirve el estator, y de devanado secundario, el rotor fijo. Correspondientemente convengamos en llamar a todas las magnitudes que se refieren al estator

¹ El principio de funcionamiento de las máquinas asincrónicas sin colector y su estructura fueron expuestos en los cap. I, III y V.

primarias y anotarlas con el índice 1, y todas las magnitudes que se refieren al rotor, secundarias y anotarlas con el índice 2.

La marcha de los razonamientos en este caso en principio es la misma que para los transformadores (véase el t. I, cap. XIII).

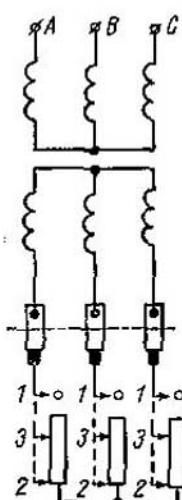


Fig. 18-1. Circuito de un motor con anillos de contacto y reóstato

Bajo la acción de la tensión U_1 por el devanado del estator fluye una corriente de vacío I_0 . La f.m. F_1 producida por esta corriente crea un flujo, una parte del cual Φ_m está embragada con los devanados de ambas partes de la máquina, y la otra parte Φ_{σ_1} , sólo con el devanado del estator (fig. 18-2). El primer flujo es el fundamental, y el segundo es el flujo de dispersión. Si p es el número de pares de polos de la máquina, entonces la velocidad de rotación n_1 de la f.m. F_1 y

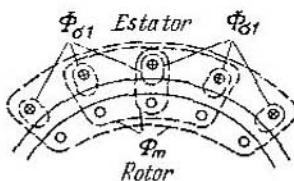


Fig. 18-2. Flujos del estator con el rotor abierto

correspondientemente del flujo Φ_m será

$$n_1 = f_1/p, \text{ r.p.m.} \quad (18-1)$$

El flujo fundamental, estando el motor inmóvil, crea en los devanados del estator y del rotor las fuerzas electromotrices E_1 y E_2 , que se determinan por las fórmulas:

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \sqrt{2\pi f_1 w_1 k_{dev_1}} \Phi_m; \\ E_2 &= \sqrt{2\pi f_1 w_2 k_{dev_2}} \Phi_m. \end{aligned} \right\} \quad (18-2)$$

El flujo de dispersión Φ_{σ_1} crea en el devanado del estator la f.e.m. de dispersión E_{σ_1} , siendo

$$\dot{E}_{\sigma_1} = -j I_0 x_1,$$

donde x_1 es la inductancia de dispersión del devanado del estator.

Además, el devanado del estator tiene una resistencia óhmica r_1 ; tomando en consideración la acción de esta resistencia en forma de caída de tensión $I_0 r_1$, podemos escribir la ecuación de las tensiones del devanado primario de la máquina asincrónica en la misma forma que para los transformadores [(véase el t. I, las fórmulas

(13-16) y (13-22)], a saber:

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + \dot{I}_o Z_1. \quad (18-3)$$

Les hacemos recordar que en esta ecuación $-\dot{E}_1$ y $\dot{I}_o Z_1$ son las componentes de la tensión \dot{U}_1 , cada una de las cuales se encuentra en equilibrio con las correspondientes f.e.m.

A las ecuaciones iguales de las f.e.m. del devanado primario para el transformador y la máquina asincrónica les corresponden iguales, en principio, diagramas de marcha en vacío. Por eso aquí no repetimos el diagrama dado en el t. I en la fig. 14-7. Pero en el sentido cuantitativo entre ambos diagramas existe una diferencia notable. En efecto, en la máquina asincrónica existe un espacio de aire relativamente grande. Por esta razón, en las máquinas asincrónicas la corriente I_o constituye habitualmente de un 20 a 50% de I_n , es decir, es considerablemente mayor que la corriente en vacío del transformador (3—10% de I_u). Además, la resistencia de los devanados de las máquinas asincrónicas es relativamente mayor que en los transformadores. Por eso la caída de tensión en el devanado del estator de la máquina asincrónica en marcha en vacío constituye de un 2 a un 5% de la tensión nominal de la máquina, mientras que en los transformadores habitualmente no pasa del 0,1—0,4% de la última.

Las corrientes en vacío de la máquina asincrónica trifásica forman un sistema simétrico, puesto que las resistencias magnéticas en el trayecto de todos los flujos trifásicos son iguales. Por otra parte, por su forma la corriente en vacío se aproxima a la sinusode, puesto que al existir un espacio de aire relativamente grande el tercer armónico de la corriente o correspondientemente del flujo no puede adquirir un valor considerable.

La relación de transformación (coeficiente de ampliación) de la f.e.m. de la máquina asincrónica k_e , que representa la relación entre las fuerzas electromotrices E_1 y E_2 , es

$$k_e = \frac{E_1}{E_2} = \frac{\sqrt{2\pi f_1 w_1 k_{dev\ 1}} \Phi_m}{\sqrt{2\pi f_1 w_2 k_{dev\ 2}} \Phi_m} = \frac{w_1 k_{dev\ 1}}{w_2 k_{dev\ 2}}. \quad (18-4)$$

En las máquinas asincrónicas, así como en los transformadores, el devanado secundario se reduce al primario, o sea, el devanado secundario real se sustituye por otro con el mismo número de fases y número de espiras, paso de devanado y la misma cantidad de ranuras por polo y fase que el devanado primario. En este caso, los parámetros del devanado secundario deben ser adecuadamente recalculados con el fin de conservar las relaciones energéticas reales en la máquina.

La f.e.m. del devanado secundario reducido es

$$E'_2 = k_e E_2 = E_1. \quad (18-5)$$

Cuando el rotor fijo está abierto en la máquina hay sólo las pérdidas en el cobre del estator $m_1 I_0^2 r_1$, donde m_1 es el número de fases del estator, y las pérdidas en el acero (hierro) del estator y el rotor $p_{ac\ 1} + p_{ac\ 2}$. Para cubrir estas pérdidas se gasta la potencia P_{10} absorbida por la máquina de la red. Así pues,

$$P_{10} = m_1 I_0^2 r_1 + p_{ac\ 1} + p_{ac\ 2}. \quad (18-6)$$

Dado que en las máquinas asincrónicas la corriente I_0 y la resistencia r , son relativamente grandes, las pérdidas en el cobre $p_{cob\ 1}$ constituyen una parte considerable de la potencia P_{10} , mientras que en los transformadores siempre podemos despreciarlas.

Conociendo P_{10} podemos determinar la componente activa de la corriente I_{0a} por la fórmula

$$I_{0a} = \frac{P_{10}}{m_1 U_1}.$$

La componente activa de la corriente I_{0a} habitualmente no es muy grande en comparación con la componente reactiva I_{0r} de esta corriente, y el ángulo $\varphi_0 = 70-80^\circ$.

El circuito equivalente de la máquina asincrónica en marcha en vacío no se diferencia del correspondiente circuito del transformador de la fig. 14-10, t. I.

18-3. Cortocircuito de la máquina asincrónica

Si estando el rotor frenado ($n=0$) pasamos el contacto móvil del reóstato en el circuito del rotor (fig. 18-1) de la posición 1 a la posición 2, obtendremos el régimen de cortocircuito de la máquina asincrónica. Por su esencia física este cortocircuito es similar al cortocircuito del transformador (véase el t. I, cap. XVII), pero tiene ciertas distinciones que se desprenden de las particularidades constructivas de las máquinas asincrónicas.

Si queremos que durante el cortocircuito las corrientes I_1 y I_2 en los devanados del estator y el rotor estén limitadas por sus valores nominales, debemos disminuir la tensión aplicada al estator hasta el valor $U_{c.c.}$ que constituye aproximadamente un 15-25% de U_n (en comparación con 5-17% en los transformadores). Las corrientes I_1 y I_2 crean las f.m. del estator y el rotor, de las cuales según la condición (véase el § 18-1) sepáremos los primeros armónicos de f.m. F_1 y F_2 . Siendo $n=0$ la frecuencia de la corriente en el rotor es igual a la frecuencia de la corriente en el estator f_1 . Si p es el número de pares de polos de la máquina, entonces las fuerzas magnetizantes F_1 y F_2 giran respecto del estator y el rotor inmóviles en un mismo sentido y a iguales velocidades $n_1 = f_1/p$, es decir, son inmóviles una respecto a la otra y forman una resultante que gira a la velocidad n_1 de la f.m. $F_{c.c.}$ que crea el flujo fundamental giratorio $\Phi_{c.c.}$ embragado con los devanados del estator y el rotor. Además, la f.m. F_1 crea el flujo primario de dispersión Φ_0 ,

embragado sólo con el devanado primario, y la f.m. F_2 origina el flujo secundario de dispersión $\Phi_{\sigma 2}$ embragado sólo con el devanado secundario (fig. 18-3).

Así como en los transformadores, las f.m. F_1 y F_2 durante el cortocircuito actúan en oposición. Por eso, a pesar de la considerable magnitud de las corrientes I_1 y I_2 y de las f.m. F_1 y F_2 creadas

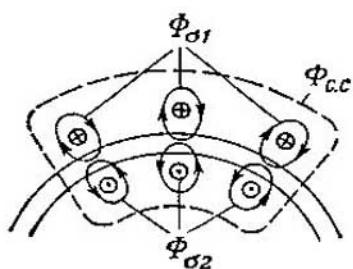


Fig. 18-3. Flujos de una máquina asincrónica en cortocircuito

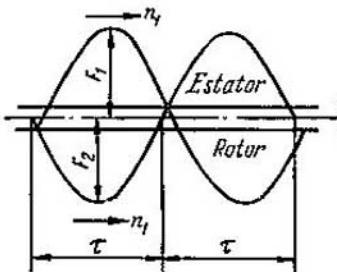


Fig. 18-4. F.m. del estator y el rotor en el caso de cortocircuito

por éstas, la f.m. resultante $F_{c.c.}$ durante el cortocircuito es relativamente pequeña, a causa de lo cual también el flujo $\Phi_{c.c.}$ es pequeño y, por consiguiente, el circuito magnético real está en este caso no saturado (fig. 18-4).

La corriente primaria I_1 puede ser representada como la suma de dos componentes, una de las cuales (I_m) crea la f.m. $F_{c.c.}$, y la segunda ($-I'_2$) origina la f.m. $-F_2$ que compensa a la f.m. F_2 de la corriente secundaria I'_2 . Así pues, tenemos:

$$I_1 = I_m + (-I'_2)$$

o bien

$$I_1 + I'_2 = I_m. \quad (18-7a)$$

Correspondientemente

$$\dot{F}_1 = \dot{F}_m + (-\dot{F}'_2)$$

o bien

$$\dot{F}_1 + \dot{F}'_2 = \dot{F}_m, \quad (18-7b)$$

con la particularidad de que las f.m. \dot{F}_1 y \dot{F}'_2 se determinan por las fórmulas (4-36). Por lo tanto,

$$\frac{m_1}{\pi} \frac{\sqrt{2} w_1 k_{dev,1}}{p} j_1 + \frac{m_2}{\pi} \frac{\sqrt{2} w_2 k_{dev,2}}{p} j_2 = \frac{m_1}{\pi} \frac{\sqrt{2} w_1 k_{dev,1}}{p} j_m.$$

Sustituyendo aquí $j_1 = j_m - j'_2$, obtendremos:

$$-m_1 w_1 k_{dev,1} j'_2 + m_2 w_2 k_{dev,2} j'_2 = 0,$$

de donde hallaremos la *relación de transformación de las corrientes*:

$$k_i = \frac{I_2}{I'_2} = \frac{m_1 \omega_1 k_{\text{dev}1}}{m_2 \omega_2 k_{\text{dev}2}}. \quad (18-8)$$

Por consiguiente, la corriente reducida del rotor es

$$I'_2 = \frac{1}{k_i} I_2. \quad (18-9)$$

Haciendo uso de las relaciones de transformación de la f.e.m. y las corrientes [véanse las fórmulas (18-4) y (18-8)] podemos determinar la resistencia óhmica y la inductancia reducidas del rotor r'_2 y x'_2 .

Al reducir la resistencia r_2 partiremos de que las pérdidas en el cobre del devanado del rotor no dependen de la reducción. Por consiguiente,

$$m_2 I_2^2 r_2 = m_1 I'^2 r'_2,$$

de donde

$$\begin{aligned} r'_2 &= \frac{m_2 I_2^2}{m_1 I'^2} r_2 = \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{m_1 \omega_1 k_{\text{dev}1}}{m_2 \omega_2 k_{\text{dev}2}} \right)^2 r_2 = \\ &= \frac{\omega_1 k_{\text{dev}1} m_1 \omega_1 k_{\text{dev}1}}{\omega_2 k_{\text{dev}2} m_2 \omega_2 k_{\text{dev}2}} r_2 = k_e k_i r_2 = k r_2, \end{aligned} \quad (18-10)$$

donde

$$k = k_e k_i \quad (18-11)$$

se llama *coeficiente de reducción de las resistencias*.

Al reducir la inductancia de dispersión x_2 partiremos de que el ángulo ψ_2 entre la f.e.m. E_2 y la corriente I_2 tampoco depende de la reducción. Por consiguiente,

$$\operatorname{tg} \psi_2 = \frac{x_2}{r_2} = \frac{x'_2}{r'_2},$$

de donde

$$x'_2 = \frac{r'_2}{r_2} x_2 = k x_2. \quad (18-12)$$

Las ecuaciones de las tensiones primarias y secundarias de la máquina asincrónica en el régimen de cortocircuito se escriben absolutamente igual que para los transformadores [véase el t. I., las fórmulas (17-1) y (17-2)], a saber:

$$\dot{U}_{1 \text{ c.c.}} = -\dot{E}_{1 \text{ c.c.}} + \dot{I}_1 Z_1 \quad (18-13)$$

y

$$\dot{E}'_{2 \text{ c.c.}} - \dot{I}'_2 Z'_2 = 0. \quad (18-14)$$

Aquí $Z_1 = r_1 + jx_1$ y $Z'_2 = r'_2 + jx'_2$ son las impedancias de los devanados del estator y el rotor.

Tomando en consideración que $\dot{E}_2' = E_1$, y $I_2' \approx -I_1$ y resolviendo las ecuaciones (18-13) y (18-14) respecto de I_1 , obtendremos:

$$I_1 \approx \frac{\dot{U}_{1\text{ c.c.}}}{Z_1 + Z_2}, \quad (18-15)$$

conforme a lo cual tenemos para la máquina asincrónica cortocircuitada el mismo circuito equivalente que para los transformadores (véase el t. I, § 13-7), y los mismos parámetros de cortocircuito, a saber:

$$r_{\text{c.c.}} \approx r_1 + r_2'; \quad x_{\text{c.c.}} \approx x_1 + x_2'. \quad (18-16)$$

No obstante, hay que observar que en las máquinas asincrónicas de pequeña potencia con una corriente magnetizante relativamente grande ($I_0 > 50\%$ de I_n) en la fórmula (18-16) hay que introducir ciertas correcciones.

18-4. Parámetros de jaula de ardilla

Uno se puede representar la jaula de ardilla en forma de devanado polifásico cuyo número de pares de polos es igual al número de pares de polos del campo giratorio. Si N_2 es el número de barras de la jaula de ardilla, entonces el ángulo de desplazamiento de las f.e.m. (así como el ángulo de desplazamiento de las corrientes) en las barras vecinas es

$$\alpha = \frac{2\pi p}{N_2}. \quad (18-17)$$

La corriente I_2 en la barra representa la diferencia geométrica de las corrientes I_1 en dos elementos del anillo contiguos al nodo (fig. 18-5, a y b). Por consiguiente,

$$I_2 = 2I_1 \operatorname{sen} \frac{\pi p}{N_2}, \quad (18-18)$$

de donde

$$I_1 = \frac{I_2}{2 \operatorname{sen} \frac{\pi p}{N_2}}. \quad (18-19)$$

En los cálculos prácticos a la jaula de ardilla es cómodo considerarla como un devanado polifásico con un número de fases m_2 igual al número de ranuras N_2 :

$$m_2 = N_2. \quad (18-20)$$

Entonces el número de espiras en la fase debe tomarse igual a

$$w_2 = \frac{1}{2}, \quad (18-21)$$

y el coeficiente de devanado de la jaula de ardilla es

$$k_{dev\ 2} = 1.$$

En estas condiciones la corriente I_2 de la barra y la f.e.m. E_2 de la misma representan la corriente y la f.e.m. de la fase del devanado secundario, y son válidas las expresiones obtenidas más

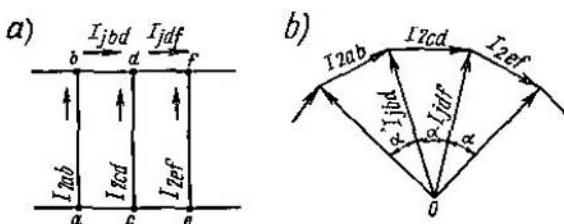


Fig. 18-5. Corrientes en la jaula de ardilla del rotor

arriba para la f.e.m. y la f.m. del devanado y de los coeficientes de reducción de las magnitudes secundarias a las primarias.

Considerando la jaula de ardilla como un devanado polifásico hay que imaginárselo como conectado en estrella y cortocircuitado. Entonces hay que tener en cuenta las resistencias de los elementos de los anillos con el correspondiente aumento de las resistencias de la barra.

A cada barra le corresponden dos elementos del anillo continuos a ésta, por ejemplo, a la barra ab en la fig. 18-5, a le corresponden los elementos bd y ac . Por consiguiente, la resistencia ohmica y correspondientemente la inductancia de dispersión de cada fase de la jaula de ardilla r_2 y x_2 , representan cada una de ellas la suma de las resistencias de las barras r_b y x_b , y las resistencias de dos elementos del anillo $2r'_j$ y $2x'_j$, es decir,

$$r_2 = r_b + 2r'_j; \quad x_2 = x_b + 2x'_j. \quad (18-22)$$

El coeficiente de reducción de la resistencia de la jaula de amortiguamiento al sistema del estator, siendo el número de fases del sistema secundario $m_2 = N_2$, el número de espiras en la fase $w_2 = 1/2$ y $k_{dev\ 2} = 1,0$, resulta igual a

$$k = \frac{4m_2 (\omega_1 k_{dev\ 1})^2}{N_2}. \quad (18-23)$$

Dado que las corrientes en la barra y en el anillo son diferentes, por r'_j se debe comprender la resistencia del elemento del anillo reducida a la corriente I_2 .

Partiendo de la condición de igualdad de las pérdidas principales en el cobre, hallamos:

$$r'_j = r_j \left(\frac{I_1}{I_2} \right)^2 = \frac{r_j}{4 \sin^2 \frac{\pi p}{N_2}}, \quad (18-24)$$

donde r_j es la resistencia real del elemento del anillo.
Análogamente

$$x'_j = \frac{x_j}{4 \operatorname{sen}^2 \frac{\pi p}{N_2}}, \quad (18-25)$$

donde x_j es la inductancia de dispersión del elemento del anillo.

La conductancia de dispersión de las partes frontales del anillo de cortocircuito de la jaula de ardilla de los motores de corriente alterna depende de la distancia l_{cob} entre el centro del anillo M_{an}

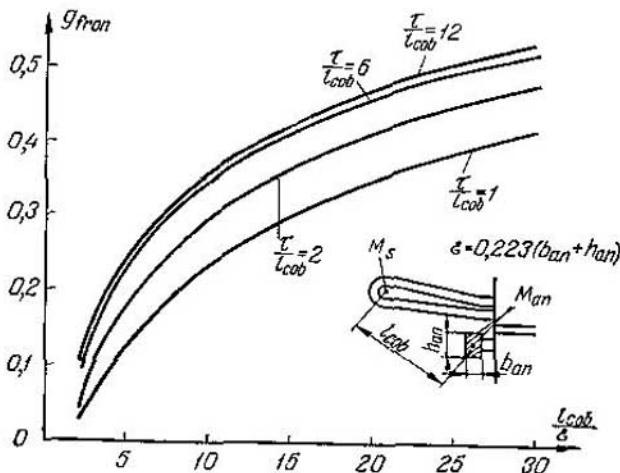


Fig. 18-6. Relación $g_{\text{fren}} = f(l_{\text{cob}}/e)$

y el centro del anillo equivalente tangencial M_s de la parte frontal del devanado del estator (fig. 18-6) y puede ser expresada por la fórmula

$$\lambda_j = \frac{N_2}{2pm_t} \frac{\tau}{l} g_j. \quad (18-25a)$$

El valor de g_j se determina por las curvas de la fig. 18-6 para distintas relaciones de τ/l_{cob} en dependencia de la relación l_{cob}/e [162], donde

$$e = 0,223(b_{\text{an}} + h_{\text{an}}).$$

Aquí b_{an} es el grosor del anillo de cortocircuito, y h_{an} es su altura.

La dispersión diferencial de la zona dental de la jaula de ardilla cortocircuitada depende del número de dientes del lado secundario por polo y puede ser determinada por la fórmula (5-27), donde el coeficiente k_{d2} puede ser hallado por las curvas de la

fig. 18-7, que dan la relación

$$k_{\text{dif}2} = f \left(\frac{N_2}{2p} \right)$$

tanto en el caso de ranuras ordinarias, como en el caso de ranuras biseladas en un paso dental del estator.

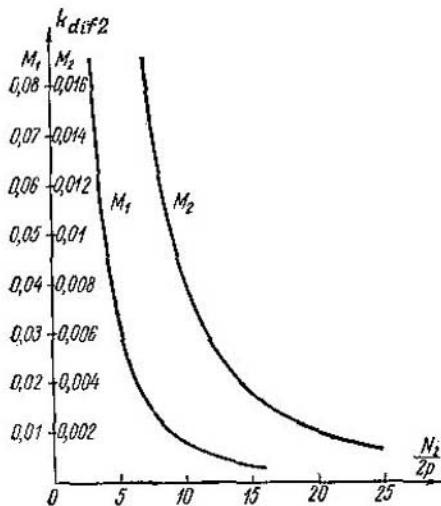


Fig. 18-7. Relación $k_{\text{dif}2} = f(N_2/2p)$

cortocircuitado por ambos lados del rotor es $2 \cdot 55 = 110$ mm, la longitud total de las barras del rotor $l_b = 364 + 110 + 474$ mm.

La sección del anillo de cortocircuito es

$$b_{\text{an}} h_{\text{an}} = 12,5 \cdot 32,5 = 406 \text{ mm}^2.$$

La conductancia de dispersión de la ranura del rotor es

$$\lambda_{r,b} = 0,623 + \frac{1,0}{0,9} = 1,74 \quad [\text{fórmula (5-15d)}].$$

La conductancia de la parte frontal del devanado de los anillos de cortocircuito es

$$\lambda_{f,b} = \frac{80}{2 \cdot 3 \cdot 3} \frac{275}{334} 0,31 = 1,14 \quad [\text{fórmula (18-25a)}],$$

donde el coeficiente de dispersión frontal $g_f = 0,31$ se determina por las curvas de la fig. 18-6 para $l_{\text{cob}} = 115$ mm siendo

$$e = 0,223 (12,5 + 32,5) = 10,1 \text{ mm};$$

$$\frac{l_{\text{cob}}}{e} = \frac{115}{10,1} = 11,4; \quad \frac{\tau}{l_{\text{cob}}} = \frac{275}{115} = 2,38.$$

La conductancia de dispersión diferencial del rotor con jaula de ardilla es

$$\lambda_{d,b} = \frac{80}{2 \cdot 3 \cdot \pi^2} \frac{275 \cdot 1,0^2}{1,6 \cdot 1,1 \cdot 1,0} 0,0046 = 1,0 \quad [\text{fórmula (5-27)}],$$

Ejemplo. Calcular la inductancia y la resistencia óhmica de los devanados del rotor de un motor asincrónico trifásico de 250 kW y 3000 V con devanado simple cortocircuitado en forma de jaula de ardilla. Los datos del motor son en lo fundamental los mismos que en el ejemplo del cap. V: $2p = 6$, el paso polar es $\tau = 275$ mm, la longitud activa del hierro $l_0 = 364$ mm, la longitud calculada $l = 334$ mm. El número de ranuras del rotor $N_2 = 80$, el número de espiras en la fase del rotor $w_2 = 1/2$, el entrehierro $\delta = 1,0$ mm, el coeficiente de entrehierro $k_\delta = 1,6$ mm, el coeficiente de saturación para la dispersión diferencial $k_{\mu d} = 1,1$, el coeficiente de devanado $k_{\text{dev}2} = 1,0$.

La forma de la ranura del rotor por la fig. 5-3, d; $d_{\text{ran}} = 12$ mm, $d_{\text{an}} = 11,5$ mm, $h_2 = 1,0$ mm, $b_2 = 0,9$ mm.

El voladizo de las barras del devanado

donde el coeficiente de dispersión diferencial para

$$\frac{N_2}{2\rho} = \frac{80}{6} = 13,3$$

según la curva de la fig. 18-7 es

$$k_{d2} = 0,0046.$$

La suma de las conductancias de dispersión es

$$\sum \lambda_b = 3,88.$$

La inductancia del devanado cortocircuitado del rotor es

$$x_2 = 2\pi \cdot 1,26 \cdot 10^{-8} \cdot 50 \cdot 33,4 \cdot 3,88 = 0,00051 \Omega.$$

El coeficiente de reducción del devanado secundario del rotor al devanado primario del estator, según la fórmula (18-23), es

$$k = \frac{4 \cdot 3 (210 \cdot 0,91)^2}{80} = 5500.$$

La inductancia del devanado del rotor reducida al devanado del estator es

$$x'_2 = x_2 k = 0,00051 \cdot 5500 = 2,8 \Omega.$$

La resistencia óhmica de una barra de la jaula de ardilla del rotor es

$$r_b = \rho_{75} \frac{l_b}{q_b} = 0,0217 \frac{0,474}{\frac{\pi}{4} \cdot 11,5^2} = 9,9 \cdot 10^{-5} \Omega.$$

La resistencia óhmica de dos sectores de los anillos de cortocircuito de la jaula de ardilla con un diámetro medio $D_{an} = 487$ mm por ambos lados del rotor es

$$r_j = 0,0217 \frac{0,0382}{406} = 20,4 \cdot 10^{-7} \Omega,$$

donde

$$l_j = 2 \frac{\pi D_{an}}{N_2} = 2 \frac{\pi \cdot 487}{80} = 38,2 \text{ mm}$$

es la longitud de dos sectores contiguos del anillo; $q_{an} = 12,5 \cdot 32,5 = 406 \text{ mm}^2$ es la sección de los anillos de cortocircuito.

La resistencia de dos sectores de los anillos de cortocircuito de la jaula, reducida a la corriente en la barra [véase la fórmula (18-24)] es

$$r'_j = \frac{r_j}{4 \operatorname{sen}^2 \frac{\pi p}{N_2}} = \frac{20,4 \cdot 10^{-7}}{4 \operatorname{sen}^2 \frac{\pi \cdot 3}{80}} = \frac{20,4 \cdot 10^{-7}}{0,055} = 3,7 \cdot 10^{-5} \Omega.$$

La resistencia óhmica total de la barra con los dos sectores contiguos a ésta de los anillos de cortocircuito es

$$r_2 = r_b + r'_j = (9,9 + 3,7) \cdot 10^{-6} = 13,6 \cdot 10^{-6} \Omega.$$

La resistencia óhmica de la barra reducida al devanado del estator es

$$r'_2 = r_2 k = 13,6 \cdot 10^{-6} \cdot 5500 = 0,75 \Omega.$$

18-5. Máquina asincrónica frenada bajo carga

Pasemos el contacto móvil del reóstato en el circuito del rotor frenado de la fig. 18-1 a la posición 3. En este caso la máquina asincrónica puede ser considerada como un transformador bajo carga. En el caso general la carga puede tener carácter mixto.

Los procesos físicos aquí son absolutamente los mismos que en el transformador (véase el t. 1, cap. XIII), con la diferencia, sin importancia alguna, de que en este caso las f.m. son giratorias. Correspondientemente, las ecuaciones de equilibrio de las f.e.m. y de las f.m., el diagrama vectorial y el circuito equivalente tienen la misma forma que en el transformador. Aquí las repitiremos para tener la posibilidad de confrontar en el siguiente capítulo los fenómenos en las máquinas asincrónicas inmóvil y giratoria.

La ecuación de las f.e.m. del estator repite la ecuación de las f.e.m. del transformador, a saber:

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + \dot{I}_1 Z_1. \quad (18-26)$$

Suponiendo que el rotor se ha reducido al estator y que en el circuito del rotor se ha intercalado una resistencia adicional Z'_{ad} reducida al estator, escribamos la ecuación de las f.e.m. del rotor en la forma de la ecuación (18-14), a saber

$$\dot{I}'_2 (Z'_2 + Z'_{ad}) = \dot{E}'_2. \quad (18-27)$$

La ecuación de las f.m. de la máquina asincrónica frenada repite la ecuación de las f.m. (18-7b) para los acoplamientos por transformador de los sistemas primario y secundario:

$$\dot{F}_1 + \dot{F}_2 = \dot{F}_m \quad (18-28)$$

o bien

$$\dot{I}'_1 + \dot{I}'_2 = \dot{I}_m. \quad (18-29)$$

Como sistema primario de la máquina asincrónica puede servir el estator o el rotor.

En la fig. 18-8 se muestran las sinusoides de las f.m. F_1 , F_2 y F_m , que giran en un mismo sentido y a una misma velocidad $n_1 = f_1/p$; en este caso la sinusode F_2 está desplazada respecto de la sinusode F_1 un ángulo tal, que la suma de las f.m. F_1 y F_2 proporciona la f.m. F_m imprescindible para crear el flujo magnético principal Φ_m .

Resolviendo conjuntamente las ecuaciones de las f.e.m. y las f.m. respecto de la corriente I_1 podemos obtener para ésta la misma expresión que para el transformador, y correspondientemente el circuito equivalente (fig. 18-9) que repite el circuito equivalente del transformador admitiendo que en el circuito del rotor de la máquina asincrónica se ha intercalado sólo una resis-

tencia óhmica ($Z_{ad} = r_{ad}$) como suele suceder en los motores. El diagrama vectorial, correspondiente al circuito equivalente de la fig. 18-9, se ha construido en la fig. 18-10. Durante la construcción de este diagrama hacemos coincidir la componente de carga

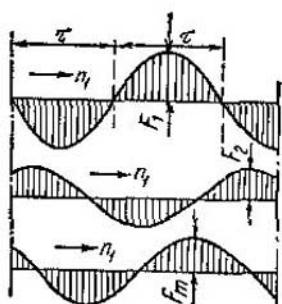


Fig. 18-8. F.m. de una máquina asincrónica inmóvil durante su carga

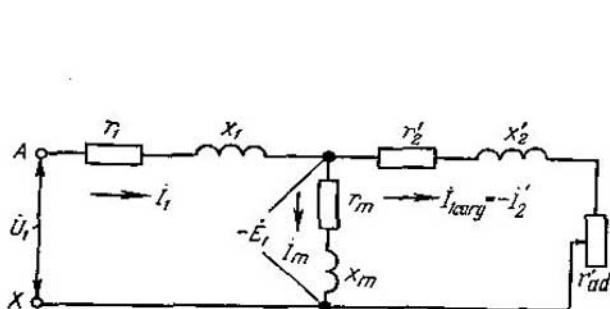


Fig. 18-9. Circuito equivalente de una máquina asincrónica inmóvil

de la corriente primaria $I_{1carg} = -I_2'$ con la dirección positiva del eje de ordenadas. En esta misma dirección trazamos el vector $\overline{OD} = I_{1carg}(r_2' + r'_{ad})$. El vector $\overline{DG} = jI_{1carg}x_2'$ está adelantado respecto del vector \overline{OD} un ángulo de 90° , y adicionándose con el último da el vector $\overline{OG} = -\dot{E}_1 = -\dot{E}_2$; el vector de flujo Φ_m está retrasado respecto del vector \overline{OG} un ángulo de 90° ; el vector de corriente I_m está adelantado respecto del vector de flujo Φ_m un ángulo correspondiente a las pérdidas en el acero; la corriente $I_1 = I_{1carg} + I_m$; adicionando el vector \overline{OG} a los vectores \overline{GK} y \overline{KA} de caídas de tensión en la resistencia óhmica I_1r_1 y en la inductancia jI_1x_1 del estator, obtenemos el vector de tensión en los bornes de la máquina $\overline{OA} = \dot{U}_1$.

18-6. Regulador de inducción [156]

A. Principio de funcionamiento del regulador de inducción. El regulador de inducción en esencia representa una máquina asincrónica con rotor frenado y se emplea para la regulación de la tensión en las redes. Los reguladores de inducción más importantes son los trifásicos, mientras que los monofásicos se emplean considerablemente con menos frecuencia. Por esta razón consideraremos sólo el funcionamiento de los primeros.

El esquema del regulador de inducción viene dado en la fig. 18-11. Por razonamientos de comodidad práctica como lado primario sirve el rotor, al que se le puede hacer girar con ayuda

de cualquier dispositivo de giro, por ejemplo, con ayuda de una transmisión por tornillo sin fin, y como lado secundario, el estator que es inmóvil.

El principio de acción del regulador de inducción consiste en lo siguiente. La corriente magnetizante trifásica aplicada al

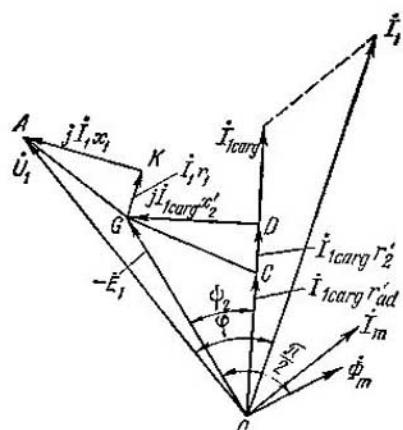


Fig. 18-10. Diagrama vectorial de una máquina asincrónica inmóvil

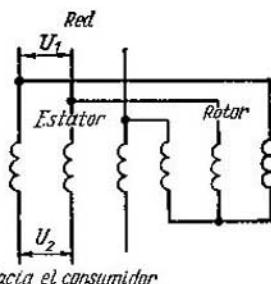


Fig. 18-11. Esquema de conexión de un regulador de inducción

rotor crea el flujo magnético Φ_m que gira con la velocidad $n_1 = f_1 : p$ en un sentido determinado, por ejemplo, en el sentido de las agujas del reloj. Supongamos que los ejes de los devanados del

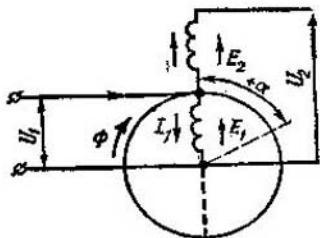


Fig. 18-12. F.e.m. y corrientes de un regulador de inducción

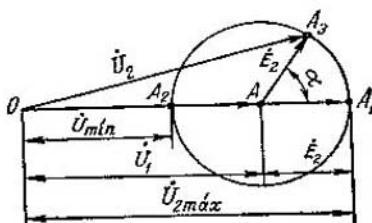


Fig. 18-13. Diagrama de f.e.m. de un regulador de inducción

rotor coinciden en el espacio con los ejes respectivos de los devanados del estator (fig. 18-12). En este caso el flujo Φ_m llega simultáneamente a los devanados de ambas partes de la máquina e induce en ellos las f.e.m. E_1 y E_2 que coinciden de fases y tienen una misma dirección respecto de los devanados. Puesto que las tres fases se encuentran en las mismas condiciones, es suficiente tener en cuenta sólo una de ellas. Observamos que en estas con-

diciones la f.e.m. E_2 actúa en concordancia con la tensión. Por eso la tensión \dot{U}_2 en los bornes de la red consumidora representa la suma aritmética de \dot{U}_1 y \dot{E}_2 , o sea, (fig. 18-13)

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_{\max} = \overline{OA}_1 = \dot{U}_1 + \dot{E}_2.$$

Consideraremos esta posición del rotor como inicial y a partir de ella contaremos los ángulos.

Haciendo girar al rotor un ángulo $\alpha = \pm 180^\circ$, obtendremos:

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_{\min} = \overline{OA}_2 = \dot{U}_1 - \dot{E}_2.$$

A esta posición del regulador de inducción se la puede llamar segunda posición principal.

En el caso general se puede girar el rotor cualquier ángulo. Consideraremos los ángulos positivos al girar el rotor en el sentido de rotación del flujo, y negativos, al girarlo en sentido contrario al de rotación del flujo.

Giremos el rotor a un ángulo $\alpha > 0$ (fig. 18-13). Puesto que la tensión \dot{U}_1 aplicada al rotor y la frecuencia f_1 se suponen constantes, entonces, como se desprende de la ecuación de equilibrio de las f.e.m., el flujo Φ_m no varía de magnitud. Pero ahora el flujo llega primero al devanado del estator y después al devanado del rotor. Por eso el vector de f.e.m. $E_2 = \overline{AA}_1$, sin variar de magnitud, gira un ángulo α en el sentido de rotación de los vectores. Es obvio que el lugar geométrico de los extremos del vector de f.e.m. \dot{E}_2 y, por consiguiente, del vector de tensión \dot{U}_2 al variar el ángulo α es una circunferencia trazada desde el punto \hat{A} como centro de radio

$$\dot{E}_2 = AA_1.$$

La tensión resultante del regulador de inducción es

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_1 + \dot{E}_2.$$

B. Corrientes y potencia del regulador de inducción. Con el fin de simplificar los razonamientos despreciaremos las caídas de tensión en los devanados primario y secundario del regulador de inducción.

En la fig. 18-12 se muestran los sentidos de las corrientes I_1 y I_2 en el rotor y en el estator para $\alpha = 0$, es decir, en la posición inicial del regulador. Observamos que las corrientes I_1 y I_2 crean las f.m. $F_1 \sim I_1 \omega_1$ y $F_2 \sim I_2 \omega_2$, dirigidas, así como en el transformador habitual, en oposición. De las condiciones de equilibrio de las f.m. tenemos:

$$I_1 \omega_1 k_{\text{dev}1} + I_2 \omega_2 k_{\text{dev}2} = I_m \omega_m k_{\text{dev}1}. \quad (18-30)$$

Despreciando los armónicos superiores de las f.m. podemos representar las f.m. F_1 y F_2 por dos sinusoides que giran en un

mismo sentido a una misma velocidad. Estas dos f.m. están desplazadas una respecto de la otra de tal modo que la f.m. resultante sea suficiente para la creación del flujo Φ_m (fig. 18-8).

Mostremos que también al girar el rotor un ángulo α la disposición recíproca de las ondas de las f.m. F_1 y F_2 queda la misma que para $\alpha = 0$, es decir, que ésta no depende del ángulo de giro del rotor.

En efecto, en la fig. 18-12 hemos girado el rotor a partir de su posición inicial a un ángulo $\alpha > 0$. Si en este caso la fase de la corriente I_1 no cambiara, entonces la onda de la f.m. F_1 del rotor, siguiendo al eje de su devanado, giraría también el ángulo α respecto de la onda de la f.m. F_2 del estator. Pero como el flujo Φ_m llega al devanado del rotor con un ángulo de retardo α respecto del devanado del estator, el vector de corriente I_1 se desplaza en fase a un ángulo $-\alpha$ respecto de la posición que el ocupaba cuando $\alpha = 0^\circ$. Así pues, sobre la posición de la f.m. F_1 influyen simultáneamente dos factores: en primer lugar el giro del eje del devanado del rotor a un ángulo α , y en segundo lugar la variación de la fase de la corriente I_1 en el ángulo $-\alpha$. Como resultado de la compensación mutua de ambos factores la posición de la onda de f.m. F_1 del rotor respecto de la onda de f.m. F_2 queda la misma que para $\alpha = 0$.

El regulador de inducción permite regular suavemente la tensión bajo carga en límites lo suficientemente amplios. Las condiciones de aislamiento de los devanados del estator y el rotor en las ranuras limitan el empleo de los reguladores de inducción a las redes de 6 a 12 kW de tensión, pero en algunos casos se emplean para la tensión de hasta 18 kW y más.

Al hablar de la potencia del regulador de inducción se debe distinguir su potencia aparente exterior e interior.

Se llama potencia exterior del regulador de inducción la potencia suministrada a éste o la potencia extraída de él. Parte de la potencia exterior, transformada por el regulador, se llama potencia interior del mismo. Por la potencia interior se determinan las dimensiones del regulador. Habitualmente en el tablero se dan las dos potencias del regulador y, además, la tensión regulada U y los límites de regulación de la tensión.

Los reguladores de inducción trifásicos para las redes de distribución se fabrican con una regulación de la tensión en los límites de $\pm(10-15)\%$. En comparación con los así llamados transformadores reguladores, el regulador de inducción tiene mayor peso, mayor corriente magnetizante y mayores pérdidas. No obstante, en los últimos años se ha conseguido disminuir su peso en un 25-30% aproximadamente, pasando de los reguladores de cuatro polos a los de dos polos, empleando mejores marcas de aceros y aumentando algo las cargas electromagnéticas del regulador.

Tienen un significado muy grande las condiciones de refrigeración del regulador de inducción. Los reguladores de pequeñas

potencias y de tensiones no muy altas se hacen con refrigeración por aire natural o artificial. Los reguladores de potencia media y de gran potencia para las redes de distribución y rectificadores con más frecuencia se hacen con refrigeración por aceite. La envoltura de estos reguladores tiene la misma forma que la de los transformadores corrientes, pero el regulador se coloca en posición vertical con el fin de utilizar la circulación natural del aceite en

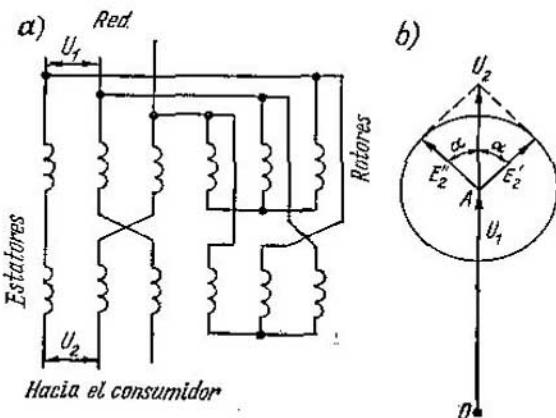


Fig. 18-14. Esquema de un regulador de inducción doble (a) y su diagrama vectorial (b)

los canales verticales para fines de refrigeración, así como en los transformadores.

C. Regulador de Inducción doble. El regulador examinado hasta ahora se llama regulador sencillo o individual. Las tensiones U_1 y U_2 de este regulador se diferencian una de la otra tanto por su magnitud, como por su fase. Por eso el proceso de regulación es imposible en el caso del trabajo paralelo del regulador con un transformador ordinario. Además, en el árbol del regulador individual surgen, en determinadas posiciones del rotor, considerables momentos de rotación, para los cuales deben ser calculados los dispositivos de accionamiento y de frenado del regulador. Para eliminar estas insuficiencias se pueden acoplar dos reguladores individuales en un regulador de inducción doble según el esquema de la fig. 18-14, a. Los rotores están fijados en un mismo árbol y sus devanados están conectados a la red en paralelo. La secuencia de las fases de los devanados del rotor y el estator de uno de los reguladores se cambia por la inversa comutando los extremos de dos fases (fig. 18-14, a) de tal modo que al girar el rotor de uno de los reguladores en el sentido de rotación de su campo el rotor del otro regulador gira en el sentido contrario al de rotación de su campo. Al girar los rotores en cualquier dirección las f.e.m. de los estatores se desplazarán en

direcciones opuestas (fig. 18-14, b); si se desprecian las caídas de tensión en el regulador, entonces la tensión U_2 , siempre coincidirá en fase con la tensión U_1 . Los momentos creados por cada uno de los reguladores individuales están dirigidos en sentidos opuestos y, por consiguiente, el momento resultante en el árbol del regulador doble es igual a cero.

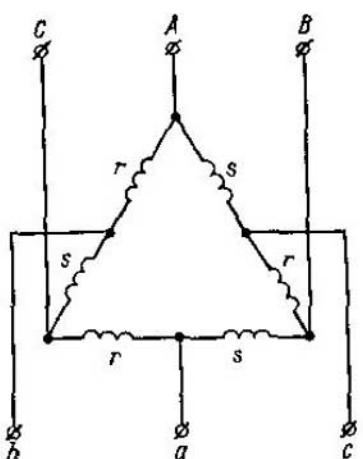


Fig. 18-15. Esquema de un regulador de inducción con conexión de los devanados en triángulo

D. Regulador de inducción con devanados conectados en triángulo común. Los devanados del estator y el rotor de una máquina asincrónica frenada, cuyas fases están conectadas en serie, se pueden conectar en triángulo común (fig. 18-15) y acoplar los vértices A , B y C del triángulo a la red con $U_1 = \text{const}$. En este caso, al girar el rotor de la máquina la tensión U_2 entre los bornes a , b y c variará de magnitud y, en el caso general, también de fase. Si los números efectivos de espiras del estator y el rotor son iguales entre sí: $w_{\text{est}} k_{\text{dev. est}} = w_{\text{rot}} k_{\text{dev. rot}}$ y si se desprecian las caídas de tensión en las resistencias óhmicas de dispersión de los devanados, entonces el desplazamiento de la tensión U_2 respecto de la U_1 constituirá 180° o bien 0 .

En la fig. 18-16 están representados los diagramas de tensiones del regulador para este caso

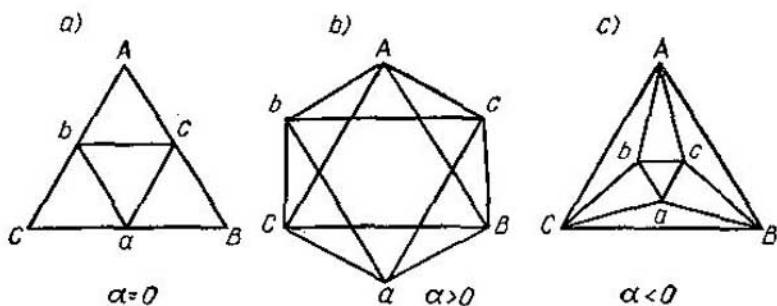


Fig. 18-16. Diagrama de tensiones de un regulador de inducción con conexión de los devanados en triángulo siendo iguales el número de espiras en el rotor y el estator

para diferentes valores del ángulo de giro α del rotor del regulador.

En la fig. 18-16 el triángulo ABC representa el sistema de tensiones de línea invariables del lado primario. Cualesquiera que

sean los valores del ángulo α o la suma geométrica de las f.e.m. de la fase del estator E_{est} y de la fase del rotor E_{rot} de un brazo del triángulo deberá ser igual (con signo contrario) a la tensión de línea primaria de este brazo. Al variar el ángulo α variará también el desfasaje, igual a este ángulo, de las f.e.m. E_{ste} y E_{rot} y la magnitud de estas f.e.m. Como resultado variará la magnitud del triángulo *abc* de tensiones secundarias.

Proporcionalmente a las f.e.m. E_{est} y E_{rot} varía también el flujo magnético principal del regulador, mientras que en el regulador considerado en el p. A el flujo permanece prácticamente constante.

E. Regulador de fase (defasador). El regulador de fase representa una máquina asincrónica con rotor frenado, ejecutada según el esquema de la fig. 18-17. Girando el rotor respecto del estator variamos suavemente la fase de la f.e.m. del rotor sin variar la magnitud de la f.e.m. El regulador de fase se emplea ampliamente en los laboratorios.

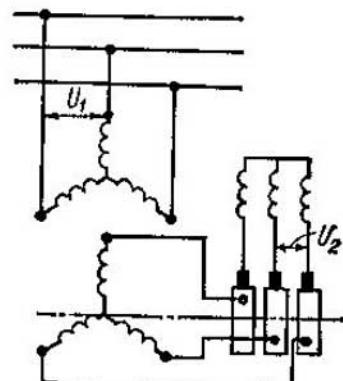


Fig. 18-17. Esquema de un regulador de fase

CAPÍTULO XIX

MÁQUINA ASINCRÓNICA TRIFÁSICA CON ROTOR GIRATORIO

19-1. Fenómenos fundamentales que suceden en la máquina asincrónica con rotor giratorio

La máquina asincrónica puede ser examinada como un transformador no sólo en el caso de rotor inmóvil, sino también cuando este último es giratorio. En este caso la máquina representa un transformador de tipo generalizado, es decir, un transformador en el que se transforma no sólo la tensión, las corrientes y el número de fases, sino también la frecuencia y el tipo de energía. Como resultado, una vez escritas las ecuaciones para la máquina asincrónica y resueltas respecto de la corriente, obtendremos en principio los mismos circuitos equivalentes que para los transformadores. Los circuitos equivalentes, distinguiéndose por su evidencia y simpleza, son sumamente útiles al resolver toda una serie de problemas, incluyendo el problema de construcción del diagrama circular.

En este caso convengamos en lo siguiente:

1) tener en cuenta, así como anteriormente, sólo los primeros armónicos de las magnitudes alternas: tensiones, corrientes, etc., puesto que éstos abarcan y determinan el círculo fundamental de procesos en la máquina asincrónica;

2) examinar los procesos en el rotor, que gira a cualquier velocidad, independientemente de la causa por la cual el rotor se pone en rotación, con el fin de dar al análisis la mayor generalidad posible.

Supongamos que el estator de la máquina asincrónica está acoplado a la red con la tensión dada U_1 y la frecuencia constante f_1 . El flujo principal Φ_m que gira con la velocidad $n_1 = f_1 \cdot p$ crea en el devanado del estator la f.e.m. principal E_1 . El flujo primario de dispersión Φ_{o_1} induce en este mismo devanado la f.e.m. de dispersión $\dot{E}_{o_1} = -jI_1x_2$. Si, además, se tiene en cuenta la resistencia óhmica del devanado del estator r_1 , entonces se puede ver que en el estator de la máquina asincrónica, al girar el rotor, se tienen las mismas f.e.m. que en la máquina con rotor frenado; correspondientemente la ecuación de las tensiones se escribe en

ambos casos idénticamente (véase más arriba el § 18-5), a saber:

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + \dot{I}_1 Z_1. \quad (19-1)$$

De acuerdo con la condición el rotor puede girar en la misma dirección que el campo, y en dirección contraria. En el primer caso consideraremos que la velocidad de rotación del rotor n es positiva, y en el segundo, negativa.

Examinemos los procesos que suceden en el rotor, considerando que el circuito del rotor está por ahora abierto, para lo cual pasemos el contacto móvil del reóstato de la fig. 18-1 a la posición 1.

A. Frecuencia de la f.e.m. inducida en el devanado del rotor. Al girar el rotor con la velocidad n en el campo magnético que gira con la velocidad n_1 todo sucede como si el rotor fuera inmóvil y el flujo Φ_m girara respecto de este último con la velocidad

$$n_2 = n_1 - n.$$

Por lo tanto, la frecuencia de la f.e.m. inducida en el devanado del rotor es

$$f_2 = pn_2 = p(n_1 - n) = n_1 p \frac{n_1 - n}{n_1} = f_1 s, \quad (19-2)$$

donde f_1 es la frecuencia de la red de alimentación y s es el resbalamiento [véase la fórmula (1-3)]. Observamos que para la frecuencia dada la f.e.m. en el rotor varía directamente proporcional al resbalamiento. Para abbreviar, a la frecuencia f_2 se le llama frecuencia de resbalamiento.

Correspondientemente a los límites de variación del resbalamiento desde $s = -\infty$ al funcionar en el régimen de generador hasta $s = +\infty$ al funcionar en el régimen de freno electromagnético ($n < 0$) la frecuencia f_2 también varía desde $f_2 = -\infty$ hasta $f_2 = +\infty$. Los signos "más" y "menos" de la frecuencia f_2 tienen un significado convencional, determinando la variación del signo de la f.e.m. inducida al pasar de un régimen a otro.

B. Fuerza electromotriz del rotor. De acuerdo con la expresión general [véase la fórmula (2-37)] para la f.e.m. del rotor tenemos:

$$E_{2s} = 4,44 f_2 w_2 k_{dev2} \Phi_m = 4,44 f_1 s w_2 k_{dev2} \Phi_m = E_2 s, \quad (19-3)$$

o si el devanado del rotor está reducido al devanado del estator, entonces

$$E'_{2s} = E_2 s, \quad (19-4)$$

es decir, para el flujo principal dado Φ_m , la f.e.m. inducida en el rotor, durante su rotación, es igual a la f.e.m. E_2 para el caso de rotor inmóvil multiplicada por el resbalamiento. Si, por ejemplo, para $n = 0$ y el rotor abierto tenemos en los anillos $U_2 = E_2 = 600 \text{ V}$, aumentando gradualmente la velocidad de rotación del rotor en el sentido del campo desde $n = 0$ hasta $n = n_1$, obtendremos una

variación lineal de E_{zs} desde 600 V hasta 0; para $n > n_1$ la f.e.m. E_{zs} comenzará a aumentar teniendo un valor negativo, o sea, variando su fase respecto de la inicial a 180° .

C. Resistencia del devanado del rotor. Supongamos que el rotor está cerrado a cierta resistencia adicional, para lo cual pasamos el contacto móvil del reóstato, acoplado al circuito del rotor, de la posición 1 a la posición 3 (fig. 18-1). Admitamos que esta resistencia es óhmica, puesto que esto corresponde mejor a las condiciones de funcionamiento de la máquina asincrónica con anillos de colector. Entonces la resistencia óhmica del circuito del rotor será $R_2 = r_2 + r_{ad}$, donde r_2 es la resistencia óhmica del propio devanado del rotor y r_{ad} es la resistencia adicional conectada al circuito del rotor por intermedio de los anillos de colector.

Si se desprecian los procesos de desplazamiento de la corriente en los conductores del devanado del rotor y la variación de la resistencia óhmica del devanado debido a la variación de su temperatura, se puede considerar que

$$R_2 = r_2 + r_{ad} = \text{const.}$$

o si las resistencias están reducidas al devanado del estator

$$R'_2 = r'_2 + r'_{ad} = \text{const.}$$

La inductancia de dispersión del rotor inmóvil es $x_2 = 2\pi f_1 L_{o2}$, donde L_{o2} es la inductancia determinada por el flujo secundario de dispersión. Dado que los flujos de dispersión pasan principalmente por el aire, entonces $L_{o2} \approx \text{const.}$ Por consiguiente, la inductancia del rotor durante su rotación es

$$x_{2s} = 2\pi f_1 L_{o2} = 2\pi f_1 s L_{o2} = x_2 s \quad (19-5)$$

o al reducirla al devanado del estator

$$x'_{2s} = x_2 s, \quad (19-6)$$

o sea, la inductancia del devanado del rotor durante su rotación es igual a la inductancia del rotor inmóvil multiplicada por el resbalamiento.

19-2. Ecuación de las f.e.m. del rotor y corriente del rotor

Si el circuito del rotor está cerrado, entonces por él circula la corriente I_2 creada por el flujo de dispersión Φ_{o2} (fig. 19-1, a) y la resistencia con que tropieza r_2 . Correspondientemente en el devanado del rotor existen la f.e.m. $\dot{E}_{zs} = \dot{E}_2 s$, creada por el flujo principal Φ_m , y la f.e.m. de dispersión $\dot{E}_{o2} = -j I_2 x_{2s} = -j I_2 x_2 s$. Entonces, de acuerdo con la segunda ley de Kirchhoff tenemos:

$$\dot{E}_{zs} + \dot{E}_{o2} = \dot{E}_2 s - j I_2 x_2 s - I_2 r_2$$

o bien

$$\dot{E}_2 s = I_2 Z_{2s}, \quad (19-7)$$

donde $Z_{2s} = r_2 + jx_2 s$ es la impedancia del rotor real.

Por consiguiente,

$$I_2 = \frac{\dot{E}_{2s}}{Z_{2s}} = \frac{\dot{E}_{2s}}{r_2 + jx_2 s} \quad (19-8)$$

y

$$I_2 = \frac{\dot{E}_{2s}}{\sqrt{r_2^2 + x_2^2 s^2}}. \quad (19-9)$$

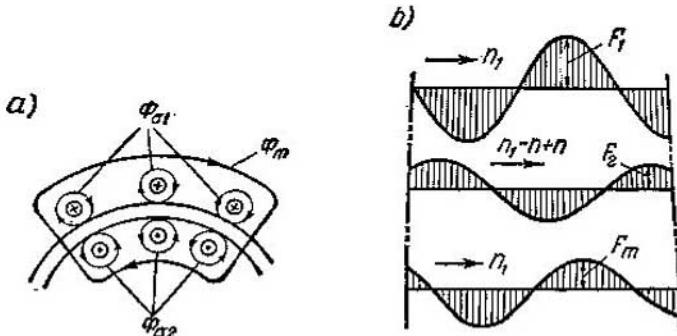


Fig. 19-1. Fluxos y f.m. de una máquina asincrónica con rotor giratorio

Si el devanado del rotor está reducido al devanado del estator, entonces

$$\dot{E}'_{2s} = I'_2 Z'_{2s}, \quad (19-10)$$

donde $Z'_{2s} = r'_2 + jx'_2 s$ es la impedancia del rotor reducido. De aquí

$$I'_2 = \frac{\dot{E}'_{2s}}{r'_2 + jx'_2 s} \quad (19-11)$$

y

$$I'_2 = \frac{\dot{E}'_{2s}}{\sqrt{r'^2_2 + x'^2_2 s^2}}. \quad (19-12)$$

19-3. Velocidad de rotación de la f.m. del rotor

Al circular por el devanado del rotor la corriente I_2 crea la f.m. F_2 que gira respecto del rotor con la velocidad n_2 , correspondiente a la frecuencia f_2 de la corriente en el rotor. Además, el propio rotor gira con velocidad n . Por consiguiente, la f.m. F_2 del rotor gira respecto de algún punto fijo en el espacio y, por lo

tanto, también respecto del estator con la velocidad $n_2 + n$. Pero

$$n_2 = \frac{f_2}{p} = \frac{f_1 s}{p} = n_1 s = n_1 - \frac{n_1 - n}{n_1} = n_1 - n.$$

Por consiguiente,

$$n_2 + n = n_1 - n + n = n_1,$$

es decir, la f.m. del rotor gira siempre en el espacio (o sea, independientemente del régimen de trabajo) con la misma velocidad y en la misma dirección que la f.m. del estator. Aquí les hacemos recordar una vez más que al hablar de la f.m. de una máquina asincrónica, acordamos en tener en cuenta sólo sus primeros armónicos.

19-4. Ecuación de las f.m. y diagramas vectoriales de los flujos de una máquina asincrónica

A. Ecuación de las f.m. Puesto que en la máquina asincrónica la f.m. del estator y la f.m. del rotor F_1 y F_2 giran en el espacio con la misma velocidad y en un mismo sentido, entonces se puede considerar que son inmóviles una respecto a la otra y, por lo tanto, crean una onda sinusoidal giratoria común de la f.m. F_m . En este caso la sinusode de la f.m. F_2 deberá estar desplazada en el espacio respecto de la sinusode de la f.m. F_1 a un ángulo tal, que la f.m. resultante F_m sea suficiente para crear el flujo magnético principal Φ_m necesario por las condiciones de equilibrio de las f.e.m.

Así pues,

$$\hat{F}_1 + \hat{F}_2 = \hat{F}_m. \quad (19-12a)$$

Sustituyendo aquí los valores de la f.m. por la fórmula (4-36), obtendremos:

$$m_1 w_1 k_{\text{dev } 1} I_1 + m_2 w_2 k_{\text{dev } 2} I'_2 = m_1 w_1 k_{\text{dev } 1} I_m \quad (19-12b)$$

o bien

$$I_1 + \frac{m_2 w_2 k_{\text{dev } 2}}{m_1 w_1 k_{\text{dev } 1}} I_2 = I_1 + \frac{1}{k_i} I_2 = I_1 + I'_2 = I_m. \quad (19-12c)$$

Vemos que las ecuaciones de las f.m. de la máquina asincrónica al girar el rotor repiten las ecuaciones de las f.m. (18-7a) y (18-7b) de la máquina asincrónica para $n=0$. De acuerdo con esto también el cuadro de las f.m. de la fig. 19-1, b repite el cuadro de las f.m. de la fig. 18-8 con la única diferencia de que la velocidad de rotación en el espacio n_1 de la f.m. F_2 de la fig. 19-1 se compone de la velocidad $n_2 = n_1 - n$ de la f.m. F_2 respecto del rotor y de la velocidad n del propio rotor. Esta deducción es justa para cualquier régimen de funcionamiento de la máquina asincrónica. Mientras la máquina funciona como motor la veloci-

dad n_2 tiene valor positivo, es decir, la f.m. del rotor gira en el mismo sentido que el rotor. Al funcionar la máquina en el régimen de generador la velocidad n_2 tiene valor negativo, o sea, la f.m. del rotor gira en sentido contrario al de rotación del rotor. Este mismo sentido de rotación de la f.m. respecto del rotor tiene lugar al funcionar la máquina como freno electromagnético.

B. Diagramas vectoriales de la máquina asincrónica como caso particular del transformador. El flujo de inducción mutua Φ se determina por la magnitud de la corriente magnetizante I_m , igual a la suma geométrica de la corriente I_1 y la corriente reducida I'_2 .

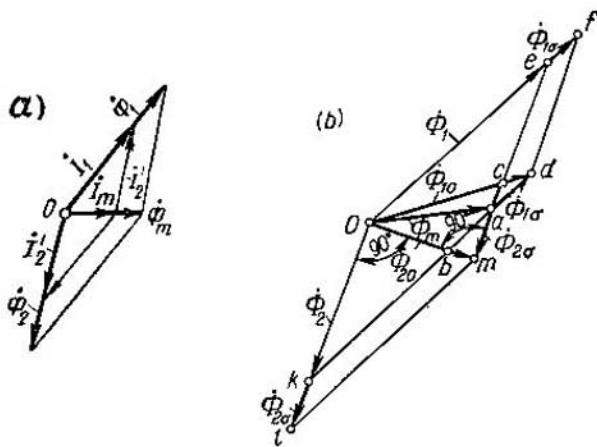


Fig. 19-2. Diagramas vectoriales de las corrientes y flujos de una máquina asincrónica como caso particular del transformador

Despreciando las pérdidas en el acero se puede aceptar que el flujo $\dot{\Phi} = \dot{\Phi}_m$ coincide en fase con la corriente I_m . Introduzcamos en el examen los flujos ficticios $\dot{\Phi}_1$ y $\dot{\Phi}_2$ que coinciden en fase con las corrientes I_1 y I_2 y que son proporcionales a estas corrientes, de tal modo que

$$\frac{\dot{\Phi}_m}{I_m} = \frac{\dot{\Phi}_1}{I_1} = \frac{\dot{\Phi}_2}{I_2}.$$

En este caso se puede considerar que el flujo $\dot{\Phi}_m$ es igual a la suma geométrica de los flujos $\dot{\Phi}_1$ y $\dot{\Phi}_2$:

$$\dot{\Phi}_m = \dot{\Phi}_1 + \dot{\Phi}_2.$$

El *diagrama vectorial de las corrientes y los flujos* tendrá la forma representada en la fig. 19-2, a.

Del diagrama vectorial de las corrientes se desprende que \dot{I}_2' representa la componente de la corriente primaria que compensa el efecto magnético del circuito secundario sobre el primario.

Como el flujo es igual a la f.m. dividida entre la resistencia magnética, entonces para todos los flujos mencionados más arriba se pueden escribir las siguientes relaciones:

$$\dot{\Phi}_m = \frac{\dot{F}_m}{R_m} = \frac{w_1 \dot{I}_m}{R_m}; \quad \dot{\Phi}_1 = \frac{F_1}{R_m} = \frac{w_1 \dot{I}_1}{R_m}; \quad \dot{\Phi}_2 = \frac{F_2}{R_m} = \frac{w_2 \dot{I}_2}{R_m},$$

donde R_m es la resistencia magnética del circuito principal por el contorno de inducción mutua.

Construyamos ahora el diagrama vectorial de los flujos de la máquina asincrónica introduciendo los flujos de dispersión $\dot{\Phi}_{1\sigma}$ y $\dot{\Phi}_{2\sigma}$.

El flujo de dispersión primario

$$\dot{\Phi}_{1\sigma} = \frac{w_1 \dot{I}_1}{R_{1\sigma}}, \quad (19-13a)$$

y el secundario

$$\dot{\Phi}_{2\sigma} = \frac{w_2 \dot{I}_2}{R_{2\sigma}}, \quad (19-13b)$$

donde $R_{1\sigma}$ y $R_{2\sigma}$ son las resistencias magnéticas de los circuitos primario y secundario por los contornos de su dispersión. Dado que $\dot{\Phi}_1$ y $\dot{\Phi}_2$ coinciden en fase con \dot{I}_1 , entonces, pues, coinciden en fase uno con el otro, por lo cual pueden ser adicionados algebraicamente. Correspondientemente los flujos $\dot{\Phi}_2$ y $\dot{\Phi}_{2\sigma}$ coinciden en fase con \dot{I}_2' y también pueden ser adicionados algebraicamente.

Adicionando geométricamente el flujo total ($\dot{\Phi}_1 + \dot{\Phi}_{1\sigma}$) al flujo $\dot{\Phi}_2$ obtendremos el flujo resultante $\dot{\Phi}_{10}$, y adicionando geométricamente el flujo total ($\dot{\Phi}_1 + \dot{\Phi}_{2\sigma}$) al flujo $\dot{\Phi}_2$ obtendremos el flujo resultante $\dot{\Phi}_{20}$. El diagrama vectorial de todos los flujos indicados más arriba viene dado en la fig. 19-2, b. De este diagrama vectorial se desprende que

$$\dot{\Phi}_{10} = \dot{\Phi}_m + \dot{\Phi}_{1\sigma}; \quad \dot{\Phi}_{20} = \dot{\Phi}_m - \dot{\Phi}_{2\sigma}.$$

El diagrama vectorial de la fig. 19-2, b ofrece la posibilidad de separar los flujos realmente existentes de la máquina asincrónica de los flujos ficticios imprescindibles para la generalidad de la construcción del diagrama. Confrontando el cuadro de los flujos de la fig. 19-2, a con el diagrama vectorial de la fig. 19-2, b, se pueden hacer las siguientes divisiones de los flujos.

El flujo de inducción mutua $\dot{\Phi}_m$ existe en el espacio de aire entre el estator y el rotor. El flujo de dispersión $\dot{\Phi}_{1\sigma}$ existe por las vías de fuga del circuito primario, y el flujo del dispersión $\dot{\Phi}_{2\sigma}$,

por las vías de fuga del circuito secundario. El flujo $\dot{\Phi}_{1\sigma}$ representa el flujo total que penetra en el devanado primario de la máquina, y el flujo $\dot{\Phi}_{2\sigma}$, el flujo total que penetra en el devanado secundario de la máquina. Los demás flujos $\dot{\Phi}_1$ y $\dot{\Phi}_2$ son ficticios. El flujo $\dot{\Phi}_1$ representa el flujo de inducción mutua que existiría si la corriente del circuito primario fuera igual a la corriente I_1 , y el circuito secundario estuviera abierto. En este caso la resistencia magnética de inducción mutua R_m debe ser la misma que para la corriente magnetizante resultante \dot{I}_m ; igualmente $\dot{\Phi}_2$ corresponde a la corriente I_2 para la corriente $I_1=0$ y la resistencia magnética R_m , que permanece invariable. En el diagrama de la fig. 19-2, b los flujos realmente existentes se han destacado con líneas gruesas, y los flujos ficticios, con líneas finas.

La introducción de la noción de flujos ficticios $\dot{\Phi}_1$ y $\dot{\Phi}_2$ ofrece la posibilidad de no sólo realizar la construcción del diagrama vectorial completo de los flujos (fig. 19-2, b), sino también de introducir la noción de coeficientes de dispersión que desempeñan un gran papel al estudiar los procesos de funcionamiento de la máquina asincrónica. El coeficiente de dispersión primario τ_1 es igual a la relación entre los flujos $\dot{\Phi}_{1\sigma}$ y $\dot{\Phi}_1$ que se formaría para la misma corriente I_1 , pero con la resistencia magnética del contorno de inducción mutua R_m que corresponde a la corriente magnetizante normal \dot{I}_m . Correspondientemente el coeficiente de dispersión secundario τ_2 es igual a la relación entre el flujo $\dot{\Phi}_{2\sigma}$ y el $\dot{\Phi}_2$.

Así pues,

$$\tau_1 = \frac{\dot{\Phi}_{1\sigma}}{\dot{\Phi}_1} = \frac{R_m}{R_{1\sigma}} = \frac{\lambda_{1\sigma}}{\lambda_m} = \frac{x_1}{x_m}$$

$$\text{y } \tau_2 = \frac{\dot{\Phi}_{2\sigma}}{\dot{\Phi}_2} = \frac{R_m}{R_{2\sigma}} = \frac{\lambda_{2\sigma}}{\lambda_m} = \frac{x'_2}{x_m},$$

ya que $x_1 \sim \lambda_{1\sigma}$; $x_2 \sim \lambda_{2\sigma}$; $x_m \sim \lambda_m$, donde $\lambda_{1\sigma}$, $\lambda_{2\sigma}$ y λ_m son las permeancias de las vías de dispersión y del circuito principal.

El coeficiente de dispersión total τ , la noción sobre el cual se introdujo por Geiland, es igual a [153]

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_1 \tau_2.$$

19-5. Circuitos equivalentes de una máquina asincrónica

En toda una serie de casos es más cómodo operar no con la máquina asincrónica real, que representa un sistema de dos (o en el caso general de varios) circuitos acoplados electromagnéticamente, sino con un sistema eléctrico equivalente a esta máquina,

creando para este fin el correspondiente circuito equivalente análogo al circuito equivalente del transformador.

A. Circuito equivalente real físicamente existente de los circuitos primario y secundario. El circuito físico de los flujos de la máquina asincrónica, al girar el rotor (fig. 19-1), es análogo al circuito de los flujos durante el cortocircuito (fig. 18-3) y ofrece la posibilidad de representar a la máquina en forma de circuitos

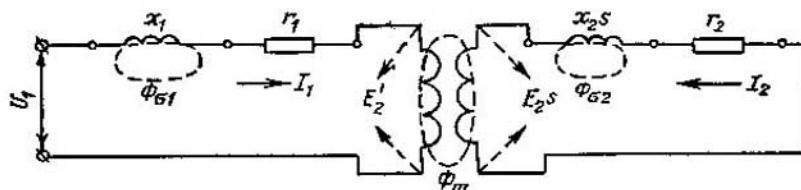


Fig. 19-3. Esquema físico del acoplamiento de los circuitos primario y secundario

equivalentes (fig. 19-3). Los circuitos primario y secundario de la máquina están conectados en acoplamiento por transformador con ayuda del flujo de inducción mutua Φ_m que se induce en el circuito secundario por la f.e.m. $E_{2s} + E_2'$ al girar el rotor. Esta f.e.m. origina en el circuito secundario una corriente determinada por la expresión (19-8).

B. Circuito equivalente físico reducido al rotor inmóvil. La expresión (19-8) para la corriente I_2 puede ser transformada en la forma siguiente:

$$I_2 = \frac{\dot{E}_{2s}}{r_2 + jx_{2s}} = \frac{\dot{E}_2}{\frac{r_2}{s} + jx_2}. \quad (19-14)$$

La nueva expresión para I_2 tiene un nuevo sentido físico que puede ser formulado de la manera siguiente. En el circuito secundario ahora en lugar de la f.e.m. \dot{E}_{2s} con la frecuencia f_1s , siendo el rotor giratorio, existirá la f.e.m. \dot{E}_2 con la frecuencia f_1 , siendo el rotor inmóvil. Correspondientemente en lugar de la inductancia con rotor giratorio x_{2s} en el circuito secundario actúa la inductancia con rotor inmóvil x_2 . Para que siendo el rotor inmóvil circule por el circuito secundario la corriente I_2 de una misma magnitud y fase respecto de \dot{E}_2 , es necesario introducir en lugar de r_2 que actúa al girar el rotor, una nueva resistencia igual a

$$\frac{r_2}{s} = r_2 + r_2 \frac{1-s}{s}.$$

Así pues, si siendo el rotor inmóvil se desea disponer en él de la misma corriente, hay que introducir en el circuito secundario,

una resistencia óhmica adicional igual a

$$r_2 = \frac{1-s}{s}.$$

En ambos casos el desfasaje de la corriente respecto de la f.e.m. que la provoca será el mismo. En efecto, en el primer caso

$$\operatorname{tg} \psi_2 = \frac{x_2 s}{r_2},$$

y en el segundo

$$\operatorname{tg} \psi_2 = \frac{x_2}{r_2/s} = \frac{x_2 s}{r_2}.$$

Es obvio que en este caso también la corriente I_1 del estator no varía de magnitud ni de fase y, por consiguiente, no varía la potencia consumida de la red o de salida a esta última. Como las pérdidas eléctricas en los devanados en los circuitos primario y secundario no varían, entonces la potencia desarrollada por el motor en el árbol durante su rotación será igual a la potencia consumida en la resistencia adicional $r_2(1-s):s$. La tesis indicada permite analizar en lugar del motor giratorio el inmóvil con la resistencia óhmica adicional indicada, con la particularidad de que la potencia absorbida por éste es igual a la potencia mecánica desarrollada en el rotor durante su rotación.

Al funcionar la máquina asincrónica en el régimen de generador ($-\infty < s < 0$) y como freno electromagnético ($1 < s < \infty$) la magnitud de la resistencia adicional $r_2(1-s):s$ se hace negativa. Físicamente esto corresponde al hecho de que en los regímenes indicados la máquina absorbe del árbol la potencia mecánica

$$P = m_2 I_2^2 r_2 \frac{1-s}{s},$$

siendo la dirección de movimiento de la energía opuesta en comparación con el régimen de funcionamiento como motor, a causa de lo cual también la potencia P debe considerarse negativa. Así pues, se puede considerar que en los regímenes indicados en el circuito del rotor del circuito equivalente se ha insertado un generador de corriente alterna con frecuencia f_1 , que desarrolla una potencia en una fase

$$I_2^2 r_2 \frac{1-s}{s} = I_2^2 r_2 \frac{1-s}{s}.$$

El circuito equivalente de la fig. 19-3 puede ser sustituido por el circuito equivalente de la fig. 19-4 para el transformador estático con la resistencia adicional $r_2(1-s):s$. Esto permite estudiar el circuito indicado (fig. 19-4) en lugar del circuito de la máquina con rotor giratorio (fig. 19-3) y al estudiar el segundo circuito pasar todas las deducciones al primero.

C. Circuito equivalente de la máquina asincrónica como transformador. Para transformar el circuito equivalente de la fig. 19-4 en circuito equivalente del transformador es necesario reducir el circuito secundario al primario de la misma manera que se hizo en el § 18-3. En este caso las magnitudes reducidas, designadas con

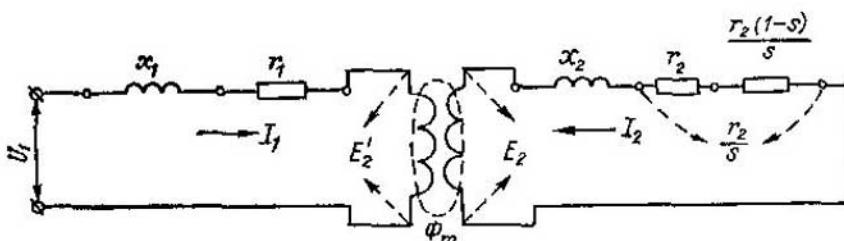


Fig. 19-4. Circuito equivalente físico reducido al rotor inmóvil

las mismas letras afectadas de una comilla, se expresan de acuerdo con el § 18-3 por medio de las magnitudes no reducidas de la manera siguiente:

$$E'_2 = k_e E_2; \quad I'_2 = \frac{I_2}{k_i}; \\ x'_2 = k_e k_i x_2 = k x_2; \quad r'_2 = k_e k_i r_2 = k r_2.$$

El valor de la corriente secundaria I'_2 reducido al circuito primario se determina por medio del valor reducido de la f.e.m. E'_2 y los valores reducidos de las resistencias del circuito secundario del modo siguiente:

$$I'_2 = \frac{\dot{E}'_2}{\frac{r'_2}{s} + jx'_2} = \frac{\dot{E}'_2}{Z'_2}, \quad (19-15)$$

donde

$$Z'_2 = \frac{r'_2}{s} + jx'_2. \quad (19-16)$$

El desfasaje de la corriente secundaria reducida \dot{I}'_2 respecto de la f.e.m. secundaria reducida \dot{E}'_2 es igual al desfasaje de la corriente \dot{I}_2 respecto de la f.e.m. \dot{E}_2 , como se desprende de lo expuesto en el § 19-5, p. B.

Representemos ahora el circuito equivalente completo de la máquina asincrónica. Por cuanto en los bornes del circuito magnetizante se obtiene por el lado de los circuitos primario y secundario una misma tensión, igual a $E_1 = E'_2$, los puntos comunes equivalentes de ambos circuitos del esquema de la fig. 19-4 pueden hacerse coincidir y entonces se obtiene el circuito equivalente representado en la fig. 19-5. En este caso, en el esquema de la fig. 19-5 en el circuito magnetizante figura la inductancia de

inducción mutua de los circuitos primario y secundario reducidos x_m , igual a la resistencia de inducción mutua de la fase del estator debida al primer armónico del flujo en el espacio de aire [véase el § 5-1, la igualdad (5-5)], y r_m tiene en cuenta las pérdidas en el acero.

La corriente del circuito magnetizante del esquema de la fig. 19-5 es igual a la suma geométrica de las corrientes \dot{I}_1 y \dot{I}'_2 :

$$\dot{I}_m = \dot{I}_1 + \dot{I}'_2, \quad (19-17)$$

y por eso

$$\dot{E}_1 = \dot{E}'_2 = \dot{I}_m(r_m + jx_m) = \dot{I}_m Z_m. \quad (19-18)$$

Puesto que las resistencias en el circuito de la fig. 19-5 están dispuestas en forma de la letra T, este circuito equivalente se llama en T.

D. Circuito equivalente de la máquina asincrónica con contorno magnetizante sacado a los bornes de la red. A diferencia del transformador, que es solamente un convertidor de la energía eléctrica

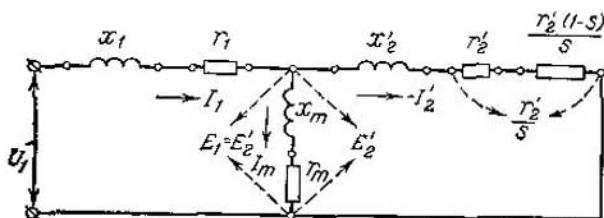


Fig. 19-5. Circuito equivalente de una máquina asincrónica como transformador

de una tensión en energía eléctrica de otra tensión, el motor asincrónico es un receptor que transforma la energía eléctrica en mecánica. Al disminuir la carga la tensión en los bornes permanece habitualmente constante, mientras que el flujo de inducción mutua y su correspondiente f.e.m. $E_1 = E'_2$ en los bornes del contorno magnetizante del circuito de la fig. 19-5 al variar la carga, bajo la influencia de la caída de tensión $I_1 Z_1$ en el circuito primario, varían.

El circuito equivalente en ángulo, al estudiar los procesos que suceden en la máquina asincrónica, tiene una ventaja esencial ante el circuito en T equivalente empleado al estudiar los procesos en los transformadores [197, 212].

En los transformadores el contorno magnetizante representa un elemento situado entre los lados primario y secundario y ofrece la posibilidad de estudiar los fenómenos que suceden al variar la dirección del flujo de energía.

A diferencia del transformador el motor asincrónico, siendo un receptor de energía, debe considerarse siendo invariable la tensión en los bornes, es decir, siendo $U_1 = \text{const}$. En este caso en el circuito en T equivalente las corrientes varían no sólo en el circuito principal, sino también en el contorno magnetizante derivado, por lo cual todas las corrientes I_1 , I_2 y I_m dependen del régimen de funcionamiento, o sea, varían al variar el resbalamiento y correspondientemente la velocidad de rotación.

En el circuito en ángulo la corriente I_{m0} en el contorno derivado, si $U_1 = \text{const}$ y varía el resbalamiento s , queda constante, variando solamente la corriente en el circuito principal.

Los regímenes de generador y de freno en la máquina asincrónica se estudian también a tensión constante en los bornes $U_1 = \text{const}$, por eso también para estos regímenes de funcionamiento el circuito en ángulo tiene las mismas ventajas que para el régimen de motor.

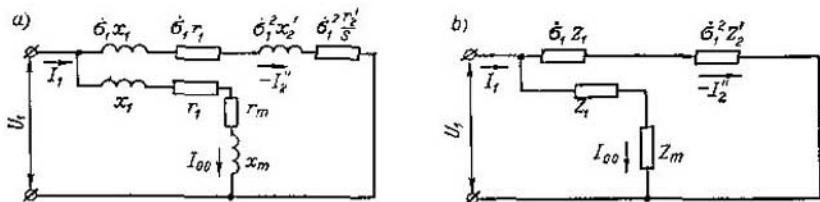


Fig. 19-6. Circuitos equivalentes precisos con el circuito magnetizante sacado a los terminales primarios de la red

Hallaremos la corriente $-I_2^*$ del circuito principal del circuito transformado (fig. 19-6) como la diferencia geométrica entre la corriente del circuito principal I_1 y la corriente del régimen en vacío ideal I_{m0} para $s=0$ del circuito en T del transformador.

De acuerdo con la fig. 19-5 tenemos:

$$I_1 = \frac{\dot{U}_1}{Z_1 + \frac{Z'_2 Z_m}{Z'_2 + Z_m}} = \frac{Z'_2 + Z_m}{Z_1 Z'_2 + Z_1 Z_m + Z'_2 Z_m} \dot{U}_1, \quad (19-19)$$

y la corriente del contorno magnetizante para $s=0$

$$I_{m0} = \frac{\dot{U}_1}{Z_1 + Z_m} = \frac{\dot{U}_1}{Z_m \left(1 + \frac{Z_1}{Z_m} \right)} = \frac{\dot{U}_1}{Z_m \sigma_1} = \frac{\dot{U}_1}{Z'_m}, \quad (19-20)$$

donde

$$\sigma_1 = 1 + \frac{Z_1}{Z_m} \quad (19-21)$$

y

$$Z'_m = \sigma_1 Z_m = Z_1 + Z_m. \quad (19-22)$$

La corriente del circuito principal del circuito transformado es

$$\begin{aligned}
 -I_2' &= I_1 - I_{\text{oo}} = \dot{U}_1 \left(\frac{Z_2' + Z_m}{Z_1 Z_2' + Z_1 Z_m + Z_2' Z_m} - \frac{1}{Z_1 + Z_m} \right) = \\
 &= \frac{\dot{U}_1 Z_m^2}{(Z_1 + Z_m)(Z_1 Z_2' + Z_1 Z_m + Z_2' Z_m)} = \\
 &= \frac{\dot{U}_1}{Z_1 \left(1 + \frac{Z_1}{Z_m} \right) + Z_2' \left(1 + \frac{Z_1}{Z_m} \right)^2} = \\
 &= \frac{\dot{U}_1}{Z_1 \sigma_1 + Z_2' \sigma_1^2} = \frac{\dot{U}_1}{Z_1'' + Z_2''}, \tag{19-23}
 \end{aligned}$$

donde

$$Z_1'' = Z_1 \sigma_1, \quad Z_2'' = Z_2' \sigma_1^2. \tag{19-24}$$

A las relaciones obtenidas responde el circuito equivalente en ángulo de la fig. 19-6.

La corriente del circuito principal del circuito equivalente (fig. 19-5) es

$$\begin{aligned}
 -I_2' &= \frac{\dot{U}_1 - I_1 Z_1}{Z_2'} = \frac{\dot{U}_1}{Z_2'} \left[1 - \frac{(Z_2' + Z_m) Z_1}{Z_1 Z_2' + Z_1 Z_m + Z_2' Z_m} \right] = \\
 &= \frac{\dot{U}_1}{Z_1 + Z_2' \left(1 + \frac{Z_1}{Z_m} \right)} = \frac{\dot{U}_1}{Z_1 + Z_2' \sigma_1} = \frac{\dot{U}_1 \sigma_1}{Z_1'' + Z_2''}. \tag{19-25}
 \end{aligned}$$

Así pues, la relación entre las corrientes de los circuitos principales de los circuitos en T y en ángulo será

$$\frac{I_2'}{I_2''} = 1 + \frac{Z_1}{Z_m} = \sigma_1. \tag{19-26}$$

La resistencia secundaria equivalente del circuito principal del circuito equivalente en ángulo para el caso de marcha en vacío sincrónica, correspondiente al resbalamiento $s = 0$, será $Z_2' \sigma_1^2 = \infty$, a consecuencia de lo cual la corriente del circuito principal $I_2' = 0$ y correspondientemente la corriente primaria $I_1 = I_{\text{oo}}$. Por consiguiente, la corriente en vacío del circuito transformado es igual a la corriente en vacío del circuito en T principal siendo $s = 0$.

El coeficiente de corrección σ_1 varía los parámetros fundamentales de los circuitos principal y magnetizante y la magnitud y los ángulos de fase de las corrientes, pero no depende del resbalamiento. Por cuanto $r_m \ll x_m$, el coeficiente de corrección σ_1 se puede representar en la forma siguiente:

$$\sigma_1 = 1 + \frac{Z_1}{Z_m} \approx \left(1 + \frac{x_1}{x_m} \right) - j \frac{r_1}{x_m} = \sigma_1 - j \frac{r}{x_m}, \tag{19-27}$$

donde

$$\sigma_1 = 1 + \frac{x_t}{x_m} = 1 + \frac{\Phi_{\sigma_t}}{\Phi_m} = 1 + \tau_1 \quad (19-28)$$

representa el coeficiente de dispersión total del circuito primario y $\tau_1 = \Phi_{\sigma_t}/\Phi_m$ es el coeficiente de dispersión del circuito primario.

La transformación examinada del circuito en T principal en circuito en ángulo es justa para cualesquiera valores de s en los límites $-\infty \leq s \leq +\infty$.

Como la corriente I_{00} , siendo $U_1 = \text{const}$, es invariable, la determinación de la corriente I_1 para distintos valores de s y correspondientemente de $-I_2'$ por el circuito en ángulo no presenta dificultades.

Puesto que habitualmente la relación r_1/x_m es bastante pequeña, se puede, despreciando la parte imaginaria de σ_1 , tener en cuenta en la mayoría de los casos sólo su parte real igual a

$$\sigma_1 = 1 + \frac{x_t}{x_m}.$$

En las máquinas reales $\sigma_1 = 1,04 - 1,08$.

E. Circuito equivalente en ángulo precisado de la máquina asincrónica. Para el cálculo de los valores de las corrientes, potencias y otros datos semejantes de las máquinas asincrónicas ofrece

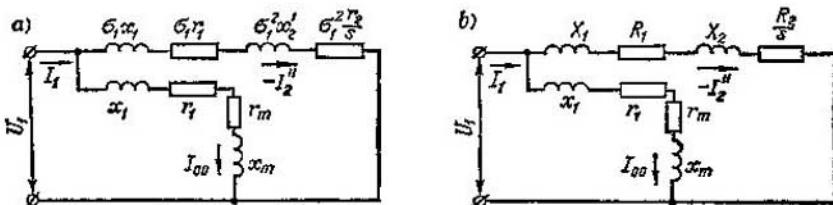


Fig. 19-7. Circuitos equivalentes precisados con el circuito magnetizante sacado a los terminales de la red primaria

resultados bastante exactos el circuito equivalente en ángulo precisado (fig. 19-7) obtenido del circuito en ángulo preciso (fig. 19-6) si se admite para el circuito principal el coeficiente de corrección como el número real σ_1 determinado por la igualdad (19-28). En este caso

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 Z_1 &= \sigma_1 r_1 + j\sigma_1 x_1 = R_1 + jX_1; \\ \sigma_1^2 Z_2' &= \sigma_1^2 \frac{r_2'}{s} + j\sigma_1^2 x_2' = \frac{R_2}{s} + jX_2, \end{aligned} \right\} \quad (19-29)$$

donde

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \sigma_1 r_1, & R_2 &= \sigma_1^2 r_2'; \\ X_1 &= \sigma_1 x_1, & X_2 &= \sigma_1^2 x_2'. \end{aligned} \right\} \quad (19-30)$$

Así pues, en el circuito equivalente precisado (fig. 19-7) figurarán las resistencias de los circuitos primario y secundario aumentadas respectivamente σ_1 y σ_1^2 veces.

La resistencia del circuito en paralelo seguirá siendo en este caso

$$Z_m = Z_1 + Z_m,$$

y la relación entre las corrientes del circuito principal será

$$I'_2 = \sigma_1 I''_2,$$

es decir, I'_2 coincide en fase con I''_2 y es σ_1 veces menor que esta última.

En el circuito en ángulo precisado se puede intercalar en el circuito principal la inductancia total

$$X_c = X_1 + X_2 = \sigma_1 x_1 + \sigma_1^2 x_2, \quad (19-31)$$

y siendo $s=1$ también la resistencia óhmica total

$$R_c = R_1 + R_2 = \sigma_1 r_1 + \sigma_1^2 r_2. \quad (19-32)$$

Las resistencias R_c y X_c son aproximadamente iguales a las resistencias de cortocircuito de la máquina ($s=1$), ya que para $s=1$ la resistencia del circuito magnetizante $Z_1 + Z_m$ es grande en comparación con la resistencia del circuito principal $R_c + jX_c$.

El valor de X_c se determina por el valor de los flujos de dispersión de la máquina.

Ejemplo. Determinar los parámetros del circuito equivalente en ángulo precisado (fig. 19-7) de un motor asincrónico trifásico con rotor bobinado y simple en cortocircuito.

Los datos eléctricos nominales del motor con rotor bobinado son: potencia en el árbol $P_2 = 250 \text{ kW}$, número de fases $m=3$, frecuencia $f=50 \text{ Hz}$, número de polos $2p=6$, tensión de la línea $U_1=3000 \text{ V}$, tensión de fase con conexión en estrella $U_{1f}=1730 \text{ V}$, corriente de fase nominal $I_{1n}=60 \text{ A}$, corriente en vacío $I_0=17,5 \text{ A}$, rendimiento $\eta_n=90\%$, $\cos \varphi_n=0,89$.

Datos constructivos del motor con rotor bobinado: $D_a=730 \text{ mm}$, $D=523,3 \text{ mm}$, $\tau=275 \text{ mm}$, $l_0=364 \text{ mm}$, $l=334 \text{ mm}$, $Z_1=90$, $Z_2=72$, $w_1=210$, $w_2=24$, $\beta_1=0,8$, $\beta_2=1,0$, $q_1=5$, $q_2=4$; inductancia del devanado del estator $x_1=2,78 \Omega$, resistencia óhmica del devanado del estator $r_1=0,68 \Omega$; inductancia del devanado del rotor $x_2=0,07 \Omega$, resistencia óhmica del devanado del rotor $r_2=0,00818 \Omega$.

La inductancia del contorno magnetizante, por la fórmula (5-5), es:

$$x_m = 2mf \frac{\mu_0 D_1 l}{k_\delta k_\mu \delta} \frac{w_1^2 k^2_{\text{dev}}}{p^2} = 2 \cdot 3 \cdot 50 \cdot \frac{1,26 \cdot 10^{-6} \cdot 52,3 \cdot 33,4}{1,6 \cdot 1,75 \cdot 0,1} \frac{210^2 \cdot 0,91^2}{3^2} = 95,6 \Omega.$$

Aquí el coeficiente de entrehierro $k_\delta=1,6$ y el coeficiente de saturación de todo el circuito magnético $k_\mu=1,75$.

La inductancia del contorno en vacío es

$$x_0 = x_m + x_1 = 95,6 + 2,78 = 98,4 \Omega.$$

La impedancia en circuito abierto es

$$Z_0 = \frac{x_0}{\sin \psi_0} \approx \frac{98,4}{0,99} = 99 \Omega.$$

La resistencia óhmica del contorno en vacío es

$$r_0 = r_1 + r_m = \sqrt{Z_0^2 - x_0^2} = \sqrt{99^2 - 98,4^2} = 11,68 \Omega.$$

La resistencia óhmica del circuito magnetizante es

$$r_m = r_0 - r_1 = 11,68 - 0,68 = 11 \Omega.$$

La corriente en vacío es

$$I_0 = \frac{U_{1f}}{Z_0} = \frac{1730}{99} = 17,5 \text{ A.}$$

La corriente en vacío relativa es

$$\frac{I_0}{I_{t,n}} = \frac{17,5}{60} = 0,292.$$

Las pérdidas en el acero en el régimen de marcha en vacío es

$$p_{ac} = 3I_0^2 r_m = 3 \cdot 17,5^2 \cdot 11 = 10125 \text{ W.}$$

Las pérdidas totales en el régimen teórico de marcha en vacío son

$$p_0 = 3I_0^2(r_1 + r_m) = 3 \cdot 17,5^2 \cdot 11,68 = 10750 \text{ W;}$$

$$\cos \varphi_0 = \frac{p_0}{3U_{1f}I_0} = \frac{10750}{3 \cdot 1730 \cdot 17,5} = 0,118.$$

El coeficiente de corrección reducido [véase la fórmula (19-28)] es

$$\sigma_1 = 1 + \frac{x_1}{x_m} = 1 + \frac{2,78}{95,6} = 1,03;$$

$$\sigma_1^2 = 1,03^2 = 1,06.$$

Las resistencias reducidas del devanado del rotor:

$$x'_2 = 0,07 \left(\frac{210 \cdot 0,91}{24 \cdot 0,958} \right)^2 = 4,85 \Omega;$$

$$r'_2 = 0,00818 \left(\frac{210 \cdot 0,91}{24 \cdot 0,958} \right)^2 = 0,57 \Omega,$$

donde $k_{dev1} = 0,91$, $k_{dev2} = 0,958$ son los coeficientes de devanado de los devanados del estator y el rotor respectivamente.

Los parámetros del circuito principal del motor asincrónico trifásico con rotor bobinado y contorno de marcha en vacío sacado a los bornes, según el circuito de la fig. 19-7:

$$R_1 = r_1 \sigma_1 = 0,68 \cdot 1,03 = 0,7 \Omega;$$

$$R_2 = r'_2 \sigma_1^2 = 0,57 \cdot 1,06 = 0,604 \Omega;$$

$$X_1 = x_1 \sigma_1 = 2,78 \cdot 1,03 = 2,86 \Omega;$$

$$X_2 = x'_2 \sigma_1^2 = 4,85 \cdot 1,06 = 5,15 \Omega;$$

$$R_c = R_1 + R_2 = 0,7 + 0,604 = 1,304 \Omega;$$

$$X_0 = X_1 + X_2 = 2,86 + 5,15 = 8,01 \Omega;$$

$$Z_c = \sqrt{1,304^2 + 8,01^2} = 8,1 \Omega;$$

$$I'_c = \frac{1730}{8,1} = 214 \text{ A.}$$

$$\frac{I'_c}{I_{t,n}} = \frac{I'_c \sigma_1}{I_{t,n}} = \frac{214 \cdot 1,03}{60} = 3,66;$$

$$\cos \varphi'_c = \frac{1,304}{8,1} = 0,161.$$

Para el motor asincrónico en cortocircuito de igual estator y un número de barras en el rotor $N_2 = 80$ los parámetros del circuito principal del circuito equivalente con contorno de marcha en vacío sacado a los bornes (fig. 19-7) son:

$$\begin{aligned} r_1 &= 0,68 \Omega; & R_1 &= r_1 \sigma_1 = 0,68 \cdot 1,03 = 0,7 \Omega; \\ x_1 &= 2,78 \Omega; & X_1 &= x_1 \sigma_1 = 2,78 \cdot 1,03 = 2,86 \Omega; \\ r'_2 &= 0,75 \Omega; & R_2 &= r'_2 \sigma_1^2 = 0,75 \cdot 1,06 = 0,795 \Omega; \\ x'_2 &= 2,8 \Omega; & X_2 &= x'_2 \sigma_1^2 = 2,8 \cdot 1,06 = 2,97 \Omega; \\ R_c &= R_1 + R_2 = 0,7 + 0,795 = 1,495 \Omega; \\ X_c &= X_1 + X_2 = 2,86 + 2,97 = 5,83 \Omega; \\ Z_c &= \sqrt{1,495^2 + 5,83^2} = 6,01 \Omega; \\ I''_c &= \frac{1730}{6,01} = 287 \text{ A}; & \frac{I'_c}{I_n} &= \frac{I'_c \sigma_1}{I_n} = \frac{287 \cdot 1,03}{60} = 4,91; \\ \cos \varphi_c &= \frac{1,495}{6,01} = 0,248. \end{aligned}$$

Los parámetros del circuito magnetizante se han tomado los mismos que para el motor de rotor bobinado

19-6. Regímenes de funcionamiento y diagramas vectoriales de la máquina asincrónica

Los diagramas vectoriales de la máquina asincrónica, semejantemente a los diagramas del transformador, se trazan de acuerdo con el circuito en T equivalente de la máquina, que corresponde a las condiciones físicas de su funcionamiento. En este caso, los diagramas se trazan para una fase de la máquina con devanado del rotor reducido al devanado del estator.

A. Régimen de motor. Este régimen, como ya se indicó más arriba, es el régimen de funcionamiento fundamental de la máquina asincrónica. En el régimen de motor la energía se transmite por medio del campo magnético del lado primario al secundario, así como en el transformador. Por esta razón, el diagrama vectorial del régimen de motor de la máquina asincrónica es completamente análogo al diagrama vectorial del transformador.

El diagrama vectorial del motor se muestra en la fig. 19-8.

El flujo principal $\dot{\Phi}_m$ induce la f.e.m. $\dot{E}_1 = \dot{E}_2$, iguales a la tensión en los bornes del circuito magnetizante del circuito en T (fig. 19-5). La corriente del circuito magnetizante I_m tiene un ángulo de avance respecto del flujo $\dot{\Phi}_m$, que corresponde a las pérdidas en el acero del estator, ya que las pérdidas en el acero del rotor son pequeñas para los resbalamientos pequeños que tienen lugar en los regímenes normales de funcionamiento ($s = 0 - 0,05$).

La corriente I'_2 tiene un ángulo de retraso ψ_2 respecto de la f.e.m. \dot{E}'_2 y su magnitud y fase se determinan por la resistencia Z'_2 del circuito secundario.

La corriente primaria I_1 es igual a la suma geométrica de la corriente I_m y la componente de carga de la corriente primaria $I'_1 = -I'_2$:

$$I_1 = I_m + (-I'_2).$$

La tensión primaria \dot{U}_1 es igual a la suma de la componente que compensa la f.e.m. \dot{E}_1 y las caídas de tensión $jx_1 I_1$ y $r_1 I_1$.

La corriente I_1 tiene un ángulo de retardo $\varphi_1 < \pi/2$ respecto de la tensión \dot{U}_1 . La potencia primaria

$$P_1 = m_1 U_1 I_1 \cos \varphi_1 \quad (19-33)$$

es en este caso positiva, lo que corresponde al consumo de energía de la red.

Con el aumento de la carga sobre el árbol aumenta el resbalamiento s , puesto que para crear mayor momento de rotación hace falta aumentar la corriente secundaria I_2 , a causa de lo cual deberá aumentar la f.e.m. $E_{2s} = E_2 s$ inducida en el rotor giratorio.

Con el aumento de la carga aumentan la corriente I_2 , la corriente primaria I_1 y también la caída de tensión y, por lo tanto, siendo $U_1 = \text{const}$, disminuyen la f.e.m. $E_1 = E'_1$, el flujo Φ_m y la corriente I_m .

No obstante, la disminución del flujo principal Φ_m , al variar la carga desde cero hasta la nominal, no es muy grande y constituye solamente unos tantos por ciento. Por eso en los cálculos aproximados, siendo $U_1 = \text{const}$ se suele admitir que $\Phi_m = \text{const}$.

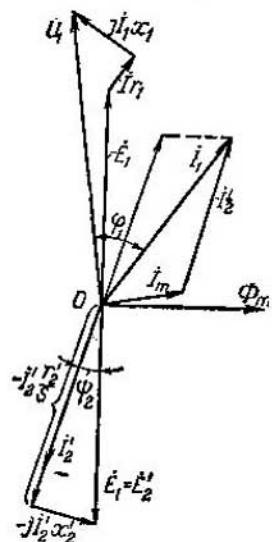
En los capítulos sucesivos se aclaran más detalladamente las condiciones de funcionamiento de la máquina asincrónica en el régimen de motor.

B. Régimen de generador. Supongamos que la máquina asincrónica se ha acoplado a la red con tensión $U_1 = \text{const}$ y frecuencia $f_1 = \text{const}$. Si la máquina funciona como motor, entonces $n < n_s$.

Descarguemos poco a poco el motor. Si, para simplificar, despreciamos la caída de tensión en el devanado del estator, entonces $\Phi_m = \text{const}$, $I_m = \text{const}$ y la corriente primaria I_1 disminuirá y el fin del vector de corriente primaria I_1 se desplazará en el diagrama de la fig. 19-8 hasta el punto de marcha en vacío, cuando $I_1 = I_m$.

Aceleremos ahora la rotación del rotor de la máquina asincrónica valiéndonos de cualquier motor ajeno de tal modo que $n = n_s$, es decir, hasta su marcha sincrónica. Como la máquina

Fig. 19-8. Diagrama vectorial de un motor asincrónico



asincrónica sigue acoplada a la misma red, entonces, lo mismo que antes, $\Phi_m = \text{const}$ y $I_m = \text{const}$. La potencia necesaria para cubrir las pérdidas en el devanado (p_{cob}) y en el acero (p_{ac}) del estator, se suministra de la red, y la potencia necesaria para cubrir las pérdidas mecánicas (p_{mec}) y las pérdidas adicionales (p_{ad}) se suministra del motor que pone en marcha a la máquina asincrónica (motor primario).

Si aumentamos aún más la velocidad de rotación de la máquina asincrónica, entonces la velocidad n se hace mayor que n_1 , y el resbalamiento s se hace negativo.

El flujo Φ_m , permaneciendo constante de magnitud, continúa girando a la misma velocidad n_1 . Pero el sentido de su rotación respecto del rotor varía por el contrario, en correspondencia con lo cual varía el signo de la f.e.m. $E_{2s} = -E_2s$ inducida en el rotor.

Las componentes activa e inductiva de la corriente del rotor serán:

$$I_{2a} = \frac{E_{2s}}{Z_2} \cos \psi_2 = \frac{E_{2s} s r_2}{r_2^2 + x_2^2 s^2} \quad (19-34)$$

$$I_{2r} = \frac{E_{2s}}{Z_2} \operatorname{sen} \psi_2 = \frac{E_{2s} x_2}{r_2^2 + x_2^2 s^2}. \quad (19-35)$$

Vemos que cuando el resbalamiento es negativo varía el signo de la componente activa I_{2a} de la corriente secundaria, mientras que la componente reactiva I_{2r} de esta corriente conserva su signo.

La corriente I_s crea la f.m. F_s que, como ya se mostró en el § 19-2, gira en el espacio con la velocidad sincrónica n_1 , determinada por la frecuencia f_1 de la corriente excitadora, y con respecto del rotor, con la velocidad $n_1 - n$. Dado que $n > n_1$, la f.m. F_s gira en sentido contrario al de rotación del rotor, e interaccionando con la f.m. F_1 crea el momento electromagnético M_{em} dirigido en sentido contrario al sentido de rotación del rotor. Por consiguiente, el momento M_{em} es de frenado, y la máquina asincrónica funciona en el régimen de generador.

Para trazar el diagrama vectorial del generador asincrónico hacemos coincidir el vector del flujo principal Φ_m con la dirección positiva del eje de abscisas (fig. 19-9). Entonces, los vectores de la corriente I_m y de la f.e.m. $\dot{E}_1 = \dot{E}_2$ ocuparán en el diagrama su posición habitual, pero el vector de la corriente \dot{I}'_2 , en virtud de las fórmulas (19-34) y (19-35), resultará en el segundo cuadrante en vez del tercero, como durante el funcionamiento de la máquina como motor. La corriente primaria \dot{I}_1 =

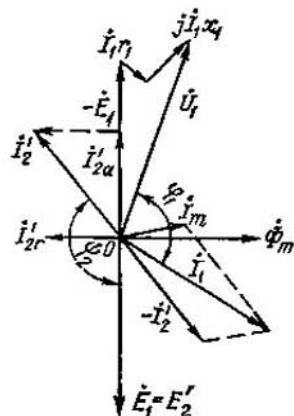


Fig. 19-9. Diagrama vectorial de un generador asincrónico

$= I_m - I_2$. La tensión en los bornes del estator es $U_1 = -E_1 + i_1 Z_1$. El ángulo $\varphi_1 > 90^\circ$, es decir, la potencia eléctrica de la máquina es negativa. Esto significa que en las condiciones examinadas la energía mecánica suministrada a la máquina asincrónica desde el motor primario se transforma en energía eléctrica y se envía a la red.

El flujo magnético Φ_m se crea en el generador asincrónico por la corriente magnetizante I_m . Para ello se emplean los generadores sincrónicos con los cuales el generador asincrónico funciona conjuntamente a la red exterior. Dado que la corriente I_m constituye un 25—45% de la corriente I_n y se suministra al generador bajo la tensión de la red, entonces la potencia de excitación (en kilovoltamperios) constituye también un 25—45% de la potencia del generador. Con otras palabras, si en la central eléctrica se han instalado 2-4 generadores asincrónicos de igual potencia, entonces para su excitación debe emplearse totalmente un generador sincrónico de la misma potencia que cada uno de los asincrónicos. Les hacemos recordar que la potencia de excitación de un generador asincrónico de gran potencia es menor del 1%. Esta diferencia entre las potencias de excitación, que resulta no a favor del generador asincrónico, es su insuficiencia esencial en comparación con el generador sincrónico. Además, la corriente I_m tiene un ángulo de retardo de 90° respecto de la tensión. Por consiguiente, el funcionamiento paralelo de los generadores asincrónicos con el generador sincrónico conduce a un reducimiento considerable del $\cos\varphi$ de este último, incluso si la carga exterior es puramente activa.

El acoplamiento del generador asincrónico a la red no representa dificultades. El rotor se pone en rotación con una velocidad lo más próxima posible a la sincrónica, en el mismo sentido de rotación del flujo. Al conectar el generador a la red surgen los mismos fenómenos que al conectar los transformadores y los motores asincrónicos. La variación de la potencia activa entregada por el generador a la red se consigue, así como en los generadores sincrónicos, variando la potencia mecánica aplicada al árbol del generador. El rendimiento del generador asincrónico no es menor que el del generador sincrónico.

En la práctica los generadores asincrónicos se emplean sólo en las centrales eléctricas de pequeña potencia, con más frecuencia en las centrales hidroeléctricas y anemoeléctricas automáticas.

Si el generador asincrónico debe funcionar independientemente a la red exterior, entonces la corriente magnetizante puede ser obtenida en el proceso de autoexcitación del generador asincrónico. Para ello es necesario intercalar una batería de condensadores adecuadamente elegida a los bornes de su estator (fig. 19-10, a) y poner el rotor de la máquina en rotación con la velocidad necesaria. Una condición indispensable de la autoexcitación del generador asincrónico es la existencia de flujo magnético remanente

en el acero del rotor. Si el circuito exterior del estator está abierto, el flujo magnético remanente Φ_{rem} crea en el devanado del estator cierta f.e.m. E_{rem} bajo la acción de la cual en la batería de condensadores circulará la corriente I_{red} que amplifica el flujo Φ_{rem} (fig. 19-10, b). El proceso ulterior marcha así como durante la

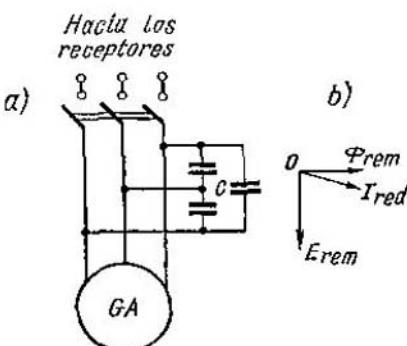


Fig. 19-10. Generador asincrónico con autoexcitación

autoexcitación de los generadores de excitación en paralelo (véase el t. I).

En los generadores asincrónicos con autoexcitación la parte más cara de la instalación es la batería de condensadores, a causa de lo cual estos generadores no han obtenido divulgación.

C. Régimen de freno electromagnético. Si cargamos cada vez más intensamente el motor, entonces su velocidad disminuirá, y luego, cuando el momento de carga sobrepase el máximo momento de rotación del motor, este último se para. Después de esto podemos poner el rotor de la máquina en rotación en sentido contrario al flujo con auxilio de cualquier motor auxiliar. Este régimen de funcionamiento se llama, como ya se acordó más arriba, régimen de freno electromagnético.

Puesto que la velocidad n en estas condiciones se debe considerar negativa, entonces $1 < s < \infty$.

Como el resbalamiento s es grande, la corriente del rotor

$$I'_2 = \frac{E'_2}{\frac{r'_2}{s} + jx'_2}$$

también es grande y tiene un ángulo de retardo ψ_2 respecto de E'_2 , que en el límite, cuando $s = \infty$, es igual a 90° . Son correspondientemente grandes la corriente primaria I_1 y su ángulo de

defasaje φ_1 respecto de la tensión U_1 . El diagrama vectorial del régimen de freno es análogo al diagrama vectorial del régimen de motor (fig. 10-8) con las particularidades indicadas.

Por cuanto $\varphi_1 < 90^\circ$, la máquina consume energía de la red. Además, recibe energía mecánica desde el motor primario. Toda la energía consumida por la máquina se gasta en cubrir las pérdidas en la máquina, que son bastante grandes. Por esta razón, también desde el punto de vista del calentamiento este régimen es muy pesado y siendo $U_1 = U_n$ es admisible solamente en un lapso de tiempo relativamente corto.

Al intercalar una resistencia óhmica adicional en el circuito secundario del motor asincrónico, en este último se consumirá una gran parte de la potencia suministrada al circuito primario de la máquina. En este caso aumentará el $\cos\varphi$, y, correspondientemente, el trabajo de la máquina asincrónica en el régimen de freno electromagnético será más eficaz.

CAPÍTULO XX

MOMENTOS DE ROTACIÓN Y POTENCIAS DE LA MÁQUINA ASINCRÓNICA

20-1. Diagramas energéticos de la máquina asincrónica

Uno de los problemas principales en el funcionamiento del motor asincrónico es la transformación de la energía eléctrica, consumida de la red, en energía mecánica, y en el funcionamiento del generador asincrónico, la transformación de la energía mecánica, recibida del motor primario en energía eléctrica, entregada a la red. En ambos casos la energía se transmite del estator al rotor, o viceversa, a través del campo magnético del espacio de aire. La transmisión de la energía a través del espacio de aire está relacionada con las fuerzas de origen electromagnético que se desarrollan en el rotor, las cuales crean un momento de rotación, que es el momento electromagnético de la máquina. La transformación de energía de una forma a otra está inevitablemente enlazada con pérdidas en los diferentes órganos de la máquina. Por esta razón la potencia del flujo de energía, las pérdidas y los momentos de rotación representan un conjunto de problemas que tienen gran importancia al estudiar las propiedades de trabajo de la máquina asincrónica.

Examinemos aquí los diagramas energéticos de la máquina asincrónica.

Sigamos el proceso de transformación de la energía eléctrica suministrada al motor en energía mecánica en el árbol.

Sea P_1 la potencia eléctrica suministrada al motor (fig. 20-1, a). Parte de esta potencia (p_{cobi}) se consume en cubrir las pérdidas en el cobre del estator, y la otra parte se transforma en potencia del flujo giratorio. Pero, en este caso, surgen pérdidas en el acero de la máquina p_{ac} ; prácticamente hay que tener en cuenta sólo las pérdidas en el acero del estator, ya que la frecuencia f_2 de remagnetización del acero del rotor ordinariamente es bastante pequeña (1-3 Hz), y por eso las pérdidas en el acero del rotor son pequeñas. Así pues, la potencia electromagnética es

$$P_{em} = P_1 - p_{cobi} - p_{ac}. \quad (20-1)$$

La potencia electromagnética se transmite a través del espacio de aire al rotor. Si no hubieran pérdidas en el rotor, esta potencia se transformaría totalmente en mecánica. Pero al fluir la corriente por el devanado del rotor en este devanado surgen pérdidas en el cobre o en aluminio, según el material del devanado.

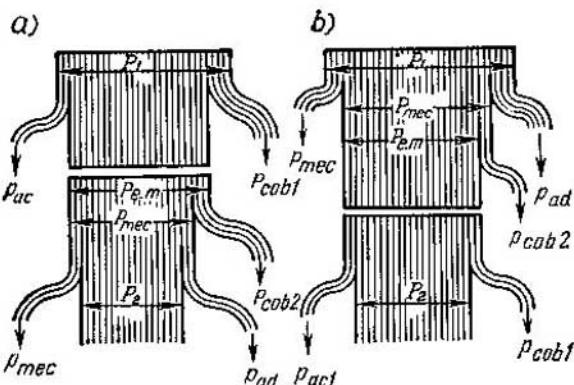


Fig. 20-1. Diagramas energéticos de un motor (a) y un generador (b) asincrónicos

Para precisión consideraremos que el devanado es de cobre y hablaremos de las pérdidas en el cobre p_{cob2} . Por consiguiente, la potencia mecánica total desarrollada por el motor en el árbol es:

$$P_{mec} = P_{em} + p_{cob2}. \quad (20-2)$$

La potencia mecánica entregada útilmente por el motor P_2 es menor que la potencia P_{mec} en la magnitud de las pérdidas mecánicas p_{mec} y las pérdidas adicionales p_{ad} . Las pérdidas p_{ad} surgen en los devanados y el acero de la máquina al girar el motor y están condicionadas por la presencia de dientes en el estator y rotor y por la distribución, no del todo sinusoidal, de las f.m. en el espacio (más detalladamente véase el § 20-18).

Las pérdidas adicionales crean el mismo momento de freno adicional que las pérdidas mecánicas, por eso se cubren de la misma manera que estas últimas, y al considerar el cuadro energético del trabajo del motor se adicionan a las pérdidas mecánicas. Así pues,

$$P_2 = P_{mec} - p_{mec} - p_{ad}. \quad (20-3)$$

De aquí obtenemos para el régimen de motor de la máquina asincrónica las relaciones siguientes:

$$P_1 = P_{em} + p_{mec1} + p_{ac}; \quad (20-4)$$

$$P_{em} = P_{mec} + p_{mec2}; \quad (20-5)$$

$$P_{mec} = P_2 + p_{mec} + p_{ad}. \quad (20-6)$$

El rendimiento del motor es:

$$\eta = P_2/P_1. \quad (20-7)$$

El diagrama energético total para el motor asincrónico tiene la forma representada en la fig. 20-1, a.

En el régimen de generador de la máquina asincrónica a su árbol se aplica la potencia mecánica P_1 , descontando de la cual las pérdidas mecánicas y de ventilación p_{mec} y las pérdidas adicionales p_{ad} obtenemos la potencia mecánica útil P_{mec} . Restando de la potencia P_{mec} las pérdidas en el cobre p_{cobre} del circuito secundario obtenemos la potencia electromagnética P_{em} , y restando de esta última las pérdidas en el acero p_{ac} y las pérdidas en el cobre p_{cobre} del devanado primario obtenemos la potencia entregada (de salida) P_2 . De aquí obtenemos para el régimen de generador las relaciones siguientes:

$$P_{mec} = P_1 - p_{mec} - p_{ad}; \quad (20-8)$$

$$P_{em} = P_{mec} - p_{cobre}; \quad (20-9)$$

$$P_2 = P_{em} - p_{cobre} - p_{ac}. \quad (20-10)$$

El rendimiento del generador es:

$$\eta = P_2/P_1. \quad (20-11)$$

El diagrama energético general para el generador asincrónico tiene la forma representada en la fig. 20-1, b.

20-2. Momentos de rotación de la máquina asincrónica

Así como los motores de corriente continua, el motor asincrónico en el régimen permanente de funcionamiento ($n = \text{const}$) vence el momento de carga M_{carg} , compuesto por el momento de freno M_0 en marcha en vacío y el momento de freno útil M_2 . Por consiguiente, el momento electromagnético M_{em} desarrollado en el caso de velocidad de rotación constante, tiene dos componentes, cada una de las cuales se encuentra en equilibrio con la componente correspondiente del momento de freno. Así pues,

$$M_{em} = M_0 + M_2. \quad (20-12)$$

Aquí

$$M_0 = \frac{p_{mec} + p_{ad}}{\Omega} = \frac{p_{mec} + p_{ad}}{2\pi n}; \quad (20-13)$$

$$M_2 = \frac{P_2}{\Omega} = \frac{P_2}{2\pi n}, \quad (20-14)$$

donde P_2 es la potencia mecánica únicamente entregada por el motor y n es la velocidad de rotación del rotor del motor.

La potencia mecánica total, correspondiente al momento electromagnético M_{em} , que se desarrolla en el rotor del motor y que

se determina por la relación (20-6) es:

$$P_{\text{mec}} = M_{\text{em}} \Omega = M_{\text{em}} 2\pi n, \quad (20-15)$$

de donde

$$M_{\text{em}} = \frac{P_{\text{mec}}}{\Omega} = \frac{P_{\text{mec}}}{2\pi n}. \quad (20-16)$$

El momento M_{em} surge como resultado de la interacción del flujo magnético giratorio Φ_m y la corriente I_2 en el rotor. Pero el flujo Φ_m gira en el espacio con la velocidad angular $\Omega_1 = 2\pi n_1$, donde $n_1 = f_1/p$. La potencia desarrollada en este caso es la potencia electromagnética del motor P_{em} . Por lo tanto,

$$P_{\text{em}} = M_{\text{em}} \Omega_1, \quad (20-17)$$

de donde

$$M_{\text{em}} = \frac{P_{\text{em}}}{\Omega_1} = \frac{P_{\text{em}}}{2\pi n_1}. \quad (20-18)$$

En virtud de las fórmulas (20-16) y (20-18) obtenemos la relación

$$P_{\text{mec}} = \frac{n}{n_1} P_{\text{em}} = (1 - s) P_{\text{em}}. \quad (20-19)$$

Sustituyendo este valor de P_{mec} en la fórmula (20-2), obtenemos:

$$P_{\text{cobre}} = s P_{\text{em}}, \quad (20-20)$$

es decir, las pérdidas en el cobre en el circuito secundario o, en el caso general, la potencia eléctrica P_{el} desarrollada en el circuito secundario son iguales a la potencia electromagnética P_{em} multiplicada por el resbalamiento.

Así pues, la potencia electromagnética P_{em} se descompone en dos componentes P_{mec} y P_{cobre} , que se determinan en dependencia del resbalamiento por las igualdades (20-19) y (20-20).

Determinando P_{em} por la fórmula (20-20) y sustituyendo su valor en (20-18) obtenemos una expresión más para la magnitud del momento electromagnético:

$$M_{\text{em}} = \frac{P_{\text{cobre}}}{s \Omega_1} = \frac{P_{\text{cobre}}}{2\pi n_1 s}. \quad (20-21)$$

A pesar de que al establecer las relaciones obtenidas en este párrafo partimos del régimen de motor, éstas son válidas para cualesquiera valores del resbalamiento s , o sea, para todos los regímenes de funcionamiento de la máquina.

20-3. Momento electromagnético de la máquina asincrónica

El momento electromagnético se crea como resultado de la interacción de los conductores del devanado del rotor con la corriente I_2 y el campo magnético giratorio del primer armónico

o el flujo Φ_m . Supongamos primeramente que el devanado del rotor se ha hecho por el principio de jaula de ardilla. Entonces en cada conductor de la onda sinusoidal fundamental del campo magnético resultante giratorio se induce la f.e.m. $e_{\alpha 1}$, cuya magnitud varía por la coordenada espacial α de acuerdo con la ley del seno. En el caso general la corriente $i_{\alpha 1}$ en cada conductor por separado tendrá un ángulo de retardo ψ_2 respecto de la f.e.m. $e_{\alpha 1}$, que crea esta corriente, en dirección de la rotación del campo magnético

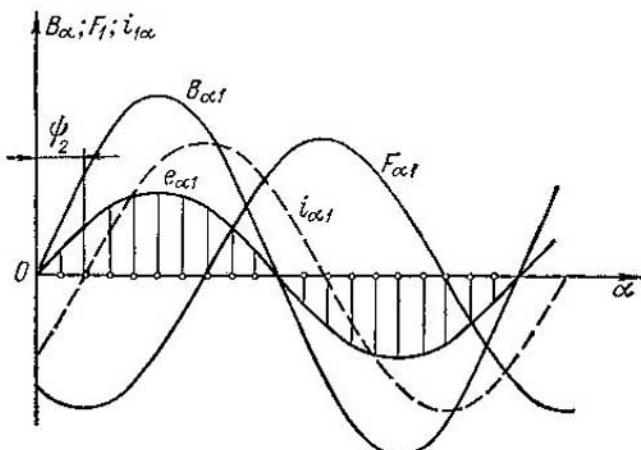


Fig. 20-2. Curvas de distribución de la inducción magnética, la f.e.m. y las corrientes del rotor a lo largo del espacio de aire

resultante. La onda de los valores de $e_{\alpha 1}$, que representan los valores instantáneos de las f.e.m. inducidas en los conductores dados, coincide en fase con la onda de los valores de las inducciones $B_{\alpha 1}$ en los puntos dados; la onda de los valores de las corrientes $i_{\alpha 1}$ estará desplazada un mismo ángulo en el espacio ψ_2 (fig. 20-2) hacia el lado opuesto al movimiento de la onda de inducción.

El campo que se mueve a lo largo de la circunferencia del rotor con la inducción $B_{\alpha 1}$ y la corriente I_1 en el conductor crea el esfuerzo elemental

$$f_{\alpha 1} = B_{\alpha 1} i_{\alpha 1} l,$$

donde l es la longitud activa del acero del rotor.

El momento de rotación creado por un conductor con corriente es:

$$m_{\alpha 1} = f_{\alpha 1} \frac{D}{2} = B_{\alpha 1} i_{\alpha 1} l \frac{D}{2},$$

donde D es el diámetro del rotor. El número de conductores que abarca el ángulo espacial $d\beta$ de la circunferencia del rotor es igual a $N \cdot d\beta / 2\pi$. Puesto que $B_{\alpha 1}$ y $i_{\alpha 1}$ varían a lo largo de la coorde-

nada espacial de acuerdo con la ley del seno, entonces

$$B_{\alpha 1} = B_m \operatorname{sen} \beta p \text{ y } i_{\alpha 1} = I_{2m} \operatorname{sen} (\beta p - \psi_2); \\ B_{\alpha 1} i_{\alpha 1} = B_m I_{2m} \operatorname{sen} \beta p \operatorname{sen} (\beta p - \psi_2).$$

El momento de rotación total originado por todos los conductores del rotor situados en un paso polar de la máquina es:

$$M_p = \int_0^{2\pi/2p} \frac{B_m \operatorname{sen} \beta p / I_{2m} \operatorname{sen} (\beta p - \psi_2) lDN}{2 \cdot 2\pi} d\beta.$$

El valor medio del momento resultante creado por los conductores del rotor de todos los polos es:

$$M_{\text{med}} = 2p M_p = \frac{2p B_m / I_{2m} lDN}{2 \cdot 2\pi} \int_0^{\pi} \operatorname{sen} \beta p \operatorname{sen} (\beta p - \psi_2) d\beta = \\ = \frac{2p B_m / I_{2m} lDN}{2 \cdot 2\pi} \frac{1}{p} \left[\frac{\cos \psi_2}{2} \beta p - \frac{\operatorname{sen} (2\beta p - \psi_2)}{4} \right]_0^{\pi/p} = \\ = \frac{2p B_m / I_{2m} lDN}{2 \cdot 2\pi} \frac{\pi}{2p} \cos \psi_2 = p \frac{B_m lID}{p} \frac{I_{2m} N}{4} \cos \psi_2.$$

Teniendo en cuenta que

$$I_{2m} = I_2 \sqrt{2}; \quad B_m = B_{\text{med}} \frac{\pi}{2}; \quad D = \frac{2p\tau}{\pi},$$

obtenemos:

$$\frac{B_m lID}{p} = B_{\text{med}} l\tau = \Phi_m$$

y al sustituir $N = 2\omega_2 m_s$, el momento medio sera:

$$M_{\text{med}} = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{2}} p \Phi_m I_s N \cos \psi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} m_s p \omega_2 \Phi_m I_s \cos \psi_2.$$

Esta expresión es justa para el caso cuando el rotor tiene devanado del tipo de jaula de ardilla, para el cual el coeficiente de devanado es $k_{\text{dev}_2} = 1,0$. Si el rotor tiene devanado de fase, entonces éste es equivalente al de jaula de ardilla con un número de espiras igual a $\omega_2 k_{\text{dev}_2}$, donde $k_{\text{dev}_2} = k_{\text{dev}_2} k_{\text{am}_2}$. En este caso el valor medio del momento de la máquina asincrónica es;

$$M_{\text{med}} = \frac{1}{\sqrt{2}} m_s p \omega_2 k_{\text{dev}_2} \Phi_m I_s \cos \psi_2.$$

En la fig. 20-3, a viene dada la curva de variación de los momentos elementales m_α a lo largo del espacio $\psi_2 \approx 0$, lo que corresponde a pequeños resbalamientos ($s \approx 0,01 - 0,02$). La curva de la fig. 20-3, b con $\psi_2 = 60^\circ$ corresponde aproximadamente al resbalamiento $s=1$, o sea, al rotor inmóvil. La curva de la fig. 20-3, c corresponde a $\psi_2 = 90^\circ$, cuando el momento resultante

$M_{med} = 0$. La fig. 20-3, d corresponde al régimen de generador para pequeños resbalamientos.

La expresión para la magnitud del momento electromagnético M_{med} se puede también obtener en función de la potencia electro-

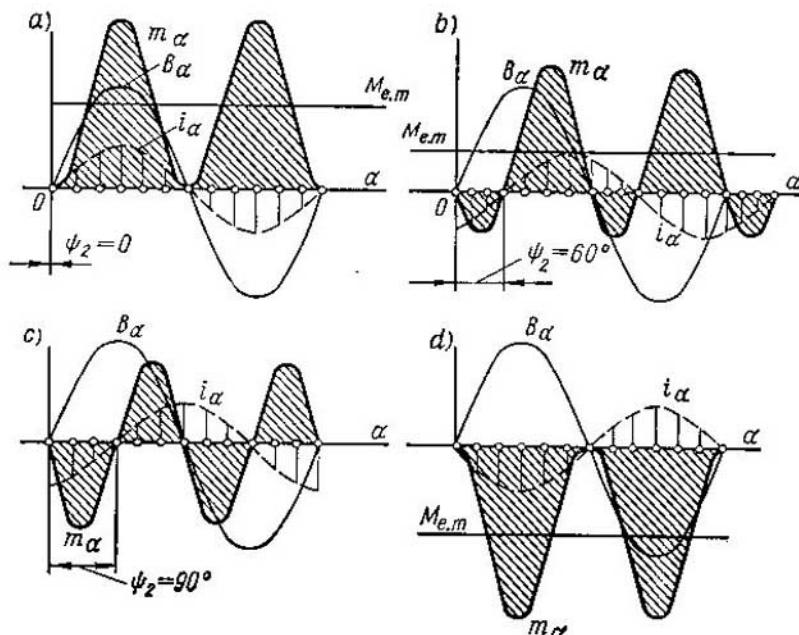


Fig. 20-3. Curvas de distribución de los primeros armónicos de f.m., de la corriente y de la inducción a lo largo del espacio de aire

magnética transmitida del estator al rotor P_{em} :

$$P_{em} = m_2 E_2 I_2 \cos \psi_2 = M_{med} \Omega_1 = M_{med} \frac{2\pi f_1}{p}.$$

De aquí,

$$\begin{aligned} M_{med} &= \frac{m_2 E_2 I_2 \cos \psi_2}{2\pi f_1} = \frac{\rho m_2 \pi \sqrt{2} \Phi_m \omega_2 k_{devs} f_1 I_2 \cos \psi_2}{2\pi f_1} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} m_2 p \omega_2 k_{devs} \Phi_m I_2 \cos \psi_2, \end{aligned}$$

si se tiene en cuenta que en el circuito en T equivalente de la fig. 19-5 esto corresponde a la potencia liberada en la resistencia r'_2/s .

La corriente en el circuito en ángulo equivalente (fig. 19-7, b) es

$$I''_2 = \frac{U_1}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{s} + \frac{R_2}{s}\right)^2 + (X_1 + X_2)^2}}, \quad (20-22)$$

y la corriente en el circuito en T equivalente (fig. 19-5), en virtud de la igualdad (19-26), es igual a

$$I_2' = \sigma_1 I_2'' = \frac{\sigma_1 U_1}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R_2}{s}\right)^2 + (X_1 + X_2)^2}}. \quad (20-23)$$

La variación de la corriente del rotor de acuerdo con la fórmula (20-23) viene representada en la fig. 20-4, con la particularidad de que las corrientes del régimen de generador ($s < 0$) están representadas en forma de magnitudes negativas. La corriente I_2' es máxima cuando $s = \pm \infty$.

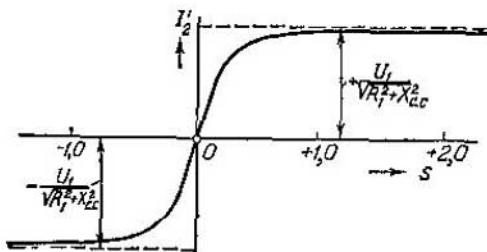


Fig. 20-4. Variación de la corriente del rotor I_2' en función del resbalamiento s

De acuerdo con el circuito equivalente de las figs. 19-4 y 19-5 la expresión para la potencia electromagnética P_{em} se puede escribir en la forma

$$P_{em} = m_2 I_2'^2 \frac{r_2}{s} = m_1 I_2'^2 \frac{r'_2}{s} = m_1 I_2'^2 \frac{R_2}{s}. \quad (20-24)$$

Sustituyendo en (20-24) el valor de I_2' por la fórmula (20-22) obtenemos la dependencia de la potencia electromagnética de la tensión U_1 , del resbalamiento s y de los parámetros de la máquina:

$$P_{em} = \frac{m_1 U_1^2 \frac{R_2}{s}}{\left(R_1 + \frac{R_2}{s}\right)^2 + (X_1 + X_2)^2}, \quad (20-25)$$

y en virtud de las fórmulas (20-18) y (20-25) hallamos la expresión buscada para el momento electromagnético en la forma:

$$M_{em} = \frac{\rho m_1 U_1^2 \frac{R_2}{s}}{2\pi f_1 \left[\left(R_1 \frac{R_2}{s} \right)^2 + (X_1 + X_2)^2 \right]}. \quad (20-26)$$

La expresión (20-26) se podría haber obtenido también de la fórmula (20-21) teniendo en cuenta que las pérdidas eléctricas en el circuito secundario son iguales a

$$P_{mec2} = m_2 I_2'^2 r_2 = m_1 I_2'^2 r'_2 = m_1 I_2'^2 R_2. \quad (20-27)$$

De acuerdo con (20-26) $M_{em} = 0$ cuando $s = 0$ y $s = \pm \infty$, con la particularidad de que siendo $s < 0$ (régimen de generador) también $M_{em} < 0$. Así pues, para $U_1 = \text{const}$, la curva $M_{em} = f(s)$ tiene

la forma representada en la fig. 20-5. Cuando los valores del resbalamiento son grandes, M_{em} disminuye a pesar de que aumenta I_2 , ya que $\cos \Psi_2$, en este caso, disminuye rápidamente.

Al utilizar las unidades del sistema SI, las expresiones expuestas para los momentos dan el valor del momento en newton-metros.

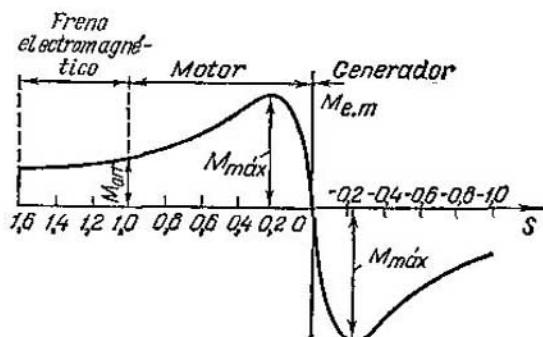


Fig. 20-5. Relación $M = f(s)$ siendo $U_1 = \text{const}$, $f = \text{const}$ y $r_n = 0$

Para obtener el valor del momento en kilogramo-metros hay que dividir suplementariamente entre 9,81.

20-4. Dependencia del momento M_{em} del resbalamiento

La fórmula (20-26) tiene gran importancia. Durante su primer análisis consideramos que todas las magnitudes, a excepción del resbalamiento s , son constantes, puesto que algunas de ellas (m_1 , p , R_1 , R_2 , X_1 y X_2) vienen dadas por la forma constructiva de la máquina, y otras (U_1 y f_1), por la red que alimenta al motor.

Nosotros estudiamos el momento de rotación del motor desde el instante en que éste se conecta a la red, cuando $s = 1$. Supongamos que el momento M_{em} , desarrollado por el motor, siendo $s = 1$, es suficiente para vencer el momento de carga. Entonces el motor se pondrá en rotación con cierta aceleración y aumentará su velocidad de rotación hasta que su momento de rotación se haga igual al momento de frenado. Después de esto finaliza el proceso de puesta en marcha, y el motor continúa funcionando en régimen permanente.

Correspondientemente al aumento continuo de la velocidad, el resbalamiento del motor durante la puesta en marcha disminuye continuamente desde $s = 1$ hasta cierto valor que representa una fracción propia positiva. En este caso aumentan simultáneamente el numerador y el denominador en la fórmula (20-26). Supongamos que la resistencia adicional en el circuito del rotor $r_{ad} = 0$ y, por consiguiente, $R_2 = \sigma_1^2 r_1'$. En este caso la relación $M_{em} = f(s)$ tiene

la forma de la curva de la fig. 20-5. El carácter de la curva se explica por el hecho de que las resistencias X_1 y X_2 son habitualmente bastante mayores que las resistencias R_1 y R_2 . Por esta razón, durante la aceleración del motor el numerador en la fórmula (20-26) aumenta primeramente con mayor rapidez que el denominador, y luego predomina el aumento del denominador y el momento M_{em} disminuye. En el caso de marcha sincrónica, o sea, cuando $s = 0$, el momento $M_{em} = 0$.

Como la fórmula (20-26) se ha deducido a base de condiciones generales, ella es válida para cualquier régimen de funcionamiento de la máquina asincrónica. Al pasar al régimen de generador el resbalamiento cambia su signo por el contrario ($s < 0$), en correspondencia con lo cual el momento M_{em} se hace negativo, o sea, de frenado. El carácter de la curva del momento del generador es el mismo que para el motor (parte de la curva, en la fig. 20-5, está dirigida desde el eje de ordenadas), pero el máximo de momento es algo mayor (véase a continuación el § 20-6). La curva de momento en el régimen de freno electromagnético ($s > +1$) representa la prolongación de la curva de momento del motor.

20-5. Momento electromagnético máximo y potencia máxima

Las expresiones (20-25) y (20-26), obtenidas a base del circuito equivalente, permiten hallar la expresión para el máximo momento electromagnético M_{max} y la máxima potencia electromagnética $P_{em, max}$, proporcional a este momento, si todas las magnitudes que figuran en ellas, a excepción del resbalamiento s , se consideran constantes.

Para hallar el resbalamiento $s = s_m$, correspondiente al máximo de P_{em} , tomamos la derivada de (20-25) con relación a s y la igualamos a cero:

$$\frac{dP_{em}}{ds} = \frac{m_1 U_1^2 \left\{ - \left[\left(R_1 + \frac{R_2}{s} \right)^2 + X_{c.c}^2 \right] \frac{R_2}{s^2} + \frac{R_2}{s} 2 \left(R_1 + \frac{R_2}{s} \right) \frac{R_2}{s^2} \right\}}{\left[\left(R_1 + \frac{R_2}{s} \right)^2 + X_{c.c}^2 \right]^2} = \\ = \frac{m_1 U_1^2 \frac{R_2}{s^2} \left[-R_1^2 - X_{c.c}^2 + \frac{R_2^2}{s^2} \right]}{\left[\left(R_1 + \frac{R_2}{s} \right)^2 + X_{c.c}^2 \right]^2} = 0.$$

Para que la derivada $\frac{dP_{em}}{ds}$ se haga igual a cero, se debe hacer igual a cero el factor del numerador de esta expresión encerrado entre paréntesis:

$$-R_1^2 - X_{c.c}^2 + \frac{R_2^2}{s_m^2} = 0,$$

de donde

$$\frac{R_2}{s_m} = \pm \sqrt{R_1^2 + X_{c.c}^2}$$

y

$$s_m = \pm \frac{R_2}{\sqrt{R_1^2 + X_{c.c}^2}}. \quad (20-28)$$

Aquí el signo "más" corresponde al régimen de funcionamiento de la máquina asincrónica en calidad de motor, y el "menos", en calidad de generador asincrónico.

En las máquinas asincrónicas normales R_1 es considerablemente menor que $X_{c.c}$ (R_1 constituye solamente un 10–12% de $X_{c.c}$). Por esta razón, R_1^2 es en tal grado menor que $X_{c.c}^2$ que se puede sin perjuicio alguno despreciar. En este caso

$$s_m \approx \frac{R_2}{X_{c.c}} = \frac{R_2}{X_1 + X_2}. \quad ^{1)} \quad (20-29)$$

Sustituyendo la expresión obtenida (20-28) para s_m en la expresión general (20-25) para P_{em} , hallamos la potencia electromagnética máxima:

$$\begin{aligned} P_{em, \max} &= \pm \frac{m_1 U_1^2 \sqrt{R_1^2 + X_{c.c}^2}}{R_1 \pm (\sqrt{R_1^2 + X_{c.c}^2})^2 + X_{c.c}^2} = \\ &= \pm \frac{m_1 U_1^2 \sqrt{R_1^2 + X_{c.c}^2}}{2 [\pm R_1 \sqrt{R_1^2 + X_{c.c}^2} + (R_1^2 + X_{c.c}^2)]} = \pm \frac{m_1 U_1^2}{2 (\pm R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_{c.c}^2})}, \end{aligned} \quad (20-30)$$

donde el signo "más" también corresponde al régimen de motor, y el signo "menos", al régimen de generador.

Despreciando en (20-30) la magnitud R_1^2 en comparación con $X_{c.c}^2$, hallamos la expresión aproximada para la potencia electromagnética máxima:

$$P_{em, \max} \approx \pm \frac{m_1 U_1^2}{2 (\pm R_1 + X_{c.c})}. \quad (20-31)$$

En virtud de (20-30) y (20-31), para el momento electromagnético máximo hallamos:

$$M_{\max} = \pm \frac{pm_1 U_1^3}{2 \cdot 2\pi f_1 [\pm R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_{c.c}^2}]} \quad (20-32)$$

¹⁾ Durante el análisis aproximado de los principios fundamentales de la máquina asincrónica en el primer capítulo $\Phi_m = \text{const}$ se obtuvo la expresión (1-9): $s_m = \pm r_2/x_2$, que se diferencia de la expresión (20-29). Esto se debe a que la expresión (1-9) fue obtenida en esencia para el circuito en T equivalente con tensión constante en el contorno derivado $E_1 = \text{const}$. Para $U_1 = \text{const}$ en los bornes primarios y correspondientemente para $\Phi_m \neq \text{const}$, lo que corresponde al circuito en ángulo equivalente, en el denominador se toma en consideración no sólo la inductancia x_2 , sino también la resistencia x_1 , es decir, la inductancia total de cortocircuito $X_{c.c} = X_1 + X_2$.

o aproximadamente

$$M_{\max} \approx \pm \frac{\rho m_1 U_1^2}{4\pi f_1 (\pm R_1 + X_{c.c.})} = \pm \frac{m_1 U_1^2}{2\Omega_s (\pm R_1 + X_{c.c.})} = \\ = \pm \frac{\rho m_1 U_1^2}{4\pi f_1 \sigma_1 (r_1 + x_1 + \sigma_1 x_2)}. \quad (20-33)$$

De las fórmulas escritas se desprende que el momento máximo M_{\max} :

1) para la frecuencia dada y los parámetros prescritos de la máquina, es proporcional al cuadrado de la tensión U_1^2 ;

2) no depende de la resistencia óhmica del circuito secundario (del rotor);

3) se obtiene con tanto mayor resbalamiento, cuanto mayor sea la relación $R_2/X_{c.c.}$, y en particular, con tanto mayor resbalamiento, cuanto mayor sea la resistencia óhmica del circuito secundario;

4) para la frecuencia dada, es casi inversamente proporcional a la suma de las resistencias ($X_1 + X_2$), es decir, es tanto menor, cuanto mayores son las inductancias de dispersión de los circuitos primario y secundario.

La dependencia del momento M_{\max} de la frecuencia véase en el § 20-8.

La magnitud del momento M_{\max} tiene particularmente gran importancia cuando la máquina asincrónica funciona en el régimen de motor. Con frecuencia al momento máximo del motor se le llama momento de volteo del motor.

La relación

$$k_m = M_{\max}/M_n$$

se llama factor de capacidad de sobrecarga del motor asincrónico.

20-6. Par de arranque del motor asincrónico

A la par con el momento M_{\max} , el par de arranque del motor M_{arr} es una de las características de explotación más importantes del motor. El valor del momento M_{arr} se obtiene de la fórmula general para el momento (20-26) siendo $s = 1$:

$$M_{arr} = \frac{\rho m_1 U_1^2 R_2}{2\pi f_1 [(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2]} = \frac{\rho m_1 U_1^2 R_2}{2\pi f_1 (R_{c.c.}^2 + X_{c.c.}^2)}. \quad (20-34)$$

Si queremos que el momento M_{arr} alcance el máximo durante la puesta en marcha, entonces, como se desprende de la expresión (20-28), se debe cumplir la igualdad

$$R_2^2 = \sigma_1^2 (r'_2 + r'_{ad})^2 = R_1^2 + X_{c.c.}^2 \quad (20-35)$$

o aproximadamente

$$r_2 + r_{ad} \approx x_1 + x_2. \quad (20-36)$$

De las fórmulas escritas más arriba vemos que el momento M_{arr} :

1) para la frecuencia dada f_1 y los parámetros prescritos de la máquina, es directamente proporcional al cuadrado de la tensión U_1^2 ;

2) alcanza el máximo con la condición de que la resistencia óhmica del circuito del rotor sea igual a la inductancia de dispersión de la máquina;

3) siendo iguales las demás condiciones, es tanto menor, cuanto mayor es la inductancia de dispersión $X_{c.c}$ de la máquina.

La dependencia del momento M_{arr} de la frecuencia véase en el § 20-8.

El momento M_{arr} se expresa habitualmente por la relación

$$k_{arr} = M_{arr}/M_n,$$

que se llama multiplicidad del par de arranque.

Ejemplo. Realizar el cálculo de las potencias y los momentos de un motor asincrónico trifásico en cortocircuito de acuerdo con los parámetros expuestos en el § 19-5:

$$\begin{aligned} P_2 &= 250 \text{ kW}; & \eta_n &= 90\%, & \cos \varphi_n &= 0,89, \\ U_1 &= 3000 \text{ V}, & U_{1f} &= 1730 \text{ V}, & I_{1n} &= 60 \text{ A}; 2\rho = 6, \\ P_1 &= \frac{P_2}{\eta} = \frac{250}{0,9} = 278 \text{ kW}, \end{aligned}$$

las pérdidas sumarias son

$$\sum_p = \frac{P_2(1-\eta)}{\eta} = \frac{250 \cdot 0,1}{0,9} = 278 \text{ kW},$$
$$R_1 = 0,7 \Omega, \quad R_2 = 0,795 \Omega, \quad X_{c.c} = 5,83 \Omega.$$

Las pérdidas mecánicas se toman iguales a 0,7% de P_1 :

$$p_{mec} = 0,007 \cdot 278 \approx 2 \text{ kW}.$$

Las pérdidas adicionales se toman, de acuerdo con las normas, iguales a 0,5% de P_1 :

$$p_{ad} = 0,005 \cdot 278 \approx 1,4 \text{ kW}.$$

La potencia mecánica total es

$$P_{mec} = P_2 + p_{mec} + p_{ad} = 250 + 2,0 + 1,4 = 253,4 \text{ kW}.$$

La corriente reducida del circuito principal del circuito equivalente es

$$I''_{2n} = \frac{I_1 \cos \varphi_n - I_0 \cos \varphi_0}{\cos \psi_2} = \frac{53,3 - 2,05}{0,985} = 52,0 \text{ A},$$

donde

$$I_1 \cos \varphi_n = 60 \cdot 0,89 = 53,3 \text{ A},$$

$$\begin{aligned} I_0 \cos \varphi_0 &= 17,5 \cdot 0,118 = 2,05 \text{ A}, \\ \cos \psi_2 &\text{ (preliminarmente)} = 0,985. \end{aligned}$$

Las pérdidas en el cobre del circuito principal del circuito con contorno de marcha en vacío sacado a los bornes

$$p_{cob1} = 3 \cdot \frac{\pi}{2} R_1 = 3 \cdot 52^2 \cdot 0,7 \cdot 10^{-3} = 5,67 \text{ kW}.$$

Las pérdidas en el circuito principal secundario

$$p_{cob2} = 3 \cdot \frac{\pi}{2} R_2 = 3 \cdot 52^2 \cdot 0,795 \cdot 10^{-3} = 6,46 \text{ kW}.$$

La potencia electromagnética a carga nominal

$$P_{em} = P_{mec} + p_{cob2} = 253,4 + 6,46 \approx 260 \text{ kW.}$$

El resbalamiento del motor a carga nominal

$$s_n = \frac{p_{cob2}}{P_{em}} = \frac{6,46}{260} = 0,0249.$$

El valor

$$\frac{R_2}{s_n} = \frac{0,795}{0,0249} = 31,9 \Omega.$$

La magnitud

$$\cos \psi_2 = \frac{R_1 + \frac{R_2}{s_n}}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R_2}{s_n}\right)^2 + X_{c.c}^2}} = \frac{0,7 + 31,9}{\sqrt{(0,7 + 31,9)^2 + 5,83^2}} = \frac{32,6}{33,1} = 0,985.$$

La velocidad de rotación del rotor

$$n = n_1 (1 - s_n) = 1000 (1 - 0,0249) = 975,1 \text{ r.p.m.}$$

El momento útil del motor

$$M_{2n} = \frac{250 \cdot 10^3}{2\pi \frac{975,1}{60}} = 2450 \text{ N.m}; \quad M_{2n} = \frac{2450}{9,81} = 250 \text{ kgf.m.}$$

El momento de marcha en vacío

$$M_0 = \frac{p_{mec} + p_{ad}}{2\pi \frac{n}{60}} = \frac{3,4 \cdot 10^3}{2\pi \frac{975,1}{60}} = 33,3 \text{ N.m.}$$

El momento electromagnético

$$M_{em,n} = M_{2n} + M_0 = 2450 + 33,3 = 2483,3 \text{ N.m.}$$

La potencia electromagnética definitiva

$$P_{em} = \frac{3 \cdot U_{lf}^2 \frac{R_2}{s_n}}{\left(R_1 + \frac{R_2}{s_n}\right)^2 + X_{c.c}^2} = \frac{3 \cdot 1730^2 \cdot 31,9 \cdot 10^{-3}}{32,6^2 + 5,83^2} = 261,5 \text{ kW.}$$

El momento electromagnético definitivo

$$M_{em,n} = \frac{P_{em}}{2\pi n_1} = \frac{261,5 \cdot 10^3}{2\pi \frac{1000}{60}} = 2495 \text{ N.m.}$$

Por la fórmula (20-32) el momento máximo

$$M_{max} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 1730^2}{2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 (0,7 + \sqrt{0,7^2 + 5,83^2})} = 6530 \text{ N.m.}$$

Así pues,

$$\frac{M_{max}}{M_{em,n}} = \frac{6530}{2495} = 2,62.$$

El momento de arranque según la fórmula (20-34)

$$M_{\text{arr}} = \frac{m_1 U_{\text{if}}^2 R_2}{2\pi f (R_{\text{c.c.}}^2 + X_{\text{c.c.}}^2)} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 1730^2 \cdot 0,795}{2\pi \cdot 50 \cdot (1495^2 + 5,83^2)} = 1900 \text{ N} \cdot \text{m};$$

$$\frac{M_{\text{arr}}}{M_{\text{em.n}}} = \frac{1900}{2495} = 0,763.$$

Las pérdidas totales

$$\Sigma p = (p_{\text{mec}} + p_{\text{ad}}) + 3 \cdot I_n^2 R_{\text{c.c.}} + p_0 = 3,4 + 3 \cdot 52^2 \cdot 1,495 \cdot 10^{-3} + 11,68 = 27,2 \text{ kW}.$$

donde $p_0 = 11,68 \text{ kW}$ son las pérdidas en el circuito de marcha en vacío del circuito equivalente.

El rendimiento

$$\eta = \left(1 - \frac{27,2}{250 + 27,2} \right) \cdot 100 = (1 - 0,0983) \cdot 100 = 90,17\%.$$

Ejemplo. Calculemos de la misma manera las potencias y los momentos de un motor asincrónico trifásico con rotor bobinado según los parámetros expuestos en el § 19-5.

Datos iniciales del motor: $P_2 = 250 \text{ kW}$, $\eta_n = 90\%$, $\cos \varphi_n = 0,875$, $U_1 = 3000 \text{ V}$, $U_{\text{if}} = 1730 \text{ V}$, $I_n = 60 \text{ A}$, $2p = 6$, $P_1 = 278 \text{ kW}$, $\sum p = 27,8 \text{ kW}$, $R_1 = 0,7 \Omega$, $R_2 = 0,604 \Omega$, $X_{\text{c.c.}} = 8,01 \Omega$, $s_n = 0,019$.

Por las fórmulas, empleadas para el cálculo del motor en cortocircuito, hallamos:

$$\frac{R_2}{s_n} = \frac{0,604}{0,019} = 31,8 \Omega;$$

$$\cos \psi_2 = \frac{0,7 + 31,8}{\sqrt{(0,7 + 31,8)^2 + (8,01)^2}} = \frac{32,5}{33,4} = 0,97;$$

$$I_1 \cos \varphi_n = 60 \cdot 0,875 = 53,5 \text{ A};$$

$$I_0 \cos \varphi_0 = 17,5 \cdot 0,118 = 2,05 \text{ A};$$

$$I''_{2n} = \frac{I_1 \cos \varphi_n - I_0 \cos \varphi_0}{\cos \psi_2} = \frac{53,5 - 2,05}{0,97} = 52 \text{ A};$$

$$P_{\text{em}} = \frac{3 \cdot 1730^2 \cdot 31,8 \cdot 10^{-3}}{(0,7 + 31,8)^2 + 8,01^2} = 259 \text{ kW};$$

$$M_{\text{em.n}} = \frac{259 \cdot 10^3}{2\pi \frac{1000}{60}} = 2470 \text{ N} \cdot \text{m};$$

$$M_{\text{máx}} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 1730^2}{2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 (0,7 + \sqrt{0,7^2 + 8,01^2})} = 4920 \text{ N} \cdot \text{m};$$

$$\frac{M_{\text{máx}}}{M_{\text{em.n}}} = \frac{4920}{2470} = 1,99$$

(según los datos eléctricos de la fábrica para el motor AM-6, 280 kW, 3000 V, la relación $M_{\text{máx}}/M_{\text{em.n}} = 2,0$);

$$\sum p = 3,4 + 3 \cdot 52^2 \cdot 1,304 \cdot 10^{-3} + 11,68 = 25,7 \text{ kW};$$

$$\eta = \left(1 - \frac{25,7}{250 + 25,7} \right) \cdot 100 = 90,65\%.$$

20-7. Dependencia del momento de la resistencia óhmica del circuito del rotor

Si $r_{ad} = 0$ y, por consiguiente, $R_2 = \sigma_1^2 r'_2$, entonces la relación R_2/X_{ce} habitualmente no es muy grande. Por eso, el momento M_{em} pasa por el máximo a resbalamientos relativamente pequeños del orden de $s = 0,12 - 0,20$ (fig. 20-5). Pero, en este caso, el momento de arranque M_{arr} en los motores con rotor bobinado, que poseen mayor resistencia de dispersión del rotor que los motores en cortocircuito, puede bajar por debajo de los límites admisibles por las condiciones de la puesta en marcha, y el motor no arrancará. Para evitar esto es necesario intercalar en el circuito del rotor bobinado una resistencia óhmica adicional r_{ad} . En este caso, como se deriva de las expresiones (20-28) y (20-32) el máximo del momento no varía, pero aumenta el resbalamiento s_m .

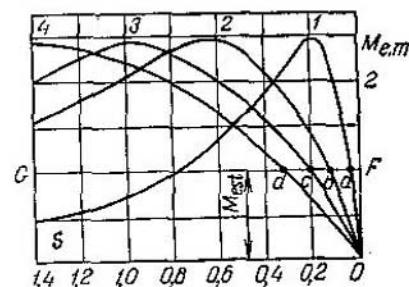


Fig. 20-6. Curvas de $M = f(s)$ para distintos valores de la resistencia del circuito del rotor

correspondientes a cuatro valores diferentes de la resistencia adicional r_{ad} . La curva 1 se obtiene para $r_{ad1} = 0$ y es una repetición de la curva de momento en la fig. 20-5. La curva 3 corresponde al valor de r_{ad3} , para el cual $\sigma_1^2(r'_2 + r'_{ad}) = X_{ce}$; en este caso $s_m = 1$, es decir, el máximo de momento se alcanza en el instante inicial de puesta en marcha del motor. La curva 2 corresponde a la resistencia $r_{ad2} < r_{ad3}$, y la curva 4, a la resistencia $r_{ad4} > r_{ad3}$; en el último caso el máximo de momento se alcanza con los resbalamientos $s_m > 1$, es decir, al funcionar la máquina como freno electromagnético.

Observemos que al intercalar una resistencia adicional óhmica en el circuito secundario durante el arranque, en correspondencia con la fórmula (20-22) simultáneamente se disminuye la corriente de arranque.

A continuación en los cap. XXIII y XXIV las curvas de la fig. 20-6 se utilizarán para explicar la puesta en marcha de los motores asincrónicos con ayuda de un reóstato y la regulación de sus velocidades de rotación.

20-8. Dependencia del momento M_{em} de la frecuencia f_1 siendo $U_1/f_1 = \text{const}$

La frecuencia f_1 de la red alimentadora habitualmente permanece constante, pero en algunas instalaciones puede variar en ciertos límites con la condición de que la tensión U_1 en los bornes del

motor varia en función de la frecuencia; con frecuencia la variación de U_1 y f_1 sucede de tal modo que $U_1/f_1 = \text{const}$.

Para responder a la pregunta de qué representan en estas condiciones las curvas $M_{\text{em}} = f(s)$ siendo iguales las frecuencias, valgámonos de las fórmulas simplificadas (20-29) y (20-33). De acuerdo con la primera de estas fórmulas el resbalamiento s_m , siendo $R_2 = \text{const}$, varía inversamente proporcional a la frecuencia. Con otras palabras, en las condiciones indicadas el momento M_{em} pasa por el máximo con tanto mayor resbalamiento, cuanto menor es la frecuencia f_1 . Por otro lado, en la magnitud $M_{\text{máx}}$ influyen tres variables: U_1 , f_1 y $X_{c.c.} = \sigma_1 x_1 + \sigma_2^2 x_2^2$. Si despreciásemos R_1 , entonces, como se ve de la fórmula (20-33), la variación de U_1 se compensaría con la variación proporcional de f_1 y $X_{c.c.}$. En este caso el momento $M_{\text{máx}}$ permanecería constante. En realidad, disminuye algo con la frecuencia.

Lo dicho se ilustra con tres curvas de momentos para $f_1 = 50$, 25 y 10 Hz, dadas en la fig. 20-7.

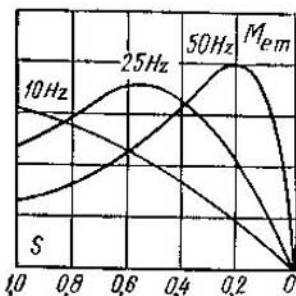


Fig. 20-7. Curvas de $M_{\text{em}} = f(s)$ siendo $U_1/f_1 = \text{const}$

disminución de la fre-

20-9. Fórmula de Kloos para el momento de rotación relativo

Al resolver las cuestiones sobre el movimiento del accionamiento eléctrico tiene importancia determinar la dependencia $M = f(s)$ por los datos expuestos en los catálogos de motores eléctricos. Por los datos de catálogo habitualmente se puede establecer el valor del momento M_n a carga nominal, el resbalamiento s_n a esta misma carga y la capacidad de sobrecarga k_m , con ayuda de la cual se puede establecer el momento máximo para la tensión nominal: $M_{\text{máx}} = k_m M_n$. Mostremos, cómo partiendo de estos datos, se puede establecer la dependencia $M = f(s)$, si se considera que los parámetros del motor no dependen del resbalamiento.

Las relaciones (20-26) y (20-32) determinan el valor del momento cualquiera que sea el resbalamiento y el valor del momento máximo.

Tomando la relación entre (20-26) y (20-32), obtenemos, haciendo uso sólo del signo "más" (régimen de motor) y omitiendo el índice "em":

$$\frac{M}{M_{\text{máx}}} = \frac{\frac{R_2}{s} [R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_{c.c.}^2}]}{\left(R_1 + \frac{R_2}{s} \right)^2 + X_{c.c.}^2}. \quad (20-37)$$

De acuerdo con la fórmula (20-28), tenemos:

$$\sqrt{R_1^2 + X_{c.c}^2} = \frac{R_2}{s_m}.$$

Sustituyendo este valor de la raíz cuadrada en la expresión (20-37), obtenemos:

$$\begin{aligned} \frac{M}{M_{\max}} &= \frac{R_2 \left[R_1 + \frac{R_2}{s_m} \right]}{\left[\left(\frac{R_2}{s_m} \right)^2 + \left(\frac{R_2}{s} \right)^2 + \frac{2R_1R_2}{s} \right] s} = \\ &= \frac{2 \frac{R_2^2}{s_m} \left[\frac{R_1}{R_2} s_m + 1 \right]}{\frac{R_2^2}{s_m} \left[\frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s} + 2 \frac{R_1}{R_2} s_m \right]} = \frac{2 \left(1 + \frac{R_1}{R_2} s_m \right)}{\frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s} + 2 \frac{R_1}{R_2} s_m}. \end{aligned} \quad (20-38)$$

En las máquinas asincrónicas, si no existe resistencia adicional en el circuito del rotor, habitualmente $r_1 \approx r_2$ y, por consiguiente, también $R_1 \approx R_2$. Por eso, cuando la relación R_1/R_2 no se puede establecer más exactamente, se puede aceptar que

$$\frac{M}{M_{\max}} = \frac{2(1+s_m)}{\frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s} + 2s_m}. \quad (20-39)$$

Conociendo por los datos de catálogo M_n , k_m y s_n por la fórmula (20-39) se puede determinar s_m y entonces por esta misma fórmula se puede hallar la magnitud relativa del momento para cualquier resbalamiento s .

Para pequeños valores del resbalamiento, en la zona de cargas normales, en la fórmula (20-39) se puede tener en cuenta en el denominador sólo el término s_m/s , y entonces

$$\frac{M}{M_{\max}} \approx \frac{2(1+s_m)}{s_m} s.$$

La expresión obtenida muestra que en la zona de cargas normales el momento M varía proporcionalmente al resbalamiento, como se representa en las figs. 20-5 y 20-6.

Si en la fórmula (20-39) despreciamos s_m en el numerador y el término $2s_m$ en el denominador, obtendremos la relación aproximada, empleada a veces en los cálculos:

$$\frac{M}{M_{\max}} \approx \frac{2}{\frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s}}. \quad (20-40)$$

20-10. Potencia mecánica máxima

De la misma manera que se obtuvo la expresión para el valor máximo de la potencia electromagnética $P_{em.\max}$, se puede obtener la expresión correspondiente para el valor máximo de la potencia mecánica P_{mec} desarrollada en el rotor de la máquina asincrónica.

En virtud de las fórmulas (20-19) y (20-20) la potencia mecánica es

$$P_{\text{mec}} = \frac{1-s}{s} P_{\text{cobs}} = \frac{1-s}{s} m_1 I_2'^2 R_2 \quad (20-41)$$

o sustituyendo en esta fórmula el valor de I_2' por el circuito en ángulo equivalente (fig. 19-17)

$$P_{\text{mec}} = \frac{1-s}{s} \frac{m_1 U_1^2 R_2}{\left(R_1 + \frac{R_2}{s} \right)^2 + X_{\text{c.c}}^2}. \quad (20-42)$$

Para hallar el resbalamiento $s = s_r$, correspondiente al valor máximo de P_{mec} , tomamos la derivada de P_{mec} con relación a s y la igualamos a cero:

$$\frac{dP_{\text{mec}}}{ds} = \frac{m_1 U_1^2 \left[- (R_1 + R_2)^2 - X_{\text{c.c}}^2 + \left(-R_2 + \frac{R_2}{s_r} \right)^2 \right] \frac{R_2}{s^2}}{\left[\left(R_1 + \frac{R_2}{s} \right)^2 + X_{\text{c.c}}^2 \right]^2} = 0.$$

Para reducir a cero la derivada dP_{mec}/ds hay que igualar a cero el término encerrado entre paréntesis del numerador:

$$-(R_1 + R_2)^2 - X_{\text{c.c}}^2 + \left(-R_2 + \frac{R_2}{s_r} \right)^2 = 0,$$

de donde

$$\frac{R_2}{s_r} = R_2 \pm \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + X_{\text{c.c}}^2} = R_2 \pm z_{\text{c.c}}$$

donde

$$z_{\text{c.c}} = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + X_{\text{c.c}}^2} = \sqrt{R_{\text{c.c}}^2 + X_{\text{c.c}}^2} \quad (20-43)$$

Por consiguiente,

$$s_r = \frac{R_2}{R_2 \pm z_{\text{c.c}}}. \quad (20-44)$$

El signo "más" corresponde al régimen de funcionamiento de la máquina asincrónica como motor, y el signo "menos", como generador.

Sustituyendo la expresión obtenida de s_r con signo "más" en la expresión general (20-42) para la potencia P_{mec} , obtenemos que en el régimen de motor la potencia mecánica máxima es

$$P_{\text{mec.máx}} = \frac{m_1 U_1^2 R_2 \left[\frac{R_2 + z_{\text{c.c}}}{R_2} - 1 \right]}{(R_{\text{c.c}} + z_{\text{c.c}})^2 + X_{\text{c.c}}^2} = \frac{m_1 U_1^2 z_{\text{c.c}}}{2z_{\text{c.c}} (R_{\text{c.c}} + z_{\text{c.c}})}$$

o definitivamente

$$P_{\text{mec.máx}} = \frac{m_1 U_1^2}{2(R_{\text{c.c}} + z_{\text{c.c}})}. \quad (20-45)$$

La potencia máxima en el árbol del motor $P_{\text{máx}}$ se distingue de $P_{\text{mec. máx}}$ de la fórmula (20-45) en la magnitud de las pérdidas mecánicas y adicionales.

En el régimen de generador, haciendo uso en la fórmula (20-44) del signo "menos", la potencia mecánica máxima en el rotor será:

$$P_{\text{mec. máx}} = - \frac{m_1 U_1^2}{2(-R_{\text{c.c}} + z_{\text{c.c}})}. \quad (20-46)$$

Aquí el signo "menos" indica que esta potencia no se transmite al árbol, sino que se recibe de él.

20-11. Momento de rotación histerético

Las pérdidas en el acero (hierro) del rotor se componen de las pérdidas por histéresis p_{his} y las pérdidas por corrientes parásitas p_{par} ; las primeras, como es conocido, varían proporcionalmente a

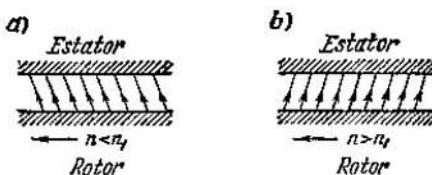


Fig. 20-8. Formación del momento de rotación histerético en el régimen de motor (a) y de generador (b)

la frecuencia de remagnetización del rotor $f_2 = f_1 s$, y las segundas son proporcionales al cuadrado de esta frecuencia. Si designamos los valores de estas pérdidas para la frecuencia f_1 , es decir, con rotor inmóvil, respectivamente por $p_{\text{his},0}$ y $p_{\text{par},0}$, entonces siendo $\Phi_m = \text{const}$

$$p_{\text{his}} = p_{\text{his},0} s; \quad (20-47)$$

$$p_{\text{par}} = p_{\text{par},0} s^2. \quad (20-48)$$

A estas pérdidas, así como a las pérdidas en el cobre del rotor p_{cobre} , les corresponden sus momentos de rotación electromagnéticos. En efecto, las corrientes parásitas surgen como resultado de la inducción de f.e.m. en las hojas de acero del rotor por el campo giratorio y por su naturaleza no se distinguen en principio de las corrientes en el devanado del rotor. Como resultado de la histéresis en el acero del rotor se retrasa el cambio del campo magnético en el rotor, y en el régimen duradero la dirección de las líneas de flujo magnético en el entrehierro no es radial, sino que se desvía en la superficie del rotor en sentido opuesto al de rotación (fig. 20-8), a consecuencia de lo cual se crea un momento de rotación histerético que actúa en el sentido de rotación, es decir, que es positivo.

En el régimen de generador el signo del momento histerético varía por el contrario.

En correspondencia con la fórmula (20-21) el momento histerético M_{his} y el momento debido a las corrientes parásitas M_{par} son iguales a:

$$M_{\text{his}} = \frac{p_{\text{his}}}{s\Omega_1} = \frac{p_{\text{his},0}}{\Omega_1}; \quad (20-49)$$

$$M_{\text{par}} = \frac{p_{\text{par}}}{s\Omega_1} = \frac{sp_{\text{par},0}}{\Omega_1}. \quad (20-50)$$

Así pues, la magnitud del momento histerético M_{his} no depende del resbalamiento. Este momento, siendo $\Phi_m = \text{const}$, es de magnitud

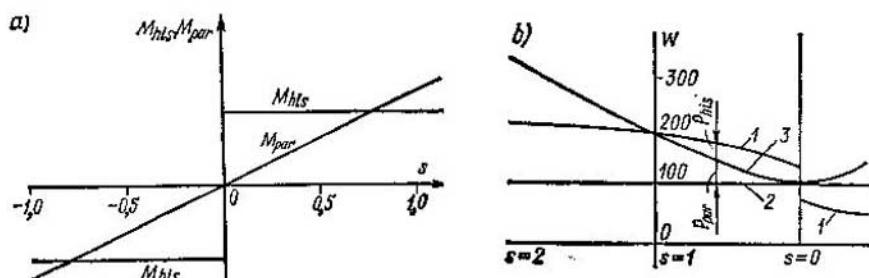


Fig. 20-9. Momentos de rotación (a) y pérdidas (b), provocados por la histéresis y las corrientes de Foucault

constante y sólo varía su signo cuando $s=0$. El momento de corrientes parásitas varía proporcionalmente al resbalamiento.

Ambos momentos M_{his} y M_{par} actúan sobre el rotor de la misma manera que el momento electromagnético principal, y por eso son momentos útiles.

En la fig. 20-9, a vienen representados los momentos M_{his} y M_{par} en función del resbalamiento s . El momento M_{par} en la zona de regímenes normales es bastante pequeño. El momento M_{his} en algunas máquinas cuyos rotores se han fabricado no de acero al silicio, tiene una magnitud más notable.

El ensayo de marcha en vacío ofrece la posibilidad de determinar la suma de las pérdidas en el cobre del estator p_{cobi} , en el acero del estator p_{aci} , adicionales en marcha en vacío $p_{\text{ad},0}$ y mecánicas p_{mec} :

$$P_0 = p_{\text{cobi}} + p_{\text{aci}} + p_{\text{ad},0} + p_{\text{mec}}.$$

Puesto que las pérdidas en el cobre del estator en marcha en vacío son

$$p_{\text{cobi}} = 3I_0^2 r_1,$$

entonces, siendo conocidos los valores de I_0 y r_1 se determina la suma de las pérdidas:

$$p_{aci} + p_{ad.0} + p_{mec} = P_0 - p_{cobi}.$$

Si se halla P_0 para los distintos valores de la tensión, entonces, dado que p_{aci} y $p_{ad.0}$ son proporcionales a B^2 y, por lo tanto, a U_1^2 , las pérdidas mecánicas pueden ser determinadas por los valores de P_0 para dos valores de U_1 :

$$a = P_0' - p_{mec1} = (p_{aci}' + p_{ad.0}') + p_{mec};$$

$$b = P_0'' - p_{cobi}'' = (p_{aci}'' + p_{ad.0}'') + p_{mec} = (p_{aci}' + p_{ad.0}') \left(\frac{U_1''}{U_1'} \right)^2 + p_{mec},$$

de donde

$$c = p_{aci}' + p_{ad.0}' = \frac{b-a}{\left(\frac{U_1''}{U_1'} \right)^2 - 1}$$

y, por consiguiente, $p_{mec} = a - c$.

En la fig. 20-9, b viene representada la curva 1 de potencia consumida de la red, obtenida del ensayo de la rotación con ayuda de un motor accesorio conectado a la red de una máquina asincrónica de rotor bobinado de 5 kW de potencia. La curva 2 da la suma de las pérdidas en el cobre del estator y en el acero del mismo. La diferencia entre las curvas 1 y 2 da la suma de las pérdidas por histéresis y por corrientes parásitas en el rotor. La diferencia entre la curva 3, que muestra el carácter de variación de las pérdidas por corrientes parásitas, y la curva 2 da la potencia P_{par} , correspondiente a las corrientes parásitas en el rotor, y la diferencia entre las curvas 1 y 3, la potencia P_{his} , correspondiente al momento histerético.

En las máquinas asincrónicas normales los momentos M_{his} y M_{par} no se toman en consideración en los cálculos, pero en los últimos años encuentran cada vez más divulgación los así llamados motores de histéresis de pequeña potencia (hasta 200 W). El rotor del motor es redondo, no lleva devanado alguno y se fabrica de chapas de acero con amplio bucle de histéresis. La puesta en marcha tiene lugar bajo la influencia del momento histerético y del momento de corrientes parásitas. Bajo la influencia del momento histerético el motor engancha y luego funciona como motor sincrónico. En el motor de 200 W el rendimiento alcanza 80%.

El motor de histéresis se emplea en los mecanismos de relojería y de arrastre de las cintas, en los aparatos fonoinscriptores y fonoreproductores, etc. Generalmente estos motores se hacen monofásicos, además, se usa uno u otro procedimiento de puesta en marcha del motor monofásico (véase el § 25-4).

20-12. Momentos parásitos del motor asincrónico [186, 196, 202]

Además del momento principal, creado por las primeras armónicas del flujo y la corriente, en el motor asincrónico surge una serie de momentos adicionales o parásitos, que en determinadas condiciones pueden alterar el funcionamiento del motor e incluso hacerlo imposible.

Se distinguen los siguientes tipos de momentos parásitos:

1) momentos asincrónicos creados por las armónicas superiores de f.m., incluyendo las armónicas en los dientes;

2) momentos sincrónicos que surgen a una determinada velocidad y con una relación determinada entre los números de ranuras en el estator y en el rotor Z_1 y Z_2 ;

3) momentos de vibración condicionados también por la relación desfavorable de los números de ranuras Z_1 y Z_2 .

Además, ejercen cierta influencia en el funcionamiento del motor asincrónico las armónicas superiores de tensión (temporales), pero esta influencia puede despreciarse, puesto que habitualmente es muy pequeña.

Consideraremos que nos son conocidas las propiedades de las armónicas en el espacio y en los dientes (cap. IV), y tendremos en cuenta sólo los motores de jaula de ardilla, ya que la presencia de momentos parásitos influye más que nada en su funcionamiento.

20-13. Momentos parásitos asincrónicos

Al hablar sobre el funcionamiento del motor asincrónico, mostramos (véase el § 19-3) que las primeras armónicas de f.m. del estator y el rotor giran en el espacio siempre en una misma dirección y con igual velocidad n_1 , además, la velocidad de la onda fundamental de f.m. del rotor se compone de su velocidad de rotación respecto del rotor $n_1 - n$ y la velocidad de rotación del rotor n .

Extendamos esta noción sobre la interdependencia entre la f.m. del rotor y el estator para las armónicas de f.m. de cualquier orden. Si la primera armónica de f.m. del estator gira con la velocidad n_1 , entonces la armónica de f.m. del estator del v -síma orden gira con la velocidad $n_{1v} = \pm n_1/v$. Aquí el signo "más" se refiere a la f.m. que gira en la misma dirección que la primera armónica de f.m., y el signo "menos", a la f.m. que gira en sentido contrario. Con el fin de simplificar, a las primeras f.m. las llamaremos directas, y a las segundas, contrarias.

El resbalamiento correspondiente a la armónica dada es:

$$s_v = \frac{\pm n_{1v} - n}{\pm n_{1v}} = 1 \pm \frac{n_1 - (n_1 - n)}{n_1/v} = 1 \pm (1 - s) v. \quad (20-51)$$

Aquí s es el resbalamiento del rotor respecto de la onda fundamental de f.m., o bien, abreviadamente, resbalamiento fundamental.

La frecuencia de la corriente inducida en el rotor por el flujo de la v -síma armónica de f.m. del estator se determina por la fórmula (19-2):

$$f_{2v} = f_1 s_v = f_1 [1 \pm (1 - s) v]. \quad (20-52)$$

Dado que $n_{1v} = \pm n_1/v$, entonces la v -síma armónica de f.m. del rotor gira respecto del rotor con la velocidad

$$n_{2v} = \pm \frac{n_1}{v} - n. \quad (20-53)$$

Por consiguiente, la velocidad de rotación de la v -síma armónica del rotor en el espacio es

$$n_{2v} + n = \pm \frac{n_1}{v} - n + n = \pm \frac{n_1}{v}, \quad (20-54)$$

es decir, es igual a la velocidad de rotación de la v-sima armónica de f.m. del estator.

Sobre la base de esto podemos calcular los momentos asincrónicos creados por las armónicas superiores de f.m., por la fórmula (20-26), sustituyendo en ella las magnitudes correspondientes a la armónica dada.

La acción de los momentos asincrónicos parásitos depende de la dirección de rotación de la armónica de f.m.

Examinemos al principio el efecto de la armónica directa de f.m. de v-simo orden.

Sabemos que la velocidad sincrónica de rotación de esta armónica es $n_{1v} = n_1/v$. Esto corresponde al resbalamiento

$$s = \frac{n_1 - \frac{n_1}{v}}{n_1} = 1 - \frac{1}{v}.$$

En los límites de variación del resbalamiento desde $s=1$ hasta $s=1-1/v$ el rotor gira con menor velocidad que la armónica, y en los límites desde $s=1-1/v$ hasta $s=0$, con mayor velocidad. En el primer caso la v-sima armónica de f.m. crea momento de motor, y en el segundo, de generador, y, por lo tanto, de frenado.

El momento de motor de la armónica se adiciona al momento principal, mientras que el momento de generador se extrae de él. En la fig. 20-10 la curva 1 representa el momento principal, y la curva 2, el momento de la armónica de séptimo orden.

Examinemos ahora el efecto de las armónicas contrarias de f.m. Puesto que al funcionar como motor el rotor gira en sentido contrario al sentido de rotación de estas armónicas, con respecto de estas últimas el motor asincrónico representa un freno electromagnético. Por esta razón, para todos los resbalamientos en los límites desde $s=1$ hasta $s=0$ las armónicas contrarias de f.m. crean momentos de frenado, como lo muestra la curva 3 del momento creado por la armónica contraria del quinto orden. Pero si giramos el rotor en sentido contrario al sentido de rotación de la f.m. fundamental, es decir, en un mismo sentido que la armónica contraria, entonces, para el resbalamiento $s=1+1/v$, correspondiente a la rotación sincrónica del rotor en el flujo de esta armónica, su momento pasará por el cero y, luego, para los valores de $s > 1+1/v$, adquirirá valores positivos.

Adicionando en la fig. 20-10 las ordenadas de las curvas 1, 2 y 3, obtendremos la curva 4 del momento resultante del motor. Vemos que esta curva tiene dos caídas: una siendo $s=1-1/7=6/7$, y otra para $s=1+1/5=1,2$. Tiene particular importancia la primera caída. En efecto, si el momento estático M_{est} resulta mayor que el momento de rotación mínimo M_{min} , entonces durante la aceleración el motor alcanzará el punto a , pero no pasará por la caída de la curva de momento y, por consiguiente, funcionará establemente a una velocidad considerablemente menor que la nominal, consumiendo corriente considerablemente más alta que la nominal.

Adicionando en la fig. 20-10 las ordenadas de las curvas 1, 2 y 3, obtendremos la curva 4 del momento resultante del motor. Vemos que esta curva tiene dos caídas: una siendo $s=1-1/7=6/7$, y otra para $s=1+1/5=1,2$. Tiene particular importancia la primera caída. En efecto, si el momento estático M_{est} resulta mayor que el momento de rotación mínimo M_{min} , entonces durante la aceleración el motor alcanzará el punto a , pero no pasará por la caída de la curva de momento y, por consiguiente, funcionará establemente a una velocidad considerablemente menor que la nominal, consumiendo corriente considerablemente más alta que la nominal.

20-14. Armónicas en los dientes

Entre las armónicas del estator, que crean momentos asincrónicos, hay que destacar las armónicas en los dientes, es decir, las armónicas que en el caso general tienen un orden $v_{di}=kZ_1/p \pm 1$ (vease el § 2-4). Aquí k es cualquier

número entero positivo. La armónica en el diente, siendo $k=1$, se considera como primera, las demás, como superiores. Las armónicas en los dientes de órdenes superiores se pueden despreciar.

La importancia primordial que tienen las armónicas en los dientes respecto a la creación de momentos asincrónicos parásitos está condicionada principalmente por el hecho de que para las armónicas en los dientes el coeficiente de distribución del devanado es igual al coeficiente de distribución de la primera armónica [véase la fórmula (2-15)], mientras que para las armónicas de f.m. de otros órdenes dicho coeficiente es mucho menor. Mientras tanto, como muestra un análisis más detallado, la magnitud del momento asincrónico parásito depende fundamentalmente de la relación $(k_{dev_v}/k_{dev})^2$, donde k_{dev_v} y k_{dev} son los coeficientes de devanado para la primera y la v -sima armónicas. Así pues, para las armónicas superiores la relación indicada más arriba es mayor que para otras armónicas, por lo que se explica la importancia primordial precisamente de las armónicas en los dientes.

El efecto de las armónicas en los dientes del estator y los momentos creados por ellas pueden ser limitados en sumo grado eligiendo adecuadamente el número de ranuras del rotor Z_2 . Un análisis especial muestra que para ello hace falta que

$$Z_2 \leq 1,25 \left(\frac{Z_1}{p} \pm 1 \right) p \leq 1,25 (Z_1 \pm p). \quad (20-55)$$

20-15. Momentos sincrónicos

En el caso general, por momento sincrónico se comprende el momento que surge a determinada velocidad de rotación del rotor como resultado de la interacción de las armónicas de un mismo orden del rotor y el estator, es decir, cuando $v_1 = v_2$, estas armónicas giran sincrónicamente. En particular, tienen importancia primordial los momentos sincrónicos que surgen en presencia de armónicas en los dientes del rotor y el estator de igual orden, es decir, cuando

$$v_{d1} = v_{d2}. \quad (20-56)$$

Considerando que $k_d = 1$ (véase más arriba el § 20-14), tenemos:

$$\frac{Z_1}{p} \pm 1 = \frac{Z_2}{p} \pm 1.$$

Por consiguiente, los momentos sincrónicos tienen lugar cuando

$$Z_1 = Z_2; \quad Z_1 - Z_2 = \pm 2p. \quad (20-57)$$

Estas relaciones entre los números de ranuras del estator y el rotor deben ser evitadas. Además, el caso cuando $Z_1 = Z_2$ prácticamente no se usa, puesto que desde hace ya mucho tiempo se conoce la "adherencia" que surge en este caso siendo el rotor inmóvil.

En la fig. 20-11, a y b se muestran como ilustración las curvas de momentos de un motor de cuatro polos con un número de ranuras $Z_1 = 24$ y $Z_2 = 24 \pm 4 = 28$ ó 20.

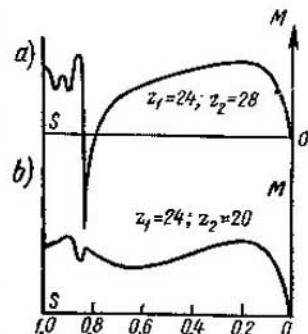


Fig. 20-11. Curvas de los momentos para $2p = 4$

20-16. Momentos de vibración

Al girar el rotor sus dientes se desplazan continuamente respecto de los dientes del estator; como consecuencia de esto tienen lugar variaciones periódicas de la inducción magnética en los dientes del estator y del rotor, que provocan

distintos fenómenos acústicos: zumbido, silbido, etc. Además, al coincidir los ejes de los dientes del estator y el rotor surge en el punto dado por la circunferencia del estator una fuerza de atracción unilateral entre el estator y el rotor.

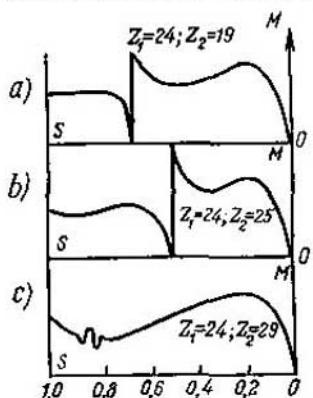


Fig. 20-12. Momentos de vibración siendo $2p=4$;

$$Z_1 = 24, \quad Z_2 = 24 + 1 \quad \text{y} \\ Z_2 = 24 \pm (1+4)$$

consecuencia de que los números impares de ranuras en el rotor son indeseables, cosa que fue confirmada experimentalmente.

En la fig. 20-12, a, b y c se muestran como ilustración las curvas de momentos para $Z_1 = 24$; $Z_2 = 24 + 1$; $Z_2 = 24 \pm (1+4)$ y $2p=4$.

Al girar el rotor esta fuerza se desplaza en el entrehierro con determinada velocidad, provocando la vibración del rotor. A determinada velocidad de rotación del rotor estas vibraciones pueden comenzar a resonar con oscilaciones propias (mecánicas) del rotor. Si este fenómeno adquiere un desarrollo considerable, puede hacer el funcionamiento del motor imposible. El análisis muestra que los momentos de vibración surgen con la condición de que

$$Z_1 - Z_2 = \pm 1 \pm 2p. \quad (20-58)$$

Por algunas investigaciones se ha establecido que tampoco son deseables las relaciones entre los números de ranuras, para las cuales

$$0.5(Z_1 - Z_2) = \pm 1 \pm 2p$$

o bien

$$Z_1 - Z_2 = \pm 2 \pm 4p. \quad (20-59)$$

Como $Z_1 = 2p_1 m_1 q_1$, entonces, para $q_1 = \text{número entero}$ la magnitud de Z_1 es un número par. En este caso la condición (20-58) conduce a la deducción de que los números impares de ranuras en el rotor son indeseables, cosa que fue confirmada experimentalmente.

En la fig. 20-12, a, b y c se muestran como ilustración las curvas de momentos para $Z_1 = 24$; $Z_2 = 24 + 1$; $Z_2 = 24 \pm (1+4)$ y $2p=4$.

20-17. Medidas contra los momentos parásitos

De lo expuesto se desprende que el motor asincrónico representa una serie de motores adicionales asincrónicos y sincrónicos acoplados a un mismo árbol con el principal. Como vimos estos motores adicionales pueden alterar las condiciones de funcionamiento del motor principal o incluso hacerlo imposible. Por eso, los momentos parásitos del motor asincrónico deben ser eliminados lo más completamente posible.

Para eliminar los momentos asincrónicos parásitos lo más fácil es amortiguar las armónicas de f.m. del devanado del estator. Para esta finalidad sirven los devanados de paso reducido y con número entero de ranuras por polo y por fase. Los devanados con número fraccionario de ranuras forman sistemas de f.m. distribuidos asimétricamente por la circunferencia del estator o contribuyen al surgimiento de ruido en el motor. Por esta razón, en contraposición con los motores sincrónicos, en los asincrónicos los devanados con número fraccionario de ranuras se emplean raramente. El número de ranuras del rotor debe satisfacer la condición determinada por la fórmula (20-55).

Una medida muy eficaz de lucha contra los momentos asincrónicos parásitos es el chaflanado de las ranuras del rotor o el estator.

Al chaflanar las ranuras del rotor el bisel se hace igual al paso dental del estator t_{e1} o bien se disminuye hasta $t_{e1}(Z_1/Z_1 + p)$. En el primer caso se paraliza parcialmente la acción de las armónicas directa y contraria en los dientes del orden $Z_1/p \pm 1$, y en el segundo caso se elimina la acción de la armónica directa más peligrosa $Z_1/p + 1$. En efecto, el coeficiente de biselado de las ranuras se puede determinar por la fórmula (3-1), sustituyendo en ella los valores siguientes: $v = Z_1/p$ o $v = Z_1/p + 1$; $c = t_{e1}$ o $c = t_{e1}(Z_1/Z + p_1)$. En ambos casos el coeficiente de biselado de las ranuras k_b , y, por consiguiente, también las

f.e.m. inducidas por las armónicas en los dientes son iguales a cero. Esto mismo vemos en la fig. 20-13. El conductor *ab* del rotor se ha hecho con un bisel igual a t_{c1} , y en el conductor se inducen f.e.m. que se equilibran mutuamente.

Al biselar las ranuras del estator el bisel se hace igual al paso dental del rotor t_{c2} y se obtienen los mismos resultados.

En la fig. 20-14 la curva 1 representa el momento del motor sin biselado de las ranuras, la curva 2, con biselado. Es fácil ver lo favorable que es la influencia del biselado respecto a los momentos parásitos.

Para disminuir el ruido del motor durante su funcionamiento en vez del biselado recto de las ranuras, se practica el biselado en zigzag (fig. 20-15, *a* y *b*).

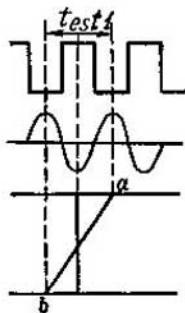


Fig. 20-13. Influencia del biselado de las ranuras en los armónicos de f.e.m. de los dientes

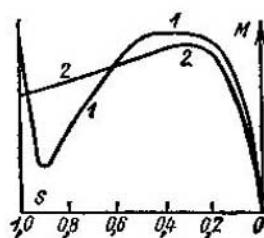


Fig. 20-14. Curvas de los momentos con ranuras rectas (1) y biseladas (2)

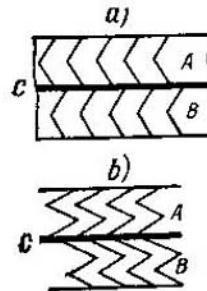


Fig. 20-15. Biselado de las ranuras del rotor en zigzag

En este caso, el rotor se divide por su longitud en dos partes *A* y *B* de tal modo que las ranuras de una parte se desplazan respecto a las ranuras de la otra parte; los extremos contiguos de ambas mitades del devanado se unen al anillo de unión común *C*.

No obstante, hay que tener en cuenta que el biselado de las ranuras es equivalente a cierta disminución complementaria del coeficiente de devanado. El biselado aumenta la dispersión en el motor y en correspondencia con esto empeora algo las características de trabajo del motor, en particular su $\cos\varphi$ y la capacidad de sobrecarga. Esto último se ve también en la fig. 20-14.

El aumento del espacio de aire influye favorablemente en la disminución de los momentos parásitos. En este caso disminuyen también las pérdidas adicionales en el motor. Sin embargo, el aumento del espacio de aire conduce al aumento de la corriente en vacío y, como consecuencia, al empeoramiento del $\cos\varphi$ del motor. Por eso sólo en los motores de elevada fiabilidad el espacio de aire se hace por razonamientos mecánicos mayor de lo habitual.

Para eliminar los momentos sincrónicos y de vibración hay que elegir adecuadamente el número de ranuras del estator y el rotor. Reuniendo todo lo dicho más arriba sobre esta cuestión, obtenemos las siguientes relaciones indeseables entre los números de ranuras Z_1 y Z_2 :

$$Z_1 - Z_2 = \pm 2p; \quad Z_1 - Z_2 = \pm 1 \pm 2p; \quad Z_1 - Z_2 = \pm 2 \pm 4p.$$

Además, son también indeseables los números impares de ranuras del rotor. Por consiguiente, en general la elección del número de ranuras del rotor es una tarea relativamente complicada, que prácticamente se puede resolver sólo por vía experimental.

Como ilustración aportamos los números favorables de ranuras del rotor Z_2 para un motor de cuatro polos sin biselado de las ranuras.

siendo $Z_1 = 24$

$Z_2 = 18, 30, 34 \text{ y } 38;$

para $Z_1 = 36$

$Z_2 = 10, 14, 22, 26, 30, 42, 46, 50, 54 \text{ y } 58;$

si $Z_1 = 48$

$Z_2 = 10, 14, 18, 30, 34, 42, 54, 58, 62 \text{ y } 66.$

La influencia favorable de los números de ranuras del rotor expuestos en el momento del motor en lo fundamental se confirma por la experiencia.

20-18. Características de trabajo del motor asincrónico

Lo mismo que para el motor sincrónico, por características de trabajo de un motor asincrónico se comprende:

$$n, M, \eta \text{ y } \cos \varphi = f(P_2) \text{ siendo } U_1 = \text{const } f_1 = \text{const.}$$

Además, pertenecen también a los índices de importancia el coeficiente de capacidad de sobrecarga k_s y, para los motores en cortocircuito, también el orden de la corriente de arranque y del par de arranque.

A. **Velocidad de rotación del motor $n = f(P_2)$.** De la fórmula para el resbalamiento (1-3) se desprende que

$$n = n_1(1 - s). \quad (20-60)$$

Por otro lado, en virtud de la fórmula (20-20)

$$s = p_{\text{coba}}/P_{\text{em}}. \quad (20-61)$$

Así pues, el resbalamiento del motor asincrónico numéricamente es igual a la relación de las pérdidas en el devanado del rotor p_{coba} a la potencia electromagnética P_{em} desarrollada por el motor.

En marcha en vacío las pérdidas p_{coba} son infinitamente pequeñas en comparación con la potencia P_{em} ; por eso aquí $s \approx 0$ y $n \approx n_1$. A medida que aumenta la carga crece la relación (20-61), pero, teniendo en cuenta el alto rendimiento del motor, está limitada entre límites bastante estrechos. Habitualmente, a carga nominal, $p_{\text{coba}}/P_{\text{em}} \approx p_{\text{coba}}/P_2 = 1,5 - 5\%$. La cifra menor se refiere a los motores de mayor potencia, la mayor, a los motores de pequeña potencia, del orden de 3 a 10 kW. La dependencia $n = f(P_2)$ representa una curva poco inclinada al eje de abscisas (fig. 20-16). Vemos que el motor asincrónico posee una característica de velocidad del tipo de la característica del motor de corriente continua en derivación.

B. **Dependencia $M = f(P_2)$.** En el régimen permanente de funcionamiento $M = M_2 + M_0$, donde M_0 es el momento de frenado

útil del motor, y M_0 es el momento en vacío. Puesto que al variar la carga en los límites desde la marcha en vacío hasta la nominal la velocidad de rotación de los motores asincrónicos permanece casi constante, la dependencia $M = f(P_2)$ del motor asincrónico es casi rectilínea (fig. 20-16).

C. Pérdidas y rendimiento del motor. En los motores asincrónicos tienen lugar las mismas pérdidas que en otras máquinas

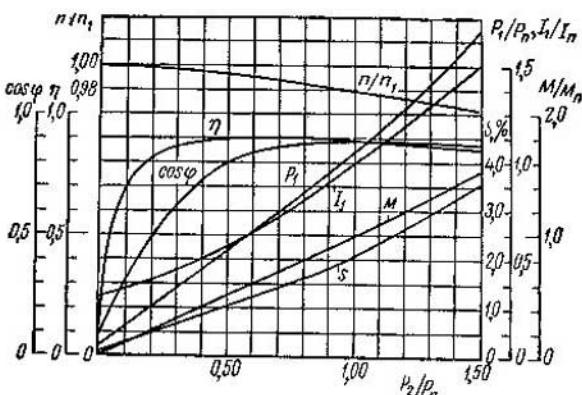


Fig. 20-16. Características de funcionamiento de un motor asincrónico en cortocircuito de 50 kW de potencia, 220/380 V, 1470 r.p.m. trazadas en unidades relativas

eléctricas: pérdidas mecánicas, pérdidas en el acero, pérdidas en el cobre y pérdidas adicionales.

Las variedades fundamentales de pérdidas en los motores asincrónicos se determinan por fórmulas análogas a las expuestas en los apartados anteriores (véase el Tomo I, cap. VII; el Tomo II, §§ 11-8, 20-11). Las pérdidas adicionales componen un grupo particular. Estas se componen de a) pérdidas adicionales en el cobre y b) pérdidas adicionales en el acero. En el caso de tensión sinusoidal en los bornes del motor las pérdidas adicionales en el cobre surgen en parte bajo la influencia de las armónicas superiores de f.m., y en parte como resultado del efecto de desplazamiento de la corriente.

Las pérdidas adicionales en el cobre debidas a las armónicas superiores de f.m. tienen lugar principalmente en los devanados del rotor en jaula de ardilla. Al girar el rotor en los campos magnéticos creados por las armónicas superiores de la f.m. del estator, en el devanado del rotor surgen corrientes de frecuencia que se distingue de la frecuencia de resbalamiento y que depende de la velocidad de rotación del rotor. Para disminuir estas pérdidas se practica: a) el acortamiento del paso del devanado del estator, que conduce a la disminución de las armónicas superiores

de f.m., b) al biselado de las ranuras del rotor respecto de las ranuras del estator, que desempeña el mismo papel que el acortamiento del paso, y c) la elección adecuada de los números de ranuras en el estator y en el rotor Z_1 y Z_2 . El análisis muestra que si las pérdidas adicionales en el rotor no deben sobrepasar del 10% de las pérdidas fundamentales provocadas por la primera armónica de la corriente, en el caso de ranuras no biseladas

$$Z_2 \leq \frac{4}{3} Z_1$$

El fenómeno de desplazamiento de la corriente se observa en los devanados del estator y también en los devanados del rotor, particularmente en el rotor en jaula de ardilla. Aquí este fenómeno puede ser utilizado para mejorar las características de arranque de los motores con rotor en cortocircuito. Pero durante el funcionamiento normal la frecuencia de la corriente en el rotor habitualmente no sobrepasa de 3 Hz. En estas condiciones el desplazamiento de la corriente prácticamente no se nota. Los fenómenos que tienen lugar durante la puesta en marcha y los relacionados con el desplazamiento de la corriente en el rotor se examinan en los cap. XXII y XXIII.

Por cuanto las pérdidas adicionales debidas a las armónicas superiores de f.m. se crean por corrientes de frecuencia diferente de la frecuencia de la primera armónica de corriente, ellas se cubren con la potencia mecánica desarrollada por el motor.

Se puede considerar con bastante exactitud que las pérdidas adicionales en el cobre varían proporcionalmente al cuadrado de la corriente.

Las pérdidas adicionales en el acero de las máquinas asincrónicas se componen, así como en las máquinas sincrónicas, de a) pérdidas por pulsación y b) pérdidas superficiales.

Las pérdidas por pulsación son provocadas por las pulsaciones longitudinales del flujo magnético como resultado de la variación de la permeancia, condicionada por la variación continua de la posición mutua de los dientes del estator y el rotor al girar este último. La frecuencia de pulsaciones en el estator $f_{d1} = Z_2 n$, y la frecuencia de pulsaciones en el rotor $f_{d2} = Z_1 n$, donde Z_1 y Z_2 son los números de ranuras en el estator y en el rotor y n es la velocidad de rotación del rotor. El cálculo de estas pérdidas compone el objeto de un curso especial.

Las pérdidas superficiales están condicionadas por el hecho de que bajo la influencia de las ranuras la distribución de la inducción en el entrehierro resulta no uniforme (fig. 20-17). La frecuencia de las pulsaciones superficiales es la misma que la de las pulsaciones en los dientes. El análisis muestra que las pérdidas superficiales dependen de la frecuencia a la potencia 1,5 y del cuadrado del valor medio de la inducción en el entrehierro.

Puesto que las pérdidas adicionales en el acero tienen una frecuencia distinta de la principal, ellas se cubren a cuenta de la potencia mecánica desarrollada por el motor.

Se puede considerar con suficiente exactitud que las pérdidas adicionales en el acero varían proporcionalmente al cuadrado de la tensión aplicada al motor.

El grado de exactitud con el cual se calculan las pérdidas adicionales es relativamente pequeño. Por esta razón, habitualmente se tienen en cuenta aproximadamente, con un tanto por ciento determinado de la potencia útil al funcionar la máquina como generador o de la potencia aplicada al funcionar la máquina como motor. De acuerdo con el Standard de Estado de la URSS 183-66 las pérdidas adicionales p_{ad} en las máquinas asincrónicas a carga nominal constituyen un 0,5% de la potencia aplicada. No obstante, hay que tener en cuenta que dicho valor es una cifra media establecida por vía experimental, de la cual en toda una serie de casos se observan desviaciones considerables.

Las pérdidas totales en el motor son

$$\sum p = p_{cob\ 1} + p_{cob\ 2} + p_{ac} + p_{mec} + p_{ad}. \quad (20-62)$$

A cargas en los límites desde la marcha en vacío hasta la nominal, por p_{ac} debe comprenderse sólo las pérdidas en el acero del estator, puesto que para las frecuencias ordinarias en el rotor (1—3 Hz) las pérdidas en su acero son infinitamente pequeñas.

Al aumentar la carga la suma de las pérdidas $p_{ac} + p_{mec}$ disminuye algo a causa de la disminución del flujo principal, así como de la disminución de la velocidad de rotación. Habitualmente esta disminución no sobrepasa de 4—8%, por eso también estas pérdidas se incluyen en las pérdidas constantes del motor.

En contradicción con las pérdidas en el acero, las pérdidas en el cobre varian proporcionalmente al cuadrado de la corriente.

Las pérdidas adicionales, como vimos, dependen en parte de la corriente y en parte de la tensión. Para simplicidad se considera que estas pérdidas varian proporcionalmente a la potencia aplicada.

Razonando de la misma manera que en el caso de consideración de las máquinas de corriente continua (véase el Tomo I, § 7-8), obtenemos que el máximo de rendimiento se alcanza cuando son iguales las pérdidas constantes y variables; así pues, redistribuyendo correspondientemente las pérdidas podemos obtener motores con distinta forma de las curvas de rendimiento. En la fig. 20-16 se muestra la curva típica de rendimiento de un motor

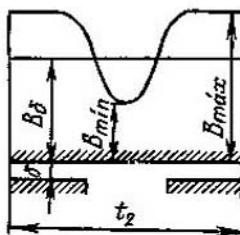


Fig. 20-17. Curva de la inducción en el entrehierro

asincrónico que alcanza el máximo aproximadamente a un 75% de la carga nominal.

En la tabla 20-1 se exponen los valores de rendimiento y del coeficiente de potencia para los motores de distinta potencia con anillos de colector y rotor en cortocircuito para $n = 1000$ r.p.m. y $2p = 6$.

Tabla 20-1

Motores con anillos				Motores con rotor en cortocircuito			
$\frac{U}{\text{en V}}$	$P_{n'}$ en kW	η en %	$\cos \varphi$	U en V	$P_{n'}$ en kW	η en %	$\cos \varphi$
220/380	8,0	83,0	0,80	220/380	9,1	86,0	0,825
220/380	13,5	85,0	0,81	220/380	15,2	87,1	0,835
220/380	29,0	87,0	0,845	220/380	32	89	0,855
220/380	44,0	88,2	0,870	220/380	48	90,3	0,87
220/380	67	89,5	0,88	220/380	72	90,7	0,88
220/380	100	91,5	0,88	220/380	100	91,5	0,88
6000	260	91	0,86	6000	260	91	0,85
6000	430	92,5	0,88	6000	430	92,5	0,87
6000	875	93,5	0,89	6000	875	93,5	0,88

En esta tabla se debe prestar atención a que el rendimiento de los motores de pequeña potencia con rotor en cortocircuito es notablemente mayor que el rendimiento de los motores con anillos. Verdad que esta disminución de poca importancia del rendimiento va acompañada del aumento de la tensión.

D. Factor de potencia $\cos \varphi = f(P_s)$. El motor asincrónico, lo mismo que el transformador, consume de la red corriente retrasada que casi no depende de la carga. Por eso su $\cos \varphi$ es siempre menor de la unidad. En marcha en vacío $\cos \varphi$ habitualmente no sobrepasa de 0,2, pero luego, bajo carga, crece bastante rápidamente (fig. 20-16) y alcanza el máximo cuando la potencia es próxima a la nominal. Al seguir aumentando la carga disminuye la velocidad del motor, correspondientemente a lo cual aumenta el ángulo $\psi_2 = \arctg s x_2 / r_2$ y disminuyen el $\cos \psi_2$ y el $\cos \varphi$ (fig. 20-16). La variación del $\cos \varphi$ con la variación de la carga se puede observar con mayor claridad en el diagrama circular examinado en el siguiente capítulo.

En la tabla 20-1 se aportan los valores del $\cos \varphi$ para los motores de distintos tipos. Los motores de rotor en cortocircuito de gran potencia se fabrican como motores de corrientes Foucault o de doble jaula de ardilla, y su $\cos \varphi$ es algo menor que en los motores de anillos de igual potencia (más detalladamente véase el cap. XXIII).

E. Capacidad de sobrecarga del motor. Se llama capacidad de sobrecarga del motor asincrónico o, de otra manera, momento de vuelco la relación del momento máximo del motor a su momento nominal, es decir,

$$k_m = M_{\max} / M_n.$$

Habitualmente en los motores de pequeña y media potencia $k_m = 1,6 - 1,8$. En los motores de media y gran potencia $k_m = 1,8 - 2,5$, en los motores especiales k_m alcanza $2,8 - 3,0$ y más.

CAPÍTULO XXI

DIAGRAMAS CIRCULARES DE UNA MÁQUINA ASINCRÓNICA

21-1. Hipótesis fundamentales de la teoría de los lugares geométricos de las máquinas de corriente alterna en forma simbólica

Las propiedades de las máquinas de corriente alterna pueden ser bien estudiadas con ayuda de los lugares geométricos de los extremos de los vectores de corriente primaria, cuando la máquina pasa sucesivamente por distintos regímenes de funcionamiento. El método de análisis de las ecuaciones de las curvas en forma simbólica es un procedimiento muy cómodo de estudio de la serie de lugares geométricos.

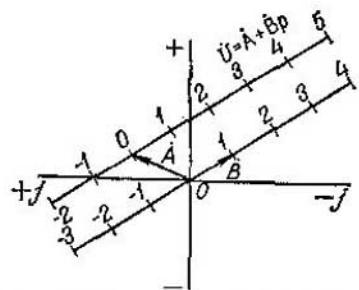


Fig. 21-1 Rectas en un plano complejo

$\dot{B}p$ representa todos los vectores que coinciden en dirección con los vectores \dot{B} y $-\dot{B}$, y, por consiguiente, la ecuación de la recta que pasa por el origen de coordenadas tiene la forma $\dot{U} = \dot{B}p$. Correspondientemente, la ecuación de la recta que pasa paralelamente al vector \dot{B} por el final del vector \dot{A} (fig. 21-1) tiene la forma: $\dot{U} = \dot{A} + \dot{B}p$.

Al invertirse la recta expresada por la ecuación

$$\dot{U} = \dot{C} + \dot{D}p$$

se obtiene la ecuación de la circunferencia (fig. 21-2, a) que pasa por el origen de coordenadas y que simbólicamente tiene la forma:

$$\dot{U} = \frac{1}{\dot{C} + \dot{D}p},$$

donde

$$\dot{C} = c_1 + jc_2; \quad \dot{D} = d_1 + jd_2.$$

La ecuación de la forma

$$\dot{U} = \frac{\dot{E}}{\dot{C} + \dot{D}p}$$

también expresa una circunferencia que pasa por el origen de coordenadas, pero girada a un ángulo igual al argumento del complejo \dot{E} multiplicado por su módulo.

Al desplazar el origen de coordenadas a un segmento constante expresado por el complejo F , se obtiene la ecuación de la circun-

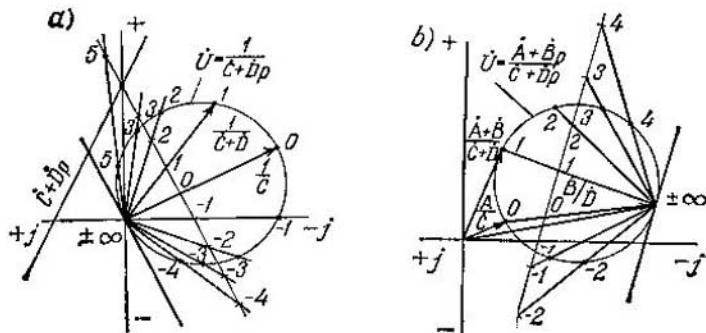


Fig. 21-2. Circunferencias en un plano complejo

ferencia en la forma general, que no pasa por el origen de coordenadas (fig. 21-2, b):

$$\dot{U} = \dot{F} + \frac{\dot{E}}{\dot{C} + \dot{D}p} = \frac{\dot{A} + \dot{B}p}{\dot{C} + \dot{D}p},$$

donde

$$\dot{A} = \dot{C}\dot{F} + \dot{E}; \quad \dot{B} = \dot{F}\dot{D}.$$

Siendo $p = 0$

$$\dot{U}_0 = \dot{A}/\dot{C};$$

si $p = \pm\infty$

$$\dot{U}_{\infty} = \dot{B}/\dot{D} = \dot{F};$$

cuando $p = 1$

$$\dot{U} = \frac{\dot{A} + \dot{B}}{\dot{C} + \dot{D}}.$$

La ecuación de la circunferencia puede ser representada también en la forma:

$$\dot{U} = M + Re^{j\theta} = (x_m + iy_m) + (x_r + iy_r)e^{j\theta},$$

donde \dot{M} representa el vector del centro de la circunferencia, $\dot{R}e^{j\theta}$ es el radio vector de la circunferencia y θ es un ángulo variable que varía en los límites de 0 a 360° (fig. 21-3).

La relación entre los coeficientes complejos en la ecuación de la circunferencia tiene la forma:

$$\dot{A} = \dot{M}\dot{C} + \dot{R}\dot{C}; \quad \dot{B} = \dot{M}\dot{D} + \dot{R}\dot{D};$$

y

$$\dot{M} = \frac{\dot{A}\dot{D} - \dot{B}\dot{C}}{\dot{C}\dot{D} - \dot{D}\dot{C}}; \quad \dot{R} = \frac{\dot{B}\dot{C} - \dot{A}\dot{D}}{\dot{C}\dot{D} - \dot{D}\dot{C}}.$$

Correspondientemente las coordenadas del centro de la circunferencia son:

$$x_m = \frac{a_1d_2 - a_2d_1 - b_1c_2 + b_2c_1}{2(c_1d_2 - c_2d_1)};$$

$$y_m = \frac{a_1d_1 + a_2d_2 - b_1c_1 - b_2c_2}{2(c_1d_2 - c_2d_1)};$$

las coordenadas del radio vector \dot{R} , siendo $\theta = 0$, son:

$$x_r = \frac{a_1d_2 + a_2d_1 - b_1c_2 - b_2c_1}{2(c_1d_2 - c_2d_1)};$$

$$y_r = \frac{a_1d_1 - a_2d_2 - b_1c_1 + b_2c_2}{2(c_1d_2 - c_2d_1)}.$$

B. Escala del parámetro para la circunferencia. Para construir la circunferencia hay que construir la recta \dot{U} en el plano complejo (fig. 21-4), luego construir su representación especular respecto del eje de números reales y después de esto invertir esta recta.

Si marcamos los valores del parámetro p en la recta representada \dot{U} , entonces, uniendo el origen de coordenadas O ($p = \pm\infty$) con líneas rectas con los puntos correspondientes a los valores del parámetro p obtenemos en su intersección con la circunferencia puntos con los mismos valores del parámetro. Evidentemente, en la intersección de estas rectas con otra recta cualquiera paralela a la recta representada se obtiene la misma distribución del parámetro p . Así pues, la escala del parámetro puede ser construida, en el caso general, en cualquier recta paralela a la tangente en el punto $p = \pm\infty$. Si se conocen en la escala dos puntos con dos valores del parámetro, por ejemplo, los puntos para $p = 0$ y $p = 1$,

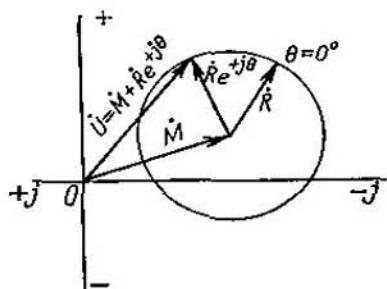


Fig. 21-3. La circunferencia en una posición arbitraria en el plano complejo

a la recta representada se obtiene la misma distribución del parámetro p . Así pues, la escala del parámetro puede ser construida, en el caso general, en cualquier recta paralela a la tangente en el punto $p = \pm\infty$. Si se conocen en la escala dos puntos con dos valores del parámetro, por ejemplo, los puntos para $p = 0$ y $p = 1$,

entonces la escala del parámetro puede ser marcada fácilmente para otros valores de p .

C. Curvas de orden superior. En la teoría de la corriente alterna tiene importancia la curva bicircular del cuarto orden,

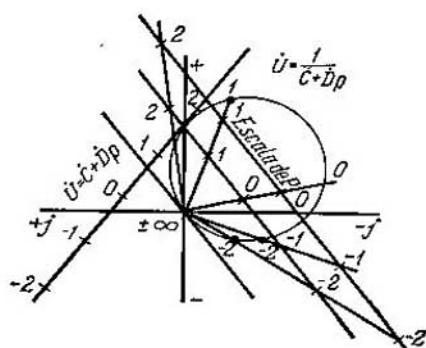


Fig. 21-4. Construcción de la escala del parámetro para la circunferencia

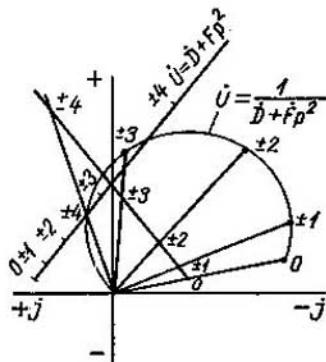


Fig. 21-5. Construcción de la curva bicircular

expresada por la ecuación

$$\dot{U} = \frac{\dot{A} + \dot{B}p + \dot{C}p^2}{\dot{D} + \dot{E}p + \dot{F}p^2}.$$

La curva de mayor importancia es la curva bicircular que representa un sector limitado de circunferencia con valor binario

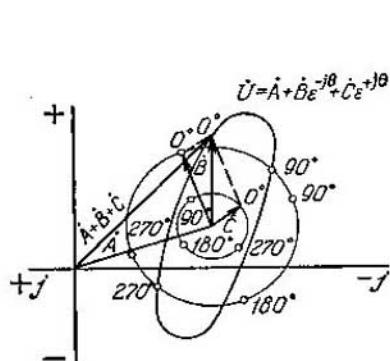


Fig. 21-6. Construcción de una elipse

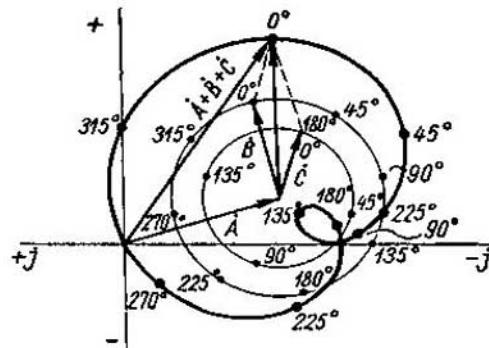


Fig. 21-7. Construcción de la espiral de Pascal

del parámetro p (fig. 21-5). En este caso los términos constantes \dot{B} y \dot{E} son iguales a cero y

$$\dot{U} = \frac{\dot{A} + \dot{C}p^2}{\dot{D} + \dot{F}p^2}.$$

D. Curvas elementales de orden superior. *Eipse.* La ecuación de la elipse puede ser representada en forma de dos circunferencias (fig. 21-6) con centro común y distintos diámetros, cuyos radios se desplazan en distintos sentidos al variar el ángulo θ :

$$U = A + Be^{-i\theta} + Ce^{+i\theta}.$$

El semieje mayor de la elipse es igual a $B + C$; el menor, a $B - C$.

Voluta de Pascal. Si desde un mismo centro se trazan dos circunferencias de distinto diámetro con radios vectores que se desplazan en un mismo sentido, siendo el giro del radio vector de una de las circunferencias dos veces mayor que el de la otra, entonces los vectores que se adicionan geométricamente forman una curva en forma de voluta de Pascal (fig. 21-7), cuya ecuación es:

$$U = A + Be^{-i\theta} + Ce^{-i2\theta}.$$

21-2. Diagrama circular precisado

A. Observaciones preliminares. Las características de funcionamiento y otras características de la máquina asincrónica que determinan sus propiedades pueden ser obtenidas mediante la investigación experimental de la máquina bajo carga. No obstante, el ensayo bajo carga en muchos casos es difícil de realizar e incluso imposible, por ejemplo, en las condiciones de fabricación de las máquinas de gran potencia en las fábricas de máquinas eléctricas. En estos casos las características de la máquina pueden ser establecidas con ayuda del diagrama circular construido sobre la base de los datos de los ensayos de marcha en vacío y en cortocircuito, que son relativamente fáciles de realizar.

El diagrama circular puede ser también construido sobre la base de los datos de cálculo de la máquina para obtener las características de funcionamiento y otras características de cálculo.

El diagrama circular representa el lugar geométrico de los extremos del vector de la corriente primaria de la máquina I_1 , siendo $U_1 = \text{const}$ y cuando el resbalamiento varía en los límites $-\infty \leq s \leq +\infty$. Este lugar geométrico, como se demostrará a continuación, representa una circunferencia sólo en el caso cuando las resistencias óhmicas y las inductancias de la máquina pueden considerarse constantes, que no dependen de la magnitud de la corriente y del resbalamiento. Esto último, con cierta aproximación, es justo para las máquinas de construcción normal, es decir, para las máquinas con anillos de colector y de jaula de ardilla simple de barras de sección redonda.

En este capítulo se examinan los diagramas circulares de las máquinas con parámetros constantes. Al final del capítulo se aclara el problema sobre la desviación del diagrama circular de las máquinas de construcción normal de la circunferencia. Los diagramas de las máquinas con parámetros substancialmente no lineales (motores

de corrientes Foucault y motores de doble jaula de ardilla) se examinan en el capítulo XXIII.

B. Construcción del diagrama circular. El diagrama circular precisado se basa en el circuito en ángulo equivalente precisado (fig. 19-7, b) en el que el coeficiente de corrección σ_1 se toma como número real σ_1 [véase la igualdad (19-28)]. En este circuito

$$R_1 = r_1 \sigma_1; \quad R_2 = r'_2 \sigma_1^2; \quad X_1 = x_1 \sigma_1; \\ X_2 = x'_2 \sigma_1^2; \quad I''_2 = I'_2 : \sigma_1.$$

Puesto que en la expresión para la resistencia del circuito bifurcado no figura el resbalamiento s , entonces la corriente en este circuito siendo $U_1 = \text{const}$ permanece invariable para todas las variaciones del resbalamiento s y, por lo tanto, para todos los regímenes de variación de la carga de la máquina asincrónica. En el circuito principal todas las resistencias óhmicas y las inductancias están conectadas en serie, y el resbalamiento s figura sólo en el denominador de la impedancia R_2/s ; por eso el estudio de la variación de los regímenes de funcionamiento de las máquinas asincrónicas al variar el parámetro variable s resulta bastante simple y cómodo. Para obtener el vector resultante de la corriente del circuito primario I_1 , en este caso, hay que adicionar geométricamente al vector invariable de la corriente del circuito bifurcado I''_2 el vector variable de la corriente del circuito principal $-I''_2$, que varía al variar el resbalamiento s :

$$I_1 = I''_2 + (-I''_2).$$

Evidentemente, en este caso basta con hallar la ley de desplazamiento del final del vector de la corriente $-I''_2$, al variar s , puesto que con ello obtenemos simultáneamente la ley de desplazamiento del final del vector de la corriente I_1 , que coincide con el final del vector $-I''_2$.

Separaremos del circuito equivalente fig. 19-7, b el circuito principal, la impedancia resultante del cual Z_r depende del resbalamiento s (fig. 21-8). Para la corriente del circuito principal se puede escribir la ecuación

$$-I''_2 = \frac{\dot{U}_1}{Z_r} = \frac{\dot{U}_1}{R_1 + \frac{R_2}{s} + j(X_1 + X_2)}. \quad (21-1)$$

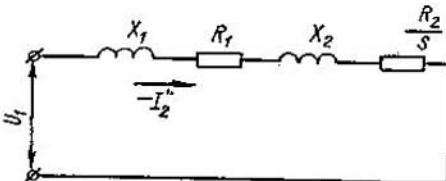


Fig. 21-8. Circuito principal del circuito en ángulo equivalente

Correspondientemente

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \psi''_2 &= \frac{X_1 + X_2}{R_1 + \frac{R_2}{s}} ; & \sin \psi''_2 &= \frac{X_1 + X_2}{Z_r} ; \\ \cos \psi''_2 &= -\frac{R_1 + \frac{R_2}{s}}{Z_r} . \end{aligned} \quad (21-2)$$

Dirijamos en la fig. 21-9, a el eje de ordenadas por la línea OA y dispongamos bajo un ángulo ψ''_2 a dicho eje el vector de la corriente $\overline{OB} = -\dot{I}_2''$. Trazamos la perpendicular a este vector en el punto B hasta su intersección con el eje de abscisas en el punto C

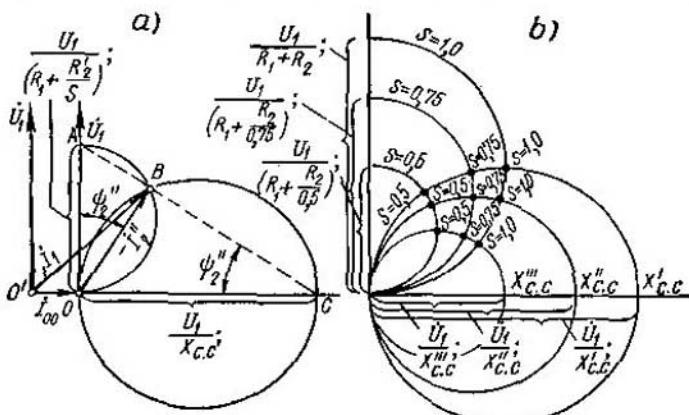


Fig. 21-9. Diagramas circulares aproximados de una máquina asincrónica

y con el eje de ordenadas en el punto A . El segmento cortado por esta perpendicular en el eje de abscisas es

$$OC = \frac{OB}{\sin \psi''_2} = \frac{U_1}{Z_r} \cdot \frac{Z_r}{X_1 + X_2} = \frac{U_1}{X_1 + X_2} = \frac{U_1}{X_{c.c.}}$$

Puesto que admitimos que las magnitudes de las inductancias X_1 y X_2 no dependen de la magnitud de la corriente $-\dot{I}_2''$ y, por consiguiente, del resbalamiento s , entonces el segmento $OC = \text{const}$ cualesquiera que sean los valores de $-\dot{I}_2''$ y de s .

Puesto que el arco que abarca un mismo ángulo $\angle OBC = 90^\circ$ es una semicircunferencia, entonces, por consiguiente, el final del vector de la corriente $-\dot{I}_2''$, al variar el resbalamiento en los límites $-\infty \leq s \leq +\infty$, describirá una circunferencia. Trazando desde el punto O hacia la izquierda el segmento $OO' = I_{oo}$, es decir, el valor de la corriente en vacío siendo $s = 0$, obtendremos como segmento de cierre \overline{OB} el vector de la corriente primaria \dot{I}_1 , cuyo final también describirá la misma circunferencia.

El diámetro de esta circunferencia $D = OC$, evidentemente, es igual a:

$$D = \frac{U_1}{X_1 + X_2} = \frac{U_1}{X_{c.c.}}. \quad (21-3)$$

El segmento OA cortado en el eje de ordenadas fig. 21-9, a por la perpendicular trazada al final del vector de la corriente $\overline{OB} = -I_2''$, es igual a

$$OA = \frac{OB}{\cos \psi_2''} = \frac{U_1}{Z_r} \cdot \frac{R_2}{R_1 + \frac{R_2}{s}} = \frac{U_1}{R_1 + \frac{R_2}{s}}. \quad (21-4)$$

De aquí se desprende que cuando se ha hallado la circunferencia de la corriente, en ella es fácil hallar, para cualquier valor dado del resbalamiento, el punto correspondiente a los finales de los vectores $-I_2''$ y I_1 para el resbalamiento dado s . Para ello hay que marcar en el eje de ordenadas el segmento $OA = U_1/(R_1 + R_2/s)$ y unir el punto A con el punto de posición constante C . Evidentemente, el punto B de intersección de la línea AC con la circunferencia de la corriente dará el punto buscado del final del vector de la corriente. En lugar de trazar la línea AC se puede también construir una circunferencia con el segmento OA como diámetro y hallar su intersección con la circunferencia de la corriente en el mismo punto B .

Siendo $s = 0$ el punto A , de acuerdo con (21-4), coincide con el origen de coordenadas. Por eso, en el régimen de marcha en vacío sincrónica, como era de esperar, $-I_2'' = 0$ y $I_1 = I_{00}$. En el régimen de cortocircuito $s = 1,0$ y de acuerdo con (21-4)

$$[OA]_{s=1} = \frac{U_1}{R_1 + R_2},$$

y siendo $s = \pm\infty$

$$[OA]_{s=\pm\infty} = \frac{U_1}{R_1}.$$

Así pues, marcando en el eje de ordenadas segmentos correspondientes a distintos resbalamientos, podemos determinar en la circunferencia de la corriente los puntos correspondientes a cualesquiera resbalamientos.

El diámetro del diagrama circular es, en virtud de la fórmula (21-3), inversamente proporcional a la inductancia de cortocircuito $X_{c.c.}$. Al aumentar la magnitud $X_{c.c.}$ el diámetro de la circunferencia de la corriente disminuye y, al contrario, al disminuir la inductancia $X_{c.c.}$ aumenta el diámetro de la circunferencia de la corriente. En la fig. 21-9, b están representadas las circunferencias de la corriente para tres valores distintos de la inductancia $X_{c.c.}$.

De la expresión para el diámetro de la circunferencia auxiliar (21-4) se desprende que al variar la inductancia total de cortocirc-

círculo $X_{c.c.}$, siendo constante el resbalamiento $s = \text{const}$, el final del vector de la corriente también describirá una circunferencia, pero ahora con OA como diámetro y centro situado en el eje de ordenadas. En la fig. 21-9, b se dan las circunferencias de la corriente para tres valores distintos del resbalamiento: $s = 0,5$; $s = 0,75$ y $s = 1,0$.

La componente activa de la corriente en vacío siendo $s = 0$, es decir, de la corriente del circuito bifurcado del circuito de la fig. 19-7, en virtud de la fórmula (19-20) es:

$$I_{00a} = I_{00} \cos \varphi_0 = \frac{U_1}{z'_m} \cdot \frac{r_1 + r_m}{z'_m} = \frac{U_1 (r_1 + r_m)}{z'^2_m},$$

y la componente inductiva es:

$$I_{00r} = I_{00} \sin \varphi_0 = \frac{U_1}{z'_m} \cdot \frac{x_1 + x_m}{z'_m} = \frac{U_1 (x_1 + x_m)}{z'^2_m}.$$

Trazando desde el punto O del comienzo del vector de la corriente $-I''_2$ por el eje de ordenadas la componente activa de la corriente I_{00a} , y paralelamente al eje de abscisas, la componente reactiva I_{00r} (fig. 21-10), obtenemos el origen de coordenadas para el comienzo del vector de la corriente I_1 , que con su final describe la misma circunferencia que el final del vector de la corriente $-I''_2$.

Observemos aquí, que a veces se hace uso de un diagrama circular menos preciso que el examinado en este punto, aceptando que el diámetro del diagrama circular es

$$D = \frac{U_1}{x_1 + x_2}.$$

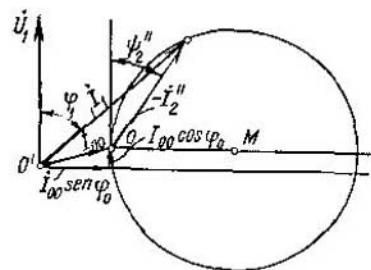


Fig. 21-10. Diagrama circular aproximado de una máquina asincrónica teniendo en cuenta la componente activa de la corriente en vacío

bornas primarias sin introducir los coeficientes de corrección σ_1 y σ_1^2 en los parámetros del circuito principal.

A diferencia del diagrama simplificado, el diagrama circular examinado en el párrafo en cuestión y que se basa en el circuito en ángulo equivalente con introducción de los coeficientes reales de corrección σ_1 y σ_1^2 , se llama precisado.

C. Expresión de las pérdidas y la potencia con segmentos de líneas en el diagrama circular. En la fig. 21-11 se representa un diagrama circular precisado que corresponde al circuito en ángulo equivalente precisado de la máquina asincrónica (fig. 19-7). En el diagrama circular se han marcado 1) el punto F correspondiente

Denominemos a este diagrama circular, diagrama simplificado. Este diagrama se obtiene al sacar el circuito magnetizante a las

a $s = \pm \infty$; 2) el punto A correspondiente a $s = 1,0$; 3) el punto O correspondiente a $s = 0$, y 4) el punto E correspondiente a la carga en el régimen de motor ($0 < s < 1,0$).

El arco OEA del diagrama circular corresponde al régimen de motor ($0 < s < 1$), el arco AFN , al régimen de freno electromagnético ($1 < s < \infty$) y el arco $OE'N$, al régimen de generador ($-\infty < s < 1$).

Por cuanto la introducción de los coeficientes de corrección σ_1 y σ_2^2 varía las inductancias sólo cuantitativamente, el diagrama

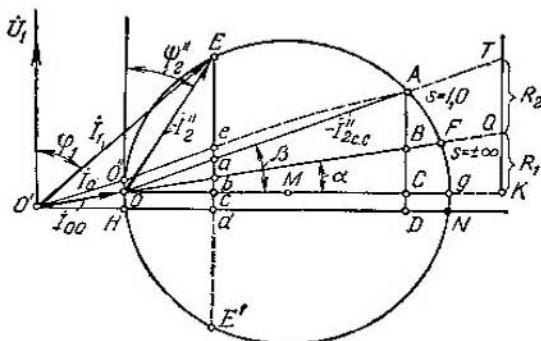


Fig. 21-11. Determinación de las pérdidas y las potencias con ayuda del diagrama circular precisado correspondiente al circuito equivalente de la fig. 19-7

circular en este caso también tiene forma de circunferencia con diámetro

$$D = \frac{U_1}{x_1\sigma_1 + x_2\sigma_1^2} = \frac{U_1}{X_1 + X_2}.$$

Unamos los puntos A y F del diagrama circular fig. 21-11 con el punto O y bajemos desde los puntos A y E perpendiculares al eje de abscisas. En este caso, obtenemos los puntos de intersección a, b, c, d y A, B, C, D representados en la fig. 21-11.

Mostremos primero que si trazamos en el diagrama de la fig. 21-11 una línea vertical cualquiera, entonces las líneas OA , OF y la línea del diámetro Og cortarán en esta línea vertical segmentos proporcionales a las resistencias R_1 y R_2 , y el segmento del diámetro del diagrama circular desde el punto O hasta la línea vertical indicada representará con el mismo coeficiente de proporcionalidad la impedancia $X_{c.c.} = X_1 + X_2$. Confirmemos lo dicho en el ejemplo de la línea vertical AC .

Siendo $s = 1$, la corriente I''_2 es igual a

$$[I''_2]_{s=1} = \frac{U_1}{z_{c.c.}} = \frac{U_1}{\sqrt{R_{c.c.}^2 + X_{c.c.}^2}} = \frac{U_1}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2}}.$$

La tangente del ángulo de desplazamiento de la corriente con respecto de la tensión U_1 , por un lado, es igual a $X_{c.c.}/R_{c.c.}$. Por otro lado, en la fig. 21-11 este ángulo es igual a $\angle OAC$, cuya tangente es igual a OC/AC . Por consiguiente,

$$\frac{OC}{AC} = \frac{X_{c.c.}}{R_{c.c.}} = \frac{X_1 + X_2}{R_1 + R_2}. \quad (21-5)$$

Siendo $s = \infty$ la resistencia del circuito principal del circuito equivalente fig. 19-7 es igual a $R_1 + jX_{c.c.}$, puesto que $R_2/s = 0$, y la corriente es

$$[I''_2]_{s=\infty} = \frac{U_1}{\sqrt{R_1^2 + X_{c.c.}^2}}.$$

Razonando análogamente respecto a la tangente del ángulo $[\psi'_2]_{s=\infty} = \angle OBC$, obtenemos:

$$\frac{OC}{BC} = \frac{X_{c.c.}}{R_1} = \frac{X_1 + X_2}{R_1}. \quad (21-6)$$

De este modo, si en una escala determinada $OC = X_1 + X_2 = X_{c.c.}$, entonces en esta misma escala $AC = R_1 + R_2 = R_{c.c.}$ y $BC = R_1$ y, por consiguiente, también $AB = AC - BC = R_{c.c.} - R_1 = R_2$.

En la fig. 21-11 las resistencias $X_{c.c.}$, R_1 y R_2 están representadas por los segmentos OK , KQ y QT .

Mostremos ahora que los segmentos ab , bc y cd representan en una escala determinada algunas pérdidas de la máquina para el resbalamiento dado s correspondiente al punto de carga E , y los segmentos AB , BC y CD representan en la misma escala las pérdidas para $s = 1,0$.

De la construcción geométrica (fig. 21-11) tenemos:

$$I''_{2c.c.} = m_i^2 OA^2 = m_i^2 Og OC;$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{AC}{OC} = \frac{R_1 + R_2}{X_1 + X_2};$$

$$m_i Og = \frac{U_1}{X_{c.c.}},$$

donde m_i es la escala de la corriente, es decir, la cantidad de unidades de corriente (amperios) por unidad de longitud del segmento del diagrama.

De las relaciones expuestas obtenemos:

$$\begin{aligned} AC = OC \operatorname{tg} \beta &= \frac{OA^2}{Og} \cdot \frac{R_1 + R_2}{X_1 + X_2} = \frac{I''_{2c.c.} X_{c.c.} m_i}{m_i^2 U_1} \cdot \frac{R_1 + R_2}{X_{c.c.}} = \\ &= \frac{1}{U_i m_i} I''_{2c.c.} (R_1 + R_2). \end{aligned}$$

Por cuanto siendo $s = 1$ las pérdidas en la máquina, correspondientes a la corriente I''_2 del circuito principal del circuito equi-

valente fig. 19-7, son

$$p_{m.c.c} = m_1 I_{2c.c}^2 (R_1 + R_2), \quad (21-7)$$

entonces, de acuerdo con la expresión para el segmento AC ,

$$p_{m.c.c} = m_p AC, \quad (21-8)$$

donde

$$m_p = m_1 U_1 m_i \quad (21-9)$$

representa la escala de potencia del diagrama circular.

Las pérdidas $p_{m.c.c}$ representan con bastante alta exactitud las pérdidas de la máquina en vacío con tensión para la cual se ha construido el diagrama circular.

Luego, de la fig. 21-11 tenemos:

$$\tan \alpha = \frac{R_1}{X_{c.c}} = \frac{BC}{OC},$$

y, por consiguiente,

$$BC = OC \tan \alpha = \frac{OA^2}{Og} \cdot \frac{R_1}{X_{c.c}} = \frac{1}{U_1 m_i} I_{2c.c}^2 R_1;$$

$$AB = AC - BC = \frac{1}{U_1 m_i} I_{2c.c}^2 (R_1 + R_2) - \frac{1}{U_1 m_i} I_{2c.c}^2 R_1 = \frac{1}{U_1 m_i} I_{2c.c}^2 R_2,$$

de donde, para las pérdidas en vacío en los devanados primario y secundario de la máquina, obtenemos con el mismo grado de exactitud:

$$\left. \begin{aligned} p_{m1c.c} &= m_1 I_{2c.c}^2 R_1 = m_p BC; \\ p_{m2c.c} &= m_1 I_{2c.c}^2 R_2 = m_p AB. \end{aligned} \right\} \quad (21-10)$$

Examinemos ahora el régimen de carga de motor siendo $0 < s < 1,0$, expresado por el punto E en el diagrama circular fig. 21-11.

De la construcción geométrica en este caso tenemos:

$$OE^2 = Og \cdot Oc;$$

$$\tan \beta = \frac{R_1 + R_2}{X_{c.c}} = \frac{ac}{oc};$$

$$\tan \alpha = \frac{R_1}{X_{c.c}} = \frac{bc}{oc},$$

de donde

$$ac = Oc \tan \beta = \frac{OE^2}{Og} \cdot \frac{R_1 + R_2}{X_{c.c}} = \frac{1}{U_1 m_i} I_2^{\prime 2} (R_1 + R_2);$$

$$bc = Oc \tan \alpha = \frac{OE^2}{Og} \cdot \frac{R_1}{X_{c.c}} = \frac{1}{U_1 m_i} I_2^{\prime 2} R_1;$$

$$ab = ac - bc = \frac{1}{U_1 m_i} I_2^{\prime 2} R_2,$$

y, por lo tanto, las pérdidas en el cobre de los devanados primario y secundario y la suma de estas pérdidas en el régimen dado son:

$$\left. \begin{aligned} p_{\text{cob1}} &= m_1 I_2'^2 R_1 = m_p^2 c; \\ p_{\text{cob2}} &= m_1 I_2'^2 R_2 = m_p ab; \\ p_{\text{cob}} &= p_{\text{cob1}} + p_{\text{cob2}} = m_p ac, \end{aligned} \right\} \quad (21-11)$$

donde m_p es la misma escala de potencia.

Las pérdidas en el régimen de marcha en vacío sincrónica de la máquina, iguales a las pérdidas del circuito bifurcado del circuito de la fig. 19-7 aumentadas en m_1 veces, se hallarán de la misma manera:

$$p_0 = m_1 I_{00}^2 (r_1 + r_m) = m_1 U_1 m_i OH = m_p OH = m_p cd. \quad (21-12)$$

Así pues, el segmento bc expresa, en la escala establecida anteriormente para el régimen de cortocircuito, las pérdidas en el devanado primario de la máquina para la corriente dada I_2' , el segmento ab , en la misma escala, representa las pérdidas en el devanado secundario, y el segmento cd , las pérdidas en vacío, que se componen de las pérdidas en vacío en el devanado del estator y de las pérdidas en el acero.

Con ayuda de los segmentos hallados, que expresan las pérdidas, se pueden hallar también los segmentos que expresan las potencias.

La potencia aplicada al motor asincrónico es

$$P_1 = m_1 U_1 I_1 \cos \varphi_1 = m_1 U_1 m_i Ed = m_p Ed. \quad (21-13)$$

Así pues, el segmento Ed expresa la potencia aplicada al motor en la misma escala en la que antes se determinaron las pérdidas.

La potencia mecánica en el rotor del motor es

$$P_{\text{mec}} = P_1 - p_0 - p_{\text{cob}} = P_1 - m_1 I_{00}^2 (r_1 + r_m) - m_1 I_2'^2 (R_1 + R_2).$$

Puesto que el segmento Ed expresa la potencia P_1 , el segmento cd , las pérdidas en marcha en vacío sincrónica, y el segmento $ac = bc + ab$ expresa las pérdidas bajo carga en los devanados, es evidente, que el segmento

$$Ea = Ed - cd - ac$$

expresa la potencia

$$P_{\text{mec}} = m_p Ea. \quad (21-14)$$

Si a P_{mec} se adiciona p_{cob2} , se obtendrá la potencia electromagnética P_{em} ; por consiguiente, el segmento

$$Eb = Ea + ab$$

expresa, en la escala establecida más arriba, la potencia

$$P_{\text{em}} = m_p Eb, \quad (21-15)$$

y el momento de rotación electromagnético M_{em} en la escala

$$m_M = \frac{m_p}{2\pi n_1} = \frac{\rho m_p}{2\pi f_1} \quad (21-16)$$

al medir el momento en newton-metros y en la escala

$$m_M = \frac{\rho m_p}{9,81 \cdot 2\pi f_1} \quad (21-17)$$

al medirlo en kilogramos.

Así pues, el momento electromagnético para la carga dada es

$$M_{em} = m_M Eb. \quad (21-18)$$

Puesto que el resbalamiento s es igual a la relación de las pérdidas secundarias en el cobre a la potencia electromagnética,

$$s = \frac{\rho_{cob} z}{P_{em}} = \frac{ab}{Eb}. \quad (21-19)$$

En el examen realizado más arriba tomamos en consideración todas las pérdidas excepto las mecánicas (por rozamiento y ventilación) p_{mec} y las adicionales p_{ad} . Puesto que unas y otras pérdidas pueden considerarse como cierto momento de frenado adicional aplicado al árbol, la suma de estas pérdidas puede ser expresada por cierto término común $p_{mec.ad}$. Evidentemente, en el caso de marcha en vacío real del motor, el momento de frenado adicional provocado por estas pérdidas debe aumentar la componente activa de la corriente en vacío y obligar al rotor a girar con cierto resbalamiento s_0 bastante pequeño. De este modo, en el caso de marcha en vacío real, el final del vector de la corriente en vacío se encontrará más arriba del punto O con el resbalamiento $s=0$ y ocupará la posición, por ejemplo, del punto O' en la fig. 21-11.

En los límites de cargas y sobrecargas normales del motor asincrónico su resbalamiento, que habitualmente no sobrepasa de 3–5%, influye tan poco en la velocidad de rotación, que las pérdidas mecánicas y adicionales, que dependen de la velocidad de rotación a la potencia 1,5, pueden considerarse constantes. Por eso, en esta gama la suma de pérdidas $p_{mec.ad}$ puede tenerse en cuenta con un segmento, paralelo al eje de ordenadas, entre la línea OA y la línea $O'e$ paralela a ésta, que pasa por el punto O' . En el caso de sobrecargas considerables, cuando el resbalamiento comienza a aumentar bruscamente y la velocidad de rotación a disminuir, el paralelismo deberá alterarse y estas líneas comenzarán a aproximarse, para encontrarse en el punto A con resbalamiento $s=1,0$, como se muestra en forma de línea de trazos.

Para el punto E elegido por nosotros las pérdidas $p_{mec.ad}$ pueden ser expresadas, en la escala establecida anteriormente, por el segmento $ea = OO''$:

$$p_{mec.ad} = f_{mec} + p_{ad} = m_p ea. \quad (21-20)$$

Así pues, la potencia útil en el árbol $P_2 = P_{mec} - p_{mec.ad}$ se expresa por el segmento correspondiente $Ee = Ea - ea$:

$$P_2 = m_p Ee. \quad (21-21)$$

El rendimiento del motor $\eta = P_2/P_1$, por esta razón, se expresa por la relación entre los segmentos Ee y Ed :

$$\eta = \frac{Ee}{Ed}. \quad (21-22)$$

El análisis expuesto más arriba de los elementos del diagrama circular permite revelar el significado de las distintas líneas que participan en las construcciones. Por cuanto la perpendicular bajada al eje de abscisas da, en una escala determinada la potencia primaria aplicada al motor, este eje puede ser denominado línea de potencia primaria que satisface la ecuación $P_1 = 0$. Del mismo modo la línea OF , que une los puntos de la circunferencia con los resbalamientos $s = 0$ y $s = \pm\infty$, es la línea de potencia electromagnética que satisface la ecuación $P_{em} = 0$. La línea OA , que une los puntos $s = 0$ y $s = 1,0$ es la línea de potencia mecánica que satisface la ecuación $P_{mec} = 0$. Por fin, la línea $O'e$ es la línea de potencia útil $P_2 = 0$.

En nuestro caso nosotros determinamos las potencias P_{em} , P_{mec} y P_2 por segmentos entre un punto, perteneciente a la circunferencia, y la correspondiente línea de potencia $P_{em} = 0$, $P_{mec} = 0$ y $P_2 = 0$, pero en vez de esto, de acuerdo con la teoría general de los diagramas circulares examinada en los fundamentos teóricos de la electrotecnia, se hubiera podido bajar una perpendicular desde el punto dado de la circunferencia a cada una de las líneas de potencia. Estas perpendiculares también expresarían las potencias en ciertas escalas determinadas, pero distintas para cada línea de potencia, y por eso el procedimiento descrito más arriba, en el que todas las potencias y las pérdidas tienen una misma escala, es más cómodo.

D. Construcción de la escala de resbalamientos. Tracemos la tangente Ok a la circunferencia (fig. 21-12) en el punto O con resbalamiento $s = 0$ y la línea knm , paralela a la línea OB de potencia electromagnética $P_{em} = 0$, a tal distancia de manera que el segmento km se divida fácilmente en 100 partes. Demostremos que la prolongación de la línea de corriente secundaria $-I_2'$ marcará en el punto n de la escala km obtenida de tal modo el resbalamiento correspondiente al punto E .

Los triángulos Okm y Oab son semejantes, puesto que dos de sus lados son paralelos y el tercero, es común. De aquí se deduce la siguiente proporción:

$$\frac{ab}{Ob} = \frac{Ok}{km}.$$

Por la misma razón el $\triangle Okn$ es semejante al $\triangle OEb$, de donde se deduce la proporción

$$\frac{Ob}{Eb} = \frac{kn}{Ok}.$$

Multiplicando estas dos proporciones entre sí, obtenemos:

$$\frac{ab}{Eb} = \frac{kn}{km}.$$

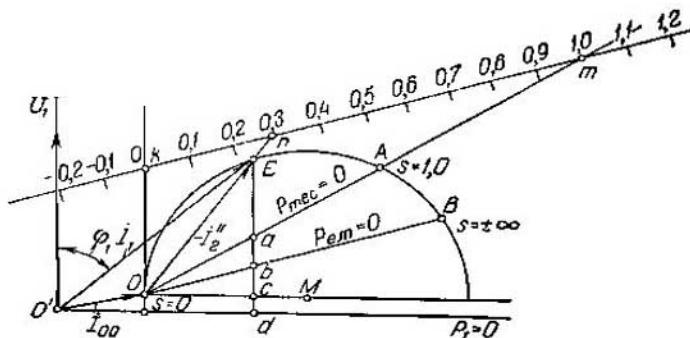


Fig. 21-12. Construcción de la escala de resbalamiento

Pero anteriormente fue demostrado que el resbalamiento

$$s = \frac{P_{\text{carga}}}{P_{\text{em}}} = \frac{ab}{Eb},$$

de donde se desprende que

$$\frac{kn}{km} = s.$$

La sección km de la escala proporciona los resbalamientos para el régimen de motor de la máquina asincrónica. Si se prolonga la escala de resbalamientos km a ambos lados y se divide en la misma escala que en la sección km , entonces a la derecha del punto m se obtendrán los valores $s > 1,0$, y a la izquierda del punto k , los valores negativos: $s < 0$. A los resbalamientos en los límites $1 < s < +\infty$ les corresponde el régimen de frenado de la máquina asincrónica, y a los valores negativos ($s < 0$), el régimen de generador.

La escala de resbalamientos se puede construir por otros procedimientos, por ejemplo, partiendo de las ecuaciones generales de la circunferencia que representa el lugar geométrico con parámetro variable s . Esta circunferencia puede ser invertida en una recta paralela a la tangente en el punto $s = \pm\infty$, con el parámetro s uniformemente distribuido por ella y que se encuentra

a la distancia

$$AC = \frac{U_1}{AB} = \frac{U_1}{X_{c.c}}$$

del punto $s = \pm \infty$ (fig. 21-13). Evidentemente, cualquier otra recta paralela a la tangente en el punto $s = \pm \infty$ puede servir también de escala para s (fig. 21-4). El resbalamiento se cuenta en el punto de intersección del vector \vec{I}_2 o de su prolongación

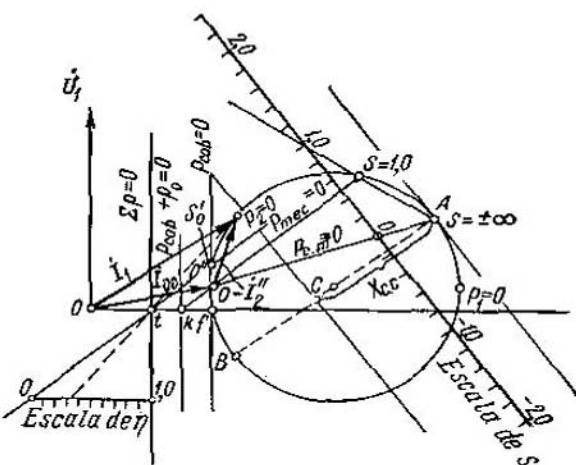


Fig. 21-13 Construcción de la escala de resbalamiento a base de las ecuaciones generales de la circunferencia

con la escala de resbalamientos. La escala indicada puede proporcionar un cálculo incluso más exacto del resbalamiento a cargas pequeñas, puesto que las líneas que unen el final del vector $-\vec{I}_2$ con el punto $s = \pm \infty$ pueden ser trazadas en este caso con mayor exactitud que al unirlas con el punto $s = 0$, como en el procedimiento descrito más arriba, donde ellas son muy próximas a la tangente en este punto.

E. Construcción de la escala de rendimientos. Para construir la escala de rendimientos prolongamos la línea $P_2 = 0$ (fig. 21-14) hasta su intersección con la línea $P_1 = 0$ (eje de abscisas) en el punto t . Trazamos por este punto t la línea tp paralela al eje de ordenadas, que representará la línea de pérdidas totales $\sum p = 0$. Tracemos la línea pr , paralela a la línea $P_1 = 0$, a tal distancia que el segmento pr se divida en 100 partes.

El triángulo tpr es semejante al triángulo ted , puesto que dos de sus lados son paralelos entre sí, y los terceros se encuentran en una línea común. De la semejanza de estos triángulos se des-

prende la proporción

$$\frac{ed}{td} = \frac{tp}{pr}.$$

Los triángulos tpq y tEd son semejantes por la misma razón que los triángulos examinados anteriormente. De la semejanza de

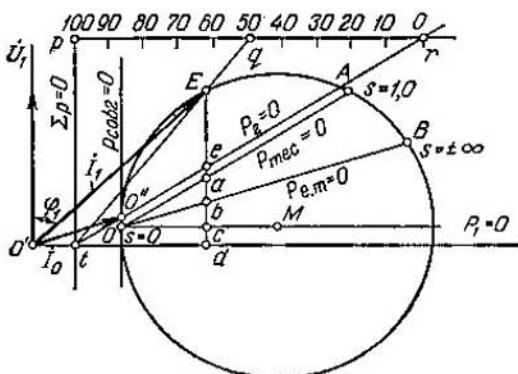


Fig. 21-14. Construcción de la escala del rendimiento para el régimen de motor

estos triángulos se deduce la siguiente proporción:

$$\frac{td}{Ed} = \frac{pq}{pr}.$$

Multiplicando las dos proporciones obtenidas entre sí, obtenemos:

$$\frac{ed}{Ed} = \frac{pq}{pr}.$$

De esta proporción se puede obtener la proporción derivada

$$\frac{Ed - ed}{Ed} = \frac{pr - pq}{pr}$$

o bien

$$\frac{Ee}{Ed} = \frac{qr}{pr}.$$

Más arriba fue establecido que el rendimiento para el régimen de motor

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{Ee}{Ed},$$

y, por consiguiente,

$$\eta = \frac{qr}{pr},$$

es decir, el segmento pr es la escala de rendimientos para el régimen de motor.

La escala de rendimientos para el régimen de generador de la máquina asincrónica se construye por un procedimiento parecido al procedimiento para el régimen de motor (fig. 21-15).

Trazamos en la fig. 21-15 la línea de la potencia mecánica aplicada $P_2=0$ hasta su intersección en el punto t con la línea de potencia eléctrica P_1 aplicada a la máquina. Luego, de la misma manera que para el motor, trazamos la línea t_p paralela al eje de ordenadas, que representará la línea de pérdidas totales $\Sigma p=0$. Puesto que en el régimen de generador la potencia útil será la potencia primaria P_1 de salida a la red, entonces ahora la línea de escala de rendimientos pr se traza entre las

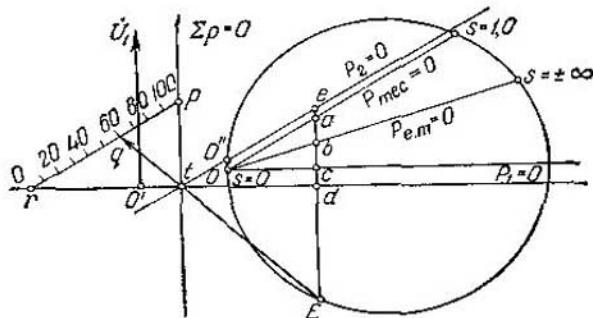


Fig. 21-15. Construcción de la escala del rendimiento para el régimen de generador

líneas de $\Sigma p=0$ y de $P_1=0$ paralelamente a la línea de $P_2=0$, que en el caso dado, a diferencia del régimen de motor, es la línea de potencia aplicada al motor.

El triángulo ted en la fig. 21-15 es semejante al triángulo rpt , puesto que todos los lados de estos triángulos son paralelos entre sí. En virtud de la semejanza de estos triángulos se puede escribir:

$$\frac{ed}{et} = \frac{tp}{rp}.$$

Los triángulos teE y qpt son semejantes por la misma razón que los triángulos anteriores, por eso se puede escribir la siguiente proporción:

$$\frac{et}{eE} = \frac{qp}{tp}.$$

Multiplicando estas proporciones entre sí, obtenemos una nueva proporción:

$$\frac{ed}{eE} = \frac{qp}{rp}.$$

De esta proporción se puede obtener la proporción derivada

$$\frac{eE - ed}{eE} = \frac{rp - qp}{rp}$$

o bien

$$\eta = \frac{dE}{eE} = \frac{rq}{rp}.$$

Para el rendimiento en el régimen de generador se puede escribir la siguiente expresión:

$$\eta = \frac{rq}{rp},$$

es decir, el segmento rp es la escala de rendimientos para el régimen de generador de la máquina asincrónica.

El procedimiento de construcción de la escala de rendimientos descrito más arriba para los regímenes de motor y de generador de la máquina asincrónica (figs. 21-14 y 21-15) proporciona los resultados más exactos en el caso de resbalamientos pequeños correspondientes a las condiciones de funcionamiento de la máquina en los límites de cargas y sobrecargas normales. Si se desea que los valores más exactos de los rendimientos se obtengan en el caso de resbalamientos grandes cercanos a $s=1,0$ y $s=-1,0$, entonces es más correcto trazar la línea de $P_2=0$ no paralelamente a la línea de $P_{mec}=0$, como se aceptó al construir las escalas de rendimientos en las figs. 21-14 y 21-15, sino representar la línea de $P_2=0$ en forma de recta que pase por el punto O'' (final del vector de la corriente real en vacío) y el punto A con resbalamiento $s=1,0$ (fig. 21-16). En lo demás la construcción sigue siendo la misma. Evidentemente, al construir el diagrama circular según la fig. 21-16, la determinación de los rendimientos para pequeños resbalamientos será un poco menos exacta que por los diagramas circulares de las figs. 21-14 y 21-15.

La construcción expuesta más arriba de la escala de rendimientos se deriva también del examen del circuito equivalente precisado (fig. 19-14). En efecto, las pérdidas del motor asincrónico en este caso se componen de las pérdidas del circuito principal con corriente $-I_2'$ y las pérdidas del circuito bifurcado con corriente I_{00} . Puesto que el circuito principal se compone de las resistencias $R_{c.c.} = R_1 + R_2$ conectadas en serie, la línea de pérdidas en el cobre $p_{cob}=0$ se expresa por la tangente en el punto O (fig. 21-13). Las pérdidas en el circuito bifurcado se expresan por el segmento Of , por eso para obtener las pérdidas totales hay que prolongar la línea de potencia secundaria $P_{mec}=0$ hasta su intersección con el eje de abscisas en el punto k ; el eje de abscisas representa la línea de potencia primaria $P_1=0$. En este caso, la línea paralela a la línea de $p_{cob}=0$ representará la línea de pérdidas totales de ambos circuitos $p_{cob} + p_0 = 0$. Para tener en cuenta

las pérdidas mecánicas y adicionales del motor hay que tomar en consideración que en marcha en vacío el final del vector de la corriente se encuentra no en el punto O , sino en el punto O'' (figs. 21-14 y 21-15).

Trazando por el punto O'' (fig. 21-15) una recta paralela a la línea de $P_{mec} = 0$, obtenemos la línea de potencia útil $P_2 = 0$ que en su intersección con la línea de $P_1 = 0$ da el punto t . Trazando por el punto t una recta paralela al eje de ordenadas obtenemos la línea de pérdidas totales $\Sigma p = 0$.

Dado que como resultado de la construcción las líneas de $\Sigma p = 0$ y de $P_2 = 0$ han resultado idénticas a las de la construcción geométrica expuesta más arriba, la escala de rendimientos

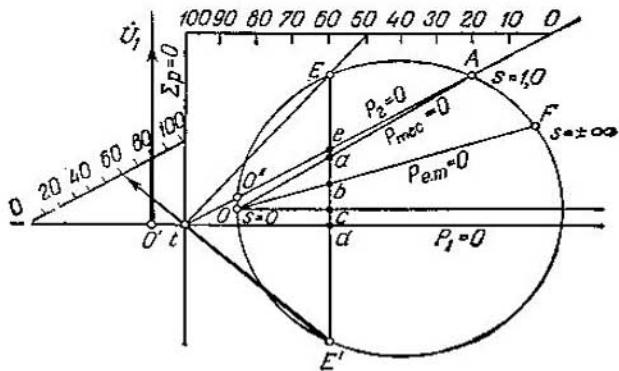


Fig. 21-16. Construcción de la escala para una determinación más precisa del rendimiento en el caso de grandes resbalamientos

resultará también en forma de segmento de recta paralela a la línea de $P_1 = 0$, comprendido entre las líneas de $P_2 = 0$ y de $\Sigma p = 0$.

F. Determinación del factor de potencia ($\cos \varphi$). Para determinar el $\cos \varphi$ para el valor dado de la corriente $I_1 = m_i OD$, lo más sencillo es marcar en el eje de ordenadas un segmento que se divida fácilmente en 10 partes (fig. 21-17a) y construir una semicircunferencia con este segmento como diámetro. El segmento OL , obtenido en la intersección del vector de la corriente I_1 o de su prolongación con la semicircunferencia Of , es la medida del factor de potencia del motor, puesto que

$$\cos \varphi = Oh/Of.$$

G. Capacidad de sobrecarga del motor (momento de vuelco). Llamamos capacidad de sobrecarga del motor la relación (véase, el § 20-5)

$$k_m = M_{\max}/M_n.$$

Para determinar por el diagrama circular el momento M_{\max} levantamos una perpendicular desde el centro de la circunferencia de corriente O_1 a la línea de potencia electromagnética $P_{em}=0$ (fig. 21-17a) y la prolongamos hasta su intersección con la circunferencia de corriente en el punto S . El segmento

$$Sl = M_{\max}/m_M,$$

y, por consiguiente,

$$k_m = M_{\max}/M_n = Sl/dD$$

con la condición de que el punto D del diagrama corresponde al régimen nominal.

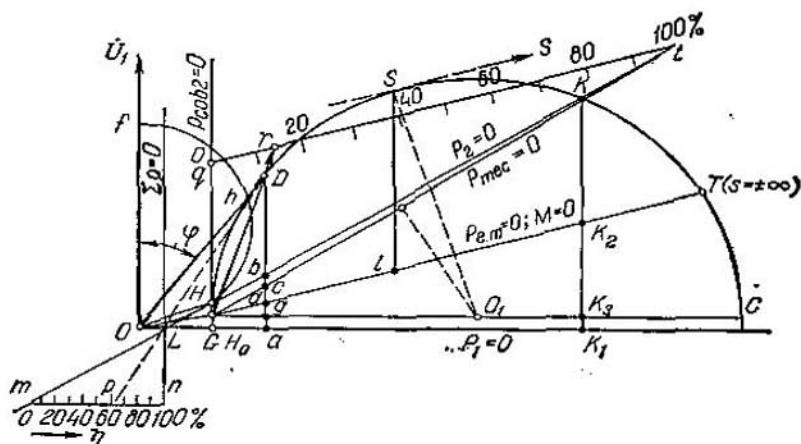


Fig. 21-17a. Diagrama circular preciso de un motor asincrónico

El punto S puede hallarse por otro procedimiento. Para ello basta con trazar la tangente a la circunferencia de corrientes, paralela a la línea de potencia electromagnética $P_{em}=0$.

Ejemplo. Construyamos el diagrama circular de un motor trifásico asincrónico de rotor bobinado por los parámetros del circuito en ángulo equivalente preciso expuesto en el ejemplo del § 19-5.

Construimos el vector de la corriente en vacío del circuito bifurcado $\overline{O' O}$ (fig. 21-11):

$$\begin{aligned} I_{00} &\approx I_0 = 17,5 \text{ A}, \quad \cos \varphi_0 = 0,118, \\ I_{0a} &= 17,5 \cdot 0,118 = 2,06 \text{ A}. \end{aligned}$$

Luego, construimos el vector de la corriente de cortocircuito del circuito principal para el resbalamiento $s=1,0$ (\overline{OA}):

$$I'_{c.c} = I''_{c.c} = 214 \text{ A}, \quad \cos \varphi_{c.c} = 0,161.$$

Trazamos la perpendicular al eje de abscisas desde el punto A (fig. 21-11) para el resbalamiento $s=1,0$ hasta su intersección en el punto C con la recta Og trazada paralelamente al eje de abscisas desde el final del vector de la corriente en

vacio I_{00} y dividimos el segmento AC en el punto B en la relación

$$R_1 : R_2 = 0,7 : 0,604.$$

La línea recta OB , trazada desde el final del vector de la corriente en vacío I_{00} por el punto B , es la línea de potencia electromagnética $P_{em} = 0$ y corresponde a la línea del momento de rotación $M = 0$.

La línea OA es la línea de potencia mecánica $P_{mec} = 0$, y el eje de abscisas es la línea de potencia primaria $P_1 = 0$.

Desde el punto medio del segmento OA trazamos la perpendicular a este segmento hasta su intersección con la línea Og en el punto M que es el centro de la circunferencia de corriente de radio OM . En la circunferencia de corriente (punto E) está situado el final del vector de la corriente a carga nominal $I_1 = I_{fn} = 60 \text{ A}$, $\cos \varphi = \cos \varphi_n = 0,89$. La magnitud de la corriente activa en este caso se expresa por el segmento $Ed \perp HN$. La suma de las pérdidas mecánicas y adicionales a carga nominal es

$$P_{mec} + P_{ad} = 2 + 1,4 = 3,4 \text{ kW},$$

lo que ofrece la posibilidad de determinar la correspondiente componente de la corriente activa:

$$ea = \frac{P_{mec} + P_{ad}}{\sqrt{3}U_1} = \frac{3,4 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 3000} = 0,65 \text{ A}.$$

A continuación, trazamos una recta paralela a la línea OA a la distancia $ea = 0,65 \text{ A}$ que representa la línea de potencia útil $P_2 = 0$. El rendimiento

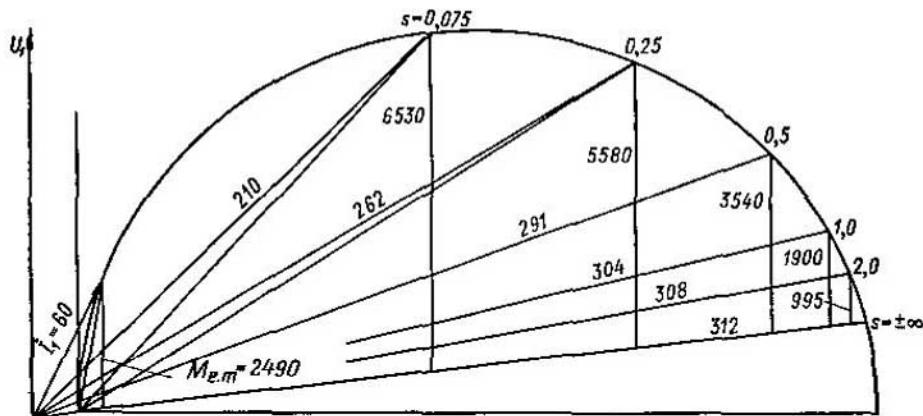


Fig. 21-17b. Diagrama circular de un motor en cortocircuito (según los datos expuestos en el ejemplo) y valor de la corriente y del momento para distintos resbalamientos

a carga nominal es igual a la relación de la potencia útil P_2 a la potencia primaria P_1 , o

$$\eta = \frac{Ee}{Ed} = \frac{96 \cdot 100}{105} = 91,5\%.$$

La corriente secundaria del circuito principal es $I''_{2n} = OE = 52 \text{ A}$.

Construyendo análogamente el diagrama circular para el motor asincrónico en cortocircuito hallamos el valor de la corriente y del momento electromagnético para distintos resbalamientos (fig. 21-17b). Las magnitudes obtenidas de las corrientes en amperios y de los momentos en newton-metros para los resbalame-

mientos correspondientes vienen dados en el dibujo. Las magnitudes del momento, halladas por el método gráfico, corresponden a los valores calculados obtenidos en el ejemplo del § 20-6.

21-3. Diagrama circular preciso [189, 191, 197, 213]

El circuito equivalente completo (fig. 19-5), transformado en circuito equivalente preciso con circuito magnetizante sacado a las bornas (fig. 19-6), da la posibilidad de construir el diagrama circular preciso. En este circuito sólo una resistencia del circuito principal $r'_2 \cdot \sigma_1^2 / s$ depende del resbalamiento, mientras que todos los demás parámetros tanto del circuito principal, como del bifurcado no dependen del resbalamiento; esto ofrece la posibilidad de emplear en principio para la construcción del diagrama circular preciso y su análisis los mismos métodos que para el diagrama circular precisado. El circuito equivalente preciso transformado se muestra en la fig. 19-6.

El coeficiente de corrección σ_1 , al despreciar las pérdidas en el acero ($r_m = 0$), puede ser representado en la forma siguiente:

$$\dot{\sigma}_1 = 1 + \frac{Z_1}{Z_m} \approx 1 + \frac{r_1 + jx_1}{jx_m} = \left(1 + \frac{x_1}{x_m} \right) - j \frac{r_1}{x_m} = \sigma_1 e^{-j\psi}, \quad (21-23)$$

donde el módulo es

$$\sigma_1 = |\dot{\sigma}_1| = \sqrt{\left(1 + \frac{x_1}{x_m} \right)^2 + \left(\frac{r_1}{x_m} \right)^2} \approx 1 + \frac{x_1}{x_m}, \quad (21-24)$$

y su argumento ψ se determina por la relación

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{r_1}{x_1 + x_m}.$$

La expresión para la impedancia resultante del circuito principal, si se toma en consideración la fórmula (21-23), puede ser transformada de la manera siguiente:

$$\begin{aligned} Z_r &= Z_1 \dot{\sigma}_1 + Z'_2 \dot{\sigma}_1^2 = Z_1 \sigma_1 e^{-j\psi} + Z'_2 \sigma_1^2 e^{-2j\psi} = \\ &= e^{-j2\psi} [Z_1 \sigma_1 e^{j\psi} + Z'_2 \sigma_1^2] = \\ &= e^{-j2\psi} \left[(r_1 + jx_1) \sigma_1 (\cos \psi + j \operatorname{sen} \psi) + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{r'_2}{s} + jx'_2 \right) \sigma_1^2 \right]. \end{aligned} \quad (21-25)$$

Puesto que r_1 habitualmente es demasiado pequeña en comparación con $(x_1 + x_m)$, se puede aceptar que $\operatorname{sen} \psi$ y $\cos \psi$ son iguales a:

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} \psi &= \frac{r_1}{\sqrt{r_1^2 + (x_1 + x_m)^2}} \approx \frac{r_1}{x_1 + x_m}; \\ \cos \psi &= \frac{x_1 + x_m}{\sqrt{r_1^2 + (x_1 + x_m)^2}} \approx 1. \end{aligned}$$

Entonces

$$\begin{aligned} Z_r = e^{-j\frac{\pi}{2}\psi} & \left\{ \left[\left(r_1 - x_1 \frac{r_1}{x_1 + x_m} \right) \frac{x_1 + x_m}{x_m} + \frac{r'_2}{s} \sigma_1^2 \right] + \right. \\ & + j \left(x_1 \sigma_1 + x'_2 \sigma_1^2 + \frac{r_1^2}{x_1 + x_m} \sigma_1 \right) \Big\} = \\ & = e^{-j\frac{\pi}{2}\psi} \left[\left(r_1 + \frac{r'_2}{s} \sigma_1^2 \right) + j \left(X_{c.c.} + \frac{r_1^2}{x_m} \right) \right] = e^{-j\frac{\pi}{2}\psi} Z_{r.\psi}, \end{aligned} \quad (21-26)$$

donde

$$Z_{r.\psi} = \left(r_1 + \frac{R_2}{s} \right) + j \left(X_{c.c.} + \frac{r_1^2}{x_m} \right) \quad (21-27)$$

y

$$\left. \begin{array}{l} R_2 = r'_2 \sigma_1^2; \\ X_{c.c.} = X_1 + X_2 = x_1 \sigma_1 + x'_2 \sigma_1^2. \end{array} \right\} \quad (21-28)$$

mientras que 2ψ se determina de la relación

$$\operatorname{tg} 2\psi \approx 2 \operatorname{tg} \psi = \frac{2r_1}{x_1 + x_m}. \quad (21-29)$$

Sobre la base de las transformaciones realizadas más arriba el circuito equivalente preciso puede ser representado en la forma desarrollada mostrada en la fig. 21-18.

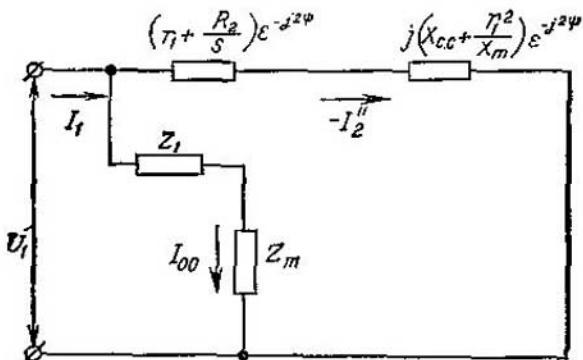


Fig. 21-18. Circuito equivalente preciso

La corriente del circuito principal del circuito de la fig. 21-18, en virtud de las expresiones (21-26) y (21-27), es

$$-I_2'' = \frac{\dot{U}_1}{Z_r} = \frac{\dot{U}_1 e^{j\frac{\pi}{2}\psi}}{Z_{r.\psi}} = \frac{\dot{U}_1 e^{j\frac{\pi}{2}\psi}}{\left(r_1 + \frac{R_2}{s} \right) + j \left(X_{c.c.} + \frac{r_1^2}{x_m} \right)}. \quad (21-30)$$

El denominador de la ecuación de la corriente $-I_2''$ (21-30) para el circuito equivalente transformado preciso $Z_{r.\psi}$, así como el de-

nominador de Z_1 para el circuito equivalente precisado [igualdad (21-1)], tiene sólo un término R_2/s que depende del resbalamiento. Más arriba se demostró que, al variar el resbalamiento s , el final del vector de la corriente — i_2^* del circuito equivalente precisado — describe una circunferencia. Evidentemente, también en el caso dado el final del vector de la corriente — i_2^* describirá una circunferencia, pero como en el numerador figura un factor adicional $e^{j2\psi}$, la circunferencia de corriente estará girada a un ángulo 2ψ en sentido contrario a las agujas del reloj con respecto a la circunferencia de corriente de la fig. 21-10.

El diámetro del diagrama circular preciso, en virtud de (21-30), es

$$D = \frac{U_1}{X_{c.c} + \frac{r_1^2}{x_m}}. \quad (21-31)$$

El denominador en la expresión para el diámetro del diagrama circular preciso se diferencia del denominador en la expresión para el diámetro del diagrama circular precisado [véase la igualdad (21-3)] en que en aquél figura el término adicional r_1^2/x_m . Puesto que habitualmente el término r_1^2/x_m es demasiado pequeño en comparación con $X_{c.c}$, la influencia de este término en la magnitud del diámetro de la circunferencia de corriente puede aparecer en las máquinas de pequeña potencia, mientras que en las máquinas normales, esta influencia puede surgir sólo al intercalar una resistencia óhmica adicional en el circuito primario del motor, o al disminuir considerablemente la frecuencia, como resultado de lo cual disminuye notablemente $X_{c.c}$. En los demás casos el diámetro del diagrama circular, lo mismo para el preciso que para el precisado, se puede aceptar igual a

$$D = \frac{U_1}{X_{c.c}} = \frac{U_1}{X_1 + X_2}. \quad (21-32)$$

Al girar la circunferencia de corriente del circuito principal un ángulo 2ψ en sentido contrario a las agujas del reloj, a este mismo ángulo con relación al vector de tensión giran también el diámetro de la circunferencia, la línea de pérdidas en el cobre del circuito principal $p_{cob} = 0$ y la línea de pérdidas totales $\sum p = 0$.

En la fig. 21-19a está representado el diagrama circular preciso con las particularidades de su construcción indicadas más arriba y correspondientemente con las escalas de resbalamientos y rendimientos. Para comodidad de la construcción la escala de rendimientos se ha situado por debajo del eje de abscisas.

Ejemplo. Determinar las inductancias y las resistencias óhmicas de los devanados y sus correspondientes parámetros para la construcción del diagrama circular preciso (fig. 21-19a) de un motor asincrónico trifásico de jaula de ardilla de pequeña potencia.

Datos del motor: $P_2 = 120 \text{ W}$, $U_1 = 380/220 \text{ V}$, $I_{1f} = 0.44 \text{ A}$, $\eta = 0.58$, $\cos \psi = 0.72$, $2p = 4$, $D_a = 102 \text{ mm}$, $D = 60 \text{ mm}$, $\tau = 47 \text{ mm}$, $t = 46 \text{ mm}$, el nú-

micro de ranuras en el estator es $Z_1 = 24$, y en el rotor es $Z_2 = 18$, el número de espiras del estator conectadas en serie es $w_1 = 1016$, el devanado es de una capa de paso diametral del tipo de la fig. 3-7 con un número de ranuras por polo y fase $q_1 = 2$. Ranuras del estator (su forma según la fig. 5-3, c): $h_1 = 9 \text{ mm}$, $h_2 = 0,5 \text{ mm}$, $h_3 = 0,5 \text{ mm}$, $h_4 = 0,5 \text{ mm}$, $b_1 = 7,5 \text{ mm}$, $b_2 = 1,8 \text{ mm}$, $b_3 = 5,3 \text{ mm}$, el coeficiente de devanado $k_{dev} = k_{dist} = 0,966$ (por la tabla 2-2).

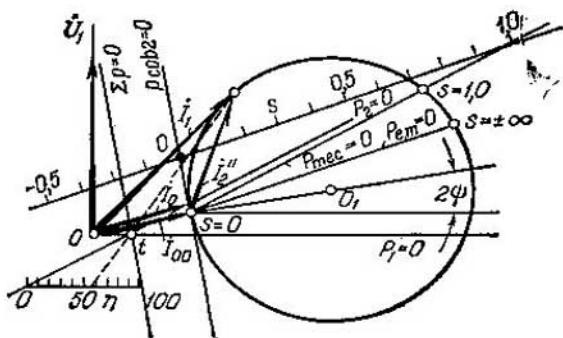


Fig. 21-19a. Diagrama circular preciso de una máquina asincrónica

La conductancia de dispersión en la zona de las ranuras del devanado del estator $\lambda_{r1} = 2,4$.

La conductancia de dispersión de la parte frontal del devanado del estator, de acuerdo con la fórmula (5-20), es

$$\Delta_{fl} = q\lambda_t \frac{l_f}{l} = 2 \left(0,67 - 0,43 \frac{\tau}{l_f} \right) \frac{l_f}{l} = 2 \left(0,67 - 0,43 \frac{4,7}{9,2} \right) \frac{9,2}{4,6} = 1,80.$$

El entrehierro $\delta = 0,25$, el coeficiente de entrehierro $k_\delta = 1,2$, el coeficiente de saturación del circuito magnético $k_\mu = 1,1$, la conductancia de dispersión diferencial [véase la fórmula (5-27)] siendo el coeficiente de dispersión diferencial $k_{dif} = 0,028$ (véanse las curvas de la fig. 5-5 para $q = 2$ con paso diametral del devanado) es

$$\lambda_{dif} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 0,966^2 \cdot 4,7}{\pi^2 \cdot 1,2 \cdot 1,1 \cdot 0,025} \cdot 0,028 = 2,27.$$

La suma de las conductancias de dispersión del devanado del estator es igual a

$$\sum \lambda_t = 2,4 + 1,80 + 2,27 = 6,47.$$

La inductancia del devanado del estator, conforme a la fórmula (5-14), es

$$x_1 = 4\pi \cdot 50 \cdot 1,26 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{4,6 \cdot 1016^2}{2 \cdot 2} \cdot 6,47 = 60,6 \Omega.$$

La resistencia óhmica del devanado del estator a 75°C es

$$r_1 = 108,5 \Omega.$$

La inductancia del circuito magnetizante, de acuerdo con la fórmula (5-5), es

$$x_m = 2 \cdot 3 \cdot 50 \cdot \frac{1,26 \cdot 10^{-8} \cdot 6 \cdot 4,6 \cdot 1016^2 \cdot 0,966^2}{1,2 \cdot 1,1 \cdot 0,025 \cdot 2^2} = 815 \Omega.$$

Las relaciones

$$\frac{x_1}{x_m} = \frac{60,6}{815} = 0,075; \quad \frac{r_1}{x_m} = \frac{108,5}{815} = 0,133;$$

$$\frac{r_1^2}{x_m} = 14,3 \Omega.$$

La conductancia de dispersión de la zona de ranuras del devanado del rotor es

$$\lambda_{r2} = 1,40.$$

La conductancia de dispersión de la parte frontal del devanado del rotor, conforme a la fórmula (18-25a), es

$$\lambda_j = \frac{18 \cdot 4,7}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4,6} \cdot 0,14 = 0,22,$$

donde $g_f = 0,14$ siendo $l_m/e = 3,77$ y $\tau/l_m = 2,35$ (fig. 18-6).

La conductancia de dispersión diferencial, por la fórmula (5-27), es

$$\lambda_{dif2} = \frac{18 \cdot 4,7 \cdot 0,966^2}{2 \cdot 2 \cdot \pi^2 \cdot 1,2 \cdot 1,1 \cdot 0,025} \cdot 0,07 = 4,53,$$

donde $k_{dif2} = 0,07$ siendo $N_s/2\rho = 4,5$ (fig. 18-7).

La suma de las conductancias de dispersión del devanado del rotor es

$$\sum \lambda_2 = 1,40 + 0,22 + 4,53 = 6,15.$$

La inductancia de devanado en jaula del rotor es

$$x_2 = 2\pi \cdot 1,26 \cdot 10^{-8} \cdot 50 \cdot 4,6 \cdot 6,15 = 0,000112 \Omega.$$

El coeficiente de reducción del devanado del rotor al devanado del estator es

$$k = \frac{4 \cdot 3 \cdot 1016^2 \cdot 0,966^2}{18} = 644000.$$

La inductancia del devanado del rotor reducida al devanado del estator es

$$x'_2 = 0,000112 \cdot 644000 = 72,0 \Omega.$$

La relación

$$\frac{x'_2}{x_m} = 0,087.$$

La resistencia óhmica de una barra de la jaula de ardilla del rotor es

$$r_b = 5,74 \cdot 10^{-5} \Omega.$$

La resistencia reducida de dos sectores de los anillos de cortocircuito de la jaula de ardilla con diámetro medio $D_{an} = 44,5$ mm y una área de la sección de 130 mm^2 por ambos lados es

$$r'_j = 0,52 \cdot 10^{-5} \Omega.$$

La resistencia de dos sectores de los anillos de cortocircuito reducida a la resistencia de una barra de la jaula de ardilla, conforme a la fórmula (18-24), es

$$r_j = 1,11 \cdot 10^{-5} \Omega.$$

La resistencia óhmica total de la barra con los dos sectores de los anillos de cortocircuito contiguos a la barra es

$$r_a = r_b + r_j = 6,84 \cdot 10^{-5} \Omega.$$

La resistencia óhmica del devanado secundario reducida al devanado primario es

$$r'_2 = r_2 k = 6,84 \cdot 10^{-5} \cdot 64,4 \cdot 10^4 = 44,0 \Omega.$$

La relación

$$\frac{r'_2}{x_m} = \frac{44}{815} = 0,053.$$

El módulo del coeficiente de corrección, conforme a la fórmula (21-24), es

$$\sigma_1 = \sqrt{(1+0,075)^2 + 0,133^2} = 1,08,$$

y su argumento es

$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{108,5}{60,6 + 815} = \operatorname{arctg} 0,124.$$

Los parámetros del circuito principal del circuito en ángulo equivalente, conforme a la fórmula (21-28), es

$$R_2 = 51,5 \Omega; X_{c.c.} = 151,4 \Omega.$$

El diámetro de la circunferencia del diagrama circular preciso, por la fórmula (21-31), es

$$D = \frac{U_1}{X_{r.c.c.}} = \frac{220}{165,7} = 1,33 \text{ A},$$

donde

$$X_{r.c.c.} = X_{c.c.} + \frac{r_1^2}{x_m} = 151,4 + 14,3 = 165,7 \Omega.$$

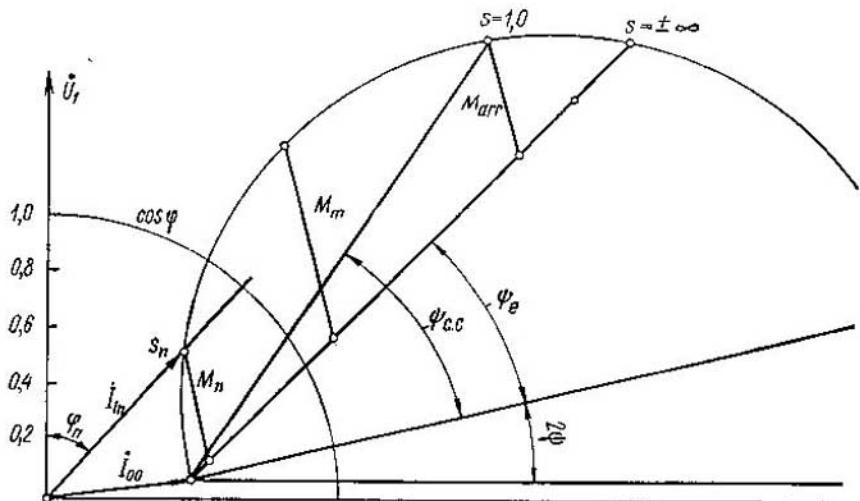


Fig. 21-19b. Diagrama circular preciso de una máquina asincrónica según los datos expuestos en el ejemplo

Los ángulos entre el diámetro del diagrama circular y las líneas de la potencia electromagnética y la potencia mecánica total son:

$$\psi_e = \operatorname{arctg} \frac{r'}{X_{r.c.c.}} = \operatorname{arctg} \frac{108,5}{165,7} = \operatorname{arctg} 0,656;$$

$$\psi_{c.c.} = \operatorname{arctg} \frac{r_1 + R_2}{X_{r.c.c.}} = \operatorname{arctg} \frac{108,5 + 51,5}{165,7} = \operatorname{arctg} 0,97.$$

La corriente del circuito magnetizante siendo $s=0$, por la fórmula (19-20) teniendo en cuenta la fórmula (19-27), es

$$j_{00} = \frac{\dot{U}_1}{Z_m \sigma_1} \approx \frac{\dot{U}_1}{ix_m \left(\sigma_1 - j \frac{r_1}{x_m} \right)} = 0,030 - j0,245 \text{ A}$$

(debido a su pequeñez la resistencia óhmica r_m se desprecia).

En la fig. 21-19b se ha construido el diagrama circular preciso haciendo uso de los datos obtenidos.

21-4. Lugar geométrico de las corrientes de las máquinas asincrónicas con parámetros variables

Al analizar con precisión la máquina resulta que todos sus parámetros son variables, puesto que las resistencias óhmicas dependen de la temperatura del devanado, y las inductancias x_m ,

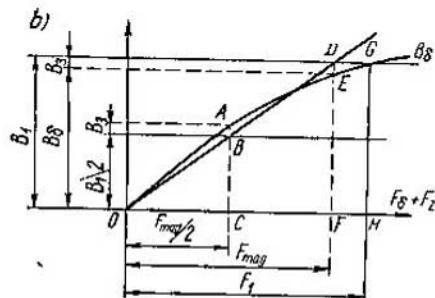
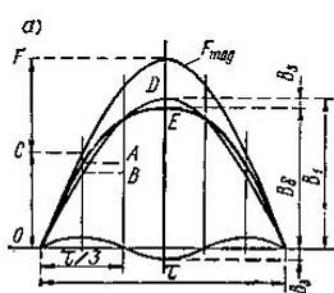


Fig. 21-20. Determinación de las inducciones reales y del flujo magnético en una máquina saturada

x_1 y x_2' se determinan por el grado de saturación del acero con el flujo principal o con los flujos de dispersión.

Habitualmente el acero activo de la máquina asincrónica, particularmente en la zona de los dientes, está bastante saturado, como resultado de lo cual la curva de inducción magnética a lo largo del espacio de aire en el caso de f.m. sinusoidal se desvía notablemente de la forma sinusoidal (fig. 21-20, a). Este aplandamiento de la curva del campo influye en la disminución de la corriente magnetizante y en el aumento de las pérdidas en el acero; por eso al calcular detalladamente la máquina asincrónica esta influencia se debe tener en cuenta. Supongamos que la f.m. está distribuida por la ley sinusoidal a lo largo del paso polar (fig. 21-20, a, curva F_{mag}). Como consecuencia de la saturación del acero, principalmente en la zona de los dientes del estator y el rotor, la curva del campo magnético se aplana (curva B_0). Despreciando las armónicas superiores del campo, excepto la tercera, se puede considerar que la curva del campo está compuesta de las armónicas primera B_1 y tercera B_3 . La primera armónica del campo induce

en el devanado primario la primera armónica de f.e.m., pero la tercera armónica del campo no influye en el devanado trifásico.

La magnitud de la primera armónica B_1 de la inducción se determina por el valor de la primera armónica de la f.e.m. La tercera armónica del campo magnético puede ser determinada sobre la base de la curva de magnetización (fig. 21-20, b). Dividamos el segmento GH , que corresponde a la inducción B_1 , en dos partes iguales y tracemos por el punto G y por el punto medio del segmento GH líneas paralelas al eje de abscisas. Tracemos desde el origen de coordenadas una recta más bajo un ángulo tal, que $AB = DE$. Entonces $EF = B_3$ representará la inducción verdadera en el espacio de aire, y OF será la amplitud de la f.m. que crea el flujo magnético. Correspondientemente los segmentos $AB = ED$ representan las amplitudes de la tercera armónica B_3 del campo. De este modo, en lugar del valor de la amplitud de la primera armónica de la inducción magnética se obtiene el valor verdadero de la inducción $B_3 < B_1$, correspondientemente disminuye la inducción en los dientes. Por otra parte, la f.m. F_1 disminuye hasta la magnitud de F_{mag} . Pero en los soportes de los núcleos del estator y el rotor, al contrario, la inducción aumenta, puesto que a cuenta de la tercera armónica aumenta el flujo total (fig. 21-20, a)

$$\Phi = \frac{2}{\pi} \tau l B_1 + \frac{2}{\pi} \frac{\tau}{3} l B_3 = \frac{2}{\pi} \tau l \left(B_1 + \frac{B_3}{3} \right).$$

Por el valor del flujo Φ se determina la corriente magnetizante y aquellas inducciones de las que dependen las pérdidas en el acero.

Además, en los parámetros de la máquina influye el fenómeno de desplazamiento de la corriente. A veces los parámetros varían de tal modo al variar el régimen de funcionamiento de la máquina asincrónica, que el lugar geométrico de las corrientes no representa una circunferencia. Los lugares geométricos de las corrientes de los motores de corrientes Foucault y de doble jaula de ardilla se apoyan a continuación en el cap. XXIII, aquí examinaremos el lugar geométrico de la corriente de un motor de tipo normal con inductancia variable $X_{c.c} = X_1 + X_2$. La experiencia demuestra que en los motores en cortocircuito con ranuras cerradas del rotor la inductancia $X_{c.c}$ disminuye más de dos veces al variar la corriente desde el valor $I_1 = I_n$ hasta el valor $I_1 \approx 5I_n$ debido a la saturación del "puente" entre los dientes con la corriente de dispersión de las ranuras. En este caso el diámetro de la circunferencia de corriente $D = U_1 : X_{c.c}$ varía continuamente, aumentando a medida que aumenta la corriente. Dado que a cada valor de la corriente le corresponde un solo valor de la inductancia y, por lo tanto, un solo diámetro de la circunferencia de corriente, teóricamente se puede construir un número infinito de tales circunferencias. En la práctica habitualmente basta con sólo dos circunferencias construidas para dos valores de $X_{c.c}$: uno, que corresponde a la corriente de cortocircuito con la tensión $U_{c.c} = U_n$, y otro,

a la corriente $I_{c.c} = I_n$. La primera circunferencia sirve para determinar las características de arranque; la segunda corresponde al régimen nominal de funcionamiento y sirve para determinar las características correspondientes a este régimen (fig. 21-21). La primera circunferencia se puede llamar de arranque, y la segunda, principal. Los centros O_1 y O_2 de ambas circunferencias se encuentran prácticamente en una misma recta HC_1C_2 . La construcción de los diagramas se efectúa para ambas circunferencias, pero sólo en la parte que se refiere a cada circunferencia dada. En los casos más complejos se puede análogamente construir varias circunferencias, por ejemplo, cuatro para cuatro valores de la corriente I_{11} , I_{12} , I_{13} e I_{14} , además, a las corrientes I_{11} e I_{12} les corresponden la circunferencia principal y la de arranque 1 y 2, y a las corrientes I_{13} e I_{14} , las circunferencias complementarias 3 y 4. Marcando en estas circunferencias sus correspondientes corrientes, obtendremos los puntos D_1 , D_2 , D_3 y D_4 y uniéndolos con una curva suave construimos el lugar geométrico de la corriente del motor con la inductancia $X_{c.c} = f(I_1)$.

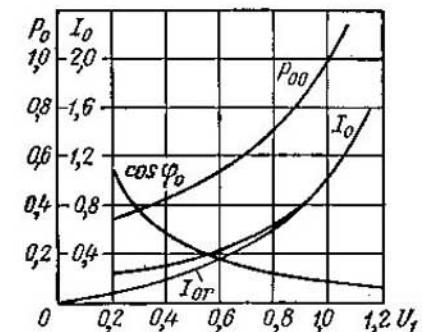


Fig. 21-22. Características de un motor asincrónico en el régimen de marcha en vacío

se aplica la tensión nominal U_n con frecuencia nominal f_1 . La tensión debe ser prácticamente sinusoidal. Para evitar los errores casuales, la tensión aplicada se varía en ciertos límites, habitualmente desde $0,5U_n$ hasta $1,2U_n$. Las curvas de I_0 , I_{0r} , $P_{00} = P_0 - m_1 I_0^2 r_1$ en unidades relativas y del $\cos \varphi$ en función de la tensión U_1 se muestran en la fig. 21-22.

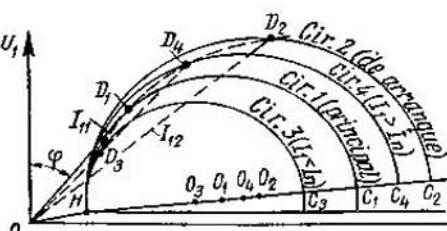


Fig. 21-21. Construcción del lugar geométrico de la corriente para $X_{c.c} = f(I_1)$

Si la dependencia $X_{c.c} = f(I_1)$ tiene carácter hiperbólico, entonces, como fue demostrado por L. M. Piotrovski, el lugar geométrico de la corriente de la máquina asincrónica representa el bucle interior de la voluta de Pascal [208].

21-5. Ensayo de marcha en vacío

El punto de marcha en vacío H en el diagrama circular se puede construir por los datos de cálculo o experimentales.

Al ensayar el motor en el régimen de marcha en vacío a éste se aplica la tensión nominal U_n con frecuencia nominal f_1 . La tensión debe ser prácticamente sinusoidal. Para evitar los errores casuales, la tensión aplicada se varía en ciertos límites, habitualmente desde $0,5U_n$ hasta $1,2U_n$. Las curvas de I_0 , I_{0r} , $P_{00} = P_0 - m_1 I_0^2 r_1$ en unidades relativas y del $\cos \varphi$ en función de la tensión U_1 se muestran en la fig. 21-22.

A tensiones próximas a la nominal, las curvas de la corriente en vacío y su componente inductiva I_{or} prácticamente coinciden, pero luego comienzan a divergir cada vez más, por cuanto al disminuir la tensión U_1 la componente activa de la corriente I_{oa} adquiere cada vez mayor valor. Siendo $U_1 = U_n$ habitualmente $\cos \varphi \leq 0,12$, pero crece notablemente al disminuir la tensión.

La curva de P_{oo} representa casi una parábola regular, puesto que las pérdidas $p_{mec} = \text{const}$, y las pérdidas $p_{sc} + p_{ad}$ son proporcionales al cuadrado de la f.e.m. E_1 y, por consiguiente, a la tensión U_1 .

21-6. Ensayo de cortocircuito

Para determinar los parámetros de cortocircuito se practica el ensayo de cortocircuito análogo al ensayo del cortocircuito del transformador trifásico (véase el t. I, cap. XVII).

Para que la corriente de cortocircuito no alcance una magnitud excesiva, la tensión $U_{c.c.}$, aplicada a la máquina asincrónica en el régimen de cortocircuito, se disminuye en comparación con la nominal U_n . Pero las resistencias de las máquinas asincrónicas son relativamente mayores que las de los transformadores, por eso la tensión de cortocircuito $U_{c.c.} \% = U_{c.c.}/U_n \cdot 100$, correspondiente a la corriente $I_{c.c.} = I_n$, también es mayor. Prácticamente $U_{c.c.} = 15-25\%$. Por consiguiente,

$$I_{c.c.n} = (7-4) I_n,$$

donde $I_{c.c.n}$ es la corriente de cortocircuito siendo $U_{c.c.} = U_n$.

La determinación de los parámetros de cortocircuito se realiza de la misma manera que en los transformadores, suponiendo que la potencia de cortocircuito $P_{c.c.}$ se gasta sólo en cubrir las pérdidas en el cobre de los devanados primario y secundario de la máquina.

La diferencia fundamental entre los parámetros de cortocircuito de los transformadores y de las máquinas asincrónicas consiste en que a la temperatura dada de los devanados y la frecuencia prefijada los parámetros de cortocircuito de los transformadores prácticamente no dependen de la corriente $I_{c.c.}$, puesto que en las máquinas asincrónicas esta dependencia siempre existe y en algunos casos tiene un carácter bruscamente expresado.

En lo fundamental esta diferencia se determina por la presencia de dientes en el estator y el rotor de la máquina asincrónica y en particular por la forma de sus ranuras, es decir, por la geometría de la zona de las ranuras.

Se deben distinguir dos casos fundamentales: a) cuando las ranuras del estator y el rotor tienen forma abierta o semicerrada y b) cuando las ranuras del estator tienen forma semicerrada, y las ranuras del rotor tienen forma cerrada (véase la fig. 1-19).

En el primer caso los flujos de dispersión en el régimen de cortocircuito saturan débilmente los dientes del estator y el rotor. Por

esta razón los parámetros de cortocircuito, en particular la inductancia $X_{c.c.}$, varían en límites relativamente estrechos. Como ilustración pueden servir las curvas de $R_{c.c.}$, $X_{c.c.}$ y de $Z_{c.c.} = f(U_{c.c.})$ representadas en la fig. 21-23 para un motor de 4,5 kW, 380/220 V, 8,8/15,2 A, 50 Hz, 1440 r.p.m. con los devanados del estator conectados en estrella. Semejantes curvas se obtienen para los motores de corrientes Foucault y para los motores de rotor bobinado.

En el segundo caso el puente que recubre la ranura se satura rápidamente ya con corrientes de pequeña intensidad; al aumentar la corriente la zona de saturación se extiende abarcando la cabeza

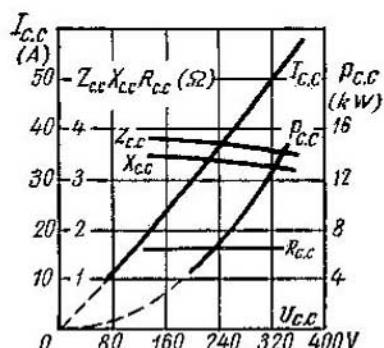


Fig. 21-23. Características de un motor asincrónico en cortocircuito

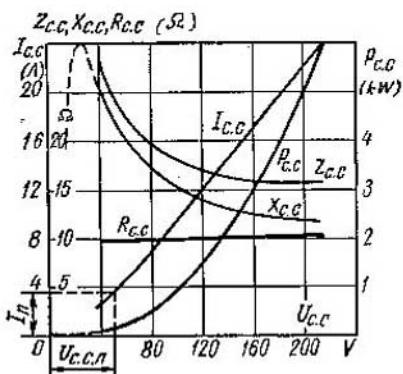


Fig. 21-24. Características de un motor de jaula de ardilla en el régimen de cortocircuito

del diente y el propio diente. Por eso la inductancia de estas máquinas varía notablemente al variar la tensión $U_{c.c.}$, adquiriendo carácter hiperbólico. Como ilustración pueden servir las curvas de $R_{c.c.}$ y de $X_{c.c.} = f(U_{c.c.})$, dadas en la fig. 21-24 para un motor de 1 kW, 380/220 V, 2,15/3,72 A, 50 Hz, 1420 r.p.m. estando los devanados del estator conectados en triángulo. Vemos que la inductancia $X_{c.c.}$ varía desde $X_{c.c.} = 21,6 \Omega$ siendo $I_{c.c.} = I_n = 3,72$ A hasta $X_{c.c.} = 11,6 \Omega$ siendo $U_{c.c.} = U_n = 220$ V, es decir, en la relación 1:0,54. La curva de $X_{c.c.} = f(U_{c.c.})$ representa una hipérbola casi regular, que puede ser expresada por la ecuación $X_{c.c.} = 8,55 + 655/U_{c.c.} \Omega$.

La dependencia $X_{c.c.} = f(I_{c.c.})$ también es una curva próxima a la hipérbola, puesto que la corriente $I_{c.c.}$ es casi proporcional a la tensión $U_{c.c.}$.

Cabe señalar que la curva de $X_{c.c.} = f(I_{c.c.})$ conserva su carácter hipérbole sólo hasta un valor mínimo determinado de la corriente, después de lo cual $X_{c.c.}$ comienza a disminuir, como se muestra con la línea de trazos en la fig. 21-24. Esto se explica por que con corrientes de pequeña intensidad y, por lo tanto, saturaciones muy débiles del acero, la permeabilidad magnética de este último comienza a disminuir.

Si los parámetros de cortocircuito de la máquina asincrónica se pueden considerar con bastante exactitud constantes, la dependencia $I_{c.c.} = f(U_{c.c.})$ representa una línea recta (fig. 21-24). En este caso el recálculo de los datos del ensayo de cortocircuito, obtenidos para la tensión reducida $U_{c.c.}$, para la tensión nominal U_n no presenta dificultades y se realiza por las fórmulas:

$$I_{c.c.n} = I_{c.c.} \frac{U_n}{U_{c.c.}} \quad y \quad P_{c.c.n} = P_{c.c.} \left(\frac{U_n}{U_{c.c.}} \right)^2.$$

Aquí $I_{c.c.}$, $U_{c.c.}$ y $P_{c.c.}$ son los valores de la corriente, la tensión y la potencia obtenidos del

ensayo; $I_{c.c.n}$ y $P_{c.c.n}$ son la corriente y la potencia correspondientes a la tensión nominal U_n .

Lo mismo que en los transformadores, las magnitudes de todas las resistencias óhmicas se reducen a la temperatura de 75 °C.

En las máquinas con ranuras semicerradas o con ranura cerrada del rotor la curva de $I_{c.c.} = f(U_{c.c.})$ diverge de la línea recta (fig. 21-25). Pero esta divergencia se nota sólo en el caso de corrientes $I_{c.c.} < I_n$, mientras que para corrientes $I_{c.c.} > I_n$ la curva de $I_{c.c.} = f(U_{c.c.})$ representa prácticamente una línea recta. En este caso se procede de la manera siguiente. El ensayo de cortocircuito se realiza de tal

modo que se obtenga la curva de $I_{c.c.} = f(U_{c.c.})$ para las corrientes entre los límites de $I_{c.c.} \approx I_n$ a $I_{c.c.} \approx 2,5 I_n$ (fig. 21-25). Esta sección de la curva se puede considerar recta. Con ayuda de su extrapolación respecto de la tensión $U_{c.c.} = U_n$ obtenemos la corriente $I_{c.c.n}$.

El mismo resultado se puede obtener también por medio del recálculo. Para ello es suficiente prolongar la sección rectilínea de la curva de $I_{c.c.} = f(U_{c.c.})$ hasta su intersección con el eje de abscisas en el punto a . Esto nos proporcionará la tensión U_0 . Entonces

$$I_{c.c.n} = \frac{U_n - U_0}{U_{c.c.} - U_0} I_{c.c.}$$

y

$$P_{c.c.n} = \left(\frac{U_n - U_0}{U_{c.c.} - U_0} \right)^2 P_{c.c.},$$

además, la tensión $U_{c.c.}$ debe tomarse por la sección rectilínea de la curva de $I_{c.c.} = f(U_{c.c.})$.

Los valores de $I_{c.c.n}$ y $P_{c.c.n}$ obtenidos de este modo se usan luego al construir el diagrama circular.

21-7. Construcción de los diagramas circulares por los datos del ensayo

Los diagramas circulares de la máquina asincrónica se pueden construir sobre la base del ensayo de cortocircuito y del ensayo de marcha en vacío.

Conociendo las corrientes en vacío I_0 y de cortocircuito $I_{c.c}$ a tensión nominal U_n y las magnitudes de los ángulos φ_0 y $\varphi_{c.c}$ podemos construir los vectores de las corrientes I_0 e $I_{c.c}$ desplazándolos a los correspondientes ángulos φ_0 y $\varphi_{c.c}$ de la tensión aplicada U_1 .

De este modo obtenemos el punto de marcha en vacío real y el punto de cortocircuito del diagrama circular.

El punto de marcha en vacío ideal ($s = 0$) se encuentra un poco más abajo del punto real de marcha en vacío. El punto $s = 0$ se puede obtener con suficiente exactitud si desde el punto de marcha en vacío real se traza verticalmente hacia abajo la parte de la componente activa de la corriente de marcha en vacío real que corresponde a las pérdidas mecánicas:

$$I_{0a.mec} = P_{mec}/m_P,$$

donde $m_P = m_1 U_1 m_i$ es la escala de potencia del diagrama.

La magnitud de las pérdidas mecánicas se determina por los métodos examinados en los manuales de ensayo de las máquinas eléctricas.

El centro de la circunferencia del diagrama circular precisado debe encontrarse en la línea paralela al eje de abscisas y que pasa por el punto O'' de marcha en vacío con resbalamiento $s \approx 0$ (fig. 21-26). Para hallar la posición del centro M en esta línea trazamos entre los puntos O'' y A la cuerda $O''A$ y desde su punto medio K bajamos la perpendicular a esta cuerda hasta su intersección con la línea $O''L$ en el punto M .

Luego, bajamos desde el punto A la perpendicular a la línea $O''L$ y dividimos el segmento AC en el punto B en la relación $BC/AC = R_1/R_{c.c}$. Trazando por los puntos O'' y B una recta hasta su intersección con la circunferencia hallamos el punto F que corresponde al resbalamiento $s = \pm\infty$. La recta $O''F$ es la línea de potencia electromagnética $P_{em} = 0$.

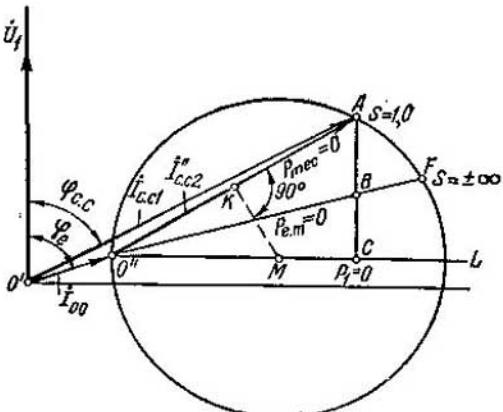


Fig. 21-26. Construcción del diagrama circular precisado por los datos experimentales

La construcción de la escala de resbalamientos se realiza de la misma manera que en las figs. 21-12 y 21-13, y la escala de rendimientos, como en las figs. 21-13, 21-14, 21-15 y 21-16.

Al construir el diagrama circular preciso, para hallar la linea del centro se traza (fig. 21-27) la linea $O''R$ bajo el ángulo $2\phi = \text{arctg } 2r_1/(x_1 + x_m) = \text{arctg } (2I_0 r_i/U_1)$ a la linea $O''L$ que pasa paralelamente al eje de abscisas por el punto O'' de marcha en vacío ideal. A continuación trazamos desde el punto medio K de la cuerda $O''A$ la perpendicular a esta última hasta su intersección con la linea $O''R$ en el punto O_1 que es precisamente el centro de la circunferencia de corriente. Bajamos desde el punto A la perpendicular a la linea $O''R$ y dividimos el segmento AC en el punto B en la relación $BC/AC = r_1/R_{e.c.}$. Luego trazamos por los puntos O'' y B

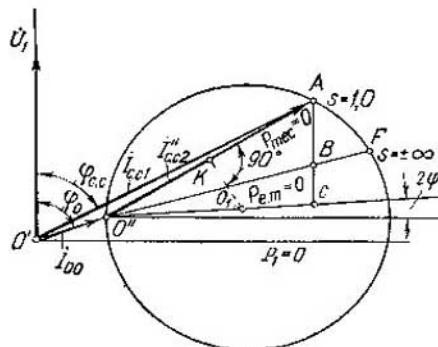


Fig. 21-27. Construcción del diagrama circular preciso por los datos experimentales

una recta hasta su intersección con la circunferencia en el punto F que es el punto con resbalamiento $s = \pm\infty$. La recta OF en este caso es la linea de potencia electromagnética $P_{em} = 0$. La construcción ulterior de la escala de resbalamientos y de la escala de rendimientos se realiza de la misma manera que para el diagrama circular preciso.

21-8. Aplicación del diagrama circular aproximado

A. Determinación del $(\cos\varphi)_{\max}$ (fig. 21-28). Sobre la base del diagrama circular aproximado se pueden deducir las fórmulas aproximadas para determinar tales magnitudes importantes, como el $(\cos\varphi)_{\max}$, el $\cos\varphi$ y $P_{2\max}$.

Del ensayo de marcha en vacío y de cortocircuito se hallan I_0 , $I_{c.c.}$ y $\cos\varphi_{c.c.}$. La corriente ideal de cortocircuito $I_{c.c.i} = O'g$ puede ser determinada aproximadamente por estos datos, si se acepta que el $\angle O'Ag = 90^\circ$. Entonces

$$I_{c.c.i} \approx \frac{I_{c.c.}}{\sin \varphi_{c.c.}}$$

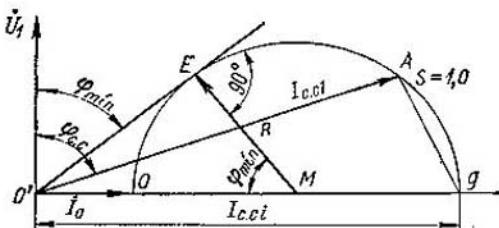


Fig. 21-28. Para la deducción de la fórmula para la determinación del $(\cos\varphi)_{\max}$

Tracemos la tangente a la circunferencia de corriente desde el origen de coordenadas O' ; entonces el radio de la circunferencia será

$$R = EM = O'M \cos(\varphi_{\min}) = (R + I_0) \cos(\varphi_{\min}),$$

pero

$$R = \frac{I_{c.c. i} - I_0}{2}.$$

Por consiguiente,

$$\cos(\varphi_{\min}) = (\cos \varphi)_{\max} = \frac{R}{R + I_0} = \frac{\frac{I_{c.c. i} - I_0}{2}}{\frac{I_{c.c. i} - I_0}{2} + I_0} = \frac{I_{c.c. i} - I_0}{I_{c.c. i} + I_0}. \quad (21-33)$$

B. Determinación del $\cos \varphi$ (fig. 21-29):

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{\tan^2 \varphi + 1}},$$

pero,

$$\tan \varphi = \frac{O'd}{Ed} = \frac{I_0 + Od}{I_a},$$

donde I_a es la componente activa de la corriente, igual a

$$I_a = \frac{P_1}{\sqrt{3}U_1 n} \approx \frac{P_1}{\sqrt{3}U_1}.$$

Luego tenemos:

$$\begin{aligned} I_a^2 &= (Ed)^2 = Od \cdot dg \approx \\ &\approx Od(I_{c.c. i} - O'd) \approx \\ &\approx Od(I_{c.c. i} - I_0), \end{aligned}$$

de donde

$$Od = \frac{I_a^2}{I_{c.c. i} - I_0}.$$

Así pues,

$$\tan \varphi = \frac{I_0}{I_a} + \frac{I_a}{I_{c.c. i} - I_0};$$

de donde

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{I_0}{I_a} + \frac{I_a}{I_{c.c. i} - I_0}\right)^2 + 1}}. \quad (21-34)$$

C. Determinación de $P_{2\max}$ (fig. 21-30). Construimos el diagrama circular aproximado, colocando el vector de la corriente en vacío $I_0 \approx O'O$ sobre el eje de abscisas y considerando que la línea OA es la línea de potencia secundaria útil $P_2 = 0$. Trazamos la tangente LN a la circunferencia de corriente, paralela a la línea de $P_2 = 0$, y unimos el punto de tangencia D con el centro M de la circunfe-

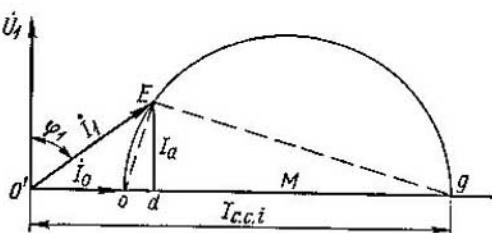


Fig. 21-29. Para la deducción de la fórmula para la determinación del $\cos \varphi$

rencia. Bajamos desde el punto D la perpendicular al eje de abscisas; entonces el segmento Oa representará la potencia $P_{2\max}$. Trazamos la tangente OQ a la circunferencia de corriente en el punto O y aceptamos aproximadamente que el ángulo $\varphi'_{c.c.} \approx \varphi_{c.c.}$

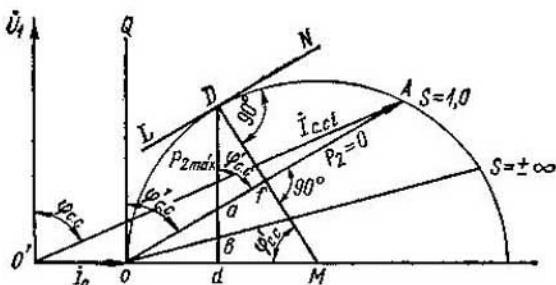


Fig. 21-30. Para la deducción de la fórmula para la determinación de $P_{2\max}$

Como el $\angle QOA = \varphi'_{c.c.}$, entonces

$$P_{2\max} = Da = \frac{Df}{\sin \varphi'_{c.c.}} \approx \frac{Df}{\sin \varphi_{c.c.}},$$

pero

$$Df = OM - Mf = R - Mf,$$

y el segmento

$$Mf = OM \cos \varphi'_{c.c.} \approx OM \cos \varphi_{c.c.} = R \cos \varphi_{c.c.}$$

Por consiguiente,

$$Df = R - R \cos \varphi_{c.c.} = R (1 - \cos \varphi_{c.c.}).$$

Así pues,

$$P_{2\max} \approx \frac{Df}{\sin \varphi_{c.c.}} = \frac{R (1 - \cos \varphi_{c.c.})}{\sin \varphi_{c.c.}} = \frac{R (1 - \cos \varphi_{c.c.})(1 + \cos \varphi_{c.c.})}{\sin \varphi_{c.c.} (1 + \cos \varphi_{c.c.})} = \frac{R \sin \varphi_{c.c.}}{1 + \cos \varphi_{c.c.}}.$$

Puesto que $R = (I_{c.c. t} - I_0)/2$, entonces definitivamente (en unidades relativas)

$$P_{2\max} = \frac{(I_{c.c. t} - I_0) \sin \varphi_{c.c.}}{2(1 + \cos \varphi_{c.c.})}. \quad (21-35)$$

Dado que el ángulo $\varphi_{c.c.}$ es muy próximo a los 90° , se puede considerar aún más aproximadamente que

$$\sin \varphi_{c.c.} \approx 1,0,$$

y entonces,

$$P_{2\max} \approx \frac{I_{c.c. t} - I_0}{2(1 + \cos \varphi_{c.c.})}. \quad (21-35a)$$

Ejemplo. Para el motor trifásico de jaula de ardilla ($I_0 = 17,5$ A; $I_{c.c. i} = 312,5$ A y $I_a = 50$ A) por la fórmula (21-33)

$$(\cos \varphi)_{\max} = \frac{312,5 - 17,5}{312,5 + 17,5} = \frac{295}{330} = 0,893$$

(por el diagrama circular, es igual a 0,89).

Para el rotor bobinado ($I_0 = 17,5$ A, $I_{c.c. i} = 232,5$ A, $I_a = 50$ A) de acuerdo con la fórmula (21-33)

$$(\cos \varphi)_{\max} = \frac{232,5 - 17,5}{232,5 + 17,5} = \frac{215}{250} = 0,86$$

(por el diagrama circular, es igual a 0,87).

Para el motor en cortocircuito, por la fórmula (21-34)

$$\cos \varphi_{c.c.} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{17,5}{50} + \frac{50}{295}\right)^2 + 1}} = \frac{1}{1,122} = 0,89$$

(por el diagrama circular, es igual a 0,89).

Para el motor de rotor bobinado

$$\cos \varphi_{r.b.} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{17,5}{50} + \frac{50}{215}\right)^2 + 1}} = \frac{1}{1,155} = 0,865$$

(por el diagrama circular, es igual a 0,865).

La máxima potencia útil relativa, de acuerdo con la fórmula (21-35), para el motor de rotor bobinado ($\cos \varphi_{c.c.} = 0,165$) es

$$P_{z\max} = \frac{215 \cdot 0,987}{50 \cdot 2 \cdot 1,165} = 1,83$$

(por el diagrama circular es igual a 1,9).

Para el motor en cortocircuito ($\cos \varphi_{c.c.} = 0,25$)

$$P_{z\max} = \frac{295 \cdot 0,97}{50 \cdot 2 \cdot 1,25} = 2,29$$

(por el diagrama circular es igual a 2,38).

CAPÍTULO XXII

PUESTA EN MARCHA DE LOS MOTORES ASINCRÓNICOS TRIFÁSICOS

22-1. Característica general de la cuestión

Las características fundamentales de arranque son la magnitud del par de arranque y la magnitud de la corriente de arranque.

Para que durante el arranque el rotor del motor pueda girar el par de arranque desarrollado por el motor debe ser mayor que el momento de resistencia en el árbol, creado por el mecanismo accionado. En toda una serie de casos (al poner en marcha un molino de bolas, una trituradora, un compresor, etc.) se requiere un par de arranque considerable, igual al nominal o mayor que éste.

Por otro lado, la magnitud de la corriente de arranque para la red dada no debe sobrepasar unos límites determinados, que dependen de la potencia de la red. En los motores de gran potencia, en el caso de red de poca potencia, es necesario disminuir la magnitud de la corriente de arranque.

En los motores asincrónicos en cortocircuito la disminución de la corriente de arranque se puede lograr disminuyendo la tensión en las bornas del motor durante el arranque, no obstante, en este caso, proporcionalmente al cuadrado de la tensión disminuye también el par de arranque. Por esta razón este procedimiento es aplicable sólo en condiciones fáciles de arranque. Si las condiciones de arranque son difíciles, el motor asincrónico en cortocircuito normal puede no desarrollar un par de arranque suficiente incluso en el caso de arranque directo con tensión nominal. En estos casos es posible la aplicación de motores de rotor bobinado o en cortocircuito con rotor de construcción especial: de doble jaula o de grande reactancia (véase el cap. XIII).

En los motores de rotor bobinado las condiciones favorables de arranque (gran par de arranque siendo la corriente de arranque de pequeña intensidad) se logran fácilmente con ayuda del reóstato de arranque en el circuito del rotor. No obstante, estos motores son más caros que los motores en cortocircuito, y el empleo del reóstato de arranque complica la instalación y su servicio.

También tienen gran importancia tales cuestiones como a) el tiempo de arranque, b) las pérdidas de energía en los devanados

y el calentamiento de éstos, c) los procesos transitorios durante el arranque.

A continuación estos problemas mencionados se examinan más detalladamente.

22-2. Corrientes de arranque de los motores asincrónicos

- 4 Se pueden distinguir dos casos extremos: a) cuando a la red se conecta un motor con el circuito del rotor abierto y b) cuando su rotor está cortocircuitado.

En el primer caso el fenómeno tiene cuantitativamente el mismo carácter que al conectar a la red un transformador con devanado secundario abierto (véase el T. I, § 21-2). El instante de conexión más peligroso es el instante cuando la tensión pasa por el cero.

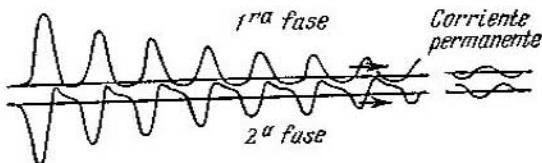


Fig. 22-1. Conexión de un motor asincrónico con el rotor abierto

En este caso el flujo magnético de cada fase tiene dos componentes: la simétrica $\Phi_m \cos \omega t$ y la aperiódica Φ_a , que se superponen mutuamente una a la otra, como resultado de lo cual durante la conexión el flujo resultante puede superar teóricamente dos veces el flujo de la máquina en el régimen permanente de funcionamiento. En la máquina polifásica las componentes periódicas de los flujos de algunas fases forman un flujo resultante que gira en el espacio con la velocidad $n_1 = f_1 \cdot p$, y las componentes aperiódicas de los flujos, forman un flujo resultante fijo en el espacio.

El flujo resultante doble satura intensamente el acero de la máquina. Por eso la amplitud de la corriente de conexión de la marcha en vacío I'_{om} del motor asincrónico supera considerablemente la amplitud de la corriente permanente en vacío I_{om} . En comparación con los transformadores, en los motores asincrónicos la relación I'_{om}/I_{om} es menor, puesto que al existir espacio la curva de imantación de estos últimos es más chata, y el flujo remanente de magnetización es menor. No obstante, la corriente de conexión en vacío puede superar unas cuantas veces la corriente nominal I_n . Así, por ejemplo, según los datos de ensayo de un motor trifásico de 500 kW y 1500 r.p.m., la corriente de conexión en vacío superó catorce veces la corriente permanente en vacío y tres veces la corriente nominal del motor (fig. 22-1).

La corriente de conexión en vacío de los motores asincrónicos se amortigua bastante lentamente, pero más rápidamente que en los

transformadores, puesto que la constante del tiempo de amortiguación de estos últimos es relativamente mayor.

Examinemos ahora el caso cuando a la red se conecta un motor con rotor cortocircuitado. Como en el primer instante la velocidad de rotación $n = 0$, los fenómenos que transcurren en este caso cualitativamente son los mismos que en el caso de cortocircuito instantáneo del transformador (véase el t. I, § 21-2).

Si con el fin de simplificar se desprecia la corriente magnetizante, entonces la corriente de cortocircuito instantáneo del motor asincrónico se puede determinar por la fórmula

$$I_{c.c.} = I_{c.c.p} + I_{c.c.a} = - \frac{U_{1m}}{\sqrt{R_{c.c.}^2 + X_{c.c.}^2}} \cos(\omega t + \varphi_{c.c.}) + \\ + \frac{U_{1m}}{\sqrt{R_{c.c.}^2 + X_{c.c.}^2}} \cos \varphi_{c.c.} e^{-\frac{\omega R_{c.c.}}{X_{c.c.}} t}.$$

Lo mismo que la corriente de conexión en vacío, esta corriente tiene dos componentes, una de las cuales, la componente periódica $I_{c.c.p}$, corresponde a la corriente permanente de cortocircuito, y la otra, la componente aperiódica $I_{c.c.a}$, se amortigua por la ley exponencial. La amortiguación sucede muy rápidamente, puesto que la constante del tiempo de amortiguación $X_{c.c.}/\omega R_{c.c.}$ es pequeña. Por esta razón, con frecuencia la segunda componente de la corriente no se tiene en cuenta, comprendiendo por corriente de arranque del motor I_{arr} la corriente periódica de cortocircuito. Habitualmente

$$I_{arr}/I_n = 4-7.$$

Tiene aún menor valor la corriente magnetizante en vacío $I_{o.c.c.}$. Habitualmente $I_{o.c.c.}/I_n \cdot 100 < 5\%$.

22-3. Desconexión del motor asincrónico de la red

En el motor asincrónico en funcionamiento existe cierta reserva de energía electromagnética, que se determina en lo fundamental por la magnitud del espacio de aire. Cuanto mayor es la magnitud del espacio de aire, tanto mayor es la reserva de energía electromagnética. Por eso en los motores asincrónicos esta reserva es relativamente mayor que en los transformadores, y en las máquinas sincrónicas, mayor que en las asincrónicas.

Al desconectar la máquina de la red la energía de su campo magnético debe dispersarse en una u otra forma. Si el rotor del motor asincrónico está abierto, entonces la rápida desaparición del flujo Φ provoca una sobretensión considerable en el estator y conduce al surgimiento del arco de desconexión. Según los datos del ensayo, las sobretensiones al desconectar el motor asincrónico con rotor abierto superan 3-4 veces la tensión nominal, es decir, son peligrosas.

Los mismos fenómenos, aunque en forma débil, tienen lugar en el caso en que el rotor del motor asincrónico se ha puesto en cortocircuito por medio de una resistencia ohmica grande, puesto que esta última contribuye a la rápida amortiguación del flujo.

De lo dicho se desprende que la desconexión de la máquina asincrónica es mejor realizarla con el rotor cortocircuitado, puesto que entonces al desaparecer el flujo tiene lugar la dispersión gradual de la energía en su devanado secundario.

22-4. Proceso de arranque del motor asincrónico durante su puesta en marcha

A. Tiempo de arranque. Al poner en marcha el motor asincrónico con rotor cortocircuitado el tiempo de arranque de éste depende de las magnitudes del momento de frenado en el árbol M_{est} , del momento de inercia M_{iner} de las masas giratorias y del carácter de la curva del momento de rotación del motor $M = f(s)$.

Examinemos el caso más simple: arranque del motor al ponerlo en marcha en vacío ($M_{est} = 0$, $M_{iner} = M$).

Puesto que

$$M_{iner} = J \frac{d\Omega}{dt} = J \frac{d(2\pi n)}{dt},$$

en el caso de aceleración uniforme $M_{iner} = \text{const}$. Siendo $M = M_{máx} = \text{const}$, el tiempo de arranque hasta alcanzar la velocidad de rotación sincrónica $\Omega = \Omega_s$ sería igual a

$$t = \int_0^{\Omega_s} \frac{J}{M_{iner}} d\Omega = \frac{J}{M_{máx}} \Omega_s = T_{c.c.}, \quad (22-1)$$

puesto que siendo $t = 0$ también $\Omega = 0$.

La magnitud $T_{c.c.}$ lleva el nombre de constante del tiempo de puesta en marcha.

Supongamos que la curva del momento de rotación del motor está dada en forma de la igualdad (20-40). Despreciamos las pérdidas mecánicas y adicionales y el momento M_0 correspondiente a estas pérdidas. Entonces, al poner en marcha el motor en vacío, en virtud de las fórmulas (22-1) y (20-40), tenemos que

$$\begin{aligned} \frac{M}{M_{máx}} &= \frac{J}{M_{máx}} \frac{d\Omega}{dt} = \frac{J\Omega_s}{M_{máx}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\Omega}{\Omega_s} \right) = T_{c.c.} \frac{d(1-s)}{dt} = \\ &= -T_{c.c.} \frac{ds}{dt} = \frac{2}{\frac{s_m}{s} + \frac{s}{s_m}}, \end{aligned} \quad (22-2)$$

de donde al acelerarse el motor desde $s = 1,0$ hasta s el tiempo se determinará por la integral:

$$t = -\frac{T_{c.c.}}{2} \int_1^s \left(\frac{s_m}{s} + \frac{s}{s_m} \right) ds = -\frac{T_{c.c.}}{2} \left[\frac{s^2}{2s_m} + s_m \ln s \right]_1^s,$$

y, por consiguiente,

$$t = \left(\frac{1-s^2}{4s_m} + \frac{s_m}{2} \ln \frac{1}{s} \right) T_{c.c.} \quad (22-3)$$

Durante el arranque la velocidad al principio aumenta rápidamente, pero cuando $s \rightarrow 0$ se approxima asintóticamente a la velocidad estacionaria. En la fig. 22-2 se representa el gráfico de la velocidad relativa $(1-s)$ en función del tiempo de arranque relativo para distintos valores de s_m . Como se ve en la fig. 22-2 el motor arranca más rápidamente cuando $s_m \geq 0.4$.

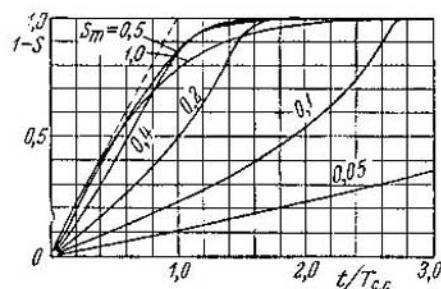


Fig. 22-2. Velocidad relativa $1-s$ de un motor asincrónico en función del tiempo numérico de arranque $t/T_{c.c.}$

eso en los devanados del motor significante de energía calorífica. Si se desprecia la corriente en vacío I_0' y se acepta que $I_1' = I_2'$, entonces las pérdidas de energía en los devanados en el período de arranque serán:

$$A = \int_0^t m_1 I_2'^2 (r_1 + r_2') dt = \int_0^t m_1 I_2'^2 (R_1 + R_2) dt = \int_0^t m_1 I_2'^2 R_{c.c.} dt. \quad (22-4)$$

Para la corriente I_2' , en virtud del circuito equivalente de la fig. 19-7, b, suponiendo que $R_1 \approx R_2$ y tomando en consideración la dependencia $R_2 = s_m X_{c.c.}$, obtenemos:

$$I_2' = \frac{U_1}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R_2}{s}\right)^2 + X_{c.c.}^2}} \approx \frac{U_1}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + \left(\frac{R_2}{s_m}\right)^2}} = \frac{U_1}{\frac{R_2}{s_m} \sqrt{1 + \frac{s_m^2}{s^2}}}.$$

Siendo $s = 1,0$

$$I_{2c.c.}' \approx \frac{U_1}{\frac{R_2}{s_m} \sqrt{1 + \frac{s_m^2}{s^2}}} \approx \frac{s_m U_1}{R_2}, \quad (22-5)$$

y, por consiguiente,

$$I_2' \approx \frac{I_{2c.c.}'}{\sqrt{1 + \frac{s_m^2}{s^2}}}. \quad (22-6)$$

De la fórmula (22-2) tenemos:

$$dt = -\frac{T_{c.c.}}{2} \left(\frac{s_m}{s} + \frac{s}{s_m} \right) ds = -\frac{T_{c.c.}}{2} \left(1 + \frac{s_m^2}{s^2} \right) \frac{s}{s_m} ds. \quad (22-7)$$

Sustituyendo I_2'' y dt de (22-6) y (22-7) en (22-4), tenemos:

$$A = -\frac{m_1 I_{2c,c}^2 R_{c,c} T_{c,c}}{2s_m} \int s ds = m_1 I_{2c,c}^2 R_{c,c} T_{c,c} \frac{1-s^2}{4s_m}. \quad (22-8)$$

El aumento de la cantidad de calor con el aumento de la velocidad de acuerdo con la fórmula (22-8) transcurre según la parábola y tiende a un límite finito en el sincronismo, cuando $s=0$.

De la fórmula (22-8) se desprende que en el período de arranque desde $s=1,0$ hasta $s=0$ las pérdidas de energía en los devanados son:

$$A_1 = m_1 I_{2c,c}^2 R_{c,c} \frac{T_{c,c}}{4s_m}. \quad (22-9)$$

Al invertir la marcha del motor el límite inferior de la integral (22-8) es igual a $s=2$, y por eso en este caso

$$A_2 = m_1 I_{2c,c}^2 R_{c,c} \frac{T_{c,c}}{s_m}. \quad (22-10)$$

Así pues, al invertir la marcha se desprende cuatro veces más calor que durante la puesta en marcha desde el estado inmóvil.

Para las pérdidas que tienen lugar en el devanado secundario durante la puesta en marcha, tomando en consideración la fórmula (22-1), obtenemos:

$$A'_1 = m_1 I_{2c,c}^2 R_2 \frac{T_{c,c}}{4s_m} = \frac{m_1 I_{2c,c}^2 R_2}{s_m} \frac{j\Omega_s^2}{4P_{em, \max}}. \quad (22-11)$$

Pero

$$P_{em, \max} = m_1 I_{2m}^2 \frac{R_2}{s_m}.$$

Por eso, teniendo en cuenta que de acuerdo con la fórmula (22-6) siendo $s=s_m$ tenemos que $I_2''=I_{2m} \approx I_{2c,c}/\sqrt{2}$, de la fórmula (22-11) obtenemos:

$$A'_1 = \frac{1}{2} j\Omega_s^2. \quad (22-12)$$

De (22-12) se desprende que la cantidad de energía calorífica desprendida durante el arranque del motor asincrónico en el devanado del rotor es igual a la energía cinética del propio rotor y de las masas giratorias acopladas a éste. Así pues, una mitad de la energía electromagnética transmitida del estator al rotor se transforma en energía cinética de las masas giratorias, y la otra mitad se transforma en energía calorífica en el circuito secundario. Si se conecta en el circuito secundario una resistencia adicional r_{ad} , entonces la energía calorífica se distribuirá entre las resisten-

cias interior y exterior proporcionalmente a la relación de las resistencias $r_2 : r_{ad}$.

Cuanto mayor sea la magnitud del momento de inercia de las masas giratorias, acopladas al árbol del motor, tanto más espacio arrancará el motor, y tanto mayor cantidad de calor se desprenderá en su circuito secundario.

22-5. Puesta en marcha de los motores con rotor bobinado

La corriente de arranque del motor con rotor bobinado se puede disminuir conectando una resistencia adicional en el circuito del rotor. La conexión de una inductancia conduciría, simultáneamente con la disminución de la corriente secundaria I_2 , al aumento del ángulo de desplazamiento ψ_2 de esta corriente respecto de la f.e.m. E_2 , lo que provocaría una disminución considerable del momento de rotación. Pero si se conecta al circuito del rotor una resistencia óhmica el ángulo ψ_2 disminuye y por eso el momento de rotación, a pesar de la disminución de la corriente I_2 , en determinadas condiciones incluso aumenta. En relación con esto tiene importancia práctica sólo la conexión de una resistencia óhmica al circuito del rotor (fig. 22-3).

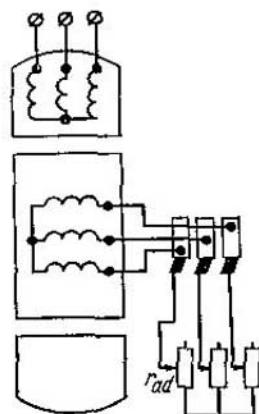


Fig. 22-3. Intercalación de resistencias adicionales en el circuito del rotor

Al estudiar los circuitos equivalentes y los diagramas circulares del motor asincrónico se estableció que el momento máximo no depende de R_2 y depende sólo de la suma $R_1 + X_{c.c}$ [véase la fórmula (20-33)]:

$$M_{\max} = \frac{m_1 U_1^2}{2\Omega_s (R_1 + X_{c.c})}.$$

Al variar la resistencia óhmica secundaria varía sólo el resbalamiento s_m con el cual el momento alcanza su valor máximo:

$$s_m = \frac{R_2}{\sqrt{R_1^2 + X_{c.c}^2}} \approx \frac{R_2}{X_{c.c}}.$$

De aquí se desprende que si se intercala en el circuito secundario una resistencia adicional r_{ad} , para la cual

$$s_m = \frac{R_2 + R_{ad}}{\sqrt{R_1^2 + X_{c.c}^2}} = 1,0 \quad (R_{ad} = \sigma_1^2 r'_{ad} = \sigma_1^2 k r_{ad}),$$

entonces el par de arranque alcanzará su valor máximo posible (fig. 22-4). La multiplicidad del par de arranque en este caso será

igual a la capacidad de sobrecarga:

$$k_m = M_{\max}/M_n.$$

Las curvas del momento en función del resbalamiento para distintos valores de la resistencia adicional r_{ad} adquieren el carácter representado en la fig. 20-6 y en la fig. 22-4. Estas curvas dan la posibilidad de establecer las tesis fundamentales para la elección de las resistencias adicionales al poner en marcha el motor asincrónico. Si el momento M_{est} aplicado al árbol del motor es mayor que el momento electromagnético que él puede desarrollar siendo $s=1,0$, entonces, evidentemente, el motor permanecerá inmóvil.

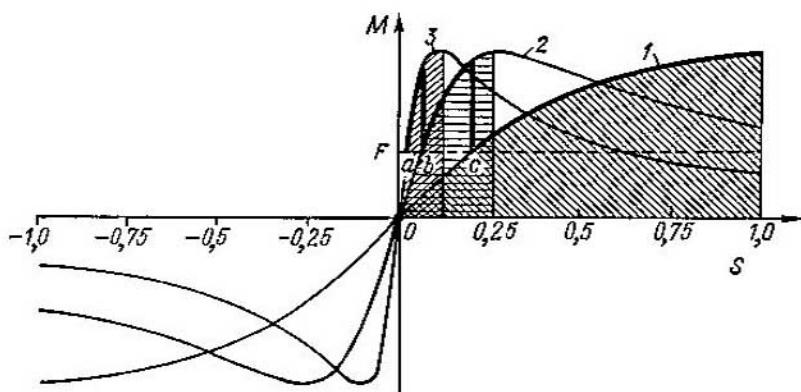


Fig. 22-4. Momento electromagnético en función del resbalamiento para distintos valores de la resistencia adicional en el circuito del rotor
 1 — para $(R_2 + R_{ad})/X_{c.c} = 1,0$; 2 — para $(R_2 + R_{ad})/X_{c.c} = 0,25$; 3 — para $R_2/X_{c.c} = 0,125$

Para que durante el arranque el motor pueda desarrollar el momento máximo posible, la resistencia adicional del reóstato debe ser igual a

$$r_{ad} = \frac{\sqrt{R^2 + X_{c.c}^2} - R_2}{\sigma_1^2 k} \approx \frac{X_{c.c} - R_2}{\sigma_1^2 k}.$$

Examinemos el proceso de arranque para este valor de la resistencia adicional.

Si el par de frenado aplicado (OF en la figura) es menor que M_{arr} , entonces el motor comenzará a girar y el momento electromagnético desarrollado por él comenzará a disminuir según la curva 1 de la fig. 22-4. En este caso, el resbalamiento del motor disminuirá, mientras que la velocidad aumentará hasta que el par de frenado y el momento electromagnético se equilibren. Si se disminuye de nuevo la resistencia adicional, entonces el motor pasará a la curva 2 del momento electromagnético; en este caso el mo-

mento electromagnético se hará de nuevo mayor que el par de frenado y el motor comenzará de nuevo a acelerarse, hasta que con el nuevo resbalamiento, aún menor, se alcance el equilibrio entre los momentos aplicado y desarrollado. Entonces se puede disminuir otra vez la resistencia adicional del reóstato de arranque y aumentar una vez más la velocidad. Se puede continuar la desconexión de las resistencias adicionales hasta que $r_{ad} = 0$, después de lo cual el motor pasará a su curva de momento natural 3 que corresponde a la magnitud de la resistencia óhmica del rotor.

Durante el arranque con ayuda de un reóstato de resistencias metálicas las etapas del reóstato se descororean prácticamente no al alcanzar el equilibrio de los pares de frenado estático y de rotación, sino antes, al disminuir la corriente del motor hasta una magnitud determinada. En este caso disminuye el tiempo de arranque.

Para cada curva de momento, correspondiente a cierta magnitud resultante de la resistencia secundaria $r_2 + r_{ad}$, la zona desde $s = 0$ hasta $s_m \approx (R_2 + R_{ad})/X_{c.e.}$ en la cual el momento alcanza su valor máximo, representa la zona estable de funcionamiento del motor, y la zona desde s_m hasta $s = 1,0$ es respectivamente la zona no estable de funcionamiento del motor. El aumento del par de frenado en la zona estable provoca el aumento del resbalamiento, la disminución de la velocidad y el aumento de la magnitud del momento electromagnético hasta que no se alcance un nuevo equilibrio. En la zona no estable, al contrario, el aumento del par de frenado y del resbalamiento provoca la disminución de la magnitud del momento electromagnético, a causa de lo cual el motor no adquiere un nuevo estado de equilibrio con una nueva velocidad y otro resbalamiento y se para.

De la confrontación de las curvas de momentos para distintas r_{ad} se puede ver que la estabilidad completa de funcionamiento en el régimen de motor desde $s = 0$ hasta $s = +1,0$ se caracteriza sólo por la curva para $s_m = 1,0$, es decir, por la curva de momento electromagnético en la cual el valor máximo del momento se obtiene cuando $s_m = 1,0$.

El arranque de un motor asincrónico con anillos de contacto (fig. 22-3) se realiza acoplando el estator a la red; en este caso, la resistencia adicional r_{ad} en el circuito del rotor en forma de reóstato de arranque está totalmente conectada, y a continuación, después de conectar el estator, la magnitud de esta resistencia se disminuye hasta que se cortocircuita el devanado. Los reóstatos de arranque se hacen metálicos con refrigeración por aceite o líquidos.

Para disminuir la resistencia del circuito secundario durante el funcionamiento y reducir las pérdidas por rozamiento de las escobillas contra los anillos de contacto, los motores frecuentemente van dotados de un dispositivo para cortocircuitar los anillos del rotor en marcha y para la elevación ulterior de las escobillas.

22-6. Arranque de los motores en cortocircuito

A. Conexión directa a la red. En la actualidad este método de conexión tiene un significado predominante debido a que los sistemas eléctricos poseen la suficiente potencia. Este método se distingue por su sencillez, pero al mismo tiempo está relacionado con incrementos bruscos más o menos considerables de la corriente, que pueden reflejarse negativamente en el trabajo de la red de alimentación. Para tener una orientación, en la tabla 22-1 se exponen los datos de las corrientes y los momentos de arranque para los motores de 5 hasta 100 kW de potencia con $n = 1500$, 1000 y 750 r.p.m.

Tabla 22-1

n_1 , r.p.m.	I_{arr}/I_n	M_{arr}/M_n	$M_{\text{máx}}/M_n$
1500	6.5—6	1.4—1.1	1.8
1000	6	1.3—1.1	1.8
750	5.5	1.1	1.6

Estos datos se refieren a los motores de construcción normal. En los motores de construcción especial, para los mismos o mayores momentos de arranque se pueden tener corrientes de arranque de menor intensidad (véase el cap. XXIII).

B. Arranque con ayuda de una reactancia intercalada en el circuito del estator. El circuito de arranque viene dado en la fig. 22-5. Aquí Est es el estator, Rot , el rotor, $R_{c.c.}$ la reactancia. Supongamos que la corriente de arranque en la red está limitada por el valor $I_{\text{arr. red}}$, y

$$I_{\text{arr. red}} = k_{\text{arr. red}} I_n,$$

donde $k_{\text{arr. red}}$ es el coeficiente de multiplicidad admisible de la corriente de arranque.

Considerando para mayor sencillez que $I_1 \approx I_2'$ tenemos [véanse las fórmulas (20-18) y (20-24)]:

$$M_{\text{arr}} = \frac{m_1 I_{\text{arr. red}}^2 r_2'}{\Omega_1} = k_{\text{arr. red}}^2 \frac{m_1 I_n^2 r_2'}{\Omega_1} k_{\text{arr. red}}^2,$$

Así pues, en el caso de arranque con ayuda de una reactancia el par de arranque depende del cuadrado del coeficiente $k_{\text{arr. red}}$. Pero,

$$M_n = \frac{m_1 I_n^2 r_2'}{s_n \Omega_1},$$

donde s_n es el resbalamiento en el régimen nominal de funcionamiento.

Por consiguiente,

$$M_{arr}/M_n = k_{arr.red}^2 s_n.$$

La relación $M_{arr}/M_n = f(k_{arr.red})$ se determina en la fig. 22-6 por la curva 2 trazada para el resbalamiento $s_n = 4\%$. Vemos que para $I_{arr.red}/I_n = 3$ el par de arranque no alcanza el 40% del nominal. Con otras palabras, este método de arranque es posible sólo

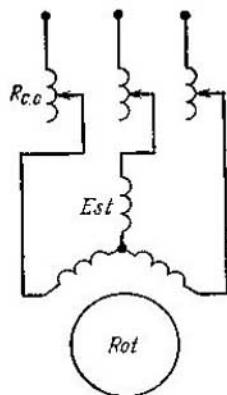


Fig. 22-5. Arranque con ayuda de una reactancia

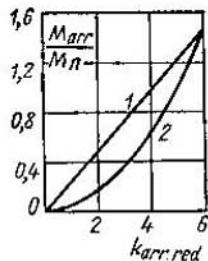


Fig. 22-6. Relación $M_{arr}/M_n = f(k_{arr.red})$ en el caso de arranque con ayuda de un autotransformador (1) y una reactancia (2)

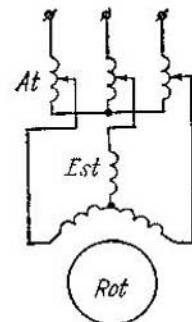


Fig. 22-7. Arranque con ayuda de un autotransformador

en los casos cuando la magnitud del par de arranque no tiene importancia.

C. Arranque con ayuda de un autotransformador. El circuito de arranque se representa en la fig. 22-7. Aquí *Est* es el estator, *Rot*, el rotor, *At*, el autotransformador. Sean U_{red} y $I_{arr.red}$ la tensión y la corriente de arranque de la red; $U_{arr.mot}$, la tensión en los terminales del motor y $I_{arr.mot}$, la corriente en el estator del motor; k_A es la relación de transformación del autotransformador. Las tensiones y las corrientes se calculan para una fase.

Si $z_{c.c}$ es la impedancia de una fase del motor, entonces, despreciando, para simplificar, la resistencia del autotransformador, tenemos:

$$U_{arr.mot} = \frac{U_{red}}{k_A}; \quad I_{arr.mot} = \frac{U_{arr.mot}}{z_{c.c}} = \frac{U_{red}}{k_A z_{c.c}}$$

y

$$I_{arr.red} = \frac{I_{arr.mot}}{k_A} = \frac{1}{k_A^2} \frac{U_{red}}{z_{c.c}} = \frac{1}{k_A^2} I_{c.c}, \quad (22-14)$$

donde $I_{c.c}$ es la corriente de cortocircuito del motor con tensión nominal.

Así pues, vemos que al poner en marcha el motor con ayuda de un autotransformador la corriente de arranque en la red disminuye k_A^2 veces en comparación con la corriente de arranque en el caso de conexión directa del motor a la red.

Pero $M_{arr} \sim U_{arr, mot}^2$, y puesto que en el caso dado $U_{arr, mot} = U_{red}/k_A$, entonces el par de arranque disminuye también k_A^2 veces en comparación con el par de arranque en el caso de conexión directa. De aquí se desprende que este método de arranque, lo mismo que el anterior, es posible sólo en los casos cuando el par de frenado durante el arranque no es grande. De lo contrario el motor no podrá iniciar la marcha.

En comparación con el anterior, el método de arranque en cuestión tiene una ventaja considerable en lo que concierne al par de arranque. En efecto,

$$M_{arr} = \frac{m_1 I_{arr, mot}^2 r_2'}{\Omega_1} = \frac{m_1 (I_{arr, red} k_A)^2 r_2'}{\Omega_1}$$

y

$$M_n = \frac{m_1 I_n^2 \frac{r_2'}{s_n}}{\Omega_1}.$$

Por consiguiente,

$$\frac{M_{arr}}{M_n} = \frac{I_{arr, red}^2 k_A^2}{I_n^2} s_n = \frac{I_{arr, red}}{I_n} \frac{k_A^2 I_{arr, red}}{I_n} s_n.$$

La relación

$$I_{arr, red}/I_n = k_{arr, red}$$

representa el coeficiente de multiplicidad de la corriente de arranque en la red. Además, de acuerdo con (22-14)

$$k_A^2 = I_{c.c}/I_{arr, red}.$$

Por esta razón,

$$\frac{M_{arr}}{M_n} = k_{arr, red} s_n \frac{I_{c.c}}{I_n}. \quad (22-15)$$

La relación $M_{arr}/M_n = f(k_{arr, red})$ es una recta, puesto que para los valores dados de $I_{c.c}/I_n$ y s_n el momento $M_{arr} \sim k_{arr, red}$. En la fig. 22-6 la curva 1, que representa la relación $M_{arr}/M_n = f(k_{arr, red})$, se ha trazado para los valores de $I_{c.c}/I_n = 6$ y $s_n = 0,04$.

Confrontando la fórmula (22-15) con la (22-13), vemos que en el caso de arranque con ayuda de una reactancia el momento $M_{arr, r} \sim k_{arr, red}^2$, y cuando el motor se pone en marcha con ayuda de un autotransformador $M_{arr, A} \sim k_{arr, red} I_{c.c}/I_n$. Como $I_{c.c}/I_n >$

$> k_{arr. red}$, entonces $M_{arr. A} > M_{arr. \Delta}$. Sólo en el caso extremo cuando $k_{arr. red} = I_{c.c.}/I_n$ (arranque directo), $M_{arr. \Delta} = M_{arr. A}$.

D. Arranque con ayuda de la comutación estrella-triángulo (Y/Δ). El circuito de arranque viene dado en la fig. 22-8. Si el comutador 2 se encuentra en la posición "arranque", entonces el devanado del estator está conectado en estrella, si se encuentra en la posición "funcionamiento", entonces está conectado en triángulo.

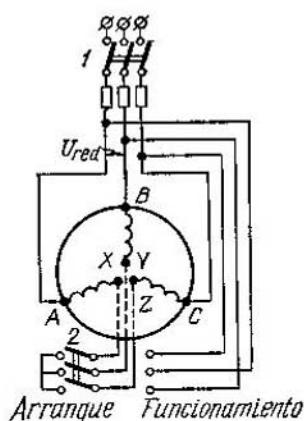


Fig. 22-8. Circuito de arranque de un motor en cortocircuito con comutación estrella-triángulo

estrella y en triángulo; $I_{arr. fY}$ y $I_{arr. f\Delta}$, las corrientes de arranque en la red y en las fases del devanado del estator en los casos de conexión en estrella y en triángulo; $z_{c.c.}$, la resistencia de cortocircuito de una fase. Entonces

$$I_{arr. fY} = I_{arr. redY} = \frac{U_Y}{z_{c.c.}} = \frac{U_{red}}{\sqrt{3}z_{c.c.}}. \quad (22-16)$$

Si conectásemos el motor a la red estando los devanados conectados en triángulo, entonces obtendríamos

$$I_{arr. f\Delta} = \frac{U_\Delta}{z_{c.c.}} = \frac{U_{red}}{z_{c.c.}}$$

y

$$I_{arr. red\Delta} = \sqrt{3}I_{arr. f\Delta} = \frac{\sqrt{3}U_{red}}{z_{c.c.}}. \quad (22-17)$$

Confrontando ambas fórmulas vemos que

$$\frac{I_{arr. redY}}{I_{arr. red\Delta}} = \frac{1}{3}. \quad (22-18)$$

Así pues, la corriente de arranque en la red, cuando el devanado del estator está conectado en estrella, es tres veces menor que cuando está conectado en triángulo. No obstante, en este caso el par de arranque $M_{arr.}$ disminuye también tres veces. En efecto,

$$M_{arr.Y} \sim U_Y^2 = \frac{U_{red}^2}{3},$$

mientras que

$$M_{arr\Delta} \sim U_{\Delta}^2 \sim U_{red}^2.$$

Este método de arranque se puede considerar como un caso particular del arranque con ayuda de un autotransformador siendo $k_A = \sqrt{3}$.

El método de conmutación de los devanados del estator, pero en orden contrario, es decir, Δ/Y , se usa a veces para mejorar el $\cos\varphi$ cuando las cargas no superan un 30—40% de la nominal.

Para contestar a la pregunta de cómo variará precisamente el régimen de funcionamiento del motor durante la conmutación Δ/Y , lo más fácil es construir dos diagramas circulares combinados (fig. 22.9): uno para el caso cuando el devanado del estator está conectado en triángulo, la circunferencia a , y otro para la conexión en estrella, la circunferencia b . Los diagramas se construyen por los puntos de marcha en vacío H_a y H_b y los puntos de cortocircuito K_a y K_b . Durante la conmutación la tensión en la fase aumenta $\sqrt{3}$ veces, correspondientemente aumenta el flujo Φ , mientras que la corriente en vacío (en la fase) aumenta más que $\sqrt{3}$ veces a causa de la saturación del acero. La corriente de cortocircuito $I_{c.c.a} = U_{red}/z_{c.c.}$, y $I_{c.c.b} = U_{red}/\sqrt{3}z_{c.c.}$. Por consiguiente, $I_{c.c.a} = I_{c.c.b}\sqrt{3}$.

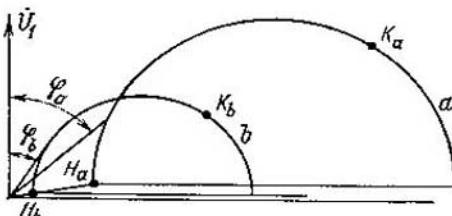


Fig. 22.9. Diagramas circulares combinados en el caso de funcionamiento con el devanado del estator conectado en triángulo (circunferencia a) y en estrella (circunferencia b)

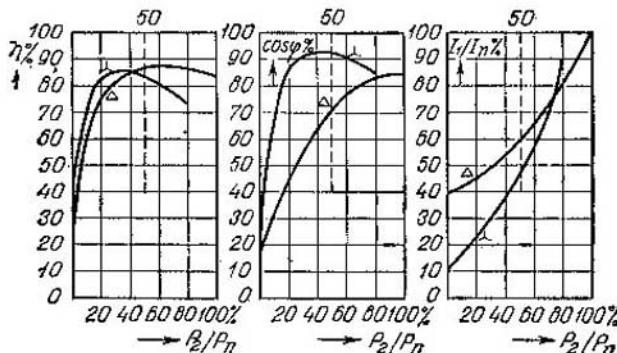


Fig. 22.10. Características de funcionamiento de un motor con el devanado del estator conectado en triángulo y en estrella

En la fig. 22-10 se representan las curvas de η , $\cos\varphi$ y $I = f(P_2)$ para los casos de conexión de los devanados del estator en triángulo y en estrella. Se puede ver que la commutación Δ/Y con pequeñas cargas influye favorablemente en la magnitud del $\cos\varphi$ y es una de las medidas posibles para mejorar el factor de potencia de las redes.

En los circuitos ordinarios de commutación Y/Δ el estator se desconecta de la red para un tiempo muy corto. En el curso de este tiempo la velocidad del motor prácticamente no varía, y como es próxima a la sincrónica, al conectar de nuevo el motor a la red todo sucede como si el rotor del motor estuviera desconectado ($r_2/s \approx \infty$). En este caso se observa un salto brusco de la corriente de conexión de la marcha en vacío. Este defecto se puede eliminar con ayuda de commutadores especiales (sin interrupción de la corriente) de construcción un poco complicada.

CAPÍTULO XXIII

MOTORES ASINCRÓNICOS CON DESPLAZAMIENTO DE LA CORRIENTE EN EL DEVANADO DEL ROTOR

23-1. Motor de doble jaula de ardilla (163, 178, 179, 192, 193, 194, 209, 210, 211)

A. Tipos de motores de doble jaula de ardilla. El motor de doble jaula de ardilla fue inventado por M. O. Dolivo-Dobrovolski y representa una de las variedades del motor asincrónico en cortocircuito, que utiliza el fenómeno de desplazamiento de la corriente en el devanado del rotor para mejorar las propiedades de arranque del motor.

El estator del motor de doble jaula de ardilla no se diferencia en nada del estator de los motores corrientes, mientras que el

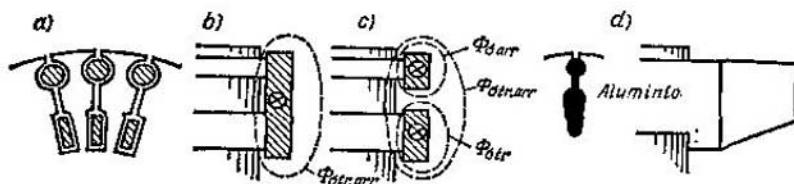


Fig. 23-1. Forma de los devanados del rotor de un motor de doble jaula de ardilla

rotor posee doble jaula de ardilla (fig. 23-1, a). La jaula superior, dispuesta más cerca del entrehierro, se hace de material de alta resistencia específica, latón, bronce aluminio, etc., y la jaula inferior, de cobre rojo; ambos devanados están separados uno del otro por estrechas ranuras. Como resultado, la jaula inferior tiene mayor permeancia para los flujos de dispersión, y la de la jaula superior es relativamente pequeña, a causa de lo cual la inductancia de dispersión de la jaula inferior es considerablemente mayor que la de la jaula superior. La jaula superior, en la parte ocupada por el acero, prácticamente no tiene su propio flujo de dispersión (fig. 23-2), puesto que el flujo de dispersión $\Phi_{\sigma_{\text{tr. arr}}}$ que abarca simultáneamente ambos devanados es su flujo de inducción mutua y se determina por la adición geométrica de las corrientes que circulan por las barras superiores e inferiores.

Las jaulas superior e inferior pueden tener un anillo común de cortocircuito (fig. 23-1, b), o bien cada uno de los devanados tiene su propio anillo de cortocircuito (fig. 23-1, c). En el primer caso por el anillo circula una corriente igual a la suma geométrica de las corrientes de ambos devanados, como resultado de lo cual el flujo de dispersión del anillo es también el flujo de su inducción mutua; en el segundo caso cada uno de los devanados tiene su propio flujo de dispersión de los anillos y cierto flujo que abarca ambos anillos conjuntamente. En la práctica habitualmente se usa la construcción con anillos separados (fig. 23-1, c), puesto que en este caso las barras de cada jaula, que durante el arranque se calientan en distinto grado, tienen la posibilidad de alargarse libre e independientemente.

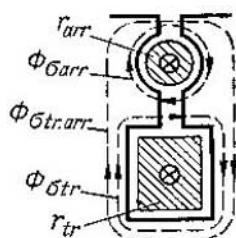


Fig. 23-2. Representación del flujo de dispersión de la ranura del rotor de un motor de doble jaula de ardilla

en el rotor es muy grande e igual a la frecuencia de la red. La corriente se distribuye entre los devanados superior e inferior inversamente proporcional a sus impedancias y puesto que el devanado inferior tiene una inductancia bastante grande, entonces también su impedancia resulta unas cuantas veces mayor que la impedancia de la jaula superior, la inductancia de la cual es extraordinariamente pequeña. La corriente de la jaula inferior resulta notablemente menor que la corriente de la jaula superior y, además, a consecuencia de la gran inductancia de dispersión de la jaula inferior, la corriente en ésta está retrasada en un ángulo grande de la f.e.m. inducida por el flujo de inducción mutua y, correspondientemente, este devanado crea durante el arranque un momento de rotación relativamente pequeño. Por el contrario, en la jaula superior la corriente de arranque resulta no sólo de magnitud considerable, sino que, además, a causa de la insignificante inductancia y la gran resistencia óhmica de esta jaula, casi coincide en fase con la f.e.m. de inducción mutua, como resultado de lo cual este devanado crea un momento de rotación bastante grande.

Así pues, durante el período de arranque el momento de rotación se desarrolla principalmente por la jaula superior, debido a lo cual lleva el nombre de jaula de arranque.

A medida que aumenta la velocidad del motor, comienza a dis-

minuir la frecuencia en el devanado del rotor, como resultado de lo cual disminuye la inductancia de la jaula inferior y aumenta la corriente en ésta con la correspondiente disminución del ángulo de desplazamiento de la corriente con respecto a la tensión. Por consiguiente, esta jaula crea paulatinamente un momento de rotación cada vez más grande. Cuando el motor desarrolle su velocidad máxima y tenga un resbalamiento s bastante pequeño entonces la inductancia de la jaula inferior se hará insignificante en comparación con su resistencia óhmica. En este caso la corriente sumaria de régimen del circuito secundario del motor se dividirá entre los devanados inversamente proporcional a sus resistencias óhmicas, y como el devanado superior tiene una resistencia óhmica 5—6 veces mayor que la del devanado inferior, la corriente en la jaula superior se hace considerablemente menor que la corriente de la jaula inferior, como resultado de lo cual el momento de rotación en esencia se crea en este caso por la jaula inferior. Debido a esto la jaula inferior se llama jaula de trabajo.

En la fig. 23-3 está representado el diagrama aproximado de los momentos de las jaulas superior e inferior y el momento resultante de ambas jaulas.

Las relaciones posibles entre la multiplicidad del par de arranque y la multiplicidad de la corriente de arranque para los motores de doble jaula de ardilla de acuerdo con los datos de la fábrica "Electrosila" se exponen en la tabla dada a continuación.

M_{arr}/M_n	2,0	1,5	1,0
I_{arr}/I_n	5—4,5	3,8—3,5	3,5—3,2

C. Circuito equivalente del motor de doble jaula de ardilla. El cuadro de los campos de dispersión en el interior de la ranura de un motor de doble jaula de ardilla viene representado en la fig. 23-2. El flujo de dispersión $\Phi_{tr, arr}$ abarca el circuito de ambas corrientes (de las jaulas superior e inferior) y se determina por la suma geométrica de estas corrientes, que representa la corriente equivalente del circuito secundario I_2 . A este flujo le corresponde la inductancia $x_{tr, arr}$. El flujo de dispersión Φ_{tr} abarca sólo la jaula inferior y queda determinado por la corriente en esta jaula I_{tr} ; a este flujo le corresponde la inductancia de dispersión x_{tr} . El flujo de dispersión Φ_{arr} debe abarcar sólo la jaula superior y determinarse por la corriente en esta jaula I_{arr} , pero como las líneas de este

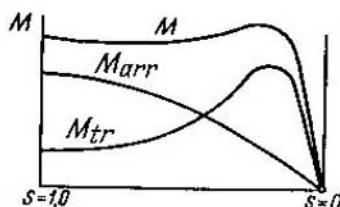


Fig. 23-3. Curvas de los momentos de rotación de un motor de doble jaula de ardilla

flujo, que pasan por la ranura entre las jaulas, están dirigidas al encuentro de las líneas del flujo $\Phi_{\sigma tr}$, como resultado se creará el flujo equivalente $\Phi_{\sigma tr, arr}$ que abarcará conjuntamente ambas jaulas. Hay que señalar, que el flujo $\Phi_{\sigma arr}$ debe pasar por dos espacios de aire, mientras que los flujos $\Phi_{\sigma tr, arr}$ y $\Phi_{\sigma tr}$, solamente por uno. Debido a los motivos indicados, con el sistema magnético insaturado, se puede aceptar que $\Phi_{\sigma arr} \approx 0$, y correspondientemente también la inductancia de dispersión $x_{arr} \approx 0$. Sólo cuando existen anillos de cortocircuito independientes para cada jaula se crean las condiciones necesarias para la formación de un pequeño flujo alrededor del anillo de la jaula superior, y en este caso hay que

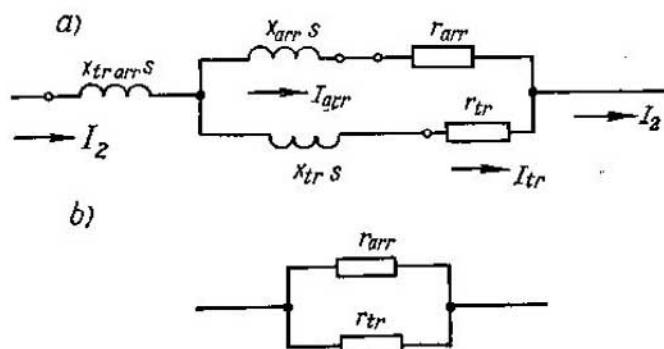


Fig. 23-4. Circuito equivalente del circuito del rotor de un motor de doble jaula de ardilla

considerar que también la jaula superior tiene una pequeña inductancia independiente de dispersión x_{arr} .

En correspondencia con lo expuesto, el circuito equivalente del circuito del rotor para el resbalamiento s obtiene la forma representada en la fig. 23-4, a.

Escribamos la expresión para la impedancia de todo el circuito secundario:

$$Z_{2s} = Z_{tr, arr} + \frac{Z_{arr} Z_{tr}}{Z_{arr} + Z_{tr}} = jx_{tr, arr}s + \frac{(r_{arr} + jx_{arr}s)(r_{tr} + jx_{tr}s)}{(r_{arr} + r_{tr}) + j(x_{arr} + x_{tr})s}. \quad (23-1)$$

Multiplicando el numerador y el denominador del quebrado en la expresión (23-1) por el complejo conjugado del denominador obtenemos:

$$Z_{2s} = \left[jx_{tr, arr} + \frac{r_{arr}r_{tr}(r_{arr} + r_{tr}) + (r_{arr}x_{tr}^2 + r_{tr}x_{arr}^2)s}{s[(r_{arr} + r_{tr})^2 + (x_{arr} + x_{tr})^2s^2]} + \right. \\ \left. + j \frac{r_{arr}^2x_{tr} + r_{tr}^2x_{arr} + x_{arr}x_{tr}(x_{arr} + x_{tr})s^2}{(r_{arr} + r_{tr})^2 + (x_{arr} + x_{tr})^2s^2} \right]. \quad (23-1a)$$

Las ecuaciones (23-1) y (23-1a) para Z_{2s} son bastante complicadas para el análisis. Pero en la mayoría de los casos, como fue

indicado más arriba, por ejemplo, para un motor de doble jaula de ardilla se puede aceptar $x_{arr} \approx 0$, y entonces la fórmula (23-1a) adquiere una forma considerablemente más simple y cómoda para el análisis. En este caso la jaula superior no tiene su dispersión de ranura independiente, y sólo puede quedar una dispersión frontal bastante pequeña para las jaulas superior e inferior en el caso en que existen anillos de cortocircuito independientes.

Cuando existe un anillo de cortocircuito común para ambas jaulas tampoco existen dispersiones independientes, y queda sólo la dispersión común de ambas jaulas en las partes frontal y de ranura, que se refiere a la inductancia de dispersión mutua $x_{tr, arr}$. Cuando $x_{arr} = 0$ la fórmula (23-1a) tendrá la forma:

$$Z_{2s} = s \left\{ jx_{tr, arr} + \frac{r_{arr}r_{tr} + jx_{arr}x_{tr}s}{s[(r_{arr} + r_{tr}) + jx_{tr}s]} \right. = \\ = s \left\{ jx_{tr, arr} + \frac{r_{arr}r_{tr}(r_{arr} + r_{tr}) + r_{arr}x_{tr}^2 s^2}{s[(r_{arr} + r_{tr})^2 + x_{tr}^2 s^2]} + j \frac{r_{arr}^2 x_{tr}}{[(r_{arr} + r_{tr})^2 + x_{tr}^2 s^2]} \right\}. \quad (23-2)$$

El circuito equivalente completo del motor de doble jaula de ardilla tendrá la forma representada en la fig. 23-5, a. El análisis de este circuito, a causa de que en él existen unas cuantas derivaciones, es bastante complicado. Si el circuito de la fig. 23-5, a se transforma en un circuito con el circuito magnetizante separado, como se hizo en el § 19-5 para una máquina asincrónica corriente, y aceptar que el coeficiente de corrección σ_1 es un número real, entonces se obtendrá el circuito equivalente precisado de la fig. 23-5, b. En este circuito el resbalamiento no influye en la corriente del circuito magnetizante. Como resultado, en el circuito transformado queda sólo una derivación, cosa que simplifica considerablemente el análisis de este circuito. En el circuito de la fig. 23-5, a tenemos:

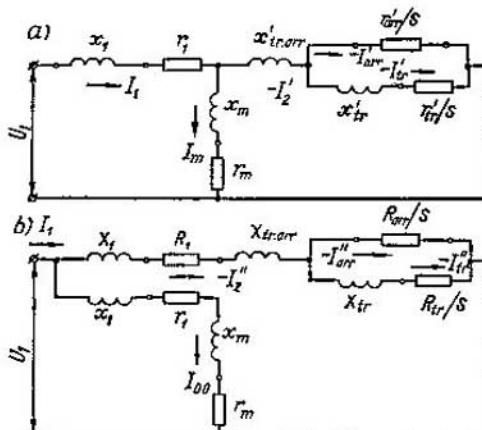


Fig. 23-5. Circuito equivalente preciso (a) y precisado (b) de un motor de doble jaula de ardilla

$$X_f = x_1 \sigma_1, \quad R_1 = r_1 \sigma_1, \quad X_{tr, arr} = x'_{tr, arr} \sigma_1^2, \\ R_{arr} = r'_{arr} \sigma_1^2, \quad X_{tr} = x'_{tr} \sigma_1^2, \quad R_{tr} = r'_{tr} \sigma_1^2,$$

donde el coeficiente de corrección σ_1 , si se desprecian las resistencias óhmicas r_1 y r_m , es igual al coeficiente de dispersión primario.

Examinemos ahora separadamente el régimen de funcionamiento del motor con pequeños resbalamientos, cuando $s \approx 0$ (carga nominal), y el régimen de funcionamiento siendo $s \approx 1$ (régimen de arranque y de frenado).

D. Régimen de pequeños resbalamientos ($s \approx 0$). En este caso en la fórmula (23-2) se puede despreciar los términos que contienen s^2 y entonces la expresión para la impedancia del circuito secundario toma la forma siguiente:

$$Z_{2s} \approx s \left[jx_{tr. arr} + \frac{r_{arr}r_{tr}}{s(r_{arr} + r_{tr})} + j \frac{r_{arr}^2}{(r_{arr} + r_{tr})^2} x_{tr} \right] = \\ = s \left[jx_{tr. arr} + \frac{r_e}{s} + jx_e \right], \quad (23-3)$$

donde

$$r_e = \frac{r_{arr}r_{tr}}{r_{arr} + r_{tr}}; \quad x_e = \frac{r_{arr}^2}{(r_{arr} + r_{tr})^2} x_{tr}.$$

De aquí se desprende que para la zona de pequeños resbalamientos la resistencia óhmica equivalente es igual al valor equivalente de las dos resistencias r_{tr} y r_{arr} conectadas en paralelo (fig. 23-4, b),

y la inductancia equivalente x_e es igual a la inductancia de la jaula inferior x_{tr} multiplicada por el cuadrado de la relación de las resistencias óhmicas:

$$\left(\frac{r_{arr}}{r_{tr} + r_{arr}} \right)^2.$$

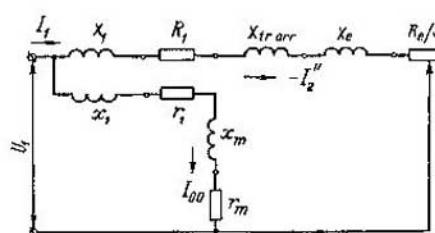


Fig. 23-6. Circuito equivalente aproximado de un motor de doble jaula de ardilla en el régimen de pequeños resbalamientos

Sustituyendo las resistencias de la parte derivada del circuito equivalente de la fig. 23-5, b por las resistencias $R_e = r_e \sigma_1^2$ y $X_e = x_e \sigma_1^2$ obtenemos el circuito de la fig. 23-6 que representa el circuito equivalente de un motor que en el circuito secundario tiene las resistencias $X_2 = X_{tr. arr} + X_e$ y $R_2/s = R_e/s$.

Si el motor de doble jaula de ardilla se hace en forma de un motor corriente en cortocircuito con solamente la jaula superior, pero con una resistencia óhmica R_e , sin cambiar el circuito del estator, entonces este motor tendrá las mismas resistencias del circuito primario, y en su circuito secundario tendrá las resistencias $R_2/s = R_e/s$ y $X_2 = X_{tr. arr}$. En ambos motores serán iguales las corrientes en vacío, pero serán distintos los diámetros de los diagramas circulares. Para un motor asincrónico corriente

$$D_a = \frac{U_1}{X_1 + X_2} = \frac{U_1}{X_1 + X_{tr. arr}}, \quad (23-4)$$

y para un motor de doble jaula de ardilla

$$D_e = \frac{U_1}{X_1 + X_{\text{tr. arr}} + X_e}. \quad (23-5)$$

Es evidente que $D_a > D_e$, y los diagramas circulares de estos motores tendrán la forma representada en la fig. 23-7. Por cuanto se ha supuesto que las resistencias óhmicas secundarias y primarias de estos motores son iguales, estos motores tendrán aproximadamente igual rendimiento. Para una misma carga los motores tendrán en este caso una misma componente activa de la corriente: $E_{ad} = E_{ed}$, pero para el motor asincrónico corriente la componente inductiva de la corriente $O'd$ es menor que la componente inductiva $O'h$ para el motor de doble jaula de ardilla. Debido a esto el $\cos\varphi$ para el motor de doble jaula de ardilla resulta habitualmente más bajo que para el motor asincrónico normal, cosa que se revela más fuertemente en los motores de baja velocidad que en los motores de gran velocidad. Por consiguiente, en los motores de doble jaula de ardilla el elevado par de arranque se alcanza a cuenta de cierta reducción del $\cos\varphi$ siendo su rendimiento prácticamente igual que el de un motor asincrónico normal en cortocircuito.

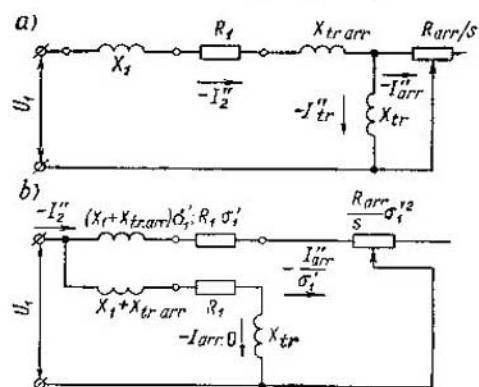


Fig. 23-8. Circuitos equivalentes aproximados de un motor asincrónico en el régimen de grandes resbalamientos

de la jaula inferior R_{tr}/s en comparación con la inductancia relativamente grande X_{tr} de la misma jaula. Suponiendo para este caso que $R_{tr}=0$ obtenemos para el circuito principal del motor el circuito equivalente aproximado de la fig. 23-8, a.

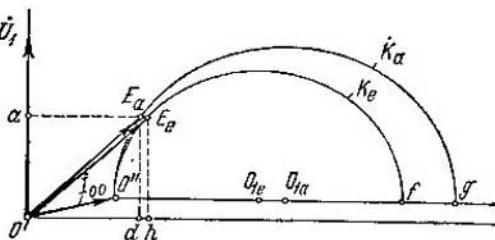


Fig. 23-7. Diagramas circulares de un motor normal asincrónico (K_a) y de un motor de doble jaula de ardilla (K_e)

E. Régimen de grandes resbalamientos ($s \approx 1,0$). En el caso de grandes resbalamientos, en el circuito secundario derivado se puede despreciar la resistencia óhmica

residual R_{tr}/s en comparación con la inductancia relativamente grande X_{tr} de la misma jaula. Suponiendo para este caso que $R_{tr}=0$ obtenemos para el circuito principal del motor el circuito equivalente aproximado de la fig. 23-8, a.

Compararemos el circuito de la fig. 23-8, a con el circuito equivalente completo de un motor asincrónico normal (véase la fig. 19-5) en el que se desprecian las pérdidas en el acero $r_m = 0$. Este último circuito equivalente se transforma en el circuito equivalente precisado de la fig. 19-7. Si se transforma semejantemente el circuito de la fig. 23-8, a en un circuito con la derivación sacada a los terminales, entonces se obtendrá el circuito equivalente de la fig. 23-8, b. De este circuito se desprende que en el caso de grandes resbalamientos el final del vector de corriente describirá una circunferencia cuyo diámetro es

$$D_{arr} = \frac{U_1}{(X_1 + X_{tr,arr}) \sigma'_1}, \quad (23-6)$$

donde

$$\sigma'_1 = 1 + \frac{X_1 + X_{tr,arr}}{X_{tr}}. \quad (23-7)$$

Sustituyendo σ'_1 en la expresión para el diámetro, obtenemos:

$$D_{arr} = \frac{U_1 X_{tr}}{(X_1 + X_{tr,arr})(X_1 + X_{tr,arr} + X_{tr})}. \quad (23-8)$$

La corriente convencional en vacío para esta circunferencia, real sólo para grandes resbalamientos s , será

$$I_{arr,0} = \frac{U_1}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_{tr,arr} + X_{tr})^2}}. \quad (23-9)$$

Examinemos ahora la circunferencia de la corriente para el caso cuando la jaula superior está abierta, para lo cual en el circuito de la fig. 23-5, b hay que hacer $R_{arr} = \infty$. En este caso se obtiene un motor asincrónico de doble jaula de ardilla en el que el diámetro de la circunferencia de la corriente es igual a

$$D_0 = \frac{U_1}{X_1 + X_{tr,arr} + X_{tr}}, \quad (23-10)$$

y la corriente para el resbalamiento $s = \pm\infty$ es

$$I_{0\infty} = \frac{U_1}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_{tr,arr} + X_{tr})^2}}. \quad (23-11)$$

De aquí se desprende que la corriente en vacío de circunferencia K_{arr} , correspondiente al circuito de la fig. 23-8, b, es igual a la corriente para el resbalamiento $s = \pm\infty$ de la circunferencia K_0 , correspondiente al funcionamiento del motor con la jaula superior abierta.

Cabe señalar la siguiente relación entre los diámetros de las circunferencias examinadas:

$$D_{arr} = \frac{U_1 X_{tr}}{(X_1 + X_{tr,arr})(X_1 + X_{tr,arr} + X_{tr})} = \\ = \frac{U_1}{X_1 + X_{tr,arr}} - \frac{U_1}{X_1 + X_{tr,arr} + X_{tr}} = D_a - D_0. \quad (23-12)$$

Señalemos que los puntos con los resbalamientos $s = \pm\infty$ para las circunferencias K_a y K_{arr} coinciden. En efecto, para la primera circunferencia (circuito de la fig. 23-6 para $X_e = 0$) tenemos:

$$I_{a\infty} = \frac{U_1}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_{tr, arr})^2}}, \quad (23-13)$$

y para la segunda circunferencia K_{arr} (circuito de la fig. 23-8, b)

$$I_{arr\infty} = \frac{U_1}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_{tr, arr})^2}}, \quad (23-14)$$

de donde

$$I_{a\infty} = I_{arr\infty}.$$

En la fig. 23-9 están representadas todas las circunferencias examinadas y su disposición mutua.

Realizando un análisis más detallado se puede demostrar que el centro M_a de la circunferencia K_a , el centro M_{arr} de la circunferencia K_{arr} y el punto con el resbalamiento $s = \pm\infty$ de las

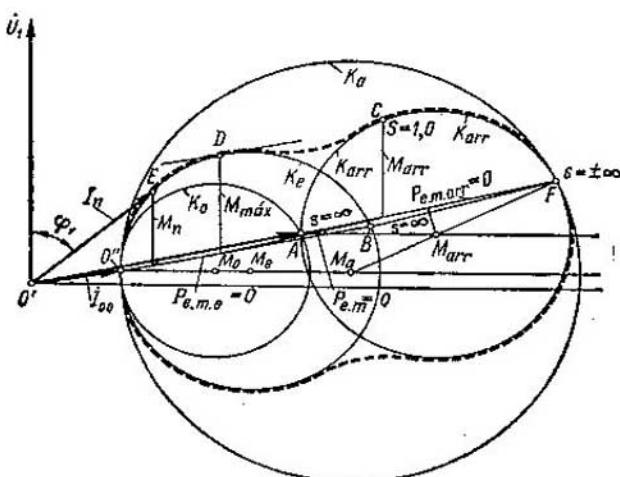


Fig. 23-9. Construcción de los lugares geométricos de la corriente de un motor de doble jaula de ardilla

circunferencias K_a y K_{arr} se encuentran en una misma recta $M_aM_{arr}F$.

Tracemos en la fig. 23-9 el diagrama circular K_e correspondiente al régimen de funcionamiento del motor de doble jaula de ardilla con pequeños resbalamientos. Trazando una línea transitoria suave de trazos de la circunferencia de trabajo K_e a la circunferencia de arranque K_{arr} , obtenemos la curva descrita por el final del vector de corriente del motor de doble jaula de ardilla.

F. Comparación de los motores de doble jaula de ardilla y normal. El motor de doble jaula de ardilla se puede construir con diferentes valores del momento de rotación inicial entre los límites desde el nominal hasta el doble e incluso, en el caso de requerimientos especiales, hasta el triple; la corriente de arranque puede variar entre límites bastante amplios. La variación de la magnitud del momento inicial se consigue eligiendo correspondientemente las resistencias óhmicas y las inductancias del rotor r_{arr} , r_{tr} y x_{tr} .

Aportemos las características comparativas del $\cos\varphi$ (fig. 23-10), la multiplicidad del momento de arranque M_{arr}/M_n y la multiplicidad de la corriente de arranque I_{arr}/I_n (fig. 23-11) para dos

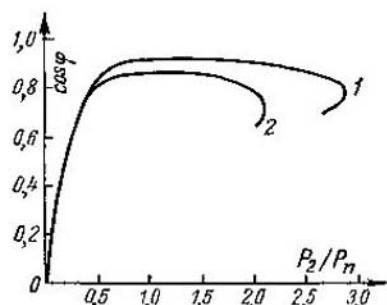


Fig. 23-10. Factor de potencia en función de la carga para los motores normal (1) y de doble jaula de ardilla (2) de cuatro polos y de 29 kW de potencia

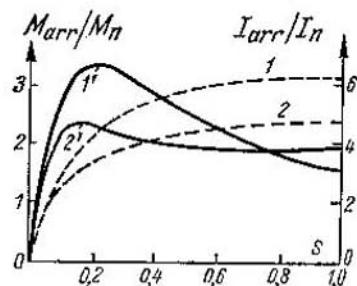


Fig. 23-11. Momento de rotación ($1'$ y $2'$) y corriente (1 y 2) en función del resbalamiento para los motores de cuatro polos y de 29 kW de potencia normal (1 y $1'$) y de doble jaula de ardilla (2 y $2'$)

motores de cuatro polos de 29 kW de potencia con rotor de doble jaula (2) y con rotor normal en cortocircuito (1), que tienen en el régimen nominal iguales estatores y resistencias óhmicas secundarias.

El motor de doble jaula de ardilla tiene un $\cos\varphi$ aproximadamente igual que el correspondiente motor con anillos de contacto con elevada inductancia del rotor en comparación con un motor simple en cortocircuito, debido a que es mayor la longitud de las partes frontales del devanado del rotor.

Ejemplo. Cálculo de los parámetros del circuito equivalente de un motor asincrónico trifásico con doble jaula de ardilla.

El estator y los parámetros del circuito de magnetización del circuito equivalente se toman iguales que para un motor simple en cortocircuito (véase el ejemplo en el cap. XI X).

Los datos del rotor son el número de ranuras en el rotor $N_2 = 80$, el número de ranuras por polo y fase $q_2 = 4,44$. La forma de la ranura del rotor y las dimensiones principales se muestran en la fig. 23-12a.

Conductibilidad de la ranura del rotor:
para la jaula superior (latón)

$$\lambda_{\text{ran},\text{barri}} = 0,623 + \frac{1}{2,5} = 1,023 \text{ [fórmula (5-15d)]};$$

$$\lambda'_{\text{ran},\text{barri}} = 1,14 \text{ [fórmula (18-25a)]};$$

$\lambda_{\text{dif},\text{barri}} = 1,7$ [fórmula (5-27), el coeficiente k_{dif} por la fig. 18-7 para $\beta = 1,0$ y $q_2 = 4,44$],

$$\sum \lambda_{\text{barri}} = 1,023 + 1,14 + 1,7 = 3,86;$$

$$x'_{\text{tr},\text{arr}} = 2\pi \cdot 1,26 \cdot 10^{-8} \cdot 50 \cdot 33,4 \cdot 3,86 \cdot k = 0,00051 \cdot 5500 = 2,8\Omega,$$

donde $k = 5500$ es el coeficiente de reducción;
para la jaula inferior (cobre)

$$\lambda_{\text{ran},\text{barri}2} = 0,623 + \frac{6}{2} = 3,62; \quad \lambda_{\text{dif},\text{barri}2} = 1,14.$$

$$\sum \lambda_{\text{barri}2} = 4,76;$$

$$x'_{\text{tr}} = 2\pi \cdot 1,26 \cdot 10^{-8} \cdot 50 \cdot 33,4 \cdot 4,76 \cdot k = 6,29 \cdot 10^{-5} \cdot 5500 = 3,45\Omega,$$

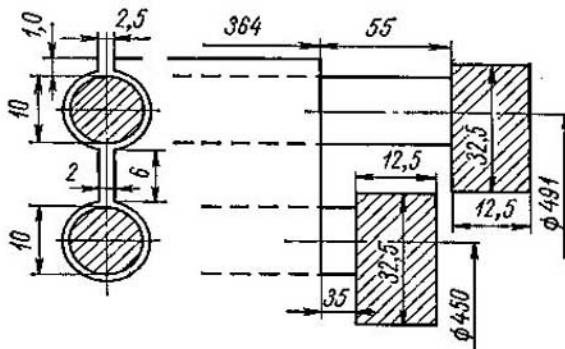


Fig. 23-12a. Forma de la ranura del rotor de doble jaula de ardilla

Las resistencias óhmicas de las barras de la jaula superior:

$$r_{\text{barri}} = \rho_{75^\circ} \frac{l_{\text{barri}}}{q_{\text{barri}}} = 0,0744 \frac{0,474}{78,5} = 45 \cdot 10^{-6}\Omega.$$

donde

$$l_{\text{barri}} = 364 + 2 \cdot 55 = 474 \text{ mm};$$

$$d_{\text{barri}} = 10 \text{ mm}; \quad q_{\text{barri}} = \frac{\pi}{4} \cdot 10^2 = 78,5 \text{ mm}^2;$$

$$\rho_{15^\circ} = 0,06 (\Omega \cdot \text{mm}^2)/\text{m}; \quad \rho_{75^\circ} = 1,24 \cdot 0,06 = 0,0744 (\Omega \cdot \text{mm}^2)/\text{m}.$$

La resistencia de los dos sectores contiguos del anillo de cortocircuito de cobre de la jaula superior es

$$r_{11} = \rho_{\text{cob}75^\circ} \frac{l_{j1}}{q_{\text{anil}}} = 0,0217 \frac{0,0386}{406} = 20,6 \cdot 10^{-7}\Omega,$$

donde

$$q_{\text{anil}} = 12,5 \cdot 32,5 = 406 \text{ mm}^2; \quad l_{j1} = 2 \frac{\pi \cdot 491}{80} = 38,6 \text{ mm}.$$

La resistencia de los dos sectores del anillo reducida a la resistencia de la barra, de acuerdo con la fórmula (18-24) es

$$r'_{j1} = \frac{20,6 \cdot 10^{-7}}{0,055} = 3,75 \cdot 10^{-6} \Omega.$$

La resistencia óhmica total de la jaula superior reducida al sistema primario del estator es

$$r'_{arr} = (r_{barri} + r'_{j1}) k = (45 + 3,75) \cdot 10^{-6} \cdot 5500 = 2,68 \Omega.$$

La jaula inferior de cobre:

$$l_{barri2} = 364 + 2 \cdot 35 = 434 \text{ mm}; \quad d_{barri2} = 10 \text{ mm};$$

$$q_{barri2} = \frac{\pi \cdot 10^8}{4} = 78,5 \text{ mm}^2;$$

$$r_{barri2} = 0,0217 \frac{0,434}{78,5} = 12 \cdot 10^{-6} \Omega;$$

$$q_{an2} = 12,5 \cdot 32,5 = 406 \text{ mm}^2;$$

$$l_{j2} = 2 \frac{\pi 450}{80} = 35,4 \text{ mm};$$

$$r_{j2} = 0,0217 \frac{0,0354}{406} = 18,9 \cdot 10^{-7} \Omega.$$

La resistencia de dos sectores de los anillos de cortocircuito de la jaula inferior reducida a la resistencia de la barra de la jaula de ardilla, según la fórmula (18-24) es

$$r'_{j2} = \frac{18,9 \cdot 10^{-7}}{0,055} = 3,45 \cdot 10^{-6} \Omega.$$

La resistencia óhmica total de la jaula inferior reducida al circuito primario es

$$r'_{tr} = (r_{barri2} + r'_{j2}) k = (12 + 3,45) \cdot 10^{-6} \cdot 5500 = 0,85 \Omega.$$

El circuito equivalente completo del motor con doble jaula de ardilla corresponde al representado en la fig. 23-5, a, donde

$$x_1 = 2,78 \Omega; \quad r_1 = 0,68 \Omega; \quad x'_{tr, arr} = 2,8 \Omega;$$

$$r_{arr}/s = 2,68/s; \quad x'_{tr} = 3,45 \Omega;$$

$$r'_{tr}/s = 0,85/s; \quad x_m = 95,6 \Omega; \quad r_m = 11 \Omega.$$

El circuito equivalente con el circuito de marcha en vacío sacado a los terminales corresponde al representado en la fig. 23-5, b, donde

$$\sigma_1 = 1 + \frac{2,78}{95,6} = 1,03; \quad \sigma_1^2 = 1,06;$$

$$R_1 = 0,68 \cdot 1,03 = 0,7 \Omega; \quad X_1 = 2,78 \cdot 1,03 = 2,86 \Omega;$$

$$X_{tr,arr} = 2,8 \cdot 1,06 = 2,96 \Omega; \quad X_{tr} = 3,45 \cdot 1,06 = 3,65 \Omega;$$

$$R_{arr} = 2,68 \cdot 1,06 = 2,84 \Omega; \quad R_{tr} = 0,85 \cdot 1,06 = 0,9 \Omega.$$

Ejemplo. Cálculo de las potencias y los momentos de un motor asincrónico trifásico de doble jaula de ardilla y construcción del lugar geométrico de la corriente primaria.

Potencia mecánica total:

$$P_{mec} = P_{mec} + P_{ad} + P_2 = 2,0 + 1,4 + 250 = 253,4 \text{ kW}.$$

La corriente reducida del circuito principal, debido al $\cos \varphi$ un poco reducido, se toma igual a $I''_2 = 53 \text{ A}$ (para un motor simple en cortocircuito $I''_2 = 52 \text{ A}$).

En este caso

$$p_{\text{cob2}} = 3/2 R_2 = 3 \cdot 53^2 \cdot 0,683 \cdot 10^{-3} = 5,74 \text{ kW};$$

$$P_{e.m.} = P_{\text{mec}} + p_{\text{cob2}} = 253,4 + 5,74 = 259,14 \text{ kW};$$

$$\xi_u = p_{\text{cob2}} / P_{e.m.} = \frac{5,74}{259,14} = 0,0221;$$

$$\frac{R_2}{s_n} = \frac{0,683}{0,0221} = 30,9 \Omega;$$

$$\cos \psi_2 = \frac{R_1 + R_2 / \xi_u}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R_2}{s_n}\right)^2 + X_{c.c}^2}} = \frac{0,7 + 30,9}{\sqrt{(0,7 + 30,9)^2 + 7,93^2}} = \frac{31,6}{32,6} = 0,97;$$

$$P_{e.m.n} = \frac{3U_{1f}^2 \frac{R_2}{s_n}}{\left(R_1 + \frac{R_2}{s_n}\right)^2 + X_{c.c}^2} = \frac{3 \cdot 1730^2 \cdot 30,9 \cdot 10^{-3}}{(0,7 + 30,9)^2 + 7,93^2} = 261,5 \text{ kW};$$

$$M_{e.m.u} = \frac{P_{e.m.n}}{2\pi \cdot n} = \frac{261,5 \cdot 10^3}{2\pi \frac{1000}{60}} = 2500 \text{ N} \cdot \text{m};$$

por la fórmula (20-32)

$$M_m = \frac{3 \cdot 3 \cdot 1730^2}{2 \cdot 2\pi \cdot 50 (0,7 + \sqrt{0,7^2 + 7,93^2})} = 4950 \text{ N} \cdot \text{m};$$

$$\frac{M_m}{M_{e.m.u}} = \frac{4950}{2500} = 1,98;$$

$$\sum p = (P_{\text{mec}} + p_{\text{ad}}) + 3/2 R_{c.c} + p_\theta = 3,4 + 11,6 + 11,68 = 26,7 \text{ kW};$$

$$\eta = \left(1 - \frac{26,7}{250 + 26,7}\right) \cdot 100 = (1 - 0,0966) \cdot 100 = 90,34\%.$$

Para los regímenes de pequeños resbalamientos en los límites de cargas nominales el circuito equivalente puede ser representado en forma simplificada con la sustitución de las resistencias del circuito derivado del circuito principal por resistencias equivalentes conectadas en serie:

$$R_e = R_{tr} \alpha = 0,9 \cdot 0,76 = 0,683 \Omega;$$

$$X_e = X_{tr} \alpha^2 = 3,65 \cdot 0,578 = 2,11 \Omega,$$

donde

$$\alpha = \frac{R_{arr}}{R_{arr} + R_{tr}} = \frac{2,84}{2,84 + 0,9} = 0,76 \text{ y } \alpha^2 = 0,578.$$

Para el régimen de pequeños resbalamientos ($s < 0,1$) el circuito equivalente toma la forma simplificada representada en la fig. 23-6, donde

$$R_{c.c} = R_1 + R_e = 0,7 + 0,683 = 1,383 \Omega;$$

$$X_{c.c} = (X_1 + X_{tr, arr}) + X_e = 5,82 + 2,11 = 7,93 \Omega;$$

$$Z_{c.c} = \sqrt{R_{c.c}^2 + X_{c.c}^2} = \sqrt{1,383^2 + 7,93^2} = 8,02 \Omega;$$

$$I_{c.c} = \frac{1730}{8,02} = 216 \text{ A}; \quad \cos \Phi_{c.c} = \frac{1,383}{8,02} = 0,173.$$

Para los regímenes de grandes resbalamientos ($s > 1$) el circuito equivalente simplificado del circuito principal toma la forma de la fig. 23-8, a y puede ser transformado en un circuito equivalente simplificado con el circuito magnetizante

convencional sacado a los terminales (fig. 23-8, b). En este caso

$$\sigma'_1 = 1 + \frac{X_1 + X_{\text{tr}, \text{arr}}}{X_{\text{tr}}} = 1 + \frac{5,82}{3,65} = 2,6; \quad \sigma'^2_1 = 6,76;$$

$$X_{c,c} = (X_1 + X_{\text{tr}, \text{arr}}) \sigma'_1 = 5,82 \cdot 2,6 = 15,2 \Omega; \\ R_{c,c} = R_1 \sigma'_1 + R_{\text{arr}} \sigma'^2_1 = 0,7 \cdot 2,6 + 2,84 \cdot 6,76 = 20,92 \Omega;$$

$$R_{\text{arr}} \sigma'^2_1 = 2,84 \cdot 6,76 = 19,1 \Omega;$$

$$Z_{c,c} = \sqrt{20,92^2 + 15,2^2} = 25,8 \Omega;$$

$$I''_{c,c} = \frac{1730}{25,8} = 67 \text{ A};$$

por la fórmula (20-34)

$$M_{\text{arr}} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 1730^2 \cdot 19,1}{2\pi \cdot 50 \cdot 665} = 2470 \text{ N} \cdot \text{m};$$

$$\frac{M_{\text{arr}}}{M_{2n}} = \frac{2470}{2440} = 1,025.$$

Un cálculo más exacto de los parámetros de un motor asincrónico de doble jaula de ardilla para distintos resbalamientos, se ha realizado por las fórmulas

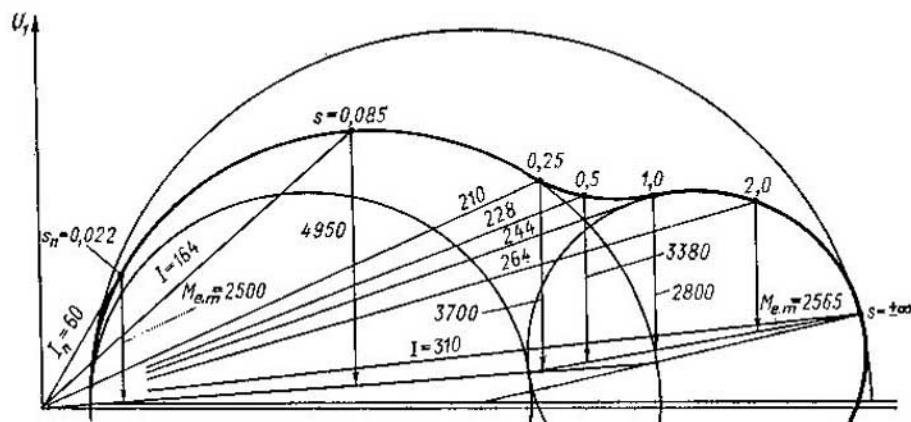


Fig. 23-12b. Diagrama circular de un motor de doble jaula de ardilla (por los datos expuestos en el ejemplo) y valor de la corriente y del momento para distintos resbalamientos

(23-1) y (23-2) correspondientes al circuito equivalente de la fig. 23-5:

$$Z_{\text{arr}} = R_1 + j(X_1 + X_{\text{tr}, \text{arr}}) + \frac{R_{\text{arr}} R_{\text{tr}} (R_{\text{arr}} + R_{\text{tr}}) + R_{\text{arr}} X_{\text{tr}}^2 s^2}{s [(R_{\text{arr}} + R_{\text{tr}})^2 + X_{\text{tr}}^2 s^2]} + \\ + j \frac{R_{\text{arr}}^2 X_{\text{tr}}}{[(R_{\text{arr}} + R_{\text{tr}})^2 + X_{\text{tr}}^2 s^2]} = 0,7 + j5,82 + \\ + \frac{2,84 \cdot 0,9 \cdot (2,84 + 0,9) + 2,84 \cdot 3,65^2 s^2}{s \{(2,84 + 0,9)^2 + 3,65^2 s^2\}} + j \frac{2,84 \cdot 3,65}{(2,84 + 0,9)^2 + 3,65^2 s^2} = \\ = 0,7 + j5,82 + \frac{9,56 + 37,8 \cdot s^2}{s (13,9 + 13,2 \cdot s^2)} + j \frac{29,3}{(13,9 + 13,2 \cdot s^2)};$$

para $s = 1,0$

$$Z_{arr} = 0,7 + j5,82 + \frac{47,36}{27,1} + j\frac{29,3}{27,1} = 0,7 + 1,75 + j6,9;$$

$$Z_{arr} = 7,33 \Omega;$$

$$I_{arr} = \frac{U_1}{Z_{arr}} = \frac{1730}{7,33} = 226 \text{ A};$$

$$\cos \varphi'' = \frac{R_{arr}}{Z_{arr}} = \frac{2,45}{7,33} = 0,334;$$

$$\frac{I_{arr}}{I_n} = \frac{236 \cdot 1,03}{60} = 4,06;$$

por la fórmula (20-34)

$$M_{arr} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 1730^2 \cdot 1,75}{2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 7,33^2} = 2800 \text{ N} \cdot \text{m};$$

$$\frac{M_n}{M_{e.m.u}} = \frac{2800}{2500} = 1,12.$$

Del mismo modo se puede realizar el cálculo de las corrientes y los momentos para otros valores de los resbalamientos. Estas magnitudes se pueden determinar también gráficamente valiéndose del diagrama circular. En la fig. 23-12b está representado el diagrama circular de un motor, trazado según los datos expuestos más arriba. En el diagrama las corrientes vienen dadas en amperios y los momentos en newton-metros para distintos resbalamientos del motor.

23-2. Motor de grande reactancia (con desplazamiento de corriente) [184, 188, 195]

A. Principio de funcionamiento del motor de grande reactancia. Los motores de grande reactancia, lo mismo que los de doble jaula de ardilla, tienen unas características de arranque mejoradas en

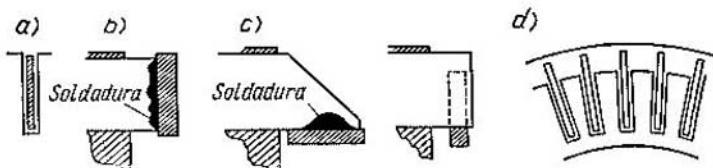


Fig. 23-13. Piezas constructivas del rotor de un motor asincrónico con grande reactancia

comparación con los motores normales en cortocircuito. La forma de la ranura de un motor de grande reactancia con uno de los procedimientos más difundidos de acoplamiento de las barras a los anillos de cortocircuito se muestra en la fig. 23-13. Además de las barras de sección rectangular se usan también barras con sección de otras formas, por ejemplo, trapezoidal, en botella (véase la fig. 1-22) y otras. A continuación se tiene en cuenta la sección rectangular de la barra, como la principal y la más simple tanto en el sentido constructivo, como en lo que se refiere a su fabricación.

En los motores de grande reactancia se emplea el fenómeno de desplazamiento de la corriente en las barras del devanado del rotor determinado por los flujos de dispersión de las ranuras.

Examinemos al principio el fenómeno durante la puesta en marcha. En el instante inicial de arranque $s=1$ y la frecuencia en el rotor es igual a la frecuencia de la red. En la fig. 23-14, a se muestra el cuadro del flujo de dispersión de ranura del rotor en estas condiciones. Como se ve en esta figura los distintos sectores por la altura de la barra están embragados con distinto

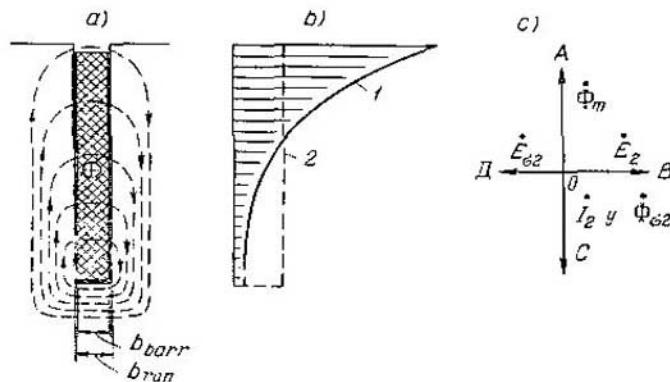


Fig. 23-24. Flujo de dispersión de la ranura del rotor de un motor de grande reactancia y distribución de la intensidad de la corriente en el conductor del rotor

número de líneas del flujo de dispersión mencionado: los inferiores, con el mayor número de líneas de este flujo, los superiores, con el mínimo. Por esta razón, en los sectores inferiores de la barra se inducen las mayores f.e.m. de dispersión, mientras que en los sectores superiores, las menores.

La acción de las f.e.m. de dispersión se aclara más fácilmente con auxilio del diagrama de la fig. 23-14, c suponiendo que la resistencia óhmica del conductor es igual a cero. Aquí el vector $\overline{OA} = \Phi_m$ es el flujo fundamental del motor; \overline{OB} es la fuerza electromotriz principal E_2 , creada por el flujo Φ_m en el conductor del rotor y que está retrasada en fase de este flujo en 90° . Cuando $r_2 = 0$ la corriente $I_2 = \overline{OC}$ en el conductor y correspondientemente, el flujo de dispersión Φ_{o2} se encuentran en cuadratura con la f.e.m. E_2 ; E_{o2} es la f.e.m. de dispersión, retrasada en 90° del flujo Φ_{o2} .

Vemos que la f.e.m. E_{o2} está dirigida en sentido contrario a la f.e.m. principal E_2 , pero, de acuerdo con lo antedicho, ella es mayor en los sectores inferiores del conductor que en los superiores. Por consiguiente, en los sectores inferiores deberán circular corrien-

tes de menor intensidad que en los superiores; con otras palabras, tiene lugar el desplazamiento de corriente hacia las partes exteriores del conductor. En correspondencia con esto el carácter de la distribución de la intensidad de la corriente por la altura del conductor se determina por la curva 1 en la fig. 23-14, b.

El desplazamiento de la corriente tiene lugar en los motores de todo tipo. Pero con la altura habitual del conductor del orden de 10 a 12 mm este desplazamiento es poco notable. Por el contrario, en los motores de grande reactancia, con una altura de la barra de 20—25 mm, este fenómeno se manifiesta fuertemente y varía notablemente los parámetros del rotor.

Para contestar a la pregunta de en qué dirección varía la resistencia óhmica y la inductancia del rotor, lo más fácil es hacerse la idea de que, a causa del desplazamiento de la corriente, la parte inferior del conductor no existe (fig. 23-15). Puesto que en este caso disminuye la sección del conductor, durante el desplazamiento de la corriente aumenta la resistencia óhmica del rotor. Por otra parte, el centro del sistema de líneas del flujo de dispersión de ranura se eleva hacia la parte exterior del conductor, y el flujo de dispersión, para la corriente dada en el conductor, disminuye. Por consiguiente, con el desplazamiento de la corriente la inductancia del rotor disminuye en comparación con la inductancia del rotor con igual ranura sin desplazamiento de la corriente, pero, no obstante, tiene el mismo orden que la inductancia del rotor de un motor normal. Por esta razón, el motor de grande reactancia tiene una corriente relativamente pequeña siendo relativamente grande el momento de arranque, es decir, tiene mejores características de arranque que un motor normal.

A medida que el motor se acelera, la frecuencia de la corriente en el rotor disminuye hasta los valores correspondientes al régimen permanente de funcionamiento, es decir, hasta $f_2 = 1 - 3$ Hz. En este caso el fenómeno de desplazamiento de la corriente se hace cada vez menos notable y la corriente se distribuye cada vez más uniformemente por la sección del conductor (línea de trazos 2 en la fig. 23-14, b). La resistencia óhmica del rotor disminuye paulatinamente, mientras que la inductancia, referida a la frecuencia de la red, aumenta, y a velocidad normal el motor de grande reactancia representa un motor ordinario con rotor en cortocircuito y con una resistencia óhmica normal, pero con una inductancia elevada del rotor, a causa de lo cual empeoran algo el factor de potencia y la capacidad de sobrecarga del motor.

B. Resistencia óhmica e inductancia del rotor. Prácticamente el desplazamiento de la corriente tiene lugar sólo en la parte del

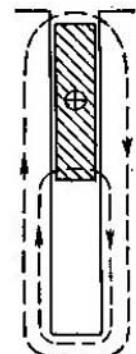


Fig. 23-15.
Para la aclara-
ción del
efecto de des-
plazamiento
de la corriente

conductor que está colocada en la ranura, y no ocurre en las partes frontales del devanado. Por esta razón, la resistencia óhmica y la inductancia del devanado del rotor r'_2 y x'_2 se pueden expresar de la manera siguiente:

$$r'_2 = k_r r'_{2\text{ran}} + r'_{2\text{fron}}; \quad (23-15)$$

$$x'_2 = k_x x'_{2\text{ran}} + X'_{2\text{fron}}. \quad (23-16)$$

Aquí $r'_{2\text{ran}}$ es la resistencia óhmica de la parte de ranura del devanado del rotor en el caso de distribución uniforme de la corriente por la sección del conductor; k_r es el coeficiente que tiene en cuenta el aumento de la resistencia $r'_{2\text{ran}}$ a causa del desplazamiento de la corriente; $r'_{2\text{fron}}$ es la resistencia óhmica, de magnitud constante, de la parte frontal del devanado del rotor; $x'_{2\text{ran}}$ y $x'_{2\text{fron}}$ son las inductancias de dispersión de las partes de ranura y frontal del devanado del rotor con distribución uniforme de la corriente por la sección del conductor y con una frecuencia $f_2 = f_1$; k_x es el coeficiente que tiene en cuenta la disminución de la inductancia $x'_{2\text{ran}}$ debido al desplazamiento de la corriente.

El análisis de esta cuestión bastante complicada [184] demuestra que

$$k_r = \frac{\sin 2\xi + \sin 2\xi}{\cosh 2\xi - \cos 2\xi}; \quad (23-17)$$

$$k_x = \frac{3}{2\xi} \frac{\sin 2\xi - \sin 2\xi}{\cosh 2\xi - \cos 2\xi}, \quad (23-18)$$

donde

$$\xi = h \sqrt{\pi \mu_0 \frac{b_{\text{bar}}}{b_{\text{ran}}} \frac{f_2}{\rho}}. \quad (23-19)$$

Aquí h es la altura de la barra; b_{bar} y b_{ran} son las anchuras de la barra y la ranura; f_2 es la frecuencia de la corriente en la barra y ρ es la resistencia específica del material de la barra.

Esta fórmula está escrita en el sistema de unidades racionalizado.

Colocando en la fórmula (23-19) las unidades de medición de todas las magnitudes que figuran en ella se puede demostrar que la magnitud ξ no tiene unidad de medición. A esta magnitud se ha convenido llamarla altura reducida del conductor, ya que para la frecuencia dada f_2 y el material dado del conductor ξ es directamente proporcional a h .

En el sistema de unidades SI las dimensiones lineales se expresan en metros, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m y ρ se mide en $\Omega \cdot m$. En los cálculos prácticos las longitudes se expresan en centímetros y ρ en $(\Omega \cdot \text{mm}^2)/\text{m}$, y entonces, si se sustituye además $f_2 = f_1 s = 50s$, en Hz,

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{h}{100} \sqrt{\pi \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{b_{\text{bar}}}{b_{\text{ran}}} \frac{50s}{\rho \cdot 10^{-6}}} = \frac{2\pi}{100} \sqrt{\frac{b_{\text{bar}}}{b_{\text{ran}}}} \frac{s}{\rho} = \\ &= 0,147 \sqrt{\frac{b_{\text{bar}}}{b_{\text{ran}}}} \frac{s}{\rho}. \end{aligned}$$

Si el conductor es de cobre, entonces a una temperatura de cerca de 50°C tenemos que $\rho = 0,02 (\Omega \cdot \text{mm}^2)/\text{m}$. Además, el devanado del rotor de un motor de grande reactancia no tiene aislamiento y sus conductores pueden ser colocados compactamente en las ranuras; en este caso $b_{\text{barr}} = b_{\text{ran}}$. Entonces, si h se mide en cm,

$$\xi = h \sqrt{s},$$

es decir, siendo $f = 60 \text{ Hz}$ y $s = 1$ la magnitud ξ es numéricamente igual a la altura del conductor de cobre en cm.

Conociendo ξ se pueden hallar los coeficientes k_r y k_x por las fórmulas (23-17) y (23-18). Para los valores de $\xi > 2$ tenemos que $\text{sh } 2\xi \approx \text{ch } 2\xi$, además, $\text{sh } 2\xi$ y $\text{ch } 2\xi$ son considerablemente mayores que $\cos 2\xi$ y $\sin 2\xi$. Por eso siendo $\xi > 2$

$$k_r = \xi; \quad (23-20)$$

$$k_x \approx \frac{3}{2\xi}. \quad (23-21)$$

Esta fórmulas facilitan extraordinariamente la determinación de los parámetros del rotor del motor de grande reactancia y, por lo tanto, el análisis de su funcionamiento con grandes resbalamientos y, en particular, en el período de puesta en marcha, puesto que en estas condiciones siempre $\varepsilon > 2$. En lo que concierne al

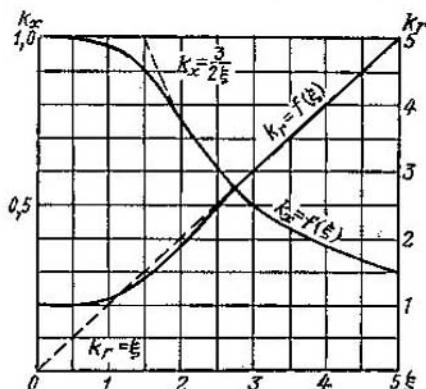


Fig. 23-16. Coeficientes k_r y k_x en función de ξ

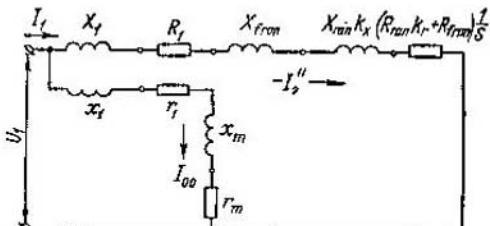


Fig. 23-17. Circuito equivalente precisado de un motor de grande reactancia

funcionamiento con pequeños resbalamientos, desde la marcha en vacío hasta los valores del momento $M = M_{\max}$, aquí se puede considerar que $k_r = k_x = 1$.

En la fig. 23-16 se dan las curvas de las relaciones $k_r = f(\xi)$ y $k_x = f(\xi)$, calculadas por las fórmulas precisas (23-17) y (23-18).

C. Circuito equivalente de un motor de grande reactancia. El circuito equivalente de un motor de grande reactancia se diferencia

del circuito equivalente de un motor normal en que cada uno de los parámetros del circuito secundario representa la suma de sumandos constante y variable [véase las fórmulas (23-15) y (23-16)]. En correspondencia con esto el circuito equivalente precisado con el circuito magnetizante sacado a los terminales del motor de grande reactancia tiene la forma representada en la fig. 23-17, donde está designado:

$$\begin{aligned} X_1 &= x_1 \sigma_1; \quad X_{\text{ran}} = x'_{\text{ran}} \sigma_1^2; \\ X_{\text{fron}} &= x'_{\text{fron}} \sigma_1^2; \quad R_1 = r_1 \sigma_1; \\ R_{\text{ran}} &= r'_{\text{ran}} \sigma_1^2; \quad R_{\text{fron}} = r'_{\text{fron}} \sigma_1^2. \end{aligned}$$

El motor, cuyo circuito equivalente está representado en la fig. 23-17, es un motor con parámetros variables, ya que k_r y k_x son funciones del resbalamiento s .

Ejemplo. Cálculo de los parámetros del circuito equivalente de un motor asincrónico trifásico de grande reactancia.

El estator y los parámetros del circuito magnetizante son los mismos que para un motor normal en cortocircuito (véase el § 21-3).

Los datos del rotor son: el número de ranuras del rotor $N_2 = 80$, $q_2 = 4,44$.

La forma de la ranura según la fig. 5-3, a: $h_1 = 40$ mm, $h_3 = 0,5$ mm, $h_4 = 0,8$ mm, $b_1 = 30$ mm, $b_2 = 1,5$ mm.

Conductibilidad de dispersión con pequeños resbalamientos:

$$\lambda_{\text{ran barr}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{40}{3} + \frac{0,5 \cdot 2}{3 - 1,5} + \frac{0,8}{1,5} = 5,2 \quad [\text{fórmula (5-15a)}];$$

$\lambda_{\text{fron barr}} = 1,14$ [fórmula (18-25a), el coeficiente k_{dif} por la fig. 18-7 siendo $\beta = 1,0$ y $q_2 = 4,44$];

$$\lambda_{\text{dif barr}} = 1,7.$$

La suma de las conductibilidades para el régimen de pequeños resbalamientos ($s < 0,1$)

$$\sum \lambda_{\text{barr}} = 5,2 + 1,14 + 1,7 = 8,04$$

La inductancia de dispersión del rotor, reducida al devanado primario del estator,

$$x'_2 = 2\pi\mu_0 f l \sum \lambda_{\text{barr}} k = 2\pi \cdot 1 \cdot 26 \cdot 10^{-8} \cdot 50 \cdot 33,4 \cdot 8,04 \cdot 5500 = 5,8 \Omega.$$

En el régimen de grandes resbalamientos ($s = 1,0$) con una altura de la barra $h_1 = 4$ cm

$$k_x = 0,38; \quad \lambda'_{\text{ran barr}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{40}{3} \cdot 0,38 + 0,22 + 0,53 = 2,44;$$

$$\sum \lambda_{\text{barr}} = 2,44 + 1,14 + 1,7 = 5,28;$$

$$x'_{2(s=1)} = \frac{5,28}{8,04} = 3,8 \Omega; \quad X_2 = x'_2 \sigma_1^2 = 3,8 \cdot 1,06 = 4,03 \Omega.$$

La sección de la barra del rotor se elige igual a la sección de la barra con jaula simple de cobre en cortocircuito y con un diámetro $d_{\text{barr}} = 11,5$ mm:

$$q_{\text{barr}} = \frac{\pi}{4} \cdot 11,5^2 = 103,8 \approx 2,6 \times 40 \text{ mm}^2.$$

La longitud de la barra con un voladizo de 10 mm en cada lado es

$$l_{\text{barr}} = 364 + 2 \cdot 30 = 424 \text{ mm.}$$

Los canales de ventilación radiales son $6 \times 10 = 60$ mm.
En el régimen de pequeños resbalamientos

$$r_{\text{barr}} = \rho_{75^\circ} \frac{l_{\text{barr}}}{q_{\text{barr}}} = 0,0217 \frac{0,424}{103,8} = 8,9 \cdot 10^{-5} \Omega.$$

La resistencia de los sectores de los anillos de cortocircuito que lindan con la barra por ambos lados, con un diámetro de los anillos de 475 mm, una sección de $12,5 \times 50 = 625$ mm² y $l_j = 2 \cdot \pi \cdot 475 / 80 = 37,4$ mm es

$$r_j = 0,0217 \frac{0,0374}{625} = 13 \cdot 10^{-5} \Omega.$$

La resistencia de los dos sectores del anillo, reducida a la resistencia de la barra, por la fórmula (18-24)

$$r'_j = \frac{13 \cdot 10^{-5}}{0,055} = 2,36 \cdot 10^{-5} \Omega.$$

La impedancia óhmica del circuito secundario, reducida al circuito primario del estator es

$$r'_2 = (r_{\text{barr}} + r'_j) k = (8,9 + 2,36) 10^{-5} \cdot 5500 = 0,62 \Omega.$$

En el régimen de grandes resbalamientos tiene lugar el desplazamiento de la corriente en las partes de ranura de las barras. Por ejemplo, siendo $h_{\text{barr}} = 4$ cm y $f_2 = 50$ Hz el coeficiente de aumento de la resistencia óhmica $k_r = 0,4$.

Con la longitud total de la barra 424 mm en el acero está colocado un sector de 304 mm, y el sector de 120 mm se encuentra fuera del acero, así como los anillos de cortocircuito. Por esta razón,

$$r'_2 = \left[8,9 \left(\frac{304 \cdot 4}{424} + \frac{120}{424} \right) + 2,36 \right] \cdot 10^{-5} \cdot 5500 = 1,68 \Omega.$$

Los parámetros del circuito principal del circuito equivalente con el circuito de marcha en vacío, en el régimen de pequeños resbalamientos $s < 0,1$ (regímenes de funcionamiento), sacado a los terminales:

$$R_1 = 0,7 \Omega, \quad R_2 = 0,62 \cdot 1,06 = 0,656 \Omega; \\ X_1 = 2,86 \Omega, \quad X_2 = 5,8 \cdot 1,06 = 6,15 \Omega;$$

$$R_{\text{c.c.}} = 0,7 + 0,656 = 1,356 \Omega;$$

$$X_{\text{c.c.}} = 2,86 + 6,15 = 9,01 \Omega;$$

$$Z_{\text{c.c.}} = \sqrt{1,356^2 + 9,01^2} = 9,15 \Omega;$$

$$\cos \varphi_{\text{c.c.}} = \frac{1,356}{9,15} = 0,148;$$

$$I''_{\text{c.c.}} = \frac{1730}{9,15} = 189 \text{ A}, \quad \frac{I''_{\text{c.c.}} \sigma_1}{I_n} = \frac{189 \cdot 1,03}{60} = 3,15.$$

D. Diagrama de la corriente de un motor de grande reactancia. Con pequeños resbalamientos correspondientes a la variación de s desde la marcha en vacío hasta el momento máximo, $k_r \approx \approx k_x \approx 1,0$, y por eso para la zona de cargas normales el circuito equivalente de la fig. 23-17, simplificándose, se transforma en el circuito equivalente de un motor normal asincrónico con parámetros constantes. El diagrama circular de trabajo K_e correspondiente a la zona de funcionamiento indicada viene representado en la

fig. 23-18a en la que está marcado el punto B que convencionalmente corresponde al resbalamiento $s = \pm \infty$.

Para el resbalamiento $s = \pm \infty$ la posición real del final del vector de corriente se encuentra en la circunferencia K_a que corresponde al régimen de funcionamiento de la máquina como motor asincrónico con los parámetros del circuito secundario constantes $x_2 = x_{2\text{fron}}$ y $r_2 = r_{2\text{fron}} + k_r r_{2\text{fau}}$.

En el caso de grandes resbalamientos ($s > s_m$) el motor de grande reactancia representa una máquina asincrónica con parámetros variables. A cada resbalamiento como si le respondiera su diagrama circular, por eso para el punto que más nos interesa con un resbalamiento $s = 1,0$ se obtiene el diagrama circular convencional K_1 representado en la fig. 23-18a con línea de trazos.

Si se une el punto D , correspondiente al momento máximo M_{\max} , con el punto C (con el resbalamiento $s = 1,0$) y con el punto

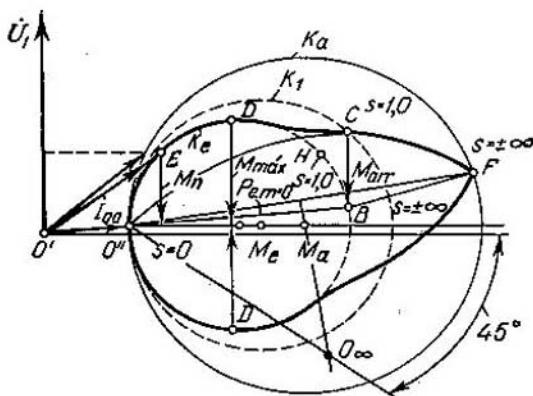


Fig. 23-18a. Diagrama de la corriente de un motor de grande reactancia

F (con el resbalamiento $s = \pm \infty$) por medio de una curva suave, se obtiene la curva que describe el final del vector al variar s . De la misma manera se puede trazar la segunda mitad de la curva correspondiente al régimen de funcionamiento de la máquina como generador. Si se une el punto O'' con el punto B por medio de una recta, se obtendrá la linea de potencia electromagnética $P_{e.m}$ para la circunferencia de corriente K_e . La linea de potencia electromagnética para la curva de corriente del tramo DCF p: será un poco más arriba del punto B y en el sector derecho extremo coincidirá con la recta que une los puntos B y F .

Una vez trazada la linea $P_{e.m} = 0$, los valores de los momentos máximo M_{\max} y de arranque M_{arr} se hallan por vía corriente.

Una vez trazada la circunferencia de trabajo K_e y hallados en ella el punto convencional H con el resbalamiento $s = 1,0$ y el

punto B con el resbalamiento convencional $s = \pm \infty$, las escalas de s y del rendimiento η para los regímenes de funcionamiento de la máquina se construyen de la misma manera que para un motor asincrónico corriente.

Ejemplo. Cálculo de las corrientes, potencias y momentos de un motor asincrónico trifásico de grande reactancia.

Potencia mecánica total

$$P_{\text{mec}} = P_2 + p_{\text{mec}} + p_{\text{ad}} = 250 + 2,0 + 1,4 = 253,4 \text{ kW}.$$

La corriente reducida del circuito principal, debido a su $\cos \varphi$ más bajo, la aceptamos, lo mismo que para el motor de doble jaula de ardilla, igual a $I_2'' = 53 \text{ A}$

En este caso hallamos:

$$p_{\text{cob}2} = 3I_2''R_2 = 3 \cdot 53^2 \cdot 0,656 \cdot 10^{-3} = 5,52 \text{ kW};$$

$$P_{\text{e.m.}} = P_{\text{mec}} + p_{\text{cob}2} = 253,4 + 5,52 = 258,92 \text{ kW};$$

$$s_n = \frac{p_{\text{cob}2}}{P_{\text{e.m.}}} = \frac{5,52}{258,92} = 0,0213;$$

$$\frac{R_2}{s_n} = \frac{0,656}{0,0213} = 30,8 \Omega;$$

$$\cos \psi_2 = \frac{R_1 + \frac{R_2}{s_n}}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R_2}{s_n}\right)^2 + X_{\text{c.c.}}^2}} = \frac{0,7 + 30,8}{\sqrt{(0,7 + 30,8)^2 + 9,01^2}} = 0,965;$$

$$P_{\text{e.m.n.}} = \frac{3U_{\text{f}}^2 \frac{R_2}{s_n}}{\left(R_1 + \frac{R_2}{s_n}\right)^2 + X_{\text{c.c.}}^2} = \frac{3 \cdot 1730^2 \cdot 30,8 \cdot 10^{-3}}{(0,7 + 30,8)^2 + 9,01^2} = 259 \text{ kW};$$

$$M_{\text{e.m.n.}} = \frac{P_{\text{e.m.n.}}}{2\pi n} = \frac{259 \cdot 10^3}{2\pi \frac{1000}{60}} = 2470 \text{ N.m};$$

por la fórmula (20-32)

$$M_m = \frac{3 \cdot 3 \cdot 1730^2}{2 \cdot 2\pi \cdot 50 (0,7 + \sqrt{0,7^2 + 9,01^2})} = 4410 \text{ N.m};$$

$$\frac{M_m}{M_{\text{e.m.n.}}} = \frac{4410}{2470} = 1,78;$$

$$\sum p = (p_{\text{mec}} + p_{\text{ad}}) + 3I_2''^2 R_{\text{c.c.}} + p_0 = 3,4 + 3 \cdot 53^2 \cdot 1,356 \cdot 10^{-3} + 11,68 = 26,6 \text{ kW};$$

$$\eta = \left(1 - \frac{26,6}{250 + 26,6}\right) 100 = 90,35\%.$$

Régimen de arranque para $s = 1,0$; $k_r = 4$; $k_x = 0,38$:

$$R_1 = 0,7\Omega, \quad R_2 = 1,78\Omega;$$

$$X_1 = 2,86\Omega; \quad X_2 = 4,03\Omega;$$

$$R_{c.c} = 0,7 + 1,78 = 2,48\Omega, \quad X_{c.c} = 2,86 + 4,03 = 6,89\Omega;$$

$$Z_{c.c} = \sqrt{2,48^2 + 6,89^2} = 7,31\Omega;$$

$$\cos \varphi_{c.c}'' = \frac{2,48}{7,31} = 0,339;$$

$$I_{c.c}' = \frac{1730}{7,31} = 236 \text{ A}, \quad \frac{I_{arr}}{I_n} = \frac{I_{c.c}' \sigma_1}{I_n} = \frac{236 \cdot 1,03}{60} = 4,05;$$

$$M_{arr} = \frac{3 \cdot 1730^2 \cdot 1,78}{100 \cdot \frac{\pi}{3} \cdot 53,2} = 2880 \text{ N} \cdot \text{m},$$

$$M_{e.m.n} = \frac{253,4 \cdot 10^3}{2 \cdot \pi \cdot \frac{979,4}{60}} = 2465 \text{ N} \cdot \text{m},$$

$$\frac{M_{arr}}{M_{e.m.n}} = \frac{2880}{2465} = 1,16.$$

De modo análogo se puede realizar el cálculo para otros valores del resbalamiento. Estas magnitudes se pueden determinar también gráficamente con

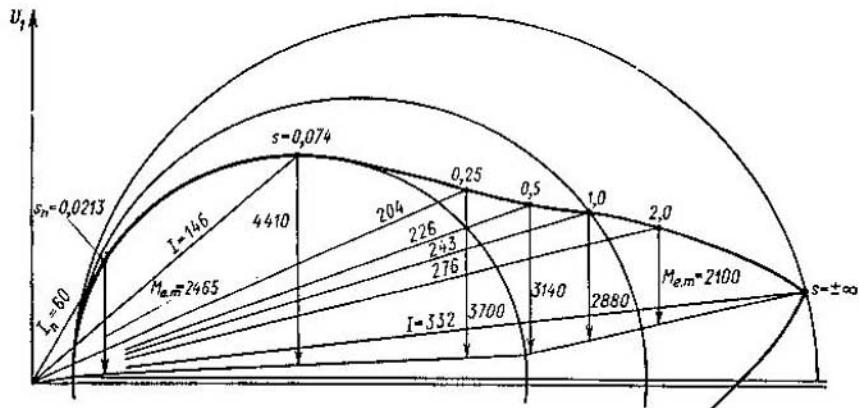


Fig. 23-18b. Diagrama circular de un motor de grande reactancia (según los datos expuestos en el ejemplo) y valor de la corriente y del momento para distintos resbalamientos

ayuda del diagrama circular. En la fig. 23-18b está representado el diagrama circular de un motor asincrónico de grande reactancia, construido según los datos expuestos más arriba. En el diagrama circular las corrientes vienen dadas en amperios y los momentos, en newton-metros para distintos valores del resbalamiento.

23-3. Confrontación de los motores de doble jaula de ardilla y de grande reactancia

En la tabla 23-1 se da la comparación de los momentos y las corrientes primarias, para distintos resbalamientos, de un motor normal en cortocircuito (MCC), de un motor de doble jaula de ardilla (MDJ) y de un motor de grande reactancia (MGR) a base de los datos obtenidos en los ejemplos anteriores. Los motores confrontados tienen unas mismas dimensiones exteriores y una misma velocidad.

En el motor de doble jaula de ardilla, en el periodo de arranque trabaja fundamentalmente sólo el devanado superior. Para que en este caso el devanado no se caliente excesivamente, hay que aumentar su sección, haciendo este devanado de un material de elevada resistencia específica. En el motor de grande reactancia, durante la puesta en marcha la corriente fluye sólo alrededor del sector superior del conductor del rotor, pero como, a causa de la alta conductibilidad térmica del cobre, se calienta todo el conductor, al hacer el devanado de cobre rojo la intensidad de arranque de la corriente no resulta excesiva. Como resultado, en el motor de doble jaula de ardilla se utiliza algo peor el cobre del rotor, por lo cual resulta más caro que el motor de grande reactancia. Una ventaja notable del motor de doble jaula de ardilla es la posibilidad de una amplia elección de sus condiciones de arranque con ayuda de la elección de las resistencias r_{arr} , r_1 y $r_{tr,arr}$. En el motor de doble jaula de ardilla se puede obtener cualquier posición del punto de cortocircuito en los límites del área del diagrama circular K_a de un motor normal (fig. 23-9), es decir, se puede construir el motor para cualquier magnitud deseable del momento de arranque y para distinta multiplicidad de la corriente de arranque conservando invariables la circunferencia de trabajo K_e y sus características. En el motor de grande reactancia estas posibilidades están más limitadas, puesto que en este caso el punto de cortocircuito puede desplazarse sólo por la circunferencia convencional K_1 (fig. 23-18).

A diferencia del motor de grande reactancia, el motor de doble jaula de ardilla permite aumentar significativamente el par de arranque (hasta 2,5-3 veces con respecto al nominal) disminuyendo algo el diámetro de la circunferencia de trabajo K_e , a causa de lo cual la característica del motor se approxima a la característica de un motor de corriente continua de excitación en serie. En la fig. 23-19 se dan las características conjuntas del momento y de la corriente de arranque para un motor normal en cortocircuito, un motor de doble jaula de ardilla con un valor bastante grande del par de arranque y para un motor de grande reactancia, en función del resbalamiento s . Las propiedades indicadas del motor de doble jaula de ardilla ofrecen la posibilidad de emplearlo para toda una serie de casos especiales, en los que se requiere semejante

MCC			MDJ			MGR		
s	I_1, A	I_2/I_n	s	I_1, A	I_2/I_n	s	I_1, A	I_1, I_n
0,0249	60	1	0,022	60	1,0	0,0213	60	1,0
0,075	210	3,5	0,085	164	2,73	0,075	146	2,43
0,25	262	4,37	0,25	2,07	3,45	0,25	204	3,4
0,5	291	4,85	0,5	228	3,8	0,5	226	3,76
1,0	304	5,06	1,0	244	4,06	1,0	243	4,05
2,0	308	5,13	2,0	280	4,67	2,0	276	4,6
∞	312	5,2	∞	310	5,16	∞	332	5,54

característica mecánica, por ejemplo, en los motores para grúas, elevadores, cabrestantes, centrífugadoras, etc.

Al construir las circunferencias de trabajo K_e de los motores de doble jaula de ardilla y de grande reactancia según los datos

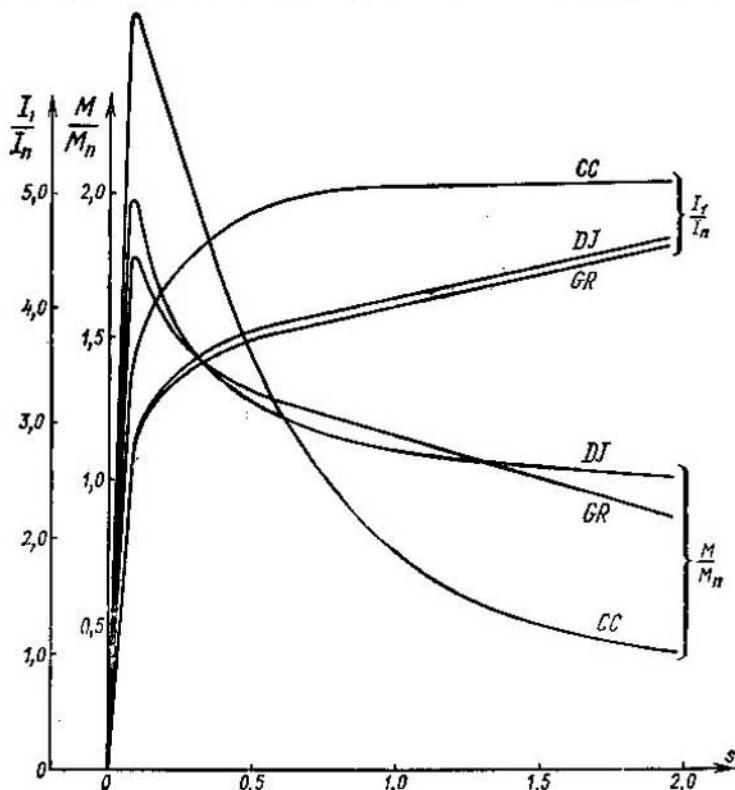


Fig. 23-19. Momento de rotación y corriente en función del resbalamiento para un motor de doble jaula de ardilla (DJ), de grande reactancia (GR) y normal en cortocircuito (CC)

$M_{e.m.}/M_{e.m.n}$									
MCC			MDJ			MGR			
s	$M, N \cdot m$	M/M_n	s	$M, N \cdot m$	M/M_n	s	$M, N \cdot m$	M/M_n	
0,049	9490	1,0	0,022	2500	1,0	0,0213	2465	1,0	
0,075	6530	2,62	0,085	4950	1,98	0,075	4410	1,78	
0,25	5580	2,24	0,5	3700	1,48	0,25	3700	1,5	
0,5	3540	1,4	0,5	3380	1,35	0,5	3140	1,27	
1,0	1900	0,763	1,0	2800	1,12	1,0	2880	1,16	
2,0	995	0,4	2,0	2565	1,02	2,0	2100	0,85	
∞	0	0	∞	0	0	∞	0	0	

de las pruebas en vacío y en cortocircuito, el último ensayo, para evitar la influencia del desplazamiento de la corriente, se realiza, a propuesta de B. I. Kuznetsov [204], con una frecuencia $f_n = 5 - 10$ Hz. Para hallar el punto de cortocircuito convencional H (fig. 23-18), correspondiente a la circunferencia de trabajo, es necesario calcular la inductancia de cortocircuito $X_{c.c.}$ para la frecuencia nominal f_1 :

$$X_{c.c.} = \frac{f_1}{f_n} X_{c.c.n}$$

Una vez hallado el punto H la construcción ulterior de la circunferencia de trabajo se lleva a cabo habitualmente.

El ensayo de cortocircuito, realizado con la frecuencia nominal f_1 , permite hallar el punto real de cortocircuito (fig. 23-18) del diagrama de corriente.

23-4. Cálculo de las características de arranque de un motor sincrónico de polos salientes con sistema amortiguador

En el caso de arranque asincrónico de un motor sincrónico con sistema amortiguador, en principio, este último es análogo a una máquina asincrónica, pero posee una serie de particularidades específicas. Examinemos estas particularidades en el ejemplo del cálculo de las características de arranque, para distintos resbalamientos, de un motor sincrónico trifásico de polos salientes de $P = 225$ kW de potencia y $2p = 6$, con un potente sistema amortiguador de barras de latón con anillos de cortocircuito de cobre. Los parámetros principales del motor se hallaron en el ejemplo del cap. XII.

Resistencia óhmica de una barra de latón del devanado amortiguador con seis barras por polo de una longitud $l_{\text{barr}} = 480$ mm y un diámetro $d_{\text{barr}} = 14$ mm cada una, y de dos sectores, contiguos a la barra, del anillo de cortocircuito de cobre con un diámetro $D_j = 505$ mm y una sección $q_j = 14 \times 20 = 280$ mm².

$$\begin{aligned} r_{c.c.d} &= r_{\text{barr}} + 2r_j + \rho_{a. \text{ lat } 75^\circ} \cdot \frac{l_{\text{barr}}}{q_{\text{barr}}} + \\ &+ 2\rho_{\text{cob } 75^\circ} \cdot \frac{l_j}{q_j \cdot 2 \cdot \text{sen}^2 \frac{\pi p}{Z_s}} = 0,087 \frac{0,48}{153} + \\ &+ 2 \cdot 0,0217 \frac{0,041}{280} \cdot 7,42 = 0,000273 + 0,0000505 + 0,000324 \Omega. \end{aligned}$$

Resistencia óhmica del devanado amortiguador, reducida al sistema del eje *d*, por la fórmula (18-23),

$$r'_{c.c.d} = r_{c.c.d} \frac{4m(w_1 k_{dev1})^2}{Z^2} = 0,000324 \frac{4 \cdot 3 \cdot 36500}{36} = 3,93\Omega;$$

$$r'_{c.c.q} \approx 0,75 r'_{c.c.d} = 0,75 \cdot 3,93 = 2,95\Omega;$$

$$r_{c.c.d} = \frac{3,93}{29,1} = 0,132; \quad r_{c.c.q} = \frac{2,95}{29,1} = 0,102.$$

Los circuitos equivalentes completos de un motor sincrónico de polos salientes para los ejes *d* y *q* están representados en la fig. 23-20.

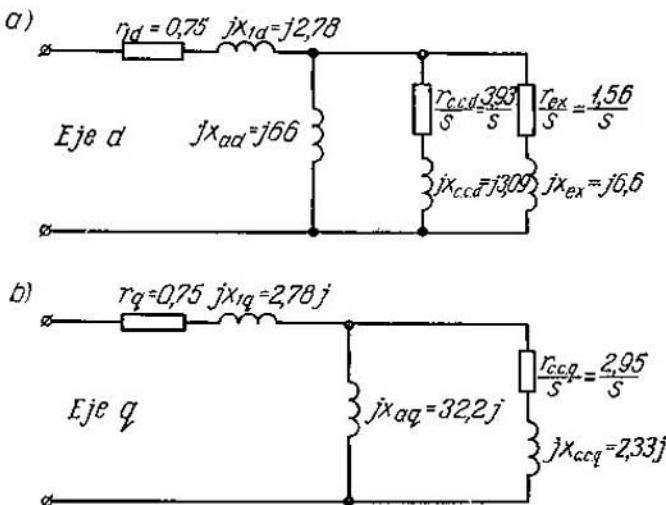


Fig. 23-20. Circuitos equivalentes de un motor asincrónico por los ejes longitudinal (a) y transversal (b)

Los circuitos equivalentes completos pueden ser transformados en circuitos equivalentes con los circuitos magnetizantes por ambos ejes *d* y *q* sacados a los terminales.

Los parámetros para los circuitos equivalentes con los circuitos magnetizantes sacados a los terminales (fig. 23-21) tendrán los siguientes valores:

$$\sigma_{1d} = 1 + \frac{2,78}{66} = 1,042, \quad \sigma_q = 1 + \frac{2,78}{32,2} = 1,086,$$

$$\sigma_{1d}^2 = 1,042^2 = 1,09, \quad \sigma_q^2 = 1,086^2 = 1,18;$$

$$jX_{ad} = j(2,78 + 66) = j68,8, \quad jX_{aq} = j(2,78 + 32,2) = j35;$$

$$R_{1d} = 0,75 \cdot 1,042 = 0,78, \quad R_{1q} = 0,75 \cdot 1,086 = 0,815;$$

$$jX_{1d} = j2,78 \cdot 1,042 = j2,9, \quad jX_{1q} = j2,78 \cdot 1,086 = j3,08,$$

$$jX_{c.c.d} = j3,09 \cdot 1,09 = j3,37;$$

$$R_{c.c.q} = 2,95 \cdot 1,18 = 3,48; \quad R_{ex} = 1,56 \cdot 1,09 = 1,7;$$

$$jX_{c.c.q} = j2,33 \cdot 1,18 = j278, \quad jX_{ex} = 7,2;$$

$$R_1 = \frac{R_{1d} + R_{1q}}{2} = \frac{0,78 + 0,815}{2} = 0,8;$$

$$R_{c.c.d} = 3,93 \cdot 1,09 = 4,28.$$

Los parámetros de los circuitos principales por los ejes d y q con los circuitos magnetizantes sacados a los terminales adquieren los siguientes valores:

$$Z_d = Z_{1d} + Z_{2d} = (R_{1d} + jX_{1d}) + \frac{\left(\frac{R_{c.c.d}}{s} + jX_{c.c.d}\right) \left(\frac{R_{ex}}{s} + jX_{ex}\right)}{\left(\frac{R_{c.c.d}}{s} + jX_{c.c.d}\right) \left(\frac{R_{ex}}{s} + jX_{ex}\right)};$$

$$Z_q = Z_{1q} + Z_{2q} = (R_{1q} + jX_{1q}) + \left(\frac{R_{c.c.q}}{s} + jX_{c.c.q}\right).$$

La impedancia equivalente de la parte derivada del circuito con el circuito

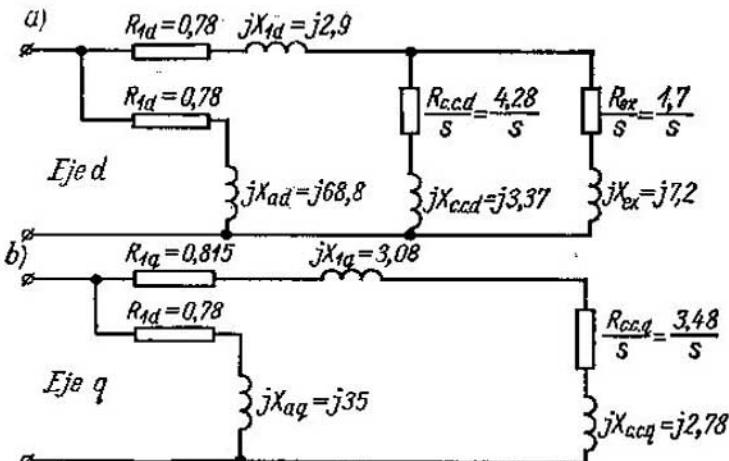


Fig. 23-21. Circuitos equivalentes de un motor asincrónico por los ejes longitudinal (a) y transversal (b) con los circuitos magnetizantes sacados a los terminales

magnetizante sacado a los terminales, se puede representar en la forma siguiente

$$Z_{2d} = \frac{\frac{1}{s} R_{c.c.d} R_{ex} (R_{c.c.d} + R_{ex}) + (R_{c.c.d} X_{ex}^2 + R_{ex} X_{c.c.d}) s}{(R_{c.c.d} + R_{ex})^2 + (X_{c.c.d} + X_{ex})^2 s^2} + j \frac{\frac{R_{c.c.d}^2 X_{ex} + R_{ex}^2 X_{c.c.d} + (X_{c.c.d} X_{ex}) (X_{c.c.d} + X_{ex}) s^2}{(R_{c.c.d} + R_{ex})^2 + (X_{c.c.d} + X_{ex})^2 s^2}}$$

Las corrientes en el circuito principal por los ejes d y q se determinan por las expresiones:

$$i_d = \frac{\dot{U}}{2} \frac{1}{Z_d}; \quad i_q = \frac{\dot{U}}{2} \frac{1}{Z_q}.$$

Para los resbalamientos diferentes de $s=0,5$, la corriente de secuencia directa es proporcional a la semisuma de las corrientes por los ejes d y q :

$$I_1 = \frac{1}{2} (i_d + i_q) = \frac{\dot{U}}{2} \left(\frac{1}{Z_d} + \frac{1}{Z_q} \right) = I_a + jI_r,$$

la corriente de secuencia inversa es proporcional a la semidiferencia de las corrientes por los ejes d y q :

$$I_2 = \frac{1}{2} (I_d + I_q) = \frac{U}{2} \left(\frac{1}{Z_d} - \frac{1}{Z_q} \right) = I_a - i I_r.$$

Para el resbalamiento igual exactamente a $s=0,5$, la corriente de secuencia directa es inversamente proporcional a la semisuma de las resistencias Z_d y Z_q [73]:

$$I_{1(s=0,5)} = \frac{U}{Z_d + Z_q} = I_a + i I_r.$$

El momento de rotación principal resultante es proporcional a la componente activa de la corriente de secuencia directa I_a menos las pérdidas debidas a la corriente resultante de secuencia directa en la resistencia primaria R_1 . Para tener en cuenta las pérdidas debidas a las corrientes de secuencia inversa en la resistencia óhmica primaria la magnitud de esta última se multiplica por $(1-2s)$; por esta razón, para el resbalamiento $1 < s < 0,5$ estas pérdidas se adicionan a las pérdidas de secuencia directa, y cuando $0,5 < s < 0$ estas pérdidas se substran de las pérdidas de secuencia directa.

Así pues, el par de rotación de arranque resultante de un motor sincrónico es

$$M_{arr} \sim P_{arr} = 3U_1 I_a - 3I_1^2 r_1 - 3I_2^2 r_1 (1-2s).$$

La corriente resultante de secuencia directa por el eje d de los circuitos principal y derivado es

$$I = \sqrt{I_a^2 + \left(I_r + \frac{U}{x_{ad}} \right)^2}.$$

Las fórmulas expuestas ofrecen la posibilidad de calcular los momentos y las corrientes para distintos resbalamientos.

Para el resbalamiento $s=1,0$: $1-2s=-1$.

$$\begin{aligned} Z_{2d} &= \frac{4,28 \cdot 1,7 (4,28 + 1,7) + 4,28 \cdot 7,2^2 + 1,7 \cdot 3,37^2}{(4,28 + 1,7)^2 + (3,37 + 7,2)^2} + \\ &+ i \frac{4,28^2 \cdot 7,2 + 1,7^2 \cdot 3,37 + 3,37 \cdot 7,2 \cdot (3,37 + 7,2)}{(4,28 + 1,7)^2 + (3,37 + 7,2)^2} = \\ &= \frac{43,5 + 222 + 19,2}{35,7 + 111,5} + i \frac{132 + 9,75 + 2,56}{35,7 + 111,5} = 1,8 + i 2,52; \end{aligned}$$

$$Z_d = (0,78 + j 2,9) + (1,8 + j 2,52) = 2,58 + j 5,42;$$

$$Z_q = (0,815 + j 3,02) + (3,48 + j 2,78) = 4,3 + j 5,8;$$

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{U}{2} \left(\frac{1}{Z_d} + \frac{1}{Z_q} \right) = \frac{1730}{2} \left(\frac{1}{2,58 + j 5,42} + \frac{1}{4,3 + j 5,8} \right) = \\ &= \frac{1730}{2} \left(\frac{293 - j 492}{1890} \right) = 134 - j 225; \end{aligned}$$

$$I_1 = \sqrt{134^2 + 225^2} = 262 \text{ A};$$

$$I_2 = \frac{U}{2} \left(\frac{1}{Z_d} - \frac{1}{Z_q} \right) = \frac{1730}{2} \left(\frac{-17 - j 74}{1890} \right) = -7,7 - j 34;$$

$$I_2 = \sqrt{7,7^2 + 34^2} = 34,8 \text{ A};$$

$$\begin{aligned} P_{arr} &= (3 \cdot 1730 \cdot 134 - 3 \cdot 262^2 \cdot 0,78 + 3 \cdot 34^2 \cdot 0,78) \cdot 10^{-3} = \\ &= 695 - 163 + 2,84 = 534,9 \text{ kW}. \end{aligned}$$

Multiplicidad del momento de arranque

$$k_M = \frac{M_{arr}}{M_n} = \frac{P_{arr}}{P_n} = \frac{534,9}{225} = 2,37.$$

Corriente de fase de arranque

$$I_{arr} = \sqrt{134^2 + \left(225 + \frac{173}{68,8}\right)^2} = \sqrt{134^2 + (225 + 25,2)^2} = 300 \text{ A.}$$

Multiplicidad de la corriente de arranque

$$k_i = \frac{3^{\circ}0}{59,5} = 5,65,$$

$$\cos \varphi = \frac{I_a}{I_{arr}} = \frac{134}{300} = 0,446.$$

Análogamente se realiza el cálculo para otros valores del resbalamiento.

Los datos obtenidos para los regímenes de arranque de un motor sincrónico para distintos resbalamientos se han reducido en la tabla 23-2.

Tabla 23-2

<i>s</i>	<i>I_{arr}</i> A	<i>I_a</i> A	<i>P_{arr}</i> kW	<i>k_M</i>	<i>k_i</i>	$\cos \varphi$
1,0	300	34,8	534,9	2,37	5,05	0,446
0,5	203	0	654	2,9	4,0	0,415
0,25	137	42,2	528,1	2,34	2,57	0,72
0,1	82	35,6	384,7	1,71	1,6	0,805
0,06	53,2	36,8	258,4	1,15	1,08	0,8

CAPÍTULO XXIV

REGULACIÓN DE LA VELOCIDAD DE ROTACIÓN DE LOS MOTORES ASINCRÓNICOS TRIFÁSICOS

24-1. Procedimientos de regulación de la velocidad

El problema de regulación de la velocidad de los motores eléctricos en general, y en particular de los motores asincrónicos, tiene un gran significado en la explotación. En toda una serie de ramas de la industria ante las características de regulación se plantean altas exigencias tanto en lo que se refiere a los límites y suavidad de regulación, como a su economía. En lo que concierne a las características de regulación, los motores asincrónicos ceden ante los motores de corriente continua y, en tanto mayor grado, cuanto más amplios son los límites de regulación. Para mejorar las características de regulación de los motores asincrónicos se ha realizado un gran trabajo, pero, no obstante, el motor asincrónico no consiguió suplantar al motor de corriente continua de las instalaciones con altas exigencias ante las cualidades de regulación de los motores eléctricos.

Se distinguen los procedimientos de regulación con los cuales el efecto fundamental sobre el motor se ejerce: a) por parte del estator y b) por parte del rotor.

Entre los primeros procedimientos de regulación de la velocidad de un motor asincrónico trifásico se encuentran:

- 1) mediante la variación de la tensión aplicada al motor;
- 2) mediante la variación del número de pares de polos;
- 3) mediante la variación de la frecuencia de la red.

Por parte del rotor la velocidad se puede regular:

- 1) variando la resistencia óhmica en el circuito del rotor;
- 2) introduciendo en el circuito del rotor una f.e.m. adicional de la misma frecuencia que la f.e.m. fundamental del rotor.

La realización del último procedimiento de regulación de la velocidad requiere una máquina eléctrica auxiliar o varias de estas máquinas. El grupo compuesto por el motor asincrónico a regular y una o varias máquinas auxiliares acopladas con él eléctrica o mecánicamente se llama cascada. En calidad de máquinas auxiliares habitualmente se emplean las máquinas de colector. Por esta ra-

zón, las cascadas, a excepción de la cascada de dos motores asincrónicos sin colector se estudian en el capítulo XXXI.

La regulación de la velocidad de rotación de los motores asincrónicos mediante la variación de la tensión primaria tiene una importancia de segundo orden, puesto que no permite variar la velocidad en amplios límites y además no es económica. Por eso este procedimiento de regulación de la velocidad se emplea sólo para los motores asincrónicos de una potencia bastante pequeña en dispositivos especiales donde el problema de economía no tiene mucha importancia.

La influencia de la variación de la tensión en la velocidad del motor se estudia en el cap. XXVI.

Para la regulación de la velocidad fueron propuestas distintas construcciones especiales de los motores, por ejemplo, con doble rotor, etc.

24-2. Regulación de la velocidad de rotación de los motores variando el número de polos

La velocidad sincrónica de rotación se determina de la relación

$$n_1 = f_1 / p. \quad (24-1)$$

Si la frecuencia f_1 está dada, entonces al variar p varía la velocidad sincrónica n_1 y, por consiguiente, también la velocidad de rotación del motor n . Pero en este caso la regulación de la velocidad se efectúa no suavemente, sino en escalones. Con frecuencia se efectúa en dos escalones con la relación de las velocidades de 2:1. Estos motores se llaman de dos velocidades. En la actualidad en la Unión Soviética se fabrican motores de dos, tres y cuatro velocidades.

La commutación del número de pares de polos en el estator se puede realizar de la manera siguiente:

1) colocar en el estator un devanado y variar el número de pares de polos mediante la commutación correspondiente de sus piezas;

2) colocar en el estator dos devanados independientes uno del otro;

3) colocar en el estator dos devanados independientes, ambos con commutación de los polos.

Los motores de dos velocidades se hacen habitualmente con un devanado en el estator, con commutación del número de polos en la relación 1:2. Los motores de tres y cuatro velocidades se fabrican con dos devanados en el estator, además, uno o ambos devanados se hacen con commutación del número de polos. Por ejemplo, si se desea obtener un motor con cuatro velocidades sincrónicas de rotación: 1500, 1000, 750 y 500 r.p.m., en el estator se pueden colocar dos devanados, uno de los cuales propor-

ciona el número de pares de polos $p = 2$ y $p = 4$, y el otro, $p = 3$ y $p = 6$.

Si el motor es de rotor bobinado, entonces la commutación del número de pares de polos debe hacerse simultáneamente en el estator y en el rotor. Esto complica la construcción del rotor del motor. Por esta razón, los motores con commutación del número

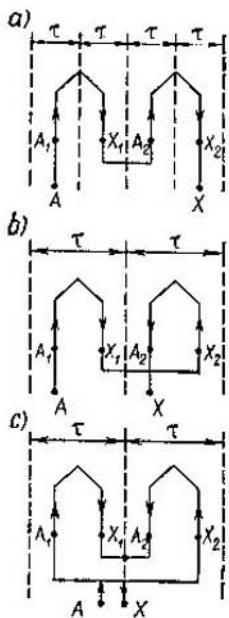


Fig. 24-1. Circuitos principales de commutación del número de pares de polos

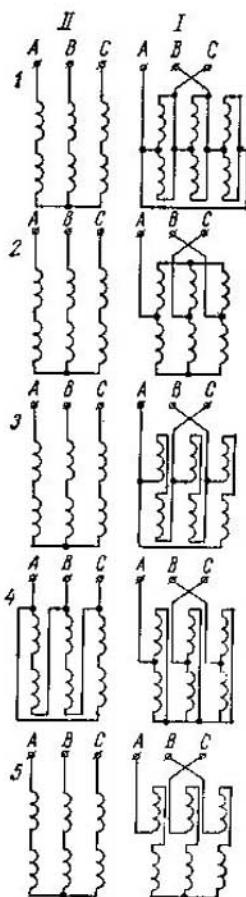


Fig. 24-2. Circuito de commutación del número de pares de polos

de pares de polos tienen habitualmente rotor en cortocircuito con devanado en forma de jaula de ardilla. Este rotor puede trabajar sin cambio alguno del acoplamiento en el caso de distintos números de polos en el estator. A continuación examinaremos solamente los motores de este tipo.

Existen varios procedimientos de conmutación de los pares de polos del devanado. Con más frecuencia se emplea el procedimiento de conmutación mediante la variación de la dirección de la corriente en las mitades de cada devanado de fase o, brevemente, en los semidevanados. En la fig. 24-1 vienen dados los circuitos principales de conmutación de los semidevanados para variar el número de pares de polos en la relación de 2:1. Las conmutaciones de la fig. 24-1, *a* y *b* se llaman en serie, la conmutación de la fig. 24-1, *c*, en paralelo. Además, los devanados de fase se pueden conmutar de la estrella al triángulo y viceversa. Así pues, al conmutar los polos varían en el caso general todas las características del devanado y correspondientemente las inducciones en el entrehierro.

Como se sabe,

$$E = \pi \sqrt{2} f_{\text{dev}} k_{\text{dev}} \Phi_m.$$

Si la inducción está distribuida en el entrehierro sinusoidalmente, entonces

$$\Phi_m = \frac{2}{\pi} B_m \tau l = B_m \frac{D}{p} l,$$

donde B_m es la inducción máxima en el entrehierro; D es el diámetro de mandrinado del estator; p es el número de pares de polos.

Convengamos en designar con el índice I las magnitudes correspondientes al menor número de polos, y con el índice II, las magnitudes correspondientes a un número doble de polos. Entonces, omitiendo el índice *m* de la inducción, obtenemos:

$$\frac{E_1}{E_{II}} = \frac{\omega_I k_{\text{dev}} I B_I p_I}{\omega_{II} k_{\text{dev}} II B_{II} p_{II}}. \quad (24-2)$$

En las relaciones (24-2) y (24-3) por ω debe entenderse el número de espiras de una rama paralela de la fase. Si la tensión en los terminales U_1 es constante y se desprecian las caídas de tensión en el devanado, en el caso de conexión en estrella $E = U_1 / \sqrt{3}$, en el caso de conexión en triángulo $E = U_1$.

Cambiando el método de conexión de los semidevanados y el método de conexión de los devanados de fase se puede variar la relación B_{II}/B_I en unos límites bastante amplios. En la fig. 24-2 se dan los cinco circuitos más usados de conmutación del devanado del estator. Al pasar del mayor número de pares de polos al menor es necesario conmutar los terminales de salida de los devanados de fase de tal modo que se conserve el sentido de rotación del motor. Los valores de las relaciones B_{II}/B_I que se obtienen con las conexiones de la fig. 24-2 se exponen en la tabla 24-1. Para simplificar consideraremos que $k_{\text{dev},I} = k_{\text{dev},II}$.

La magnitud de la relación B_{II}/B_I está estrechamente enlazada con la magnitud de la relación de los momentos M_{II}/M_I desarro-

llados por el motor para un número ordinario y doble de pares de polos. En efecto, el momento de rotación se puede expresar por la fórmula

$$M = \frac{1}{\sqrt{2}} m_1 \omega k_{\text{dev}} p \Phi_m I'_2 \cos \psi_2, \quad (24-3)$$

que puede ser obtenida de las relaciones (20-18) y (20-24) si se sustituye

$$I'_2 \frac{r_2}{s} = E'_2 = E_1 = \sqrt{2} \pi f \omega k_{\text{dev}} \Phi_m$$

y se tiene en cuenta la igualdad (24-1). Considerando, como antes, que $k_{\text{dev}1} = k_{\text{dev}2}$ y despreciando la diferencia entre $\cos \psi_{2II}$ y $\cos \psi_{2I}$, obtenemos:

$$\frac{M_{II}}{M_I} = \frac{\omega_{II} I'_{2II} p_{II} \Phi_{II}}{\omega_I I'_{2I} p_I \Phi_I}.$$

Pero

$$p_{II} \Phi_{II} = p_{II} B_{II} \frac{D}{p_{II}} l = B_{II} D l$$

y

$$p_I \Phi_I = B_I D l.$$

Además, se puede considerar que

$$\omega_{II} I'_{2II} \approx \omega_I I'_{2I}.$$

En efecto, como el número de fases del estator y su diámetro de mandrinado no dependen del número de polos, cada producto $\omega_{II} I'_{2II}$ y $\omega_I I'_{2I}$ es aproximadamente proporcional a la carga lineal, que se puede considerar como una magnitud dada en relación con el calentamiento admisible del motor. De este modo, para las cargas máximas admisibles en el sentido del calentamiento, tenemos que

$$\frac{M_{II}}{M_I} \approx \frac{B_{II}}{B_I}. \quad (24-4)$$

En toda una serie de casos el momento de frenado de una máquina operadora no depende de la velocidad de rotación. En este caso el motor de accionamiento debe desarrollar iguales momentos de rotación para ambas velocidades, es decir, $M_{II} = M_I$. En este caso se dice que el motor se fabrica con momento constante. Además, en virtud de la fórmula (24-4) tendremos que $B_{II} = B_I$. En la tabla 24-1 se ve que para este fin convienen los circuitos 2 y 3.

Si el motor con commutación de los polos se fabrica como motor de potencia constante, entonces $M_{II}/M_I = B_{II}/B_I = 2$. Para este fin convienen los circuitos 4 y 5 de la tabla 24-1.

Por el contrario, el circuito 1 corresponde al valor mínimo de la relación de los momentos y puede ser utilizado en los accionamientos del tipo de ventilador.

Al diseñar los motores con conmutación de los polos se debe prestar atención a que las curvas de f.m. para ambos números de polos sean lo más próximas a sinusoidales. Para ello es necesario elegir adecuadamente el tipo de devanado y el carácter de su arrollamiento, en particular, la reducción del paso.

Tabla 24-1

Número del circuito	Doble número de polos ($2 \times 2p$). Designación II fig. 24-2		Número ordinario de polos ($2p$). Designación I fig. 24-2		$\frac{p_{II}}{p_I}$
	Conexión de los semidevaneados	Conexión de las fases	Conexión de los semidevaneados	Conexión de las fases	
1	En serie	Y	En paralelo	Δ	0,58
2	En serie	Y o Δ	En paralelo	YY o Δ	1,00
3	En serie o en paralelo	Y	Como para doble número de polos	Δ	1,16
4	En serie	Δ	En paralelo	YY	1,73
5	En serie o en paralelo	Y o Δ	Como para doble número de polos	Y o Δ	2,0

El devanado trifásico con una zona de fase de 60° proporciona la mejor forma de la curva de f.m. en el caso cuando el paso se diferencia del entero en una sexta parte del paso polar, es decir, cuando el paso relativo es $\beta = 5/6 = 0,833$ o bien $\beta = 7/6 = 1,167$, y el devanado con una zona de fase de 120° , cuando el paso es entero ($\beta = 1$). Los devanados con conmutación del número de polos, para el menor número de pares de polos (p_I) tienen una zona de fase de 60° . Al aumentar dos veces el número de pares de polos (p_{II}) la anchura de la zona de fase resulta igual a 120° , puesto que el número de secciones en el grupo de fases no varía mientras que el paso polar disminuye el doble. En relación con esto, los mejores resultados en lo que concierne a la forma de la curva de f.m. se obtienen si para el mayor número de pares de polos (p_{II}) se elige $\beta_{II} > 1,0$, por ejemplo, $\beta_{II} = 1,4$; entonces, para

el menor número de pares de polos (p_1) será $\beta_1 < 1$, por ejemplo, $\beta_1 = 0,7$.

Los datos técnicos principales de los motores asincrónicos trifásicos de dos velocidades con rotor en cortocircuito de la serie MA-200 para 1500/750 r.p.m. y una tensión de 380 V se dan en la tabla 24-2.

Tabla 24-2

P , kW	n , r.p.m.	s , %	n , %	$\cos \varphi$	$\frac{I_{\text{arr}}}{I_n}$	$\frac{M_{\text{arr}}}{M_n}$	$\frac{M_{\text{máx}}}{M_n}$
4	750	2,4	80,5	0,778	4,2	1,3	2,0
4,5	1500	3,1	79,0	0,92	4,6	1,4	1,9
10,8	750	2,6	83,5	0,79	5,0	1,5	2,3
10,8	1500	3,1	82,5	0,935	5,5	1,5	2,2
46	750	1,4	90,0	0,825	6,4	1,5	2,8
46	1500	2,1	88,5	0,935	5,3	1,0	2,3

De la tabla se ve que los motores desarrollan una potencia constante para ambos números de pares de polos y que el rendimiento de los motores a la velocidad menor es un poco más alto que a la velocidad mayor, pero el $\cos \varphi$ es considerablemente más bajo. Las demás características se diferencian poco unas de otras.

Los motores con conmutación de los polos se fabrican fundamentalmente de dos velocidades, más raramente de tres y cuatro velocidades de poca potencia. Pero en ciertos casos los motores con conmutación de los polos se fabrican de potencias considerables para instalaciones de bastante importancia. Así, por ejemplo, existen instalaciones equipadas de un motor con conmutación de los polos de $2p=22$ a $2 \times 2p=44$ de una potencia de 1655/4050 kW cada uno con $U_1=5$ kV y $n=317/162$ r.p.m. Los rotores de los motores tienen dos devanados cada uno: uno en cortocircuito y el otro de fase con los terminales conectados a los anillos.

La tentativa de fabricar motores con más de cuatro velocidades no ha tenido éxito debido a la complejidad constructiva tanto del propio motor, como del dispositivo de conmutación.

24-3. Regulación de la velocidad de rotación de los motores mediante la variación de la frecuencia primaria (174, 187, 265)

Este procedimiento de regulación de la velocidad es posible sólo cuando el motor se alimenta desde instalaciones especiales. La variación de la frecuencia en amplios límites se puede realizar empleando generadores sincrónicos con velocidad de rotación variable o instalaciones por el esquema Yapolski—Kostenko a base de

alternadores de colector, así como instalaciones con convertidores iónicos, por ejemplo, por el esquema de D. A. Zavalishin.

Son posibles los siguientes casos principales de regulación de la velocidad:

- 1) con momento constante, o sea, siendo $M = \text{const}$;
- 2) con potencia constante, es decir, cuando $P_2 = \text{const}$;

3) cuando el momento es proporcional al cuadrado de la frecuencia, o sea, cuando $M \sim f_1^2$.

La investigación de este problema realizada por M. P. Kostenko [187], demuestra que si se desea que el motor trabaje con distintas frecuencias con los valores del rendimiento, del factor de potencia, de la capacidad de sobrecarga y del resbalamiento absoluto prácticamente constantes, entonces cuando el acero no está saturado simultáneamente con la variación de la frecuencia se debe regular también la tensión U_1 en dependencia de la frecuencia y el momento por la ley siguiente:

$$\frac{U'_1}{U_1} = \frac{f'_1}{f_1} \sqrt{\frac{M'}{M}}. \quad (24-5)$$

Aquí U'_1 y M' son la tensión y el momento correspondientes a la frecuencia f'_1 , y U_1 y M , correspondientes a la frecuencia f_1 .

Para $M = \text{const}$, tenemos:

$$\frac{U'_1}{U_1} = \frac{f'_1}{f_1}, \quad (24-6)$$

es decir, la tensión aplicada al motor debe variar proporcionalmente a la frecuencia.

Cuando la potencia es constante, el momento del motor varía inversamente proporcional a la velocidad y, por lo tanto, también a la frecuencia, es decir,

$$\frac{M'}{M} = \frac{f'_1}{f_1},$$

de donde

$$\frac{U'_1}{U_1} = \sqrt{\frac{f'_1}{f_1}}. \quad (24-7)$$

Si $M \sim f_1^2$, entonces

$$\frac{U'_1}{U_1} = \left(\frac{f'_1}{f_1} \right)^2, \quad (24-8)$$

es decir, la tensión aplicada al motor debe variar proporcionalmente al cuadrado de la frecuencia.

En la práctica hay que apartarse algo de estas deducciones, en primer lugar, porque el acero de la máquina siempre está en cierto grado saturado y, en segundo lugar, porque las condiciones de refrigeración de la máquina varían con la variación de la velocidad.

24-4. Regulación de la velocidad de rotación de los motores mediante la variación de la resistencia óhmica del rotor

La regulación de la velocidad de rotación con ayuda de un reóstato intercalado en el circuito del rotor es posible en los motores con anillos de contacto.

El circuito de regulación no se diferencia del circuito habitual de regulación de un motor asincrónico de rotor bobinado (véase la fig. 22-3). Los reóstatos de regulación de la velocidad, metálicos o de agua, son semejantes a los de arranque, pero están destinados para un funcionamiento duradero.

El aspecto físico del proceso que tiene lugar durante la regulación de la velocidad es el mismo que en los motores de corriente continua. En efecto, en el primer instante después de introducir el reóstato de regulación, cuando la velocidad de rotación del motor no ha cambiado todavía, la corriente en el rotor disminuye. A consecuencia de esto disminuye el momento de rotación del motor y en el árbol surge un momento dinámico negativo. La velocidad de rotación del motor comienza a disminuir, mientras que la f.e.m. y la corriente en el rotor aumentan. Este proceso dura hasta que la corriente en el rotor alcance un valor tal, con la cual los momentos de carga de rotación y estático se equilibran mutuamente.

Examinemos las curvas de $M = f(s)$ en la fig. 20-6. Si $M_{est} = \text{const}$, entonces el funcionamiento estable del motor corresponde a los puntos a , b , c , d , que se encuentran en la intersección de las curvas de los momentos con la recta FG . Vemos que intercalando en el rotor una resistencia óhmica se puede regular la velocidad por debajo de la sincrónica en unos límites bastante amplios. Pero, en este caso, el rendimiento del motor disminuye considerablemente, puesto que una parte considerable de la potencia se consume en el reóstato de regulación.

Fig. 24-3. Diagrama circular para distintos valores de la resistencia adicional del circuito del rotor

entonces el funcionamiento estable del motor corresponde a los puntos a , b , c , d , que se encuentran en la intersección de las curvas de los momentos con la recta FG . Vemos que intercalando en el rotor una resistencia óhmica se puede regular la velocidad por debajo de la sincrónica en unos límites bastante amplios. Pero, en este caso, el rendimiento del motor disminuye considerablemente, puesto que una parte considerable de la potencia se consume en el reóstato de regulación.

Para responder a la pregunta de cómo variarán las características del motor al insertar en el circuito del rotor una resistencia óhmica adicional, se puede trazar el diagrama circular (fig. 24-3).

Como la tensión aplicada al motor y la frecuencia de la red permanecen constantes, la corriente I_o no varía, y el punto de marcha en vacío O sigue ocupando la misma posición en el diagrama circular. Asimismo no varía el diámetro del diagrama circular, pero la posición del punto de cortocircuito K en la circunferencia de las corrientes depende de la magnitud de la resistencia óhmica adicional

insertada en el circuito del rotor (fig. 24-3). Con esto se determina la nueva posición de la línea de potencia útil y, correspondientemente, los nuevos valores del rendimiento y del resbalamiento. Supongamos, por ejemplo, que el momento estático $M_{est} = \text{const}$. Entonces, siendo $U_1 = \text{const}$ y $f_1 = \text{const}$, tenemos:

$$\Phi_m = \text{const}; \quad I'_{2a} = I'_2 \cos \psi_2 = \text{const}.$$

Por consiguiente, en el diagrama circular (fig. 24-3), el final del vector de corriente secundaria y, por lo tanto, también el final del vector de corriente primaria siguen ocupando la misma posición.

La potencia primaria $P_1 = m_1 U_1 I_1 \cos \varphi_1$ permanece invariable. La potencia electromagnética $P_{e.m.} = M_{e.m.} \Omega_1$ también permanece invariable, mientras que la potencia útil $P_2 = M_{e.m.} \Omega$ disminuye prácticamente proporcionalmente a la disminución de la velocidad. En el mismo grado disminuye el rendimiento del motor: $\eta = P_2/P_1 \approx \Omega$, es decir, este procedimiento de regulación de la velocidad no es económico. El resbalamiento

$$s = \frac{m_1 I_2'^2 (r'_2 - r'_{ad})}{M_{e.m.} \Omega_1} \sim r'_2 + r'_{ad}$$

aumenta proporcionalmente al aumento de la resistencia óhmica en el circuito del rotor.

El caso examinado cuando $M_{est} = \text{const}$ es el más simple, pero también en otros casos el análisis de las condiciones de funcionamiento se puede realizar de un modo semejante.

A pesar de que no es económica, la regulación de la velocidad con ayuda de un reóstato en el circuito del rotor se usa bastante ampliamente en la práctica, principalmente para los motores de poca potencia, así como en las instalaciones para las grúas de puente. Pero a veces este procedimiento se emplea para la regulación de la velocidad de los laminadores, sobre todo en los casos cuando éstos van dotados de volante para disminuir las crestas de carga en la red. En este caso el reóstato, que se llama regulador del resbalamiento, se conecta automáticamente al aumentar la carga, debido a lo cual aumenta el resbalamiento y parte de la carga se cubre a cuenta de la energía cinética del volante. Al disminuir la carga, por el contrario, disminuye la resistencia en el circuito del rotor, aumenta la velocidad y el volante almacena energía cinética.

24-5. Acoplamiento en cascada de motores asincrónicos (190 a)

En vez de perder energía en el reóstato de regulación en el proceso de regulación de la velocidad, se puede suministrar esta energía a otro motor asincrónico acoplado al primero en cascada, y aquí transformarla en energía mecánica. Esto permite utilizar mejor la energía suministrada de la red.

Para el funcionamiento normal de la cascada los motores I y II (fig. 24-4) deben acoplarse entre sí eléctrica y mecánicamente. Sólo la conexión eléctrica es insuficiente, puesto que en este caso el motor comienza a funcionar alimentado por la red con tensión normal y frecuencia normal y gira a plena velocidad, y al motor II se aplica

desde los anillos del motor I una tensión bastante pequeña de frecuencia muy pequeña. Por esta razón, el motor II no desarrolla momento y representa sólo una resistencia adicional insertada en el circuito del rotor de motor I.

Los motores I y II deben elegirse con las correspondientes características.

Así, por ejemplo, si ambos motores son iguales en lo que se refiere a su construcción (condiciones de tracción por locomotora eléctrica), los estatores de los motores representan circuitos de alta tensión, y los rotores, circuitos de baja tensión, entonces es necesario acoplar los rotores de ambos motores, mientras que el acoplamiento del rotor del motor I con el estator del motor II no sería racional. En instalaciones especiales el motor II puede tener rotor en cortocircuito; en este caso el rotor del motor I se acopla con el estator del motor II, pero las características de ambos circuitos deben estar coordinadas. En este caso, hay que tomar medidas para que los momentos creados por ambos motores se adicionen.

La cascada funcionará establemente si la frecuencia de la corriente en el circuito secundario del motor II, o sea, en el estator en la fig. 24-4 es en el límite próxima a cero.

Sea f_1 la frecuencia de la red; f_2 , la frecuencia en el circuito secundario del motor I, que corresponde a la velocidad sincrónica de rotación de la cascada $n_{cas.s}$; p_1 y p_{II} , los números de pares de polos de los motores I y II; $n_{I.II}$ y n_{II} , las velocidades sincrónicas de rotación de estos motores. Entonces

$$n_{I.II} = \frac{f_1}{p_1}; \quad f_2 = (n_{I.II} - n_{cas.s}) p_1.$$

En el motor II se forma un flujo que gira con respecto al rotor a una velocidad

$$n_{II} = \frac{f_2}{p_{II}} = (n_{I.II} - n_{cas.s}) \frac{p_1}{p_{II}}.$$

La condición de funcionamiento estable de la cascada se cumplirá si la velocidad n_{II} resulta de igual magnitud que la velocidad sincrónica de la cascada $n_{cas.s}$. En este caso

$$n_{cas.s} = n_{II} = (n_{I.II} - n_{cas.s}) \frac{p_1}{p_{II}},$$

de donde

$$n_{cas,s} = n_{11} \frac{p_1}{p_1 + p_{II}} = \frac{f_1}{p_1 + p_{II}}. \quad (24-9)$$

Así pues, la cascada de dos motores acoplados eléctricamente representa como si fuera un motor asincrónico con un número de pares de polos igual a la suma de los números de pares de polos de ambos motores. La velocidad real de rotación de la cascada $n_{cas} < n_{cas,s}$, puesto que la cascada, así como un motor normal, funciona con cierto resbalamiento que depende de la carga.

La instalación de la fig. 24-4 se puede transformar de tal manera que cada motor pueda funcionar independientemente uno del otro o en cascada uno con otro. En este caso obtendremos tres escalones de velocidad correspondientes a los números de pares de polos p_1 , p_{II} y $p_1 + p_{II}$.

La distribución de la potencia en la cascada es la misma que en un motor ordinario. De acuerdo con la fórmula (20-5) $P_{e.m.} = P_{mec} + P_{cobs}$. La potencia P_{mec} es proporcional a la velocidad n , y la potencia consumida en el devanado del rotor es proporcional al resbalamiento s . Sea la velocidad de rotación de la cascada igual a n_{cas} , entonces, el resbalamiento será igual a

$$s = \frac{n_{11} - n_{cas}}{n_{11}}.$$

Si $P_{e.m.}$ es la potencia electromagnética transmitida del estator al rotor del motor I , entonces la potencia transmitida al árbol de la cascada en forma de potencia mecánica es igual a

$$P_{mec} = P_{e.m.} \frac{n_{cas}}{n_{11}}.$$

La parte restante de potencia

$$P_s = P_{e.m.} \frac{n_{11} - n_{cas}}{n_{11}}$$

se transmite en forma de potencia eléctrica al circuito secundario y aquí se transforma parcialmente en potencia mecánica. Si se acepta que $n_{cas} \approx n_{cas,s}$, entonces

$$\frac{P_{mec}}{P_s} = \frac{n_{cas}}{n_{11} - n_{cas}} \approx \frac{p_1}{p_{II}}. \quad (24-10)$$

La cascada de dos motores asincrónicos posee defectos esenciales. En efecto, por intermedio del motor I desde la red se suministra la corriente magnetizante $I_{0,cas}$ necesaria para crear los flujos en ambos motores. Por eso, la corriente en vacío de la cascada $I_{0,cas}$ es considerablemente mayor que la corriente en vacío de un solo motor I_0 . Por otro lado, el motor II está acoplado en serie con el motor I . Por esta razón, la corriente de cortocircuito de la cascada $I_{c.c.cas} < I_{c.c.I}$, donde $I_{c.c.I}$ es la corriente de cortocircuito del motor I .

Debido a esto, el lugar geométrico de la corriente primaria $I_{1,\text{cas}}$ de la cascada se dispone dentro de la circunferencia de la corriente del motor que funciona independientemente (fig. 24-5). Un estudio más detallado demuestra que dicho lugar geométrico representa una curva del cuarto orden que se aproxima a la circunferencia.

De la confrontación de ambas circunferencias se ve que las características de la cascada son considerablemente peores que las respectivas características del motor que funciona independientemente. Por esta razón, las cascadas de motores asincrónicos se emplean sólo en casos especiales, principalmente en los ferrocarriles de corriente trifásica.

Fig. 24-5. Diagrama circular de un motor asincrónico aislado y cascada de dos motores

emplean sólo en casos especiales, principalmente en los ferrocarriles de corriente trifásica.

Para obtener mayor número de escalones de velocidad, cada motor que compone la cascada se puede hacer con conmutación de los polos.

Ejemplo. Acoplamiento en cascada de dos motores asincrónicos trifásicos A y B de rotor bobinado de 250 kW de potencia con unos números de pares de polos $2p=6$ y $2p=4$.

El motor A tiene las siguientes inductancias y resistencias óhmicas (véase los ejemplos en los §§ 5-6 y 19-5):

$$\begin{aligned} r_{1A} &= 0,68 \Omega; & r_{mA} &= 11 \Omega; \\ jx_{1A} &= j 2,78 \Omega; & x_{mA} &= j 95,6 \Omega; & r'_{2A} &= 0,57 \Omega; \\ \sigma_{1A} &= 1 + \frac{x_{1A}}{x_{mA}} = 1 + \frac{2,78}{95,6} = 1,03; \\ jx'_{2A} &= j 4,7 \Omega; & \sigma_{1A}^2 &= 1,03^2 = 1,06. \end{aligned}$$

El motor asincrónico trifásico B de rotor bobinado de 250 kW y $2p=4$, calculado por el mismo método que el motor A , tiene respectivamente las siguientes inductancias y resistencias óhmicas:

$$\begin{aligned} r_{1B} &= 0,335 \Omega; & r'_{mB} &= 11,7 \Omega; & jx_{1B} &= j 2,74 \Omega; \\ jx_{mB} &= j 99 \Omega; & r'_{2B} &= 0,274 \Omega; \\ \sigma_{1B} &= 1 + \frac{x'_{1B}}{x_{mB}} = 1 + \frac{0,392}{99} \approx 1,04; \\ jx'_{2B} &= j 3,92 \Omega. \end{aligned}$$

El circuito en T equivalente completo del acoplamiento en cascada de dos motores trifásicos A y B , despreciando la resistencia óhmica del circuito magnetizante r'_{mB} del segundo motor, tiene la forma representada en la fig. 24-6, a.

El circuito en T equivalente completo de los motores A y B se simplifica considerablemente al sacar a los terminales primarios el circuito magnetizante del motor A acoplado a la red.

Los parámetros del circuito equivalente con el circuito magnetizante sacado a los terminales son:

$$\begin{aligned}
 R_{1A} &= r_{1A}\sigma_{1A} = 0,68 \cdot 1,03 = 0,7 \Omega; \\
 jX_{1A} &= jx_{1A}\sigma_{1A} = j 2,78 \cdot 1,03 = j 2,86 \Omega; \\
 R_{2A} &= r'_{2A}\sigma_{1A}^2 = 0,57 \cdot 1,06 = 0,604 \Omega; \\
 jX_{2A} &= x'_{2A}\sigma_{1A}^2 = j 4,7 \cdot 1,06 = j 4,98 \Omega; \\
 R_{1B} &= r'_{1B}\sigma_{1A}^2 = 0,335 \cdot 1,06 = 0,355 \Omega; \\
 jX_{1B} &= jx'_{1B}\sigma_{1A}^2 = j 2,74 \cdot 1,06 = j 2,9 \Omega; \\
 R_{2B} &= r'_{2B}\sigma_{1A}^2 = 0,274 \cdot 1,06 = 0,29 \Omega; \\
 jX_{2B} &= jx''_{2B}\sigma_{1A}^2 = j 3,92 \cdot 1,06 = j 4,15 \Omega; \\
 jX_{mA} &= jx_{1A} + jx_{mA} = j 2,78 + j 95,6 = j 98,4 \Omega; \\
 r_0 &= r_{1A} + r_{mA} = 0,68 + 11 = 11,68 \Omega; \\
 jX_{mB} &= jx_{mB}\sigma_{1A}^2 = j 99 \cdot 1,06 = j 105 \Omega; \\
 jX_{c.c.A} + jX_{1B} &= jX_{1A} + jX_{2A} + jX_{1B} = j 2,86 + j 4,98 + j 2,9 = j 10,74 \Omega; \\
 R_{1A} + R_{2B} &= 0,7 + 0,29 = 0,99 \Omega.
 \end{aligned}$$

El circuito equivalente con el circuito magnetizante sacado a los terminales primarios está representado en la fig. 24-6, b.

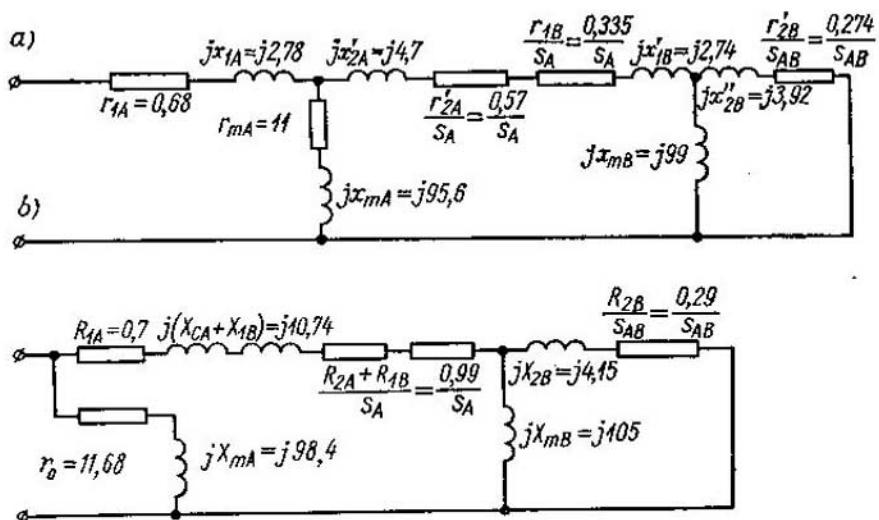


Fig. 24-6. Circuitos equivalentes del acoplamiento en cascada de dos motores asincrónicos

Los parámetros del circuito derivado de dos circuitos conectados en paralelo se pueden reducir a resistencias equivalentes conectadas en serie, donde, para simplificar, se desprecia la resistencia óhmica del circuito magnetizante. Entonces,

la resistencia equivalente es

$$\begin{aligned}
 Z_e &= R_e + jX_e = \frac{\frac{R_{2B}}{s_{AB}} X_{mB}^2}{\left(\frac{R_{2B}}{s_{AB}}\right)^2 + (X_{2B} + X_{mB})^2} + \\
 &\quad + j \frac{\left(\frac{R_{2B}}{s_{AB}}\right)^2 X_{mB} + X_{2B} X_{mB} (X_{2B} + X_{mB})}{\left(\frac{R_{2B}}{s_{AB}}\right)^2 + (X_{2B} + X_{mB})^2} = \\
 &= \frac{\frac{0,29}{s_{AB}} 105^2}{\left(\frac{0,29}{s_{AB}}\right)^2 + (4,15 + 105)^2} + j \frac{\left(\frac{0,29}{s_{AB}}\right)^2 \cdot 105 + 4,15 \cdot 105 (4,15 + 105)}{\left(\frac{0,29}{s_{AB}}\right)^2 + (4,15 + 105)^2} = \\
 &= \frac{3190 s_{AB}}{0,084 + 11900 s_{AB}^2} + j \frac{8,82 + 47500 s_{AB}^2}{0,084 + 11900 s_{AB}^2}.
 \end{aligned}$$

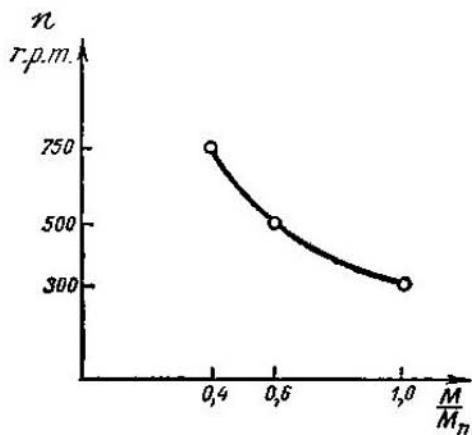


Fig. 24.7. Relación $n = f(M/M_n)$

$$I_0 = \frac{17,30}{98,8} = 17,5 \text{ A}; \quad \cos \varphi_0 = \frac{11,68}{98,8} = 0,118.$$

2) $s_A = +0,05$; $s_{AB} = -0,581$. En este caso

$$\frac{R_{2A} + R_{1B}}{s_A} = \frac{0,99}{0,05} = 19,8 \Omega; \quad \frac{R_{2B}}{s_{AB}} = \frac{0,29}{-0,581} = -0,5 \Omega;$$

$$R_{1A} = 0,7 \Omega; \quad j(X_{c.c.A} + X_{1B}) = j 10,74 \Omega;$$

$$jX_{1B} = j 4,15 \Omega; \quad jX_{mB} = j 105 \Omega;$$

$$Z_e = -0,472 + j 3,99;$$

$$Z_{arr} = (0,7 + 19,8 - 0,472) + j(10,74 + 3,99) = 20,03 + j 14,73;$$

$$Z_{arr} = \sqrt{20,03^2 + 14,73^2} = 25 \Omega;$$

$$I_{arr} = \frac{1730}{25} = 69,3 \text{ A}; \quad \cos \varphi_{arr} = 0,805.$$

De modo semejante se calcula I_{arr} y $\cos \varphi_{arr}$ para otros valores del resbalamiento. Los datos del cálculo se dan en la tabla 24-3.

Determinemos los valores de las impedancias Z_{arr} , de la corriente I_{arr} y del $\cos \varphi_{arr}$ del circuito principal de la cascada para los distintos valores más esenciales del resbalamiento de la cascada, que ofrecen la posibilidad de trazar los vectores de las corrientes y, correspondientemente, los diagramas circulares de la cascada:

$$1) s_A = 0; \quad s_{AB} = -1.$$

Este régimen corresponde a la marcha en vacío del primer motor A conectado al circuito cuando queda solamente el circuito magnetizante sacado a los terminales. En este caso

$$r_0 = 11,68 \Omega; \quad jX_{mA} = j 98,4 \Omega; \\ Z_0 = 98,8 \Omega;$$

Valiéndose de los datos del cálculo se puede construir el diagrama circular de la corriente, que representa dos circunferencias que se cortan cerca del punto $s_A = 1,0$.

La curva de momentos en el árbol de la cascada para distinta velocidad de rotación se muestra en la fig. 24-7.

Tabla 24-3

s_A	$-\infty$	-0,2	-0,05	0	+0,05	0,2
s_{AB}	$+\infty$	-1,135	-1,066	-1,083	-9,34	1,0
I_{arr}	117	112,2	71	17,6	69,3	111
$\cos \varphi_{arr}$	0,0322	-0,291	-0,793	0,185	0,81	0,329

Continuación

s_A	0,585	0,6	0,61	0,65	1,0	1,5
s_{AB}	-0,0292	0	0,0122	0,081	0,161	1,5
I_{arr}	102	14,95	55	110	116	117
$\cos \varphi_{arr}$	-0,392	0,0203	0,77	0,332	0,14	0,1035

CAPÍTULO XXV

MOTORES ASINCRÓNICOS MONOFÁSICOS

25-1. Principio de funcionamiento de un motor asincrónico monofásico

Los motores monofásicos se alimentan por la red monofásica de corriente alterna. En concordancia con esto estos motores tienen en el estator un devanado de trabajo conectado a la red. El devanado del rotor de un motor monofásico se hace en jaula de ardilla. En el estator se coloca también el devanado auxiliar

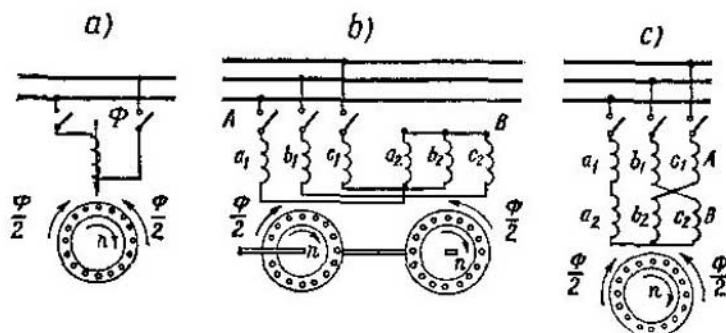


Fig. 25-1. Principio de funcionamiento de un motor monofásico

de arranque que corrientemente se conecta a la red sólo en el período de arranque del motor. El destino de este devanado se aclarará a continuación.

Examinemos el funcionamiento de un motor monofásico al principio en el régimen cuando el devanado de arranque está desconectado.

El devanado de trabajo de un motor monofásico, situado en el estator (fig. 25-1, a), se alimenta por la red monofásica de corriente alterna. La corriente de este devanado crea un campo magnético pulsante que puede ser descompuesto en dos campos de igual amplitud, igual a la mitad de la amplitud del campo pulsante, y que giran en sentidos contrarios a una misma velocidad.

A base de lo dicho el motor monofásico es equivalente a dos motores trifásicos iguales, cuyos rotores están situados en un mismo árbol, y los devanados de los estatores están conectados en serie de tal modo que los campos magnéticos creados por ellos giran en el espacio en sentidos contrarios (fig. 25-1, b). Estos dos motores son, a su vez, equivalentes a un motor trifásico con dos devanados trifásicos iguales conectados en serie, que crean campos que giran en sentidos contrarios (fig. 25-1, c).

Tanto en el motor monofásico real, como en sus dos modelos indicados las corrientes inducidas en los devanados del rotor por los campos giratorios del estator, que entran en acción reciproca con estos campos, crean, estando el motor inmóvil, momentos electromagnéticos iguales y recíprocamente opuestos, como resultado de lo cual el momento de rotación resultante resulta igual a cero, y el motor no puede arrancar incluso si no existe par de frenado en el árbol.

Si se pone en rotación el rotor del motor en cualquier sentido, por ejemplo, en el sentido de rotación del campo del devanado A (fig. 25-1, c), con la velocidad n , entonces este campo inducirá en el devanado del rotor corriente con una frecuencia igual a

$$f_{2A} = p(n_1 - n) = \frac{n_1 - n}{n_1} pn_1 = sf_1, \quad (25-1)$$

donde s es el resbalamiento del rotor con respecto al campo A.

Con respecto al campo del devanado B, que gira en sentido contrario, el rotor tendrá una velocidad relativa igual a la suma de las velocidades del campo y del rotor, y por eso la frecuencia de la corriente inducida en el devanado del rotor será

$$f_{2B} = p(n_1 + n) = p[2n_1 - (n_1 - n)] = (2-s)f_1, \quad (25-2)$$

donde $(2-s)$ es el resbalamiento del rotor con respecto al campo de rotación inversa.

Consideraremos que el momento M_A , creado por el devanado A y dirigido en el sentido de rotación del rotor, es positivo. Entonces, el momento M_B , creado por el campo de rotación inversa del devanado B, será negativo y, evidentemente, será de frenado.

La curva de variación del momento M_A en función del resbalamiento tendrá el mismo carácter que en un motor asincrónico trifásico, y con el aumento de la velocidad del rotor el momento positivo aumenta hasta cierto máximo, y cuando $s = 0$ se hace igual a cero.

Siendo $0 < s < 1$ el resbalamiento con respecto del campo giratorio inverso $2-s > 1$, y el motor con respecto a este campo funciona en el régimen de frenado. Cuando $1 < s < 2$, es decir, cuando el rotor gira en el sentido del campo del devanado B, el resbalamiento respecto de este campo $2-s$ será $0 < 2-s < 1$. Con respecto a este campo el régimen será de motor, mientras que con

respecto al campo del devanado A , el régimen será de frenado. Considerando que los momentos son positivos, cuando actúan en el sentido de rotación del campo A , obtendremos las curvas de los momentos M_A y M_B de los devanados A y B , representadas en la fig. 25-2.

El momento resultante

$$M = M_A + M_B \quad (25-3)$$

también está representado en la fig. 25-2.

Como se desprende de los razonamientos generales y de la fig. 25-2, cuando $s=1$ tenemos que $M=0$ y el motor no puede ponerse independientemente en movimiento si en el estator existe sólo un devanado monofásico, y las condiciones de su funcionamiento al girar el rotor en uno u otro sentido con igual velocidad n son iguales.

Fig. 25-2. Momento de rotación de un motor monofásico

to si en el estator existe sólo un devanado monofásico, y las condiciones de su funcionamiento al girar el rotor en uno u otro sentido con igual velocidad n son iguales.

25.2. Circuito equivalente de un motor monofásico

A base de lo dicho, el circuito equivalente de un motor monofásico tiene la forma representada en la fig. 25-3, donde el circuito secundario con las resistencias x'_2 y r'_2/s corresponde al campo

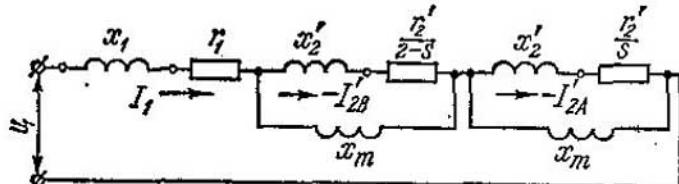


Fig. 25-3. Circuito equivalente de un motor asincrónico monofásico.

giratorio directo, y con las resistencias x'_2 y $r'_2/(2-s)$ corresponde al campo giratorio inverso.

Examinaremos el funcionamiento del motor cuando gira en el sentido del campo giratorio directo ($-\infty < s < 1$) y uniremos el par izquierdo de circuitos en paralelo de la fig. 25-3 en un circuito común. La resistencia de este circuito será

$$Z_{2-s} = \frac{\left(\frac{r'_2}{2-s} + jx'_2\right)jx_m}{\frac{r'_2}{2-s} + jx'_2 + jx_m} = \frac{\frac{r'_2}{2-s} + jx'_2}{1 + \frac{r'_2}{x_m} - j\frac{r'_2}{(2-s)x_m}} \approx \frac{\frac{r'_2}{2-s}}{\frac{1}{x_m}} + j\frac{x'_2}{x_m}, \quad (25-4a)$$

donde

$$\sigma_2 = 1 + \frac{r'_2}{x_m} \quad (25-4b)$$

es un coeficiente de corrección igual al coeficiente de dispersión del rotor.

Aquí hemos despreciado la parte imaginaria $jr'_2/(2-s)x_m$ que en la gama examinada del resbalamiento s es relativamente pequeña.

Después de esta unión, el circuito equivalente adquiere la forma representada en la fig. 25-4, a. Saquemos en este circuito

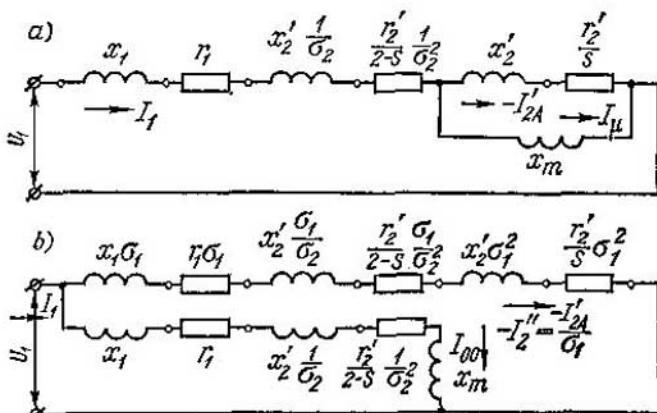


Fig. 25-4. Circuitos equivalentes precisados de un motor asincrónico monofásico

el circuito en paralelo con la resistencia x_m a los terminales primarios. Entonces obtendremos el circuito equivalente de la fig. 25-4, b, donde el coeficiente de corrección σ_1 , si se desprecia su parte imaginaria, es igual a

$$\sigma_1 = 1 + \frac{x_1 + x_2 \frac{1}{\sigma_2}}{x_m} \quad (25-5)$$

En el circuito magnetizante (fig. 25-4, b) se puede hacer $s = 0$, puesto que en este circuito x_m es grande en comparación con las otras resistencias de este circuito.

La corriente en vacío ideal ($s = 0$), igual a la corriente del circuito magnetizante del circuito de la fig. 25-4, b, teniendo en cuenta la resistencia óhmica del circuito magnetizante r_m será

$$I_{00} = \frac{U_1}{\left(r + \frac{r'_2}{2} \frac{1}{\sigma_2^2} + r_m \right) + j \left(x_1 + x_2 \frac{1}{\sigma_2} + x_m \right)} \quad (25-6)$$

y la corriente del circuito principal del circuito de la fig. 25-4, b será igual a

$$-I_2'' = \frac{U_1}{\left(r_1 \sigma_1 + \frac{r'_2}{s} \sigma_1^2 + \frac{r'_2}{2-s} \frac{\sigma_1}{\sigma_2^2} \right) + i \left(x_1 \sigma_1 + x'_2 \sigma_1^2 + x'_2 \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right)}. \quad (25-7)$$

A base del circuito equivalente de la fig. 25-4, b se puede escribir las expresiones para las potencias, los momentos y las pérdidas en los devanados.

Las pérdidas en el régimen de marcha en vacío ideal ($s=0$) son

$$p_{\text{cob},0} = I_{20}^2 \left(r_1 + \frac{r'_2}{2} \frac{1}{\sigma_2^2} + r_m \right). \quad (25-8)$$

Para los resbalamientos $s=0$ y $s=2$ las resistencias óhmicas r'_2/s y $r'_2/(2-s)$ se hacen respectivamente iguales a la infinidad, por lo cual corriente del circuito principal $I_2''=0$.

En el caso en que $s \neq 0$ las pérdidas en los circuitos primario y secundario aumentan en la magnitud

$$p_{\text{cob}1} = I_2''^2 r_1 \sigma_1; \quad p_{\text{cob}2} = I_2''^2 \left(r'_2 \sigma_1^2 + r'_2 \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right). \quad (25-9)$$

La potencia electromagnética transmitida del circuito primario al secundario es

$$P_{\text{e.m.}} = P_{\text{e.m.} A} + P_{\text{e.m.} B} = I_2''^2 \frac{r'_2}{s} \sigma_1^2 + I_2''^2 \frac{r'_2}{2-s} \times \\ \times \frac{\sigma_1}{\sigma_2^2} \approx 2 I_2''^2 r'_2 \frac{1}{s(2-s)}. \quad (25-10)$$

La potencia correspondiente al momento electromagnético del motor es

$$P_M = P_{\text{e.m.} A} - P_{\text{e.m.} B} \approx 2 I_2''^2 r'_2 \frac{1-s}{s(2-s)} = \\ = p_{\text{cob}2} \frac{1-s}{s(2-s)}. \quad (25-11)$$

En el régimen de marcha en vacío ideal ($s=0$) y en el régimen de cortocircuito ($s=1,0$) tendremos que $P_M=0$, puesto que en el primer caso $I_2''=0$, y en el segundo caso $(1-s)=0$

En el caso de pequeños resbalamientos correspondientes a los regímenes de funcionamiento del motor, se puede aceptar que $s^2=0$, por lo cual

$$P_M \approx \frac{p_{\text{cob}2}}{2} \frac{1-s}{s} = I_2''^2 r'_2 \frac{1-s}{s}. \quad (25-12)$$

El resbalamiento del motor puede ser determinado valiéndose de la fórmula (25-10):

$$s(2-s) = \frac{p_{\text{cob}2}}{P_{\text{e.m.}}}. \quad (25-13)$$

La potencia mecánica del motor, en virtud de la ecuación (25-11), en los límites de los resbalamientos de trabajo es

$$P_{\text{mec}} = P_M (1-s) = \frac{(1-s)^2}{s(2-s)} P_{\text{corb}} = \frac{(1-s)^2}{s(2-s)} 2I_2' r_2'. \quad (25-14)$$

25-3. Diagrama circular de un motor monofásico

La influencia del resbalamiento s en la zona examinada de su variación ($-\infty < s < 1$) sobre la magnitud de la corriente del circuito magnetizante del circuito de la fig. 24-4, b no es muy grande, y la corriente de este circuito se puede aceptar igual a su valor para $s=0$ [véase la igualdad (25-6)]. En la zona de cargas normales ($0 < s \ll 1$), en el denominador de la fórmula (25-7) el término

$$\frac{r_2'}{s} \sigma_1^2$$

tiene un significado predominante en comparación con el término

$$\frac{r_2'}{2-s} \frac{\sigma_1}{\sigma_2^2},$$

por lo cual este último puede ser sustituido por el término

$$\frac{r_2'}{2-s} \sigma_1^2,$$

y la suma de estos dos términos será

$$\frac{r_2'}{s} \sigma_1^2 + \frac{r_2'}{2-s} \frac{\sigma_1}{\sigma_2^2} \approx \frac{r_2'}{s} \sigma_1^2 + \frac{r_2'}{2-s} \sigma_1^2 = \frac{2r_2' \sigma_1^2}{q},$$

donde

$$q = s(2-s). \quad (25-15)$$

Entonces, en lugar de la fórmula (25-7) obtenemos:

$$-I_2' = \frac{U_1}{\left(r_1 \sigma_1 + \frac{2r_2' \sigma_1^2}{q}\right) + j\left(x_1 \sigma_1 + x_2' \sigma_1^2 + x_2' \frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)}. \quad (25-16)$$

Cuando q varía en los límites $-\infty \leq q \leq +\infty$, el final del vector de la corriente $-I_2'$, como en el caso examinado en el § 21-2, describe una circunferencia de diámetro

$$D = \frac{U_1}{x_1 \sigma_1 + x_2' \sigma_1^2 + x_2' \frac{\sigma_1}{\sigma_2}}. \quad (25-17)$$

Como resultado, para un motor monofásico obtenemos el diagrama representado en la fig. 25-5. La construcción de este dia-

grama y sus escalas se realiza análogamente a la construcción del diagrama circular aproximado de un motor trifásico con la única diferencia de que en lugar de la escala del resbalamiento s obtenemos la escala del parámetro q , mientras que el valor de s es necesario determinarlo en función de q valiéndose de la relación

$$s = 1 - \sqrt{1 - q}, \quad (25-18)$$

que se desprende de la fórmula (25-15). En este caso es menester tener en cuenta que el diagrama es válido para $-\infty \leq s \leq 1$

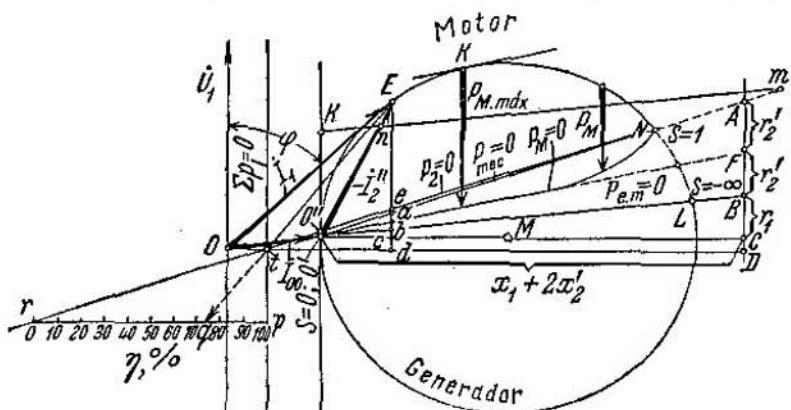


Fig. 25-5. Diagrama circular de un motor asincrónico monofásico

y correspondientemente para los valores de q en los límites $-\infty \leq q \leq 1$.

Así pues, el diagrama circular de un motor asincrónico monofásico tiene una escala doble del parámetro s (véase el § 21-1, p.C),

CAPITULO XXVI

REGIMENES ESPECIALES Y TIPOS DE MÁQUINAS ASINCRÓNICAS

26-1. Frenado eléctrico de los motores asincrónicos

El cumplimiento correcto del proceso de producción requiere en toda una serie de instalaciones un frenado rápido y suave del motor, que sucede en concordancia exacta con el diagrama dado de velocidades. El frenado se puede realizar por vía mecánica o eléctrica, pero el frenado eléctrico posee una serie de ventajas ante el frenado mecánico, en particular en aquellos casos cuando se exige una regulación precisa del momento de parada y suavidad de la operación.

Existen tres métodos principales de frenado eléctrico de los motores asincrónicos: a) régimen de contracorriente o régimen de freno electromagnético, b) régimen de frenado por generador y c) régimen de frenado dinámico.

A. **Frenado del motor por el método de contracorriente.** Al frenar el motor por este método se cambia el sentido de rotación del campo comutando dos conductores de línea cualesquiera de los que están conectados al estator. En este caso el rotor gira en sentido contrario al campo con el resbalamiento $s > 1$. Si el motor tiene rotor con anillos de contacto, entonces para limitar la contracorriente, en el circuito del rotor se intercala una resistencia óhmica r_{ad} . Ya vimos (véase la fig. 22-4) que con el aumento de r_{ad} el máximo del momento, permaneciendo constante de magnitud, se desplaza hacia el lado de cada vez mayores resbalamientos positivos. Por consiguiente, se puede tomar tal resistencia r_{ad} , con la cual el motor asincrónico, pasando al régimen de freno electromagnético, desarrolle el par de frenado necesario. Pero, en este caso, las curvas de $M = f(s)$ se hacen muy suaves.

En la fig. 26-1 se muestra el circuito que ha obtenido mayor divulgación. Su particularidad característica consiste en que, en primer lugar, durante el frenado el estator del motor se conecta a la red como monofásico y, en segundo lugar, en que dos devanados de fase están cortocircuitados. Es sobre todo de gran

importancia esta última circunstancia, puesto que sin el circuito cortocircuitado tendríamos un motor monofásico corriente sin régimen de frenado.

El análisis de este circuito demuestra que todo sucede como si tuviéramos en un mismo árbol dos motores trifásicos que desarrollan momentos dirigidos en sentidos opuestos. Las características de frenado de este circuito son favorables. A los defectos de este

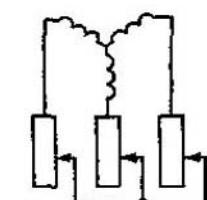
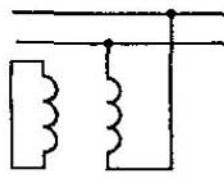


Fig. 26-1. Circuito de frenado de un motor asincrónico

circuito se refieren: peor utilización de la máquina monofásica en comparación con la trifásica, la influencia desfavorable de la carga monofásica en la simetría de la tensión de la red trifásica y un factor de potencia reducido de la máquina. No obstante, en la mayoría de los casos estos defectos no tienen gran importancia.

B. Régimen de frenado por generador. Este régimen se emplea principalmente en los motores con conmutación de los polos. Si el motor funciona con el menor número de polos $2p$, es decir, con la mayor velocidad $n_1 = f/p$, entonces, comutándolo al mayor número de polos $2 \cdot 2p$, realizaremos el frenado por generador en los límites desde $n_1 = f/p$ hasta $n'_1 = f/2p$. Para continuar frenado hasta una velocidad inferior a n_1 , hay que hacer pasar la máquina al régimen de contracorriente.

El régimen de frenado por generador se emplea también en los mecanismos de elevación y transporte al bajar cargas pesadas. En este caso la máquina devuelve a la red la energía recibida debido a la carga que descende.

C. Régimen de frenado dinámico. En este caso el estator se desconecta de la red y se excita por la corriente continua de una fuente cualquiera de corriente continua: un excitador o un rectificador. En la fig. 26-2 se representa uno de los circuitos posibles. Aquí, *Est* es el estator, dos devanados de fase del cual se alimentan durante el frenado por el rectificador seco *RS*; *Rot* es el rotor en cortocircuito; *Int 1* e *Int 2* son los interruptores que conectan el rectificador durante el frenado. Son posibles también otros circuitos de conexión de los devanados del estator, por ejemplo: los tres devanados de fase conectan en serie por el esquema (*A-X*)—(*Y-B*)—(*Z-C*), dos devanados paralelos se conectan en serie con el tercero, etc.

En el circuito de la fig. 26-2 se ve que en el régimen de fre-

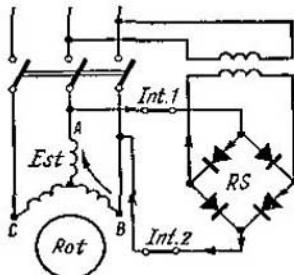


Fig. 26-2. Circuito de frenado dinámico de un motor con rotor en cortocircuito

nado dinámico la máquina asincrónica representa un generador sincrónico inverso en el que el estator crea un campo magnético inmóvil en el espacio, y el rotor es el inducido del generador. La energía de frenado se absorbe en el rotor. En los motores con anillos de contacto, durante el frenado se puede insertar la resistencia r_{eq} y con esto influir sobre la curva del momento de frenado de la máquina, que como muestra el análisis es casi igual que la curva del momento de una máquina asincrónica.

En los motores de jaula de ardilla la variación del par de frenado se alcanza regulando la tensión de la corriente continua. En este caso se deben considerar las fuerzas de tracción unilateral entre el estator y el rotor.

26-2. Funcionamiento de un motor asincrónico en el régimen de alimentación doble (bilateral) [190 b]

Habitualmente al motor asincrónico se suministra energía eléctrica sólo por el lado del estator. Pero en los motores con anillos de contacto se puede suministrar la energía a ambas partes de la máquina, es decir, al estator y al rotor, conectando para ello sus devanados en serie o en derivación.

Este motor se llama motor de alimentación doble o bilateral.

Supongamos que el estator y el rotor están conectados en paralelo (fig. 26-3), y aclaremos las condiciones necesarias para el funcionamiento de un motor de alimentación bilateral. La corriente I_1 , suministrada de la red al estator, crea una f.m., el primer armónico de la cual gira con respecto del estator con la velocidad $n_1 = f/p$.

La corriente I_2 , suministrada de la red al rotor, crea una f.m. que gira con respecto del rotor con la velocidad $n_2 = n_1 = f/p$. El sentido de rotación de esta f.m. puede coincidir con el sentido de rotación del rotor y puede ser contrario a este último. Si n es la velocidad de rotación del rotor, entonces, en el primer caso, la velocidad de rotación de la f.m. del rotor en el espacio es igual a $n + n_s$, y, en el segundo caso, a $n - n_s$.

Para crear el momento de rotación es necesario que las f.m. del estator y del rotor (los primeros armónicos) sean inmóviles una respecto a otra, o sea, que

$$n_1 = n \pm n_s \text{ o bien } n = n_1 \mp n_s. \quad (26-1)$$

En la última expresión del signo superior se refiere al caso cuando la f.m. del rotor gira en el mismo sentido que el rotor, y el inferior, al caso cuando gira en sentido contrario al rotor.

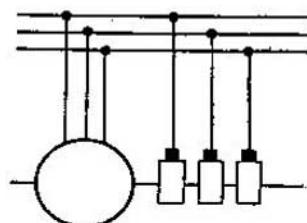


Fig. 26-3 Máquina de alimentación doble

Dado que $n_1 = n_2$, el motor funciona en el régimen de alimentación bilateral siendo a) $n = 0$ y b) $n = 2n_1$. En el segundo caso tenemos una máquina que gira con doble velocidad sincrónica y que posee una serie de propiedades de la máquina sincrónica. En particular, para realizar el régimen de doble velocidad el motor debe ser acelerado hasta esta velocidad por medios ajenos. También es un defecto de esta máquina su mayor tendencia a las oscilaciones.

Si $U = \text{const}$, prácticamente permanece también constante el flujo Φ de la máquina de la alimentación bilateral y, por consiguiente, la f.m. resultante \hat{F}_m de los devanados del rotor y el estator. En el régimen de marcha en vacío los ejes de las f.m. de los devanados del estator \hat{F}_1 y del rotor \hat{F}_2 coinciden, por lo cual, considerando \hat{F}_1 y \hat{F}_2 como vectores espaciales, se puede escribir que

$$\hat{F}_1 + \hat{F}_2 = \hat{F}_m.$$

Durante la carga del motor su rotor se desplaza cierto ángulo θ con respecto al estator y entonces

$$\hat{F}_1 + \hat{F}_2 e^{-j\theta} = \hat{F}_m,$$

a lo que corresponde el diagrama vectorial de la fig. 26-4. En este caso aumentan correspondientemente las magnitudes de las f.m. \hat{F}_1 y \hat{F}_2 y simultáneamente aumentarán las corrientes en el estator y en el rotor.

El motor de alimentación bilateral puede también funcionar en el régimen de velocidad asincrónica, pero, en este caso, la máquina

Fig. 26-4. Diagrama de f.m. de un motor de alimentación doble

entrega a la red corrientes con frecuencia de resbalamiento, cosa que se refleja negativamente tanto en el funcionamiento de la red, como de los generadores sincrónicos que la alimentan. Por esta razón, el significado práctico de la máquina asincrónica de alimentación bilateral en los regímenes de velocidades sincrónica y asincrónica no es muy grande. En el caso general la máquina de alimentación bilateral puede funcionar alimentada por la red con distintas tensiones y frecuencias y tener un estator y un rotor con distintos parámetros.

Este caso fue investigado por V. T. Kasyanov, que dio las expresiones generales para las corrientes y f.e.m. de esta máquina, y que mostró que se puede considerar como un caso general de las máquinas de corriente alterna.

Las máquinas de alimentación bilateral, tanto las trifásicas, como sobre todo las monofásicas, tienen gran aplicación en los sistemas de enlace por aparatos sincrónicos.

26-3. Embrague electromagnético deslizante

El embrague electromagnético deslizante se emplea para el enlace elástico entre el motor primario y el mecanismo accionado. Este embrague está compuesto por a) la parte conducida, generalmente la interior, que prácticamente representa el rotor de una máquina asincrónica con devanado de fase o, con más frecuencia, en jaula, y b) la parte conductora, la exterior, con polos salientes excitados por corriente continua. La parte conducida del embrague está acoplada mecánicamente con el mecanismo accionado; la parte conductora, con el motor primario.

Durante la rotación la parte conductora excitada entra en interacción electromagnética con la parte conducida y la arrastra con cierto resbalamiento s , así como el campo giratorio de un motor asincrónico arrastra el rotor. En el régimen de funcionamiento estable $s = 1 - 2\%$.

Regulando la corriente de excitación tenemos la posibilidad de embragar y desembragar simple y muy suavemente las partes conductora y conducida. Al mismo tiempo, correspondientemente a cada valor dado de la corriente de excitación el embrague desarrolla un momento de vuelco determinado y, por consiguiente, es una especie de seguro que protege al motor primario contra las sobrecargas excesivas y los saltos de la carga. Haciendo la parte conducida con dos jaulas de ardilla se puede obtener un embrague que desarrolla pares de arranque bastante considerables. La rama principal de aplicación de los embragues electromagnéticos son las instalaciones de hélice en los barcos. En la actualidad estos embragues se emplean en las instalaciones aerodinámicas. La potencia de una de estas instalaciones es de 8800 kW.

26-4. Máquinas asincrónicas para dispositivos automáticos

En los dispositivos automáticos, telemecánicos y de calcular se emplean diversas máquinas eléctricas de potencia muy pequeña (las así llamadas micromáquinas). Ante estas máquinas se plantean altas exigencias en lo que se refiere a la precisión de su funcionamiento, en relación con lo cual su fabricación tiene el carácter de la fabricación de aparatos de mecánica de precisión. A continuación se estudian solamente algunos tipos de estas máquinas.

A. Máquinas bifásicas con rotor hueco. Estas máquinas encuentran amplia aplicación en calidad de motores accionados (servomotores). En los esquemas de la automática estos motores deben reaccionar a la variación de una magnitud eléctrica determinada (señal) y de acuerdo con la intensidad y la duración de la acción de esta magnitud ejercer una influencia determinada en otros elementos del dispositivo automático.

La construcción del motor con rotor hueco se muestra en la fig. 26-5. El estator 2 de este motor es de construcción análoga

al estator de una máquina asincrónica normal y tiene un devanado 5 compuesto por dos fases desplazadas en el espacio una de la otra a 90 grados eléctricos. El motor tiene también un estator interior 4, es decir, un paquete fijo de hojas de acero para transformadores. El fin de este estator consiste en disminuir la resistencia del circuito magnético del motor. El rotor 3 del motor está hecho en forma de un cilindro hueco de paredes delgadas (menos de un milímetro) de metal o aleación magnética (por lo general de aluminio). El rotor está sujeto al casquillo 1 por intermedio del cual el movimiento se transmite al árbol. Con esta construcción el rotor posee una inercia insignificante, cosa de extraordinaria importancia desde el punto de vista de la rapidez de respuesta del motor a la aparición o desaparición de la señal.

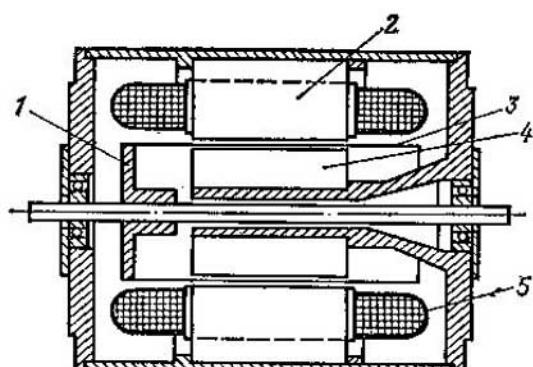


Fig. 26-5. Máquina asincrónica bifásica con rotor hueco
 1 — casquillo del rotor; 2, 4 — estator; 3 — rotor hueco; 5 — devanado del estator

ción y durante el trabajo del dispositivo automático está conectado a una tensión de corriente continua de magnitud constante U_{ex} . La otra fase es el devanado de control al cual se transmite la así llamada señal en forma de tensión de corriente alterna U_{sen} de la misma frecuencia (fig. 26-6). La tensión de la señal está desfasada 90° de la tensión de excitación y puede variar desde cero hasta una magnitud determinada.

El sistema bifásico asimétrico de tensiones U_{ex} , U_{sen} (fig. 26-6, a) puede ser descompuesto en el sistema de tensiones de secuencia directa (fig. 26-6, b) de la magnitud

$$U_t = \frac{U_{ex} + jU_{sen}}{2}$$

y el sistema de tensiones de secuencia inversa (fig. 26-6, c) de la magnitud

$$U_s = \frac{U_{ex} - jU_{sen}}{2}.$$

Cuando la tensión de señal U_{sen} es igual a cero, entonces $U_t = U_s$, el motor no desarrolla momento de rotación y el rotor está inmóvil. Cuando $U_{sen} > 0$ tendremos que $U_t > U_s$ y el motor de-

sarrollará momento de rotación, cuyo valor prácticamente es proporcional a la tensión de señal $U_{señ}$. Si este momento es mayor que el momento de resistencia en el árbol, entonces el motor se pondrá inmediatamente en rotación.

Las máquinas con rotor hueco se emplean ampliamente también en calidad de generador tacométrico. En este caso el devanado de

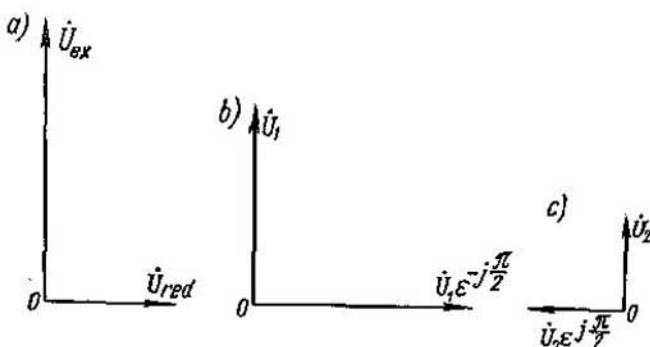


Fig. 26-6. Tensión de un sistema bifásico: a—tensión de los devanados; b—tensión de secuencia directa; c—tensión de secuencia inversa

excitación se conecta a una tensión de corriente alterna de magnitud constante, como resultado de lo cual surge un flujo magnético pulsante Φ_{ex} (fig. 26-7). Cuando el rotor permanece inmóvil este flujo inducirá en el rotor sólo la así llamada f.e.m. estática, como resultado de lo cual surgen las corrientes i_1 (fig. 26-7), el flujo debido a las cuales actuará también por el eje del devanado de excitación y no inducirá f.e.m. en el devanado de control. No obstante, al girar el rotor, en éste se inducen también f.e.m. dinámicas y surgen las corrientes i_2 (fig. 26-7), el flujo debido a las cuales está dirigido por el eje del devanado de control, pulsa con la frecuencia de la corriente del devanado de excitación e induce en el devanado de control una f.e.m., cuya magnitud es prácticamente proporcional a la velocidad de rotación.

En los dispositivos automáticos el generador tacométrico es un elemento de medida de la velocidad de rotación y actúa sobre un elemento determinado del circuito por medio de la f.e.m. inducida en el devanado de control.

B. Transformadores giratorios. En los dispositivos automáticos surge la necesidad de obtener tensiones que son funciones del ángulo de giro α de un mecanismo determinado. Estas tensiones actúan,

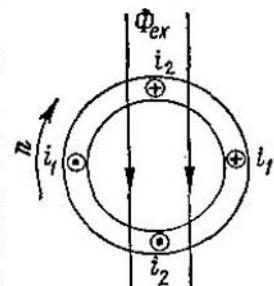


Fig. 26-7. Corrientes del rotor de un generador tacométrico

a su vez, sobre otros elementos del sistema realizando la regulación en función del ángulo de giro.

Para semejantes fines se emplean los transformadores giratorios (fig. 26-8), análogos por su construcción a las máquinas asincrónicas normales con dos devanados (S, K) en el estator y dos devanados semejantes (A, B) en el rotor. En estos transformadores se toman medidas para que la distribución de la inducción magnética a lo largo del entrehierro sea en lo posible próxima a la sinusoidal. Si en estas condiciones uno de los devanados del estator, por ejemplo, el devanado S en la fig. 26-7, se alimenta con corriente alterna,

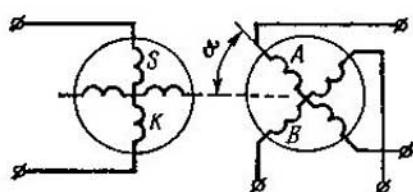


Fig. 26-8. Circuito de conexión de los devanados de un transformador rotatorio de senos y cosenos

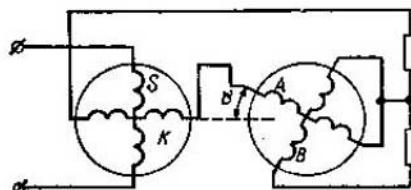


Fig. 26-9. Circuito de conexión de los devanados de un transformador rotatorio lineal

entonces en los devanados A y B del rotor se inducirán f.e.m. proporcionales respectivamente a $\sin \alpha$ y $\cos \alpha$. Este transformador se llama de senos y cosenos y las tensiones de los devanados A y B serán también proporcionales a $\sin \alpha$ y $\cos \alpha$, si estos devanados y sus cargas externas son iguales. En el caso contrario surgen distorsiones provocadas por el flujo de la reacción transversal dirigido perpendicularmente al eje del devanado S . Estas distorsiones se pueden reducir al mínimo cortocircuitando el devanado K a una resistencia pequeña exterior. Esta medida se llama simetrización o equilibraje.

Si se conectan los devanados según el circuito de la fig. 26-9 y el devanado S se alimenta con corriente alterna, entonces la tensión en los bornes de los devanados A y K conectados en serie, siendo $\alpha = 0 - 65^\circ$, variará prácticamente proporcionalmente al ángulo α . En este caso, con el fin de simetrización, el devanado B se cortocircuita a una resistencia exterior. Este tipo de transformador giratorio se llama de línea.