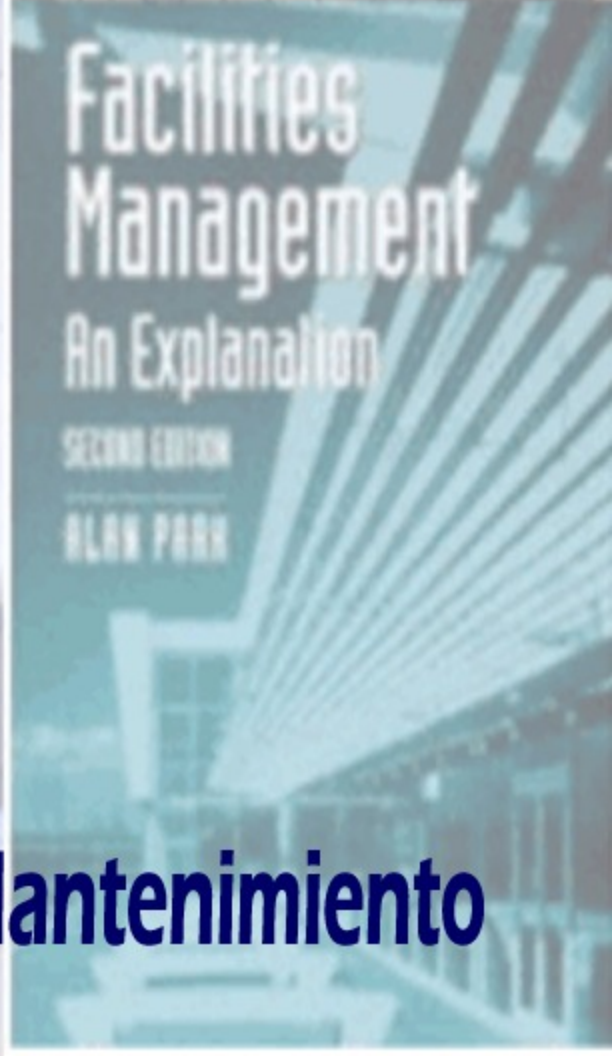


A collage of engineering-related images including a wrench, a ruler, a compass, and technical drawings.

# Manual del Ingeniero de Mantenimiento

**Gestión Moderna del Mantenimiento**

**facilities  
management**  
MIDDLE EAST





# Índice general

0.1. Forma de evaluación . . . . .	3
<b>I Bases Generales</b>	<b>5</b>
<b>1. La función mantención</b>	<b>7</b>
1.1. Introducción . . . . .	7
1.1.1. Una función de apoyo . . . . .	7
1.2. Tipos de intervención de mantención . . . . .	8
1.3. Clases de actividades . . . . .	8
1.4. Gestión de largo plazo . . . . .	9
1.5. Gestión de mediano plazo . . . . .	9
1.5.1. Programación de intervenciones . . . . .	9
1.5.2. Control presupuestario . . . . .	10
1.6. Ejecución de intervenciones . . . . .	10
1.6.1. Gestión del personal de intervención . . . . .	10
1.7. Gestión de repuestos . . . . .	11
1.7.1. Compra de repuestos . . . . .	11
1.7.2. Gestión de bodega . . . . .	11
1.8. Ponderación de las actividades de mantención . . . . .	11
1.9. Estrategias . . . . .	13
1.9.1. Mantención Pre-falla . . . . .	13
1.9.2. Mantención Preventiva . . . . .	14
1.9.3. Mantención predictiva . . . . .	14
<b>2. Estructura de costos</b>	<b>15</b>
2.1. Introducción . . . . .	15
2.1.1. Costo global ( $CGM, C_g$ ) . . . . .	15
2.2. Costo de intervención (CIM, $C_i$ ) . . . . .	15
2.2.1. Costos por unidad de tiempo . . . . .	16
2.2.2. Costo de repuestos . . . . .	16
2.3. Costo de fallas (CFM, $C_f$ ) . . . . .	17
2.3.1. Evaluación del costo de falla . . . . .	17
2.4. Costo de almacenamiento (CAM, $C_a$ ) . . . . .	18
2.5. Valores referenciales . . . . .	18
2.5.1. Para el costo de intervención . . . . .	18
2.5.2. Para el costo de falla . . . . .	19
2.5.3. Para el costo de almacenamiento . . . . .	20
<b>II Análisis de Fallas</b>	<b>21</b>
<b>3. Análisis de modos de falla</b>	<b>23</b>
3.1. Introducción . . . . .	23

3.1.1.	Fallas primarias	23
3.1.2.	Fallas secundarias	23
3.2.	Sistemas reparables y no reparables	24
3.3.	Análisis de modos de falla, efectos y criticidad	25
3.4.	Etapas del FMECA	26
3.4.1.	Establecer el alcance del análisis	27
3.4.2.	Recopilación de información	27
3.4.3.	Preparar la lista de componentes	28
3.4.4.	Completando las fichas	28
3.5.	Usos del FMECA	29
3.6.	Beneficios y limitaciones	30
<b>4.</b>	<b>Árboles de falla</b>	<b>31</b>
4.1.	Introducción	31
4.2.	Construcción del árbol	31
4.3.	Reglas para construir un árbol de falla	32
4.4.	Evaluación del árbol	34
4.4.1.	Procedimiento	34
4.4.2.	Análisis cualitativo	34
4.4.3.	Análisis cuantitativo	35
4.5.	Dependencia entre eventos terminales	37
4.5.1.	$A$ depende de $B$	37
4.5.2.	$A$ y $B$ mutuamente exclusivas	37
4.5.3.	Dependencias en sistemas más complejos	37
4.5.4.	$A$ y $B$ con correlación perfecta	40
4.6.	Ejemplos	40
4.6.1.	Simplificación del árbol	40
4.6.2.	Sistema de refrigeración	41
4.7.	Software para árboles de falla	43
<b>5.</b>	<b>Análisis de importancia</b>	<b>45</b>
5.1.	Introducción	45
5.2.	Medidas cuantitativas de importancia	45
5.3.	Vesely-Fussell para conjuntos mínimos	46
5.4.	Vesely-Fussell para componentes	49
5.5.	Comentarios	51
<b>6.</b>	<b>Otras técnicas de análisis de fallas</b>	<b>53</b>
6.1.	Análisis de Pareto	53
6.2.	Método de Maxer	55
6.3.	Árboles de mantención	55
6.4.	Estudios de correlación	55
<b>7.</b>	<b>Sistemas de Información de Mantención</b>	<b>59</b>
7.1.	Introducción	59
7.2.	Necesidades a satisfacer por el SIM	59
7.2.1.	Necesidades propias a la mantención	59
7.2.2.	Necesidades de funciones anexas a la mantención	60
7.3.	Funciones de un SIM	61
7.3.1.	Funciones propias al personal de intervención	61
7.3.2.	Funciones propias a planificación	62
7.3.3.	Funciones propias a la gestión	63
7.4.	Selección de un SIM	64
7.5.	Implementación	64
7.5.1.	Establecer punto de partida	64

7.5.2.	Modelos de flujos internos y externos . . . . .	66
7.5.3.	Organigrama de tareas . . . . .	66
7.5.4.	Determinación de necesidades . . . . .	67
7.5.5.	Estudio de oportunidad . . . . .	68
7.5.6.	Selección del SIM . . . . .	69
7.6.	Análisis de las funciones de un SIM . . . . .	69
7.6.1.	Trabajos . . . . .	69
7.6.2.	Gestión de repuestos y compras . . . . .	73
7.6.3.	Gestión de costos . . . . .	75
7.6.4.	Elementos de decisión . . . . .	76
7.6.5.	Recursos humanos . . . . .	78
<b>III</b>	<b>Modelos de Gestión de Operaciones</b>	<b>81</b>
<b>8.</b>	<b>Modelos de confiabilidad</b>	<b>83</b>
8.1.	Introducción . . . . .	83
8.2.	Leyes de Probabilidad . . . . .	83
8.2.1.	Ley de Poisson . . . . .	83
8.2.2.	Ley gaussiana . . . . .	83
8.2.3.	La ley exponencial . . . . .	85
8.2.4.	Ley de Weibull . . . . .	85
8.3.	Definiciones de confiabilidad . . . . .	85
8.3.1.	Confiabilidad . . . . .	85
8.3.2.	Distribución acumulada de fallas . . . . .	86
8.3.3.	Función distribución de fallas . . . . .	86
8.3.4.	Vida media . . . . .	86
8.3.5.	Tasa de falla . . . . .	86
8.3.6.	Disponibilidad . . . . .	86
8.3.7.	Diferencia entre Confiabilidad y Disponibilidad. . . . .	86
8.4.	tasa de falla definida por tramos . . . . .	88
8.5.	Modelo de Dhillon . . . . .	89
8.6.	MTBF . . . . .	91
8.6.1.	Estimación de funciones . . . . .	91
8.6.2.	Distribución exponencial . . . . .	92
8.6.3.	Desgaste mecánico, $\lambda(t) = at + b$ . . . . .	92
8.7.	Tiempo para detección . . . . .	92
8.8.	MTBF y MTTF . . . . .	92
8.9.	Tasa de reparación . . . . .	93
8.10.	Efecto de las condiciones ambientales y de operación . . . . .	94
8.11.	Modelos de confiabilidad . . . . .	95
8.11.1.	Modelo log-normal . . . . .	95
8.11.2.	Modelo de Weibull . . . . .	96
8.11.3.	Estimación de parámetros de Weibull . . . . .	97
8.11.4.	Uso del modelo de Weibull . . . . .	101
8.12.	Verificación de modelos . . . . .	101
8.12.1.	Test $\chi^2$ . . . . .	101
8.12.2.	Test de Kolmogorov-Smirnov (KS) . . . . .	103
<b>9.</b>	<b>Selección de estrategias de mantención</b>	<b>111</b>
9.1.	Objetivo . . . . .	111
9.2.	Calculo de costos de mantención . . . . .	111
9.2.1.	Mantención correctiva y mantención preventiva . . . . .	111
9.2.2.	Mantención predictiva . . . . .	112
9.3.	Selección de un tipo de mantención . . . . .	113

9.4. Ejemplo . . . . .	115
9.4.1. El equipo . . . . .	115
9.4.2. El componente . . . . .	115
9.4.3. Selección del tipo de mantención . . . . .	115
9.5. Conclusión . . . . .	116
9.6. Mejoras al modelo . . . . .	117
<b>10. Criterios para frecuencia de inspecciones</b>	<b>119</b>
10.1. Introducción . . . . .	119
10.2. Costo global mínimo si hay detención del equipo . . . . .	119
10.2.1. Modelo . . . . .	119
10.3. Costo global mínimo sin detención de equipo . . . . .	123
10.4. Costo global mínimo bajo condiciones estacionales . . . . .	125
10.5. Costo global mínimo considerando explícitamente $c_i$ y $c_f$ preventivos . . . . .	125
10.6. Disponibilidad máxima . . . . .	127
10.7. Disponibilidad máxima para equipos de emergencia . . . . .	128
10.8. Frecuencia óptima para equipos con $\lambda$ variable . . . . .	131
10.8.1. Procedimiento . . . . .	133
<b>11. Reemplazo de equipos</b>	<b>135</b>
11.1. Introducción . . . . .	135
11.2. Reemplazo sin considerar inflación . . . . .	135
11.3. Reemplazo considerando inflación . . . . .	136
11.4. Modelos de costos y de reventa (sin inflación) . . . . .	137
11.4.1. Depreciación lineal y costo lineal . . . . .	138
11.4.2. Depreciación exponencial y costo lineal . . . . .	138
11.4.3. Depreciación exponencial, costo exponencial . . . . .	138
11.5. Programación dinámica . . . . .	140
11.5.1. Reemplazo de equipos . . . . .	140
11.5.2. Ejemplo . . . . .	143
<b>12. Overhaul/reemplazo con programación dinámica</b>	<b>145</b>
12.1. Introducción . . . . .	145
12.2. Overhaul óptimo con horizonte de tiempo finito . . . . .	145
12.2.1. Descripción del modelo . . . . .	145
12.2.2. Ejemplo numérico . . . . .	146
12.3. Overhaul óptimo con horizonte de tiempo infinito . . . . .	150
12.3.1. Descripción del modelo . . . . .	151
12.3.2. Estudio de caso . . . . .	152
12.4. Costos límites para overhauls . . . . .	154
12.4.1. Descripción del modelo . . . . .	154
12.4.2. Ejemplo . . . . .	156
<b>13. Overhaul/reemplazo con programación no lineal</b>	<b>161</b>
13.1. Introducción . . . . .	161
13.2. Overhaul óptimo tasas de fallas con crecimiento exponencial . . . . .	161
13.2.1. Descripción del modelo . . . . .	161
13.2.2. Ejemplo numérico . . . . .	163
13.2.3. Mejoras al modelo . . . . .	168
13.3. Overhaul óptimo tasas de fallas con distribución Weibull . . . . .	169
13.3.1. Casos especiales . . . . .	169
13.3.2. Ejemplo numérico . . . . .	170
13.4. Overhaul óptimo considerando tasa de descuento . . . . .	171
13.4.1. Tasa de fallas con crecimiento exponencial . . . . .	171
13.4.2. Ejemplo numérico . . . . .	171



13.5. Comentarios Finales . . . . .	174
<b>14. Planificación de tareas</b>	<b>175</b>
14.1. Introducción . . . . .	175
14.2. Planificación de tiempos . . . . .	175
14.2.1. Tareas . . . . .	175
14.2.2. Tareas predecesoras . . . . .	175
14.2.3. Etapas . . . . .	175
14.2.4. Matriz de predecesoras . . . . .	176
14.2.5. Camino crítico . . . . .	179
14.3. Planificación de cargas . . . . .	179
14.3.1. Aspectos probabilísticos . . . . .	179
14.4. Planificación de costos . . . . .	182
<b>15. Gestión de repuestos</b>	<b>187</b>
15.1. Minimización del CGM sin considerar el CFM . . . . .	187
15.2. Minimización del CGM sin CFM, con demora . . . . .	189
15.2.1. Intervalo fijo . . . . .	190
15.3. Minimización del CGM considerando el CFM . . . . .	192
15.4. Nivel óptimo de alarma $S_s$ . . . . .	193
15.4.1. Distribución de fallas de Poisson . . . . .	193
15.5. Otros métodos . . . . .	197
15.5.1. Intervalos y cantidades fijas . . . . .	197
15.5.2. Items super-críticos . . . . .	198
<b>16. Redundancia y confiabilidad</b>	<b>199</b>
16.1. Introducción . . . . .	199
16.1.1. Interdependencia del equipo con otros . . . . .	199
16.1.2. Estructura interna del equipo . . . . .	199
16.2. Conceptos probabilísticos . . . . .	199
16.2.1. Configuración en serie . . . . .	199
16.2.2. Configuración en paralelo . . . . .	201
16.2.3. Configuración mixta . . . . .	201
16.2.4. Redundancia pasiva . . . . .	201
16.2.5. Redundancia activa . . . . .	202
16.3. Configuración óptima con restricción de presupuesto . . . . .	202
16.3.1. Descripción del modelo . . . . .	202
16.3.2. Ejemplo numérico . . . . .	203
16.4. Configuración óptima con restricciones de presupuesto y seguridad . . . . .	204
16.4.1. Descripción del modelo . . . . .	205
16.4.2. Ejemplo numérico . . . . .	206
16.5. Configuración óptima minimizando el costo para nivel de confiabilidad dado . . . . .	206
16.5.1. Descripción del modelo . . . . .	207
16.5.2. Ejemplo numérico . . . . .	208
16.6. Minimización de costo global con restricción de confiabilidad y varias etapas . . . . .	208
16.6.1. Modelo propuesto . . . . .	209
16.7. Redundancia óptima a costo global mínimo . . . . .	210
16.7.1. Descripción del modelo . . . . .	210
16.7.2. Ejemplo numérico . . . . .	211
16.8. Redundancia activa con componentes sujetos a reparación . . . . .	211
16.8.1. Descripción del modelo . . . . .	211
16.8.2. Ejemplo numérico . . . . .	212
16.9. Costo de falla y redundancia . . . . .	213

<b>17. Tamaño de Talleres y Cuadrillas</b>	<b>219</b>
17.1. Introducción	219
17.2. Teoría de colas	219
17.2.1. Casos estudiados	220
17.2.2. Resultados de la teoría de colas	221
17.3. Numero óptimo de maquinas para demanda fluctuante	223
17.3.1. Planteamiento del problema	223
17.3.2. Ejemplo	223
17.4. Esfuerzo óptimo de una cuadrilla	225
17.4.1. Planteamiento del problema	225
17.4.2. Descripción del modelo	225
17.4.3. Ejemplo	226
17.5. Combinación optima de maquinas diferentes	226
17.5.1. Planteamiento del problema	226
17.5.2. Descripción del modelo	227
17.5.3. Ejemplo	230
17.5.4. Comentarios	230
17.6. Tamaño optimo de la cuadrilla cuando hay subcontratistas	232
17.6.1. Planteamiento del problema	232
17.6.2. Descripción del modelo	232
17.6.3. Ejemplo	234
 <b>IV Políticas de mantención</b>	 <b>239</b>
<b>18. Mantención basada en la confiabilidad</b>	<b>241</b>
18.1. Introducción	241
18.1.1. Principios de la RBM	241
18.1.2. Como se implementa el RBM	242
18.1.3. Objetivos	242
18.1.4. Herramientas usadas por el RBM	243
18.2. Elaboración de un Plan Técnico de Mantención	243
18.2.1. Constitución de grupos	243
18.2.2. Etapas del método	244
18.2.3. Descomposición de la empresa	244
18.2.4. Etapa I: Estudio de las plantas	245
18.2.5. Etapa II: análisis de fallas	246
18.2.6. Etapa III: Elaboración del plan técnico de mantención (PMT)	251
18.2.7. Etapa IV: Optimización del plan de mantención	254
18.2.8. Resultados del RBM	255
 <b>19. Ejemplo RBM</b>	 <b>257</b>
19.1. Introducción	257
19.2. Análisis del sistema y recolección de información	257
19.2.1. Análisis del sistema	257
19.2.2. Recolección de información	258
19.3. Definición de los sistemas adyacentes	258
19.4. Descripción del sistema y diagrama funcional de bloques	258
19.4.1. Descripción del sistema piscina	259
19.4.2. Sistema Spa	259
19.4.3. Sistema de tratamiento de aguas	259
19.4.4. Diagrama funcional de bloques	260
19.4.5. Interfaces de entrada y salida	260
19.4.6. Historial de los equipos	260
19.5. Funciones del sistema y modos de fallas	260



19.6. Matriz equipos-modos de falla funcional . . . . .	260
19.7. Análisis de criticidad . . . . .	262
19.8. Selección de tareas . . . . .	262
<b>20. Mantenimiento productivo total</b> . . . . .	<b>263</b>
20.1. Introducción . . . . .	263
20.2. Objetivos . . . . .	263
20.3. Las grandes pérdidas . . . . .	264
20.4. Los conceptos básicos de TPM . . . . .	264
20.5. Las actividades esenciales para realizar TPM . . . . .	265
20.6. Mantenimiento autónoma por los operadores . . . . .	265
20.7. El plan de implantación de TPM . . . . .	266
20.8. Indicadores TPM . . . . .	268
20.8.1. Definiciones . . . . .	268
20.8.2. Ejemplo . . . . .	269
20.9. Comentarios finales . . . . .	270
<b>A. Distribuciones estadísticas</b> . . . . .	<b>271</b>
A.0.1. Ley Chi-cuadrado . . . . .	271
A.0.2. Ley de Student . . . . .	271
A.0.3. Ley de Fisher . . . . .	271
<b>B. Tarea: Planificación de parada mayor</b> . . . . .	<b>273</b>
<b>C. Cuestionario de evaluación de SIM</b> . . . . .	<b>275</b>
C.1. Registro de equipos . . . . .	275
C.2. Mantenimiento preventivo y predictivo . . . . .	275
C.3. Planeamiento de las ordenes de trabajo . . . . .	276
C.4. Administración de las ordenes de trabajo . . . . .	276
C.5. Administración de proyectos y paradas de planta . . . . .	277
C.6. Información general . . . . .	277
C.7. Informes de gestión . . . . .	277
C.8. Hardware y software de base . . . . .	277
C.9. Consideraciones técnicas . . . . .	278
C.10. Performance . . . . .	278
C.11. Flexibilidad . . . . .	278
C.12. Consideraciones de implementación . . . . .	279
C.13. Documentación . . . . .	279
C.14. Soporte . . . . .	279
C.15. Antecedentes y estrategias del producto . . . . .	279
C.16. Aspectos financieros . . . . .	280
C.17. Condiciones contractuales . . . . .	280



# Prefacio

En julio 2001 se realizó en la facultad un taller denominado *The Learning Factory*. En él se discutieron los nuevos enfoques que se deben dar a la enseñanza. En particular se invitó a un panel de ingenieros con puestos de mando en la industria nacional y se les preguntó cuales eran las falencias más comunes de los ingenieros recién egresados y principalmente se mencionó (sin orden específico):

- Capacidad de trabajo en equipo
  - Aporte crítico constructivo al grupo
- Dominio del inglés o de una segunda lengua
- Actitud de aprendizaje continuo
- Capacidad de vender y defender sus ideas
- Capacidad de innovar

Como una forma de colaborar con estas habilidades, el curso, aparte de entregar los contenidos pertinentes incluirá:

- Un trabajo de duración semestral en equipos de 3 personas
- Trabajos de investigación bibliográfica
- Varias exposiciones de parte de los alumnos (disponemos de la sala de seminarios con proyector PC)
- Si es posible, un taller corto de creatividad

Por otro lado, la era de la información en que vivimos está desplazando al papel como principal medio de transmisión de información. El standard actual son los documentos PDF. Una forma de producirlos es a través de procesadores de palabras *WYSIWIG* (What You See Is What You Get) o través de compiladores tales como  $\text{\LaTeX}$ . Las ventajas principales de usar esta ultima opción son:

- el autor se concentra únicamente en el contenido y no en el formateo,
- están especialmente preparados para el tipo de datos manejados constantemente en ingeniería: ecuaciones, tablas, figuras.

Lo anterior lograr acortar el tiempo destinado a realizar el trabajo y ayuda a mejorar la calidad de los contenidos. Este semestre las entregas de tareas e informes se harán en formato PDF via email. El auxiliar impartirá una clase tutorial de  $\text{\LaTeX}$ . Con ello se espera que los alumnos queden preparados para publicar sus memorias ME-69 en la biblioteca virtual del departamento.

## Charlas y visitas

Como una forma de acercamiento al medio industrial y tecnológico aplicado se programan varias charlas y visitas, entre ellas:

- gestión de mantención
  - charla sistema de información de mantención
- visitas
  - rubro minería (Codelco Andina?)
  - rubro industrial (El Mercurio?, Lan Chile?)
- técnicas de mantención predictiva:
  - charla termografía
  - charla vibro-análisis
  - análisis de aceite
- Análisis de fallas
  - sistemas expertos

## Proyecto semestral

El proyecto (en grupos de 3 alumnos) corresponde a un 30 % de la nota del curso. Tiene por objetivo desarrollar los tópicos que se darán durante el curso para un sistema mecánico en particular. Al final el alumno tendrá un conocimiento acabado (tanto técnico como económico sobre el equipo) y el mejor informe quedará en el WEB para ser usado a conveniencia por los interesados. Los equipos deben corresponder a máquinas que jueguen un rol importante en la línea de producción; con un grado de complejidad suficiente para realizar análisis interesantes, y que sea de uso en una empresa seleccionada por ustedes.

El proyecto debe incluir:

- principio de funcionamiento, montaje, técnicas de inspección disponibles, condiciones de operación en la empresa donde opera.
- Desarrollo de un programa de mantención basada en la confiabilidad
  - Plan técnico de mantención
  - Plan de mantención preventivo
- Evaluación de costos asociados a mantención correctiva, preventiva y predictiva
- Análisis de modos de falla, sus efectos y criticidad
- Desarrollo del árbol de fallas
- Necesidades de repuestos en bodega, estudio de plazo óptimo de reemplazo, tamaño óptimo de pedido, costo de almacenamiento asociado
- Estudio de ahorros provocados como consecuencia del estudio, conclusiones
- Otros puntos relevantes

**Observación 1** *El equipo elegido debe disponer de un historial de fallas y costos suficiente. Se recomienda usar empresas que dispongan de un sistema de información .*

**Observación 2** *El proyecto será evaluado por los informes escritos (70 %) y por las presentaciones realizadas en clase (30 %). En las presentaciones se evaluará: calidad del contenido (30 %), calidad del material audiovisual (30 %), claridad al explicar (30 %), calidad de las respuestas (10 %).*

**Observación 3** *El proyecto considera tres presentaciones parciales y una presentación final:*

- semana 3
- semana 7
- semana 13
- semana 15

## 0.1. Forma de evaluación

El curso será evaluado con 3 controles y un examen (50 %), el proyecto (30 %) y las notas de tareas y tests (20 %).

Las fechas fijadas para los controles son los viernes:

- semana 5
- semana 10
- semana 14

## Contenidos del curso

El curso consta de las siguientes partes:

- Estudio de costos
- Gestión, planificación
- Sistemas de información de mantención
- Técnicas para análisis de falla
- Estadística aplicada
- Mantención predictiva, análisis de vibraciones
- Mantención correctiva
- (Tribología)

## Bibliografía recomendada

Gran parte del curso se basa en las siguientes referencias:

- P. Lyonnet. *Maintenance Planning, Methods and Mathematics*. Chapman & Hall, 1991.
- A.K.S. Jardine. *Maintenance, Replacement and Reliability*. Pitman Publishing, 1973.
- Eppen, G.D. et al., *Investigación de Operaciones*, Prentice Hall, 5ta edición, 2000.
- Varios, *Pratique de la Maintenance Industrielle*. Dunod, 1998.
- R. Pascual, *Apuntes del curso ME57A*, U. de Chile, 2002.

Parte I

**Bases Generales**

# Capítulo 1

## La función mantención

### 1.1. Introducción

Según la norma francesa AFNOR 60.010, mantención se define como:

*El conjunto de acciones que permiten mantener o restablecer un bien a un estado especificado o en capacidad de asegurar un servicio determinado.*

Hay que agregar a este concepto las nociones de acciones a tomar *antes* del montaje de los bienes (etapa de diseño) y la de la *vida útil nominal* del equipo, que determina también las acciones a tomar.

#### 1.1.1. Una función de apoyo

<sup>1</sup>La función mantención cubre el conjunto de actividades que deben existir en una planta para obtener un costo global de mantención mínimo durante la vida prevista para los equipos.

Se trata de una función *de apoyo* tal como las funciones:

- calidad
- seguridad
- recursos humanos, etc.

Para optimizar la función mantención es necesario situar esta función en el marco de una función más global llamada *función equipos*.

En una planta, para producir se requiere:

- uno o mas productos terminados definidos;
- materias primas;
- proceso de producción;
- personal;
- equipos.

La función *equipos* incluye todas las actividades que conciernen los equipos. Ella se descompone en varias funciones:

- mantención;
- inversiones en renovación,
- inversiones de productividad;

---

<sup>1</sup>ref. [9], 2.1.



- mejoras de equipos;
- desarrollo de nuevos equipos.

Estas funciones están ligadas unas a otras:

- por su inter-dependencia económica

**Ejemplo 1** *Si no se renuevan los equipos, los costos de mantención aumentan.*

- por ser realizadas por el mismo grupo de personas.

**Ejemplo 2** *Si el personal de mantención se concentra en actividades de inversión, deja de lado tareas de mantención preventiva.*

La función equipos sera bien manejada si hay un presupuesto para cada una de las funciones que la componen, y por tanto se realizan análisis de necesidades para c/u de ellas.

**Observación 4** *Es muy común que la función equipos sea confundida con "mantención" lo que hace difícil realizar análisis técnico-económicos.*

## 1.2. Tipos de intervención de mantención

Podemos clasificar las intervenciones en:

1. El equipo funciona y la producción continua:
  - rutas de mantención preventiva,
  - inspecciones de mantención predictiva;
2. El equipo es detenido, la producción continua:
  - equipos redundantes;
3. El equipo es detenido, la producción para;

Los dos primeros tipos de intervención son corrientes y dan libertad de planificación. El tercero es conocido como parada. Puede ser programada o no. Las intervenciones debe estar sujetas a detenciones de producción. Ejemplos:

- cambios de series, fin de semana, parada por limpieza, etc.

## 1.3. Clases de actividades

La función mantención necesita de las siguientes actividades:

- Gestión de a mediano y largo plazo;
- Análisis técnicos a mediano y largo plazo;
- Ejecución de actividades;
- Gestión de repuestos.

El largo plazo es un horizonte superior a un año. El mediano plazo considera entre 1 y 12 meses.

**Observación 5** *Para controlar una función, el agrupamiento de actividades no debe ser arbitrario, debe ser consecuente con la naturaleza del ser humano:*

- *Una persona (o grupo de personas) no puede llevar al mismo tiempo actividades de corto, mediano y largo plazo, debido a que el corto plazo (lo cotidiano) será siempre prioritario. Las actividades de mediano y largo plazo serán poco o no realizadas.*
- *El perfil del personal de gestión y el de análisis es distinto.*

**Observación 6** *En este contexto, **análisis** corresponde a análisis técnicos: análisis de modos de falla, confección de procedimientos y rutas, informes de falla, análisis de tiempos de reparación, etc.*

## 1.4. Gestión de largo plazo

Las actividades estratégicas esenciales del largo plazo son:

- Definir criterios para recambio de equipos;
- Definir indicadores de mantención;
- Decidir o no el uso de terceros;
- Repartir las actividades de mantención entre los servicios;
- Establecer un plan de *mejoramiento permanente de la función mantención* (PMPM): nuevos equipos o procesos, mejorar programas preventivos, capacitación, etc.
- Mejorar procedimientos organizacionales: describir las reglas que aseguren calidad en el servicio; para ello se implementa:
  1. gestión *a priori*: políticas de mantención de equipos, preparación de intervenciones, gestión de bodegas, etc.
  2. gestión *a posteriori*: informe de intervención, bitácora, análisis técnico-económicos, etc.
- Programa de capacitación del recurso humano.

## 1.5. Gestión de mediano plazo

Las actividades más importantes son:

- Programación de intervenciones en el mediano plazo
- Control del presupuesto

### 1.5.1. Programación de intervenciones

Las tareas de programación incluyen:

- Gestionar las solicitudes de intervención programables;
- Previsión de cargas por equipos;
- Determinación de fechas y plazos de intervención (lo que incluye negociar con producción);

### 1.5.2. Control presupuestario

- Análisis de indicadores mensuales de performance;
- Análisis de diferencias con respecto al presupuesto previsto:  
aumentar el presupuesto si la producción ha crecido con respecto a lo planificado;  
disminución del presupuesto si el uso es menor
- Definición de acciones para actualizar el plan de mejoramiento permanente de la mantención (PMPM).

## 1.6. Ejecución de intervenciones

Implica 3 tareas:

- Distribución del trabajo:
  - coordinar con producción el momento de intervenir;
  - el seguimiento del avance de las intervenciones.
- Realización de las intervenciones
  - movilización de recursos,
  - consignación de las instalaciones,
  - medidas de seguridad,
  - intervención misma,
  - transferencia del equipo a producción.
  - Rendición de cuentas: el informe debe incluir: causa que originó la intervención, descripción de dificultades encontradas para cumplir los plazos previstos de intervención. *La idea es resaltar los puntos que causan la pérdida de eficiencia de la función mantención.*
- Gestión de personal
  - datos para el salario (HH, bonificaciones, etc.).
  - Motivación del personal

**Observación 7** Para lograr que los informes sean **eficaces** es necesario: **sensibilizar** a los técnicos sobre el interés de la función mantención (el argumento de falta de tiempo no es válido pues implica que no se ha notado la importancia real del informe); y que los **informes sean revisados** por profesionales preocupados por mejorar el servicio mantención.

### 1.6.1. Gestión del personal de intervención

Las actividades esenciales son:

- Recopilación de información para el salario (bonos);
- La observación de aptitudes y actitudes de cada profesional;
- Proposición de acciones de capacitación para alcanzar los niveles necesarios de preparación;
- Comunicar a los profesionales de los resultados obtenidos en términos de indicadores; con análisis incluido.
- Motivar al personal. Causas de pobre motivación: salarios bajos, falta de reconocimiento, falta de objetivos, procedimientos obsoletos o incongruentes.

**Ejemplo 3** Pedir rapidez de reacción cuando las bodegas están lejanas, o no hay medios de transporte disponibles, o no hay acceso nocturno a bodega.

## 1.7. Gestión de repuestos

Las actividades incluyen:

- Compra de repuestos;
- Gestión de bodegas;
- Almacenamiento de repuestos.

### 1.7.1. Compra de repuestos

Actividades que incluye:

- Definición técnica de la necesidad;
- Estimación del plazo de entrega;
- Búsqueda del mejor precio a calidad y demora similares;
- Coordinación con la planificación a mediano plazo;
- Redacción de programa de compras según el programa de gestión de largo plazo;
- Evaluación de calidad de los proveedores: costo, calidad, demora.

### 1.7.2. Gestión de bodega

Las actividades principales son:

- Inscripción del artículo en el catálogo de repuestos;
- Determinar localización de los repuestos;
- Definición, por artículo, del modo de reaprovisionamiento, y parámetros concernientes;
- Análisis de necesidades y emisión de solicitudes asociadas;
- Análisis de indicadores de gestión de stock;
- Elaboración de un plan de acción para reducir el costo global de mantención.

## 1.8. Ponderación de las actividades de mantención

Evidentemente, la importancia de cada actividad en el costo global de mantención (CGM) es relativa. Ello depende de:

- Tipo de industria;
- Complejidad de equipos a mantener;
- Riesgo de costos de falla de mantención (CFM);
- Condiciones de utilización de materiales.

Cualquier análisis que busque disminuir el CGM debe ponderar la importancia de las actividades.

**Ejemplo 4** *Un trabajo mayor mal programado seguramente tiene consecuencias distintas a no disponer de un repuesto en bodega.*

**Observación 8** *Cada planta posee una ponderación diferente entre las actividades.*

**Observación 9** *La ponderación es cualitativa y debe ser discutida y revisada periódicamente.*

Ponderación de actividades de mantención	
	%CGM
<b>Gestión largo plazo</b>	<b>10</b>
Elaboración de presupuesto	2
Seguimiento de gastos	1
Redacción reportes de balance	1
Control y análisis de imputaciones	1
Puesta a punto de acciones de mejoramiento	1
Gestión de aprovechamiento de la experiencia	1
Definición de indicadores	1
Análisis de CIM	1
Análisis de equipos mas caros	1
<b>Gestión mediano plazo</b>	<b>16</b>
Optimización de plan preventivo/ tareas repetitivas	1
Gestión de medidas ante mantenimiento predictivo	1
Gestión de prioridades de actividades	1
Análisis de modos de falla y acciones pertinentes	1
Tratamiento y análisis de los MTTR y MTBF	1
Análisis de costos por:	
Especialidad técnica de intervención	1
por planta	1
por tipo de intervención	1
por tipo de mantención	1
por nivel de urgencia	1
Gestion de empleo de recursos	1
Gestión de flexibilidad de medios	1
Elaboración del plan de carga del personal	1
Optimización del plan de carga	1
Definición de puestos	1
Evaluación del personal	1
<b>Análisis mediano plazo</b>	<b>6</b>
Uso de historial y aprovechamiento de experiencia	1
Evaluación de tiempos de intervención	1
Determinación de recursos humano y materiales para	1
Calculo de disponibilidad de cada equipo	1
Análisis de modos de falla	1
Mejora de procedimientos y rutas	1
<b>Ejecución corto plazo</b>	<b>60</b>
Preparación de intervenciones	5
Distribución de trabajos	5
Recolección de solicitudes de trabajo	3
Verificación disponibilidad de recursos	3
Definición de repuestos necesarios	9
Verificación disponibilidad de repuestos	5
Supervisión de trabajos	10
Recepción de trabajos	8
Puesta al día de la documentación técnica	7
Verificación de procedimientos de seguridad	5
<b>Gestión de repuestos</b>	<b>8</b>
Disponer de stocks en cantidad	1
Disponer del valor de stocks	1
Definición de metodos para conservar los repuestos	0.5
Gestión de reaprovisionamiento	1
Predicción de consumos anuales	1
Programación de compras a largo plazo	0.5
Análisis ABC de consumos	1
Estimar tamaño de lote, frecuencia optima	1
Disponer de indicadores	1
<b>Balance general</b>	
Gestión largo plazo	10
Gestión mediano plazo	16
Análisis mediano plazo	6
Ejecución corto plazo	60
Gestión de repuestos	8
	<b>100</b>

Figura 1.1: Ponderación de las actividades de mantención

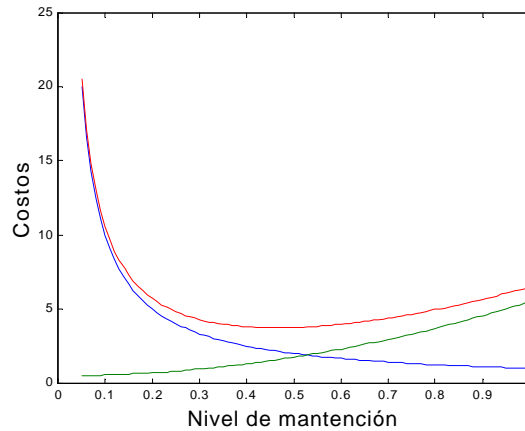


Figura 1.2: Costos de mantenimiento y de falla

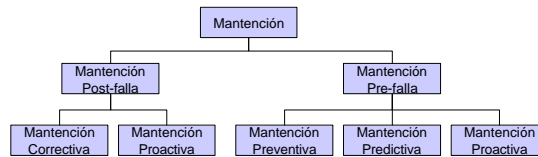


Figura 1.3: Estrategias de mantenimiento

## 1.9. Estrategias

<sup>2</sup>Es importante fijar objetivos, nuestro primeros objetivos son:

- Mantener los equipos en operación,
- Reducir el numero de fallas

con costo global mínimo. La idea se gráfica en figura (1.2).

Para llegar al punto óptimo, se debe seleccionar entre las estrategias de mantenimiento disponibles:

- Mantenimiento Preventiva, o basada en el tiempo;
- Mantenimiento Predictiva o basada en la condición de las máquinas;
- Mantenimiento Proactiva para evitar aparición o recurrencia;
- Mantenimiento Reactiva o Correctiva; que se aplica luego de aparecer una falla. Ello no implica que la reacción esté debidamente planeada (ver figura 1.3).

### 1.9.1. Mantenimiento Pre-falla

La mantenimiento no correctiva (preventiva, predictiva y proactiva) se aplica prioritariamente a los componentes críticos de la producción. Luego de seleccionados los equipos para los cuales se realizará, es necesario descomponerlos en sub-componentes que sean mantenibles. Ejemplos: rodamientos, correas, engranajes, etc.

La mantenimiento preventiva es aplicada en general para componentes cuyo costo de reemplazo no son muy altos. Por su lado la mantenimiento predictiva se realiza cuando el costo de reemplazo es superior y se

<sup>2</sup>ver refs. [7, 8].

Clase	Tipo	Componentes
Mecánica	Reemplazo	Aceite
		Filtros
		Piezas de desgaste, frenos
		Filtros
		Rodamientos
		Juntas
	Regulación	Resortes
		Juegos/interferencias
		Tensión (correas)
	Chequeo	Presión
		bloqueos
Eléctrica	Reemplazo	Niveles
		Contactos
		Componentes asociados a fallas térmicas
	Regulación	Capacitancias
		Impedancias en circuitos, potenciómetros
	Chequeo	Valores de aislación
		Valores de capacitancia

Cuadro 1.1: Mantenimiento preventivo

disponen de técnicas no destructivas capaces de establecer la condición del equipo. Ejemplos: análisis de vibraciones, de aceite, temperatura, corriente, etc.

En caso de seleccionar mantenimiento preventivo para un equipo, es necesario establecer frecuencias de cambio de piezas, lubricación, etc. Para ello se realiza un análisis estadístico de los ciclos de vida. Las tareas a realizar deben ser descritas claramente en procedimientos y su registro debe ser llevado en reportes. Ellos formarán parte de la hoja de vida de cada equipo. Tal registro ayudará en la detección de fallas en la mantención, y la evaluación de costos de mantención.

### 1.9.2. Mantención Preventiva

Cabe mencionar que el detener un equipo para realizar las tareas anteriores puede resultar muy negativo para la función producción. Comienza entonces un proceso de negociación para fijar fechas para realizar mantención de este tipo.

### 1.9.3. Mantención predictiva

La idea que apoya a esta estrategia es que una parte solo debe ser cambiada si muestra deterioro que pueda afectar su performance. Hay 3 variables cuya medición es standard: vibración y ruido, temperatura, análisis de aceite.

**Ejemplo 5** *Un ejemplo de mantención proactiva es el cambio de velocidad de operación de un equipo rotatorio, tras detectarse en un análisis de falla que hay una situación de resonancia.*



## Capítulo 2

# Estructura de costos

### 2.1. Introducción

Como administradores de la mantención una de las principales tareas será minimizar los costos de mantención. Es entonces muy importante analizar cuales son sus componentes.

#### 2.1.1. Costo global ( $CGM$ , $C_g$ )

El costo global de mantención es la suma de cuatro componentes:

- costo de intervenciones de mantención ( $C_i$ );
- costo de fallas de mantención ( $C_f$ );
- costo de almacenamiento de mantención ( $C_a$ );
- amortización de inversiones en mantención ( $A_i$ ).

$$C_g = C_i + C_f + C_a + A_i$$

**Observación 10** *Se constata que la reducción de un componente del costo global implica el aumento de uno o mas de los otros componentes (acción-reacción).*

**Observación 11** *El CGM es medido a nivel de equipo. La suma sobre los equipos es lo que nos importa. Los equipos que mas afecten el CGM serán aquellos que reciban mayor estudio y atención de parte del servicio.*

**Ejemplo 6** *Un programa preventivo excesivo implica un gran CIM y CAM. Es necesario estudiar si el CFM baja mas de lo que crecieron estas componentes.*

**Ejemplo 7** *La reducción de costos de almacenamiento (o del numero de piezas de repuesto disponibles en bodega) puede aumentar el costo de fallas.*

**Ejemplo 8** *Disminuir las inversiones implica costos de intervención mayores, reparaciones más largas.*

### 2.2. Costo de intervención (CIM, $C_i$ )

El CIM incluye los gastos relacionados con la mantención preventiva y correctiva. No incluye gastos de inversión, ni aquellas relacionadas directamente con la producción: ajustes de parámetros de producción, limpieza, etc.

El CIM puede ser descompuesto en:

- Mano de obra interna o externa,

- Repuestos de bodega, o comprados para una intervención;
- Material fungible requerido para la intervención;

El costo de mano de obra interna se calcula con el tiempo gastado en la intervención multiplicado por el costo de HH. La mano de obra externa se obtiene de la factura, o por las HH que fueron requeridas.

Tanto el material fungible como la amortización de equipos y herramientas de uso general se consideran en el costo horario de intervención. Este es multiplicado por el tiempo de intervención.

Material fungible y la amortización de equipos y herramientas de uso específico son considerados aparte, tal como si fuesen repuestos.

### 2.2.1. Costos por unidad de tiempo

Es importante otorgar un valor realista a los *costos horarios de intervención*  $c_i$  y de horas-hombre pues influyen directamente en el costo global de mantención, nuestra función objetivo a minimizar.

Es común comparar el costo de la mano de obra interna con el de la externa. Sin embargo, los costos internos son castigados por prorrates de costos que existen aún si se contrata mano de obra externa. Es necesario definir dos costos:

- *costo horario de intervención*  $c_i$ , que sólo incluye gastos directos asociados a las intervenciones;
- *costo horario de mantención*, considera todos los gastos asociados a mantención.

El costo horario de intervención es:

$$c_i = \frac{\text{gastos directos}}{\text{total horas de intervención}}$$

Los gastos directos sólo incluyen:

- gastos salariales;
- contratación de servicios;
- gastos en material fungible de uso general;
- gastos de energía ligados a la intervención.

El costo horario de mantención  $c_{i,t}$  es igual a:

$$c_{i,t} = \frac{\text{gastos totales de mantención}}{\text{total horas de intervención}}$$

Los gastos totales incluyen:

- el conjunto de gastos considerados para el costo de intervención;
- los salarios de especialistas requeridos para la gestión, planificación, análisis técnicos de las intervenciones;
- el prorrato de servicios tales como contabilidad, computación, personal, etc.

### 2.2.2. Costo de repuestos

A fin de realizar un análisis técnico-económico inteligente es necesario distinguir el costo técnico del costo contable:

- El costo técnico corresponde al valor de compra de la pieza al día de su utilización. A utilizar en el CIM.
- El costo contable corresponde al valor utilizado para valorizar el inventario contable. Por razones financieras este precio puede ser reducido por depreciación.

**Observación 12** No se trata de hacer contabilidad, sino a realizar análisis técnico-económicos que permitan reducir el costo global de mantención.

## 2.3. Costo de fallas (CFM, $C_f$ )

Estos costos corresponde a las pérdidas de margen de explotación debidas a un problema de mantención que haya producido una reducción en la tasa de producción de productos en buen estado.

La pérdida de margen de explotación puede incluir aumento de los costos de explotación o una pérdida de negocios.

Los problemas de mantención ocurren por:

- mantención preventiva mal definida;
- mantención preventiva mal ejecutada;
- mantención correctiva efectuada en plazos muy largos, mal ejecutada, realizada con repuestos malos o de baja calidad.

**Observación 13** *El estudio de la frecuencia de fallas (tasa de fallas o tiempo entre fallas) y del tiempo utilizado en las reparaciones permite calificar la calidad de la mantención desde un punto de vista técnico.*

**Observación 14** *No confundir falla de mantención con falla de material: Culpa nuestra, culpa del constructor o culpa de producción?*

**Definición 1** *El costo de falla de equipos corresponde a las pérdidas de margen de explotación cuya causa es un defecto de material que provoca bajas de producción de calidad aceptable.*

**Ejemplo 9** *Cuando la potencia utilizada es muy similar a la potencia instalada.*

Otros casos de falla de material:

- errores de utilización que implican degradación;
- A condiciones ambientales fuera de norma.

**Observación 15** *Este tipo de costos deben ser cargados a las funciones inversión, fabricación, calidad, etc.; pero no a mantención.*

**Observación 16** *El interés de poner en relieve los costos de falla por función y de no reagruparlos bajo el centro de costos de mantención es de poder sensibilizar al conjunto de responsables de las funciones concernientes a los sobrecostos generados y de permitirles tomar medidas correctivas eficaces.*

**Ejemplo 10** *Ingeniería ha implementado un proyecto con equipos de baja calidad: baja confiabilidad, mantenibilidad pobre.*

### 2.3.1. Evaluación del costo de falla

El costo de falla puede ser calculado con la siguiente formula:

$$C_f = \text{ingresos no percibidos} + \text{gastos extras de producción} + \text{materia prima no utilizada}$$

Para explicarlo, evaluemos el  $C_f$  en 3 casos:

- El volumen de producción programado puede ser alcanzado;
- El volumen de producción programado no puede ser alcanzado dado que la planta opera 24 horas al día;
- La producción no se detiene pero su calidad es degradada.

En el primer caso, el costo de falla de mantención corresponde a los gastos necesarios para reatrapar la producción perdida. Estos gastos son esencialmente:

- la energía necesaria para la producción;
- las materias primas;
- los fungibles;
- los gastos de servicios tales como calidad, compras, mantención, etc.

Si la producción programada no puede ser alcanzada, el costo de falla de mantención corresponde a la pérdida de ingresos menos el costo de las materias primas y productos consumibles que no fueron utilizados durante la parada.

Si la producción ha perdido calidad, su precio es menor que el nominal. En este caso el costo de falla de mantención corresponde a la pérdida de ingresos asociada.

## 2.4. Costo de almacenamiento (CAM, $C_a$ )

Este costo representa los gastos incurridos en financiar y manejar el stock de piezas de recambio e insumos necesarios para la función mantención. Incluye:

- El interés financiero del capital inmovilizado por el stock;
- los gastos en mano de obra dedicada a la gestión y manejo del stock;
- los costos de explotación de edificios: energía, mantención;
- amortización de sistemas adjuntos: montacargas, sistema informático;
- gastos de seguro por el stock;
- la depreciación comercial de repuestos.

**Observación 17** *Es importante no considerar los salarios del personal de bodega en el costo de intervención de mantención; y si hacerlo en el costo de almacenamiento de mantención.*

## 2.5. Valores referenciales

A nivel de diseño del departamento de mantención y después, a nivel de reingeniería de la organización es importante conocer valores de referencia para las componentes del costo global. Ello dependerá principalmente del tamaño de la planta, el tipo de industria, entre otros criterios.

A fin de establecer valores de referencia para los costos de intervención es necesario comparar nuestra empresa con otras del mismo rubro, pero de *clase mundial*. Podemos usar diferentes variables de comparación:

- valor de los equipos en planta
- volumen de producción
- valor agregado

### 2.5.1. Para el costo de intervención

#### $C_i$ vs valor de los equipos

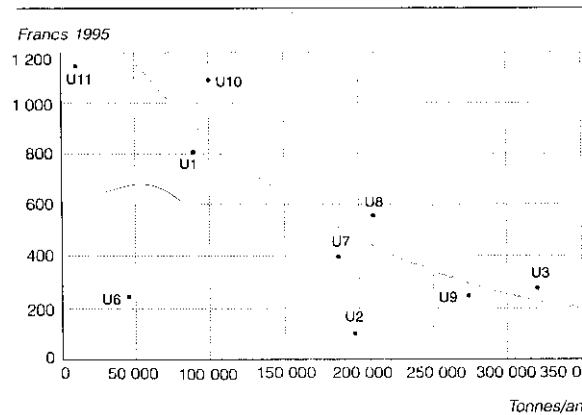
El valor de los equipos ( $V_e$ ) corresponde a los gastos que serían requeridos para comprar equipos que realicen las mismas funciones. No se considera, transporte, instalación, puesta a punto.

El  $C_i/V_e$  es uno de los indicadores más interesantes a fines de comparación. La tabla 2.1 muestra algunos valores de referencia.

**Observación 18** *Para interpretar correctamente el  $C_i/V_e$  se debe tomar en cuenta el número de horas anuales que funciona el equipo. Un equipo funcionando 1000 h/año y otro similar operando 8500 h/año evidentemente no tendrán el mismo  $C_i/V_e$ .*

Equipo de producción y tipo de uso	$C_i/V_e$ %	Desviación %	Nro de horas anuales
Proceso ligero	3.1	0.9	2500
Proceso pesado	6.9	1.5	7000
Equipos de trabajos públicos	15	2.3	2000
Equipos "autodestructivos"	25	0	5000
Taller de fabricación agroalimentario	4.1	0.7	5500
Taller de procesamiento agroalimentario	8.5	1.3	5000
Máquinas herramientas	9.5	1.7	5000
Herramientas maestranza	13.1	0.9	3000

Cuadro 2.1: Valores referenciales CIM/VAN

Figura 2.1:  $C_i/V_p$  en industrias químicas ( $V_p$ =toneladas)

### $C_i$ vs volumen de producción

El volumen de producción ( $V_p$ ) es una medida del nivel de uso dado a los equipos. Por ejemplo: horas de operación continua en equipos, toneladas en equipos químicos, siderurgia e industrias agroalimentarias. Este indicador permite:

- Comparar equipos o plantas similares tomando en cuenta las horas de utilización de los equipos;
- Recaltar que la redundancia de equipos o el sobre-equipamiento eleva los costos de intervención de mantención.

Equipos mostrando  $C_i/V_p$  muy sobre el valor referencial indica vejez del equipo o condiciones de operación difíciles (ambiente, calidad de operadores).

### $C_i$ vs valor agregado

El valor agregado ( $V_a$ ) por el equipo es un indicador muy usado aunque no toma en cuenta las condiciones de operación. El nivel de automatización puede no influenciar el  $C_i/V_a$  debido a que a mayor cantidad de equipos, mayor productividad (valor agregado) pero también se incrementan el costo de intervención de mantención.

#### 2.5.2. Para el costo de falla

En este caso utilizamos como variables de comparación:

- horas de pana/horas de funcionamiento

- producción aceptable/capacidad nominal
- etc.

Evitar la existencia del costo de falla es una de las paradojas de la función mantención debido a que tal esfuerzo implica incrementar el costo de intervención. El control del costo global de mantención es entonces un proceso *iterativo* (para niveles estables de utilización del equipo).

### 2.5.3. Para el costo de almacenamiento

El indicador:

$$\frac{\text{costo de almacenamiento}}{\text{valor de inventario}}$$

tiene un valor referencial en las industrias de 26.2 % con una desviación media de 4.2 %.

Hay que tomar en cuenta que el nivel de repuestos está estrechamente ligado al costo de falla de mantención y al riesgo de que se produzcan fallas.

El valor de referencia medio del inventario de repuestos

$$\frac{\text{valor del inventario}}{\text{valor de los equipos}}$$

varia entre 1.5 % y 2.5 % del valor (nuevo) de los equipos a mantener.

El costo de almacenamiento representa entre 4 % y 6 % del  $C_i$ . Por ello no debe ser una preocupación mayor en la gestión del costo global de mantención (vease análisis de Pareto).

**Parte II**

**Análisis de Fallas**



## Capítulo 3

# Análisis de modos de falla

### 3.1. Introducción

Antes de seleccionar una estrategia de mantención para un equipo es conveniente conocer los fenómenos que producen su degradación y falla. Las fallas pueden ser clasificadas como:

- *Fallas **catastróficas*** que contemplan las fallas repentinas y completas, tales como la ruptura de un componente mecánico o un corto circuito en un sistema eléctrico. Es difícil observar la degradación y por tanto no es posible establecer procedimientos preventivos.
- *Fallas por **cambios en parámetros*** Fenómenos tales como
  - desgaste mecánico,
  - fricción,
  - aumentos en la resistencia de componentes electrónicos; la degradación es gradual y puede ser observada directa o indirectamente.

De acuerdo a la tasa de fallas, la vida de un equipo se puede dividir en tres etapas:

- etapa **temprana**, caracterizada por una tasa de falla que decrece en el tiempo;
- etapa **madura**, caracterizada por una tasa constante de fallas;
- **ancianidad**, caracterizada por una tasa creciente de fallas. (ver figura 3.1).

En el contexto de la recolección de datos de falla podemos distinguir:

#### 3.1.1. Fallas primarias

Son el resultado de una deficiencia de un componente, cuando está ocurre en condiciones de operación dentro del rango nominal. Ejemplo: ruptura de un alabe de turbina cuando la velocidad es operacional.

#### 3.1.2. Fallas secundarias

Son el resultado de causas secundarias en condiciones no nominales de operación. Podría no haber habido falla si las condiciones hubiesen estado en el rango de diseño del componente.

Condiciones que causan fallas secundarias: temperaturas anormales, sobrepresión, sobrecarga, velocidad, vibraciones, corriente, contaminación, corrosión.

La ocurrencia de causas secundarias no siempre conlleva que una falla secundaria ocurra. Ejemplo: el incremento de la temperatura sobre el rango de diseño puede causar la falla de un componente solo 60 % del tiempo, ósea, la probabilidad condicional de la falla del componente cuando hay un incremento anormal de la temperatura es de 0.6.

Las fallas secundarias pueden ser clasificada en varias categorías:

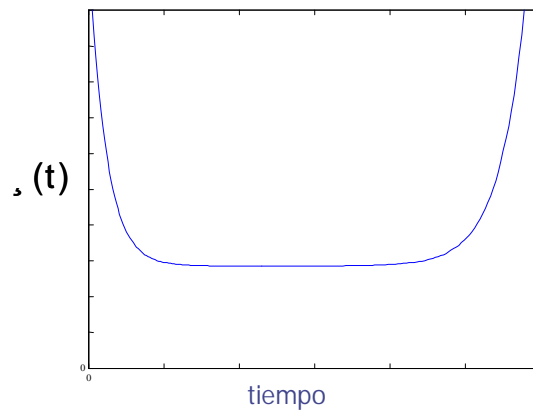


Figura 3.1: Etapas de la vida de un equipo: curva de "la bañera"

### Fallas con causa común

En este caso la falla secundaria induce fallas en mas de un componente. Por ejemplo, un terremoto puede producir cargas severas en un numero de componentes e inducir su falla. Las catastrofes naturales son causas usuales de este tipo: terremotos, inundaciones, huracanes, explosiones, fuego. Mal funcionamiento de otros sistemas o componentes también pueden inducir fallas en varios componentes. Ejemplo: una falla del sistema de airea acondicionado produce incremento en la temperatura y de ahí la falla de un numero de componentes electrónicos.

### Fallas propagadas

En este caso la falla de un componente induce la falla de otro. Si la falla del primer componente induce fallas en mas de un componente puede ser considerada como falla con causa común.

### Fallas por error humano

Si las fallas son causadas errores humanos en la operación, mantención, inspección. Los errores humanos en la etapa de diseño, construcción e instalación del equipo son consideradas como fallas por error humano y no deben ser consideradas como fallas primarias. Si el error conlleva la falla de varios componentes, también se puede hablar de fallas con causa común.

## 3.2. Sistemas reparables y no reparables

Se dice que un componente es *reparable* si es reparado cuando se detecta su falla. En el contexto de la ingeniería de confiabilidad, el reemplazo es equivalente a la reparación. Usualmente se considera que un articulo reparado es tan confiable como uno nuevo.

Si no es posible reparar el componente luego de detectar su falla, se habla de componente no reparable.

**Ejemplo 11** Si un componente inaccesible de un avión falla en vuelo, no seria posible repararlo durante el vuelo. El componente puede, por supuesto, ser reparado luego del aterrizaje, pero esto es irrelevante desde el punto de vista de la operación del avión durante ese vuelo.

Aun si es posible reparar un componente tras la detección de su falla pero si la política de operación/mantención fuerza a su reparación hasta el próximo overhaul, tal componente es considerado como no reparable.

### 3.3. Análisis de modos de falla, efectos y criticidad

El termino *modo de falla* es usado para referirse a las posibles maneras en que un componente puede fallar. Un componente puede tener uno o mas modos de falla.

El análisis de modos de falla, efectos y criticidad (FMECA por sus siglas en inglés) es probablemente el método mas usado y mas efectivo de análisis de confiabilidad. La referencia original es la norma militar americana US MIL-STD-1629<sup>1</sup>.

El FMECA considera cada modo de falla de cada componente de un sistema y comprueba sus causas y efectos.

El análisis responde las siguientes preguntas para cada componente del sistema en estudio:

- ¿Como puede fallar el componente?
- ¿Cuales son las consecuencias de tal falla?
- ¿Cual es la criticidad de las consecuencias?
- ¿Como puede detectarse la falla?
- ¿Cuales son las salvaguardias contra la falla?

El estudio logra:

- Asegurar que todos los modos de falla concebibles y sus efectos sean comprendidos
- Identificar debilidades en el diseño
- Proveer alternativas en la etapa de diseño
- Proveer criterios para prioridades en acciones correctivas
- Proveer criterios para prioridades en acciones preventivas
- Asistir en la identificación de fallas en sistemas con anomalías

El FMECA es una tarea de grupo que requieren participantes e información con las siguientes cualidades:

- Experiencia en el campo de aplicación,
- Conocimiento de la estructura del sistema en estudio,
- Información de fallas,
- Criterios para fundamentar las recomendaciones.

Un análisis FMECA puede estar basado en los componentes de un sistema (ejemplo: picadura en rodamiento) o en funcionalidades (ejemplo: no hay feedback). El enfoque funcional se utiliza cuando no se pueden identificar componentes específicos o cuando el diseño no ha sido plenamente definido.

La norma militar americana provee dos métodos para realizar el FMECA. El método 101 (ver figura 3.2) es cualitativo, y permite resaltar los modos de falla cuyos efectos son importantes en relación a severidad, detectabilidad, mantenibilidad, seguridad.

El método 102 (análisis de criticidad) incluye consideraciones de tasa de falla o probabilidad, nivel de criticidad). Define el *numero de criticidad del modo de falla m*:

$$C_m = \beta \alpha \lambda_p t$$

donde

$\beta$  es la probabilidad de perdida de la función (o confiabilidad)

$\alpha$  es la razón de modo de falla (para un item  $\sum \alpha = 1$ )

$\lambda_p$  es la tasa de fallas

$t$  es el tiempo de operación del item

---

<sup>1</sup>Procedures for Performing a Failure Mode, Effects and Criticality Analysis

[illegible]

Figura 3.2: Hoja cualitativa FMECA

[illegible]

Figura 3.3: Hoja cuantitativa del FMECA

**Definición 2** El numero de criticidad del item es la suma de los números de criticidad de modo de falla del item.

**Observación 19** *Notese que el costo de falla asociado a un equipo va implícito por la tasa de fallas y en la confiabilidad; aunque no se pondera directamente por la duración de una falla que es distinta para cada modo de falla. Lo mismo vale para el costo de intervención.*

### 3.4. Etapas del FMECA

El FMECA es realizado por un o más ingenieros que tiene conocimientos a fondo del diseño del sistema y de su aplicación.

Los pasos a seguir son:

- Establecer el alcance del análisis
- Recopilar la información necesaria
- Preparar la lista de componentes
- Llenar las fichas

No. de sistema: LHD-SHLV Sistema Analizado: Sistema Hidráulico Identificación No.: Tarceel Nivel LHD				Hoja No. 1 de 1 Fecha: Septiembre, 1998 Preparado por: C.O.W Revisado por:					
Identificación Item	Funciones	Modos de Fallar y causas	Efectos locales Efectos globales Dato	Prox. Nivel	Ef. Finales	Método de Detección	Acciones Correctivas	Clasificación de gravedad	Obs.
Bomba doble	Mover Aceite hidráulico del estranque o al componente	Fallas de tipo: desgaste de la bomba, acople y otros en mal estado, fugas internas y fugas en los sellos.	Rendimiento hidráulico lento calentamiento de la aceite, problemas de packing y sellos.	Funcionamiento lento de dirección y pesado	Equipo (funcionamiento lento y defectoso)	Detección: aumento de temperatura de los componentes y pérdida	Cambio de aceite, fugas y bomba	Marginal y ocasional	Se mide con flujoómetro, hay recordatorios para saber si bomba está mala
Cilindros	Movimiento de Vastago	Ratado o doblado de la flecha causa: desgaste, packing y fugas internas	Lentitud, mal funcionamiento calentamiento	Funcionamiento lento de dirección	Detección: equipo (funcionamiento lento y defectoso)	Acontecimiento: aumento de temperatura, ruido, no mantiene presión, se escapa el aceite	Cambiar packing	Marginal, razonablemente probable	
Válvulas L y V	Distribuir el aceite hacia sistema levante y rotar y bajar o subir	Desgaste de las superficies: cicaduras fallas de funcionamiento: no levante, voltes y dirección, aumento posibilidad de falla de la bomba por aumento de temperatura por las perturbas	Mal funcionamiento de válvulas L y V	Funcionamiento lento y defectoso	Detección: equipo (funcionamiento lento y defectoso)	Indicación: temperatura superficial	Cambiar, reparar, rectificar tonel	Marginal y ocasional	

Figura 3.4: Hoja del equipo minero LHD

### 3.4.1. Establecer el alcance del análisis

Para establecer los alcances es necesario identificar claramente:

- las fronteras del sistema a estudiar,
- la profundidad del análisis

Las hojas del FMECA pueden incluir la siguiente información sobre cada falla potencial de un componente:

- Causa raíz
- Posibles efectos
- Medios de detección
- Salvaguardias
- Frecuencia
- Criticidad de los efectos

Dependiendo de la profundidad del análisis puede que varios campos no sean rellenados. La profundidad también depende de cuando es realizado: por ejemplo, en un diseño preliminar o luego del diseño final. La decisión debe ser tomada caso a caso.

### 3.4.2. Recopilación de información

El primer paso es obtener toda la información disponible del diseño:

- Especificaciones
- Planos
- Información CAD
- Memorias de análisis de esfuerzos
- Resultados experimentales
- Etc.

Para el análisis de criticidad también se requiere disponer de las predicciones de confiabilidad o pueden generarse simultáneamente.

### 3.4.3. Preparar la lista de componentes

Antes de rellenar las fichas y detectar los modos de falla para cada componente, se deben listar todos los componentes del sistema. Se deben especificar:

- funciones
- condiciones de operación (temperatura, carga, presión, etc.)
- condiciones ambientales

Se debe construir un diagrama funcional de bloques lo que permite guiar y comprender el análisis completo.

**Observación 20** *Si el sistema opera en mas de una fase y las relaciones funcionales cambian o los componentes operan en forma distinta, ello debe considerarse en el análisis. También debe evaluarse el efecto de equipos redundantes.*

**Observación 21** *Un FMECA puede enfocarse en distintos puntos de vista: seguridad, éxito de la misión, disponibilidad, costo de intervención, detectabilidad de los efectos, etc. Por ejemplo un FMECA orientado a la seguridad puede dar un bajo nivel de criticidad a un componente de baja disponibilidad pero cuyos efectos no son críticos para la seguridad.*

### 3.4.4. Completando las fichas

#### Componente

Se debe identificar los componentes de manera unívoca. Por ejemplo: *válvula* es insuficiente. Más correcto es *válvula B2K* (como en el plano).

#### Función

Muy breve, en muchos análisis se omite por ser obvio.

#### Modos de falla

Las posibles formas en que un componente puede fallar:

- por vejez: corrosión, fatiga, etc.
- por condiciones de operación: en automático, en manual, etc.
- condiciones ambientales: terremoto, tornado, etc.
- por clase de operación: prematura, tardía, deformación excesiva, etc.

#### Frecuencia de la falla

Puede ser el tiempo medio entre fallas (MTBF) o algún numero que pondere entre los equipos.

#### Criticidad

Usualmente se usa un sistema de ponderación de acuerdo a:

- I: Insignificante, el efecto sobre la confiabilidad y/o disponibilidad es mínimo
- II: Menor, no afecta la seguridad pero si la confiabilidad y disponibilidad
- III: Mayor, no afecta la seguridad pero si la confiabilidad y disponibilidad de manera importante
- IV: Crítica, la seguridad es afectada

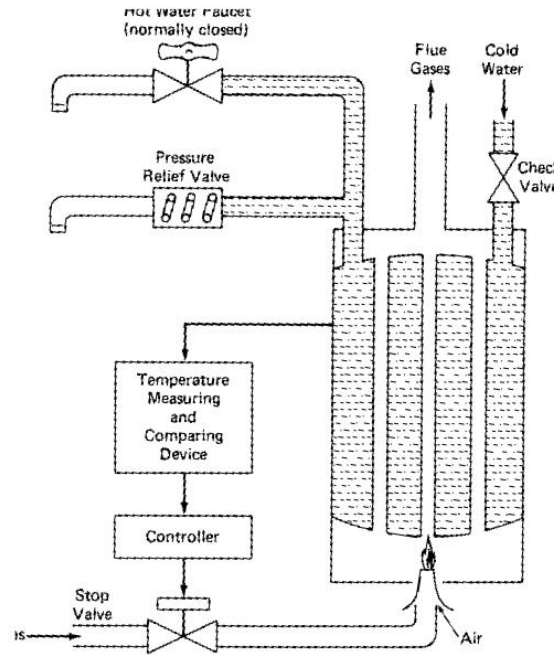


Figura 3.5: Diagrama del calentador de agua

### 3.5. Usos del FMECA

Aparte de identificar los modos de falla y efectos:

1. Preparación de árboles de decisión para detectar causas de los problemas
2. Preparación de requerimientos de mantención preventiva
3. Diseño de auto-tests, indicadores de falla, componentes redundantes

**Observación 22** Existen softwares especiales para FMECA. Ejemplo: PREDICTOR, FMEA Facilitator ([www.fmeca.com](http://www.fmeca.com)), . El uso de planillas de calculo es muy común.

**Ejercicio 1** Construya un FMECA para alguno de los siguientes equipos: lavadora, sistema de frenos de un vehículo, radio de transistores, otro equipo que le sea familiar.

**Ejercicio 2** Considere el calentador de agua mostrado en la figura. El sistema provee de agua caliente en un cierto rango de temperatura configuradas (por ejemplo entre 40 y 80°C). El agua es calentada con gas. Cuando la temperatura del agua está bajo un nivel seleccionado (50 °C por ejemplo), el sensor/comparador de temperatura manda una señal al controlador para que abra la válvula de gas. Tan pronto el agua llega a la temperatura configurada, el sensor manda la señal de cierre al controlador. Cuando el agua se empieza a enfriar y el agua pasa por la temperatura fijada, el sensor/comparador vuelve a mandar la señal de abrir el paso de gas. La válvula de paso ("check valve") a la entrada del agua fría previene flujo inverso debido a la sobrepresión en el sistema de agua caliente. La válvula de seguridad está configurada para abrir si la presión de agua excede los 100 psi.

1. Realice un análisis FMECA para al menos 4 modos de falla.
2. Priorice para definir un plan de mantención.



### 3.6. Beneficios y limitaciones

El FMECA se concentra en identificar las fallas posibles de los componentes. Así, se identifican deficiencias en el diseño, que se pueden mejorar. También se pueden recomendar programas de inspección efectivo. Se puede priorizar en función de frecuencia y criticidad, de modo de concentrar los esfuerzos en aquellos modos de mayor prioridad.

Una limitación del FMECA es que se trata de un análisis de *falla simple*. Eso es, que cada modo de falla es considerado individualmente. Si un modo de falla es capaz por si solo de afectar el funcionamiento del sistema, ello es identificado por el FMECA. Sin embargo, particularmente en sistemas complejos, donde un solo modo de falla no afecta negativamente al sistema, pero si se combina con otra si . El FMECA no está adaptado para este segundo caso; y es mejor utilizar la técnica del árbol de fallas.

## Capítulo 4

# Árboles de falla

### 4.1. Introducción

El análisis de árbol de fallas es uno de los métodos de más amplio uso en el análisis de confiabilidad. Es un procedimiento deductivo para determinar las diversas combinaciones de fallas a nivel componente que pueden desencadenar eventos no deseados especificados al inicio del análisis. Los árboles de falla también son usados para calcular la probabilidad de que ocurra el evento en estudio a partir de la probabilidad de ocurrencia de las fallas de los componentes. Para un sistema dado, se pueden hacer tantos análisis como eventos no deseados se deseen estudiar.

Los árboles de falla pueden ser realizados desde etapas tempranas del diseño; y luego ser actualizados en función del mayor conocimiento que se tenga del sistema. Luego de la puesta en marcha del sistema, los árboles también son utilizados para identificar las causas raíces de las fallas.

En la construcción del árbol, la falla a estudiar se denomina el *evento principal*. Otros eventos de falla que puedan contribuir a la ocurrencia del evento principal son identificados y ligados al mismo a través de funciones lógicas. Los árboles terminan en *eventos básicos* (no abre, no inicia,...).

Una vez que la estructura del árbol ha sido construida, el análisis subsiguiente toma dos formas. El *análisis cualitativo* reduce el árbol hasta obtener un conjunto mínimo de modos de falla para el árbol; para realizarlo se utiliza álgebra booleana. El *análisis cuantitativo* del árbol de falla consiste en calcular la probabilidad de ocurrencia del evento principal a partir de la probabilidad de ocurrencia de los eventos básicos en un cierto intervalo  $T$ .

**Observación 23** Si la cantidad de eventos básicos es mayor a 100 aproximadamente, el análisis cuantitativo debe ser potenciado con software ad hoc.

### 4.2. Construcción del árbol

Lo primero es seleccionar el evento principal, todo evento siguiente será considerado en términos de su efecto sobre el evento principal.

Luego se identifican los eventos que pueden causar el evento principal. Existen 4 posibilidades:

1. el dispositivo no recibió una señal necesaria para operar
2. el dispositivo mismo ha sufrido una falla
3. un error humano, por ejemplo no se ha operado un interruptor o no se ha instalado correctamente el dispositivo
4. ha ocurrido un evento externo que impide operar al dispositivo.

Si se decide que cualquiera de los eventos identificados puede causar el evento principal, se usa el conector *OR*.

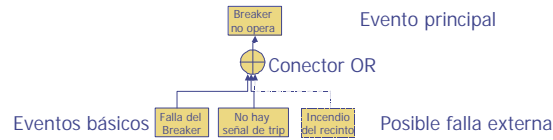


Figura 4.1: Árbol de falla de un breaker

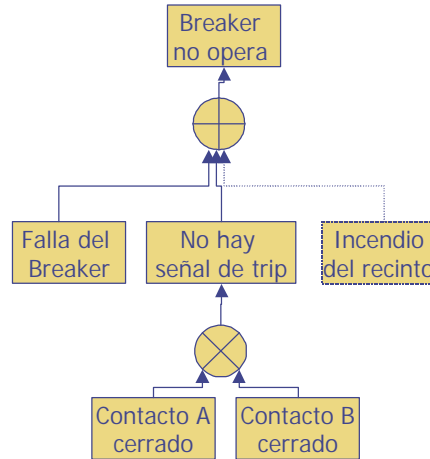


Figura 4.2: Desarrollo de una rama del árbol

**Ejemplo 12** Para un breaker de un circuito, se tiene el árbol de falla de figura 4.1.

Una vez que se ha determinado una lista de eventos de primer nivel, debe decidirse si es necesario seguir expandiendo el árbol. Tal decisión puede ser influenciada por:

- ignorancia respecto de los modos de falla de los eventos básicos o
- deseo de limitar el nivel de detalle del análisis.

Si se decide que una rama del árbol debe ser detenida, el evento básico es mostrado gráficamente por un círculo. Ello implica que el evento es independiente de otros eventos subsecuentes.

**Ejemplo 13** Para el breaker del ejemplo anterior, la señal de trip (detención) es transmitida a través dos contactos A y B (en serie). si uno o ambos operan la señal es transportada. Para que no haya señal de trip, ambos deben fallar. El evento "No hay señal de trip" es descrita por el conector AND (figura 4.2).

**Ejemplo 14** La figura 4.3 muestra el diagrama de una pinza. El árbol de fallas asociado se muestra en figura 4.4.

### 4.3. Reglas para construir un árbol de falla

1. Identifique el evento de falla
  - a) de que falla se trata
  - b) cuando ocurre la falla
2. Hay 2 tipos de definición de falla: falla del sistema y falla de un componente

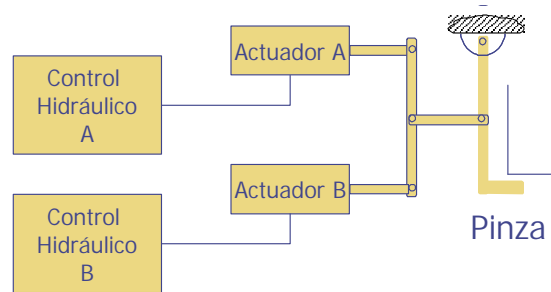


Figura 4.3: Diagrama de una pinza

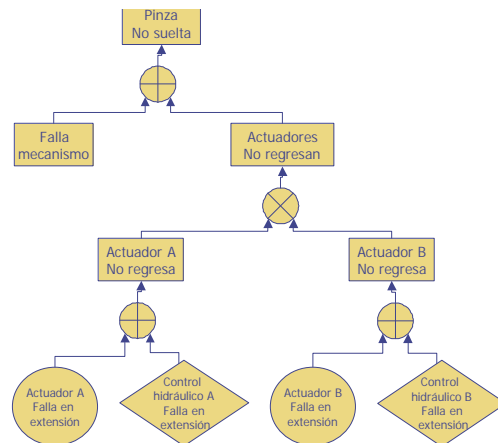











Figura 4.4: Árbol de falla

Símbolo	Nombre	Descripción
	Rectángulo	Evento de falla, usualmente es resultado de otros eventos
	Círculo	Evento de falla primario, independiente
	Diamante	Evento de falla cuyas causas no han sido desarrolladas
	Casa	Evento básico, no es un evento de falla
	OR	El evento de salida ocurre si uno o mas de los eventos entrada ocurre
	AND	El evento salida ocurre si y solo si todos los eventos entrada ocurren
	INHIBIT	El evento salida ocurre cuando $X$ ocurre y la condición $A$ se presenta
	Triángulo-IN	Representa una rama del árbol desarrollado en otro lado
	Triángulo-OUT	El árbol $A$ es una rama de un árbol desarrollado en otro lado

Cuadro 4.1: Símbolos usados

- a) Si se trata de una falla del sistema use la regla 3
- b) Si se trata de una falla de un componente use la regla 4
3. Una falla de sistema puede usar *AND*, *OR* e *INHIBIT* (o ningún conector).
4. Una falla de componente siempre usa el conector *OR*.

## 4.4. Evaluación del árbol

Usando el álgebra booleana se puede reducir el árbol para mostrar el evento principal como una función de los eventos básicos.

### 4.4.1. Procedimiento

1. Dar códigos a los conectores y eventos básicos
2. Listar tipos de conectores y entradas
3. Escribir la ecuación Booleana de cada conector
4. Usar álgebra Booleana para resolver el evento principal en términos de conjuntos
5. Eliminar redundancias en los conjuntos, para que sean mínimos.

### 4.4.2. Análisis cualitativo

**Ejemplo 15** Si se utilizan letras minúsculas para los conectores y letras mayúsculas para los eventos, el diagrama del árbol de falla de la pinza se muestra en figura 4.5. Para los conectores se tiene ( $A$ :mecanismo falla extendido,  $B$ : actuador  $A$  falla extendido,  $C$ : control  $A$  falla en modo extendido,  $D$ :actuador  $B$  falla extendido,  $E$ : control  $B$  falla en modo extendido):

$$\begin{aligned}
 a &= A + b \\
 b &= cd \\
 c &= B + C \\
 d &= D + E
 \end{aligned}$$

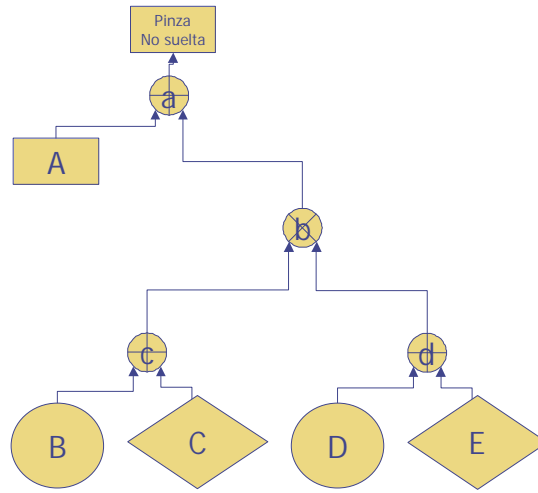


Figura 4.5: Árbol de falla de la pinza

por lo que

$$\begin{aligned} a &= A + (B + C)(D + E) \\ &= A + BD + BE + CD + CE \end{aligned}$$

Cada uno de los términos en el lado derecho es un conjunto mínimo. En este ejemplo los modos de falla son: (A) el mecanismo falla, (BE) el actuador A y el control B fallan, (CD) el control A y el actuado B fallan, (CE) el control A y el control B fallan.

#### 4.4.3. Análisis cuantitativo

Aquí se trata de calcular la probabilidad de que ocurra el evento principal, conociendo la probabilidad de ocurrencia de los eventos básicos.

En el caso del conector *OR* (figura 4.6),

$$P(S) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (4.1)$$

Si  $A$  y  $B$  son estadísticamente independientes (4.1) queda

$$P(S) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

en caso de que  $P(A), P(B) \leq 0,1$  es válido utilizar la aproximación de pequeñas probabilidades, que desprecia el tercer término:

$$P(S) = P(A) + P(B)$$

Si hay alguna dependencia,

$$P(S) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B/A)$$

y para el conector *AND* (figura 4.7),

$$P(S) = P(A) \cdot P(B)$$

**Ejemplo 16** Calcular la probabilidad de ocurrencia para el ejemplo anterior, asumiendo:

$$\begin{aligned} P(A) &= ,01 \\ P(B) &= P(C) = P(D) = P(E) = 0,1 \end{aligned}$$

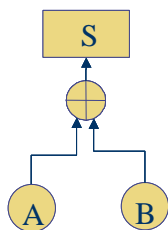


Figura 4.6: Conector OR

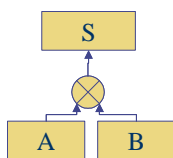


Figura 4.7: Conector AND

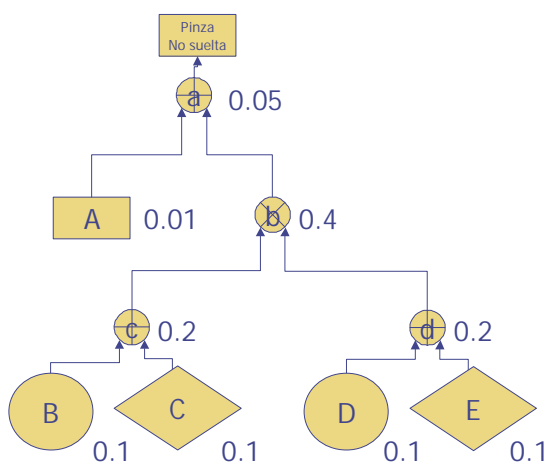


Figura 4.8: Análisis cuantitativo

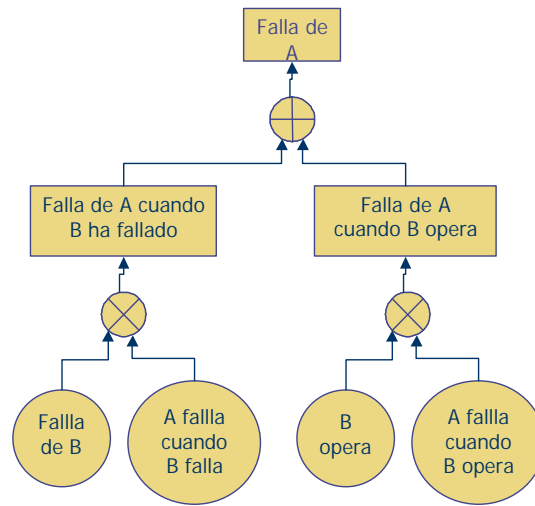


Figura 4.9: Eventos dependientes

## 4.5. Dependencia entre eventos terminales

Si hay dependencia estadística entre 2 o más eventos terminales de un árbol, ello debe ser considerado en el análisis; de otra manera, las probabilidades que se calculen pueden tener errores importantes. Aun en análisis cualitativos es importante conocer la relación estadística entre los eventos que pueden inducir el evento principal. La dependencia estadística más común son las *causas comunes*.

### 4.5.1. A depende de B

Considere 2 componentes  $A$  y  $B$ . Sea la probabilidad de falla de  $A$  dependiente del estado de  $B$ . Si no existe tal dependencia, la falla del componente  $A$  puede ser modelada como un evento terminal clásico. En caso de existir, la falla de  $A$  deja de ser terminal y se modela como un evento intermedio, como se muestra en figura 4.9.

Nótese que el evento terminal " $B$  opera" tiene usualmente una alta probabilidad de ocurrencia; además, los eventos " $B$  opera" y " $B$  falla" son complementarios y mutuamente exclusivos.

Si el producto de la probabilidad de " $B$  falla" y " $A$  falla cuando  $B$  ha fallado" es mucho mayor que el producto de " $B$  opera" y " $A$  falla cuando  $B$  opera", entonces la rama derecha del árbol debajo del conector OR puede ser obviada, y queda el árbol de figura 4.10.

### 4.5.2. A y B mutuamente exclusivas

Consideremos otro caso donde las fallas de  $A$  y  $B$  son mutuamente exclusivas. En ese caso, la probabilidad de que  $A$  falla cuando  $B$  ha fallado es 0. Y por tanto la rama derecha bajo el conector OR de figura 4.9 puede ser obviada, como se muestra en figura 4.11.

### 4.5.3. Dependencias en sistemas más complejos

Consideremos ahora el sistema mostrado en la figura 4.12. Los componentes  $A$  y  $B$  están en paralelo y  $C$  en serie con ellos. Tomemos en primer lugar el caso en que la fallas de cualquiera son independientes del resto. El árbol se muestra en figura 4.13. Se ha usado la siguiente nomenclatura:

$A, B, C$ : falla de  $A, B, C$  respectivamente

$S$ : falla del sistema

$D1$ : evento intermedio,  $A$  y  $B$  fallan

Consideremos ahora el caso en el cual la falla de  $A$  depende de  $B$ . Se utiliza la notación adicional:



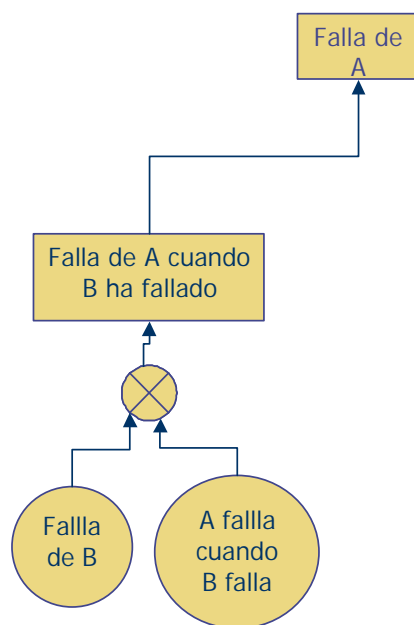


Figura 4.10: Árbol condensado

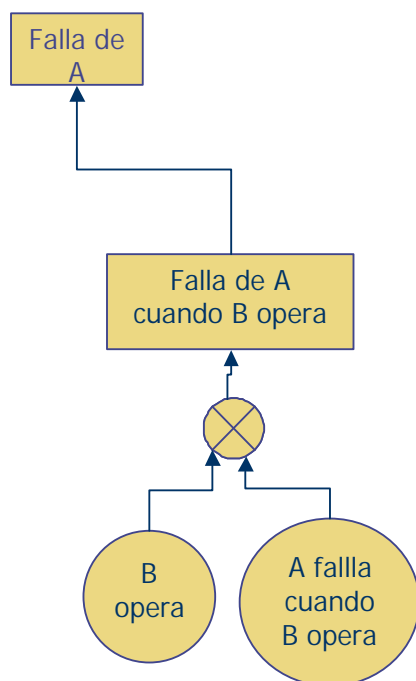


Figura 4.11: Fallas mutuamente exclusivas

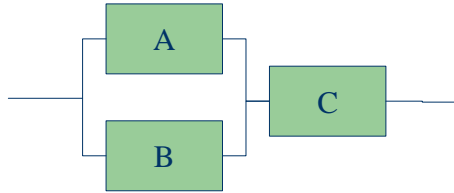


Figura 4.12: Sistema con redundancia

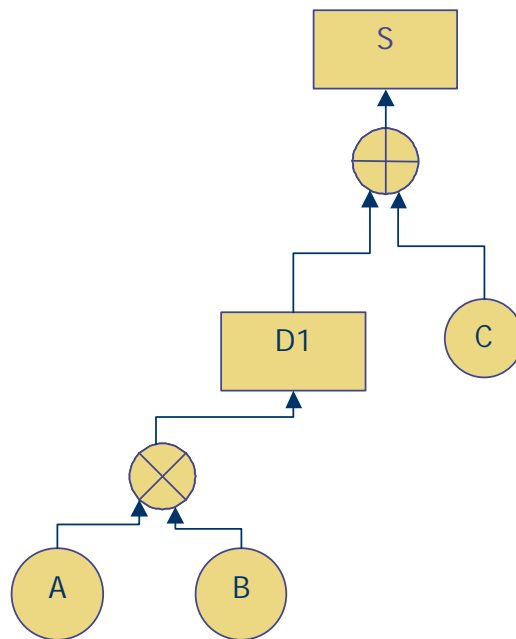


Figura 4.13: Eventos independientes

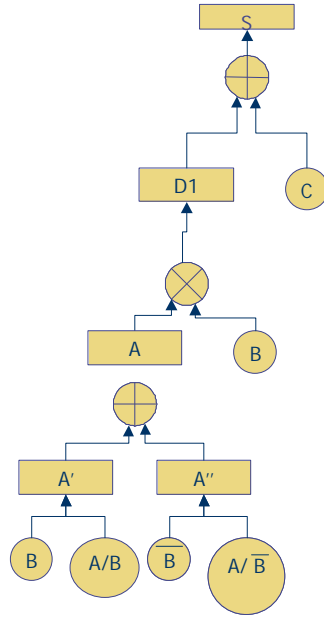


Figura 4.14: A dependiente de B

$\bar{B}$ : componente B opera

$A'$ : falla de componente A cuando B ha fallado

$A''$ : falla de componente A cuando B opera

Nótese que la parte del árbol bajo A es idéntica a la figura 4.9.

#### 4.5.4. A y B con correlación perfecta

Se dice que dos eventos A y B están completamente correlacionados, o sea, su correlación estadística es 1, cuando A ocurre si y solo si B ocurre y además B ocurre si y solo si A ocurre. Si hay dos eventos de ese tipo en el árbol, podemos simplemente reemplazar B por A cada vez que B aparezca.

Considérese un árbol muy sencillo donde el evento principal está conectado a dos eventos básicos por un conector OR. Ello representa a un sistema en serie sencillo. Si suponemos que ambos eventos son independientes la probabilidad calculada del evento principal será un borne superior. Si asumimos que ambos eventos están 100% correlacionados, la probabilidad calculada será un borne inferior. En casos más complejos no se pueden emitir conclusiones generales sobre el error cometido sobre la probabilidad estimada para el evento principal.

## 4.6. Ejemplos

### 4.6.1. Simplificación del árbol

Considere el árbol de fallas mostrado en figura. El evento principal representa la falla del sistema. Los eventos  $E1, \dots, E4$  son estadísticamente independientes y representan las fallas de componentes cuyas tasas de falla son  $\lambda_i$   $i=1, \dots, 4$  respectivamente. Determine la confiabilidad del sistema en  $t$ . La confiabilidad de un componente es  $e^{-\lambda_i t}$ .

Por conveniencia definamos la probabilidad de que un elemento falle como

$$q_i = 1 - e^{-\lambda_i t}$$

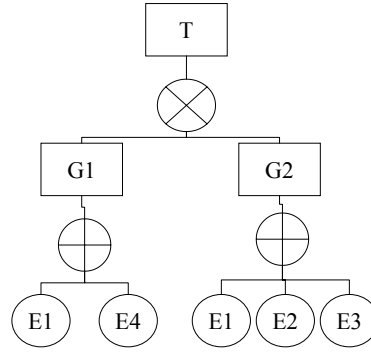


Figura 4.15: árbol de falla

y desarrollemos el árbol con algebra Booleana:

$$\begin{aligned}
 T &= G1 \cdot G2 \\
 &= (E1 + E4) \cdot (E1 + E2 + E3) \\
 &= E1^2 + E1E2 + E1E3 + E4E1 + E4E2 + E4E3 \\
 &= E1 + E1E2 + E1E3 + E4E1 + E4E2 + E4E3
 \end{aligned}$$

Por ser un evento simple,  $E1$  es necesariamente un conjunto minimo,luego,

$$M1 = E1$$

donde  $M_i$  indica el  $i$ -esimo conjunto minimo.  $E1E2$ ,  $E1E3$  y  $E4E1$  no son conjuntos minimos pues contienen a un conjunto minimo ( $E1$ ). Los conjuntos minimos restantes son:

$$M2 = E4E2$$

$$M3 = E4E3$$

Si usamos la aproximación de pequeñas probabilidades ( $q_i < 0,1$ ):

$$\begin{aligned}
 P(T, t) &= P(M1) + P(M2) + P(M3) \\
 &= q_1 + q_2q_4 + q_3q_4
 \end{aligned}$$

luego, la confiabilidad del sistema es

$$R(T, t) = 1 - P(T, t)$$

#### 4.6.2. Sistema de refrigeración

Considere el sistema de figura 4.16. Consiste de:

- bomba de velocidad constante,
- intercambiador de calor,
- valvula de control,
- tanque,
- tubería.

La función del sistema es suplir con suficiente refrigeración al equipo principal. El evento principal en este caso es la perdida de flujo mínimo al intercambiador de calor. Ella puede ocurrir por falla en la línea principal o por problemas en la valvula. La ruptura de la tubería es un evento primario.

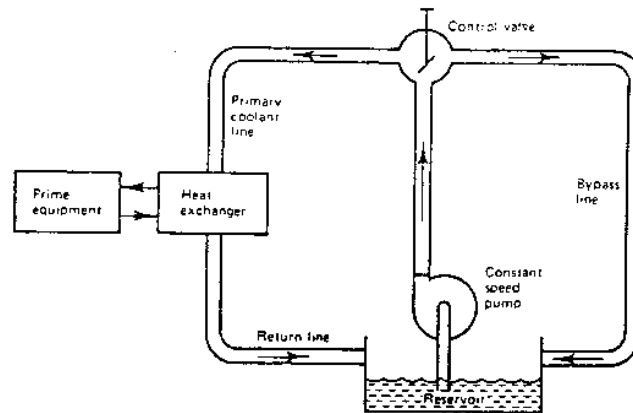


Figura 4.16: Sistema de refrigeración

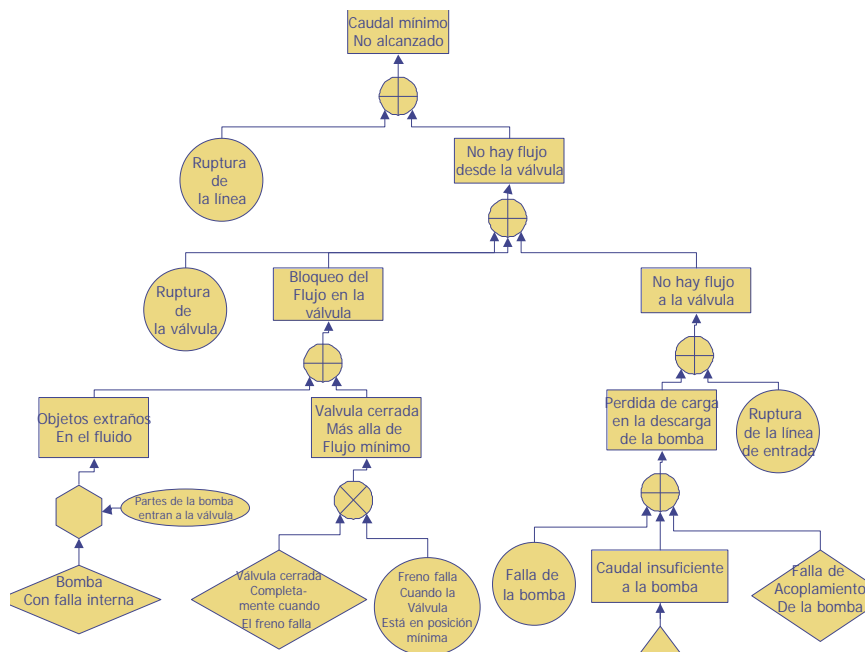


Figura 4.17: Árbol de falla

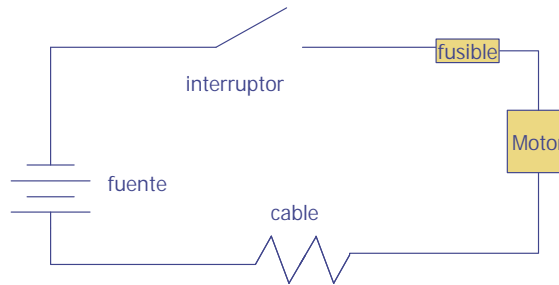


Figura 4.18: Diagrama del circuito del motor

**Ejercicio 3** Construya el árbol de falla del sistema mostrado en figura 4.18. El evento principal es la no operación del motor. Razones:

- falla interna del motor,
- no llega corriente al motor.
  - interruptor abierto,
    - abierto
    - falla interna
  - falla interna del cableado,
  - falla del fusible,
    - sobrecarga: por corto-circuito en el cableado o por falla de la fuente
    - falla interna

## 4.7. Software para árboles de falla

FaultTree+ , <http://www.isographdirect.com/>  
 Relex Fault Tree, <http://www.relexsoftware.com/>  
 CAFTA, <http://fsg.saic.com/r&r/Products/cafta/cafta.htm>  
 CARA, <http://www.sydvest.com/Support/cara-sr1.htm>

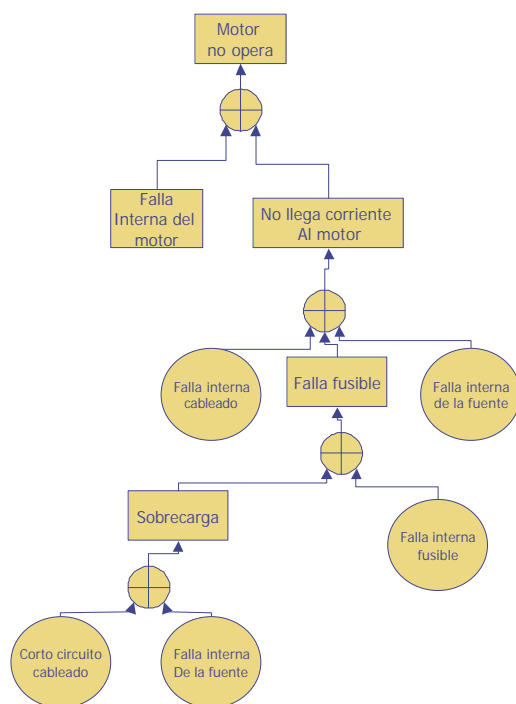


Figura 4.19: Árbol de fallas del motor eléctrico

## Capítulo 5

# Análisis de importancia

### 5.1. Introducción

Un árbol de falla cualitativo provee al analista con información acerca de

- como la falla del sistema puede ocurrir o
- como puede asegurarse la operación del sistema
  - que combinación de fallas de componentes -eventos terminales- puede provocar la falla del sistema -evento terminal-, o
  - que combinación de eventos exitosos asegura la operación exitosa del sistema

Un árbol de fallas provee la probabilidad de falla del sistema -evento principal-, lo que puede ser usado para decidir si la performance del sistema (confiabilidad, disponibilidad, seguridad) es aceptable o si son necesarios algunos cambios.

Un análisis de importancia es útil para

- el diseño de sistemas que deban alcanzar niveles pre-establecidos de confiabilidad,
- desarrollar estrategias de mejoramiento de la confiabilidad
- desarrollar programas de mantención basada en la confiabilidad
- etc.

### 5.2. Medidas cuantitativas de importancia

La importancia de un *evento terminal* con respecto al evento principal puede ser definida sobre intervalos de tiempo dados. Entre las medidas de importancia más conocidas se tiene:

- medida de Birnbaum
- medida de criticidad
- medida de la función de mejora (upgrading)
- medida de Vesely-Fusell
- medida de Barlow-Proschan
- medida secuencial contributiva



**Observación 24** Para su calculo, estas medidas consideran que los eventos terminales son estadísticamente independientes y sus resultados no clasifican necesariamente los eventos o conjuntos en el mismo orden.

**Observación 25** Dependiendo del intervalo de tiempo considerado y la dependencia de probabilidades de los eventos básicos en función del tiempo, el orden de importancia puede variar incluso para una misma medida si se consideran 2 o mas intervalos de análisis.

La importancia de un conjunto mínimo puede ser medida con:

- Vesely-Fusell
- Barlow Proschan

Las observaciones 24 y 25 también valen para conjuntos mínimos.

### 5.3. Vesely-Fussell para conjuntos mínimos

La importancia del  $j$ -esimo conjunto mínimo en el instante  $t$  se define como

$$\frac{P(\text{conjunto mínimo } j \text{ en } t)}{P(\text{evento principal en } t)}$$

Definamos la siguiente notación:

$I_{A,j}(t)$ , medida de importancia de Vesely-Fussell del  $j$ -esimo conjunto mínimo con respecto a la disponibilidad del evento principal en el instante  $t$ .

$I_{R,j}(t)$ , medida de importancia de Vesely-Fussell del  $j$ -esimo conjunto mínimo con respecto a la confiabilidad del evento principal en el instante  $t$ .

Según su definición, se calculan según:

$$\begin{aligned} I_{A,j}(t) &= \frac{Q_j(t)}{Q_S(t)} \\ I_{R,j}(t) &= \frac{U_j(t)}{U_S(t)} \end{aligned} \tag{5.1}$$

donde

$Q$  indica no disponibilidad en  $t$ ,

$U$  indica no confiabilidad en  $t$ .

Las ecuaciones 5.1 se basan en que los conjuntos mínimos sean estadísticamente independientes. Se asume además que la probabilidad de que mas de un conjunto mínimo esté en estado de falla en el instante  $t$  es muy pequeña comparada a la probabilidad de solo un conjunto mínimo esté en estado de falla en el instante  $t$ ; lo que es razonable para la mayoría de los sistemas.

Una vez calculadas los indicadores de importancia, los eventos terminales pueden ser clasificados de acuerdo a su importancia, en orden descendente.

**Ejemplo 17** Considérese un árbol de falla cuyo evento principal es 'falla del sistema'. Los conjuntos mínimos son

$$\begin{aligned} M_1 &= (E_1, E_2) \\ M_2 &= (E_1, E_3) \\ M_3 &= (E_3, E_4) \end{aligned}$$

Los eventos terminales son estadísticamente independientes. La probabilidad acumulada de falla  $U_i$  de cada evento terminal para  $t = 4000$  horas se muestran en tabla 5.1. La probabilidad acumulada de falla del sistema es entonces  $U_s = 3,7 \cdot 10^{-2}$ . Calcule el indicador de importancia de Vesely-Fusell con respecto a la confiabilidad del sistema para  $t = 4000$  horas.

Evento $i$	$U_i$
1	$10^{-2}$
2	$7 \cdot 10^{-3}$
3	$2 \cdot 10^{-2}$
4	$3,7 \cdot 10^{-2}$

Cuadro 5.1: Probabilidad acumulada de falla

**Solución 3** La importancia de cada conjunto mínimo es:

$$I_{R,1} = \frac{U_1}{U_s} = 0,27$$

$$I_{R,2} = \frac{U_2}{U_s} = 0,19$$

$$I_{R,1} = \frac{U_1}{U_s} = 0,54$$

Luego, los conjuntos mínimos se clasifican así:  $M_3, M_1, M_2$

La importancia de cada evento terminal con respecto a la confiabilidad del sistema para  $t = 4000$  horas es:

$$i_{R,1} = \frac{U_1 + U_2}{U_s} = 0,46$$

$$i_{R,2} = \frac{U_1}{U_s} = 0,27$$

$$i_{R,3} = \frac{U_2 + U_3}{U_s} = 0,73$$

$$i_{R,4} = \frac{U_3}{U_s} = 0,54$$

y la importancia de los eventos terminales se ordena así:  $E_3, E_4, E_1, E_2$

**Ejemplo 18** El evento principal de un árbol de falla es 'falla del sistema'. Los conjuntos mínimos del árbol son

$$M_1 = (E_1)$$

$$M_2 = (E_2)$$

$$M_3 = (E_2, E_3)$$

$$M_4 = (E_3, E_4)$$

La no disponibilidad de los eventos terminales para  $t = 2400$  horas son:

$$q_1 = 0,04$$

$$q_2 = 0,02$$

$$q_3 = 0,05$$

$$q_4 = 0,08$$

Los eventos terminales son estadísticamente independientes. Calcule los indicadores de importancia de Vesely-Fussell con respecto a la disponibilidad del sistema para  $t = 2400$  horas.

**Solución 4** Primero calculamos la no disponibilidad de los conjuntos mínimos y del sistema:

$$Q_1 = q_1 = 0,04$$

$$Q_2 = q_2 = 0,02$$

$$Q_3 = q_2 \cdot q_3 = 0,001$$

$$Q_4 = q_3 \cdot q_4 = 0,004$$

y la no disponibilidad del sistema es:

$$Q_s = \sum_{i=1,4} Q_i = 0,065$$

y ahora podemos calcular los indicadores de importancia de los eventos terminales:

$$\begin{aligned} I_{A,1} &= \frac{Q_1}{Q_s} = 0,62 \\ I_{A,2} &= \frac{Q_2 + Q_3}{Q_s} = 0,32 \\ I_{A,3} &= \frac{Q_3 + Q_4}{Q_s} = 0,077 \\ I_{A,4} &= \frac{Q_4}{Q_s} = 0,06 \end{aligned}$$

que se ordenan

$$E_1, E_2, E_3, E_4$$

**Ejemplo 19** Para el sistema descrito en el ejemplo anterior, disminuya la no disponibilidad (en  $t = 2400$  horas) de cada evento terminal en 50 % y determine la reducción en la no disponibilidad del sistema para ese instante.

**Solución 5** Expresemos las no disponibilidades de los conjuntos mínimos y del sistema en términos de las no disponibilidades de los eventos terminales:

$$\begin{aligned} Q_1 &= q_1 \\ Q_2 &= q_2 \\ Q_3 &= q_2 \cdot q_3 \\ Q_4 &= q_3 \cdot q_4 \\ Q_s &= \sum_{i=1,4} Q_i \end{aligned}$$

1. En caso de que  $q_1$  se reduzca en 50 %,

$$q'_1 = 0,02$$

se tiene que

$$Q'_s = 0,045$$

luego la no disponibilidad del sistema se redujo según

$$\frac{\Delta Q_s}{Q_s} = \frac{0,065 - 0,045}{0,065} = 30,8 \%$$

2. En caso de que  $q_2$  se reduzca en 50 %,

$$q'_2 = 0,01$$

se tiene que

$$Q'_s = 0,0545$$

luego la no disponibilidad del sistema se redujo según

$$\frac{\Delta Q_s}{Q_s} = \frac{0,065 - 0,0545}{0,065} = 16,28 \%$$

Componente	Eventos terminales/Modos de falla
$H_1$	$E_1$
$H_2$	$E_2, E_3, E_5$
$H_3$	$E_4$

Cuadro 5.2: Relacin componente-evento terminal

3. En caso de que  $q_3$  se reduzca en 50 %,

$$q'_3 = 0,025$$

se tiene que

$$Q'_s = 0,0625$$

luego la no disponibilidad del sistema se redujo según

$$\frac{\Delta Q_s}{Q_s} = \frac{0,065 - 0,0625}{0,065} = 3,8 \%$$

4. En caso de que  $q_4$  se reduzca en 50 %,

$$q'_4 = 0,04$$

se tiene que

$$Q'_s = 0,063$$

luego la no disponibilidad del sistema se redujo según

$$\frac{\Delta Q_s}{Q_s} = \frac{0,065 - 0,063}{0,065} = 3,1 \%$$

Luego, los eventos terminales son ordenados según su importancia:

$$E_1, E_2, E_3, E_4$$

lo que corresponde a la medida de importancia de Vesely-Fussell.

## 5.4. Vesely-Fussell para componentes

El concepto de importancia puede ser extendido a componentes.

Si cada componente solo posee un evento terminal (modo de falla) asociado, entonces la importancia del componente será idéntica a la del evento terminal. Sin embargo, hay componentes que tienen más de un modo de falla asociado. La medida de Vesely-Fussell para los componentes se define como:

$$i_{A,j}^*(t) = \sum_k i_{A,k}(t)$$

$$i_{R,j}^*(t) = \sum_k i_{R,k}(t)$$

donde el índice  $k$  corre sobre los eventos terminales del árbol. Estas ecuaciones son aplicables solo si los eventos terminales son estadísticamente independientes.

**Ejemplo 20** Un sistema consiste de 3 componentes  $H_i$ ,  $i = 1, 3$ . Los eventos terminales (modo de falla)  $E_i$  están asociados a los componentes  $H_i$  según se indica en tabla 5.2.

**Solución 6** Las medidas de importancia de Vesely-Fussell para los componentes son:

$$i_{A,1}^*(t) = i_{A,1}(t) = 0,46$$

$$i_{A,2}^*(t) = i_{A,2}(t) + i_{A,3}(t) + i_{A,5}(t) = 0,71$$

$$i_{A,3}^*(t) = i_{A,4}(t) = 0,74$$

luego, en orden decreciente de importancia:

$$H_3, H_2, H_1$$

$E_i$	$A_i$
1	0.46
2	0.07
3	0.53
4	0.74
5	0.11

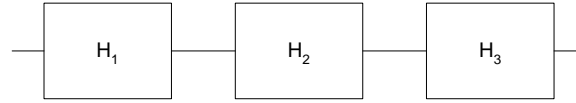
Cuadro 5.3: Disponibilidad en  $t=1500$  horas

Figura 5.1: Sistema original

**Ejemplo 21** Un sistema está compuesto por 3 componentes dispuestos en serie (figura 5.1). Cada componente tiene un solo modo de falla asociado. La disponibilidad de los componentes  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $H_3$  (para  $t = 8000$  horas) son  $a_1 = 0,999$ ,  $a_2 = 0,96$ ,  $a_3 = 0,97$  respectivamente. Las fallas de cada componente son estadísticamente independientes. El costo de añadir cualquier componente redundante es similar. Se requiere una disponibilidad del sistema de 0,995 (en  $t = 8000$  horas). Desarrolle una nueva configuración, añadiendo componentes redundantes a cualquiera de las etapas.

**Solución 7** Se requiere una disponibilidad de 0.995. Cualquier configuración con redundancia es aceptable.

Primero, calculamos la disponibilidad del sistema original (figura 5.1). El árbol de fallas para tal configuración se muestra en figura ?? . Los conjuntos mínimos son:

$$\begin{aligned} M_1 &= E_1 \\ M_2 &= E_2 \\ M_3 &= E_3 \end{aligned}$$

La disponibilidad del sistema es

$$\begin{aligned} A_s &= 1 - (1 - 0,999) - (1 - 0,96) - (1 - 0,97) \\ &= 0,929 \end{aligned}$$

lo que es inferior al nivel aceptable.

Las medidas de importancia de Vesely-Fussell para cada componente con respecto a la disponibilidad,

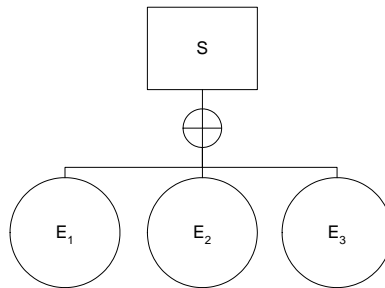


Figura 5.2: Árbol de fallas de la configuración original

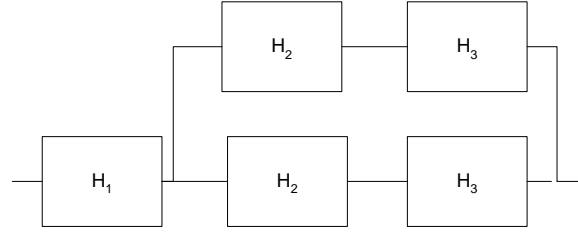


Figura 5.3: Sistema modificado

para  $t = 8000$  horas es:

$$\begin{aligned}
 i_{A,1}^* &= \frac{Q_1}{Q_s} = \frac{q_1}{Q_s} = 0,014 \\
 i_{A,2}^* &= \frac{Q_2}{Q_s} = \frac{q_2}{Q_s} = 0,56 \\
 i_{A,3}^* &= \frac{Q_3}{Q_s} = \frac{q_3}{Q_s} = 0,42
 \end{aligned}$$

Luego la clasificación de los componentes es

$$H_2, H_3, H_1$$

Dado que el costo de añadir un componente redundante es similar para cualquier etapa

$$q_2^* = q_2 \cdot q_2 = 0,04^2 = 0,0016$$

donde  $q_2^*$  es la no disponibilidad cuando hay un equipo redundante en la etapa 2. La disponibilidad del sistema modificado es:

$$\begin{aligned}
 A'_s &= (1 - q_1) + (1 - q_2^*) + (1 - q_3) \\
 &= 3 - (0,001 + 0,0016 + 0,03) \\
 &= 0,9674
 \end{aligned}$$

lo cual es aun inaceptable.

Si añadimos otro componente redundante a la etapa 3,

$$\begin{aligned}
 A''_s &= (1 - q_1) + (1 - q_2^*) + (1 - q_3^*) \\
 &= 3 - (0,001 + 0,0016 + 0,03^2) \\
 &= 0,9965
 \end{aligned}$$

lo que es aceptable. Se recomienda un sistema como el mostrado en la figura 5.3.

## 5.5. Comentarios

Notese que en el análisis de importancia no se toman en cuenta directamente los costos sino que la confiabilidad o disponibilidad de componentes. Luego, los resultados de un análisis de importancia sirven de complemento para un análisis de costos.



## Capítulo 6

# Otras técnicas de análisis de fallas

### 6.1. Análisis de Pareto

En el siglo XIX, Villefredo Pareto realizó un estudio sobre la distribución de la riqueza en Milan. Encontró que el 20 % de las personas controla el 80 % de la riqueza. Esta lógica de que los pocos poseen mucho y los muchos que tienen poco ha sido aplicada en muchas situaciones y es conocida como el *principio de Pareto*.

Como una forma de priorizar y solventar la común escasez de recursos del staff de mantención, se utiliza el análisis de Pareto o análisis ABC. Para realizarlo, se integra sobre un horizonte de tiempo dado los costos asociados a mantención, por equipo, para una lista de equipos similares. Luego se ordenan los costos en orden decreciente y se representan gráficamente los costos *acumulados* (normalizados por la suma total de costos) vs la cantidad *acumulada* de fallas (normalizadas respecto de su total también). El resultado usual es de la forma mostrada en figura 6.1.

La curva se divide en tres zonas: A, B y C. La Zona A muestra que aproximadamente 20 % de las fallas producen el 80 % de los costos; las fallas en esta zona deben claramente ser priorizadas. En la zona B se concentran 15 % de los costos, que son producidos por el 30 % de las fallas. La zona C solo concentra 5 % de los costos producidas por el 50 % de las fallas. Estas fallas tienen la prioridad de solución más baja.

**Observación 26** *El análisis anterior considera que las fallas son similares en costo de intervención; en general este puede variar entre falla y falla de manera importante, dependiendo de los modos de falla involucrados.*

**Ejemplo 22** *Considere un grupo de máquinas en un taller que llevan el registro de fallas listado en tabla 6.1:*

*En la tabla 6.2 se realiza el análisis de Pareto. Los resultados indican que las máquinas 11, 10, 1, 8, 9 y 3 concentran el 79 % de las horas de detención, lo que implica su priorización en las tareas de mantención.*

Las siguientes decisiones de mantención deben ser tomadas:

1. Los componentes que componen la zona A deben recibir los mayores esfuerzos de mantención: un programa de mantención preventiva, monitorio de su condición, nivel adecuado de stock de repuestos.
2. Un esfuerzo menor será concentrado en las máquinas pertenecientes al grupo B.
3. Los elementos del grupo C no requieren mantención preventiva hasta una nueva evaluación.

**Observación 27** *El análisis ABC también es muy usado como criterio para los niveles de repuestos en bodega.*

**Observación 28** *Nótese la necesidad de registrar información de costos y fallas por equipo.*



No.	Horas parada	Nro. de fallas
1	100	4
2	32	15
3	50	4
4	19	14
5	4	3
6	30	8
7	40	12
8	80	2
9	55	3
10	150	5
11	160	4
12	5	3
13	10	8
14	20	8

Cuadro 6.1: Registro de Fallas

$i$	$C_i$	$F_i$	$\sum C_i$	$\sum F_i$	$\frac{1}{C_T} \sum C_i$	$\frac{1}{F_T} \sum F_i$
11	160	4	160	4	21 %	4 %
10	150	5	310	9	41 %	10 %
1	100	4	410	13	54 %	14 %
8	80	2	490	15	65 %	16 %
9	55	3	545	18	72 %	19 %
3	50	4	595	22	79 %	24 %
7	40	12	635	34	84 %	37 %
2	32	15	667	49	88 %	53 %
6	30	8	697	57	92 %	61 %
14	20	8	717	65	95 %	70 %
4	19	14	736	79	97 %	85 %
13	10	8	746	87	99 %	94 %
12	5	3	751	90	99 %	97 %
5	4	3	755	93	100 %	100 %
$\sum$	<b>755</b>	<b>93</b>				

Cuadro 6.2: Análisis de Pareto

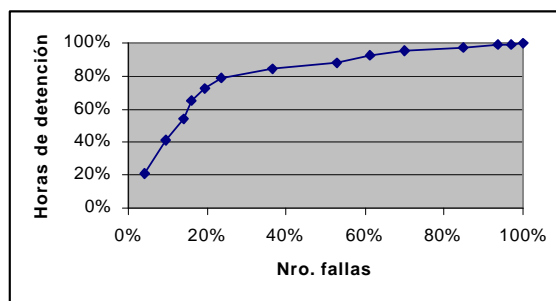


Figura 6.1: Curva de Pareto

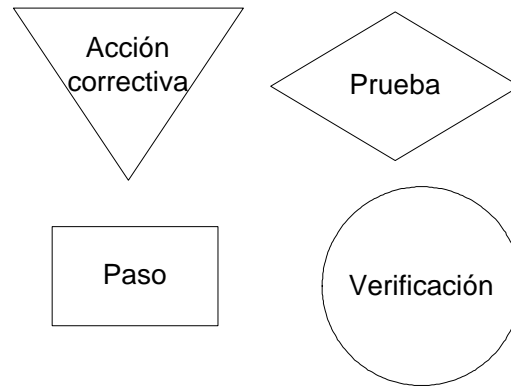


Figura 6.2: Elemento del árbol

## 6.2. Método de Maxer

Se dice que una falla aparece cuando el comportamiento del sistema en estudio se desvía de la norma. En general, el personal de mantención dedica sus esfuerzos a anular los síntomas de falla. No se investiga el porque de la falla, sino que solo sus consecuencias. A fin de evitar la recurrencia, o al menos a reducirla es importante encontrar la causa del problema. El proceso es similar al árbol de fallas a excepción de que no es un ejercicio mental exclusivamente, puesto que ocurre después de aparecer la falla, cuando existen trazas indicadoras.

Para evitar recurrencias de fallas, este método propone:

1. Estudiar la situación a fondo;
2. Establecer varias hipótesis de falla iniciales;
3. Seleccionar la más factible;
4. Verificar la hipótesis;
5. Reparar la falla;
6. Verificar que la reparación removió la falla;
7. Establecer las causas de fondo, y corregirlas;
8. Verificar el efecto del paso 7;
9. Verificar que equipos similares reciban las mismas medidas proactivas.

## 6.3. Árboles de mantención

Como resultado de un árbol de fallas se puede construir un árbol de mantención para cada equipo y modo de falla. Los árboles de mantención son herramientas de ayuda para la diagnosis de fallas. De ellos se obtienen la lista ordenada de chequeos a realizar para identificar la falla. Un ejemplo se aprecia en figura 6.3.

## 6.4. Estudios de correlación

Cuando la causa de una falla no es evidente es útil realizar estudios de correlación que relacionen eventos sospechosos de ser causa de fallas.



Nro. Hoist	Nro. Fallas	Carga total anual
1	12	12,5
2	10	14
3	17	20
4	15	17
5	2	6
6	2	4
7	18	25
8	9	12
9	7	8
10	1	2
11	1	1

Cuadro 6.3: Fallas y niveles de carga por mquina

Nro. Hoist	Nro. Fallas ( $x_i$ )	$w_i$
10	1	1,5
11	1	1,5
5	2	3,5
6	2	3,5
9	7	5
8	9	6
2	10	7
1	12	8
4	15	9
3	17	10
7	18	11

Cuadro 6.4: Pesos asignados a cada mquina

$i$	$x$	$y$	$w_x$	$w_y$	$d$
1	12	12,5	8	7	1
2	10	14	7	8	-1
3	17	20	10	10	0
4	15	17	9	9	0
5	2	6	3,5	4	-0,5
6	2	4	3,5	3	0,5
7	18	25	11	11	0
8	9	12	6	6	0
9	7	8	5	5	0
10	1	2	1,5	2	-0,5
11	1	1	1,5	1	0,5

Cuadro 6.5: Pesos asignados

**Ejemplo 23** Reordenando para los  $x_i$ :

*Y se hace similarmente para la carga total anual ( $y_i$ ).*

*La tabla queda:*

*Entonces  $\rho_s = 0,986$ . El test de Student confirma que la correlación entre numero de fallas y la carga es efectivamente alta. Por ejemplo para :*

$$t = (11 - 2) \frac{0,986^2}{\sqrt{1 - 0,986^2}} = 52,5 > t(9, 1 - \alpha) \text{ para todo } \alpha$$

---

<sup>1</sup>ver tabla de Student en ref. [8].

## Capítulo 7

# Sistemas de Información de Mantenimiento

### 7.1. Introducción

Es un prejuicio normal el pensar que la informatización de la gestión de la mantenimiento puede resolver los problemas de la misma. Lejos de ello, puede ocurrir que el personal de mantenimiento se queje de trabajo administrativo extra, sin ver los beneficios.

Históricamente, la gestión de bodega fue el primer punto en ser facilitado por la computación. Luego se codificaron los equipos, las tareas, añadir los costos de las mismas, etc.

Una ventaja importante es la disponibilidad de la información y la transparencia en su transmisión. Ello facilita la transmisión de conocimientos entre las personas.

**Observación 29** *También se han visto sistemas SIM obsoletos pues la información entregada es falsa.*

### 7.2. Necesidades a satisfacer por el SIM

#### 7.2.1. Necesidades propias a la mantención

##### Información técnica

- Posición geográfica de equipos
- Codificación de equipos
- Componentes de cada planta, cada línea, cada equipo
- Información técnica de equipos
- Historial de mantención (correctivas, modificaciones)
- Piezas de repuesto por equipo, existencia en bodega
- Procedimientos de mantención correctivas: check-lists, árboles de decisión para el diagnóstico
- Procedimientos de mantención preventiva: lubricación, cambio de piezas,..

##### Información de tareas

- solicitudes de intervención
  - por su naturaleza (panas, preventivas, mejoras, ..)
  - por sus origen

- solicitante
  - lugar geográfica o funcional
  - fechas deseadas y limites
- explicaciones (porqué, como,...)
- estados de avance de tareas en desarrollo
- status bodega
  - repuestos en bodega
  - repuestos reservados
  - repuestos pedidos, plazos

### Información de análisis

El historial de cada equipo representa la radiografía de su estado de salud. Gracias a él se pueden establecer indicadores ha ser mejorados.

### Información de gestión

- costos de mantención
  - costos de falla
  - costos de mano de obra
  - costos de repuestos
- gestión de actividades
- gestión de personal
  - ausencias
  - feriados
  - capacitación
  - calificaciones

### Informaciones generales

- posibles proveedores
- nuevos productos
- nuevas tecnologías

### 7.2.2. Necesidades de funciones anexas a la mantención

- Producción
  - estado de los equipos
  - disponibilidad
  - confiabilidad (sobre todo con el Just In Time)
  - avance de tareas en curso
- Ingeniería

Misión	Información	Información
Intervención	-Intervenciones -seguimiento de ejecución	-codificación -solicitud de tareas -piezas de repuesto -cartera de tareas -estado de intervenciones -planificación
Análisis	-Equipos -Planificación -análisis -consumos	-documentos técnicos -repuestos -planificación de trabajos -recursos -procedimientos
Gestión	-gastos/presupuesto -personal	-costos directos -costos indirectos -costos por equipo -valor stock bodega -planificación de recursos

Cuadro 7.1: Necesidad de informacin segn actores

- datos técnicos
- Calidad
  - datos técnicos que afecten la calidad
- Contabilidad
  - costos y gestión
- Personal
  - calificaciones
  - capacitación
- Dirección
  - costos
  - inversiones

## 7.3. Funciones de un SIM

Un SIM debe poder relacionar datos entre si, a fin de que el usuario pueda navegar fácilmente por la información.

**Ejemplo 24** *Para ver los datos de un equipo, se puede por el código del equipo, por su nombre, por su ubicación, por su naturaleza técnica. Puede ver la lista de repuestos y saber si están disponibles en bodega. En tal caso, saber donde están ubicados.*

### 7.3.1. Funciones propias al personal de intervención

- codificación de equipos
- documentación técnica
- historiales
- repuestos



### **Codificación de equipos**

El código de un equipo permite relacionarlo con los otros tipos de información disponibles: repuestos, planes, planos, documentos, historial.

### **Documentación técnica**

Este tipo de información debe ser disponible para todos, fácil y rápidamente. Datos indispensables:

- datos de identificación: constructor, tipo, datos de placa, fecha de instalación, etc.
- lista de planos y esquemas,
- lista de piezas de repuestos, con sus códigos (propios y del constructor),
- planes de mantención previstos

### **Historial**

Incluye:

- solicitudes de intervención
- modificaciones
- informes técnicos

### **Repuestos**

- código
- costo unitario
- cantidad disponible
- ubicación
- repuestos alternativos
- etc.

### **7.3.2. Funciones propias a planificación**

- Seguimiento de actividades
- Preparación de intervenciones
- Planificación de intervenciones

### **Seguimiento de actividades**

- registro de solicitudes de intervención
- su seguimiento en el tiempo
- planificación
- compras directas necesarias
- coordinación con paradas de producción de equipos
- procedimientos de seguridad
- calificaciones y herramientas necesarias para realizar el trabajo

**Preparación de intervenciones**

La preparación de intervenciones debe permitir reducir sus costos al lograr una mejor organización de actividades. Los siguientes datos deben ser accesibles:

- arborescencia de equipos
- repuestos
- procedimientos
- consignas de seguridad
- contratistas

Estimar el tiempo de intervención para planificarla y distribuir las cargas entre el personal.

**Planificación de intervenciones**

Se debe poder gestionar:

- disponibilidad de las instalaciones por producción
- nivel de criticidad
- cargas de trabajo posibles
- contratistas

**7.3.3. Funciones propias a la gestión**

- gestión de costos
  - Desglosar por equipo los gastos en mano de obra, repuestos, contratistas
  - Desglosar por equipo los gastos por la naturaleza de las intervenciones: panas, modificaciones, m. preventiva, etc.
- gestión de bodegas
  - misión: minimizarlo manteniendo la calidad del servicio
  - conocer:
    - tasas de rotación
    - consumos
    - precios unitarios
    - proveedores
    - etc.
- análisis de gastos y presupuesto
  - comparación entre gastos efectivos y los previstos.
- seguimiento de contratistas
  - por proveedor
  - por naturaleza de trabajos
  - por volumen de negocios con la empresa
  - revisión de contratos

## 7.4. Selección de un SIM

Exciten 2 soluciones extremas:

- Traje a la medida para que el software se adapte a la realidad organizacional de la empresa;
- Paquete comercial

La ventaja principal de un paquete comercial es que son vectores de los mejores métodos y modelos de organización de la función mantención. Además son actualizados y mejorados constantemente para añadir funciones mas y mas complejas. También se adaptan al constante cambio en el hardware.

**Observación 30** *Los proveedores de paquetes ofrecen adaptar el software a la realidad de la empresa. El costo de los ajustes anda en el orden de 20 % de la inversión total en SIM.*

La clave del éxito está en:

- que el SIM sea lo más standard posible,
- desarrollar aquello que representa un valor agregado real para la empresa.

**Observación 31** *Se han elaborado cuestionarios para evaluar los sistemas de información de mantención. En apéndice C se lista uno propuesto por la revista de mantenimiento.*

## 7.5. Implementación

En primer lugar es necesario precisar los 4 puntos siguientes:

- **punto de partida:** establecer el status actual del servicio de mantención
- **objetivos:** descripción de metas a alcanzar
- **medios disponibles:** limitaciones al presupuesto, plazos
- **modo de actuar:** recursos humanos y financieros involucrados

### 7.5.1. Establecer punto de partida

El análisis de la situación actual permite representar:

- lo que pasa,
- lo que se hace,
- como funciona,
- cuales son los resultados y como se evalúan

Para realizar el análisis se utilizan técnicas de modelamiento de **flujos físicos** (circulación de equipos, repuestos, herramientas) y de **flujos de información** (por papel, oral, email, reportes, ordenes de trabajo, informes de intervención, fichas de equipos,...)

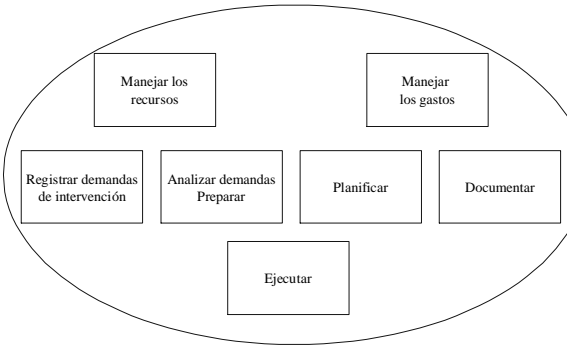


Figura 7.1: Actividades de mantención

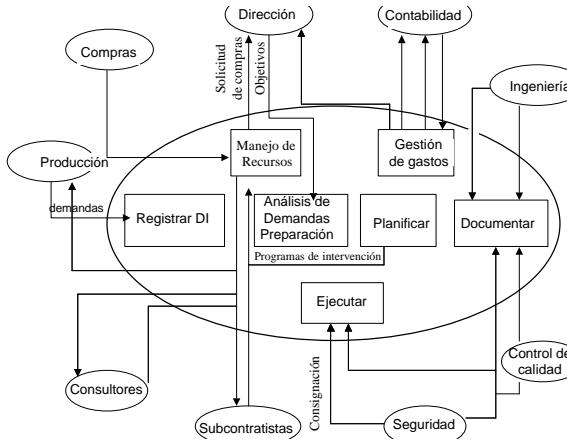


Figura 7.2: Flujos externos

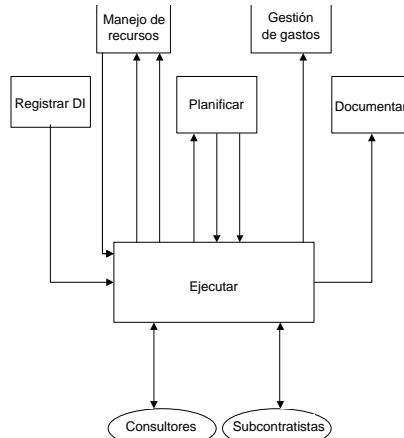


Figura 7.3: Flujos internos

### 7.5.2. Modelos de flujos internos y externos

En nuestro caso, una esquema de análisis permite desglosar las actividades de mantenimiento en 3 grupos:

- actividades de gestión (de recursos, presupuesto, performances)
- actividades de conducción (registrar, preparar, planificar, documentar, supervisar)
- actividades de ejecución (inspeccionar, reparar, planificar, lubricar)

Hecho esto es muy fácil modelar los flujos externos, ósea las informaciones intercambiadas con otras funciones de la empresa (planificación de intervenciones, reportes de gestión, ...). Ver esquema en figura 7.2.

Se deben modelar también los flujos internos entre las actividades. Un ejemplo se muestra en figura 7.3.

### 7.5.3. Organigrama de tareas

El análisis consiste en describir las principales procedimientos (flujo de solicitudes de intervención, gestión de intervenciones, planificación de overhauls) en un organigrama de tareas.

Es necesario describir la organización con sus unidades de decisión y de gestión así como las tareas confiadas a cada unidad (por ejemplo, el departamento de planificación xx es responsable de la planificación de tal sector).

Al realizar este análisis es frecuente poner en evidencia un cierto numero de disfunciones o puntos débiles:

- información que no circula,
- actividad no es cubierta por nadie,
- documentación caduca,
- reparaciones provisionarias que se vuelven crónicas.

De lo que se han producido las siguientes mejora:

- resolución de disfunciones al modificar la organización,
- Establecer necesidades a ser satisfechas por el SIM.

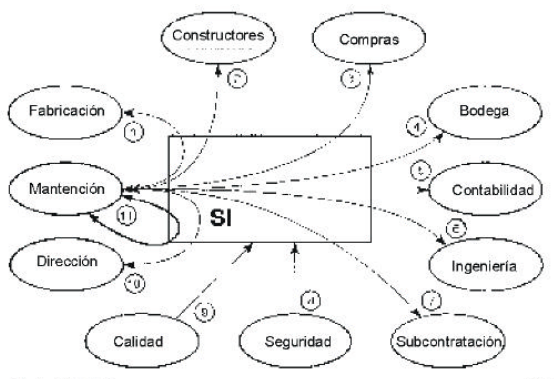


Figura 7.4: Modelo relacional de "pulpo"

#### 7.5.4. Determinación de necesidades

Entre los métodos que se utilizan para establecer necesidades se cuenta la técnica de diagrama funcional de bloques.

##### Diagrama funcional de bloques

Ella consiste en considerar el sistema de información de mantenimiento como una caja negra y en analizar cuales son las diferentes funciones de la empresa que requieren interacción con esta caja negra. Entre estas funciones (que se dibujan alrededor de la caja) hay una que corresponde a la mantención misma, por supuesto.

El "pulpo" que se genera (figura 7.4) es usado al listar las interacciones que son susceptibles de aparecer entre 2 burbujas y que deben ser ofrecidas por la caja negra.

Por ejemplo las relaciones entre mantención y producción son las siguientes:

- responder a una solicitud de intervención,
- establecer una planificación para las intervenciones
- determinar las nuevas condiciones de utilización.

A continuación se puede definir mas en detalle cada una de la interacciones:

- para responder a una solicitud de intervención:
  - registrar el pedido
  - generar una orden de trabajo
  - integrar eventualmente otra tarea de mantención preventiva pendiente
  - etc.

Se obtiene así para cada interacción una lista descriptiva de necesidades que deben ser cubiertas por la caja negra. Luego se debe evaluar la solución que ofrece la caja negra para cada interacción.

Al usar esta metodología se logran las siguientes ventajas:

- explicar el deseo de la manera más exhaustiva posible,
- hacer participar a los agentes de mantención
- abrir la puerta a ideas innovadoras.

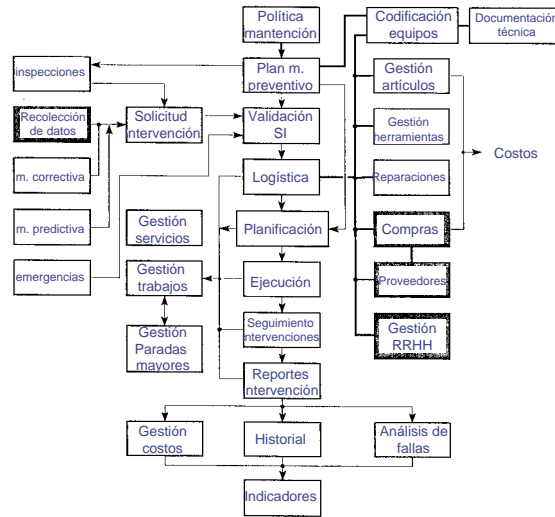


Figura 7.5: Modelo general de un SIM

### Modelos generales

Para acelerar la formulación del diagrama de bloques, se han generado modelos como el que aparece en figura 7.5.

#### 7.5.5. Estudio de oportunidad

Para la inversión externa se debe considerar estos valores de referencia:

- inversión externa

$$0,4 \times \text{software} + 0,4 \times \text{equipos} + 0,2 \times \text{capacitación}$$

- agregar el costo del estudio y la búsqueda de soluciones: 10 % de la inversión externa
- costo de instalación y desarrollos específicos: 20 % de la inversión externa

Se debe considerar el doble de la inversión externa para un predimensionamiento del proyecto.

<i>inversion externa</i>	<i>1E</i>
<i>-licencia</i>	<i>0.4E</i>
<i>-equipos</i>	<i>0.4E</i>
<i>-capacitación</i>	<i>0.2E</i>
<i>costos adicionales</i>	<i>1A</i>
<i>-estudio, instalación</i>	<i>0.1E</i>
<i>-específicos</i>	<i>0.2E</i>
<i>-mantención anual</i>	<i>16 % licencia</i>
<i>inversión interna</i>	<i>1I</i>
<i>-migración</i>	<i>0.25E</i>
<i>-colección y llenado de tablas</i>	<i>1-3E</i>

**Ejemplo 25**

### Justificación económica

Los ahorros generados se aprecian en los siguientes items:

- tasa de rotación de repuestos

- frecuencia de panas, aumento de la disponibilidad
- aumento de la mantención preventiva
- horas de gestión, reducción de personal

Se han reportado los ahorros siguientes:

- reducción de repuestos:6-10 %
- eficacia del personal:3-4 %
- disponibilidad:1-2 %

En el plano cualitativo, un SIM tiene por ventaja principal permitir una mejor preparación. Induce una reducción de costos en la medida en que sensibilice al personal respecto de los costos, solo por el hecho de que tal información sea publica y disponible para todos.

### 7.5.6. Selección del SIM

- Un primer criterio es conocer el origen de los SIM: algunos nacieron para industrias de proceso, otros para la mantención de inmuebles, etc.
- También es valido consultar a clientes que ya adoptaron el producto.
- El soporte que pueda proveer el vendedor.

**Observación 32** *Más vale seleccionar un producto sub-dimensionado con capacidad de ajuste que un producto sobre-dimensionado sin tal posibilidad.*

**Observación 33** *Productos muy potentes han sido incapaces de simplificarse con el fin de cubrir funciones elementales (el análisis de una orden de trabajo es un buen ejemplo).*

## 7.6. Análisis de las funciones de un SIM

### 7.6.1. Trabajos

#### Solicitud de trabajo

La solicitud de intervención debe imperativamente identificar:

- código del equipo
- fecha y hora del incidente
- descripción sumaria o código de incidente

El status de una solicitud puede ser:

- en espera
- rechazada
- transformada en orden de trabajo

A su vez, la orden de trabajo puede estar en los siguientes status:

- en espera
- planificada



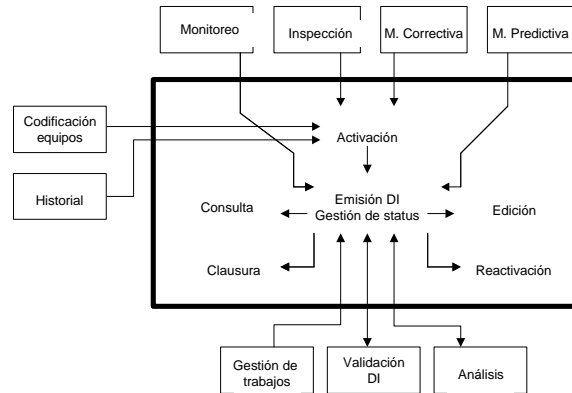


Figura 7.6: Demanda de intervención

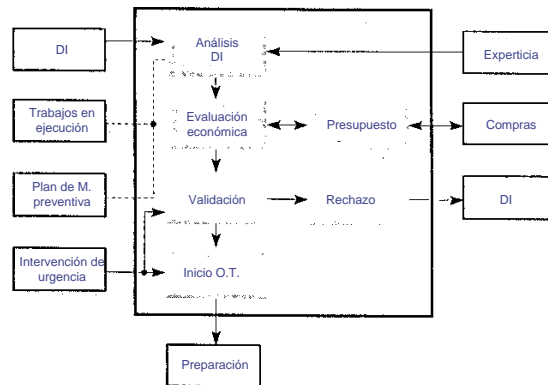


Figura 7.7: Validación de una demanda de intervención

- en evolución
- terminada técnicamente
- terminada administrativamente

La lista de solicitudes es consultable según varios criterios:

- por prioridad
- por equipo
- por sector
- por tipo de pana

Al seleccionar un equipo se aprecia la lista de solicitudes ya registradas en el pasado.

### Validación de una Solicitud de trabajo

La solicitud es analizada con respecto a los trabajos en ejecución y el plan preventivo. En algunos casos se requiere de una *solicitud de presupuesto* o de una *licitación*.

Debe ser siempre posible el mantener la filiación solicitud y orden Si la solicitud es rechazada ello queda registrado y el solicitante es informado.

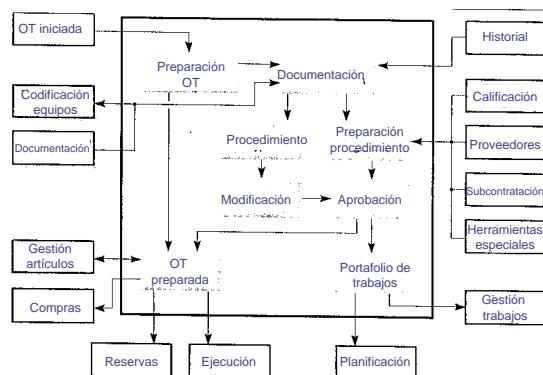


Figura 7.8: Preparación de trabajos

### Preparación del trabajo

El producto principal de la preparación es la orden de trabajo (OT).

El preparador completa la OT iniciada con la validación de la solicitud.

Una OT debe especificar:

- mano de obra por categoría
- repuestos y herramientas necesarias
- documentos a consultar
- procedimientos de ejecución
- tiempo de intervención estimado
- prioridad otorgada
- restricciones de ejecución

El procedimiento contiene por equipo y subconjunto:

- fases de la intervención
- calificaciones profesionales
- tiempo standard
- consumo de repuestos por operación
- herramientas
- documentación
- consignas de seguridad

### Planificación de trabajos

Planificar es optimizar los recursos. No basta solo verificar que las cargas no se superpongan. Uno de las herramientas mas útiles sigue siendo la carta Gantt. Ver diagrama 7.9.

### Ejecución de trabajos

La ejecución de trabajos sigue el esquema 7.10.

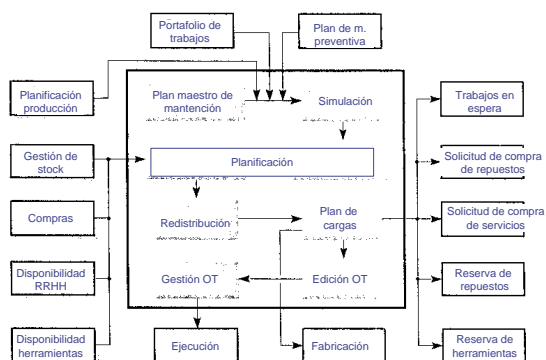


Figura 7.9: Planificación de trabajos

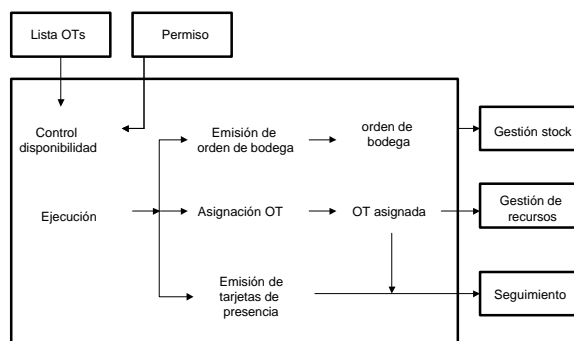


Figura 7.10: Ejecución de trabajos

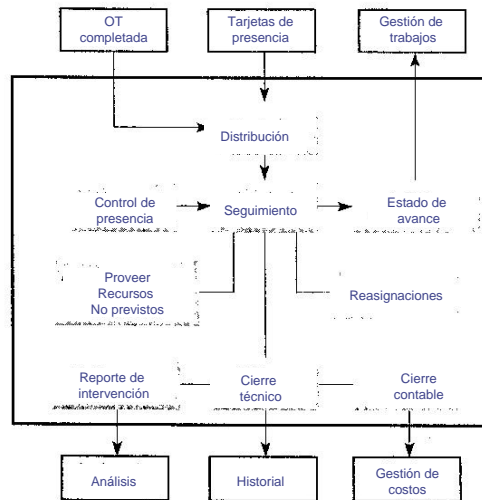


Figura 7.11: Seguimiento de trabajos

### Seguimiento de trabajos

El seguimiento se puede realizar mediante *tarjetas de presencia* (código de barras).

El seguimiento permite controlar desviaciones respecto al plan y la redistribución de recursos.

Al terminar la intervención se completa el reporte técnico de intervención. Se incluye el tiempo de detención del equipo. El reporte incluye los sub-reportes de utilización de recursos.

La *clausura técnica* pone fin a la intervención técnica y permite reoperar el equipo. la *clausura administrativa* se pronuncia cuando la OT ha sido cerrada y las facturas recibidas. Se considera entonces que la OT es archivable.

### Gestión de trabajos

La gestión de trabajos cubre el conjuntos de trabajos:

- trabajos con OT
- trabajos con OT abierta
- trabajos sin OT
  - intervenciones de urgencia
  - trabajos de mantención preventiva sin OT
  - intervenciones de contratistas sin OT
  - mantención subcontratada
  - taller de mantención

**Observación 34** Para trabajos menores y repetitivos se utilizan las OT abiertas.

### Paradas mayores

#### 7.6.2. Gestión de repuestos y compras

La gestión de repuestos es uno de las tareas fundamentales de la mantención: es su póliza de seguros para hacer frente a los imprevistos.

Para cada repuestos se debe disponer de la siguiente información:

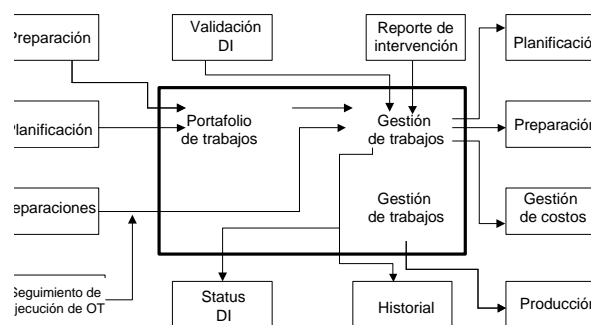


Figura 7.12: Gestión de trabajos

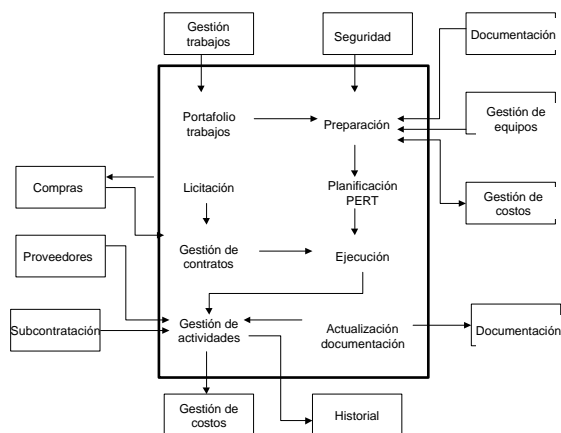


Figura 7.13: Paradas mayores

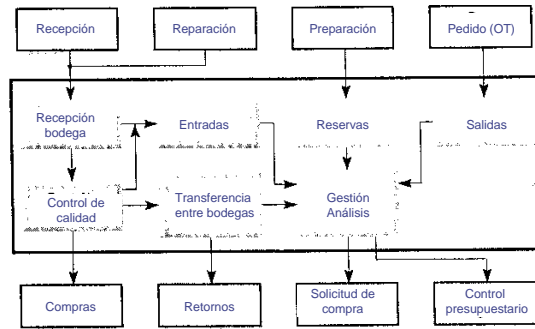


Figura 7.14: Gestión de repuestos

- codificación
- Los valores máximos, mínimos y de seguridad
- demora promedio en reaprovisionar
- cantidad que se usa en todos los equipos
- valor standard, promedio, ultima compra
- status
  - disponible
  - reservado y aprobado
  - reservado, no aprobado
  - en control de calidad
  - comandado, fecha de llegada estimado
  - en transferencia

Los equipos rotatorios (por ejemplo los motores eléctricos) son manejados en bodega. El sistema indica si están en reparación así como la fecha prevista de disponibilidad.

Las salidas de repuestos se hacen por una orden de trabajo o directamente a un centro de costos (grasas, aceites, wípe). Todo movimiento es registrado.

El análisis de gestión de repuestos se realiza a través de indicadores:

- costo de posesión
- numero de artículos
- tasa de rotación (valor anual usado/valor del stock).

El análisis provee:

- lista de artículos sin movimiento
- clasificación ABC (Pareto).

### 7.6.3. Gestión de costos

Los costos se distribuyen en una jerarquía de *centros de costos*. El costos proveniente de un equipo en una cierta jerarquía, se agrega a los costos de jerarquías superiores que contengan al equipo.

**Observación 35** En algunos SIM la noción de centros de costo no existe: los costos se registran a nivel de OT y se sintetizan en los reportes.

Un seguimiento presupuestario debe poder ser efectuado a nivel de cada equipo.

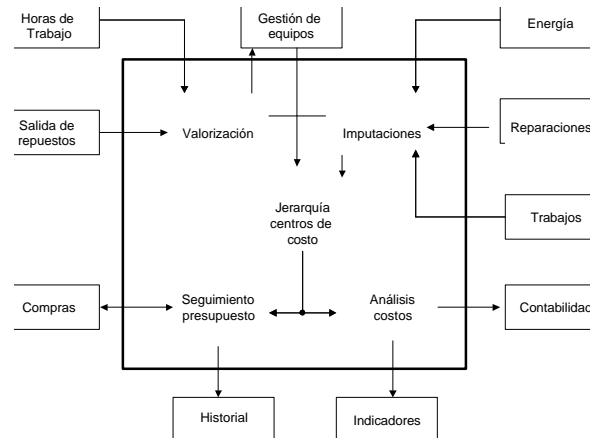


Figura 7.15: Gestión de costos

#### 7.6.4. Elementos de decisión

##### Control de indicadores

Todos los SIM proponen una lista de indicadores y reportes standard. La practica muestra que ellos son siempre insuficientes y por tanto es necesario generar reportes personalizados, por lo que un **generador de reportes** es bienvenido.

Indicadores típicos son:

- costo directo de mantención, global, desglosado en tipo de gasto
- costo directo de mantención/cantidad de producción buena
- horas de no disponibilidad debido a mantención
- costos de no calidad generado por mantención
- costo indirecto/costo global de mantención
- horas de servicio de mantención
- horas de mantención prestadas por producción
- gastos fijos del servicio mantención/ costo directo mantención
- MTBF, MTTR
- numero de solicitudes de intervención
- numero de OTs en curso
- plazo medio de realización de trabajos programados
- tasa de ausentismo
- numero de horas suplementarias

##### Análisis de fallas

Se incluyen anomalías, incidentes, fallas, disfunciones, panas,...

La deficiencia se declara en la solicitud de trabajo. Se agrega la causa y los efectos provocados, que pueden estar catalogados y jerarquizados. Después de superar la deficiencia se enriquece el análisis con la causa encontrada y el remedio aplicado.

Para los códigos de falla es importante separar las causas exogenas y endogenas al equipo.

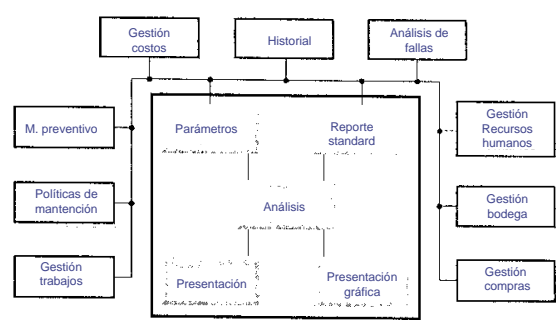


Figura 7.16: Control de indicadores

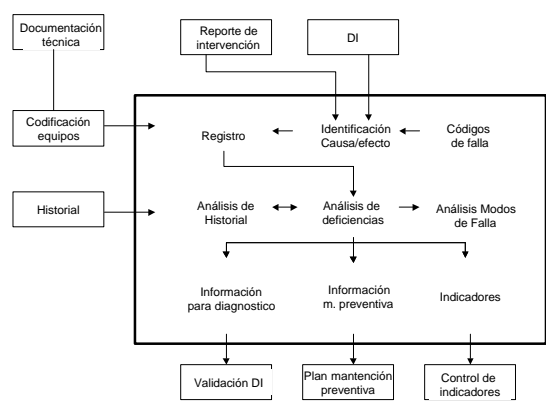


Figura 7.17: Análisis de fallas



## Historial

Un historial útil debe ser:

- *suficientemente* conciso,
- *suficientemente* preciso, evitando el abuso de abreviaciones,
- que permita analizar información completa a partir de índices históricos (comprimir la información).

El historial incluye:

- los incidentes acaecidos desde la instalación,
- las intervenciones correctivas efectuadas,
- las mejoras efectuadas.

**Observación 36** *Lo importante es guardar aquella información que ayude al diagnóstico y a la gestión económica del equipo.*

## Política de mantenimiento

La política de mantenimiento se ajusta en función de los indicadores, siempre en la búsqueda de:

- disponibilidad máxima,
- costo de mantenimiento mínimo,
- búsqueda del valor óptimo de la razón disponibilidad/costo.

con lo que se define la estrategia de mantenimiento para cada equipo. Una estrategia es una combinación de:

- tipo de mantenimiento
  - preventivo
  - predictivo
  - correctivo
- periodicidades
- niveles para indicadores

### 7.6.5. Recursos humanos

El registro de personal guarda los datos de los empleados y eventualmente el de contratistas. Los SIM toman en cuenta la disponibilidad de los RRHH en función de OTs programadas, feriados, etc. Las HH reales y horas extras son registradas.

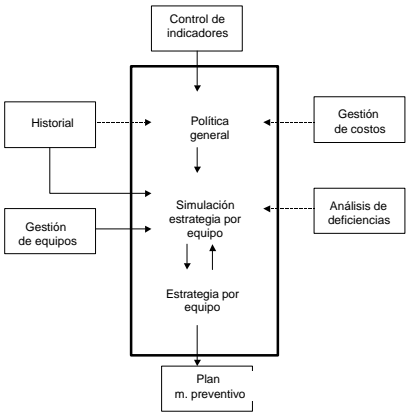


Figura 7.18: Política de mantención

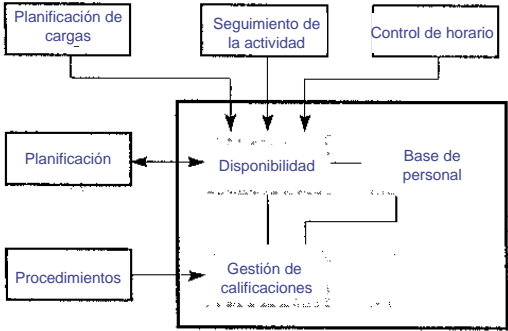


Figura 7.19: Recursos humanos

## Parte III

# Modelos de Gestión de Operaciones



## Capítulo 8

# Modelos de confiabilidad

### 8.1. Introducción

El diseño de un programa eficiente de mantención (en términos de costo global de mantención) implica la comprensión de los fenómenos de falla de los equipos. Dado que las fallas de los equipos son eventos aleatorios, estudiaremos conceptos y modelos estadísticos que nos permitan controlar y mejorar la confiabilidad, y con ello los costos.

La mayor dificultad que enfrentaremos será el alto grado de incertidumbre de los estudios y los efectos de condiciones cambiantes ambientales y de operación en el comportamiento de los equipos.

### 8.2. Leyes de Probabilidad

Las leyes de probabilidad se pueden clasificar según describan eventos discretos (numero de fallas..) o continuos (medidas de cantidades físicas tales como las masa, ...)

#### 8.2.1. Ley de Poisson

Esta ley describe el **numero de ocurrencias** de eventos aleatorios. Si el promedio de eventos en un intervalo de tiempo es conocido, la ley entrega la probabilidad de que  $k$  eventos ocurran en el intervalo. Está descrita por:

$$P(x = k) = e^{-m} \frac{m^k}{k!}$$

donde  $m = E(x) = \sigma^2(x)$  (notése la igualdad entre la media y la varianza).

De lo anterior,

$$P(x \leq k) = \sum_{j=1}^k e^{-m} \frac{m^j}{j!}$$

**Ejemplo 26** *Cual es la probabilidad de que una máquina no falle durante un día si en promedio se producen 10 fallas en una semana laboral (5 días)?*

$$m = 10/5 = 2$$


$$P(x = 0) = e^{-2} \frac{2^0}{0!} = 0,135$$

#### 8.2.2. Ley gaussiana

la densidad de probabilidad está dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left(\frac{-(x-m)^2}{2\sigma^2}\right)}$$

Normal (Gaussian) distribution  
The table gives the cumulative function for the reduced normal distribution (mean = 0, variance = 1), that is, the probability  $F(x)$  of observing a value less than  $x$ .



x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5039	0.5079	0.5119	0.5159	0.5199	0.5239	0.5279	0.5318	0.5358
0.1	0.5398	0.5438	0.5477	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5792	0.5831	0.5870	0.5909	0.5948	0.5987	0.6025	0.6064	0.6102	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6843	0.6879
0.5	0.6914	0.6949	0.6984	0.7019	0.7054	0.7088	0.7122	0.7156	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7421	0.7453	0.7484	0.7515	0.7546
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7703	0.7733	0.7763	0.7792	0.7822	0.7851
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8314	0.8339	0.8364	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8576	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8707	0.8728	0.8749	0.8769	0.8789	0.8810	0.8829
1.2	0.8849	0.8868	0.8887	0.8906	0.8925	0.8943	0.8961	0.8979	0.8996	0.9013
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9098	0.9113	0.9129	0.9144	0.9159	0.9174
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9358	0.9371	0.9384	0.9397	0.9409	0.9421	0.9433	0.9444
1.6	0.9455	0.9467	0.9478	0.9489	0.9499	0.9509	0.9519	0.9528	0.9537	0.9545
1.7	0.9554	0.9562	0.9570	0.9578	0.9586	0.9593	0.9599	0.9606	0.9613	0.9619
1.8	0.9625	0.9631	0.9637	0.9643	0.9648	0.9653	0.9658	0.9663	0.9668	0.9672
1.9	0.9677	0.9681	0.9686	0.9690	0.9695	0.9699	0.9703	0.9707	0.9711	0.9715

Figura 8.1: Distribución normal

donde  $m$  y  $\sigma^2$  corresponden a la media y la varianza respectivamente. Por tanto:

$$F(x) = P(x \leq k) = \int_{-\infty}^k f(x)dx$$

**Observación 37** *Notése que no hay restricciones en el valor de  $x$ .*

**Observación 38**  *$F(x)$  debe ser evaluado numéricamente o usando tablas que consideran el cambio de variable  $u = \frac{x-m}{\sigma}$ .*

**Observación 39** *Debido a la simetría  $F(-u) = 1 - F(u)$*

**Ejemplo 27** *Los valores permisibles para una resistencia están en el rango  $[420, 720]$  horas. Si la media es de 600 y la desviación standard es de 120, cual es la probabilidad de que una resistencia esté en ese rango?*

$$\begin{aligned} m &= 600 \\ \sigma &= 120 \\ u_1 &= \frac{420 - 600}{120} = -1,5 \\ u_2 &= \frac{720 - 600}{120} = 1 \end{aligned}$$

De tablas

$$\begin{aligned} F(1) &= 0,8413 \\ F(-1,5) &= 1 - F(1,5) = 1 - 0,9332 = ,0668 \end{aligned}$$

Entonces,

$$P(420 \leq x \leq 720) = ,8413 - ,0668 = 0,7745$$

o en Maple:

`jsimplify(int(1/sqrt(2*pi)*exp(-u^2/2),u=-1..1.5));`

### 8.2.3. La ley exponencial

Tal como la ley de Poisson, esta distribución describe la probabilidad de un número dado de eventos en un intervalo. La función de densidad de probabilidad es:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \text{ para } x \geq 0$$

con  $E(x) = 1/\lambda$ ,  $\sigma^2 = 1/\lambda^2$ . Y:

$$F(x) = P(x \leq x_0) = \int_0^{x_0} f(x) dx = 1 - e^{-\lambda x}$$

En aplicaciones de fiabilidad,  $\lambda$  es la tasa de ocurrencia de fallas por unidad de tiempo y  $1/\lambda$  corresponde al tiempo medio entre fallas (MTBF).

**Ejemplo 28** *La tasa media de falla de un cierto componente es de una falla cada 10000 h; cual es la probabilidad de que falle entre las 200 y 300 horas de operación?*

$$F(300) - F(200) = e^{-0,002} - e^{-0,003} = ,001$$

### 8.2.4. Ley de Weibull

Esta distribución es usada en estudios de confiabilidad, especialmente de sistemas mecánicos. Tiene la ventaja de ser muy flexible, y adaptable a una variedad de observaciones experimentales.

$$f(x) = \frac{\beta}{\eta} \left( \frac{x - \gamma}{\eta} \right)^{\beta-1} e^{-\left( \frac{x - \gamma}{\eta} \right)^\beta}$$

donde

- $x - y \geq 0$ ;
- $\beta$  es el parámetro de forma;
- $\eta$  es el parámetro de escala;
- $\gamma$  es el parámetro de localización.

$$\begin{aligned} F(x) &= 1 - e^{-\left( \frac{x - \gamma}{\eta} \right)^\beta} \\ E(x) &= \gamma + \eta \Gamma \left( 1 + \frac{1}{\beta} \right) \\ \sigma^2 &= \eta^2 \left[ \Gamma \left( 1 + \frac{2}{\beta} \right) - \Gamma^2 \left( 1 + \frac{1}{\beta} \right) \right] \end{aligned}$$

## 8.3. Definiciones de confiabilidad

### 8.3.1. Confiabilidad

La **Confiabilidad** de un componente en el instante  $t$ ,  $R(t)$ , es la probabilidad de que un ítem no falle en el intervalo  $(0, t)$ , dado que era nuevo o como nuevo en el instante  $t = 0$ . Un componente puede diferentes confiabilidades, asociadas a diferentes funciones.

Considere  $N$  componentes supuestamente idénticos, todos nuevos o como nuevos en  $t = 0$ . Sea  $N - n$  el número de componentes que falla en  $[0, t]$ . Se tiene que:

$$R(t) = \frac{n(t)}{N}$$

### 8.3.2. Distribución acumulada de fallas

La **distribución acumulada de falla**  $F(t)$  se define como la probabilidad de que un item falle en el intervalo  $(0, t)$ . Entonces:

$$R(t) + F(t) = 1$$

y

$$F(t) = \frac{N - n(t)}{N}$$

### 8.3.3. Función distribución de fallas

La **función distribución de fallas**  $f(t)$  se define como la probabilidad de que un item que no ha fallado en el intervalo  $(0, t)$  falle en el intervalo  $(t, t + dt)$ .

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt}$$

### 8.3.4. Vida media

La vida media de un componente *no reparable* es el valor de tiempo esperado para que el componente falle. También es conocido como el tiempo medio para fallar, o *MTTF* por sus sigla en inglés.

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t)dt \quad (8.1)$$

### 8.3.5. Tasa de falla

La *tasa de falla*  $\lambda(t)$  se define como probabilidad de que se produzca una falla del sistema o componente en el intervalo  $(t, t + dt)$ . Se mide en fallas por unidad de tiempo.

Podemos definir tasa de falla *de un intervalo*  $[t_1, t_2]$ ,

$$\lambda(t) = \frac{R(t_1) - R(t_2)}{R(t_1)(t_2 - t_1)}$$

o una tasa de falla *instantánea* (en inglés, hazard rate),

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[ \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{R(t)\Delta t} \right] = \frac{f(t)}{R(t)}$$

También se define la tasa de fallas como el numero de fallas por unidad de tiempo en el instante  $t$  dividido por el numero de componentes operando en el instante  $t$ :

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[ \frac{n(t) - n(t + \Delta t)}{n(t)\Delta t} \right]$$

### 8.3.6. Disponibilidad

La función **Disponibilidad**  $A(t)$  se define como la probabilidad de que un componente esté en su estado normal en el instante  $t$ , siendo que estaba nuevo o como nuevo en  $t = 0$  [?].

### 8.3.7. Diferencia entre Confiabilidad y Disponibilidad.

Considérese que se ponen en funcionamiento  $N$  componentes (nuevos o como nuevos) en  $t = 0$ . Sea  $n(t)$  el numero de componentes que nunca ha fallado hasta  $t$ . Sea  $n'(t)$  el numero de componentes que



$t$ (Kciclos)	$n(t)$
0	100
10	80
20	55
30	20
40	5
50	0

Cuadro 8.1: Datos

están en su estado normal en  $t$ ; en esta categoría se concluyen los que nunca han fallado y aquellos que han fallado en  $[0, t)$  y han sido reparados antes de  $t$ .

$$R(t) = \frac{n(t)}{N}$$

$$A(t) = \frac{n'(t)}{N}$$

siendo que

$$n'(t) \geq n(t)$$

se tiene que

$$A(t) \geq R(t)$$

De las definiciones anteriores:

$$f(t) = R(t)\lambda(t)$$

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt}$$

dado que falla o no falla:

$$F(t) + R(t) = 1$$

y si se evalúa en tiempo  $\infty$ :

$$\int_0^\infty f(t)dt = 1$$

Y de las observaciones anteriores,

$$\frac{dF(t)}{dt} = f(t) = R(t)\lambda(t) = \{1 - F(t)\} \lambda(t)$$

y

$$\lambda(t)dt = \frac{dF}{1 - F}$$

integrando

$$R(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(u)du\right)$$

**Ejemplo 29** En  $t = 0$ , se pusieron en servicio 100 componentes no reparables. En tabla 11.4, se lista el número de componentes en buen estado para varios instantes. Calcule la confiabilidad para  $t = 0, 10, 20, 30, 40$  y 50 Kciclos y el MTTF.

**Solución 8** Para integrar, consideramos la ecuación 8.1 y la regla de integración trapezoidal,

$$MTTF = 10 \left[ \frac{1,0}{2} + (0,80 + 0,55 + 0,20 + 0,05) + \frac{0,0}{2} \right]$$

$$= 21 \text{ Kciclos}$$

$t$ (Kciclos)	$n(t)$	$R(t)$
0	100	1.00
10	80	0.80
20	55	0.55
30	20	0.20
40	5	0.05
50	0	0.00

En la etapa temprana la tasa de falla decrece con el tiempo, esto ocurre así porque algunos de los componentes del sistema venían defectuosos de fabrica, o tras el montaje. Para reducirla es necesario:

- Establecer una etapa de marcha blanca, para que los componentes defectuosos fallen y sean reemplazados;
- Aplicar ensayos no destructivos rigurosos.

Durante la madurez:

- Los sistemas eléctricos tienen  $\lambda(t)$  constante, no hay desgaste;
- Los sistemas mecánicos incrementan levemente su  $\lambda(t)$  en el tiempo.

Durante esta etapa se aplica mantención preventiva.

En la "vejez" del equipo la degradación es importante; y las inspecciones frecuentes son necesarias. Ello implica la puesta a punto de un programa de mantención sintomática.

Según lo anterior es importante tener un estimado de la curva de vida de los equipos. Obviamente ello implica una gran cantidad de información, difícil de obtener. No es posible encontrar la curva para equipos de tecnología reciente. Sin embargo, en algunos casos se muestra muy útil en definir estrategias de mantención, aun disponiendo de poca información.

## 8.4. tasa de falla definida por tramos

Si la tasa de fallas durante la infancia y la vejez del equipo pueden ser aproximada por funciones lineales, y constante durante la madurez (figura 8.2),

$$\lambda(t) = \begin{cases} 1 - bt + \lambda & \text{para } 0 \leq t \leq t_b \\ \lambda & \text{para } t_b \leq t \leq t_u \\ c(t - t_b - t_u) & \text{para } t > t_b + t_u \end{cases}$$

donde

$$t_b = \frac{a}{b}$$

$$c = \tan \theta$$

La confiabilidad en este caso está dada por:

$$R(t) = \begin{cases} e^{-(a+\lambda)t - b\frac{t^2}{2}} & \text{para } 0 \leq t \leq t_b \\ e^{-\lambda t + a\frac{t_b}{2}} & \text{para } t_b \leq t \leq t_u \\ e^{-\frac{c}{2}(t-t_b-t_u)^2 + \lambda t + a\frac{t_b}{2}} & \text{para } t > t_b + t_u \end{cases}$$

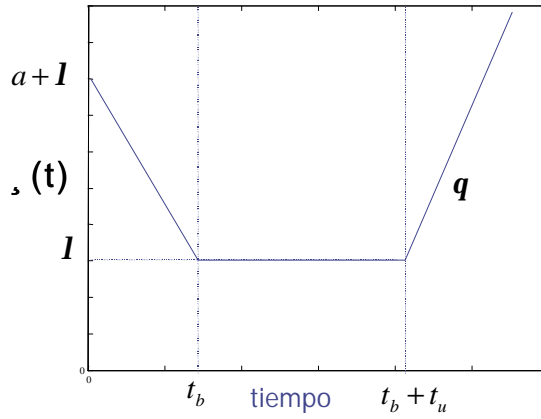
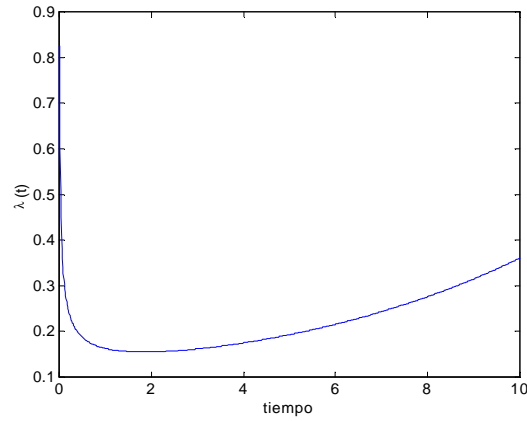


Figura 8.2: tasa de fallas definida por tramos lineales

Figura 8.3: Curva de Dhillon para  $A = 0,3$ ,  $k = 0,5$ ,  $b = 0,15$ 

## 8.5. Modelo de Dhillon

Dhillon ([3]) propone el siguiente modelo para la curva de la bañera:

$$\lambda(t) = \frac{1}{2}kAt^{-\frac{1}{2}} + (1-k)be^{bt}$$

cuya función confiabilidad es:

$$R(t) = e^{-kAt^{-\frac{1}{2}} - (1-k)b(e^{bt} - 1)}$$

**Ejemplo 30** Se recolectaron datos de falla de 5 equipos similares en una planta. El primer equipo fue seguido durante 2800 horas en modo standby y 400 horas en operación; el segundo equipo fue seguido por 300 horas en modo standby y 2500 horas en operación; el tercer equipo fue seguido por 2700 horas en modo standby y 700 horas en operación; el cuarto equipo fue seguido por 2500 en modo standby y 800 horas en operación; el quinto equipo fue seguido en 3100 horas de operación. Se observaron 7 falla en modo standby y 12 fallas en operación.

Calcule las tasa de fallas de los equipos.

Equipo	Horas de seguimiento	
	Stand-by	Operación
1	2800	400
2	300	2500
3	2700	700
4	2500	800
5	0	3100
total fallas	7	12

Figura 8.4: Resumen datos de falla

$$\begin{aligned}
 \text{total horas standby} &= 2800 + 300 + 2700 + 2500 + 0 \\
 &= 8300 \\
 \text{nro de fallas en modo standby} &= 7 \\
 \text{tasa de fallas en modo standby} &= \frac{7}{8300} \\
 &= 8,4E - 4 \text{ fallas/hora} \\
 \text{total horas operación} &= 400 + 2500 + 700 + 800 + 3100 \\
 &= 7500 \\
 \text{nro de fallas en operación} &= 12 \\
 \text{tasa de fallas en operación} &= \frac{12}{7500} \\
 &= 1,6E - 3 \text{ fallas/hora} \\
 \text{tasa de falla global} &= \frac{7 + 12}{8300 + 7500} \\
 &= 1,2E - 3 \text{ fallas/hora} \\
 \text{tasa de falla promedio} &= \frac{8,4E - 4 + 1,6E - 3}{2} \\
 &= 1,2E - 3 \text{ fallas/hora}
 \end{aligned}$$

**Observación 40** Nótese que la tasa de falla global y la tasa de falla promedio no son necesariamente idénticas. Si se está interesado en usar un solo valor, la tasa promedio es más usada.

**Ejemplo 31** La tasa de falla puede ser calculada para cada tipo de falla si hay datos suficientes.

Se recolectaron datos de falla de cuatro equipos similares en una planta química, por 2500 horas c/u. Se observaron 40 fallas. De ellas, 25 son fallas primarias y 15 son fallas secundarias.

Calcule las tasas de falla.

**Solución 9**

$$\begin{aligned}
total \text{ horas} &= 4 \times 2500 = 10000 \\
nro \text{ total de fallas} &= 40 \\
tasa \text{ de falla global} &= \frac{40}{10000} = 4E - 3 \text{ fallas/hora} \\
nro \text{ de fallas primarias} &= 25 \\
tasa \text{ de fallas primarias} &= \frac{25}{10000} = 2,5E - 3 \text{ fallas/hora} \\
nro \text{ de fallas secundarias} &= 15 \\
tasa \text{ de fallas secundarias} &= \frac{15}{10000} = 1,5E - 3 \text{ fallas/hora}
\end{aligned}$$

**8.6. MTBF**

Un indicador útil es el tiempo medio entre fallas (MTBF); o en otras palabras, el tiempo promedio en que el equipo no falla. Matemáticamente ello corresponde a la esperanza de  $t$  ( $t$  siendo el tiempo entre 2 fallas), dada la función de distribución  $f(t)$  (8.3.3):

$$MTBF = E(t) = \int_0^{\infty} t f(t) dt$$

lo que también puede ser escrito (integrando por partes):

$$MTBF = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad (8.2)$$

**Ejemplo 32** *Considérese un componente con una función confiabilidad linealmente decreciente. La confiabilidad es 1 en  $t = 0$  y de 0 en  $t = 10000$  horas. Calcule su MTBF.*

**Solución 10** *La función confiabilidad puede ser expresada como:*

$$R(t) = \begin{cases} 1 - 10^{-4}t & \text{para } t < 10000 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Usando la ecuación 8.2,

$$MTBF = \int_0^{\infty} (1 - 10^{-4}t) dt = 5000 \text{ horas}$$

**8.6.1. Estimación de funciones**

$$\begin{aligned}
\hat{f}(t_i) &= \frac{n_i}{N_0 \Delta t_i} \\
\hat{F}(t_i) &= f(t_i) \Delta t_i = \frac{n_i}{N_0} = \frac{N_0 - N_i}{N_0} = 1 - \frac{N_i}{N_0} \\
R(t_i) &= \frac{N_i}{N_0}
\end{aligned}$$

y el estimado para MTBF:

$$\begin{aligned}
MTBF &= \sum t_i f(t_i) \Delta t_i = \sum t_i \frac{n_i}{N_0} \\
&= \frac{1}{N_0} \sum n_i t_i \text{ si } t_0 = 0
\end{aligned}$$

### 8.6.2. Distribución exponencial

En su etapa de madurez, los componentes electrónicos tienen una tasa de falla constante  $\lambda(t) = \lambda$ , por lo que:

$$R(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda du\right) = \exp(-\lambda t)$$

y usando la ecuación 8.2:

$$MTBF = \int_0^\infty \exp(-\lambda t) dt = \frac{1}{\lambda}$$

**Ejemplo 33** Si  $\lambda = 2E - 6$  fallas/hora, a las 500 horas:

$$R(500) = \exp(2E - 6 \cdot 500) = 0,999$$

$$MTBF = \frac{1}{2E - 6} = 50000 \text{ horas}$$

### 8.6.3. Desgaste mecánico, $\lambda(t) = at + b$

$$R(t) = \exp\left(-\int_0^t (at + b) du\right) = \exp\left(-\left(\frac{1}{2}at^2 + bt\right)\right)$$

y

$$MTBF = \int_0^\infty \exp\left(-\left(\frac{1}{2}at^2 + bt\right)\right) dt$$

la cual puede ser evaluada numéricamente.

En la práctica real, lo común es ensayar un número de modelos para verificar que tan bien se ajustan a la curva estimada de  $\lambda$ .

**Ejemplo 34** Si  $b = 2 \cdot 10^{-6}$  fallas/h y  $a = 10^{-7}$  fallas/h<sup>2</sup>, Calcule la confiabilidad a las 500 horas, y el MTBF.:

$$R(t) = \exp\left(-\left(\frac{1}{2}(1E - 7)500^2 + (2E - 6)500\right)\right) = 0,9866$$

en Maple:

$$> MTBF := \text{int}(\exp(-(.5*1e-7*t^2 + 2e-6*t)), t=0..infinity);$$

$$MTBF := 3943,406298$$

## 8.7. Tiempo para detección

El tiempo de detección se define como la duración entre el instante en que el equipo falla hasta el instante en que la falla es detectada. Hay componentes cuyas fallas no son detectadas inmediatamente; por ejemplo, una bomba en standby puede fallar estando en su fase standby y la falla no es detectada hasta la próxima mantención preventiva.

Considérese un componente cuya falla es detectada solo durante la mantención preventiva. Sea el intervalo de este tipo de mantención  $T_{mp}$ . En este caso el tiempo de detección es estimado en  $T_{mp}/2$ ; este valor es aceptable en el análisis de confiabilidad si:

$$T_{mp} \leq \frac{MTBF}{10}$$

## 8.8. MTBF y MTTF

El tiempo medio para falla (MTTF por sus siglas en inglés) se define como es el tiempo esperado en el cual el componente falla siendo que está nuevo o como nuevo en  $t = 0$ . De su definición:

$$MTBF = MTTF + MTTR$$

Comp. A	T	TTR
falla 1	40.1	1.5
falla 2	83	3.8
Comp. B	T	TTR
falla 1	41.4	1.3
Comp. C	T	TTR
falla 1	40.6	1.1
falla 2	82	1.5
TTR	time to repair	
T	tiempo inicio falla	
Horizonte	100	
unidades	horas	

Figura 8.5: Historial

## 8.9. Tasa de reparación

**Definición 11** La tasa de reparación  $m(t)$ , se define como la probabilidad por unidad de tiempo de que el componente sea reparado en el tiempo  $t$  siendo que el componente ha fallado en  $t = 0$  y no ha sido reparado en  $[0, t)$ .

**Ejemplo 35** En figura 8.5 se muestra el historial de fallas de 3 componentes en un periodo de estudio de 100 días. Los tres componentes estaban "como nuevos" en el instante  $t = 0$ . Calcule el MTTF, MTTR y la tasa de reparación.

**Solución 12** En este caso,

$$MTTF = \frac{40,1 + (83 - 40,1 - 1,5) + 41,4 + 40,6 + (82 - 40,6 - 1,5)}{5} = 40,76$$

El MTTR se obtiene a partir de:

$$MTTR = \frac{1,5 + 0,8 + 1,3 + 1,1 + 1,5}{5} = 1,24 \text{ horas}$$

La tasa de reparación es calculada a partir de su definición (11). Supongase que se consideren intervalos de tiempo  $dt = 0,25$  horas. Si  $t$  en este caso se inicia al comenzar la reparación, en  $t = 0,75$  ninguno de los 5 componentes pero en  $[0,75,1)$  se ha reparado 1 luego

$$m(0,75) = \frac{1/5}{0,25} = 0,8$$

En  $t = 1$  quedan 4 por reparar y en  $[1,1.25)$  se repara 1

$$m(1) = \frac{1/4}{0,25} = 1$$

En  $t = 1,25$  quedan 3 por reparar y en  $[1.25,1.5)$  se repara 1

$$m(1,5) = \frac{1/3}{,25} = 1,33$$

En  $t = 1,5$  quedan 2 por reparar y en  $[1.5,1.75)$  se reparan ambos

$$m(1,75) = \frac{2/2}{,25} = 4$$

Siguiendo para varios valores, se construye la curva '+' en figura 8.6. Si se cambia  $dt = 0,5$  se construye la curva 'o'.

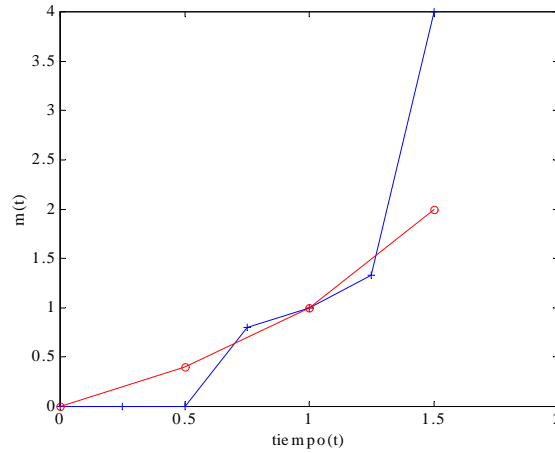
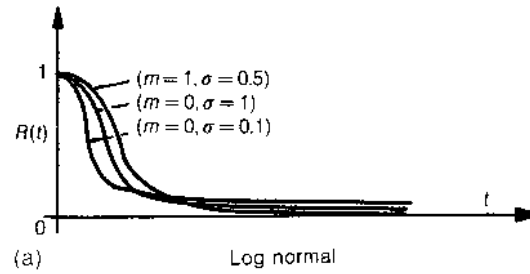
Figura 8.6: Estimación de  $m(t)$ 

Figura 8.7: Confiabilidad en la función log-normal

**Observación 41** Nótese que las estimaciones para  $m(t)$  difieren de manera importante. Para definir un valor aceptable se debe buscar la convergencia de las curvas entre 2 valores  $dt$  de prueba. Si la convergencia aun no se logra se sigue bajando el valor. En el ejemplo anterior se podría evaluar con  $dt = 0,125$

## 8.10. Efecto de las condiciones ambientales y de operación

La tasa de falla es una función sensible a las condiciones de operación. Por ejemplo la tasa de falla de una correa de ventilador puede depender de la velocidad del mismo. Cuando se usan las tasas de falla para el análisis de confiabilidad se debe tener cuidado en usar datos obtenidos para condiciones similares (sino idénticas) ambientales y de operación.

**Ejemplo 36** Un componente que opera  $t_1$  horas bajo condiciones correspondientes a la tasa de falla  $\lambda_1$  y luego  $t_2$  horas con las condiciones correspondientes a la tasa de falla  $\lambda_2$ , etc. La confiabilidad del componente para  $t = \sum t_i$ :

$$R(t) = e^{-\sum \lambda_i t_i} \quad (8.3)$$

**Ejemplo 37** La tasa de fallas de un equipo stand-by no es la misma del equipo en operación. Conociendo los parámetros, la ecuación 8.3 es válida.



## 8.11. Modelos de confiabilidad

### 8.11.1. Modelo log-normal

La función distribución de fallas se describe en §?? es:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \frac{1}{t} \exp \left[ -\frac{1}{2} \frac{(\ln t - m)^2}{\sigma^2} \right], t \geq 0$$

y

$$R(t) = 1 - F(t) \text{ con } F(t) = \int_0^t f(u) du$$

donde  $m$  y  $\sigma$  corresponden a la media y a la desviación standard de del tiempo en que fallan pero **luego de aplicar el logaritmo natural**. Haciendo un cambio de variables:

$$F(t) = \Phi \left( \frac{\ln t - m}{\sigma} \right)$$

donde  $\Phi(x)$  es la función de Gauss normalizada.

$$MTBF = \exp \left( m + \frac{1}{2} \sigma^2 \right)$$

**Ejemplo 38** *La vida de un barra de dirección de un automóvil tiene una distribución log-normal con vida media  $e^5$  horas. La desviación standard en el gráfico semilogarítmico es 1.4. Calcular la confiabilidad a las 300 horas y el MTBF. De acuerdo a los datos:  $m = 5$ ,  $\sigma = 1,4$ .*

$$R(300) = 1 - \Phi \left( \frac{\ln 300 - 5}{1,4} \right) = 1 - \Phi(0,502) = 0,308$$

$$MTBF = \exp \left( 5 + \frac{1}{2} 1,4^2 \right) = 395 \text{ horas}$$

**Ejemplo 39** <sup>1</sup>*Los resortes de compresión de los amortiguadores de impacto de un vehículo siguen una distribución log-normal con parámetros  $m = 7$  y  $\sigma = 2$ . El tiempo se mide en horas de operación.*

1. *Cual debe ser el periodo entre reemplazos si se desea una confiabilidad minima de 90 %?*
2. *Cual es el MTBF?*

$$R(t) = 1 - \Phi \left( \frac{\ln t - 7}{2} \right) = 0,9$$

entonces

$$\Phi(x) = 0,1$$

luego

$$x = -1,282$$

y

$$\frac{\ln t - 7}{2} = -1,282$$

$$\begin{aligned} t &= e^{-1,282 \cdot 2 + 7} \\ &= 84,4 \end{aligned}$$

para el tiempo medio entre fallas,

$$\begin{aligned} MTBF &= \exp \left( 7 + \frac{1}{2} 2^2 \right) \\ &= 8103 \end{aligned}$$

---

<sup>1</sup>de control 2, semestre 2002-II.

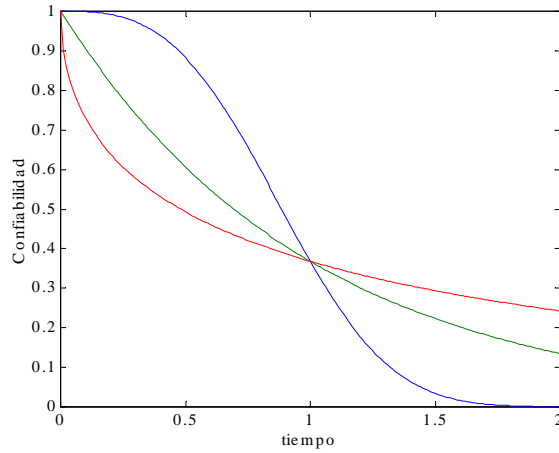


Figura 8.8: Confiabilidad en la distribución de Weibull,  $\beta = 0,5, 1, 3, \eta = 1, \gamma = 0$

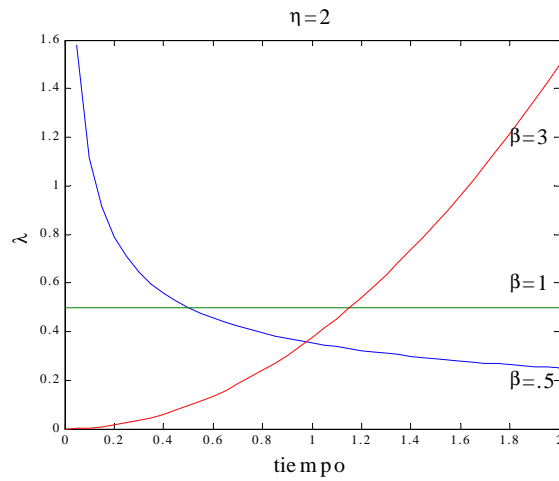


Figura 8.9: tasa de fallas según Weibull,  $\beta = 0,5, 1, 3, \eta = 2, \gamma = 0$

### 8.11.2. Modelo de Weibull

Es un modelo general pues varios otros son casos especiales de este (ver § 8.2.4).

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} \quad (8.4)$$

$$F(t) = 1 - R(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta}$$

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta}$$

$\beta$  es el parámetro de forma;  
 $\eta$  es el parámetro de escala;  
 $\gamma$  es el parámetro de localización.

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} \quad (8.5)$$

$$MTBF = \gamma + \eta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \quad (8.6)$$

Para el caso  $\gamma = 0$ ,  $\beta = 1$  la ley de Weibull se reduce a la ley exponencial con parámetro  $\lambda = \frac{1}{\eta}$ . Para  $\beta > 3$  la ley converge hacia la distribución normal.

### 8.11.3. Estimación de parámetros de Weibull

#### Método Gráfico, $\gamma = 0$

Para aplicar la ley se deben estimar los 3 parámetros. Para ello se utiliza el método gráfico **Allen Plait**. Se utiliza una hoja especial (papel Weibull) que usa las siguientes escalas

$$X = \ln t \quad (8.7)$$

$$Y = \ln \ln \left[ \frac{1}{1 - F(t)} \right]. \quad (8.8)$$

$\gamma = 0$  es equivalente a que el origen del tiempo para la ley es el mismo que el de las observaciones:

$$1 - F(t) = e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta}$$

por lo que:

$$\ln \ln \left[ \frac{1}{1 - F(t)} \right] = \beta \ln t - \beta \ln \eta$$

$$Y = AX - B$$

con  $Y = \ln \ln \left[ \frac{1}{1 - F(t)} \right]$ ,  $A = \beta$ ,  $B = \beta \ln \eta$

Una distribución de Weibull con  $\gamma = 0$  traza una recta en un gráfico de Weibull. Al trazar tal recta se estiman los parámetros faltantes.

Cuando  $\gamma > 0$  los datos del gráfico de Weibull ya no mostraran una recta como en el caso anterior sino una curva con una asíntota vertical (ver figura ??). El corte de la asíntota con el eje del tiempo indica el valor de  $\gamma$ . Como el valor obtenido es estimado, el proceso se hace iterativamente corrigiendo la escala de tiempo de modo que

$$t^{(i+1)} = t^{(i)} - \gamma^{(i)}$$

**Observación 42** Si tras tres iteraciones no se divisa una línea recta, la distribución no es Weibull.

#### Aplicación practica

1. Obtener  $n$  observaciones de tiempos de vida o tiempos sin falla experimentalmente;
2. Estimar la función de densidad:

$$f(i) = \frac{1}{n+1}$$

3. Estimar la función de distribución con el método de rangos medianos si la población es pequeña:

$$F(i) = \frac{i - 0,3}{n + 0,4}$$

o por el método de rangos medios:

$$F(i) = \frac{i}{n+1}$$

4. Tabular datos  $(t_i, F(i))$ ;

**Ejemplo 40** Un grupo de rodamientos tuvieron las siguientes duraciones:

801 312 402 205 671 1150 940 495 570

Se desea conocer la confiabilidad para una vida de 600 horas y el MTBF.

Rango $i$	Vida (h)	$F(i)$ %
1	205	10
2	312	20
3	402	30
4	495	40
5	570	50
6	671	60
7	801	70
8	940	80
9	1150	90

Cuadro 8.2: Table Caption

Primero se reordenan en orden ascendiente:

```
>> t=[205 312 402 495 570 671 801 940 1150];
>> F=.1:.1:.9;
>> X=log(t);
>> Y=log(log(1./(1-F)));
>> P=polyfit(X,Y,1);
>> beta=P(1)
```

beta =

1.7918

```
>> eta=exp(P(2)/(-P(1)))
```

eta =

715.9655

```
>> Y2=polyval(P,X);
>> plot(X,Y,'+',X,Y2)
>> xlabel('log t')
>> ylabel('log(log(1/(1-F)))')
```

$$MTBF = \eta \Gamma(1 + 1/\beta) = 716 \cdot \Gamma(1 + 1/1.79) = 636,9 \text{ horas}$$

En Maple:

```
>MTBF=716*GAMMA(1+1/1.79)
```

**Ejemplo 41** Estime los parámetros del modelo de Weibull si se han observado las vidas de componentes mostradas en la tabla 8.3.

**Ejercicio 5** Los siguientes tiempos de operación libre de fallas se registran:

150, 700, 1000, 1400, 1600, 2000, 2150, 2350, 2500, 2650, 2750, 2950, 3050, 3150:100:3450, 3600:100:5000, 5200:200:5600, 5700, 6000, 6200, 6600

Estime los parámetros de Weibull, el MTBF y la confiabilidad para  $t = MTBF$ .

**Ejemplo 42** Un ejemplo de aplicación en la industria minera se puede encontrar en referencia [15].

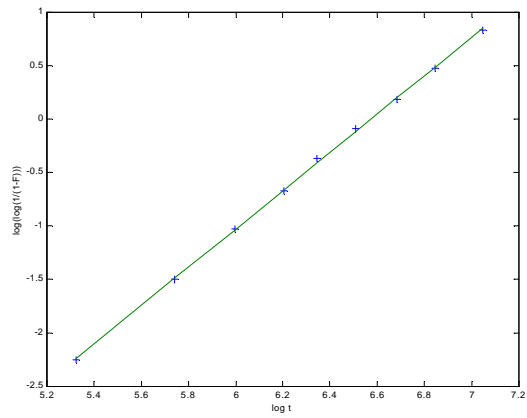


Figura 8.10:

<i>i</i>	<i>Vida</i>	<i>F(i)</i> (%)
1	2175	5
2	2800	10
3	3300	15
4	3800	20
5	4250	25
6	4650	30
7	5250	35
8	5840	40
9	6300	45
10	6700	50
11	7150	55
12	7800	60
13	8500	65
14	9200	70
15	10500	75
16	11000	80
17	12600	85
18	14000	90
19	15800	95

Cuadro 8.3: Datos del ejercicio

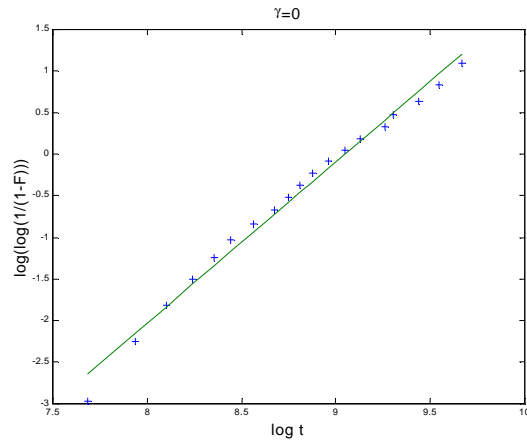


Figura 8.11: Ajuste de Weibull para  $\gamma = 0$ , norma del residuo 0.49,  $\beta = 1,94$ ,  $\eta = 8499$

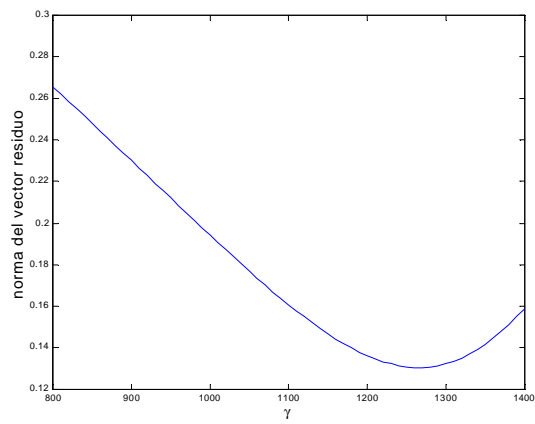


Figura 8.12: Estudio de sensibilidad

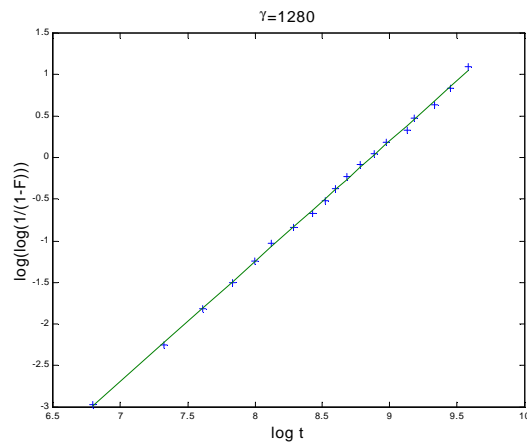


Figura 8.13: Ajuste de Weibull para  $\gamma = 1280$ , norma del residuo 0.13,  $\beta = 1,45$ ,  $\eta = 7053$

### 8.11.4. Uso del modelo de Weibull

Un estudio para establecer los parámetros de Weibull nos permite estimar una expresión de su tasa de fallas y de su función de confiabilidad. Esta última permite establecer tiempos entre inspecciones al fijar niveles basales de confiabilidad. El valor de  $\beta$  nos muestra en que parte de la curva de la bañera se encuentra el equipo para un modo de falla dado. Si  $\beta < 1$  puede ser rentable reducir el programa preventivo. En caso contrario, probablemente es más rentable crear o aumentar tal programa.

## 8.12. Verificación de modelos

Para derivar la ley que describe la confiabilidad de los equipos, tomamos un conjunto de observaciones y proponemos la hipótesis de que ellas obedecen alguna ley en particular (log-normal, exponencial, Weibull,...). Luego obtenemos los parámetros asociados a tal ley.

La calidad del proceso anterior debe ser verificada. Para ello primero aceptamos que al imponer una ley dada se incurre en algún error, pero queremos que el riesgo de que ello ocurra sea menor: definimos como medida el *nivel de confianza*  $\alpha$ , ósea la probabilidad de que el modelo sea erróneo.

### 8.12.1. Test $\chi^2$

Para usar este test se debe disponer de al menos  $n = 50$  observaciones. Si es el caso se sigue el siguiente proceso:

1. Se agrupan las observaciones. Debe haber al menos 5 observaciones en cada grupo. Los intervalos para definir los grupos no son necesariamente de la misma longitud.
2. El test se basa en las diferencias en las diferencias entre el número de observaciones en cada grupo y el número que es predicho por la ley seleccionada. El criterio se define por la cantidad:

$$E = \sum_{i=1}^r \frac{(n_i - n \cdot p_i)^2}{n \cdot p_i}$$

donde

$r$  es el número de grupos

$n_i$  es el número de observaciones en el  $i$ -ésimo grupo

$n$  es el número total de observaciones ( $n = \sum_i n_i$ )

$p_i$  probabilidad, de acuerdo a la ley, de que una observación pertenezca al  $i$ -ésimo grupo

**Observación 43**  $n \cdot p_i$  es el número de observaciones exceptuadas del  $i$ -ésimo grupo, según la ley propuesta.

$E$  tiene una distribución  $\chi^2$  con  $v$  grados de libertad:

$$v = r - k - 1$$

donde

$k = 1$  para la ley exponencial,

$k = 2$  para la ley normal,

$k = 3$  para la ley de Weibull

Se tiene entonces que

$$P(E \geq \chi_{v,1-\alpha}^2) = 1 - \alpha$$

y la hipótesis de que las observaciones siguen la ley propuesta es rechazada si

$$E > \chi_{v,1-\alpha}^2$$

$i$	TBF (horas)	$n_i$
1	0-500	7
2	500-1000	8
3	1000-1500	9
4	1500-2000	10
5	2000-2500	12
6	2500-3000	8
$\Sigma$		<b>54</b>

Cuadro 8.4: Grupos definidos para el test

**Ejemplo 43** Supongase que para un grupo de equipos similares se han observado los siguientes TBF:

Hicimos la hipótesis de que la confiabilidad de los equipos sigue una ley exponencial. El ajuste dio una tasa de fallas  $\lambda = 1/1600$  fallas/hora. Se desea realizar un test con nivel de confianza  $\alpha = 0,05$ .

De acuerdo a la ley propuesta,

$$R(t) = e^{-\frac{t}{1600}}$$

La probabilidad de que una observación caiga en los grupos definidos en la tabla 8.4 es

$$p_i = R(t_i) - R(t_{i+1})$$

Según las observaciones

$$n = 54$$

con los datos anteriores se construye la siguiente tabla:

$i$	TBF (horas)	$n_i$	$p_i$	$n \cdot p_i$	$n - n \cdot p_i$	$\frac{(n - n \cdot p_i)^2}{n \cdot p_i}$
1	0-500	7	$e^{-\frac{500}{1600}} - 1$	14.5	-7.5	3.9
2	500-1000	8	$e^{-\frac{500}{1600}} - e^{-\frac{1000}{1600}}$	10.8	-2.6	0.6
3	1000-1500	9	$e^{-\frac{1000}{1600}} - e^{-\frac{1500}{1600}}$	7.8	1.2	0.2
4	1500-2000	10	$e^{-\frac{1500}{1600}} - e^{-\frac{2000}{1600}}$	5.7	4.3	3.2
5	2000-2500	12	$e^{-\frac{2000}{1600}} - e^{-\frac{2500}{1600}}$	4.2	7.8	14.5
6	2500-3000	8	$e^{-\frac{2500}{1600}} - e^{-\frac{3000}{1600}}$	3.0	5.0	8.3
<b>n = 54</b>						<b>E = 31,0</b>

Cuadro 8.5: Test de aceptacin

Se tiene que

$$v = 6 - 1 - 1 = 4$$

La tabla  $\chi^2$  entrega

$$\chi_{4,0,95}^2 = 9,49$$

o en Matlab:

```
>> chi2inv(0.95,4)
```

```
ans = 9.4877
```

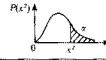
Dado que

$$E > \chi_{4,0,95}^2$$

se rechaza la hipótesis de que la ley exponencial con  $\lambda = 1/1600$  represente las observaciones.



**Chi-square ( $\chi^2$ )**  
The table gives the values of  $\chi^2$  which will be exceeded with probability  $\alpha$



$\alpha$	0.995	0.990	0.975	0.950	0.900	0.80	0.70	0.50	0.30	0.20	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
1	0.0002	0.0001	0.0019	0.0039	0.0158	0.0642	0.148	0.455	1.07	1.64	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88	10.8
2	0.0100	0.0201	0.0506	0.103	0.211	0.446	0.713	1.39	2.41	3.22	4.61	5.99	7.38	9.21	10.6	13.8
3	0.0717	0.115	0.216	0.352	0.584	1.01	1.42	2.37	3.67	4.64	6.25	7.82	9.35	11.3	12.8	16.3
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.06	1.65	2.20	3.36	4.88	5.99	7.78	9.49	11.1	13.3	14.9	18.5
5	0.412	0.554	0.831	1.15	1.61	2.34	3.00	4.35	6.06	7.29	9.24	11.1	12.8	15.1	16.7	20.5
6	0.676	0.872	1.24	1.64	2.20	3.07	3.83	5.35	7.23	8.56	10.6	12.6	14.4	16.8	18.5	22.5
7	0.989	1.24	1.69	2.17	2.83	3.82	4.67	6.35	8.38	9.80	12.0	14.1	16.0	18.5	20.3	24.3
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	4.59	5.53	7.34	9.52	11.0	13.4	15.5	17.5	20.1	22.0	26.1
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	5.38	6.39	8.34	10.7	12.2	14.7	16.9	19.0	21.7	23.6	27.9
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	6.18	7.27	9.34	11.8	13.4	16.0	18.3	20.5	23.2	25.2	29.6
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	6.99	8.15	10.3	12.9	14.6	17.3	19.7	21.9	24.7	26.8	31.3
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	7.81	9.03	11.3	14.0	15.8	18.5	21.0	23.3	26.2	28.3	32.9
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	8.63	9.93	12.3	15.1	17.0	19.8	22.4	24.7	27.7	29.8	34.5
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	9.47	10.8	13.3	16.2	18.2	21.1	23.7	26.1	29.1	31.3	36.1
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	10.3	11.7	14.3	17.3	19.3	22.3	25.0	27.5	30.6	32.8	37.7
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	11.2	12.6	15.3	18.4	20.5	23.5	26.3	28.8	32.0	34.3	39.3
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.1	12.0	13.5	16.3	19.5	21.6	24.6	27.6	30.2	33.4	35.7	40.8
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.9	12.9	14.4	17.3	20.6	22.8	26.0	28.9	31.5	34.8	37.2	42.3
19	6.84	7.63	8.91	10.1	11.7	13.7	15.4	18.3	21.7	23.9	27.2	30.1	32.9	36.2	38.6	43.8
20	7.43	8.26	9.59	10.9	12.4	14.6	16.3	19.3	22.8	25.0	28.4	31.4	34.2	37.6	40.0	45.3
21	8.03	8.90	10.3	11.6	13.2	15.4	17.2	20.3	23.9	26.2	29.6	32.7	35.5	38.9	41.4	46.8
22	8.64	9.54	11.0	12.3	14.0	16.3	18.1	21.3	24.9	27.3	30.8	33.9	36.8	40.3	42.8	48.3
23	9.26	10.2	11.7	13.1	14.8	17.2	19.0	22.3	26.0	28.4	32.0	35.2	38.1	41.6	44.2	49.7
24	9.89	10.9	12.4	13.8	15.7	18.1	19.9	23.3	27.1	29.6	33.2	36.4	39.4	43.0	45.6	51.2
25	10.5	11.5	13.1	14.6	16.5	18.9	20.9	24.3	28.2	30.7	34.4	37.7	40.6	44.3	46.9	52.6
26	11.2	12.2	13.8	15.4	17.3	19.8	21.8	25.3	29.2	31.8	35.6	38.9	41.9	45.6	48.3	54.1
27	11.8	12.9	14.6	16.2	18.1	20.7	22.7	26.3	30.3	32.9	36.7	40.1	43.2	47.0	49.6	55.5
28	12.5	13.6	15.3	16.9	18.9	21.6	23.6	27.3	31.4	34.0	37.9	41.3	44.5	48.3	51.0	56.9
29	13.1	14.3	16.0	17.7	19.8	22.5	24.6	28.3	32.5	35.1	39.1	42.6	45.7	49.6	52.3	58.3
30	13.8	15.0	16.8	18.5	20.6	23.4	25.5	29.3	33.5	36.3	40.3	43.8	47.0	50.9	53.7	59.7

Figura 8.14: Tabla del test

### 8.12.2. Test de Kolmogorov-Smirnov (KS)

El siguiente test se puede aplicar para cualquier numero de observaciones  $n$ . sin embargo, si  $n$  es grande es mejor agrupar las observaciones y usar el test  $\chi^2$ .

El test se basa en comparar la verdadera función de distribución con la dada por la ley propuesta; acá se usa los valores absolutos de las diferencias entre punto y punto.

Sea  $\mathcal{F}(t)$  la verdadera distribución y  $F(t)$  la distribución propuesta. La discrepancia para  $t_i$  es:

$$D_{n_i} = \mathcal{F}(t) - F(t)$$

$\mathcal{F}(t)$  puede ser estimado por el método de los rangos medios

$$\mathcal{F}(t) = \frac{i}{n+1}$$

Puede demostrarse que la distribución de  $D_n = \max(D_{n_i})$  depende solo de  $n$ ; y se puede escribir:

$$P\left(\max_i |\mathcal{F}(t) - F(t)| < D_{n,\alpha}\right) \leq 1 - \alpha$$

**Ejemplo 44** Un equipo tiene los siguientes tiempos entre fallas (en días):

23,16,56,71,4,25,51,30

Se puede asumir que la población sigue una distribución Gaussiana con media 34 y desviación standard 22, con  $\alpha = 5\%$ ?

Para encontrar  $F(t)$  se puede normalizar e ir a la tabla de la distribución normalizada, por ejemplo:

$$P(t < 4) = P\left(\frac{4-34}{22}\right) = 0,086$$

En Excel

=DISTR.NORM.ESTAND((4-34)/22)}

Según la tabla

$$D_n = 0,127$$

El valor de  $D_{n,\alpha}$  para  $n = 8$ ,  $\alpha = 0,05$  es

$$D_{8,0,05} = 0,457$$

y se acepta la hipótesis.

$t_i$	$F(t)$	$\mathcal{F}(t)$	$D_{n_i}$
4	0.086	1	0.025
16	0.200	1	0.022
23	0.308	1	0.025
25	0.345	1	0.099
30	0.425	1	0.127
51	0.779	1	0.112
56	0.841	1	0.063
71	0.955	1	0.065
max			0,127

Cuadro 8.6: Ejemplo test Kologorov-Smirnov

Kolmogorov–Smirnov test  
The table gives the critical values for the Kolmogorov–Smirnov test

$N$	Significance level				
	0.20	0.15	0.10	0.05	0.01
1	0.900	0.925	0.950	0.975	0.995
2	0.684	0.726	0.776	0.842	0.929
3	0.565	0.597	0.642	0.708	0.828
4	0.494	0.525	0.564	0.624	0.733
5	0.446	0.474	0.510	0.565	0.669
6	0.410	0.436	0.470	0.521	0.618
7	0.381	0.405	0.438	0.486	0.577
8	0.358	0.381	0.411	0.457	0.543
9	0.339	0.360	0.388	0.432	0.514
10	0.322	0.342	0.368	0.410	0.490
11	0.307	0.326	0.352	0.391	0.468
12	0.295	0.313	0.338	0.375	0.450
13	0.284	0.302	0.325	0.361	0.433
14	0.274	0.292	0.314	0.349	0.418
15	0.266	0.283	0.304	0.338	0.404
16	0.258	0.274	0.295	0.328	0.392
17	0.250	0.266	0.286	0.318	0.381
18	0.244	0.259	0.278	0.309	0.371
19	0.237	0.252	0.272	0.301	0.363
20	0.231	0.246	0.264	0.294	0.356
25	0.21	0.22	0.24	0.27	0.32
30	0.19	0.20	0.22	0.24	0.29
35	0.18	0.19	0.21	0.23	0.27
> 35	$\frac{1.07}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.14}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.22}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.36}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.63}{\sqrt{N}}$

Figura 8.15: Distribución Kolmogorov-Smirnov

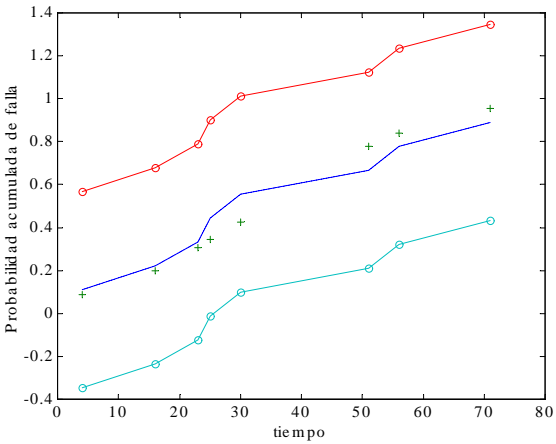


Figura 8.16: Test Kolmogorov-Smirnov

ti	Fhip	Freal	Di	Abs(Di)
205	0.10	0.10	0.001	0.001
312	0.20	0.20	0.002	0.002
402	0.30	0.30	-0.001	0.001
495	0.40	0.40	0.003	0.003
570	0.49	0.50	-0.014	0.014
671	0.59	0.60	-0.011	0.011
801	0.71	0.70	0.005	0.005
940	0.80	0.80	0.004	0.004
1150	0.90	0.90	0.003	0.003
			max	0.014

Figura 8.17: Test KS

**Ejemplo 45** Para el ejercicio 40 descrito anteriormente,  
Siendo que hay 9 observaciones y para  $\alpha = 0,05$

$$D_{9,0,05} = 0,432$$

y se acepta la hipótesis.

**Ejemplo 46** <sup>2</sup>El tiempo entre falla de un cierto componente ha sido registrado en la tabla 8.8.

1. Ajuste un modelo estadístico adecuado
2. Compruebe su modelo con un nivel de confianza de 5 %.
3. Calcule MTBF
4. Puede utilizarse de manera valida la distribución exponencial? Justifique.

**Solución 13** El promedio de los TBF es 42.93. Si asumimos una distribución exponencial, la tasa de fallas es

$$\lambda = \frac{1}{42,93} = 0,0232 \text{ fallas/hora}$$

$i$	TBF(hrs)
1	24.5
2	35.5
3	38.5
4	39.5
5	42.5
6	57.5
7	62.5

Cuadro 8.7: Tiempo entre fallas

$i$	TBF(hrs)	$\mathcal{F}$	$F_{\lambda=0,0232}$	
1	24.5	1	$1 - e^{-0,0232 \cdot 24,5}$	-0,31
2	35.5	1	$1 - e^{-0,0232 \cdot 35,5}$	= -0,31
3	38.5	1	$1 - e^{-0,0232 \cdot 38,5}$	-0,21
4	39.5	1	$1 - e^{-0,0232 \cdot 39,5}$	-0,10
5	42.5	1	$1 - e^{-0,0232 \cdot 42,5}$	0.00
6	57.5	1	$1 - e^{-0,0232 \cdot 57,5}$	0.01
7	62.5	1	$1 - e^{-0,0232 \cdot 62,5}$	0.11
$D_n$				0.31

Cuadro 8.8: Tiempo entre fallas

Para comprobar, realizaremos el test KS.

y comprobamos en la tabla KS para  $D_{7,0,05}$

$$D_{7,0,05} = 0,486 > 0,31$$

por lo que se acepta la hipótesis.

**Ejemplo 47** <sup>3</sup> Los historiales de fallas de dos maquinas se muestra en tablas 8.9 y 8.10.

Tiempo entre fallas (h)	Indice de la falla
400	1
140	2
300	3
220	4
440	5
530	6
620	7
710	8
850	9
1200	10
1000	11

Cuadro 8.9: Registro de la mquina 1

Asuma una ley de distribución de Weibull,

1. Estime los parámetros

2. Calcule el MTBF

<sup>2</sup>control 2 me57a , semestre II-2001

<sup>3</sup>examen 2002-I

Tiempo entre fallas (h)	Índice de la falla
400	1
230	2
330	3
720	4
635	5

Cuadro 8.10: Registro de la maquina 2

3. Realice un test de confianza para un nivel de confianza dado
4. Establezca plazos entre mantenciones preventivas para asegurar una confiabilidad de al menos 95 %.

**Solución 14** El listing Matlab para la maquina 1 se muestra a continuación:

```
t=sort([400 140 300 220 440 530 620 710 850 1200 1000])
F=[1:length(t)]/(length(t)+1)
X=log(t); Y=log(log(1./(1-F)));
P=polyfit(X,Y,1);
beta=P(1)
eta=exp(P(2)/(-P(1)))
Y2=polyval(P,X);
plot(X,Y,'+',X,Y2)
xlabel('log t')
ylabel('log(log(1/(1-F)))')
MTBF=eta*gamma(1+1/beta)
lo que arroja los siguientes valores:
```

$$\begin{aligned}\beta &= 1,54 \\ \eta &= 677 \\ MTBF &= 609 \\ \delta_{\max} &= 0,0254\end{aligned}$$

dado que  $\delta_{KS}(n=11, \alpha=,05) = 0,39$  se acepta la hipótesis.

El ajuste es mostrado en figura 8.18.

Para la maquina 2, los parámetros estimados son:

$$\begin{aligned}\beta &= 1,86 \\ \eta &= 544 \\ MTBF &= 483 \\ \delta_{\max} &= 0,069\end{aligned}$$

Dado que  $\delta_{KS}(n=5, \alpha=,05) = 0,565$  se acepta la hipótesis. El ajuste es mostrado en figura 8.19.

**Ejemplo 48** <sup>4</sup>Se han registrado los siguientes TTR (horas) para un cierto modo de falla de un equipo: 186, 510, 290, 360, 395, 630, 250.

1. Se ajustan a una distribución de Weibull? Si es así, encuentre los parámetros y realice un test de confianza apropiado.
2. Calcule el MTTR.
3. Calcule la probabilidad de que una reparación se realice en 200 horas?

---

<sup>4</sup>de control 2, semestre 2002-2.

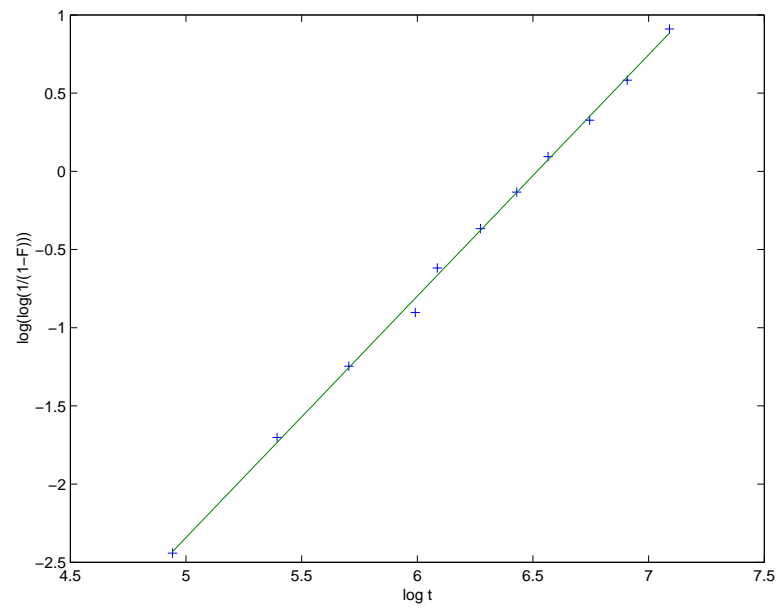


Figura 8.18: Ajuste de Weibull

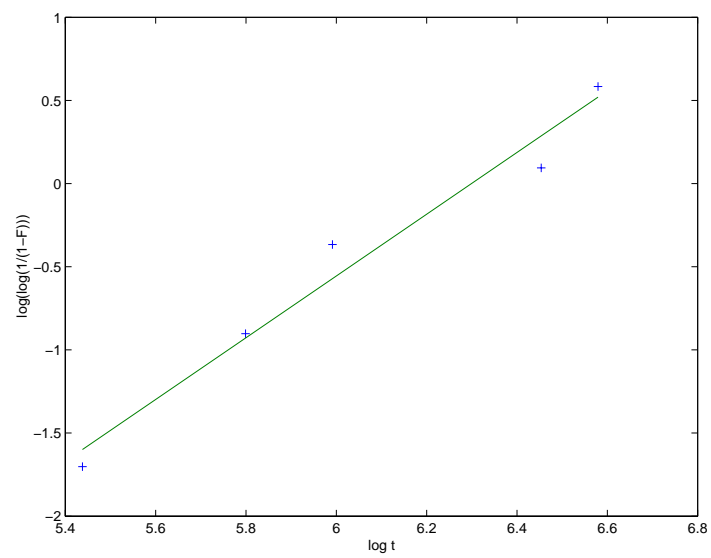


Figura 8.19: Ajuste de Weibull

Al realizar un ajuste de Weibull con  $\gamma = 0$ , se obtiene:

$$\begin{aligned}\beta &= 2,24 \\ \eta &= 430 \text{ horas}\end{aligned}$$

Evaluando ecuación (8.6),

$$MTTR = 381 \text{ horas}$$

Según ecuación (8.4),

$$\begin{aligned}P(t \leq 200) &= 1 - e^{-\left(\frac{200}{431}\right)^{2,24}} \\ &= 13,19\%\end{aligned}$$





## Capítulo 9

# Selección de estrategias de mantención

### 9.1. Objetivo

La reducción de costos de mantención al disminuir los repuestos ha hecho que los sistemas de producción sean mas vulnerables a riesgos. Ello implica que las fallas con detención de equipo deben ser reducidas lo mas posible. La mantención es vital en este aspecto y ha llegado a ser un sector clave de la producción. Después de décadas de mantención correctiva, la planificación preventiva ha emergido, pero sus costos se mantienen altos, dado que las componentes son cambiados antes del fin de su vida útil. Hoy en día, muchas compañías han cambiado a mantención predictiva. Sin embargo, su implementación es cara mientras que sus resultados son difíciles de predecir.

Este capítulo ofrece un procedimiento para ayudar en la toma de decisión. Permite a la compañía seleccionar el método de mantención más apropiado, o calcular la inversión máxima permisible, de modo que la eventual implementación de una política de mantención predictiva sea la opción más económica. El criterio de decisión es siempre el costo de producción, pues es lo que interesa al área de producción. La confiabilidad de los componentes es calculada de acuerdo a la ley de Weibull, para calcular la probabilidad de una falla.

Los métodos que se pretende evaluar son: correctivo, preventivo y predictivo.

Los sistemas en los cuales la *seguridad de las personas* es un tema importante son excluidos del análisis. El método es aplicado a una situación industrial.

### 9.2. Calculo de costos de mantención

Para los cálculos se consideran dos tipos de costo. Los gastos del servicio de mantención han sido agrupados bajo el nombre de *costos de intervención*  $C_i$ . Esto incluye los costos de repuestos, insumos, y del personal requerido para la reparación de equipos, o para el reemplazo de componentes en mal estado. Las consecuencias de una parada sobre la producción son considerados en el *costo de falla*  $C_f$ . Este costo incluye la detención de la maquinaria, demoras en la producción, desorganización de la producción. El valor exacto de los parámetros mencionados es algunas veces difícil de obtener; sin embargo, el análisis de los datos provenientes de un sistema informático de gestión de mantención bien implementado permite una evaluación suficientemente aproximada[6].

#### 9.2.1. Mantención correctiva y mantención preventiva

Si el costo de una intervención es  $I$ , y el costo de falla es  $P$ , Boucly [2] propone un método de comparación entre los costos de mantención correctiva y mantención preventiva. Si la ley de vida de un componente sigue la distribución de Weibull:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} = e^{-x^\beta}$$

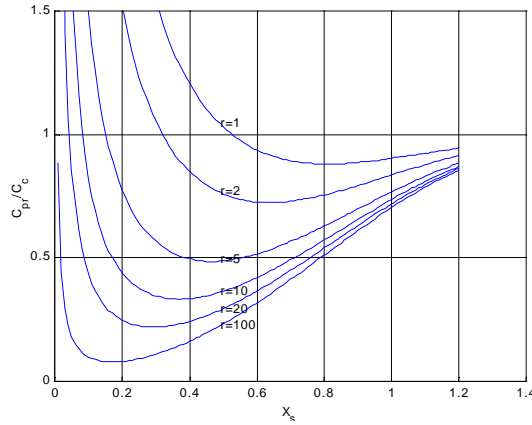


Figura 9.1:  $c_{pr}/c_c$  para  $\beta = 3,0$ , y varios  $r$

donde

$t$  es la variable temporal,  
 $\beta, \eta, \gamma$  son los parámetros de Weibull

$$x = \frac{t - \gamma}{\eta}$$

Entonces la razón entre el costo de mantenimiento preventiva  $C_{pr}$  y el de mantenimiento correctiva  $C_c$  está dada por<sup>1</sup>:

$$\frac{c_{pr}}{c_c} = \frac{1 + (1 - R(X_s)) r \Gamma(1 + 1/\beta)}{1 + r \int_0^{X_s} R(x) dx} \quad (9.1)$$

donde

$r = C_f/C_i$  es la razón entre el costo de no producción y el costo de intervención,

$\Gamma(1 + 1/\beta)$  es el tiempo medio entre fallas (MTBF) -normalizado por  $x$ -,

$X_s = \frac{T_s - \gamma}{\eta}$  donde  $T_s$  es el periodo entre intervenciones preventivas<sup>2</sup>.

La razón 9.2 es una función de  $X_s$  y de dos parámetros: la razón  $\frac{C_f}{C_i}$  y del coeficiente  $\beta$ . El estudio de esta función muestra que en algunos casos un mínimo bajo 1 es encontrado. En tales casos se encuentra que el valor que el periodo óptimo de reemplazo es:

$$T_s^* = \eta X_s^* + \gamma$$

donde  $X_s^*$  representa al periodo óptimo entre intervenciones.

Como ejemplo se muestra un estudio de  $\frac{c_{pr}}{c_c}$  vs  $X_s$  para  $\beta = 3$  y varios valores de  $r$ .

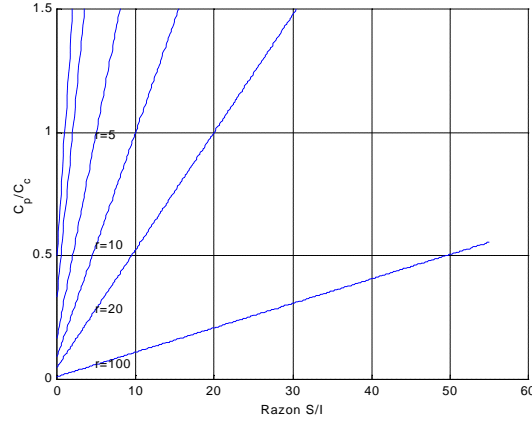
### 9.2.2. Mantenimiento predictiva

La mantenimiento predictiva trata de evitar fallas repentinas. Si se usa la hipótesis de que el seguimiento de las variables de condición es bueno, el costo de falla ya no se aplica<sup>3</sup>. Solo permanecen los costos de intervención, al cual se debe agregar el costo del monitoreo. El costo del seguimiento puede ser resultado de una sola inversión, o gastos repetidos. La inversión corresponde a la adquisición de equipos, al costo de capacitar al personal para el análisis. Los gastos repetidos corresponden al pago de servicios de medición y análisis. Estos gastos pueden ser expresados como un costo de seguimiento  $C_s$ .

<sup>1</sup>Notese que se ha asumido que el costo de intervención por mantenimiento preventiva es igual al costo de intervención por mantenimiento correctiva. Discutible. NdP.

<sup>2</sup>Estamos tomando decisiones de mantenimiento que cambiarán los parametros de la distribución de fallas, por tanto el proceso de optimización es necesariamente iterativo.

<sup>3</sup>Asumiendo que no hay detención por inspección. RPJ.

Figura 9.2:  $c_{\sin}/c_c$  varios  $r$ 

Para la mantención predictiva, el periodo entre dos intervenciones es aproximadamente el tiempo medio entre fallas MTBF. Si las inspecciones son hechas *sin detener la producción* su costo es:

$$C_p = \frac{C_i + C_s}{MTBF} \quad (9.2)$$

Si las inspecciones requieren la detención del equipo, se debe añadir el costo de interrumpir la producción, lo que produce un nuevo costo de seguimiento  $C_{s,p}$  en horario de producción, que debe ser añadido:

$$C'_p = C_p + C_{s,f}$$

y similarmente al caso anterior

$$C_p = \frac{C_i + C'_s}{MTBF}$$

Si todas las fallas repentinas con detención no son evitadas, se evaluará el riesgo de detención como una probabilidad de no detección  $\alpha$ . Esta probabilidad solo puede ser estimada por experiencia. Así, debemos añadir el costo de castigo por no producción:

$$C''_s = C_s + \alpha C_f$$

En este caso:

$$C_p = \frac{C_i + C''_s}{MTBF}$$

### 9.3. Selección de un tipo de mantención

Para ser interesante desde un punto de vista económico, la mantención predictiva debe tener un costo inferior a los otros tipos de mantención. Se pueden comparar calculando la razón entre el costo de mantención predictiva  $C_{\sin}$  y mantención correctiva  $C_c$ . Para ser más barata que la preventiva debe ser inferior a  $\frac{c_{pr}}{c_c}$ .

Según ecuaciones 9.3,

$$\frac{c_{\sin}}{c_c} = \frac{C_i + C_s}{MTBF} \frac{MTBF}{C_i + C_f} = \frac{C_i + C_s}{C_i + C_f} = \frac{1 + C_s/C_i}{1 + r}$$

En figura 9.1, se muestra un estudio de  $\frac{c_{\sin}}{c_c}$  vs la razón  $c_s/c_i$  para varios valores de  $r$ .

Este gráfico puede ser usado para dos propósitos:

- si el costo  $C_s$  de inspección es conocido, entonces sabremos si  $\frac{c_{\sin}}{c_c}$  es inferior a  $\frac{c_{pr}}{c_c}$ ,
- si  $C_s$  es desconocido, se puede conocer el costo máximo admisible  $C_s^*$  que garantice la rentabilidad de un proyecto predictivo.

El diagrama ?? muestra el procedimiento a seguir para tomar una decisión.

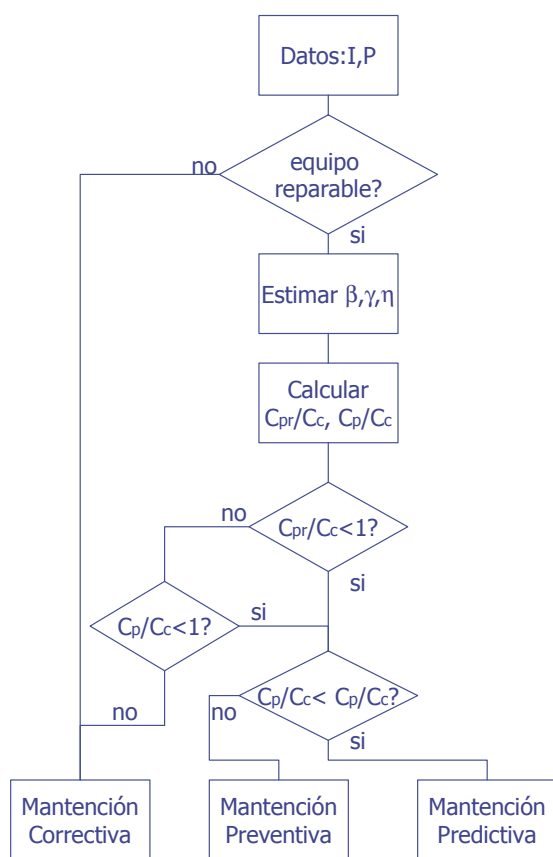


Figura 9.3: Diagrama de decisión

## 9.4. Ejemplo

### 9.4.1. El equipo

Se considera una empresa de hornos. Las máquinas a analizar son las prensas de corte. La compañía dispone de 6 con una capacidad entre 200 y 450 T. Estas máquinas pueden operar en serie o en paralelo (autónomas). Dado que están al principio de la línea, son consideradas críticas para la producción. La política de la empresa apunta hacia la reducción de niveles de repuestos.

### 9.4.2. El componente

Un análisis ABC del tiempo medio para reparaciones *MTTR* muestra que el embrague es el componente crítico de las máquinas. El costo de mantención (insumos, horas-hombre, servicios externos) muestra que el embrague representa mas de 90 % de los costos de mantención de estas máquinas. Las máquinas tienen en promedio 910 horas de intervención con un costo de 590.000 francos en un periodo de 5 años. Los costos incluidos son insumos, repuestos y servicio. El estudio de la historia de los equipos revela 6 intervenciones por falla repentina, lo que permitió construir un modelo de Weibull con los siguientes parámetros<sup>4</sup>:

$$\begin{aligned}\beta &= 1,67 \\ \gamma &\cong 0 \\ \eta &= 43 \text{ (semanas)} \\ \Gamma(1 + 1/\beta) &= 0,89\end{aligned}$$

El test de Kolmogorov-Smirnov es positivo, lo que valida el modelo. El costo de una intervención es alto. La duración de una reparación es de 130 HH (1 HH=200 francos), los repuestos tienen un costo de 4000 francos, lo que suma 30.000 francos y es lo que cuesta cambiar los discos del embrague. Una detención catastrófica requiere una intervención no planificada inmediata del personal de mantención, frecuentemente con sobretiempo. Si la falla es mayor se contratan servicios de contratistas externos. La parada de una máquina implica perdidas de producción. El costo de una caída es estimado en 2 veces el costo de intervención, ósea 60.000 francos aproximadamente.

### 9.4.3. Selección del tipo de mantención

Tomando en cuenta el costo de repuestos, la mantención preventiva es manejada individualmente, por lo que no implica sacrificios de producción. La curva a usar es entonces la razón entre el costo preventivo y el correctivo, con  $\beta = 1,6$ ,  $r = 2$  (figura 9.4). El mínimo de la curva se encuentra en  $X_s = 1,1$  donde  $c_{pr}/c_c = 0,95$ . Ello implica que la mantención preventiva es más barata que la correctiva en 5 %. El periodo de intervención óptimo es:

$$\begin{aligned}T_s^* &= \eta X_s^* + \gamma \\ &= 43 \cdot 1,1 + 0 \\ &= 47 \text{ (semanas)}\end{aligned}$$

En ese caso, la duración media de una operación entre 2 intervenciones es:

$$\eta \int_0^{X_s} R(x) dx = 43 \cdot 0,7445 = 32 \text{ semanas}$$

La figura 9.2 permite comparar los costos de la mantención predictiva vs los de la preventiva.

La mantención predictiva puede ser usada hasta que su costo alcance un valor correspondiente a  $c_s/c_i = 2$ . El calculo más detallado puede ser hecho rápidamente: la razón entre el costo predictivo y el

<sup>4</sup>N. de T.: Notese que el análisis se hace por máquina, por componente y por tipo de falla. Debido a lo arduo que puede ser, es mejor realizar el análisis de Pareto.

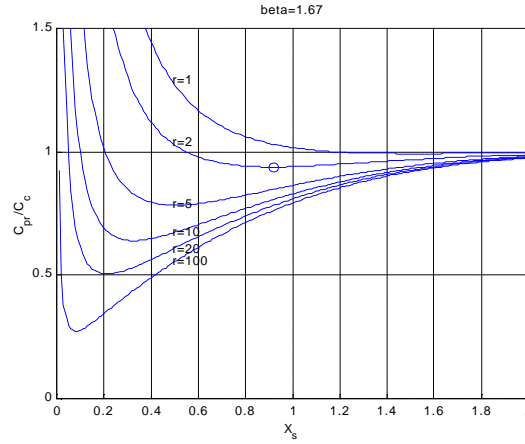


Figura 9.4:  $c_{pr}/c_c$  para  $\beta = 1,67$ , y varios  $r$

correctivo debe ser inferior a  $c_{pr}/c_c$ :

$$\frac{c_{sin}}{c_c} = \frac{1 + C_s/C_i}{1 + r} < \frac{c_{pr}}{c_c}$$

despejando

$$c_s/c_i < \frac{c_{pr}}{c_c} (1 + r) - 1 = 0,95 (1 + 2) - 1 = 1,85$$

Siendo  $C_i = 30000$  francos, el costo del mantenimiento predictivo no debe superar los  $C_s = 55500$  francos (entre dos intervenciones, ósea aproximadamente el MTBF)<sup>5</sup>:

$$MTBF = \eta \Gamma(1 + 1/\beta) + \gamma = 43 \cdot 0,89 + 0 \approx 38 \text{ semanas}$$

Esto corresponde a un presupuesto anual de:

$$55500 \frac{52}{38} \approx 76000 \text{ francos}$$

Dado que la inversión en un equipo de análisis de vibraciones es del orden de 40000 francos, se justifica la implementación de mantenimiento predictiva sobre este equipo (y componente).

## 9.5. Conclusión

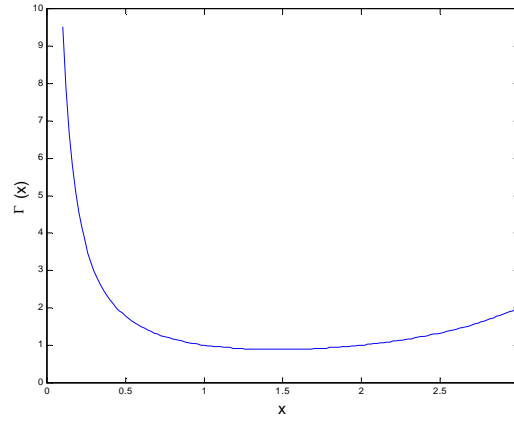
El procedimiento descrito permite la selección, de acuerdo a ley de vida de servicio y los costos de mantención, del método de mantención más económico. En un momento posterior, un servicio de mantención más eficiente, mejor organizado y menos costoso puede ser implementado.

**Ejemplo 49** <sup>6</sup>Tras realizar un seguimiento estadístico de un cierto modo de falla de un equipo se ha establecido que la distribución asociada es de Weibull con parámetros  $\beta = 3$ ,  $\gamma = 0$ ,  $\eta = 1$  (mes). El CFM asociado se estima en 5 veces el CIM (tanto en mantención preventiva como correctiva).

1. Estime % de ahorro si se realiza mantención preventiva optimizada.
2. Calcule el MTBF
3. Estima plazo óptimo para mantención preventiva.

<sup>5</sup>La expresión del MTBF aparece en referencia [8], pp. 75.

<sup>6</sup>control 2 me57a , semestre II-2001

Figura 9.5: Función  $\Gamma$ 

**Solución 15** De los datos,  $r = 5$ ,  $\beta = 3$ . Ello nos permite usar las curvas (9.1).

1. La razón mínima entre preventivo y correctivo es aprox. 0.5. Osea el realizar mantención preventiva produce ahorros de 50 % sobre la mantención correctiva.
2. De formula (8.5),

$$\begin{aligned}
 MTBF &= \gamma + \eta \Gamma \left( 1 + \frac{1}{\beta} \right) \\
 &= 0 + 1 \cdot \Gamma \left( 1 + \frac{1}{3} \right) \\
 &= \Gamma(1,33)
 \end{aligned}$$

Observando en el gráfico (9.5)

$$\Gamma(1,33) \approx 1$$

Osea, el tiempo medio entre fallas es aproximadamente 1 mes.

## 9.6. Mejoras al modelo

<sup>7</sup>Una limitación del modelo presentado en ref. [7] es que considera que los costos de intervención  $C_i$  son iguales tanto en mantención correctiva como preventiva. Consideremos ahora que los costos de una intervención correctiva es  $C_{i,c}$  y el de una intervención preventiva  $C_{i,pr}$ .

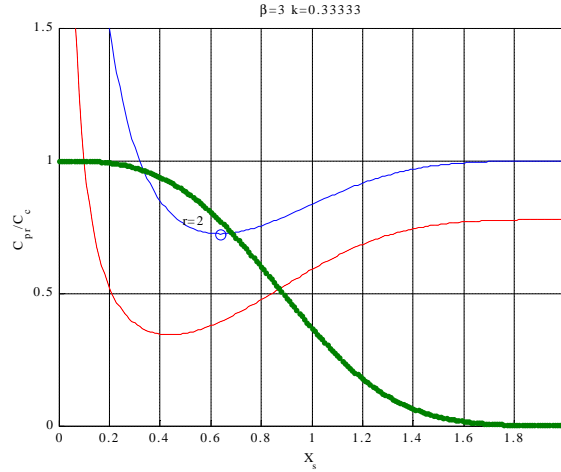
$$\begin{aligned}
 c_{pr} &= \frac{C_{i,pr} + (1 - R(X_s)) C_f}{\int_0^{X_s} R(x) dx} \\
 c_c &= \frac{C_{i,c} + C_f}{MTBF_x} \\
 MTBF_x &= \Gamma(1 + 1/\beta)
 \end{aligned}$$

Definiendo

$$\begin{aligned}
 r &= \frac{C_f}{C_{i,c}} \\
 k &= \frac{C_{i,pr}}{C_{i,c}}
 \end{aligned}$$

---

<sup>7</sup>Por Rodrigo Pascual J.

Figura 9.6:  $\beta = 3$ ,  $r = 2$ ,  $k = 1, 1/3$ 

Se obtiene la relación:

$$\frac{c_{pr}}{c_c}(r, k, X_s) = \frac{k + (1 - R(X_s))r}{1 + r \int_0^{X_s} R(x)dx} \Gamma(1 + 1/\beta)$$

En general  $k$  es menor que 1. Para el primer ejemplo se grafican las curvas para  $r = 2$ ,  $\beta = 3$  con  $k = 1$  (caso ya estudiado) y  $k = 1/3$  (figura 9.6). Adicionalmente se muestra la curva de confiabilidad, la que inevitablemente se reduce con el tiempo. Se observa que la mantención preventiva es rentable solo si no es excesivamente frecuente. Al aumentar el plazo entre intervenciones preventivas la razón de costos tiende a un valor constante e inferior a 1 (para este caso). En caso de no existir un mínimo absoluto el criterio de costos es insuficiente para determinar un óptimo. En tal caso convendría asegurar algún nivel dado de confiabilidad (o de disponibilidad). En caso de no existir un mínimo absoluto de  $\frac{C_{pr}}{C_c}$  y a igualdad de valores, convendrá el punto con mayor confiabilidad (el que esté más a la izquierda).



## Capítulo 10

# Criterios para frecuencia de inspecciones

### 10.1. Introducción

En este capítulo estudiaremos la frecuencia óptima entre inspecciones.

El propósito básico de una inspección es determinar el estado del equipo. Conocidos los valores de los síntomas (temperatura, nivel de vibración, etc.) se pueden tomar acciones preventivas, según el estado del equipo.

Los factores que afectan la frecuencia de inspección son:

- costo global de la inspección (intervención, falla)
- beneficios de la inspección, tales como la detección y corrección de defectos incipientes antes de la falla catastrófica.

### 10.2. Costo global mínimo si hay detención del equipo

Se tomarán en cuenta las siguientes consideraciones:

1. Los equipos fallan de tiempo en tiempo, y su reparación requiere de mano de obra y materiales ( $C_i$ ).
2. Durante la reparación, la producción es afectada ( $C_f$ ).
3. Para reducir el número de fallas se puede implementar un programa de inspecciones periódicas.
4. Las inspecciones tienen costos por materiales y mano de obra ( $C_i$ ) y por la detención del equipo en horario de producción ( $C_f$ ).

Se desea establecer el programa de inspecciones que asegure que el costo global del equipo sea minimizado sobre un periodo largo.

#### 10.2.1. Modelo

1. Asumase una tasa de fallas constante  $\lambda$ , el  $MTBF = 1/\lambda$ .
2. Asumase un tiempo para reparación con distribución exponencial con media  $MTTR = 1/\mu$  unidades de tiempo/falla
3. Se espera conocer la tasa de inspecciones:  $n$  inspecciones/unidad de tiempo. Los plazos entre inspecciones tienen distribución exponencial con media  $MTTI = 1/i$ .

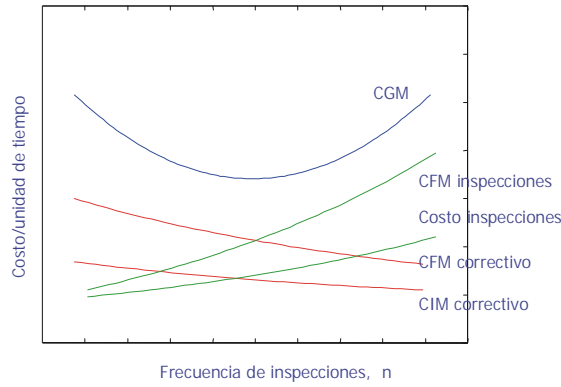


Figura 10.1: Frecuencia optima de inspecciones

4. El tiempo detenido del equipo representa una perdida neta de  $c_f$  \$/unidad de tiempo.
5. El costo de intervención de una inspección *ininterrumpida* es de  $c_{i,i}$  \$/unidad de tiempo. O tambien, el costo esperado de una inspección es  $MTTI \cdot c_{i,i}$ .
6. El costo de intervención de la reparaciones es de  $c_{i,r}$  \$/unidad de tiempo.
7. La tasa de fallas  $\lambda$ , es una función de  $n$ , la frecuencia de inspección:

$$\lambda = \lambda(n)$$

El efecto de realizar inspecciones es incrementar el  $MTBF$ .

8. El objetivo es seleccionar la tasa de inspecciones  $n$  para minimizar el CGM esperado por unidad de tiempo.

El costo global de mantención por unidad de tiempo  $c_g$  que se obtiene del equipo es una función del numero de inspecciones:

$$\begin{aligned} c_g &= c_g(n) \\ &= c_{f,c} + c_{f,i} + c_{i,c} + c_{i,i} \text{ \$/unidad de tiempo} \end{aligned}$$

El costo de falla  $c_{f,c}$  considera el costo de falla por unidad de tiempo  $\times$  numero de fallas por unidad de tiempo  $\times$  tiempo medio para reparar:

$$c_{f,c} = c_f \cdot \lambda(n) \cdot MTTR = \frac{c_f \cdot \lambda(n)}{\mu} \text{ \$/unidad de tiempo}$$

**Observación 44** Nótese que  $\frac{\lambda}{\mu}$  es la fracción de tiempo en que el equipo está siendo reparado.

El costo de falla asociado a las inspecciones mismas considera el costo de no producir, el numero de inspecciones por unidad de tiempo y el tiempo medio para inspeccionar:

$$c_{f,i} = c_f \frac{n}{i}$$

El costo de intervención de las reparaciones por unidad de tiempo  $c_{i,c}$  considera el costo de la reparación no interrumpida por unidad de tiempo, el numero de fallas por unidad de tiempo y el tiempo medio para realizar las reparaciones:

$$c_{i,r} = \frac{\lambda(n)}{\mu}$$

El costo de intervención de las inspecciones por unidad de tiempo considera el costo de las inspecciones no interrumpidas por unidad de tiempo, el numero de inspecciones por unidad de tiempo y el tiempo medio para inspeccionar:

$$c_{i,i} \cdot \frac{n}{i}$$

Según lo anterior,

$$c_g(n) = c_f \frac{\lambda(n)}{\mu} + c_f \frac{n}{i} + c_{i,r} \frac{\lambda(n)}{\mu} + c_{i,i} \cdot \frac{n}{i}$$

**Observación 45** *notese que en este modelo el equipo solo es intervenido de manera correctiva. no se considera explicitamente que de una inspección puede nacer una orden de trabajo preventiva (costo de intervención preventivo) y que por tanto el equipo será detenido (costo de falla preventivo). Ello implica que  $c_{i,i}$  es el valor esperado de la inspección y posible intervención preventiva y MTTI es el valor esperado de inspección y posible intervención preventiva (NdP).*

**Observación 46** *Dado que el análisis es por unidad de tiempo, está implícito que la planta opera en regimen estacionario. Osea, no hay estacionalidad en los costos de falla.*

Para encontrar el mínimo basta con derivar con respecto a  $n$  e igualar a 0:

$$\frac{dc_g(n)}{dn} = c_f \frac{\lambda'(n)}{\mu} + \frac{c_f}{i} + c_{i,r} \frac{\lambda'(n)}{\mu} + c_{i,i} \frac{1}{i} = 0$$

donde

$$\lambda'(n) = \frac{d\lambda}{dn}(n)$$

y se llega a la condición

$$\lambda'(n) = -\frac{\mu}{i} \left( \frac{c_f + c_{i,i}}{c_f + c_{i,r}} \right) \quad (10.1)$$

**Caso:**  $\lambda \propto \frac{1}{n}$

Si la tasa de fallas varia inversamente con el numero de inspecciones

$$\lambda(n) = \frac{k}{n}$$

para algún valor  $k$ , se tiene que

$$\lambda'(n) = -\frac{k}{n^2}$$

sustituyendo en (10.1) y despejando

$$n^* = \sqrt{k \frac{i}{\mu} \left( \frac{c_f + c_{i,r}}{c_f + c_{i,i}} \right)} \quad (10.2)$$

**Observación 47** *Nótese que  $k$  puede ser interpretada como la tasa de fallas cuando se realiza una inspección por unidad de tiempo ( $n = 1$ ).*

**Observación 48** *Nótese que  $n$  no depende directamente de la duración de las tareas de inspección y reparación sino de la razón entre ellas:  $\frac{i}{\mu}$ .*

**Ejemplo 50** *Supongamos que se dan 3 fallas/mes cuando se hace una inspección por mes. El tiempo medio para reparar es de 1 día. El tiempo medio para inspeccionar es de 8 horas. El costo de falla del equipo es de 30000 USD/mes. El costo de la reparación es de 250 USD/mes. El costos de la inspección (ininterrumpida) es de 125 USD/mes.*

Mes	Nro. Inspecciones	Nro fallas
1	0	7
2	5	0
3	3	3
4	4	2
5	4	3
6	6	1
7	6	2

Cuadro 10.1: Estudio Inspecciones vs fallas

Si seleccionamos como unidad de tiempo un mes,

$$\begin{aligned}
 \lambda(n=1) &= k = 3 \\
 \frac{1}{\mu} &= \frac{1}{30} \text{ mes/falla} \\
 \frac{1}{i} &= \frac{8}{24 \cdot 30} \text{ mes/inspección} \\
 c_f &= 30000 \text{ USD/mes} \\
 c_{i,r} &= 250 \text{ USD/mes} \\
 c_{i,i} &= 125 \text{ USD/mes}
 \end{aligned}$$

Evaluando

$$\begin{aligned}
 n^* &= \sqrt{3 \frac{30 \cdot 24}{30 \cdot 8} \left( \frac{30000 + 250}{30000 + 125} \right)} \\
 &= 3,00
 \end{aligned}$$

El numero óptimo de inspecciones por mes para minimizar el costo global es de 3.

**Ejemplo 51** Un ingeniero de mantención ha estudiado la influencia del numero de inspecciones/mes en el numero de fallas que un cierto equipo presentaba. Los datos registrados se muestran en tabla 10.1. Una falla no detectada implica una perdida de ingresos de 100 USD/hora y la reparación dura 8 horas en promedio. La hora-hombre del inspector y del reparador se valoran en 10 USD y 5 USD respectivamente. La reparación requiere de 2 técnicos. El costo de repuestos no es significativo. Una inspección detiene el equipo por 1 hora. Establezca una relación entre numero de fallas y numero de inspecciones inspecciones. Elabore un modelo para minimizar el costo global esperado mensual. Establezca un numero óptimo de inspecciones/mes.

Para modelar la relación entre fallas/mes e inspecciones/mes usaremos la ley

$$\lambda(n) = \frac{k}{n}$$

y estimamos el parámetro  $k$  con mínimos cuadrados,

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{7} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} \end{bmatrix} k = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

luego

$$k \approx 8,29 \text{ fallas/mes} \cdot \text{inspección}$$

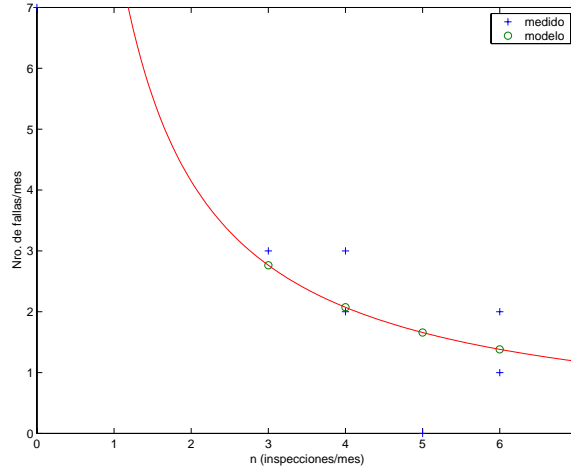


Figura 10.2: Tasa de fallas vs Inspecciones

asumiendo 1 turno diarios de 8 horas, 20 días al mes

$$\begin{aligned}
 k &= \frac{8,29}{8 \cdot 20} \\
 &= 0,052 \text{ fallas/hora} \cdot \text{inspección}
 \end{aligned}$$

la calidad del ajuste se puede observar en figura 10.2.

Notese que deliberadamente hemos dejado fuera la primera observación pues no es coherente con el modelo propuesto. Se hace notar que el muestreo en este caso es bastante restringido.

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\mu} &= 8 \text{ hora/falla} \\
 \frac{1}{i} &= 1 \text{ horas/inspección} \\
 c_f &= 100 \text{ USD/hora} \\
 c_{i,r} &= 5 \bullet 2 \text{ USD/hora} \\
 c_{i,i} &= 10 \text{ USD/hora}
 \end{aligned}$$

y sustituyendo en ecuación (10.2),

$$n^* = \sqrt{0,052 \frac{1}{8} \left( \frac{100 + 10}{100 + 10} \right)} \quad (10.3)$$

$$= 0,08 \text{ inspecciones/hora} \quad (10.4)$$

$$\approx 13 \text{ inspecciones/mes} \quad (10.5)$$

### 10.3. Costo global mínimo sin detención de equipo

**Ejemplo 52** *El  $c_f$  de un cierto equipo ha sido estimado en 1000 USD/hora. Al realizar una inspección cada 2 semanas se producen en promedio 2 fallas/semana en uno de sus componentes críticos. Al variar la tasa de inspecciones se ha observado que la tasa de esa falla es inversamente proporcional al número de inspecciones por unidad de tiempo. La HH de inspección se ha valorado en 20 USD. La HH de mantención correctiva en 10 USD. Ambas tareas requieren de 1 solo hombre. La inspección no requiere que el equipo sea detenido.*

1. Estime un periodo óptimo entre inspecciones que minimice el costo global asociado.
2. Calcule el costo global asociado al programa de inspección.

**Solución 16** <sup>1</sup>En este caso se tiene que

$$c_g = c_{f,c} + c_{i,c} + c_{i,i} \text{ \$/unidad de tiempo}$$

$$c_g(n) = c_f \frac{\lambda(n)}{\mu} + c_{i,r} \frac{\lambda(n)}{\mu} + c_{i,i} \cdot \frac{n}{i}$$

derivando

$$\frac{dc_g(n)}{dn} = c_f \frac{\lambda'(n)}{\mu} + c_{i,r} \frac{\lambda'(n)}{\mu} + c_{i,i} \frac{1}{i} = 0$$

se llega a la condición

$$\lambda'(n) = -\frac{\mu}{i} \left( \frac{c_{i,i}}{c_f + c_{i,r}} \right) \quad (10.6)$$

para este problema,

$$\lambda(n) = \frac{k}{n}$$

$$\lambda'(n) = -\frac{k}{n^2}$$

entonces

$$-\frac{k}{n^2} = -\frac{\mu}{i} \left( \frac{c_{i,i}}{c_f + c_{i,r}} \right)$$

$$n^* = \sqrt{k \frac{i}{\mu} \left( \frac{c_f + c_{i,r}}{c_{i,i}} \right)} \quad (10.7)$$

Para el ejemplo, se producen 2 fallas/semana cuando se inspecciona cada 2 semanas. Asumiendo un jornada de 8 horas diarias y 6 días a la semana,

$$\lambda(n = 2 \text{ semanas}) = 2 \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{8} \text{ fallas/hora de operación}$$

$$\lambda(2 \times 6 \times 8 = 96 \text{ horas operación}) = \frac{1}{24} \text{ fallas/hora de operación}$$

ósea

$$\frac{1}{24} = \frac{k}{96}$$

entonces

$$k = 4$$

Asumiendo que MTTR y MTTI son iguales

$$\frac{i}{\mu} = 1$$

y de los datos

$$c_f = 1000$$

$$c_{i,r} = 10$$

$$c_{i,i} = 20$$

---

<sup>1</sup>Para la formulación anterior se consideró que el equipo es detenido para hacer la inspección (y por tanto hay un costo de falla asociado, NdP).

Evaluando (10.7),

$$n = \sqrt{4 \times 1 \left( \frac{1000 + 10}{20} \right)} \\ = 14$$

Conviene realizar 14 inspecciones por hora (!). En esta situación obviamente también se debe minimizar el costo global  $c/r$  a las horas disponibles del inspector.

## 10.4. Costo global mínimo bajo condiciones estacionales

Empresas tales como los packing y operaciones mayores tales como los overhaul implican que el costo de falla varía durante el año. Como modelo inicial consideremos que la planta pasa alternativamente por 2 niveles de costo de falla:  $c_{f,1}$  y  $c_{f,2}$  durante su vida con una periodicidad  $T$ . Durante  $pT$  unidades de tiempo la planta está en modo 2 y el resto del tiempo  $(1-p)T$  opera en modo 1.

El costo global esperado por unidad de tiempo es

$$\frac{c_g}{T} = \frac{c_{g,1}}{T} + \frac{c_{g,2}}{T}$$

donde en un periodo  $T$

$$C_{g,1}(T) = C_{f,c,1} + C_{f,i,1} + C_{i,c,1} + C_{i,i,1} \$ \\ = \left( c_{f,1} \frac{\lambda_1(n_1)}{\mu} + c_{f,1} \frac{n_1}{i} + c_{i,r} \frac{\lambda_1(n_1)}{\mu} + c_{i,i} \cdot \frac{n_1}{i} \right) (1-p)T$$

$$C_{g,2}(T) = c_{f,corr,2} + c_{f,insp,2} + c_{i,r,2} + c_{i,i,2} \$ \\ = \left( c_{f,2} \frac{\lambda_2(n_2)}{\mu} + c_{f,2} \frac{n_2}{i} + R \frac{\lambda_2(n_2)}{\mu} + I \cdot \frac{n_2}{i} \right) pT$$

luego

$$c_g(\lambda_1, \lambda_2) = \frac{C_g}{T} = \left( c_{f,1} \frac{\lambda_1(n_1, n_2)}{\mu} + c_{f,1} \frac{n_1}{i} + c_{i,r} \frac{\lambda_1(n_1, n_2)}{\mu} + c_{i,i} \cdot \frac{n_1}{i} \right) (1-p) + \\ \left( c_{f,2} \frac{\lambda_2(n_1, n_2)}{\mu} + c_{f,2} \frac{n_2}{i} + c_{i,r} \frac{\lambda_2(n_1, n_2)}{\mu} + c_{i,i} \cdot \frac{n_2}{i} \right) p$$

Si por ejemplo modelamos la tasa de falla como

$$\lambda_i(n_1, n_2) = \frac{k_i}{n_1 n_2} \text{ con } i = 1, 2 \quad (10.8)$$

Resta minimizar  $c_g(\lambda_1, \lambda_2)$  con respecto a las tasas de falla definidas en (10.8).

## 10.5. Costo global mínimo considerando explícitamente $c_i$ y $c_f$ preventivos

A fin de mejorar el modelo propuesto en sección §10.2, resolvamos la observación 45. Si de la inspección se concluye que el equipo debe ser intervenido preventivamente,

$$c_g = c_g(n) \\ = c_{f,c} + c_{f,i} + c_{f,p} \\ + c_{i,c} + c_{i,i} + c_{i,p} \text{ \$/unidad de tiempo}$$

donde

$c_{f,p}$  es el costo esperado de falla por unidad de tiempo asociado a inspecciones que aconsejan intervenir y  $CIM_{pre}$  es el costo de intervención asociado.

**Observación 49** En este contexto utilizaremos el término preventivo como una intervención antes de que la falla detenga el equipo y que son decididas en base a inspecciones.

Una inspección gatillará una orden de trabajo si se estima que la confiabilidad se ha reducido mas allá de un valor crítico  $R_c$ . La confiabilidad  $R(t, \lambda)$  es función de la tasa de fallas  $\lambda$ , la cual a su vez es función de la frecuencia de inspecciones  $n$ . Para una equipo con distribución exponencial,

$$R(t, n) = e^{-\lambda(n)t}$$

donde  $t$  es el tiempo medido desde la ultima reparación.

En el caso critico

$$\begin{aligned} R_c &= e^{-\lambda(n)MTBR_{pre}} \\ &= e^{-\frac{\lambda(n)}{m}} \end{aligned} \quad (10.9)$$

donde  $MTBR_{pre}$  se define como el tiempo medio entre intervenciones preventivas y  $m$  como la tasa de intervenciones preventivas por unidad de tiempo,

$$\begin{aligned} m(R_c, \lambda(n)) &= \frac{1}{MTBR_{pre}} \\ &= -\frac{\lambda(n)}{\log R_c} \end{aligned}$$

**Observación 50** Notese que  $MTBR_{pre}$  debe ser menor que  $MTBF$  para que la expresión de confiabilidad 10.7 tenga sentido. Equivalentemente, si  $R_c < e^{-1} \rightarrow MTBR_{pre} > MTBF$

**Observación 51** Notese que si  $\frac{1}{n}$  es mayor que  $MTBR_{pre}$  (por definición solo puede ser un múltiplo, pues solo así se efectúan intervenciones preventivas) solo la ultima arrojará en promedio una orden de trabajo preventiva.

Consideremos que una intervención preventiva demora en promedio

$$MTTR_{pre} = \frac{1}{\gamma}$$

y que tiene un valor  $c_p$  (\$ por unidad de tiempo -de trabajo ininterrumpido-). Luego, el costo esperado de intervenciones preventivas es

$$c_{i,p} = c_p \frac{m}{\gamma}$$

Para el costo de falla debemos considerar el costo de falla por unidad de tiempo  $c_f$ ,

$$c_{f,p} = c_f \frac{m}{\gamma}$$

con lo que obtenemos la expresión para el costo global por unidad de tiempo,

$$\begin{aligned} c_g(n, R_c) &= c_f \frac{\lambda(n)}{\mu} + c_f \frac{n}{i} + c_f \frac{m(R_c, \lambda(n))}{\gamma} + \\ &\quad c_{i,r} \frac{\lambda(n)}{\mu} + c_{i,i} \cdot \frac{n}{i} + c_p \frac{m(R_c, \lambda(n))}{\gamma} \\ &= c_f \frac{\lambda(n)}{\mu} + c_f \frac{n}{i} - c_f \frac{\lambda(n)}{\gamma \log R_c} + \\ &\quad R \frac{\lambda(n)}{\mu} + I \cdot \frac{n}{i} - R_{pre} \frac{\lambda(n)}{\gamma \log R_c} \end{aligned}$$

con la restricción

$$e^{-1} \leq R_c \leq 1$$

**Observación 52** Notese que en este caso tenemos un problema de minimización en dos variables que no solo definirá un valor óptimo para la tasa de inspecciones  $n$  sino que además para el valor de confiabilidad crítica  $R_c$  que decidirá una orden de intervención preventiva.  $R_c$  también puede usarse como parámetro dependiendo de la estrategia de la empresa.



## 10.6. Disponibilidad maxima

El problema aquí es establecer la estrategia de inspecciones que minimice el tiempo en que el equipo está detenido por falla o inspección (*downtime*), lo que está directamente relacionado con el costo de falla de mantención.

Sean:

1.  $\lambda(n)$ ,  $n$ ,  $1/\mu$  y  $1/i$  definidos como en la sección anterior
2. El objetivo es seleccionar  $n$  que minimice el tiempo de detención del equipo por unidad de tiempo.

El tiempo de detención por unidad de tiempo  $D$  es una función de la frecuencia  $n$  y considera el tiempo de detención asociado a mantención correctiva y el tiempo de detención asociado a las inspecciones:

$$D(n) = \frac{\lambda(n)}{\mu} + \frac{n}{i} \quad (10.10)$$

Asumiendo que la tasa de fallas varía inversamente con el número de inspecciones

$$\lambda(n) = \frac{k}{n}$$

se tiene que

$$\lambda'(n) = -\frac{k}{n^2}$$

derivando (10.10) e igualando a 0,

$$D'(n) = -\frac{k}{n^2\mu} + \frac{1}{i} = 0$$

finalmente

$$n = \sqrt{\frac{ki}{\mu}}$$

**Ejemplo 53** Para los datos del ejemplo anterior,

$$\begin{aligned} n &= \sqrt{\frac{3}{30} \frac{24 \cdot 30}{8}} \\ &= 3 \end{aligned}$$

En este caso ambos criterios dan resultados similares. No es el caso en general. El tiempo mínimo de detención (por unidad de tiempo) es

$$\begin{aligned} D(3) &= \frac{3}{3 \cdot 30} + 3 \cdot \frac{8}{24 \cdot 30} \\ &= \frac{1}{15} \end{aligned}$$

y la disponibilidad

$$\begin{aligned} A &= 1 - \frac{1}{15} \\ &= \frac{14}{15} \\ &= 93,4\% \end{aligned}$$

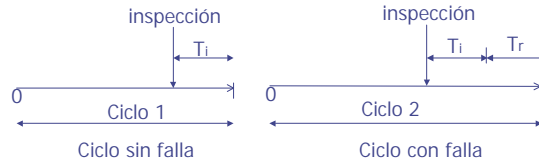


Figura 10.3: Ciclos de operación

## 10.7. Disponibilidad máxima para equipos de emergencia

Equipos tales como los extinguidores de fuego, armas militares, etc. son guardados para su uso en una emergencia. Si el equipo se deteriora al estar almacenado hay un riesgo de que no funcione en caso en que sea necesitado. Para reducir tal probabilidad, se programan inspecciones, y en caso de estar no operativo, puede ser reparado o reemplazado. El problema es determinar los plazos entre inspecciones para maximizar el tiempo en que el equipo está en condiciones operativas. Cabe notar que la falla solo es detectable durante las inspecciones pues el equipo no está en uso.

Sean:

1.  $f(t)$  es la función distribución de fallas,
2.  $T_i$  es el intervalo de tiempo requerido para realizar una inspección. Se asume que tras una inspección, y si no se reportan equipos no operativos, entonces el equipo está efectivamente en tal estado.
3.  $T_r$  es el intervalo de tiempo requerido para efectuar una reparación o reemplazo. Se asume que tras tal acción, el equipo queda operativo.
4. El objetivo es determinar el intervalo  $t_i$  entre inspecciones para maximizar la disponibilidad por unidad de tiempo.

La disponibilidad por unidad de tiempo es una función del intervalo de inspección  $t_i$ :

$$A(t_i) = \frac{\bar{A}_c}{\bar{L}_c}$$

donde

$\bar{A}_c$ : Disponibilidad esperada por ciclo

$\bar{L}_c$ : Duración esperada del ciclo

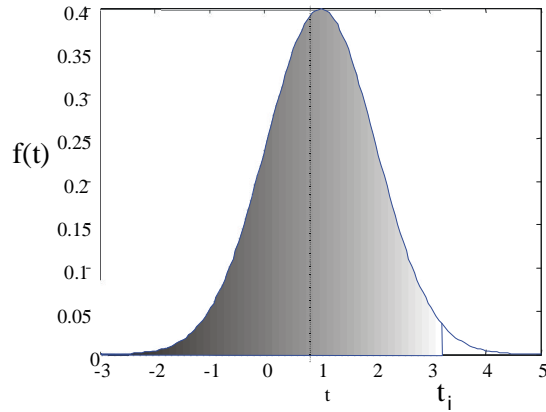
La disponibilidad en un ciclo sin falla iguala  $t_i$  si no se detectan fallas durante la inspección (recuérdese que se trabaja por unidad de tiempo). Si se detecta falla entonces la disponibilidad del ciclo con falla puede ser tomada como el MTBF del equipo, dado que la inspección ocurre en  $t_i$ .

Para determinar la duración esperada de un ciclo con falla (figura 10.3b) considerese la figura 10.4. El *MTBF* de la distribución completa es

$$\int_{-\infty}^{\infty} t f(t) dt$$

lo que para la distribución normal se ubica bajo el peak de la distribución. Si la inspección ocurre en el instante  $t_i$  (y se repara en caso de detectar falla) entonces el tiempo medio entre fallas es la media de la región sombreada de la figura 10.4 dado que la parte no sombreada es una región infeasible para las fallas. La media de la región sombreada es:

$$\frac{\int_{-\infty}^{t_i} t f(t) dt}{1 - R(t_i)}$$

Figura 10.4: Tiempo esperado entre fallas si se inspecciona en  $t_p$ 

La disponibilidad esperada por ciclo es

$$\begin{aligned}\bar{A}_c &= t_i R(t_i) + \left( \frac{\int_{-\infty}^{t_i} t f(t) dt}{1 - R(t_i)} \right) [1 - R(t_i)] \\ &= t_i R(t_i) + \int_{-\infty}^{t_i} t f(t) dt\end{aligned}$$

La duración esperada de ciclo es

$$\begin{aligned}\bar{L}_c &= (t_i + T_i) R(t_i) + (t_i + T_i + T_r) [1 - R(t_i)] \\ &= t_i + T_i + T_r [1 - R(t_i)]\end{aligned}$$

por lo tanto

$$A(t_i) = \frac{t_i R(t_i) + \int_{-\infty}^{t_i} t f(t) dt}{t_i + T_i + T_r [1 - R(t_i)]}$$

Para una distribución normal, se puede demostrar (ver ref. [5], §4.11.3):

$$\int_{-\infty}^{t_i} t f(t) dt = -\sigma \phi\left(\frac{t_i - \mu}{\sigma}\right) + \mu \Phi\left(\frac{t_i - \mu}{\sigma}\right)$$

donde

$\mu$ ,  $\sigma$  son los parámetros de la distribución,

$\phi(x)$  es la función densidad de probabilidad de Gauss normalizada:

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$\Phi(x)$  es la función acumulada de Gauss normalizada (tabulada en figura 15.3):

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \phi(x) dx$$

**Ejemplo 54** Se dispone de un equipo cuyo MTBF tiene distribución normal con media 5 meses y desviación standard 1 mes. El tiempo para efectuar una inspección es de 0.25 meses. El tiempo para reparar es de 0.5 meses.

$$A(t_i) = \frac{t_i R(t_i) + \int_{-\infty}^{t_i} t f(t) dt}{t_i + 0,25 + 0,5 [1 - R(t_i)]}$$

$t_i$	1	2	3	4	5	6
$A(t_i)$	0.80	0.89	<b>0.92</b>	0.90	0.84	0.74

Cuadro 10.2: Disponibilidad esperada

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2	<b>Parámetros</b>			<b>Variables</b>			<b>Objetivo</b>	
3	$t_i$	3.260		x	-1.73971		Disponibilidad	0.91870
4	$\mu$	5		$R(t_i)$	0.95904			
5	$\sigma$	1		$\phi(t_i)$	0.08784			
6	$T_i$	0.25		integral	0.11694			
7	Tr	0.5		PHI( $t_i$ )	0.04096			

Figura 10.5: Implementación en hoja de calculo

Para hallar el máximo de  $A(t_i)$  se puede evaluar la función para varios  $t_i$ . Por ejemplo para  $t_i = 3$ :

$$\int_{-\infty}^{t_i} t f(t) dt = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\left(\frac{3-5}{1}\right)^2}{2}} + 5\Phi\left(\frac{3-5}{1}\right) = 0,06$$

En Matlab:

```
>>-normpdf(-2)+5*normcdf(-2)
```

```
ans =
```

```
0.0598
```

$$R(3) = 1 - \Phi\left(\frac{3-5}{1}\right) = 0,98$$

En matlab:

```
>>1-normcdf(-2)
```

```
ans=
```

```
0.9772
```

$$A(3) = \frac{3 \cdot 0,98 + 0,06}{3 + 0,25 + 0,5[1 - 0,98]} = 0,92$$

Una forma practica de implementar este método es a través de EXCEL. En figura 10.5 se muestran los parámetros, las variables calculadas y la función objetivo. Gracias al uso del solver de optimización es muy sencillo obtener el máximo (figura 10.6).

**Observación 53** La hipótesis crucial de este modelo es que se considera que el equipo es tan bueno como nuevo si pasa la inspección o es reparado. Si tal hipótesis no es realista y la tasa de fallas es creciente es mejor aumentar la frecuencia a medida que el equipo envejece, lo que será tratado en la próxima sección.

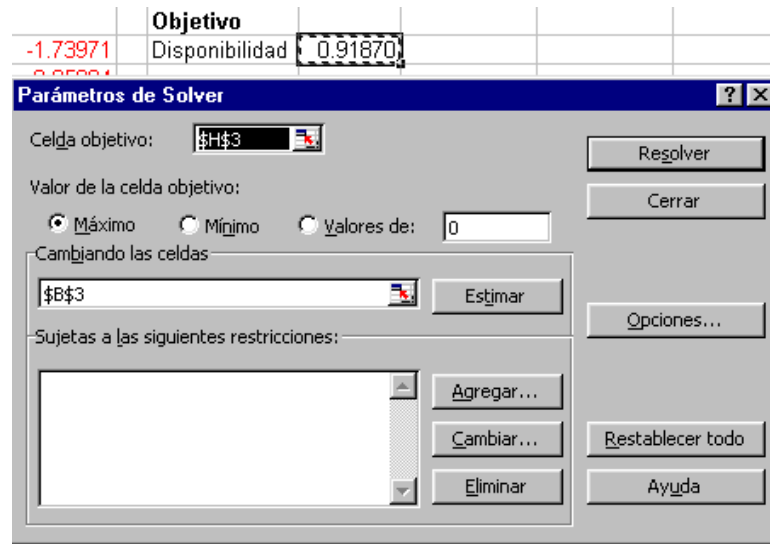


Figura 10.6: Uso del modulo de optimización de Excel

## 10.8. Frecuencia óptima para equipos con $\lambda$ variable

Los equipos utilizados para producción pueden fallar también logrando productos fuera de tolerancia. En este caso, solo es posible determinar el estado de la máquina al inspeccionar la calidad de los productos. Cuando se detecta tal falla, el equipo es reparado y queda "como nuevo", para recomenzar un nuevo ciclo de producción. El problema es determinar el programa óptimo de inspecciones que minimicen el costo global por unidad de tiempo asociado a:

- inspecciones,
- mantenciones correctivas y
- no detección de falla.

Sean:

1.  $f(t)$  es la función densidad de probabilidad de fallas del equipo
2.  $C_{i,i}$  es el costo de una inspección (\$)
3.  $c_f$  es el costo por unidad de tiempo asociado a una falla no detectada del equipo:
  - a) productos desechados por mala calidad
  - b) costo de reprocesar productos fuera de tolerancia
  - c) producción perdida
4.  $C_{i,r}$  es el costo de intervención de una reparación (\$)
5.  $T_r$  es el tiempo requerido para una reparación
6. La política de inspección consiste en realizar inspecciones en los instantes  $x_i$  hasta que una falla sea detectada (véase por ejemplo la ilustración 10.7). Los intervalos entre inspecciones no son necesariamente constantes pues pueden reducirse en la mitad que la tasa de fallas aumente.
7. El objetivo es determinar el programa de inspección óptimo para minimizar el costo global por unidad de tiempo.

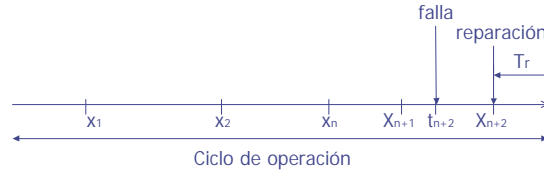


Figura 10.7: Ciclo de operación

El costo global por unidad de tiempo  $c_g$  es función de los tiempo en que se realice inspección:

$$c_g = c_g(x_1, x_2, x_3, \dots)$$

La falla del equipo puede ocurrir en cualquier instante de cada intervalo  $(x_i, x_{i+1})$ .

Si por ejemplo la falla ocurre en  $(0, x_1)$ , el costo del ciclo incluye el costo de una inspección, el costo de falla durante el tiempo en que no se ha detectado la falla y el costo de la reparación:

$$1 \cdot C_{i,i} + c_f \cdot (x_1 - t_1) + C_{i,r}$$

y el valor esperado es

$$\int_0^{x_1} [1 \cdot C_{i,i} + c_f \cdot (x_1 - t) + C_{i,r}] f(t) dt$$

Si la falla ocurre en  $(x_1, x_2)$ , en  $t_2$ , el costo del ciclo sería

$$2 \cdot C_{i,i} + c_f \cdot (x_2 - t_2) + C_{i,r}$$

y el valor esperado sería

$$\int_{x_1}^{x_2} [2 \cdot C_{i,i} + c_f \cdot (x_2 - t) + C_{i,r}] f(t) dt$$

Similarmente, los costos y probabilidades de todos los ciclos posibles pueden ser determinado como

$$\begin{aligned} &= \int_0^{x_1} [1 \cdot C_{i,i} + c_f \cdot (x_1 - t) + C_{i,r}] f(t) dt + \\ &\int_{x_1}^{x_2} [2 \cdot C_{i,i} + c_f \cdot (x_2 - t) + C_{i,r}] f(t) dt + \\ &\int_{x_2}^{x_3} [3 \cdot C_{i,i} + c_f \cdot (x_3 - t) + C_{i,r}] f(t) dt + \\ &\dots \end{aligned}$$

O en forma general el *costo esperado por ciclo de operación*  $\bar{C}$  (véase figura 10.7):

$$\begin{aligned} \bar{C}(x_1, x_2, x_3, \dots) &= \sum_{k=0}^{\infty} \int_{x_k}^{x_{k+1}} [(k+1) \cdot C_{i,i} + c_f \cdot (x_{k+1} - t) + C_{i,r}] f(t) dt \\ &= C_{i,r} + \sum_{k=0}^{\infty} \int_{x_k}^{x_{k+1}} [(k+1) \cdot C_{i,i} + c_f \cdot (x_{k+1} - t)] f(t) dt \end{aligned}$$

De una manera similar la *duración esperada del ciclo*  $\bar{L}$  puede ser determinada como

$$\begin{aligned} \bar{L}(x_1, x_2, x_3, \dots) &= \sum_{k=0}^{\infty} \int_{x_k}^{x_{k+1}} [t + (x_{k+1} - t) + T_r] f(t) dt \\ &= MTBF + T_r + \sum_{k=0}^{\infty} \int_{x_k}^{x_{k+1}} [(x_{k+1} - t)] f(t) dt \end{aligned}$$

Finalmente,

$$c_g(x_1, x_2, x_3, \dots) = \frac{C_{i,r} + \sum_{k=0}^{\infty} \int_{x_k}^{x_{k+1}} [C_{i,i} \cdot (k+1) + c_f \cdot (x_{k+1} - t)] f(t) dt}{MTBF + T_r + \sum_{k=0}^{\infty} \int_{x_k}^{x_{k+1}} [(x_{k+1} - t)] f(t) dt} \quad (10.11)$$

La ecuación (10.11) representa un problema matemático que relaciona el programa de inspección  $x_1, x_2, x_3, \dots$  al costo total por unidad de tiempo  $c_g$ . El programa óptimo de tiempos  $x_1, x_2, x_3, \dots$  se puede resolver tomando la derivada de  $c_g$  con respecto a  $x_j$ , para todo  $j$ , igualando a cero y resolviendo el sistema de ecuaciones. También se puede plantear como un problema de programación lineal.

### 10.8.1. Procedimiento

Se propone (ref. [5], §5.5.3):

El procedimiento define la función residuo  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon(c_{g,k-1}, x_1, x_2, x_3, \dots) = c_{g,k-1} \bar{L}(x_1, x_2, x_3, \dots) - \bar{C}(x_1, x_2, x_3, \dots) \quad (10.12)$$

donde

$c_{g,k-1}$  representa una estimación inicial del costo mínimo  $c_g$  o un valor de  $c_g$  obtenido en una iteración anterior. Se puede demostrar que el programa que minimiza  $\varepsilon$ , minimiza  $c_g$ .

A continuación, los pasos a seguir:

1.  $k = 0$ , seleccionar valor inicial  $c_{g,0}$ ,
2. Seleccionar valor inicial para  $x_1$ ,
3. Generar un programa  $x_1, x_2, x_3, \dots$  usando la relación de recurrencia

$$x_{i+1} = x_i + \frac{F(x_i) - F(x_{i+1})}{f(x_i)} - \frac{c_{i,i}}{c_f - c_{g,k-1}}$$

4. Calcular  $\varepsilon(C_{k-1}, x_1, x_2, x_3, \dots)$  con la ecuación (10.12)
5. Repetir los pasos 2 a 4 con diferentes valores de  $x_1$  hasta obtener  $\varepsilon_{\min}$
6. Repetir pasos 1-5 con diferentes valores de hasta obtener  $\varepsilon_{\min} = 0$ ,  $k = k + 1$ ,

Un procedimiento para ajustar  $c_{g,k-1}$  hasta que sea idéntico con el costo mínimo puede ser obtenido de:

$$c_{g,k} = c_{g,k-1} - \frac{\varepsilon_{\min}}{\bar{L}}$$

**Ejemplo 55** Para un equipo se asume una distribución GAMMA con parámetro  $k = 3$  y media  $\mu$ . Definiendo  $\mu = 1000$  horas,  $C_{i,i} = 150$  USD,  $c_f = 3$  USD/hora,  $C_{i,r} = 2000$  USD el programa óptimo de inspecciones (los 4 primeros puntos) es

i	$x_i$	$\Delta x_i$
1	947	947
2	1442	495
3	1889	447
4	2313	424

Cuadro 10.3: Resultados

**Ejemplo 56** La detención no programada de un cierto equipo reduce los ingresos de una compañía en 400 USD/hora. Al realizar una inspección cada dos meses se producen en promedio 2 fallas/semana. La HH de inspección se ha valorado en 50 USD. La HH de mantención correctiva en 25 USD. Ambas tareas requieren de 1 solo hombre. La inspección no requiere que el equipo sea detenido y requiere de 1 hora. La reparación demora 3 horas en promedio.

1. Estime un periodo óptimo entre inspecciones que minimice el CGM asociado.
2. Calcule el CGM asociado al programa de inspección.

De sección 10.3,

$$c_g(n) = c_f \frac{\lambda(n)}{\mu} + c_{i,r} \frac{\lambda(n)}{\mu} + c_{i,i} \cdot \frac{n}{i}$$

$$n^* = \sqrt{k \frac{i}{\mu} \left( \frac{c_f + c_{i,r}}{c_{i,i}} \right)}$$

Reconociendo términos y usando la hora como unidad de tiempo:

$$\begin{aligned} MTI &= 1/i = 1\text{h} \\ MTR &= 1/\mu = 3\text{h} \\ c_f &= 400 \text{ USD/h} \\ c_{i,i} &= 50 \text{ USD/h} \\ c_{i,r} &= 25 \text{ USD/h} \end{aligned}$$

Considerando que el equipo trabaja 100 % del tiempo,

$$\lambda \left( n = \frac{1}{2 \cdot 30 \cdot 24} \right) = \frac{2}{7 \cdot 24} \text{ fallas/h}$$

Asumiendo que la tasa de fallas es una función inversamente proporcional al numero de inspecciones por unidad de tiempo,

$$\lambda = \frac{k}{n}$$

luego

$$k = \frac{1}{2 \cdot 30 \cdot 24} \frac{2}{7 \cdot 24} = 8,2 \cdot 10^{-6}$$

y evaluando

$$n^* = \sqrt{8,2 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \left( \frac{400 + 25}{50} \right)} = 0,0145 \text{ inspecciones/hora}$$

lo que equivale a

$$n^* = 0,0145 \cdot 30 \cdot 24 \simeq 10 \text{ inspecciones/mes}$$

la tasa de fallas óptima

$$\begin{aligned} \lambda(n^*) &= \frac{k}{n^*} \\ &= \frac{8,2 \cdot 10^{-6}}{0,0145} = 5,65 \cdot 10^{-4} \text{ fallas/hora} \end{aligned}$$

y el costo global por unidad de tiempo

$$\begin{aligned} c_g(n^*) &= 400 \cdot 3 \cdot 5,65 \cdot 10^{-4} + 25 \cdot 3 \cdot 5,65 \cdot 10^{-4} + 50 \cdot 0,0145 \\ &= 0,68 + 0,04 + 0,73 \\ &= 1,45 \text{ USD/h} \end{aligned}$$



# Capítulo 11

## Reemplazo de equipos

### 11.1. Introducción

Aquí se trata de evaluar el periodo optimo de reemplazo de equipos. Ello se justifica por el incremento en los costos de mantención y operación. El criterio a utilizar es la minimización del *costo medio* durante la vida del equipo. Factores tales como la depreciación y la inflación serán tomados en cuenta.

El problema de optimización inicial considera la minimización del costo global por unidad de tiempo considerando la compra, la reventa y los costos de operación y mantención del equipo considerado.

**Observación 54** *El problema puede ser tratado a partir de datos historicos o a través de modelos predictivos de costos y valores de venta.*

### 11.2. Reemplazo sin considerar inflación

Sea

$A_i$  el precio de compra del equipo,

$C_i$ , el costo total en el periodo  $i$ ,

$R_i$ , precio de reventa al final del periodo  $i$ ,

$\bar{C}_u$ , costo promedio total por unidad de tiempo (calendario u operativo).

Si la reventa es posible:

$$\bar{C}_u(n) = \frac{A + \sum_{i=1}^n C_i - R_i}{n}$$

Para encontrar el periodo óptimo para la reventa se tabula  $\bar{C}_u$ .

**Ejemplo 57** *El precio de compra de un cierto equipo es de  $A = 15000$  USD. Los costos anuales de mantención y los valores de reventa son indicados en tabla 18.2. Los resultados se muestran en la tabla 11.2.*

Año	Costos	Reventa
1	31970	10500
2	31136	9660
3	31178	8887
4	29660	9178
5	32912	7522
6	35912	6920
7	35330	6366
8	36956	5857

Cuadro 11.1: Historial del equipo

año	Costos	Reventa	$\sum C_i$	$\bar{C}_u$
1	31970	10500	31970	36470
2	31136	9660	63106	34223
3	31178	8887	94282	33465
4	29660	9178	123944	32691
5	32912	7522	156856	32866
6	35912	6920	192186	33377
7	35330	6366	229142	33967
8	36956	5857	269008	34768

Cuadro 11.2: Anlisis de costos

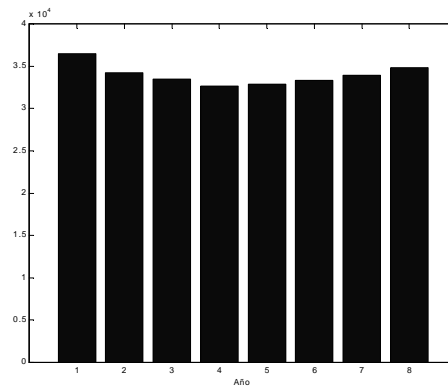


Figura 11.1: Costo medio vs tiempo

### 11.3. Reemplazo considerando inflación

Si se toma una inflación anual  $r$ ,

$$\bar{C}_u(n) = \frac{(1+r)^n A + \sum_{i=1}^n (1+r)^{i-1} C_i - R_i}{n}$$

en unidades monetarias del instante  $n$ . A fin de comparar se debe convertir a unidades del año  $0$ :

$$\bar{C}_{u,0} = \frac{\bar{C}_u(n)}{(1+r)^n}$$

año	$C_i$	$R_i$	$\sum_{i=1}^n (1+r)^{i-1} C_i$	$\bar{C}_u(i)$	$\bar{C}_{u,0}$
1	31970	10500	31970	36470	35254
2	31136	9660	65024	34223	32136
3	31178	8887	100103	33465	30528
4	29660	9178	135770	32691	29025
5	32912	7522	176828	32866	28300
6	35912	6920	222767	33377	26613

Cuadro 11.3: Reemplazo considerando inflacin

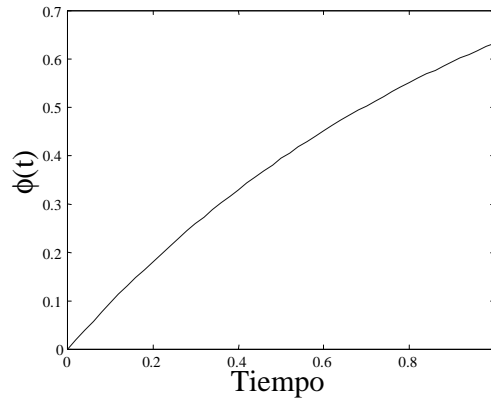


Figura 11.2: Función depreciación exponencial

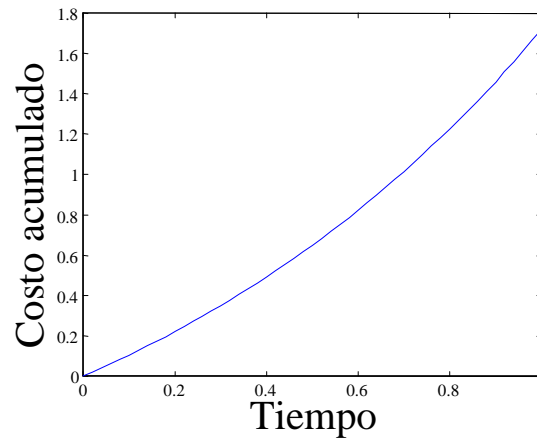


Figura 11.3: Costo acumulado

## 11.4. Modelos de costos y de reventa (sin inflación)

Sea  $\phi(t)$  la función de depreciación. El valor libro del equipo es:

$$A(1 - \phi(t))$$

Sea  $\psi(t)$  el costo total acumulado (operación y mantención) del equipo; entonces el costo total incurrido  $\Gamma$  es:

$$\Gamma(t) = \psi(t) + A(1 - \phi(t))$$

y el costo promedio por unidad de tiempo es

$$\gamma(t) = \frac{\Gamma(t)}{t}$$

El óptimo punto para reemplazo es donde se minimiza  $\gamma(t)$ , ósea donde

$$\frac{d\gamma}{dt} = 0$$

Veamos caso por caso:

### 11.4.1. Depreciación lineal y costo lineal

En este caso

$$\begin{aligned}\phi(t) &= 1 - \frac{t}{t_0} \\ \psi(t) &= at\end{aligned}$$

Entonces

$$\gamma(t) = \frac{\left(1 - \left(1 - \frac{t}{t_0}\right)\right) A + at}{t} = \frac{A}{t_0} + a = cte$$

Por lo que  $\frac{d\gamma}{dt} = 0$  para todo  $t$ ; lo que implica que es *indiferente* el instante de reventa.

### 11.4.2. Depreciación exponencial y costo lineal

Se tiene:

$$\begin{aligned}\phi(t) &= 1 - e^{-\lambda t} \\ \psi(t) &= at\end{aligned}$$

luego

$$\begin{aligned}\gamma(t) &= \frac{(1 - (1 - e^{-\lambda t})) A + at}{t} \\ \frac{d\gamma}{dt} &= \frac{((1 + \lambda t) e^{-\lambda t} - 1) A}{t^2}\end{aligned}$$

$\frac{d\gamma}{dt}$  no se anula para ningún valor de  $t$  y  $\gamma(t)$  es una función decreciente; es conveniente *postergar* el reemplazo lo más posible.

### 11.4.3. Depreciación exponencial, costo exponencial

En este caso,

$$\begin{aligned}\phi(t) &= 1 - e^{-\lambda t} \\ \psi(t) &= a(e^{\mu t} - 1)\end{aligned}$$

luego,

$$\gamma(t) = \frac{(1 - (1 - e^{-\lambda t})) A + (e^{\mu t} - 1) a}{t}$$

Derivando e igualando a 0 se consigue la condición de minimización:

$$\frac{1 - e^{-\mu t} (1 - \mu t)}{1 - e^{-\lambda t} (1 + \lambda t)} = \frac{A}{a}$$

Para resolver se puede usar una gráfica ya preparada o calcular numéricamente.

**Ejemplo 58** Se desea decidir si instalar una nueva correa o continuar reparándola. Se dispone de la siguiente información:

1. Una correa nueva cuesta 90000 USD,
2. la función de depreciación es exponencial con parámetro  $\lambda = 0,3$
3. la función de costos es exponencial con parámetro  $\mu = 0,6$ ,  $a = 5000$

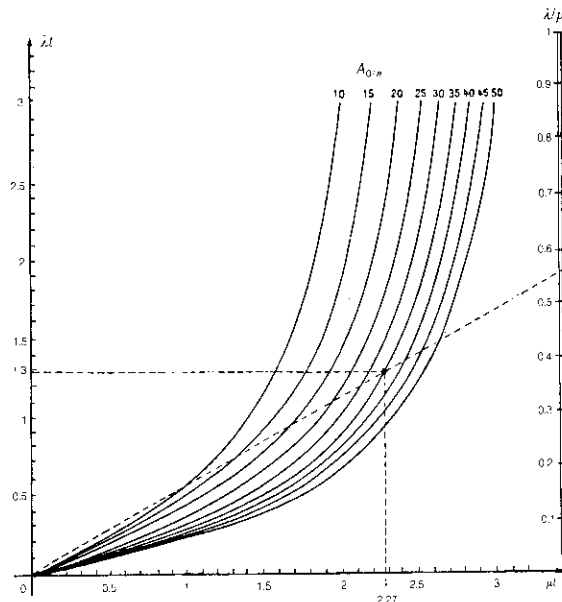


Figura 11.4: Gráfico de Kauffmann

Usando el gráfico de Kauffmann para  $\frac{A}{a} = \frac{90}{5} = 18$  y  $\frac{\lambda}{\mu} = \frac{0,3}{0,6} = 0,5$ ,

$$\mu t = 1,46$$

luego

$$t = \frac{1,46}{0,6} = 2,44 \text{ años}$$

**Ejemplo 59** <sup>1</sup>El valor inicial de un equipo es de 10000 USD. Su valor cae en aproximadamente 20 % cada año, respecto del valor del año anterior (por ejemplo, al primer año:  $10000 \times (1 - 0,2) = 8000$ ; al segundo año:  $8000 \times (1 - 0,2) = 6400$ , etc.). Por otro lado, sus costos de mantención y operación tienen un crecimiento exponencial con ley  $1000 [e^{0,22t} - 1]$  USD ( $t$  en años). Estime el plazo óptimo de reemplazo.

**Solución 17** Siendo que la depreciación es exponencial basta con estimar el parámetro. En un año el valor decae a 80 %, ósea

$$e^{-\lambda \cdot 1} = 0,8$$

luego

$$\begin{aligned} \lambda &= -\ln(0,8) \\ &= 0,22 \end{aligned}$$

Según los costos de crecimiento exponencial,

$$\mu = 0,22$$

y  $a = 1000$ ,  $A = 10000$ . Lo cual nos permite usar el gráfico de Kauffmann con  $\lambda/\mu = 1$ ,  $A/a = 10$ . Entonces

$$\begin{aligned} \mu t &\approx 1,75 \\ t &\approx \frac{1,75}{0,22} = 7,95 \text{ años} \end{aligned}$$

<sup>1</sup>control 2 me57a , semestre II-2001

## 11.5. Programación dinámica

La programación dinámica determina la solución óptima de un problema de  $n$  variables, descomponiéndolo en  $n$  etapas, donde cada etapa incluye un sub-problema de una sola variable. Sus campos de aplicación son extensos. En este capítulo lo aplicaremos al reemplazo de equipos.

La programación dinámica es una metodología recursiva, en el sentido de que la solución óptima de un sub-problema se utiliza como entrada para el siguiente sub-problema. Para el momento en que se resuelva el último sub-problema, se encontrará la solución óptima para el problema completo.

### 11.5.1. Reemplazo de equipos

Supongase que al principio de cada año, se debe decidir si es rentable dejar un equipo en operación por un año más, o reemplazarlo por uno nuevo.

#### Descripción del modelo

Sean

$r(t)$  la utilidad anual,

$c(t)$  el costo de operación y mantención de la máquina de edad  $t$ ,

$s(t)$  el valor de recuperación de un equipo que ha operado  $t$  años,

$I$  es el costo de adquirir una nueva máquina en cualquier año.

Considerando notación del análisis de redes,

1. la etapa  $i$  está representada por el año  $i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .
2. Las alternativas en la etapa  $i$  requieren que la máquina se conserve ( $K$ ) o se reemplace al principio del año  $i$  ( $R$ ).
3. El estado en la etapa  $i$  es la edad del equipo al principio del año  $i$
4. Se define  $f_i(t)$  como el ingreso neto máximo por los años  $i, i + 1, n$  siendo que el equipo tiene  $t$  años al principio del año  $i$ .

$$f_i(t) = \max \left( \begin{array}{l} r(t) - c(t) + f_{i+1}(t+1) \\ r(0) + s(t) - I - c(0) + f_{i+1}(1) \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} \text{si se conserva, } a = K \\ \text{si se reemplaza, } a = R \end{array}$$

$$5. \quad f_{n+1}(t) \equiv 0$$

6. el objetivo es maximizar el ingreso neto del equipo sobre los  $n$  años a seguir

**Observación 55** En este modelo la vida remanente del equipo ha sido predeterminada; para establecer  $n$  óptimo puede iterarse sobre este valor.

**Observación 56** En programación dinámica las decisiones solo pueden ser tomadas en forma discreta en el tiempo.

**Observación 57** En caso de que el rendimiento del equipo sea constante podría considerarse la minimización del costo global sobre los años remanentes. Notese como en este caso no es el costo global de mantención lo que debe minimizarse. La evolución de la eficiencia de producción del equipo y/o la evolución de la demanda del mercado también cuentan.

Para explicar el método usaremos un ejemplo

Edad años	Utilidad (KUSD)	Costos (KUSD)	Valor de rescate (USD)
0	20	0,2	—
1	19	0,6	80
2	18,5	1,2	60
3	17,2	1,5	50
4	15,5	1,7	30
5	14	1,8	10
6	12,2	2,2	5

Cuadro 11.4: Datos del problema

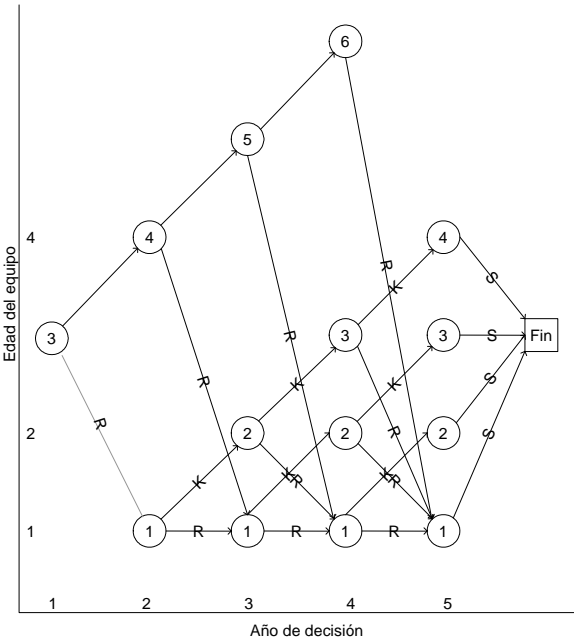


Figura 11.5: Red del problema

	K	R		
$t$	$r(t) + s(t+1) - c(t)$	$+s(t) - I + r(0) - c(0) + s(1)$	$f_4(t)$	Decisión
1	$19 + 60 - 0,6 = 78,4$	$20 + 80 + 80 - 0,2 - 100 = 79,8$	79,8	$R$
2	$18,5 + 50 - 1,2 = 67,3$	$20 + 60 + 80 - 0,2 - 100 = 59,8$	67,3	$K$
3	$17,2 + 30 - 1,5 = 45,7$	$20 + 50 + 80 - 0,2 - 100 = 49,8$	49,8	$K$
6	se debe reemplazar	$20 + 5 + 80 - 0,2 - 100 = 4,8$	4,8	$R$

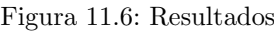
Cuadro 11.5: Etapa 4: a principios del año 4

	K	R		
$t$	$r(t) - c(t) + f_4(t+1)$	$r(0) + s(t) - c(0) - I + f_4(1)$	$f_3(t)$	Decisión
1	$19 - 0,6 + 67,3 = 85,7$	$20 + 80 - 0,2 - 100 + 79,8 = 79,6$	85,7	$K$
2	$18,5 - 1,2 + 49,8 = 67,1$	$20 + 60 - 0,2 - 100 + 79,8 = 59,6$	67,1	$K$
5	$14 - 1,8 + 4,8 = 17,0$	$20 + 10 - 0,2 - 100 + 79,8 = 19,6$	19,6	$R$

Cuadro 11.6: Etapa 3: a principios del año 3

Cuadro 11.7: Etapa 2: a principios del año 2

Cuadro 11.8: Etapa 1: a principios del año 1





### 11.5.2. Ejemplo

Una compañía necesita determinar la política de reemplazo óptima para una máquina que actualmente tiene 3 años, para los próximos 4 años, es decir, hasta principios del año 5. La política de la compañía requiere que una máquina de 6 años sea reemplazada. El costo de una máquina nueva es de 100 KUSD. La tabla 11.4 entrega los demás datos.

**Ejercicio 6** *Utilizando los datos del problema de sección anterior, use el modelo de la sección anterior (Kauffman) para comparar resultados.*



## Capítulo 12

# Overhaul/reemplazo con programación dinámica

### 12.1. Introducción

Un overhaul puede ser considerado como un conjunto de medidas ejecutadas antes de la falla. Nótese que la definición de falla no solo incluye el no cumplimiento de la función del equipos, sino que además la de no producir bajo las especificaciones requeridas.

Las decisiones respecto de los overhauls son:

1. Intervalo entre overhauls. Nótese que el intervalo puede ser infinito (ósea no se realizarlo, solo realizar mantención correctiva)
2. El grado de profundidad del overhaul, ósea, cuan cerca debe quedar el equipo de la condición "como nuevo" tras un overhaul. Llevando el concepto al extremo, el overhaul puede significar el reemplazo del equipo.

En la practica, un overhaul o una reparación correctiva logran poner el equipo en funcionamiento, pero no logran evitar que la condición del mismo se degrade en el tiempo, hasta que es necesario su reemplazo.

### 12.2. Overhaul óptimo con horizonte de tiempo finito

Al ocurrir la falla, se pueden tomar dos acciones: reparar el equipo o reemplazarlo. El análisis a continuación utiliza el método de *programación dinámica*: se asume que las decisiones pueden ser tomadas solo en instantes discretos en el tiempo (por ejemplo, cada fin de semana). Se desea determinar una estrategia que indique que acción tomar en cada punto de decisión para minimizar el costo global de mantención sobre los siguientes  $n$  periodos de tiempo.

#### 12.2.1. Descripción del modelo

Sean:

1.  $i$ , el estado del equipo (bueno o con falla) al comienzo del periodo,
2.  $j$ , el estado del equipo (bueno o con falla) al final del periodo,
3.  $a$ , la acción que es tomada al comienzo del periodo (en este caso: overhaul, mantención correctiva, o reemplazo)
4.  $p_{ij}^a$ , es la probabilidad de que el equipo pase del estado  $i$  al estado  $j$  en un periodo si la acción  $a$  es tomada.

5.  $C_{ij}^a$ , es el costo por periodo de pasar del estado  $i$  al estado  $j$  si la acción  $a$  es tomada. (En este caso es el costo de intervención del overhaul,  $C_0$ , costo de intervención de reparación,  $C_r$ , costo de falla por mantención correctiva  $C_t$  si el equipo falla durante el periodo).
6. El objetivo es determinar una estrategia combinada de overhaul, reparación, reemplazo que minimice el costo total asociado con estas acciones, para los siguientes  $n$  periodos de tiempo.
7. El costo global mínimo esperado, con  $n$  periodos a venir y comenzando en el estado  $i$ , es  $f_n(i)$ .

Para realizar el análisis se comienza en el ultimo periodo y se obtienen recursivamente el valor de  $f_n$  para cada periodo.

El costo de la primera decisión, al comienzo del  $n$ -esimo periodo, es  $C_{ij}^a$  si la acción  $a$  es tomada y el equipo queda en el estado  $j$ . Pero el estado  $j$  ocurre con una probabilidad  $p_{ij}^a$ . Hay una serie de resultados que pueden ocurrir al realizar la acción  $a$ , por lo tanto el costo esperado de realizar la acción  $a$  es

$$\sum_{i=1}^N C_{ij}^a \cdot p_{ij}^a$$

donde  $N$  es el numero de posibles estados al final de un periodo.

Al final del periodo el equipo está en el estado  $j$ , con  $n - 1$  periodos mas por operar. El costo total mínimo esperado para el tiempo restante es  $f_{n-1}(j)$ . Nuevamente, el equipo está en el estado  $j$  con probabilidad  $p_{ij}^a$  y por tanto el costo esperado es

$$\sum_{i=1}^N f_{n-1}(j) \cdot p_{ij}^a$$

Así, comenzando en el estado  $i$ , con  $n$  periodos por operar, el tomar la acción  $a$  que resulta en el estado  $j$ , el costo total sobre los  $n$  periodos es el costo esperado de la primera decisión mas el costo esperado futuro:

$$\sum_{j=1}^N C_{ij}^a \cdot p_{ij}^a + \sum_{j=1}^N f_{n-1}(j) \cdot p_{ij}^a \quad (12.1)$$

Dado que se desea minimizar el costo global esperado, se desea tomar la mejor acción  $a$  estando en el estado  $i$  con  $n$  periodos por operar. La mejor acción es la que minimiza (12.1). El mínimo del costo global esperado  $f_n(i)$  y la mejor acción  $a$  pueden ser obtenidas de la siguiente relación de recurrencia:

$$f_n(i) = \min_a \left( \sum_{j=1}^N C_{ij}^a \cdot p_{ij}^a + \sum_{j=1}^N f_{n-1}(j) \cdot p_{ij}^a \right) \text{ con } n \geq 1 \quad (12.2)$$

La ecuación (12.2) puede ser resuelta recursivamente con la condición inicial

$$f_0(i) = 0$$

luego

$$f_1(i) = \min_a \left( \sum_{j=1}^N C_{ij}^a \cdot p_{ij}^a \right) \dots, \text{etc.} \quad (12.3)$$

### 12.2.2. Ejemplo numérico

La figura (12.1) representa con círculos los posibles estados del equipo ( $g$ , bueno,  $f$ , con falla) en los instantes  $n$  y  $n - 1$ . Los cuadrados representan la ocurrencia o no del evento falla. Vemos que:

Hay dos posibles condiciones del equipo al comenzar un periodo: bueno o con falla, ósea

$$i = \begin{cases} g & \text{bueno} \\ f & \text{con falla} \end{cases}$$

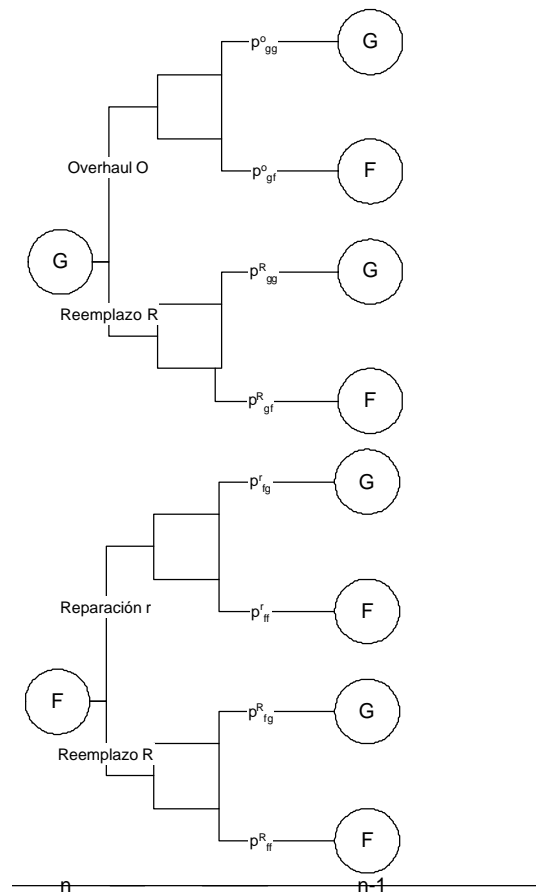


Figura 12.1: Posibles estados del equipo

Hay 3 posibles acciones a tomar:

$$a = \begin{cases} O & \text{overhaul} \\ r & \text{reparación} \\ R & \text{reemplazo} \end{cases}$$

Sobre probabilidades,

1. Si el equipo esta en la condición  $g$  puede pasar a overhaul  $O$  o ser reemplazado. Si pasa a overhaul hay una probabilidad  $p_{gg}^0$  que aun funcione al final del periodo, y una probabilidad  $p_{gf}^0$  de que falle.
2. Si se decide reemplazar hay una probabilidad  $p_{gg}^R$  y una probabilidad  $p_{gf}^0$  de que el equipo funcione o no al terminar el periodo.
3. Si el equipo está en condición  $f$  puede ser reparado o reemplazado.
4. La tabla 12.8 entrega los valores de las probabilidades.

Condición al empezar el periodo	Decisión	Condición al fin del periodo	
		$g$	$f$
$g$	$O$	$p_{gg}^O = 0,75$	$p_{gf}^R = 0,25$
	$R$	$p_{gg}^R = 0,95$	$p_{gf}^R = 0,05$
$f$	$r$	$p_{fg}^r = 0,60$	$p_{ff}^r = 0,40$
	$R$	$p_{fg}^R = 0,95$	$p_{ff}^R = 0,05$

Cuadro 12.1: Probabilidades asociadas

Los costos asociados se indican en tabla 12.9. Vemos que si el equipo funciona al comienzo del periodo y pasa a overhaul el costo total incurrido en el periodo es de 200 USD (ósea, el costo de intervención asociado). Si falla durante el periodo el costo es de 1200 (la suma del costo de intervención mas el de falla).

El objetivo es determinar la acción a tomar para que el costo global esperado para los cuatro periodos de tiempo futuros sea minimizado. La figura (12.2) muestra las probabilidad y costos asociados con las decisiones alternativas.

De acuerdo a ecuación (12.3),

$$f_1(g) = \min_a \left[ \frac{\sum_{j=1,N} C_{gj}^O p_{gj}^O}{\sum_{j=1,N} C_{gj}^R p_{gj}^R} \right]$$

Para overhaul,

$$\begin{aligned} \sum_{j=1,N} C_{gj}^O p_{gj}^O &= C_{gg}^O p_{gg}^O + C_{gf}^O p_{gf}^O \\ &= 200 \cdot 0,75 + 1200 \cdot 0,25 \\ &= 450 \end{aligned}$$

Condición al empezar el periodo	Decisión	Condición al fin del periodo	
		$g$	$f$
$g$	$O$	$C_{gg}^O = 200$	$C_{gf}^R = 1200$
	$R$	$C_{gg}^R = 500$	$C_{gf}^R = 1500$
$f$	$r$	$C_{fg}^r = 100$	$C_{ff}^r = 1100$
	$R$	$C_{fg}^R = 500$	$C_{ff}^R = 1500$

Cuadro 12.2: Costos asociados

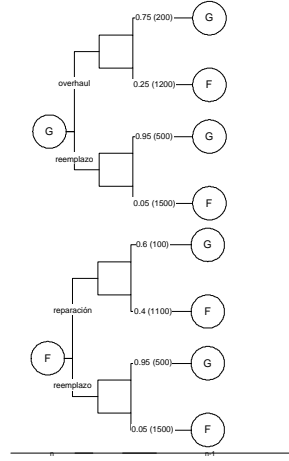


Figura 12.2: Estudio de caso

Para reemplazo,

$$\begin{aligned}
 \sum_{j=1,N} C_{gj}^R p_{gj}^R &= C_{gg}^R p_{gg}^R + C_{gf}^R p_{gf}^R \\
 &= 500 \cdot 0,95 + 1500 \cdot 0,05 \\
 &= 550
 \end{aligned}$$

Entonces,

$$\begin{aligned}
 f_1(g) &= \min_a \begin{bmatrix} 450 \\ 550 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{overhaul} \\ \text{reemplazar} \end{array} \\
 &= 450
 \end{aligned}$$

y la mejor decisión es el overhaul.

Cuando  $i = f$ ,

$$\begin{aligned}
 f_1(f) &= \min_a \begin{bmatrix} \sum_{j=1,N} C_{fj}^r p_{fj}^r \\ \sum_{j=1,N} C_{fj}^R p_{fj}^R \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{reparar} \\ \text{reemplazar} \end{array} \\
 &= \min_a \begin{bmatrix} 100 \cdot 0,6 + 1100 \cdot 0,4 \\ 500 \cdot 0,95 + 1500 \cdot 0,05 \end{bmatrix} \\
 &= \min_a \begin{bmatrix} 500 \\ 550 \end{bmatrix} \\
 &= 500
 \end{aligned}$$

y la mejor decisión es la reparación.

Con dos periodos de tiempo aun por operar la ecuación (12.2) toma la forma:

$$f_2(i) = \min_a \left( \sum_{j=1}^N C_{ij}^a \cdot p_{ij}^a + \sum_{j=1}^N f_1(i) \cdot p_{ij}^a \right)$$

Periodos por operar $n$	4		3		2		1	
Estado del equipo al inicio del periodo $i$	$g$	$f$	$g$	$f$	$g$	$f$	$g$	$f$
Acción a tomar al inicio del periodo $a$	$O$	$r$	$O$	$r$	$O$	$r$	$O$	$r$
Costo esperado futuro $f_n(i)$	1842	1900	1377	1435	912	970	450	500

Cuadro 12.3: Resultados para  $n = 4$ 

Cuando  $i = g$ ,

$$\begin{aligned}
f_2(g) &= \min_a \left[ \begin{array}{l} C_{gg}^O p_{gg}^O + C_{gf}^O p_{gf}^O + f_1(g) p_{gg}^O + f_1(f) p_{gf}^O \\ C_{gg}^R p_{gg}^R + C_{gf}^R p_{gf}^R + f_1(g) p_{gg}^R + f_1(f) p_{gf}^R \end{array} \right] \begin{array}{l} \text{overhaul} \\ \text{reemplazar} \end{array} \\
&= \min_a \left[ \begin{array}{l} 450 + 450 \cdot 0,75 + 500 \cdot 0,25 \\ 550 + 450 \cdot 0,95 + 500 \cdot 0,05 \end{array} \right] \\
&= \min_a \left[ \begin{array}{l} 912,5 \\ 1002,5 \end{array} \right] \\
&= 912,5
\end{aligned}$$

y la mejor decisión es el overhaul.

Cuando  $i = f$ , con dos periodos por operar:

$$\begin{aligned}
f_2(f) &= \min_a \left[ \begin{array}{l} 970,0 \\ 1002,5 \end{array} \right] \begin{array}{l} \text{reparar} \\ \text{reemplazar} \end{array} \\
&= 970
\end{aligned}$$

y la mejor decisión es *reparar*.

Procediendo similarmente para  $n = 3, 4$  se construye la tabla (12.3). Si el equipo empieza el periodo funcionando

**Observación 58** *El criterio usado por este método es el costo total. Se podría haber usado otro criterio como minimizar el downtime. Si tal es el caso, debería considerarse el tiempo que toma hacer overhaul, reparar o reemplazar. En el ejemplo mostrado tal tiempo fue despreciado. Esta simplificación es razonable mientras tales tiempos sean pequeños respecto de los periodos de operación, o si tales tareas pueden ser realizadas en periodos tales como los fines de semana, cuando el equipo no opera.*

**Observación 59** *En la practica, el periodo de tiempo sobre el cual se desea optimizar es muy largo. Es interesante analizar el caso cuando el numero de periodos  $n$  tiende al infinito. Ello será analizado en la próxima sección.*

**Observación 60** *El método presentado en esta sección asumió que la condición del equipo puede ser satisfactorio ( $g$ ) o con falla ( $f$ ). En muchos problemas de mantención puede ser necesario ser más específico. Por ejemplo, aparte de querer saber si el equipo opera o no, querríamos saber cuanto tiempo ha operado el equipo desde la ultima intervención de mantención. También se podrían considerar otras acciones aparte de overhaul, reparar, reemplazar. Por ejemplo, no hacer nada o especificar varios niveles de overhaul. La inclusión de tales alternativas puede ser manejada de la manera ya presentada.*

### 12.3. Overhaul óptimo con horizonte de tiempo infinito

El problema aquí es muy similar al de la sección anterior, excepto que se desea determinar una estrategia de mantención sobre un periodo largo de tiempo que minimice el costo total esperado por unidad de tiempo, en vez de sobre  $n$  periodos a venir.



### 12.3.1. Descripción del modelo

1. Los parámetros  $i, j, a, p_{ij}^a, C_{ij}^a$  y  $n$  se definen de la misma manera que en la sección anterior
2. El objetivo es determinar la estrategia de overhaul/reparar/reemplazar que minimice el costo total esperado asociado con estas acciones, y sus consecuencia sobre la producción, sobre un periodo largo de tiempo. Se desea minimizar el costo total esperado por unidad de tiempo.

Sea  $f_n(i)$  el costo total esperado para los próximos  $n$  periodos de tiempo cuando  $n \rightarrow \infty$ ,

$$f_n(i) \rightarrow nq + v(i)$$

donde  $g$  puede ser interpretada como el costo promedio por periodo en el largo plazo y  $v(i)$  es el costo que depende del estado del equipo al inicio de su operación, ósea,  $f_n(i)$  ha sido descompuesto en dos partes, una parte estacionaria  $nq$  y una parte transiente  $v(i)$  que depende del estado al inicio.

Para un  $n$  suficientemente largo (siguiendo la ecuación 12.2),

$$\begin{aligned} f_n(i) &= \min_a \left( \sum_{j=1}^N C_{ij}^a \cdot p_{ij}^a + \sum_{j=1}^N f_{n-1}(j) \cdot p_{ij}^a \right) \\ &= nq + v(i) \end{aligned}$$

Ahora,

$$f_{n-1}(j) = (n-1)q + v(j)$$

y por tanto

$$nq + v(i) = \min_a \left( \sum_{j=1}^N C_{ij}^a \cdot p_{ij}^a + \sum_{j=1}^N (n-1)q \cdot p_{ij}^a + \sum_{j=1}^N v(j) \cdot p_{ij}^a \right)$$

considerando que

$$\sum_{j=1}^N p_{ij}^a = 1$$

y simplificando:

$$q + v(i) = \min_a \left( \sum_{j=1}^N C_{ij}^a \cdot p_{ij}^a + \sum_{j=1}^N v(j) \cdot p_{ij}^a \right) \quad (12.4)$$

La expresión (12.4) es un sistema de ecuaciones con  $N$  ecuaciones y  $N + 1$  incógnitas (Los  $N$   $v(i)$  y  $q$ ).

El algoritmo de solución propuesto es:

1. Seleccionar alguna estrategia arbitraria inicial,
2. Si hay  $N$  posibles estados para el equipo, tomar  $v(N) = 0$
3. Resolver el sistema (12.4) para obtener  $q$  y los valores  $v(i)$
4. Para cada condición  $i$ , y usando los valores  $v(i)$  de la iteración actual, encontrar la alternativa  $a$  que minimiza

$$\sum_{j=1}^N C_{ij}^a \cdot p_{ij}^a + \sum_{j=1}^N v(j) \cdot p_{ij}^a$$

5. Usando la estrategia obtenida en (4) repetir el paso (3) hasta que converger a la estrategia óptima. Esto se logra cuando  $q$  es minimizado y cuando las estrategias entre 2 iteraciones son iguales.

Condición al inicio del periodo	Decisión	Condición al final del periodo		Costo
		$p_{ij}^a(g)$	$p_{ij}^a(f)$	Esperado $\sum_{j=1}^N C_{ij}^a \cdot p_{ij}^a$
$g$	Overhaul	0,75	0,25	450
	Reemplazo	0,95	0,05	550
$f$	Reparar	0,60	0,40	500
	Reemplazo	0,95	0,05	550

Cuadro 12.4: Datos del ejemplo

### 12.3.2. Estudio de caso

Considerando los datos del ejemplo anterior, la tabla (12.4) entrega los valores relevantes. Se desea determinar la estrategia óptima de mantención y el costo promedio por periodo en el largo plazo.

Siguiendo el procedimiento,

1. Seleccionar alguna estrategia, por ejemplo
  - Si el equipo está en el estado  $g$  al comienzo del periodo entonces reemplazar
  - Si el equipo está en el estado  $f$  al comienzo del periodo entonces reemplazar
2. Si hay  $N$  posibles estados para el equipo, tomar  $v(N) = 0$ 
  - En nuestro caso hay dos estados:  $g$  o  $f$ . Sea

$$v(f) = 0$$

3. Resolver el sistema (12.4) para obtener  $q$  y los valores  $v(i)$ 
  - Para los valores dados,

$$\begin{aligned} q + v(g) &= 550 + 0,95v(g) + 0,05v(f) \\ q + v(f) &= 550 + 0,95v(g) + 0,05v(f) \end{aligned}$$

Sustituyendo

$$\begin{aligned} q + 0,05v(g) &= 550 \\ q - 0,95v(g) &= 550 \end{aligned}$$

Reescrito en la forma  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$

$$\begin{bmatrix} 0,05 & 1 \\ -0,95 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v(g) \\ q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 550 \\ 550 \end{Bmatrix}$$

En Matlab:

```
>>A=[.05 1;-0.95 1];
>>b=[550;550];
>>x=inv(A)*b
x=
```

0

550

Osea

$$\begin{Bmatrix} v(g) \\ q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 550 \end{Bmatrix}$$

4. Para cada condición  $i$ , y usando los valores  $v(i)$  de la iteración actual, encontrar la alternativa  $a$  que minimiza

$$\sum_{j=1}^N C_{ij}^a \cdot p_{ij}^a + \sum_{j=1}^N v(j) \cdot p_{ij}^a \quad (12.5)$$

- Si el estado es  $g$ , (12.5) es

$$\begin{aligned} & \min \begin{pmatrix} 450 + 0,75 \cdot 0 + 0,25 \cdot 0 \\ 550 + 0,95 \cdot 0 + 0,05 \cdot 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} overhaul \\ reemplazo \end{matrix} \\ & \min \begin{pmatrix} 450 \\ 550 \end{pmatrix} \begin{matrix} overhaul \\ reemplazo \end{matrix} \end{aligned}$$

- Si el estado es  $f$ , (12.5) es

$$\begin{aligned} & \min \begin{pmatrix} 500 + 0,6 \cdot 0 + 0,4 \cdot 0 \\ 550 + 0,95 \cdot 0 + 0,05 \cdot 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} reparar \\ reemplazo \end{matrix} \\ & \min \begin{pmatrix} 500 \\ 550 \end{pmatrix} \begin{matrix} reparar \\ reemplazo \end{matrix} \end{aligned}$$

- Por tanto, al final de la primera iteración la nueva política es

- Si el equipo está en el estado  $g$  al comienzo del periodo entonces overhaul
- Si el equipo está en el estado  $f$  al comienzo del periodo entonces reparar

5. Usando la estrategia obtenida en (4) repetir el paso (3) hasta que converger a la estrategia óptima. Esto se logra cuando  $g$  es minimizado y cuando las estrategias entre 2 iteraciones son iguales.

- Para los valores dados,

$$\begin{aligned} q + v(g) &= 450 + 0,75v(g) + 0,35v(f) \\ q + v(f) &= 500 + 0,6v(g) + 0,4v(f) \end{aligned}$$

Substituyendo

$$\begin{aligned} q + 0,25v(g) &= 450 \\ q - 0,6v(g) &= 500 \end{aligned}$$

Reescrito en la forma  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$

$$\begin{bmatrix} 0,25 & 1 \\ -0,6 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v(g) \\ q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 450 \\ 500 \end{Bmatrix}$$

Resolviendo

$$\begin{aligned} v(g) &= -58,8 \\ q &= 464,8 \end{aligned}$$

6. Para cada condición encontrar la mejor alternativa usando los valores  $v(g)$  y  $q$  obtenidos en el paso previo, usando (12.5).

- Si el estado es  $g$ , (12.5) es

$$\begin{aligned} & \min \left( \begin{array}{l} 450 + 0,75 \cdot (-58,8) + 0,25 \cdot 0 \\ 550 + 0,95(-58,8) + 0,05 \cdot 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \text{overhaul} \\ \text{reemplazo} \end{array} \\ & \min \left( \begin{array}{l} 405,9 \\ 494,1 \end{array} \right) \begin{array}{l} \text{overhaul} \\ \text{reemplazo} \end{array} \end{aligned}$$

- Si el estado es  $f$ , (12.5) es

$$\begin{aligned} & \min \left( \begin{array}{l} 500 + 0,5 \cdot (-58,8) + 0,4 \cdot 0 \\ 550 + 0,95(-58,8) + 0,05 \cdot 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \text{reparar} \\ \text{reemplazo} \end{array} \\ & \min \left( \begin{array}{l} 464,7 \\ 494,1 \end{array} \right) \begin{array}{l} \text{reparar} \\ \text{reemplazo} \end{array} \end{aligned}$$

- Por lo tanto, al final de la segunda iteración la nueva estrategia es:
  - Si el equipo está en el estado  $g$  al comienzo del periodo entonces overhaul
  - Si el equipo está en el estado  $f$  al comienzo del periodo entonces reparar
- Entonces la decisión óptima ha sido obtenida dada la convergencia. El costo promedio es de 464.7.

Iteración	Decisión	
	$g$	$f$
0	reparar	reparar
1	overhaul	reparar
2	overhaul	reparar

Cuadro 12.5: Decisiones vs iteraciones

**Observación 61** Si el horizonte de análisis es finito es mejor utilizar el método presentado en §12.2 sobre el numero de periodos sobre los cuales se requiere que el equipo opere.

## 12.4. Costos limites para overhauls

Cuando el equipo se saca de producción y es enviado al taller para reparación, la decisión debe ser tomada en función del costo estimado del overhaul, que debe ser comparado con el costo del reemplazo. El problema es determinar costos limites para equipos de diferentes edades, frente a diferentes estimaciones de costo (usualmente, a mayor edad, mayor costo de overhaul). Tales limites son determinados de modo que minimicen el costos total esperado de la operación durante un periodo fijo de tiempo. Así, si el equipo es enviado a overhaul la decisión entre hacer overhaul o no es determinada comparando el costo real con el costo limite calculado, ósea, la máxima cantidad de dinero que debe ser gastada en el overhaul de un equipo con un cierta edad.

### 12.4.1. Descripción del modelo

1.  $n$  es el numero de periodos que se espera que el equipo opere
2.  $i$  es la edad del equipo al comienzo del periodo
3.  $j$  es la edad del equipo al final del periodo. Esta será de  $i + 1$  si el equipo pasa a overhaul, de lo contrario,  $j = 1$  dado que habría sido reemplazado al principio del periodo

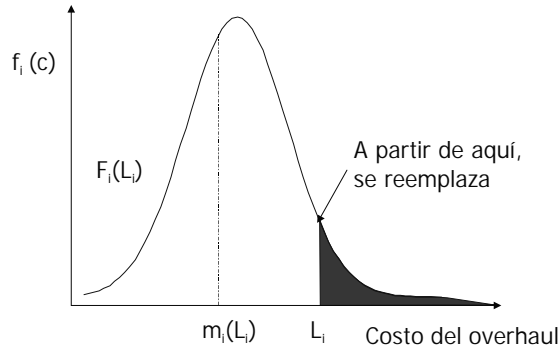


Figura 12.3: Costo medio en función de la edad

4.  $f_i(c)$  es la función densidad de probabilidad para el costo estimado de overhaul  $c$  del equipo de edad  $i$ . Luego, la probabilidad acumulada es

$$F_i(L) = \int_0^{L_i} f_i(c)dc$$

5.  $L_i$  es el costo limite de overhaul para el equipo de edad  $i$
6.  $m_i(L_i)$  es el costo medio de overhaul del equipo de edad  $i$  con con costo limite  $L_i$ . Por tanto:

$$m_i(L_i) = \frac{\int_0^{L_i} cf(c)dc}{\int_0^{L_i} f(c)dc}$$

(ver figura 5.2).

7.  $A$  es el costo de un nuevo equipo
8.  $f_n(i)$  es el costo total mínimo esperado de reemplazar y hacer overhaul al equipo sobre  $n$  periodos, con un equipo de edad  $i$ .
9. El objetivo es determinar los costos limites  $L_i$  de modo de obtener el costo total esperado mínimo  $f_n(i)$ .

La figura 17.6 ilustra el problema. El costo del overhaul  $c$  es estimado. Hay una probabilidad  $p_{i,i+1}$  de que el costo del overhaul sea menor o igual al costo limite  $L_i$ , y una probabilidad  $p_{i,1}$  de que el costo exceda  $L_i$ . Dado que el limite de costo de overhaul es excedido el equipo será reemplazado, y entonces tiene edad 1 al final del periodo. Estamos asumiendo que el tiempo para realizar un overhaul o reemplazo puede ser despreciado frente al tiempo entre overhauls/reemplazo.

Definiendo  $C_n(i, j)$  como el costo esperado del primer periodo con  $n$  periodos por operar y comenzando con el equipo de edad  $i$  se obtiene que es el costo esperado del overhaul  $\times$  probabilidad de que el costo del overhaul sea menor que el costo limite mas el costo de reemplazo  $\times$  la probabilidad de que el costo limite sea excedido:

$$C_n(i, j) = m_i(L_i)F_i(L) + A(1 - F_i(L))$$

y definiendo  $f_{n-1}(j)$  como el costo total mínimo sobre los siguientes  $n - 1$  periodos por operar como la suma de:

- costo futuro mínimo si el equipo tiene edad  $i + 1 \times$  probabilidad de que el costo de overhaul no fue excedido al tiempo  $n$

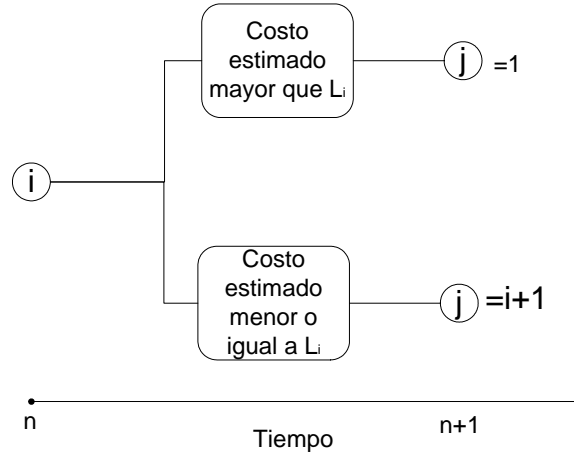


Figura 12.4: Esquema

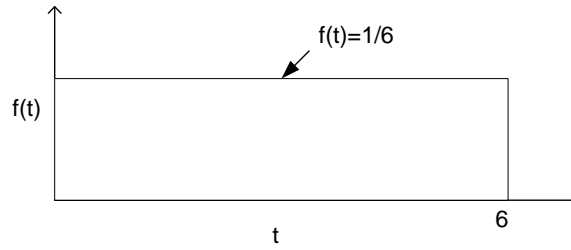


Figura 12.5: Distribución rectangular

- costo futuro esperado mínimo si el equipo tiene edad 1  $\times$  probabilidad de que el costo límite de overhaul sea excedido en tiempo  $n$

$$f_{n-1}(i+1)F_1(L) + f_{n-1}(1)(1 - F_1(L))$$

Por tanto el costo total esperado sobre los restantes  $n$  periodos comenzando con equipo con edad  $i$  es

$$\begin{aligned} f_n(i) &= \min_{L_i} [C_n(i, j) + f_{n-1}(i)] \\ &= \min_{L_i} [m_i(L_i)F_i(L) + A[1 - F_i(L)] + f_{n-1}(i+1)F_i(L) + f_{n-1}(1)[1 - F_i(L)]] \\ n &\geq 1 \end{aligned} \tag{12.6}$$

con la condición de inicio

$$f_0(i) = 0 \text{ para todo } i \tag{12.7}$$

**Observación 62** Se considera que los valores de recuperación  $S$  son iguales en función de la edad, por lo que es irrelevante considerarlo. *NdP.*

### 12.4.2. Ejemplo

- la distribución de costos estimada para el overhaul de un equipo de edad 1 está distribuida rectangularmente en el rango (0,6) (figura 12.5).
- Cuando el equipo tiene edad 2 los costos siguen teniendo el mismo tipo de distribución pero en el rango (1,7). Se asumirá que para mayor edad, el equipo mantiene esta distribución.

- El costo de un nuevo equipo es 7.
- El problema es determinar el costo limite para overhaul sobre 2 periodos de tiempo.

De la ecuación (12.6) se obtiene, con 1 periodo por operar:

$$\min_{L_i} [m_1(L_1)F_1(L) + A[1 - F_1(L)]] \quad (12.8)$$

dada la condición (12.7).

Asumiendo que los posibles valores de control son 1,2,3,4,5 o 6 y fijando  $i = 1$  la ecuación (12.8) toma la forma:

$$f_1(1) = \min_{L_i} \begin{bmatrix} m_1(1)F_1(1) + A[1 - F_1(1)] \\ m_1(2)F_1(2) + A[1 - F_1(2)] \\ m_1(3)F_1(3) + A[1 - F_1(3)] \\ \vdots \\ m_1(6)F_1(6) + A[1 - F_1(6)] \end{bmatrix} \quad (12.9)$$

y

$$m_1(1) = \frac{\int_0^1 c \frac{1}{6} dc}{\int_0^1 \frac{1}{6} dc} = \frac{1}{2}$$

$$F_1(1) = \int_0^1 \frac{1}{6} dc = \frac{1}{6}$$

similarmemente para los otros valores 2 a 6,

$$f_1(1) = \min \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} + 7 \times \frac{5}{6} \\ 1 \times \frac{1}{3} + 7 \times \frac{2}{3} \\ \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} + 7 \times \frac{1}{2} \\ 2 \times \frac{3}{3} + 7 \times \frac{1}{3} \\ \frac{5}{2} \times \frac{1}{6} + 7 \times \frac{1}{6} \\ 3 \times 1 + 7 \times 0 \end{bmatrix} = \min \begin{bmatrix} 5,92 \\ 5,00 \\ 4,25 \\ 3,66 \\ 3,25 \\ 3,00 \end{bmatrix} = 3,00$$

Procediendo con la manera antes descrita para  $i = 2$ , con 1 periodo por operar,  $f_1(2) = 4,0$  y esto ocurre cuando el costo limite de overhaul es de 7,0.

**Observación 63** Nótese que solo hemos usado valores  $L_I$  discretos, lo mas correcto sería evaluar en un rango continuo.

La información es resumida en la tabla 12.6.

Edad del equipo		
al comenzar el periodo $i$	1	2
Costo limite de Overhaul $L_i$	6	7
Costo total minimo esperado $f_1(i)$	3.0	4.0

Cuadro 12.6: Resultados

Cuando quedan 2 periodos por operar, la ecuación (12.6) toma la forma

$$f_2(i) = \min_{L_i} [m_1(L)F_1(L) + A[1 - F_1(L)] + f_1(i+1)F_1(L) + f_1(1)[1 - F_1(L)]] \quad (12.10)$$

Si  $i = 1$ , y los posibles valores limites de overhaul son 1,2,3,4,5 y 6 entonces de la ecuación (12.10) se obtiene

$$f_2(1) = \min \begin{bmatrix} m_1(1)F_1(1) + A[1 - F_1(1)] + f_1(2)F_1(1) + f_1(1)[1 - F_1(1)] \\ m_1(2)F_1(2) + A[1 - F_1(2)] + f_1(2)F_1(2) + f_1(1)[1 - F_1(2)] \\ m_1(3)F_1(3) + A[1 - F_1(3)] + f_1(2)F_1(3) + f_1(1)[1 - F_1(3)] \\ \vdots \\ m_1(6)F_1(6) + A[1 - F_1(6)] + f_1(2)F_1(6) + f_1(1)[1 - F_1(6)] \end{bmatrix}$$

$$= \min \begin{bmatrix} \frac{71}{12} + 4 \times \frac{1}{6} + 3 \times \frac{5}{6} \\ 5 + 4 \times \frac{1}{3} + 3 \times \frac{2}{3} \\ 4 + 4 \times \frac{1}{2} + 3 \times \frac{1}{2} \\ \frac{11}{3} + 4 \times \frac{2}{3} + 3 \times \frac{1}{3} \\ \frac{13}{4} + 4 \times \frac{3}{6} + 3 \times \frac{1}{6} \\ 3 + 4 \times 1 + 3 \times 0 \end{bmatrix} = \min \begin{bmatrix} 9\frac{1}{6} \\ 8\frac{1}{3} \\ 7\frac{1}{2} \\ 7\frac{1}{3} \\ 7\frac{1}{2} \\ 7 \end{bmatrix} = 7$$

El mínimo de  $f_2(1)$  es 7 y ocurre cuando el costo limite es 6.

Procediendo como se describió anteriormente cuando la edad del equipo es  $i = 2$ , con  $n = 2$  periodos por operar,  $f_2(2) = 7\frac{11}{12}$  y ello ocurre cuando el limite de overhaul es 6.

Edad del equipo		
al comenzar el periodo $i$	1	2
Costo limite de Overhaul $L_i$	6	5
Costo total minimo esperado $f_1(i)$	7	$7\frac{11}{12}$

Cuadro 12.7: Resultados

De la tabla (12.7) se ve que si el equipo tiene edad 2, con 2 periodos por operar, y si el costo estimado del overhaul es menor que 6, entonces debe pasar a overhaul; caso contrario debe ser reemplazado.

**Observación 64** En el modelo descrito se asume que los overhauls ocurren a intervalos regulares; también que los costos incurridos y estimados de overhaul son iguales.

**Observación 65** Aunque en el ejemplo se consideraron solo 2 periodos ( $n = 2$ ), el procedimiento se puede extender fácilmente para  $n$  mayores. Si  $n$  es muy grande es apropiado usar el método descrito en §12.3.

**Ejemplo 60** <sup>1</sup>Construya una tabla de decisiones que minimice el costo global esperado de un equipo sobre un horizonte de 2 periodos de tiempo (por operar). Los estados posibles del equipo son bueno ( $g$ ) o con falla ( $f$ ). Las acciones posibles de tomar al iniciar cada periodo son: overhaul ( $O$ ), reparar ( $r$ ), reemplazar ( $R$ ), no hacer nada ( $z$ ). Las tablas 12.8 y 12.9 entregan probabilidades y costos asociados.

Condición al empezar el periodo	Decisión	Condición al fin del periodo	
		$g$	$f$
$g$	$O$	$p_{gg}^O = 0,75$	$p_{gf}^R = 0,25$
	$R$	$p_{gg}^R = 0,95$	$p_{gf}^R = 0,05$
	$z$	$p_{gg}^z = 0,30$	$p_{gf}^z = 0,70$
$f$	$r$	$p_{fg}^r = 0,60$	$p_{ff}^r = 0,40$
	$R$	$p_{fg}^R = 0,95$	$p_{ff}^R = 0,05$
	$z$	$p_{fg}^z = 0,0$	$p_{ff}^z = 1,00$

Cuadro 12.8: Probabilidades asociadas

<sup>1</sup>de control 3, semestre 2001-II.



Condición al empezar el periodo	Decisión	Condición al fin del periodo	
		$g$	$f$
$g$	$O$	$C_{gg}^O = 200$	$C_{gf}^R = 1200$
	$R$	$C_{gg}^R = 500$	$C_{gf}^R = 1500$
	$z$	$C_{gg}^z = 0$	$C_{gf}^z = 1000$
$f$	$r$	$C_{fg}^r = 100$	$C_{ff}^r = 1100$
	$R$	$C_{fg}^R = 500$	$C_{ff}^R = 1500$
	$z$	$C_{fg}^z = 0$	$C_{ff}^z = 1000$

Cuadro 12.9: Costos asociados

De acuerdo a ecuación (12.3),

$$f_1(g) = \min_a \left[ \begin{array}{c} \sum_{j=1,N} C_{gj}^O p_{gj}^O \\ \sum_{j=1,N} C_{gj}^R p_{gj}^R \\ \sum_{j=1,N} C_{gj}^z p_{gj}^z \end{array} \right]$$

$$\begin{aligned} f_1(g) &= \min_a \left[ \begin{array}{c} 450 \\ 550 \\ 0 \cdot 0,30 + 1000 \cdot 0,70 \end{array} \right] \begin{array}{l} \text{overhaul} \\ \text{reemplazar} \\ \text{nada} \end{array} \\ &= \min_a \left[ \begin{array}{c} 450 \\ 550 \\ 700 \end{array} \right] \begin{array}{l} \text{overhaul} \\ \text{reemplazar} \\ \text{nada} \end{array} \\ &= 450 \end{aligned}$$

y la mejor decisión es hacer overhaul.

Cuando  $i = f$ ,

$$\begin{aligned} f_1(f) &= \min_a \left[ \begin{array}{c} \sum_{j=1,N} C_{fj}^r p_{fj}^r \\ \sum_{j=1,N} C_{fj}^R p_{fj}^R \\ \sum_{j=1,N} C_{fj}^z p_{fj}^z \end{array} \right] \begin{array}{l} \text{reparar} \\ \text{reemplazar} \\ \text{nada} \end{array} \\ &= \min_a \left[ \begin{array}{c} 500 \\ 550 \\ 0 \cdot 0 + 1000 \cdot 1 \end{array} \right] \\ &= \min_a \left[ \begin{array}{c} 500 \\ 550 \\ 1000 \end{array} \right] \\ &= 500 \end{aligned}$$

y la mejor decisión es reparar.

Con dos periodos de tiempo por operar la ecuación (12.2) toma la forma:

$$f_2(i) = \min_a \left( \sum_{j=1}^N C_{ij}^a \cdot p_{ij}^a + \sum_{j=1}^N f_1(i) \cdot p_{ij}^a \right)$$

Periodos por operar $n$	2		1	
Estado del equipo al inicio del periodo $i$	$g$	$f$	$g$	$f$
Acción a tomar al inicio del periodo $a$	$O$	$r$	$O$	$r$
Costo esperado futuro $f_n(i)$	912	970	450	500

Cuadro 12.10: Resultados para  $n = 4$ 

Cuando  $i = g$ ,

$$\begin{aligned}
 f_2(g) &= \min_a \left[ \begin{array}{l} C_{gg}^O p_{gg}^O + C_{gf}^O p_{gf}^O + f_1(g) p_{gg}^O + f_1(f) p_{gf}^O \\ C_{gg}^R p_{gg}^R + C_{gf}^R p_{gf}^R + f_1(g) p_{gg}^R + f_1(f) p_{gf}^R \\ C_{gg}^z p_{gg}^z + C_{gf}^z p_{gf}^z + f_1(g) p_{gg}^z + f_1(f) p_{gf}^z \end{array} \right] \begin{array}{l} \text{overhaul} \\ \text{reemplazar} \\ \text{nada} \end{array} \\
 &= \min_a \left[ \begin{array}{l} 450 + 450 \cdot 0,75 + 500 \cdot 0,25 \\ 550 + 450 \cdot 0,95 + 500 \cdot 0,05 \\ 700 + 450 \cdot 0,30 + 500 \cdot 0,70 \end{array} \right] \\
 &= \min_a \left[ \begin{array}{l} 912,5 \\ 1002,5 \\ 1185 \end{array} \right] \\
 &= 912,5
 \end{aligned}$$

y la mejor decisión es hacer overhaul.

Cuando  $i = f$ , con dos periodos por operar:

$$\begin{aligned}
 f_2(f) &= \min_a \left[ \begin{array}{l} 970,0 \\ 1002,5 \\ C_{fg}^z p_{fg}^z + C_{ff}^z p_{ff}^z + f_1(g) p_{fg}^z + f_1(f) p_{ff}^z \end{array} \right] \begin{array}{l} \text{reparar} \\ \text{reemplazar} \\ \text{nada} \end{array} \\
 &= \min_a \left[ \begin{array}{l} 970,0 \\ 1002,5 \\ 1000 + 450 \cdot 0 + 500 \cdot 1 \end{array} \right] \\
 &= \min_a \left[ \begin{array}{l} 970,0 \\ 1002,5 \\ 1500 \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

y la mejor decisión es *reparar*.

El programa de decisiones se muestra en tabla 12.10.

**Ejemplo 61** <sup>2</sup>La inversión inicial para un cierto equipo crítico es de 100 KUSD. Se estima que el costo de un overhaul para un equipo es un valor aleatorio (depende del estado del equipo) de tipo Gaussiano con parámetros:

$$\begin{aligned}
 \mu &= 10 + 2t \\
 \sigma &= 2
 \end{aligned}$$

las unidades son KUSD y  $t$  corresponde al tiempo de operación en años.

Actualmente el equipo lleva 5 años operando. Se desea conocer el costo máximo aceptable para un overhaul cuando el equipo tiene 5 años (ahora) y cuando tenga 6 años. Un overhaul solo puede ser realizado en baja temporada, una vez al año. El proveedor solo ofrece respaldo de repuestos por 2 años mas por lo que el equipo será obligatoriamente reemplazado cuando tenga 7 años. (La nueva tecnología tiene el mismo valor inicial y costos de operación y mantención).

<sup>2</sup>control 2, semestre 2002-I.

## Capítulo 13

# Overhaul/reemplazo con programación no lineal

### 13.1. Introducción

En este capítulo estudiamos la estrategia de decisión cuando un equipo puede ser reparado (lo suficiente para que opere), pasar a overhaul o ser reemplazado. Se presenta un modelo matemático para describir las mejoras en la tasa de falla cuando se realiza overhaul; ello permite plantear modelos de costo que permiten determinar el periodo óptimo entre overhauls y el número óptimo de los mismos durante un ciclo adquisición-uso-reemplazo. Con los datos anteriores es posible determinar la duración óptima entre reemplazo y reemplazo. Consideraremos que una reparación no afecta la tasa de fallas del equipo; que un overhaul logra que el equipo sea "mejor que antiguo" pero no tan "bueno como nuevo"; y que un reemplazo también puede ser considerado como un overhaul extremo en el cual el equipo queda "como nuevo".

### 13.2. Overhaul óptimo tasas de fallas con crecimiento exponencial

#### 13.2.1. Descripción del modelo

- el sistema está sujeto a tres tipos de acciones: reparación mínima, overhaul, reemplazo; con diferentes costos.
- el sistema es reparado cuando falla
- el sistema es renovado luego de un cierto tiempo
- el sistema recibe  $m$  overhauls a lo largo de su vida; el periodo entre overhauls  $s$  es constante.
- un overhaul mejora el sistema en términos de la tasa de fallas, una reparación solo retorna al equipo a la condición justo antes de la falla.
- el tiempo gastado en reparaciones y overhauls es despreciable.
- El costo una reparación es  $c_m$
- El costo de un overhaul es  $c_o$
- El costo de un reemplazo es  $c_r$
- La tasa de fallas **con** overhauls periódicos es  $\hat{\lambda}(t)$ .
- La tasa de fallas si no se efectúan overhauls es  $\lambda(t)$ .

- Se desea determinar el numero de overhauls  $m$  y su periodo  $s$  que minimice el costo esperado por unidad de tiempo.

El modelo para la mejora en la tasa de fallas que se propone asume que la tasa de fallas tras un overhaul se ubica entre la tasa de fallas de un equipo "tan malo como uno antiguo" y la tasa de fallas de un equipo "tan bueno como antes de hacer el overhaul anterior" con algún factor de mejora  $p$ .

La tasa de fallas es un indicador crucial para establecer la condición del equipo. Sea  $\lambda_{k-1}(t)$  la tasa de fallas justo antes del overhaul, y  $\lambda_k(t)$  la tasa de fallas inmediatamente después de un overhaul. Sea  $p \in [0, 1]$  el *factor de mejora*. La tasa de fallas del sistema es mejorado en un factor  $p$  si para **todo instante**  $t$  tras el overhaul,

$$\lambda_k(t) = p\lambda_{k-1}(t - s) + (1 - p)\lambda_{k-1}(t)$$

Si el factor de mejora  $p$  es 0, entonces

$$\lambda_k(t) = \lambda_{k-1}(t)$$

ósea, la tasa de fallas es igual a la de antes de hacer overhaul, y el overhaul es equivalente a realizar mantención mínima (pero seguramente con mayor costo global de mantención).

Si el factor de mejora  $p$  es 1,

$$\lambda_k(t) = \lambda_{k-1}(t - s)$$

el overhaul restaura el sistema a la condición del periodo anterior, y por tanto es equivalente a un reemplazo.

**Observación 66** *Dado que asumimos que en todos los periodos, la calidad del overhaul  $p$  es igual, el periodo  $s$  es igual.*

**Observación 67** *Nótese, que el concepto de factor de mejora  $p$  es aplicable a otro tipo de intervenciones periódicas de mantención.*

**Observación 68** *Este modelo no permite modelar la infancia del equipo; en donde el equipo tiende a bajar su tasa de fallas hasta llegar a la madurez. Sería interesante corregir el modelo para modelar toda la vida (curva de la bañera). NdP, jun02.*

El costo total esperado entre un reemplazo y el siguiente es

$$c_r + c_o(n - 1) + c_m \hat{H}(ns)$$

donde  $\hat{H}(t)$  es el numero esperado de fallas en el intervalo de tiempo  $[0, t)$

$$\hat{H}(t) = \int_0^t \hat{\lambda}(x) dx \quad (13.1)$$

**Observación 69** *No se ha considerado el valor de recuperación del equipo de edad  $ns$ . NdP.*

Se puede demostrar<sup>1</sup>

$$\hat{H}(ns) = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} p^{n-i} q^{i-1} H(is) \quad (13.2)$$

donde  $H(ns)$  es el numero esperado de fallas en la vida del equipo  $[0, ns)$  si no se realiza overhaul:

$$H(t) = \int_0^t \lambda(x) dx$$

**Observación 70** *Se asume que el equipo sigue una ley  $\lambda(t)$  durante toda su vida. NdP.*

**Observación 71** *El calculo de 13.2 a partir de la ecuación 13.1 puede ser engorroso. A continuación se presentan resultados para distribuciones de falla específicas.*

---

<sup>1</sup>ver ref. [16].

$p$	$n^*$	$s^*$	$f(n^*, s^*)$
0.5	6	260.3	165.1
0.6	8	223.3	153.9
0.7	11	195.6	138.7
0.8	15	186.2	118.5

Cuadro 13.1: Anlisis de sensibilidad

Si la tasa de fallas sigue la ley

$$\lambda(t) = e^{\alpha_0 + \alpha_1 t}, \alpha_1 > 0$$

y  $\hat{H}(ns)$  toma la forma:

$$\hat{H}(ns) = \frac{e^{\alpha_0} [(p + qe^{\alpha_1 s})^n - 1]}{q\alpha_1} \quad (13.3)$$

y el costo esperado por unidad de tiempo  $f(n, s)$  cuando el sistema pasa  $n - 1$  overhauls durante su vida, con intervalo  $s$  es

$$f(n, s) = \frac{c_r + c_o (n - 1) + c_m e^{\alpha_0} \frac{[(p + qe^{\alpha_1 s})^n - 1]}{q\alpha_1}}{ns} \quad (13.4)$$

**Observación 72** *Notese la indeterminación cuando  $q = 0$ . Al parecer, si  $c_o$  no sube al mejorar  $p$ , este debe ser maximizado para minimiza  $f$*

### 13.2.2. Ejemplo numérico

Los costos de mantener un sistema son:

$$c_r = 200000 \text{ USD}$$

$$c_o = 8000 \text{ USD}$$

$$c_m = 2000 \text{ USD}$$

la tasa de fallas sigue la siguiente ley

$$\lambda(t) = e^{-15 + 0,01t}, t \text{ en días}$$

Entonces

$$f(n, s) = \frac{200000 + 8000 (n - 1) + 2000 e^{-15} [(p + qe^{0,01s})^n - 1] / (0,01q)}{ns}$$

Para un factor de mejora  $p = 0,7$  se obtienen los siguientes valores

$$n^* = 11$$

$$s^* = 195,6$$

$$f(n^*, s^*) = 138,7 \text{ USD/día}$$

Los resultados pueden ser interpretados así: el intervalo óptimo para overhaul es de 195.6 días; el sistema debe ser reemplazado cada  $11 \cdot 195,6 = 2156$  días; el costo diario de mantención es 138,7 USD. En tabla 13.1 se muestran resultados del análisis de sensibilidad sobre  $p$ .

Para solucionar numéricamente el problema se recurrió al paquete comercial de optimización Aimms[1]. Dada la forma de la función objetivo se utiliza programación no lineal. Nótese que el paquete permite que las variables sean discretas como es el caso de  $n$ . Las figuras 13.4 a 13.9 muestran detalles del modelo.

**Observación 73** *Los valores iniciales para las iteraciones son muy importantes para la convergencia del proceso de optimización. Case "caso1" del proyecto "jardine98a" converge rápidamente.*

Zhang98		
Cr	200000	
Co	8000	
Cm	2000	
p	0.7	
q	0.3	
alpha0	-15	
alpha1	0.01	
n	10.9954017	1 <= n
s	195.694739	0 <= s
f	138.679645	

Figura 13.1: Hoja Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Zhang98								
2									
3									
4	Cr	200000							
5	Co	8000							
6	Cm	2000							
7	p	0.7							
8	q	0.3							
9	alpha0	-15							
10	alpha1	0.01							
11	n	10.9954017	1 <= n						
12	s	195.694739	0 <= s						
13	f	138.679645							
14									

Figura 13.2: Función objetivo en Excel

**Parámetros de Solver**

Celda objetivo:

Valor de la celda objetivo:

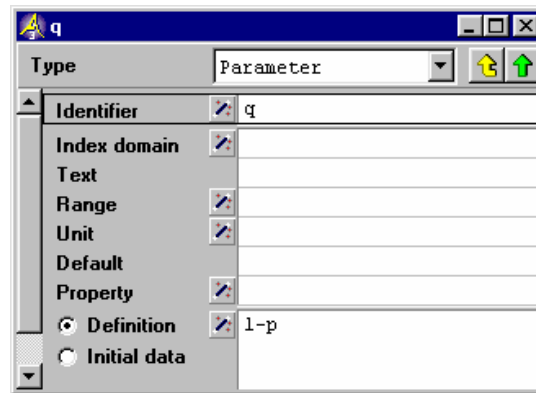
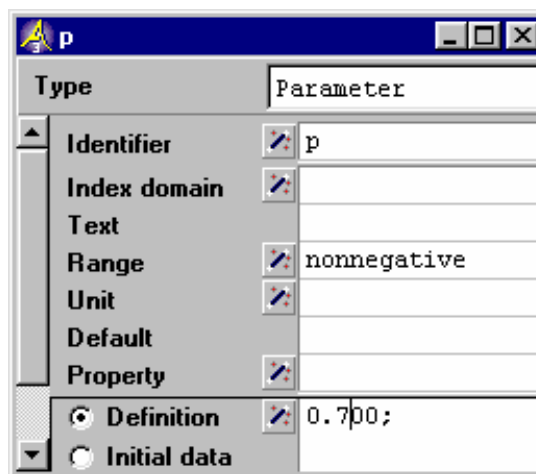
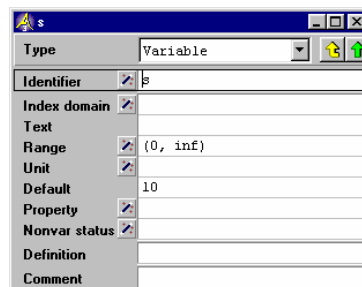
☐ Máximo ☒ Mínimo ☐ Valores de:

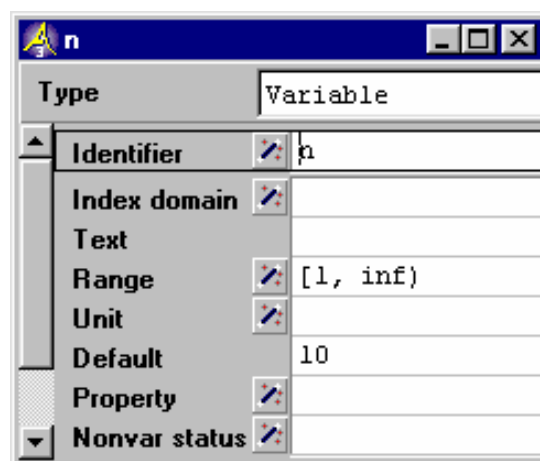
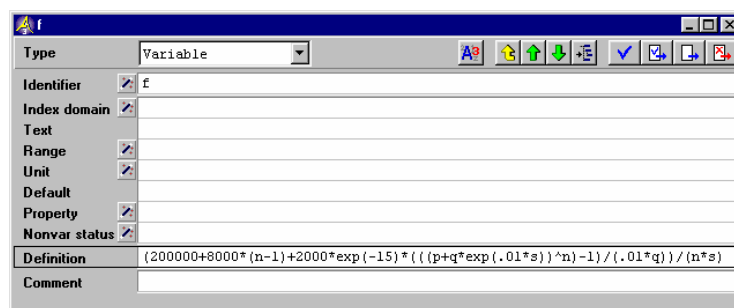
Cambiando las celdas

Sujetas a las siguientes restricciones:

Botones: Resolver, Cerrar, Opciones..., Agregar..., Cambiar..., Eliminar, Restablecer todo, Ayuda.

Figura 13.3: Restricciones impuestas en Excel

Figura 13.4: Parámetro  $q$  en AimmsFigura 13.5: Parámetro  $p$  en AimmsFigura 13.6: Variable  $s$  en Aimms

Figura 13.7: Variable  $n$  en AimmsFigura 13.8: Objetivo  $f$  en Aimms



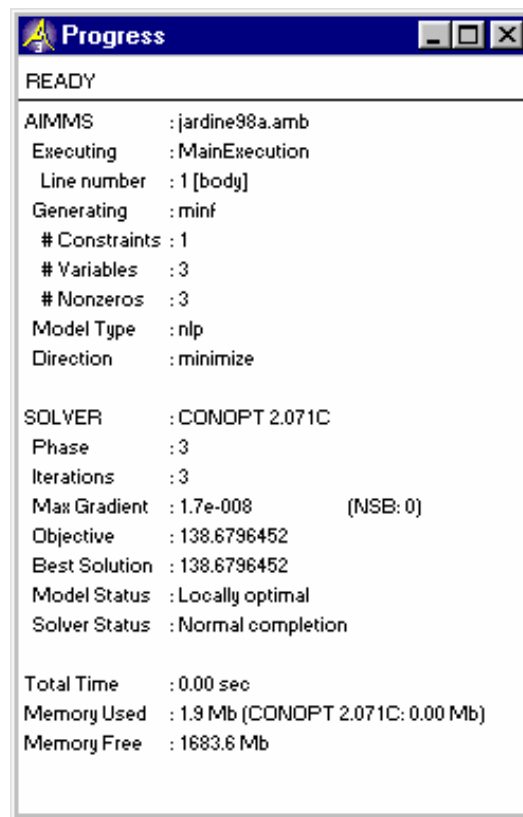


Figura 13.9: Informe del solver de Aimms

### 13.2.3. Mejoras al modelo

<sup>2</sup>Es natural pensar que el costo de un overhaul es una función creciente con la calidad  $p$  y con la edad (a través de la tasa de fallas, por ejemplo); aquí consideraremos que tal costo crece en forma exponencial con  $p$  y que es proporcional a  $\hat{\lambda}_k$ , luego para el  $k$ -ésimo periodo:

$$c_o(k) = e^{\alpha_2 p + \alpha_3} \hat{\lambda}_k(k s)$$

y se tiene que

$$\hat{\lambda}_k(k s) = \frac{e^{\alpha_0} \left[ (p + q e^{\alpha_1 s})^k - 1 \right]}{q \alpha_1}$$

y (13.4) es corregida para considerar los cambios en el costo de overhaul,

$$f(n, s) = \frac{c_r + e^{\alpha_2 p + \alpha_3} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{e^{\alpha_0} \left[ (p + q e^{\alpha_1 s})^k - 1 \right]}{q \alpha_1} + c_m e^{\alpha_0} \frac{[(p + q e^{\alpha_1 s})^n - 1]}{q \alpha_1}}{n s} \quad (13.5)$$

**Ejemplo 62** Desarrolle<sup>3</sup> un modelo para decisiones de overhaul/reemplazo que permita minimizar el costo global por unidad de tiempo de un equipo que tiene  $n$  modos de falla ( $j = 1, \dots, n$ ) -estadísticamente independientes- cuyas tasas de falla (de no hacer overhauls) se estiman como:

$$\lambda_j(t) = e^{\alpha_{0,j} + \alpha_{1,j} t}$$

Los costos de reparación y overhaul asociados son  $c_{m,j}$  y  $c_{o,j}$  respectivamente. El costo del reemplazo es  $c_r$ . El factor de mejora para el modo  $j$  es  $p_j$ . Utilice como base el modelo descrito en el capítulo "Overhaul/reemplazo con programación no lineal". Incluya todas las restricciones que considere necesarias.

De ecuación (16.13) sabemos que el número de fallas  $j$  en el intervalo  $n_j s_j$  es

$$\hat{H}_j(n_j s_j) = \frac{e^{\alpha_{0,j}} \left[ (p_j + q_j e^{\alpha_{1,j} s_j})^{n_j} - 1 \right]}{q_j \alpha_{1,j}} \quad \text{para } j = 1, \dots, n \quad (13.6)$$

además, el periodo entre reemplazos debe ser igual para todos los modos de falla. Luego añadimos las restricciones

$$n_j s_j = n_1 s_1 \quad \text{para } j = 2, \dots, n \quad (13.7)$$

y construimos la función objetivo (basado en ec. 13.4):

$$f(n_1, \dots, n_n, s_1, \dots, s_n) = \frac{c_r + \sum_{j=1}^n c_{o,j} (n_j - 1) + \sum_{j=1}^n c_{m,j} \frac{e^{\alpha_{0,j}} \left[ (p_j + q_j e^{\alpha_{1,j} s_j})^{n_j} - 1 \right]}{q_j \alpha_{1,j}}}{n_1 s_1} \quad (13.8)$$

despejando  $s_j$  de (13.7) y sustituyendo en (13.8), obtenemos el modelo general:

$$f(n_1, \dots, n_n, s_1) = \frac{c_r + \sum_{j=1}^n c_{o,j} (n_j - 1) + \sum_{j=1}^n c_{m,j} \frac{e^{\alpha_{0,j}} \left[ \left( p_j + q_j e^{\alpha_{1,j} s_1 \frac{n_1}{n_j}} \right)^{n_j} - 1 \right]}{q_j \alpha_{1,j}}}{n_1 s_1} \quad (13.9)$$

**Observación 74** Cada modo de falla añade 1 grado de libertad al problema.

<sup>2</sup>NdP, octubre 2002.

<sup>3</sup>de control 3, semestre 2002-II.

### 13.3. Overhaul óptimo tasas de fallas con distribución Weibull

En este caso, la tasa de fallas sigue la ley

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left( \frac{t}{\eta} \right)^{\beta-1}, \quad \beta \geq 1$$

Entonces

$$\hat{H}(ns) = \left( \frac{s}{\eta} \right)^{\beta} \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} p^{n-i} q^{i-1} i^{\beta}$$

y la función objetivo toma la forma

$$f(n, s) = \frac{c_r + c_o(n-1) + c_m \left( \frac{s}{\eta} \right)^{\beta} \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} p^{n-i} q^{i-1} i^{\beta}}{ns}$$

Se puede probar que  $f(n, s)$  es minimizada solo cuando  $n$  minimiza

$$Q(n) = \left( (c_r/c_o - 1 + n)^{\beta-1} \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} p^{n-i} q^{i-1} i^{\beta} \right) / n^{\beta}$$

lo que reduce el problema a una variable.

Conocido  $n^*$ ,

$$s^* = \sqrt[\beta]{\frac{c_r + (n^* - 1) c_o}{(\beta - 1) c_m \sum_{i=0}^{n^*} \binom{n^*}{i} p^{n^*-i} q^{i-1} i^{\beta}}} \eta$$

#### 13.3.1. Casos especiales

La expresión

$$\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} p^{n-i} q^{i-1} i^{\beta}$$

es simplificada para ciertos caso. Por ejemplo,

Para  $n \geq \beta$ ,  $\beta = 1$

$$\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} p^{n-i} q^{i-1} i^{\beta} = n$$

Para  $n \geq \beta$ ,  $\beta = 2$

$$\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} p^{n-i} q^{i-1} i^{\beta} = n^2 q + np \quad (13.10)$$

luego

$$s^* = \sqrt[\beta]{\frac{c_r + (n^* - 1) c_o}{c_m n^* (n^* q + p)}} \quad (13.11)$$

Para  $n \geq \beta$ ,  $\beta = 3$

$$\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} p^{n-i} q^{i-1} i^{\beta} = n(n-1)(n-2)q^2 + 3n(n-1)q + n$$

**Ejercicio 7** Revisar los resultados cuando el parametro  $\gamma$  de la distribución de fallas no es 0.

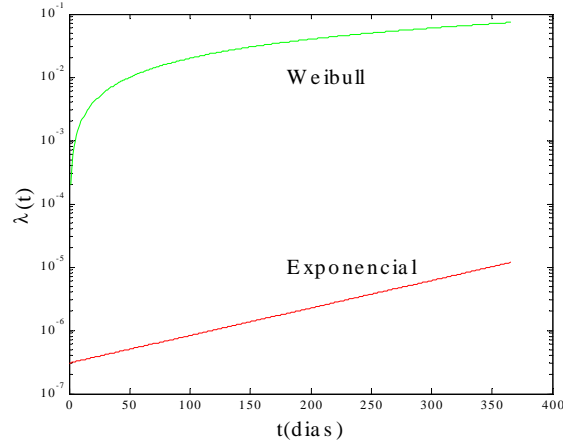


Figura 13.10: Tasas de falla de los ejemplos

### 13.3.2. Ejemplo numérico

Idem caso anterior,

$$c_r = 200000 \text{ USD}$$

$$c_o = 8000 \text{ USD}$$

$$c_m = 2000 \text{ USD}$$

la tasa de fallas sigue la siguiente ley

$$\lambda(t) = \frac{2}{100} \frac{t}{100}, t \text{ en días}$$

en este caso  $\beta = 2$ ,  $\eta = 100$ .

**Observación 75** Nótese que para  $\beta = 2$ , la tasa de fallas crece linealmente con el tiempo.

Usando (13.10),  $f(n, s)$  queda

$$f(n, s) = \frac{c_r + c_o(n-1) + c_m \left(\frac{s}{\eta}\right)^\beta (n^2 q + np)}{ns}$$

retomando la función ( ),

$$\begin{aligned} Q(n) &= \frac{(c_r/c_o - 1 + n) (n^2 q + np)}{n^2} \\ &= \frac{(c_r/c_o - 1 + n) (nq + p)}{n} \\ &= q(c_r/c_o - 1 + n) + \frac{p}{n} (c_r/c_o - 1 + n) \\ &= q(c_r/c_o - 1) + nq + p + \frac{p}{n} (c_r/c_o - 1) \end{aligned}$$

derivando e igualando a 0 se llega a la condición de mínimo

$$n^* q = \frac{p}{n^*} (c_r/c_o - 1)$$

Para este caso, usando  $p = 0,7$ ,

$$n^* = 7,48$$

La evaluación de  $Q$  en los valores factibles  $n = 7, 8$  resulta en:

$$Q(n = 7) = 13,20$$

$$Q(n = 8) = 13,17$$

luego

$$n^* = 8$$

Evaluando (13.11)

$$s^* = 269$$

## 13.4. Overhaul óptimo considerando tasa de descuento

Aquí se minimizará el costo total considerando tasa de descuento, sobre un periodo de tiempo infinito. Se usará la misma nomenclatura de las secciones anteriores.

Añadiremos las siguientes variables:

$e^{-\theta t}$  es la función de la tasa de descuento (continua),  $\theta \geq 0$

$g(n, s)$  es el costo total con tasa de descuento considerada.

Para el primer ciclo de reemplazo, el costo total (en dinero del instante  $t = 0$ ) es

$$c_r e^{-\theta n s} + \sum_{i=1}^{n-1} c_o e^{-\theta i s} + c_m \int_0^{n s} \lambda(t) e^{-\theta t} dt$$

y sobre un horizonte infinito,

$$g(n, s) = \left[ c_r e^{-\theta n \cdot s} + \sum_{i=1}^{n-1} c_o e^{-\theta i \cdot s} + c_m \int_0^{n s} \lambda(t) e^{-\theta t} dt \right] \sum_{i=1}^{\infty} e^{-\theta i \cdot n \cdot s}$$

la que puede ser simplificada a

$$g(n, s) = \left( c_r e^{-\theta n \cdot s} + c_o \frac{e^{-\theta s} - e^{-\theta n s}}{1 - e^{-\theta n s}} + c_m \sum_{i=0}^{n-1} e^{-\theta i \cdot s} \int_0^s \lambda(is + xt) e^{-\theta x} dx \right) / (1 - e^{-\theta n s})$$

### 13.4.1. Tasa de fallas con crecimiento exponencial

En caso de que la tasa de fallas siga la ley

$$\lambda(t) = e^{\alpha_0 + \alpha_1 t}, \alpha_1 \geq 0$$

se puede probar que

$$g(n, s) = \left( c_r e^{-\theta n \cdot s} + c_o \frac{e^{-\theta s} - e^{-\theta n s}}{1 - e^{-\theta n s}} + c_m \frac{e^{\alpha_0} (e^{(\alpha_1 - \theta)s} - 1) [e^{-\theta s} (p + q e^{\alpha_1 s}) + 1]}{(\alpha_1 - \theta) [e^{-\theta s} (p + q e^{-\alpha_1 s}) - 1]} \right) / (1 - e^{-\theta n s})$$

### 13.4.2. Ejemplo numérico

Supongase que los datos son iguales a los del ejemplo 13.2.2:

$$c_r = 200000 \text{ USD}$$

$$c_o = 8000 \text{ USD}$$

$$c_m = 2000 \text{ USD}$$

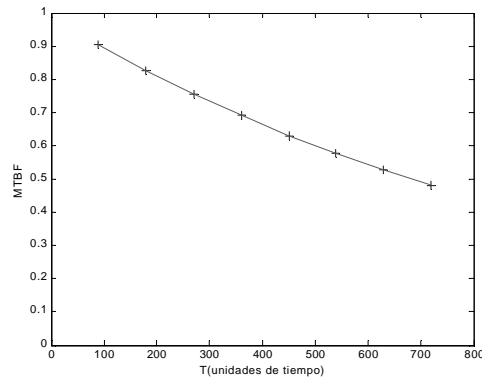


Figura 13.11: Evolución del MTBF

$$\lambda(t) = e^{-15+0,01t}, t \text{ en días}$$

$$p = 0,7$$

Sea

$$\theta = 0,00035$$

lo que es equivalente a una tasa anual de

$$e^{-0,00035 \cdot 365} = 0,88$$

La solución óptima es

$$n^* = 11$$

$$s^* = 199$$

$$g(n^*, s^*) = 300200 \text{ USD}$$

**Observación 76** Compárese con los valores obtenidos en el ejemplo 13.2.2.

**Ejemplo 63** Un ingeniero de mantención ha estimado la evolución del MTBF de un cierto equipo de acuerdo a la tabla 16.6 (figura ??). al momento de hacer el estudio, no se habían efectuado overhauls sobre el equipo. El costo global promedio de la reparación es 50 K\$. Un overhaul cuesta 500 K\$. El equipo nuevo vale 10 M\$. Proponga un modelo que minimice el costo global por unidad de tiempo en función del intervalo entre overhauls y el número de overhauls entre 2 reemplazos del equipo.

tiempo (ut)	MTBF
90	0.91
180	0.83
270	0.76
360	0.69
450	0.63
540	0.58
630	0.53

Cuadro 13.2: Historial de fallas

Reconociendo que el MTBF está bajando exponencialmente, se ajustará una tasa de fallas de la forma:

$$\lambda(t) = e^{\alpha_0 + \alpha_1 t}$$

tiempo (ut) $t_i$	$MTBF$	$\lambda_i = 1/MTBF$
90	0.91	1.11
180	0.83	1.21
270	0.76	1.32
360	0.69	1.45
450	0.63	1.58
540	0.58	1.73
630	0.53	1.90

Cuadro 13.3: Historial de fallas

Usando los datos de MTBF,

Para realizar el ajuste de los parámetros  $\alpha_0, \alpha_1$ :

$$\log \lambda_i = \alpha_0 + \alpha_1 t_i$$

o matricialmente

$$\begin{bmatrix} 1 & t_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{Bmatrix} = \log \lambda_i$$

Usando los datos se construye el sistema lineal

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$$

con

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & t_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & t_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b} = \begin{Bmatrix} \log \lambda_1 \\ \vdots \\ \log \lambda_n \end{Bmatrix}$$

En este caso

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 90 \\ 1 & 180 \\ 1 & 270 \\ 1 & 360 \\ 1 & 450 \\ 1 & 540 \\ 1 & 630 \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{Bmatrix} 0,1000 \\ 0,1900 \\ 0,2800 \\ 0,3700 \\ 0,4600 \\ 0,5500 \\ 0,6400 \end{Bmatrix}$$

cuya solución es

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,011 \\ 0,001 \end{Bmatrix}$$

y reconociendo los demás parámetros del modelo descrito en sección 13.2,

$$c_m = 10 \text{ M\$}$$

$$c_o = 0,5 \text{ M\$}$$

$$c_r = 0,05 \text{ M\$}$$

$$f(n, s) = \frac{c_r + c_o(n-1) + c_m e^{\alpha_0} \frac{[(p+q e^{\alpha_1 s})^n - 1]}{q \alpha_1}}{ns}$$

Sustituyendo, el modelo queda en función del factor de mejora  $p$  y las variables  $n, s$ :

$$f(n, s, p) = \frac{10 + 0,5 (n - 1) + 0,05e^{0,01 \frac{[(p+qe^{0,001s})^n - 1]}{0,001q}}}{ns}$$

con  $q = 1 - p$ .

### 13.5. Comentarios Finales

Una limitación importante del modelo original es que el equipo tiene un solo modo de falla relevante. En general los equipos poseen varios modos de falla y los costos y tasas de fallas asociados pueden ser muy distintos, invalidando los resultados obtenidos.

La estimación del factor de mejora  $p$  no es clara. Sin embargo un análisis de sensibilidad puede ayudar a la toma decisiones de overhaul y reemplazo.

Una posible mejora al modelo sería utilizar modelos que cubran toda la curva de la bañera (por ejemplo el modelo de Dhillon).



# Capítulo 14

## Planificación de tareas

### 14.1. Introducción

La planificación es un problema siempre presente para el servicio de mantención. Una técnica muy útil es el PERT (Program Evaluation and Review Technique), desarrollada en Estados Unidos en los años 50 para el desarrollo del proyecto del submarino nuclear POLARIS.

<sup>1</sup>

La técnica considera 3 partes:

- planificación de tiempos
- planificación de cargas
- planificación de costos

### 14.2. Planificación de tiempos

En primer lugar definimos la red PERT, que está constituida de los siguientes elementos:

#### 14.2.1. Tareas

Corresponde a la lista de acciones necesarias para completar una operación, realizadas en un cierto orden. Las tareas usualmente se designan con letras.

#### 14.2.2. Tareas predecesoras

Corresponde a las tareas a realizar antes

#### 14.2.3. Etapas

Corresponde al fin de una tarea y el comienzo de otra(s).

**Ejemplo 64** Según figura 14.1, la etapa 2 se cumple al finalizar la tarea B y el comienzo de las tareas C y D.

**Ejemplo 65** Según figura 14.2, la tarea ficticia C, no toma tiempo, y une la etapa 3 a la etapa 4; la etapa 3 debe ser alcanzada antes de la etapa 4.

---

<sup>1</sup>En ese proyecto se manejaron más de 3000 contratistas, proveedores. Se estima que el uso del PERT acortó en 2 años el proyecto.

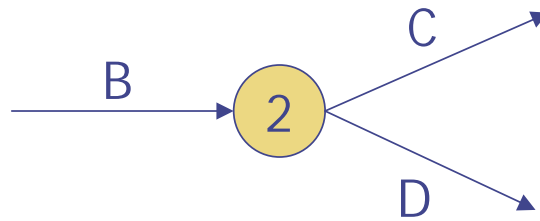


Figura 14.1: Ejemplo de red Pert

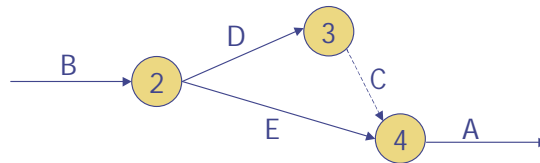


Figura 14.2: Ejemplo de red Pert

La figura 14.3 representa la red Pert de la lista de tareas de tabla 14.1. Las tareas a realizar primero son aquellas que no tienen predecesoras, en este caso B y D (etapa 0); cuando son completadas, se encuentra que hay otras tareas que ya no tienen antecedentes y pueden ser comenzadas, y así hasta que todas las tareas han sido completadas.

Tarea	Predecesoras
A	B, D, E
B	-
C	E
D	-
E	F
F	B

Cuadro 14.1: Ejemplo Pert

**Ejemplo 66** Se tiene un proyecto donde,

1. la actividad C puede empezar inmediatamente después de que se hayan completado A y B,
2. La actividad E puede empezar inmediatamente después de haber completado solo B.

La figura 14.4 muestra una representación incorrecta de la red pues la regla 2 es violada. E requeriría que A y B sean completadas para empezar. La forma correcta se muestra en figura .

#### 14.2.4. Matriz de predecesoras

El ejemplo anterior es deliberadamente sencillo. Para casos reales (desarrollados manualmente) se usa la matriz de tareas predecesoras.

Se trata de una matriz cuadrada cuyas filas y columnas están tituladas con los identificadores de las tareas; si la tarea  $j$  debe ser completada antes de comenzar la tarea  $i$ , la celda  $(i, j)$  de la matriz toma un valor unitario.

**Ejemplo 67** Para ilustrar el uso, tómense los datos de tabla 14.2. La matriz se muestra en la figura 14.4. Gracias a ella se facilita el dibujo de la red Pert (figura 14.6).

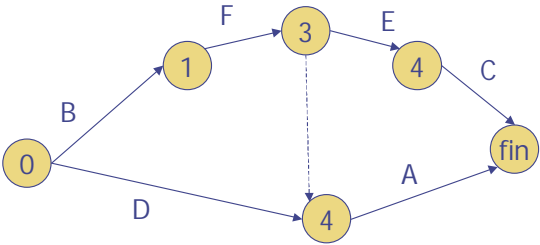


Figura 14.3: Ejemplo de red Pert

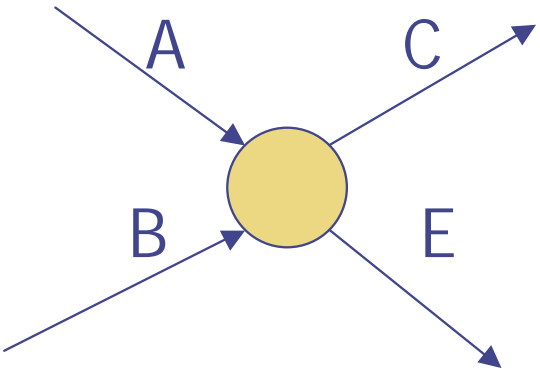


Figura 14.4: Red incorrecta

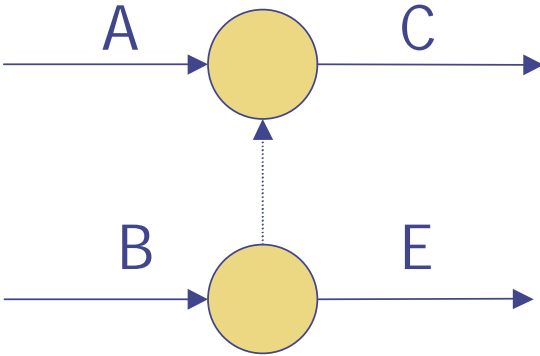


Figura 14.5: Red correcta

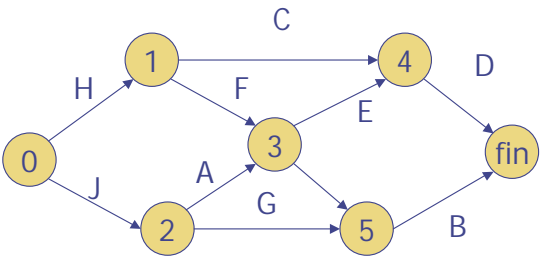


Figura 14.6: Red Pert

Tarea	Anteriores	Tiempo (días)
A	J	2
B	I,G,H	4
C	H	1
D	C,E,H	2
E	A,F	5
F	H	3
G	J	1
H	-	2
I	A,F,H	4
J	-	2

Cuadro 14.2: Lista de tareas

	Primero hacer	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	Total
Para hacer	A										1	1
	B							1		1	1	2
	C								1			1
	D			1		1			1			3
	E	1					1					2
	F								1			1
	G										1	1
	H											0
	I	1					1		1			3
	J											0

Cuadro 14.3: Table Caption

Primero	hacer⇒	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	Σ	1	2	3	4
Para	A										1	1	0	A		
hacer	B							1		1	1	2	2	1	0	B
	C								1			1	0	C		
	D			1		1			1			3	2	1	0	D
	E	1					1					2	2	0	E	
	F								1			1	0	F		
	G										1	1	0	G		
	H											0	H			
	I	1					1		1			3	2	0	I	
	J											0	J			

Cuadro 14.4: Matriz de anterioridad

Tarea	Predecesora	Duración	Personal requerido
A	-	2	2
B	A	1	1
C	-	1	1
D	A,B	2	2
E	F	2	3
F	C,B	2	1

Cuadro 14.5: Lista de tareas

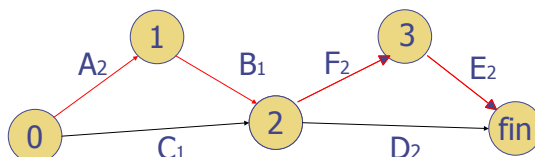


Figura 14.7: Diagrama Pert

### 14.2.5. Camino crítico

Es el camino de mayor duración a través de la red y que impone la restricción más severa: cualquier demora en las tareas incluidas en el camino crítico demorará el término del proyecto. En el ejemplo 67, el camino crítico es  $H \Rightarrow F \Rightarrow I \Rightarrow B$ , con un tiempo de 13 días; este es el tiempo mínimo para completar el proyecto.

Conociendo el camino crítico podemos saber cuando es lo más pronto y lo más tarde que una etapa debe comenzar para terminar el proyecto en tiempo mínimo. Obviamente, para las etapas envueltas en el camino crítico estos dos instantes son iguales. La diferencia entre ambos tiempos es la holgura para realizar el trabajo una vez que la etapa está lista para empezar.

## 14.3. Planificación de cargas

El método Pert permite determinar también la mano de obra necesaria para cada etapa; ello la convierte en una herramienta invaluable en la planificación de la mantención. El uso del método Pert ayuda a decidir el orden en que las tareas deben ser realizadas.

Tómese el ejemplo de tabla 14.5. La carta Gantt se muestra en gráfico 14.8 y las cargas vs el tiempo en figura 14.9. En el instante 3, la carga es máxima y se requiere de 6 personas, dado que en  $t = 3$  se ejecutan las tareas E (crítica), F (sin holgura) y C (con holgura), conviene realizar C en  $t = 1$  o  $t = 2$  y con ello reducir el personal necesario para el proyecto a 5 personas.

### 14.3.1. Aspectos probabilísticos

Una preocupación principal de todo jefe de proyecto es respetar el programa. Sin embargo, siempre existen imponderables que implican que la duración de las tareas sea aleatoria. Dado que el número de variables que pueden afectar a un proyecto es usualmente grande, es razonable asumir distribuciones normales para la duración de las tareas. Requerimos entonces de estimación para la duración media  $\bar{T}$  y la desviación standard  $\sigma$ . Para simplificar el análisis, para cada tarea podemos estimar:

1. un tiempo optimista  $T_o$
2. un tiempo realista  $T_r$
3. un tiempo pesimista  $T_p$

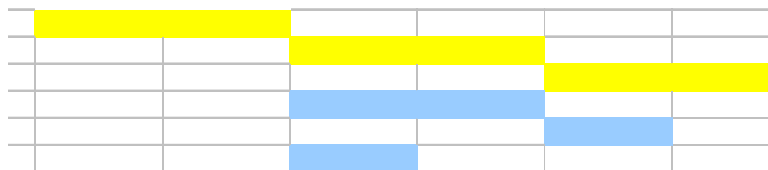


Figura 14.8: Carta Gantt

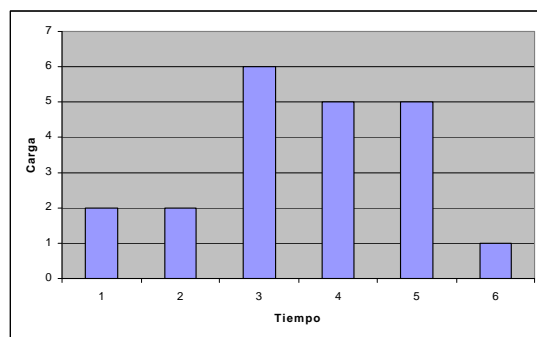


Figura 14.9: Distribución de cargas en el tiempo

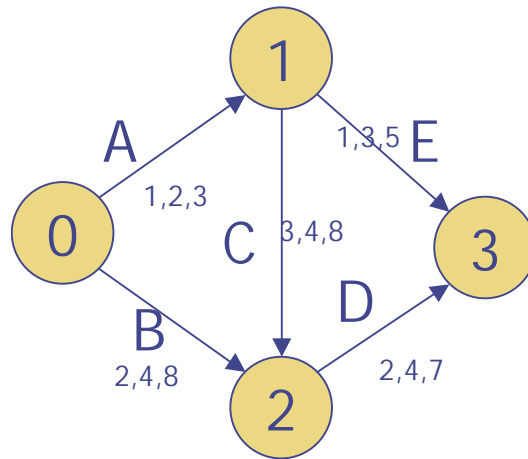


Figura 14.10: Red Pert

y gracias a una regla propuesta por Bata se puede estimar que:

$$\begin{aligned}\bar{T} &= \frac{T_0 + 4T_r + T_p}{6} \\ \sigma &= \frac{T_p - T_0}{6}\end{aligned}\tag{14.1}$$

Las tareas que determinan el tiempo para completar el proyecto son aquellas que están en la ruta crítica. Si los parámetros para dichas tareas se denotan  $\bar{T}_i$ ,  $\sigma_i$  entonces, para el proyecto:

$$\begin{aligned}\bar{T} &= \sum \bar{T}_i \\ \sigma^2 &= \sum \sigma_i^2\end{aligned}$$

Conociendo estos valores y consultando la tabla de la distribución normal se puede estimar la probabilidad de que el proyecto no demore mas de cierto tiempo, con una cierta probabilidad.

**Ejemplo 68** En la red Pert de figura 14.10, se han anotado los tiempo optimistas, realista y pesimistas para cada tarea. Se desea calcular el tiempo esperado y la desviación standard. Según el calculo de la tabla 14.6, la ruta crítica es B-C-E con duración esperada y varianza:

$$\begin{aligned}\bar{T} &= 4,33 + 4,50 + 3,00 = 11,83 \\ \sigma^2 &= 1,00 + 0,694 + 0,444 = 2,138 \\ \sigma &= 1,462\end{aligned}$$

La probabilidad de que el proyecto termine en 13 días se calcula:

$$Z = \frac{13 - 11,83}{1,462} = 0,800$$

Consultado la tabla de distribución normal, la probabilidad es 0,788.

**Observación 77** Según lo anterior, no es apropiado establecer fechas de terminación concretas de un proyecto. Deben proponerse diferentes fechas c/u con una cierta probabilidad de cumplimiento. Desde el punto de vista administrativo es mucho mejor reconocer la falta de certeza de las fechas de terminación que forzar el problema a una cierta duración específica.

Actividad	$T_e$	$\sigma^2$
A	4.33	1.00
B	4.50	0.694
C	2.00	0.111
D	4.17	0.694
E	3.00	0.444

Cuadro 14.6: Tiempos esperados

Actividad	Tiempo normal	Costo normal	Tiempo limite	Costo limite
A	3	40	1	80
B	2	50	1	120
C	6	100	4	140
E	4	80	2	130
D	3	60	1	140

Cuadro 14.7: Analisis de costos

## 14.4. Planificación de costos

Este método también se conoce como *CPM* (Critical Path Method). Es usual que al reducir el tiempo para completar un proyecto existan beneficios (por ejemplo, mayor producción), cuyo valor puede ser estimado.

Para decidir que acciones tomar, es necesario estudiar la relación entre reducir la duración del proyecto y los beneficios que ello pueda ocasionar. Para reducir el tiempo hay dos extremos:

- programa *crash*: reducir el tiempo al mínimo posible, lo que incrementa los costos de intervención
- programa *normal*: estimar costos con duraciones nominales para las tareas, a un costo normal.

El gradiente de costos de cada tarea puede ser aproximado por:

$$\frac{\text{costo crash-costo normal}}{\text{tiempo normal-tiempo mínimo}}$$

Las medidas a realizar es reducir el tiempo de las tareas ubicadas en la ruta crítica, entre estas, empezar con aquellas que tienen el menor gradiente de costos (las menos *sensibles* al tiempo). Sin embargo, es posible que la ruta crítica **cambie** sus tareas componentes y es necesario hacer un reanálisis. Podríamos evaluar entonces la probabilidad de que cierta actividad caiga en la ruta crítica (ver ref. ??). Todas las posibilidades pueden ser evaluadas como un problema de optimización de programación lineal.

**Ejemplo 69** En la tabla 14.7 se muestran tiempos y costos normales y límites para el proyecto mostrado en figura 14.11. Calcule costo y duración normal, y la forma más económica de reducir el tiempo en un día.

Según los datos, el tiempo normal es de 7 días y el costo de 330. Para reducir el proyecto a 6 días se puede acortar alternativamente las tareas A o E. Acortar la tarea A en un día cuesta

$$\frac{80 - 40}{2} = 20$$

y

$$\frac{130 - 80}{2} = 25$$

para la tarea E. Por lo tanto es mas barato acortar la tarea A.



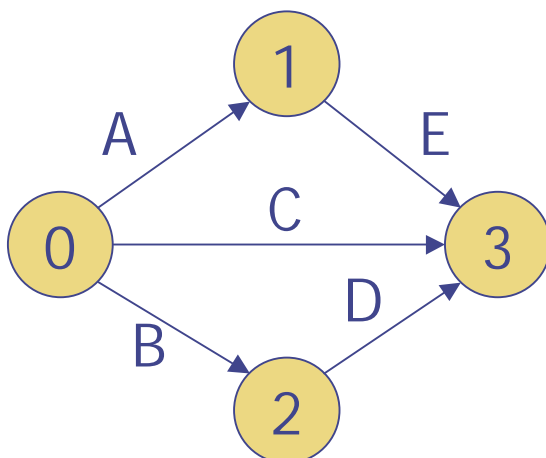


Figura 14.11: Red Pert

**Ejemplo 70** <sup>2</sup> Una parada de planta consta de las tareas indicadas en tabla 14.9.

1. a) Dibuje la red PERT
- b) Describa la ruta crítica
- c) Calcule el tiempo esperado y la varianza de cada actividad
- d) Calcule el tiempo de terminación esperado y la varianza esperada para todo el proyecto
- e) ¿Cual es la probabilidad de terminar en 10 días?

**Solución 18** ejercicio (70).

1. a) la red Pert se muestra en figura ??.
- b) La ruta crítica es A-D-G.
- c) Usando (14.1),

Actividad	$T_e$	$\sigma^2$
A	$\frac{1+4 \cdot 3+5}{6} = 3,00$	$\frac{5-1}{6} = 0,66$
B	$\frac{1+4 \cdot 2+3}{6} = 2,00$	$\frac{3-1}{6} = ,33$
C	$\frac{2+4 \cdot 3+4}{6} = 2,66$	$\frac{4-2}{6} = ,33$
D	$\frac{3+4 \cdot 4+6}{6} = 4,16$	$\frac{6-3}{6} = ,50$
E	$\frac{2+4 \cdot 3+7}{6} = 3,50$	$\frac{7-2}{6} = 0,83$
F	$\frac{1+4 \cdot 3+4}{6} = 2,83$	$\frac{4-1}{6} = ,50$
G	$\frac{2+4 \cdot 4+6}{6} = 4,00$	$\frac{6-2}{6} = 0,66$

Cuadro 14.8: Tiempos esperados

- d) El tiempo esperado es  $3,00 + 4,16 + 4,00 = 11,16$  horas, la varianza  $\sigma^2 = 0,66^2 + ,50^2 + 0,66^2 = 1,12$ ,  $\sigma = 1,05$  horas.
- e) Asumiendo distribución normal,

$$\begin{aligned}
 \Phi\left(\frac{10 - 11,16}{1,05}\right) &= \Phi(-1,1) \\
 &= 1 - \Phi(1,1) \\
 &= 1 - 0,86 \\
 &= 0,14
 \end{aligned}$$

<sup>2</sup>control 2 me57a , semestre II-2001

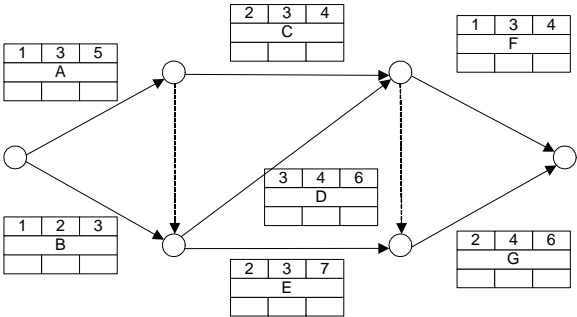


Figura 14.12: Diagrama Pert

Actividad	Predecesoras	Tiempo (días)		
		optimista	esperado	pesimista
A	-	1	3	5
B	-	1	2	3
C	A	2	3	4
D	A,B	3	4	6
E	A,B	2	3	7
F	C,D	1	3	4
G	C,D,E	2	4	6

Cuadro 14.9: Tareas de la parada

luego la probabilidad es de 14 %.

**Ejemplo 71** Una parada sigue los datos de tabla 18.1.

1. Encuentre la ruta crítica y el tiempo de terminación del proyecto.
2. Holgura de la tarea D.
3. ¿Que debe hacerse si se desea reducir la parada en un día?, ¿Cuanto costará?

Actividad	Anteriores	Duración		Costo extra por día de apuro (K\$)
		normal (días)		
A	-	2		50
B	-	3		30
C	A	3		30
D	A	4		40
E	B,C	3		20
F	D,E	3		20
G	B,C	5		50

Cuadro 14.10: Programa de parada

1. Según la carta Gantt de figura 14.13, la ruta critica es A-C-E-F. La duración normal del proyecto es  $2 + 3 + 3 + 3 = 11$  días.
2. Como se ve en carta Gantt, la tarea D tiene una holgura de 5 días pues se puede realizar de modo que su termino coincida con el del proyecto.

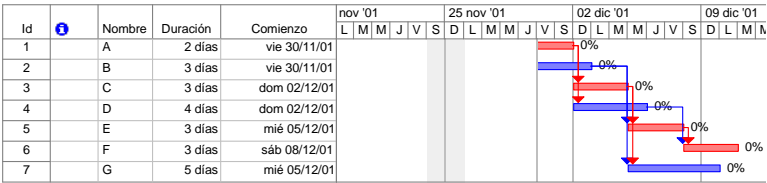


Figura 14.13: Carta Gantt con ruta crítica

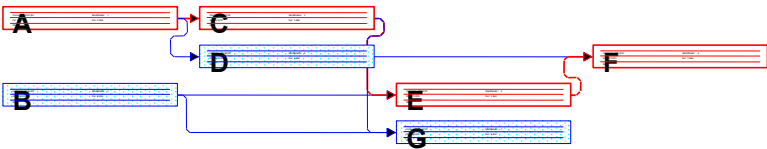


Figura 14.14: Red Pert

3. Al acortar separadamente las tareas A-C-E-F en un día se nota que la ruta crítica no cambia. Se debe seleccionar la que aumente el costo total lo menos posible. Tanto E como F implican aumentar el costo en 20 K\$. Sin embargo, al apurar E en un día, G se vuelve crítica, lo que aumenta el riesgo de no terminar en tiempo estimado. Por ello es mejor acortar F.

**Ejercicio 8** Una parada mayor de planta considera la lista de tareas mostradas en tabla 14.11.

1. Dibuje el diagrama PERT
2. Tiempo y costo normal del proyecto
3. Identifique la ruta crítica
4. ¿Cuanto costaría apresurar el proyecto en 2 días?
5. ¿Cual es el tiempo mínimo para la terminación del proyecto?

Actividad	Predecesora	Sucesora	Tiempo normal	Costo normal	Tiempo apresurado	Costo apresurado
a		d,e	4	10	2	15
b		g	8	8	2	14
c		f	2	4	1	6
d	a	g	3	8	2	12
e	a		5	8	3	14
f	c		5	6	1	10
g	b,d		6	12	2	16

Cuadro 14.11: Lista de tareas del overhaul



## Capítulo 15

# Gestión de repuestos

A continuación veremos varios criterios para fijar de manera optima tamaños de pedido, periodo entre pedidos, niveles de seguridad y de alarma. Primero consideraremos una optimización desde el punto de vista de bodega; luego del costo global de mantención.

Los costos asociados a repuestos son:

- El costo de adquisición, vale decir, el costo de cursar las ordenes de compra,
- el costo de compra,
- el costo de propiedad, que incluye los costos de almacenamiento, seguros, intereses no devengados.
- el costo de falla, por no disponibilidad y su efecto en la producción.

### 15.1. Minimización del CGM sin considerar el CFM

Los costos dependen de los siguientes parámetros:

- $K$ , la demanda estimada anual (numero de items);
- $Q$ , numero de items ordenados en cada orden de compra;
- $N$ , numero de pedidos en el año;
- $P$ , precio unitario;
- $i$ , tasa de interés, aplicada al promedio de stock mantenido en el año;
- $C_a$ , costo de adquisición (por orden);
- $C$ , costo de un item.

#### Costo de adquisición

Este dependerá del numero de requisiciones hechas a un mismo proveedor; y de la cantidad de items solicitada en cada pedido. Los costos de adquisición se pueden subdividir en:

- compras;
- manejo de repuestos;
- recepción, control de calidad;
- almacenamiento;
- contabilidad.

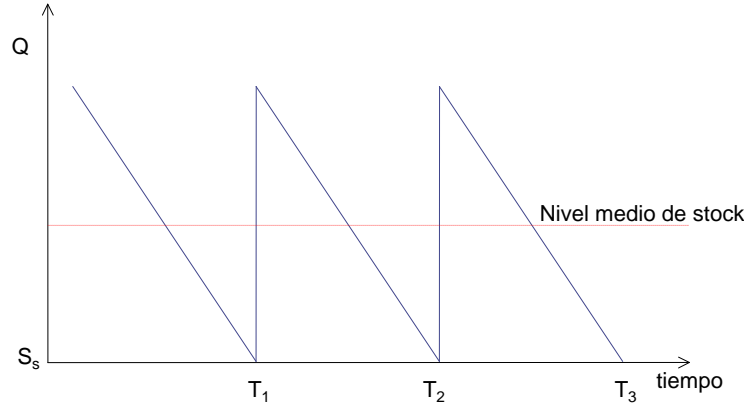


Figura 15.1: Nivel de stock: tasa de consumo constante, pedidos a intervalos regulares

Obviamente,

$$K = QN$$

y el costo total de adquisición es:

$$C_{aT} = C_a N = C_a \frac{K}{Q}$$

### Costo de propiedad

este costo indica los retornos financieros de una posible reducción de capital en bodega. Está compuesto por:

- intereses sobre el capital;
- costos de almacenamiento: espacio físico, seguros.

Si asumimos que el consumo es regular y que se repone stock en tanto se acaba, entonces el promedio de unidades en bodega es  $\frac{1}{2}Q$ , y el valor promedio es de

$$\frac{1}{2}QP$$

y el costo por intereses es

$$\frac{1}{2}QP_i$$

(ver figura 15.1).

**Observación 78** *Nótese que las ofertas por fidelidad y volumen son exógenas a este análisis.*

De lo anterior, el costo total anual es:

$$C_{aT} = KP + \frac{K}{Q}C_a + \frac{1}{2}QP_i \quad (15.1)$$

**Observación 79** *Notese que usualmente el valor de repuestos  $KP$  es considerado en el CIM de cada orden de trabajo. Aca se está analizando desde el punto de vista de bodega, exclusivamente.*

A fin de encontrar una cantidad óptima  $Q_w$  que minimice  $C_{aT}$ , aplicamos  $\frac{dC_{aT}}{dQ} = 0$ :

$$-K \frac{C_a}{Q^2} + \frac{1}{2}P_i = 0$$

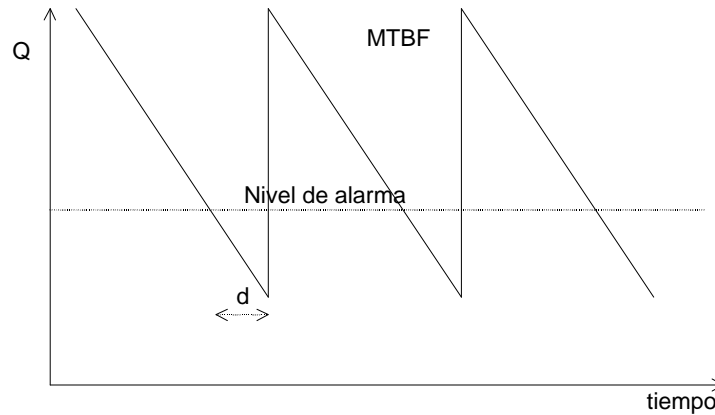


Figura 15.2: Pedidos con nivel de alarma

Con lo cual se llega a la formula de Wilson:

$$Q_w = \sqrt{\frac{2KC_a}{P_i}} \quad (15.2)$$

y el periodo entre pedidos:

$$T_w = \frac{Q_e}{K} \quad (15.3)$$

**Ejercicio 9** Supongase que la demanda estimada de un item es de 55 unidades/año. El costo de adquisición es de 100 \$/unidad. El precio es de 20 \$/unidad. La tasa de interés financiera es de 15 %. Calcule el tamaño de pedido óptimo y su frecuencia. Rta:  $Q_e = 60$  unidades/pedido,  $T_w = 13$  meses.

**Ejercicio 10** Para el ejercicio anterior, construya una curva de tamaño de pedido óptimo y periodo entre pedidos versus el consumo estimado anual.

## 15.2. Minimización del CGM sin CFM, con demora

Esté método fija un nivel de alarma sobre la cantidad presente de items. Al activarse al alarma se hace un pedido que es satisfecho con una cierta demora  $d$ . El nivel de alarma se fija en función de como la demanda varia en el tiempo. Ello implica un estudio estadístico. Aquí se estudiará el caso de una distribución normal y el de una de Poisson. Se define también un nivel crítico de stock  $S_s$  debajo del cual no se debe estar. Se asumirá que las variaciones de  $d$  son negligibles con respecto a las de la demanda. El consumo medio durante la demora es  $C_d$  (figura 15.2).

De lo anterior, el nivel de alarma  $S_w$  se debe fijar en:

$$S_w = S_s + C_d$$

### Distribución Gaussiana

Sea  $\bar{C}$ ,  $\sigma$  la media y la desviación standard del consumo mensual, entonces se fija la alarma según:

$$S_w = \bar{C}d + k\sigma\sqrt{d}$$

donde  $k$  se escoge de modo que la probabilidad de caer debajo de  $S_s$  sea lo suficientemente baja.

**Observación 80** Nótese que se utiliza  $\sqrt{d}$  para tener en cuenta que la desviación standard está dada para una unidad de tiempo y no  $d$  unidades de tiempo.

### Distribución de Poisson

Sea  $m = \bar{C}d$  el consumo promedio durante la demora  $d$ . La probabilidad de que el consumo no exceda  $n$  items durante ese periodo es:

$$P(\text{consumo} \leq n) = \sum_{r=0}^n \frac{e^{-m} m^r}{r!}$$

**Observación 81** Si al momento de hacer el pedido aun quedan  $Z$  items sobre el nivel de advertencia  $S_w$ , la orden es corregida a

$$Q' = Q_w - R$$

El método tiene las siguientes ventajas y desventajas:

- Da alta seguridad de no quedarse sin stocks;
- el nivel de alarma debe ser constantemente corregido para tomar en cuentas cambios en el consumo de los items, así como en las demoras;
- En general, tiene el efecto de aumentar el numero de ordenes a un proveedor.

**Observación 82** Se ha considerado que la demora es constante; sin fluctuaciones.

**Observación 83** El método es usado en 80 % de los casos [8].

**Ejemplo 72** El consumo de un cierto item es:

Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
20	30	25	15	30	10	35	-	40	25	40	15

Cada item cuesta 50 US\$. El costo asociado a cada orden es de 700 USD; los costos de propiedad suman 30 % sobre el valor de las existencias. La demora en recibir el producto tras hacer el pedido es de 1 mes. Optimice el stock de modo de tener una probabilidad de quedar sin existencias de un 5 %. Usando la formula (15.2):

$$Q_w = \sqrt{2 \cdot 285 \cdot 700 / 50 \cdot 0,30} = 163$$

El consumo medio es de  $285/11 = 26$  y la desviación standard es 10,2. Asumiendo una distribución Gaussiana, y para una probabilidad de 95 % de que el nivel de stock no exceder esta variación de la media, ello corresponde a 1.645 veces la desviación standard; asumiendo una distribución Gaussiana:

$$S_w = 26 \times 1 + 1,645 \times 10,2 \times \sqrt{1} = 43$$

**Ejemplo 73** El problema es como manejar el stock con un 5 % de riesgo, dado el siguiente patrón:

Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0

Con números tan pequeños, se asume una distribución de Poisson; la media es  $m = 0,50$  y entonces de la tabla de esta distribución, el riesgo de 5 % corresponde a un tamaño de stock mínimo de  $1 < k < 2$ ; por lo que se seleccionan 2 items.

#### 15.2.1. Intervalo fijo

Este método considera la planificación de las fechas en las cuales se hacen ordenes de compra, pero las cantidades fluctúan de acuerdo a las necesidades.

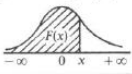
Para fijar las fechas se utiliza la formula de Wilson (15.2). El calculo de  $T_e$  no considera sin embargo la demora en la entrega  $d$ . Para considerar esto se debe tomar en cuenta el consumo durante la demora  $\bar{C}d$ , donde  $\bar{C}$  corresponde a la tasa de consumo promedio (u/mes). Una segunda corrección considera los items que no fueron pedidos al momento de hacer el pedido  $R$  con lo cual:

$$\text{Cantidad ordenada} = \bar{C}(d + T_e) - R$$

La ventaja de esta estrategia es que simplifica el proceso de compras. La desventaja es que hay riesgo de quedar sin stock si la demanda crece repentinamente. El método es usado en un 10 % de los casos, para items de reposición frecuente.



Normal (Gaussian) distribution  
The table gives the cumulative function for the reduced normal distribution (mean = 0, variance = 1), that is, the probability  $F(x)$  of observing a value less than  $x$ .



$x$	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56750	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59484	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67365	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76731	0.77035	0.77337	0.77637	0.77936	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84850	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92786	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95819	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670

Figura 15.3: Distribución gaussiana

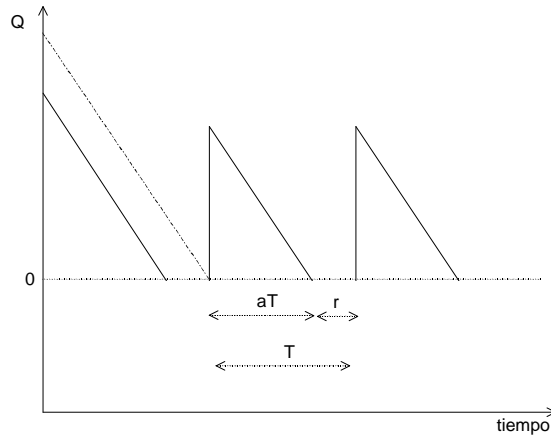


Figura 15.4: Situación stock 0

### 15.3. Minimización del CGM considerando el CFM

Sea  $W$  el costo incurrido por la falta de un item en stocks y por año. Este costo está compuesto de:

- Pérdidas de producción,
- Costos asociados a las acciones tomadas para compensar la ausencia del item.

Sean  $T$  y  $Q$  el intervalo entre pedidos y la cantidad de items calculados a través de la formula de Wilson (15.2). Supongamos que el stock se termine en un tiempo  $aT$  con  $0 < a < 1$ , por lo que el item ha estado no disponible por  $r = (1 - a)T$ . Asumase que los items solicitados durante el intervalo  $r$  son consumidos tan pronto llegan, en el instante  $T$ . Dado que hemos asumido una tasa de consumo constante e igual a  $Q/T$ , ello significa que durante  $r$  se hubiesen consumido  $\frac{Q}{T}r$ ; con lo que el stock sube a  $aQ$  cuando el nuevo pedido llega. Ello implica que el promedio del nivel de stock en el intervalo  $T$  es de  $\frac{1}{2}a^2Q$  (ver figura 15.4).

El numero de demandas *no satisfechas* es 0 en  $aT$  y  $(1 - a)Q$  en  $(1 - a)T$ , dando un promedio de stock para el periodo  $T$  de  $\frac{1}{2}(1 - a)^2Q$ .

Si el costo resultante de no disponer del item es  $W$  (\$/unidad), se tiene un costo anual de

$$\frac{1}{2}(1 - a)^2QW$$

; por lo que la ecuación del costo total (15.1) es corregida:

$$C_r = K \cdot P_u + \frac{K}{Q}C_a + \frac{1}{2}a^2Q \cdot P_u \cdot i + \frac{1}{2}(1 - a)^2QW$$

donde  $C_r$  denota el costo total real.

La parte que corresponde a quedarse sin stock es el par de términos que incluyen  $a$ , eso es

$$\frac{1}{2}a^2QPi + \frac{1}{2}(1 - a)^2QW$$

termino que es cuadrático y por lo cual debe tener un mínimo, que se encuentra derivando:

$$2aPi - 2(1 - a)Q = 0$$

lo que resulta en:

$$\tilde{a} = \frac{W}{W + Pi} \quad (15.4)$$

Dado este valor de  $a$ , el costo es una función del tamaño de lote  $Q$ ; para encontrar el óptimo, diferenciamos con respecto a  $Q$  :

$$-K \frac{C_a}{Q^2} + \frac{1}{2} \tilde{a}^2 P i + \frac{1}{2} (1 - \tilde{a})^2 Q W = 0$$

entonces

$$Q^2 = \frac{2KC_a}{\tilde{a}^2 P i + \frac{1}{2} (1 - \tilde{a})^2 W}$$

Si sustituimos (15.4) y se simplifica la expresión, se obtiene:

$$Q^* = \sqrt{\frac{1}{\tilde{a}} \frac{2KC_a}{P i}}$$

**Ejemplo 74** Sea  $W = P$ ,  $i = 15\%$

$$\begin{aligned} \tilde{a} &= \frac{1}{1 + .15} = 0,807 \\ 1 - \tilde{a} &= 0,193 \end{aligned}$$

*En este caso se justifica que no hayan repuestos por 20 % del tiempo. La rentabilidad depende de la relación entre el costo de quedar sin repuestos  $W$  y el precio unitario de los items  $P$ .*

## 15.4. Nivel óptimo de alarma $S_s$

Asumiremos que los costos de falla y de almacenamiento han sido estimados y que la ley de distribución de fallas ha sido identificada. Se desea encontrar el nivel de alarma óptimo a mantener. El nivel de alarma se define como aquel que gatilla el pedido.

### 15.4.1. Distribución de fallas de Poisson

Si la distribución es de Poisson, la esperanza matemática del numero de fallas que podrán ser reparadas inmediatamente en la demora  $d$  (poner la orden, recibir los repuestos) es:

$$\sum_{x=0}^S (S_s - x) e^{-m} \frac{m^x}{x!} \quad (15.5)$$

donde

$S_s$  es el nivel de alarma,

$m$  es la media de fallas que ocurren entre poner la orden y recibir los repuestos,

$x$  es el numero de fallas.

**Observación 84** *Notese que al instante de poner la orden, el nivel es  $S_s$ .*

**Observación 85** *La componente*

$$e^{-m} \frac{m^x}{x!}$$

*de la ecuación (15.5) corresponde a la probabilidad de que el numero de fallas sea igual a  $x$ .*

La *esperanza* del numero de fallas que no serán reparadas por falta de stock es

$$\sum_{x=S_s+1}^{\infty} (x - S_s) e^{-m} \frac{m^x}{x!}$$

**Observación 86** *Se asume que una falla no reparada por falta de repuestos no afecta el que se produzca la siguiente falla.*

Si  $C_p$  es el costo de almacenamiento, por ítem y por unidad de tiempo  $d$  y  $C_f$  incluye el costo de falla y el de intervención por mantención correctiva, por unidad de tiempo:

$$C_T = C_p \sum_{x=0}^S (S_s - x) e^{-m} \frac{m^x}{x!} + C_f \sum_{x=S_s+1}^{\infty} (x - S_s) e^{-m} \frac{m^x}{x!}$$

El problema es encontrar  $S_s$  que asegure costo  $C_T$  mínimo. Ello se realiza con herramientas numéricas.

**Ejemplo 75** Para un cierto ítem se tiene:

- demora orden/recibo=1 mes,
- tasa de falla media=10/año,
- costo por ítem=1000 USD,
- costo de almacenamiento=30 % anual,
- costo de falla=100 USD/día
- costos de intervención por mantención correctiva=1000 USD/mes
- (1 mes=22 días)

Tomando como unidad de tiempo el mes, se tiene:

$$\begin{aligned} m &= 10/12 = 0,83 \text{ fallas/mes} \\ C_p &= 1000 \times \frac{0,3}{12} = 25 \text{ USD/mes} \\ C_f &= 100 \times 22 + 1000 = 3200 \text{ USD/mes} \end{aligned}$$

Con  $m = 0,83$  las probabilidades de Poisson del número de fallas en un mes son:

$x$	$P(x)$
0	.43
1	.36
2	.15
3	.04
4	.008
5	.0015
6	.0002

**Observación 87** Nótese que en el ejercicio anterior la tasa del CAM se calculó como la tasa anual dividido por el número de demoras en un año,

$$i_{\text{mensual}} = \frac{0,3}{12} = 0,0225$$

Mas correcto es usar la formula

$$(1 + i_{\text{mensual}})^{12} = 1 + 0,3$$

por tanto

$$\begin{aligned} i_{\text{mensual}} &= \sqrt[12]{1,3} - 1 \\ &= 0,0221 \end{aligned}$$

en todo caso, el error es mínimo.

**Ejemplo 76** Podemos calcular  $C_t$  para un rango de valores  $S_s$ . Para  $S_s = 0$  se tiene:

$$\begin{aligned} C_t(0) &= 0 + 3200(,36 + 2 \times ,15 + 3 \times ,04 + 5 \times ,0015 + 6 \times ,0002) \\ &= 2645USD \end{aligned}$$

*Evaluando*

$S_s$	$C_t$
0	2645
1	858
2	230
3	92
4	84
5	104

el costo óptimo se alcanza para 4 items.

**Ejercicio 11** <sup>1</sup> El consumo de un cierto item es:

**Ejemplo 77**

Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov
25	32	33	15	18	25	31	28	27	30

- el costo de almacenamiento es de 25 %
- el costo de una orden es de 800 Fr
- el costo promedio unitario es 318 Fr
- la demora entre la orden de compra y la guía de despacho es de 2 meses
- la política de mantención acepta hasta un 10 % el riesgo de quedar sin stock.

Encuentre

1. el tamaño óptimo de pedido y su frecuencia
2. el nivel óptimo del stock de seguridad

**Ejemplo 78** Un astillador utiliza rodamientos especiales que tienen una demora de entrega de 1 semana. El valor unitario es de 700 USD. Al hacer una reparación se requiere de 4 rodamientos. El costo de almacenamiento se ha estimado en 25 %. En promedio se producen 2 fallas de rodamientos por año. Una falla de este tipo detiene la producción por 2 turnos, si se dispone de los repuestos. Se trabaja 2 turnos/día, 6 días/semana, 8 horas/turno. Se opera 52 semanas/año. El costo de falla se estima en 400 USD/hora. El contratista de mantención ha entregado un presupuesto por reparación (sin considerar los rodamientos mismos) de 2000 USD. Calcule el nivel de stock seguridad que minimice el costo global de mantención.

Para el costo global esperado por unidad de tiempo ( $d$ ) consideraremos:

$$CGM_{esperado} = CGM_a \cdot \bar{n}_a + CGM_b \cdot \bar{n}_b$$

donde

- $d$  es la demora entre el pedido y la recepción (que será utilizado como unidad de tiempo),
- $CGM_a$  es el costo global de mantención por juego de repuestos y por unidad de tiempo ( $d$ ),
- $CGM_b$  es el costo global de mantención por no disponer de repuestos por unidad de tiempo.
- $\bar{n}_a$  es el numero esperado de fallas cubiertas en  $d$ .

<sup>1</sup>de ref. [8]

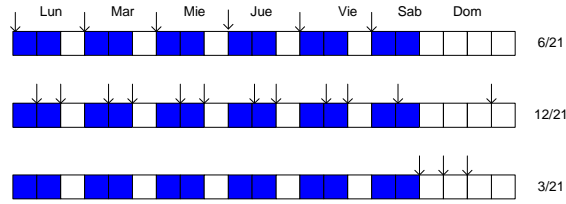


Figura 15.5: Análisis de efectos sobre producción

Asumiendo una distribución de fallas de tipo Poisson, el numero esperado de fallas que serán reparadas con stock disponible en el periodo entre poner la orden y recibir los repuestos es:

$$\bar{n}_a = \sum_{x=0}^{S_s} (S_s - x) e^{-m} \frac{m^x}{x!} \quad (15.6)$$

donde

$S_s$  es el nivel de seguridad (en juegos de 4 rodamientos),

$m$  es la media de fallas que ocurren entre poner la orden y recibir los repuestos,

$x$  es el numero esperado de fallas.

Como unidad de tiempo usaremos la semana, entonces

$$\begin{aligned} m &= 2 \text{ fallas/año} \\ &= \frac{1}{26} \text{ fallas/semana} \end{aligned}$$

El numero esperado de fallas que no estarán cubiertas por bodega durante  $d$  es:

$$\bar{n}_b = \sum_{x=S_s+1}^{\infty} (x - S_s) e^{-m} \frac{m^x}{x!}$$

El costo global de disponer de un juego considera el  $CAM$  por juego y por unidad de tiempo, el  $CIM$  del numero de reparaciones esperado por unidad de tiempo (mano de obra, repuestos) y el  $CFM$  esperado por reparación y por unidad de tiempo.

Asumiremos que una reparación solo puede comenzar al principio o fin de un turno. El costo de falla esperado en tal caso es:

$$\begin{aligned} CFM_a &= CFM_{\text{en 2 turnos de producción}} \cdot p(\text{hacerlo en 2 turnos de producción}) + \\ &CFM_{\text{en 1 turnos de producción}} \cdot p(\text{hacerlo en 1 turnos de producción}) + \\ &CFM_{\text{en 1 turnos de producción}} \cdot p(\text{hacerlo en 0 turnos de producción}) + \end{aligned}$$

En figura 15.5 se analizan las 3 posibilidades. Las flechas indican los posibles puntos de comienzo de la reparación, para los 3 casos.

por tanto

$$\begin{aligned} CFM_a &= \left[ 400 \cdot (2 \cdot 8) \cdot \frac{1}{26} \right] \frac{6}{21} + \left[ 400 \cdot (1 \cdot 8) \cdot \frac{1}{26} \right] \frac{12}{21} + \\ &\left[ 400 \cdot (0 \cdot 8) \cdot \frac{1}{26} \right] \frac{3}{21} \\ &= 70 + 70 + 0 \\ &= 140 \end{aligned}$$

para el  $CIM$  se considera la mano de obra y repuestos para una reparación por la tasa de fallas/ unidad de tiempo  $m$ :

$$CIM_a = [2000 + (700 \cdot 4)] \cdot \frac{1}{26}$$

para el  $CAM$  esperado por juego y por unidad de tiempo, la tasa anual se prorratea de manera simple en las 52 semanas del año:

$$CAM_a = 0,25 \cdot (700 \cdot 4) \cdot \frac{1}{52}$$

y el costo global por juego de repuestos y por unidad de tiempo es

$$\begin{aligned} CGM_a &= CAM_a + CIM_a + CFM_a \\ &= 13 + 185 + 140 \\ &= 338 \text{ USD/semana} \end{aligned}$$

El costo global de no disponer de un juego es el  $CFM$  esperado desde el momento de la falla hasta que llega el pedido de emergencia más el  $MTTR = 8 \cdot 2$  horas. Luego, el  $CIM$  de las reparaciones esperadas en  $d$ :

$$CGM_b = CFM_b + CIM_b$$

Un análisis similar al utilizado para el  $CFM_a$  muestra que de los 21 puntos de partida posibles de la semana (ver figura 15.5), en 6 de ellos se afecta 11 turnos de producción y en el resto se afectan los 12 turnos semanales, luego

$$CFM_b = [CFM_{11 \text{ turnos}} \cdot p(11 \text{ turnos}) + CFM_{12 \text{ turnos}} \cdot p(12 \text{ turnos})] \cdot m$$

evaluando,

$$\begin{aligned} CFM_b &= \left[ (400 \cdot 11 \cdot 8) \frac{6}{21} + (400 \cdot 12 \cdot 8) \frac{15}{21} \right] \frac{1}{26} \\ &= 1442 \text{ USD/semana} \end{aligned}$$

En este ejemplo  $CIM_b = CIM_a$  luego,

$$\begin{aligned} CGM_b &= 1442 + 185 \\ &= 1627 \text{ USD/semana} \end{aligned}$$

Con lo que la expresión para el  $CGM$  esperado por unidad de tiempo ( $d$ ) queda

$$CGM_{esperado}(S_s) = 338 \sum_{x=0}^{S_s} (S_s - x) e^{-m} \frac{m^x}{x!} + 1627 \sum_{x=S_s+1}^{\infty} (x - S_s) e^{-m} \frac{m^x}{x!}, m = \frac{1}{26} \quad (15.7)$$

La evaluación para varios valores  $S_s$  muestra que para  $S_s = 0$  el costo global esperado es minimizado (63 USD/semana).

A continuación se muestra el listing en Matlab:

```
>>m=1/26 %tasa de fallas en la demora}
>>n=50 %nro de terminos en la 2nda serie}
>>for i=0:10
>>CGM(i+1)=338*sum((i-[0:i]).*poisspdf([0:i],m))+
1627*sum(([i+1:i+n]-i).* poisspdf([i+1:i+n],m))
>>end
>>bar(0:10,CGM)
```

## 15.5. Otros métodos

### 15.5.1. Intervalos y cantidades fijas

Usado para repuestos no críticos, tales como material de oficina. Aparecen riesgos de stock si los intervalos entre pedidos son muy largos.

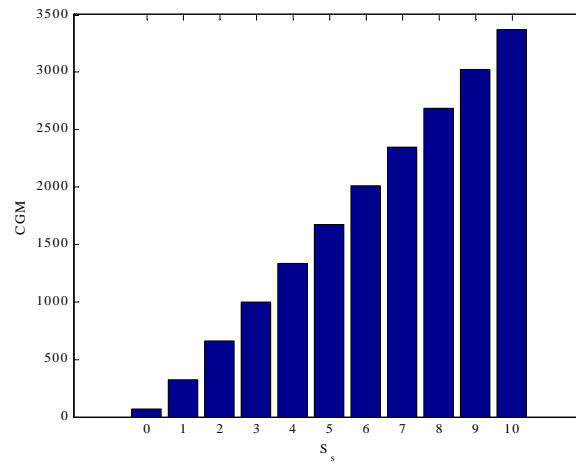


Figura 15.6: Evaluación de (15.7)

### 15.5.2. Items super-críticos

En estos casos el riesgo de quedar sin stock debe ser mínimo. Es necesario realizar estudios con técnica tales como el árbol de fallas.



## Capítulo 16

# Redundancia y confiabilidad

### 16.1. Introducción

La configuración de un equipo o sistema influye en su confiabilidad. El sistema puede ser estudiado en 2 niveles:

1. La interdependencia del equipo dentro de un grupo de equipos
2. La estructura interna del equipo

#### 16.1.1. Interdependencia del equipo con otros

Los equipos son interdependientes dado que dependen de la operación exitosa de otros equipos para poder *producir*. Por ejemplo, en la configuración de figura 16.1, la pieza pasa por todas las máquinas secuencialmente. Si cualquiera de estas máquinas no opera hay una fuente potencial de pérdida de producción. Para reducir esta posible pérdida, las máquinas críticas pueden ser puestas en paralelo. En figura 16.2 se aprecia un ejemplo donde una de ellas está en stand-by.

#### 16.1.2. Estructura interna del equipo

Un equipo está compuesto en general por varios sub-sistemas, los cuales pueden ser inter-dependientes tanto en serie como en paralelo.

Las diferentes combinaciones posibles pueden resultar en diferentes costos, confiabilidades, requerimientos de espacio, niveles de seguridad, etc.

Antes de examinar posibilidades óptimas calcularemos la probabilidad de buen funcionamiento del equipo o *confiabilidad*.

### 16.2. Conceptos probabilísticos

#### 16.2.1. Configuración en serie

Si  $p_i$  es la probabilidad de operación satisfactoria del  $i$ -ésimo componente

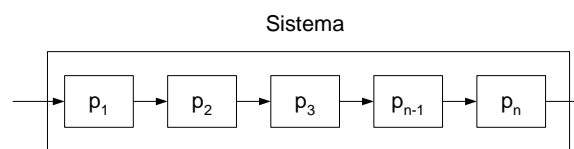


Figura 16.1: Sistema en serie

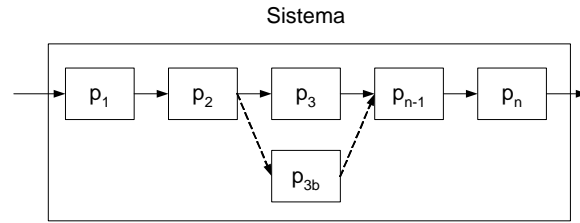


Figura 16.2: Sistema con una etapa en paralelo

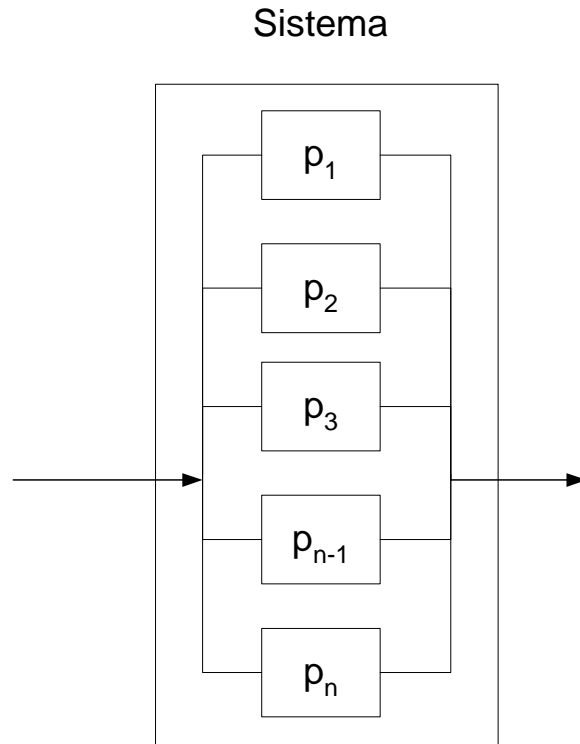


Figura 16.3: Sistema en paralelo

1

entonces la probabilidad de que el sistema opere exitosamente, ósea, la confiabilidad del sistema,  $R_s$  es:

$$R_s = \prod_{i=1}^n p_i$$

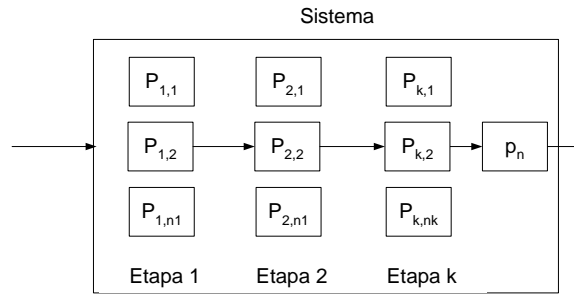


Figura 16.4: Configuración mixta

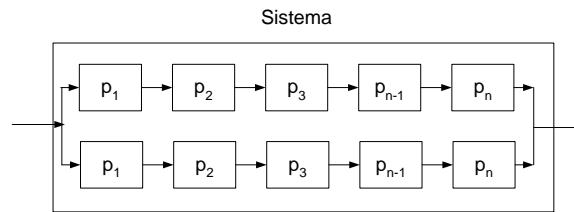


Figura 16.5: Sistema redundante

### 16.2.2. Configuración en paralelo

Si el sistema opera exitosamente si **al menos** un componente opera entonces la confiabilidad del sistema es

$$\begin{aligned}
 R_s &= 1 - \text{probabilidad de que el sistema no opere} \\
 &= 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_i) \\
 &= 1 - \prod_{i=1}^n q_i
 \end{aligned}$$

**Observación 88** Se asumen que un solo componente opera en cualquier instante. Cuando falla el sistema activa otro de los componentes, hasta que todos fallan. Solo en ese caso el equipo no operará exitosamente. Se asume que cuando un componente falla no es reparado hasta que todos han fallado. Esto será analizado más adelante.

### 16.2.3. Configuración mixta

La confiabilidad del sistema mostrado en figura 16.4 es la probabilidad de que al menos un componente funcionará cuando sea requerido, en cada etapa. Luego:

$$R_s = \prod_{i=1}^k (1 - q_i^{n_i})$$

cundo los componentes de una etapa son idénticos.

### 16.2.4. Redundancia pasiva

Para incrementar la confiabilidad de un sistema en serie puede ser conveniente añadir un segundo sistema gemelo en paralelo (figura 16.5). Si un sistema falla el segundo comienza a operar. La confiabilidad se calcula así:

<sup>1</sup>Notese que a esta probabilidad viene asociado un horizonte de tiempo arbitrario.

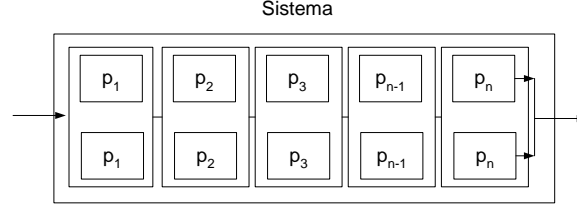


Figura 16.6: Sistema redundante

La confiabilidad de cada sistema es

$$R_s = \prod_{i=1}^n p_i$$

luego, la probabilidad de falla del sistema es

$$1 - \prod_{i=1}^n p_i$$

La confiabilidad de los dos sistemas puestos en paralelo es la probabilidad de que al menos uno opere, lo que iguala

$$1 - P(\text{ambos fallen})$$

Luego

$$R_s = 1 - \left(1 - \prod_{i=1}^n p_i\right)^2$$

Una alternativa para incrementar la confiabilidad de sistemas en serie es poner 2 sistemas en paralelo pero a nivel de componente, como se muestra en figura 16.6.

La confiabilidad de tal sistema es (de acuerdo a 16.2.3)

$$R_s = \prod_{i=1}^n (1 - q_i^2)$$

### 16.2.5. Redundancia activa

En las configuraciones descritas anteriormente se asumió que cuando los componentes están en paralelo, solo uno es usado en todo instante. El otro componente está en standby. Si el sistema opera con todos los componentes operando cuando es posible, pero donde la falla de un componente no genera la falla del sistema dado que el mismo puede operar con menos que todos los componentes (ejemplo, turbinas de avión), en este caso se habla de redundancia activa y será tratado en una sección posterior.

## 16.3. Configuración óptima con restricción de presupuesto

Un equipo está compuesto de  $k$  etapas en serie y solo opera si cada etapa funciona. Para incrementar la confiabilidad del equipo, los componentes pueden ser replicados, en paralelo, en cada etapa (redundancia pasiva, dado que solo uno de los componentes debe funcionar). Dada la probabilidad de falla de los componentes, el problema es determinar la configuración óptima que maximice la confiabilidad sujeto a restricciones de presupuesto.

### 16.3.1. Descripción del modelo

1. La configuración del equipo es la mostrada en 16.2.3 de la sección anterior. La confiabilidad de tal sistema es:

$$R_s = \prod_{i=1}^k (1 - q_i^{n_i})$$

Etapa	$p_i$	$c_i$
1	0.9	2000
2	0.7	3000
3	0.9	1000

Cuadro 16.1: Datos del problema

2. Sea  $c_i$  el costos del componente de la  $i$ -esima etapa
3. Sea  $n_i$  el numero de componentes en la  $i$ -esima etapa
4. El costo total de los componentes de la  $i$ -esima etapa es  $n_i c_i$
5. El presupuesto aprobado para el diseño es  $B$
6. El problema de diseño es maximizar la confiabilidad del equipo sujeto a que el presupuesto no exceda  $B$ .

Por tanto, el problema es

$$\max_{n_i} \prod_{i=1}^k (1 - q_i^{n_i})$$

sujeto a

$$\sum_{i=1}^k n_i c_i \leq B$$

Como se puede ver, la formulación es en *variable discreta* dado que los  $n_i$  toman los valores 1, 2, 3, ...

### 16.3.2. Ejemplo numérico

El equipo se compone de 3 etapas. Los componentes pueden ser duplicados en las primeras 2 etapas. Los datos se muestran en la tabla (16.1). El presupuesto aprobado es de 10000 USD.

Se desea

$$\max_{n_i} (1 - q_1^{n_1}) (1 - q_2^{n_2}) (1 - q_3^{n_3})$$

sujeto a

$$\begin{aligned} 2000 \cdot n_1 + 3000 \cdot n_2 + 1000 \cdot n_3 &\leq 10000 \\ n_3 &= 1 \end{aligned}$$

Dada la ultima restricción, y substituyendo los valores  $q_i$

$$\max_{n_i} (1 - 0,1^{n_1}) (1 - 0,3^{n_2}) \cdot 0,9$$

sujeto a

$$2000 \cdot n_1 + 3000 \cdot n_2 \leq 9000$$

Siendo que hay pocas variables, la solución es encontrada por evaluación exhaustiva:

Sea  $n_1 = 1$ , entonces

$$2000 + 3000 \cdot n_2 \leq 9000$$

ósea

$$n_2 \leq 2,33$$

Por tanto, tratando con  $n_2 = 2$ , entonces

$$\begin{aligned} R_s &= (1 - 0,1^1) (1 - 0,3^2) (1 - 0,1^1) \\ &= 0,737 \end{aligned}$$

Sea  $n_1 = 2$ , entonces

$$4000 + 3000 \cdot n_2 \leq 9000$$

ósea

$$n_2 \leq 1,66$$

entonces, tratando con  $n_2 = 1$

$$\begin{aligned} R_s(n_1 = 2, n_2 = 1) &= (1 - 0,1^2) (1 - 0,3^1) (1 - 0,1^1) \\ &= 0,624 \end{aligned}$$

si  $n_1 = 3$

$$\begin{aligned} 6000 + 3000 \cdot n_2 &\leq 9000 \\ n_2 &\leq 1 \end{aligned}$$

entonces para  $n_2 = 1$ ,

$$\begin{aligned} R_s(n_1 = 3, n_2 = 1) &= (1 - 0,1^3) (1 - 0,3^1) (1 - 0,1^1) \\ &= 0,629 \end{aligned}$$

Cualquier otra combinación  $(n_1, n_2)$  violará la restricción de presupuesto.

Entonces, la confiabilidad máxima del equipo ocurre con un componente en la primera etapa y 2 componentes en la segunda. La confiabilidad del sistema es de 0,737 y el costo asociado es de

$$2000 + 2 \cdot 3000 + 1000 = 9000 \text{ USD}$$

**Observación 89** *Al considerar los posibles beneficios derivados de la redundancia de equipos con alta confiabilidad se debe observar que se gana muy poco por el costo extra de la redundancia. En el ejemplo anterior, al poner 3 componentes en la primera etapa, en vez de dos, la confiabilidad solo aumento 0,005 para un costo extra de 1000 USD (ósea el costo se incrementa en  $1000/9000 = 11\%$ )*

**Observación 90** *Es obvio que para problemas más complejos es necesario el uso de un optimizador.*

## 16.4. Configuración óptima con restricciones de presupuesto y seguridad

El problema que examinamos aquí es determinar la configuración óptima de un equipo compuesto de  $k$  etapas con  $n_i$  componentes en paralelo en la  $i$ -ésima etapa, y donde cada etapa debe operar para que el equipo funcione, que maximice la confiabilidad del equipo sujeto a:

1. Una restricción de seguridad en términos de la confiabilidad del equipo
2. restricción presupuestaria

### 16.4.1. Descripción del modelo

1. La configuración del equipo que se considera es descrita por la figura 16.2.3. La confiabilidad de tal sistema es descrita por:

$$R_s = \prod_{i=1}^k (1 - q_i^{n_i})$$

2. Se asume que la operación prematura del equipo puede ocurrir si un componente en la primera etapa opera como resultado de una señal de trigger *espúrea* (falsa), y luego este componente gatilla la ejecución de las demás etapas. La probabilidad de que un componente en la primera etapa opere en ausencia de una señal controlada de entrada es  $P$ . La probabilidad de que un componente no reaccione a una señal controlada es  $Q = 1 - P$ .
3. La probabilidad de que el equipo opere sin una señal controlada de entrada es:

$$P(\text{1era etapa opere}) \times P(\text{2nda etapa opere}) \times P(\text{3era etapa opere}) \times \dots$$

4. La probabilidad de que la primera etapa no se ejecute cuando recibe una señal espúrea es  $Q^{n_1}$
5. La probabilidad de que la primera etapa se ejecute debido a que recibió una señal espúrea es  $1 - Q^{n_1}$
6. La probabilidad de que el equipo opere cuando recibió una señal espúrea es

$$(1 - Q^{n_1}) \prod_{i=2}^k (1 - q_i^{n_i})$$

7. La restricción de seguridad sobre la configuración es que la probabilidad de una operación prematura del equipo debido a una señal espúrea sea menor o igual a  $S$ . Luego

$$(1 - Q^{n_1}) \prod_{i=2}^k (1 - q_i^{n_i}) \leq S$$

8. La restricción presupuestaria sobre la configuración es

$$\sum_{i=1}^k n_i c_i \leq B$$

donde  $n_i c_i$  es el costo total de los componentes de la  $i$ -ésima etapa y  $B$  es el presupuesto aprobado para el sistema.

El problema es determinar el número óptimo de componentes en paralelo en cada etapa del equipo para

$$\max_{n_i} \prod_{i=1}^k (1 - q_i^{n_i})$$

sujeto a

$$(1 - Q^{n_1}) \prod_{i=2}^k (1 - q_i^{n_i}) \leq S$$

$$\sum_{i=1}^k n_i c_i \leq B$$

Configuración ( $n_1, n_2, n_3$ )	Confiabilidad	Seguridad
(1, 2, 1)	0,737	0,041
(2, 1, 1)	0,624	0,061
(3, 1, 1)	0,629	0,090

Cuadro 16.2: Evaluación de alternativas

ME57A					
Cap. Diseño basado en la confiabilidad					
Maximización de confiabilidad					
con restricción de presupuesto y de seguridad					
n1	1				
n2	2	R	0.811		
n3	2	C	10000		
Q	0.95	S	0.045		
q1	0.1				
q2	0.3				
q3	0.1				
C1	2000				
C2	3000				
C3	1000				
B	10000				
S0	0.075				

Figura 16.7: Modelo Excel del ejemplo

### 16.4.2. Ejemplo numérico

Usando los mismos datos que en el ejemplo anterior, mas

$$S = 0,075$$

y la probabilidad de que un componente en la primera etapa no responda a una señal espúrea:

$$Q = 0,95$$

Para encontrar la solución se opera como sigue:

Del ejercicio anterior sabemos que la restricción presupuestaria restringe los valores posibles de la tripleta ( $n_1, n_2, n_3$ ) a (1,2,1), (2,1,1), (3,1,1). Evaluando

De las 3 alternativas, la ultima viola la restricción de seguridad, y la primera maximiza la confiabilidad. Esta es la alternativa de diseño a seleccionar.

Las figuras 16.7 y 16.8 muestran el modelo en Excel. Se ha obviado la restricción en  $n_3$ .

**Observación 91** En este ejemplo se ha asumido que la operación prematura del sistema puede ocurrir es un componente en la primera etapa opera por una señal espúrea. Para reducir la probabilidad de operación prematura es posible diseñar la etapa de modo que al menos  $r$  de los  $n$  componentes hubiesen operado antes de enviar la seña de operación de la próxima etapa. Tal estrategia se denomina redundancia por votación.

## 16.5. Configuración óptima minimizando el costo para nivel de confiabilidad dado

Se desea diseñar un equipo de una etapa que opere durante una unidad de tiempo (1 año por ejemplo) con un cierto nivel de confiabilidad dado.





Figura 16.8: Objetivo y restricciones

El diseñador puede alcanzar tal requerimiento a través del uso de redundancia pasiva con componentes de diferente calidad (y costo).

El problema es seleccionar el tipo y número de componentes que minimice el costo y satisfaga un nivel de confiabilidad dado.

### 16.5.1. Descripción del modelo

1.  $p_j$  es la probabilidad de operación exitosa (confiabilidad) para una unidad de tiempo de un componente de tipo  $j$  ( $q_j = 1 - p_j$ ),  $j = 1, \dots, m$  tal que

$$p_j \leq p_j + 1$$

La confiabilidad de un equipo compuesto de una etapa, con  $n$  componentes de tipo  $j$  es

$$R = (1 - q_j^{n_j})$$

2. El costo de diseño y operación de un componente de tipo  $j$  por unidad de tiempo es  $\alpha + \beta \cdot j$  donde  $\alpha$  y  $\beta$  son constantes.
3. El costo fijo de un componente es  $\bar{C}$ , independiente de su calidad.
4. La confiabilidad del equipo debe ser igual o superior a  $R$ .

El problema es determinar el tipo óptimo de componente ( $j$ ) y el número óptimo de estos componentes a utilizar en paralelo para minimizar el costo total del equipo por unidad de tiempo, sujeto a la restricción de confiabilidad. Luego:

$$\min_{n_j, j} [n_j \bar{C} + (\alpha + \beta \cdot j) n_j]$$

sujeto a

$$1 - q_j^{n_j} \geq R$$

$j$	$p_j$
1	0,75
2	0,80
3	0,85
4	0,90
5	0,95

Cuadro 16.3: Confiabilidad de cada tipo de componente

$j$	$n_j$	$R_e$	Costo
1	3	0,98	7500
2	2	0,96	7000
3	2	0,98	9000
4	2	0,99	11000
5	1	0,95	6500

Cuadro 16.4: Evaluación de la función objetivo

### 16.5.2. Ejemplo numérico

El costo fijo de todo componente es 1000 USD. El costo variable depende de la confiabilidad del componente y sigue la ley

$$500 + 1000j \text{ USD}$$

La confiabilidad de cada tipo de componente se muestra en tabla 16.3. La confiabilidad deseada es de 0.95.

El problema es entonces

$$\min_{n_j, j} [1000n_j + (500 + 1000j) n_j]$$

sujeto a

$$1 - q_j^{n_j} \geq 0,95$$

Tras evaluar, la tabla 16.4 resume para cada tipo de componente, el número óptimo, la confiabilidad alcanzada y el costo total.

**Observación 92** El problema fue resuelto también usando el solver de Excel (*reliability3.xls*). Véase figura 16.9. Notese que se ha añadido la variable auxiliar  $x_j$  de tipo 0-1 (columna F) para expresar la condición de exclusividad (solo un tipo de componente puede ser usado). La suma de los valores  $x_j$  es forzada a ser uno (celda E13); lo que asegura que un solo tipo de componente es usado. Por supuesto, para el cálculo de costos en columna F se considera el valor del  $x_j$  correspondiente; lo que genera un modelo no lineal en variable entera.

**Observación 93** Una extensión natural del problema es considerar equipos de varias etapas. Sandler [12] utiliza además varios periodos de tiempo y costos de operación variables en el tiempo.

## 16.6. Minimización de costo global con restricción de confiabilidad y varias etapas

<sup>2</sup>Un equipo está compuesto por un conjunto de  $K$  etapas. En cada etapa es posible añadir tantos componentes en standby como se requiera. A su vez, los componentes tienen una confiabilidad que depende de su costo:

$$p_{k,j} = 1 - e^{-\alpha/c_{k,j}}$$

---

<sup>2</sup>de control III, semestre 2002-I.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
7	i	R <sub>j</sub>	C <sub>j</sub> /n <sub>j</sub>	n <sub>j</sub>	x <sub>j</sub>	Costo <sub>j</sub>	R <sub>j</sub>	Parámetros de Solver			
8	1	0.75	1500	3	0	0	0.98	Celda objetivo: \$F\$13			
9	2	0.8	2500	2	0	0	0.96	Valor de la celda objetivo:			
10	3	0.85	3500	2	0	0	0.98	<input type="radio"/> Máximo <input checked="" type="radio"/> Mínimo <input type="radio"/> Valores de: 0			
11	4	0.9	4500	2	0	0	0.99	Cambiando las celdas			
12	5	0.95	5500	1	1	6500	0.95	\$D\$8:\$E\$12			
13					1	6500		Estimar			
14	Cfijo	1000						Sujetas a las siguientes restricciones:			
15	R	0.95						\$D\$8:\$D\$12 = integer			
16								\$D\$8:\$D\$12 >= 0			
17								\$E\$13 = 1			
18								\$E\$8:\$E\$12 = binario			
19								\$G\$8:\$G\$12 >= \$B\$15			
20								Agregar...			
21								Cambiar...			
22								Eliminar			

Figura 16.9: Modelo Excel

y cuyos costos depende del tipo componente:

$$c_{k,j} = \beta_k e^{\gamma j}$$

1. Considere

$n_{i,j}$  es el numero de componentes de tipo  $j$  en la etapa  $i$

$p_{k,j}$  es la probabilidad de que el componente opere correctamente durante un periodo de tiempo dado;

$c_{k,j}$  es el costo variable unitario de un componente;

$k$  es el índice para la  $k$ -esima etapa;

$j$  es el índice para el tipo de componente (hay  $J$  tipos);

$\alpha, \beta_k, \gamma$  son constantes conocidas;

$R_s$  es la confiabilidad del equipo.

El costo fijo por componente es  $F$  (no depende de la etapa ni del tipo de componente).

Por razones de detectabilidad, los componentes de cada etapa no son reparados hasta que todos han fallado.

Se requiere que el equipo alcance una confiabilidad  $R$ . Para facilitar la gestión, se solicita usar un solo tipo de repuesto en cada etapa.

Se requiere un modelo de optimización que permita minimizar el costo total.

### 16.6.1. Modelo propuesto

En el caso más general una etapa puede tener varios tipos de componentes ( $j$ ). En tal caso la confiabilidad de la etapa  $R_k$  es

$$R_k = 1 - \prod_{j=1}^J q_{k,j}^{n_{k,j}}$$

donde

$$q_{k,j} = 1 - p_{k,j}$$

Dado que las etapas están dispuestas en serie, la confiabilidad del sistema es

$$R_s = \prod_{k=1}^K R_k = \prod_{k=1}^K \left( 1 - \prod_{j=1}^J q_{k,j}^{n_{k,j}} \right)$$

la que al menos debe alcanzar el valor  $R$  dado:

$$R_s \geq R \quad (16.1)$$

El costo global considera la parte fija y la parte variable:

$$C = \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^J (F + c_{k,j}) n_{k,j} \quad (16.2)$$

a fin de restringir el uso de un solo tipo de componentes a una etapa añadimos una variable auxiliar binaria  $I_{k,j}$  y un parámetro binario  $P_{k,j}$ :

$$I_{k,j} = \begin{cases} 1 & \text{si el componente } j \text{ es usado en la etapa } k \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$P_{k,j} = \begin{cases} 1 & \text{si el componente } j \text{ puede ser usado en la etapa } k \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

luego (16.2) es sustituida por:

$$C = \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^J (F + c_{k,j}) n_{k,j} I_{k,j} P_{k,j} \quad (16.3)$$

y ahora podemos añadir la restricción de exclusividad para cada etapa,

$$\sum_{j=1}^J I_{k,j} = 1 \quad \forall k \quad (16.4)$$

nos queda el modelo no lineal con variables mixtas (NLMIP) que minimiza (16.3) con las restricciones (16.1) y (16.4).

**Observación 94** *La formulación podría ser re-escrita para ser de programación mixta.NdP.*

## 16.7. Redundancia óptima a costo global mínimo

Se requiere diseñar y operar equipo compuesto de una etapa, que puede tener varios componentes en paralelo. El propósito de la redundancia pasiva es reducir la fracción de tiempo en que el equipo está no operativo debido a que todos los componentes han fallado (el equipo requiere solo de uno para operar. Al incrementar el grado de redundancia, los costos de insumos y de mantención se incrementan. Se requiere un balance entre el costo de los componentes y el costo de falla que se reduce al aumentar el grado de redundancia.

### 16.7.1. Descripción del modelo

1. La disponibilidad de un componente opere es  $p$ . Su complemento es  $q = 1 - p$ .
2. La disponibilidad del equipo es  $1 - q^n$  donde  $n$  es el numero de componentes en la etapa.
3. El costo de capital por componente y por unidad de tiempo es  $c_c$ .
4. El costo de operación por componente y por unidad de tiempo es  $c_o$ .
5. El costo de falla del equipo por unidad de tiempo es  $c_f$ .
6. El objetivo es determinar el numero óptimo de componentes  $n$  que minimice el costo global por unidad de tiempo  $C_g(n)$  (incluye capital, operación, falla):

$$\begin{aligned} C_g(n) &= \text{costo de capital} + \text{costo de operación} + \text{costo de falla} \\ &= nc_c + c_o \times \text{fracción de tiempo que al menos un componente es operativo} + \\ &\quad c_d \times \text{proporción de tiempo en que el equipo no opera} \end{aligned}$$

por lo tanto

$$C_g(n) = nc_c + nc_o (1 - q^n) + c_f q^n$$

### 16.7.2. Ejemplo numérico

Sea  $p = 0,95$ ,  $c_c = 250$ ,  $c_o = 2000$ ,  $c_f = 100000$ , entonces

$$C_g(n) = 250n + 2000n(1 - 0,05^n) + 100000 \times 0,05^n$$

y evaluando

$n$	$C_g(n)$
1	7150
2	4850
3	6783
4	8800

Cuadro 16.5: Evaluación del costo global

**Observación 95** *La extensión del modelo para considerar varias etapas es muy sencilla.*

## 16.8. Redundancia activa con componentes sujetos a reparación

Un sistema está compuesto de  $n$  máquina en paralelo, cuyo producto es entregado a la próxima etapa de la línea de producción. Si una de estas máquina falla, la carga de producción es redistribuida entre las  $n - 1$  máquina remanentes, lo que logra que el nivel de producción no se reduzca. La máquina que falló es reparada y eventualmente retorna a producción. Se asumirá que **basta con que una máquina opere para que el nivel de producción no se vea afectado**. El problema es determinar el numero óptimo de máquina a disponer en paralelo para minimizar el costo global por unidad de tiempo y el downtime de la etapa.

### 16.8.1. Descripción del modelo

1. las fallas de una máquina siguen una distribución exponencial con MTBF  $1/\lambda$ .
2. El tiempo requerido para reparar una máquina fallada sigue una distribución exponencial con MTTR  $1/\mu$ .
3. Dado que hay  $n$  máquinas en paralelo en la etapa y la etapa no produce solo cuando la  $n$ -ésima máquina falla ( y las anteriores no operan y no han sido reparadas aun), la proporción de tiempo esperada en que la etapa no opera es  $d(n)$  donde

$$d(n) = \frac{\rho^n}{(1 + \rho)^n}, \rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

Para encontrar la formula se utiliza la *teoría de colas*. Dado que la proporción de tiempo en que la etapa no produce es equivalente a la probabilidad de que , para cualquier instante, las  $n$  máquinas estén no-operativas. Se asume que los recursos de mantención permiten que las máquina sean reparadas en cuanto fallan. Ver referencia [11].

4. El costo de falla por unidad de tiempo es  $c_f$ .
5. El costos total de operación por unidad de tiempo para una máquina es  $c_o$ .
6. El objetivo es determinar el numero óptimo de máquina  $n$  a disponer en paralelo en la etapa para minimizar el costo global por unidad de tiempo  $C_g(n)$  (considera operación+falla).

$$C(n) = n \times \text{costo por maquina} + \text{proporción de tiempo que la etapa no produce} \times \text{costo de falla}$$

$n$	$d(n)$	$C_g(n)$
1	0,5	350,0
2	0,25	325,0
3	0,13	375,5
4	0,06	436,2
5	0,03	518,1

Cuadro 16.6: Evaluación del costo global

Por tanto

$$C_g(n) = nc_o + d(n) c_f$$

**Observación 96** La formula para  $d(n)$  es valida en regimen estacionario. Si las condiciones transientes dominan la operación es necesario simular. NdP.

### 16.8.2. Ejemplo numérico

Sea  $\lambda = 20$  fallas/ut,  $1/\mu = 0,05$ ,  $c_o = 100$  USD/ut,  $c_f = 500$  USD/ut. Entonces:

$$C_g(n) = 100n + 500 \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

La evaluación permite construir la tabla 16.6.

**Observación 97** Se ha asumido que la distribución de fallas de una máquina es constante y no es influenciada, por ejemplo, por absorber las cargas de otras máquina con falla. Si este no fuese el caso, sería necesario derivar una nueva expresión para  $d(n)$ .

**Observación 98** También se asumió que la etapa no funciona, solo si todas las máquina fallan. Otro caso a analizar es cuando la etapa no opera si  $r$  de las  $n$  máquina no funcionan. También sería necesario derivar una nueva expresión para  $d(n)$ .

**Ejemplo 79** Se dispone de un sistema con una configuración de diseño inicial como se muestra en figura ???. Está compuesta por máquina cuya probabilidad de falla en una unidad de tiempo es  $q$  y el costo es  $c$ .

1. Exprese la confiabilidad del sistema
2. Se desea estudiar redundancia en las etapas 1, 2 y 4. Exprese un modelo matemática para maximizar la confiabilidad con un presupuesto restringido  $B$ .

Para expresar la confiabilidad del sistema de figura, primero se analizará por sistemas simples. Definimos  $p = 1 - q$ .

El sub-sistema  $CD$  (en serie) tiene probabilidad de operación satisfactoria:

$$\begin{aligned} p_{CD} &= R_{CD} \\ &= p^2 \end{aligned}$$

El sub-sistema  $EF$  (en paralelo) tiene probabilidad de operación satisfactoria:

$$\begin{aligned} p_{EF} &= R_{EF} \\ &= 1 - q^2 \end{aligned}$$

El sub-sistema  $CDEF$  puede ahora ser tratado como un sistema en paralelo son dos componentes:

$$\begin{aligned} p_{CDEF} &= 1 - q_{CD} \cdot q_{EF} \\ &= 1 - (1 - p^2) [1 - (1 - q^2)] \\ &= 1 - (1 - p^2) q^2 \end{aligned}$$

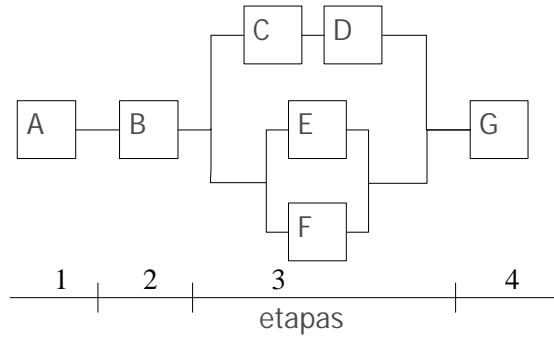


Figura 16.10: Esquema de la línea

Finalmente, quedan las 4 etapas como un sistema en serie de 4 equipos:

$$\begin{aligned} R_{s,0} &= p^3 p_{CDEF} \\ &= p^3 [1 - (1 - p^2) q^2] \end{aligned}$$

Para el estudio de la redundancia, se tiene el problema

$$\max_{n_i} R_s = \prod_{i=1}^k 1 - q_i^{n_i}$$

donde

$$\begin{aligned} q_1 &= q_2 = q_4 = q \\ q_3 &= 1 - p_{CDEF} \\ &= 1 - [1 - (1 - p^2) q^2] \\ &= (1 - p^2) q^2 \\ n_3 &= 1 \\ k &= 4 \end{aligned}$$

con

$$\sum_{i=1}^k n_i c_i \leq B$$

donde

$$\begin{aligned} c_1 &= c_2 = c_4 = c \\ c_3 &= 4c \end{aligned}$$

## 16.9. Costo de falla y redundancia

1. La tabla 18.2 muestra los parámetros de los diversos modos de falla de un equipo dado. Se dispone de 2 equipos gemelos, en paralelo. 80 % del tiempo, un solo equipo es capaz de solventar la demanda de producción (situación A); 20 % del tiempo se requiere de los 2 (situación B). El MTBF de un equipo en standby es 5 veces el de un equipo operando. La distribución de fallas es de tipo exponencial para todos los modos de falla. La detención de la producción provoca perjuicios por  $P_x = 200x$  USD/hora, donde  $x$  es el numero de máquina requeridas ( $x = 1, 2$ ). La planta opera 24/24, 7/7.

- a) Calcule el CGM esperado de cada modo de falla.
- b) Establezca orden óptimo de elaboración del plan técnico de mantención. Justifique su(s) criterio(s) de decisión.

$i$	CIM (USD/falla)	Valor promedio repuestos en bodega (USD)	$MTTR$ (horas)	$MTBF_A$
1	5000	10000	8	5000
2	2000	500	2	2500
3	200	500	1	2000
4	500	800	24	1000
5	50	1000	2	150
6	100	10	5	300
7	1000	500	12	1000
8	1500	2000	1	10000

Cuadro 16.7: Datos del equipo

Para el calculo del CAM esperado por unidad de tiempo se usará un valor referencial de 25 % anual,

$$CAM_{esperado} = \text{Valor repuestos en bodega} \frac{25\%}{n_{ut}}$$

donde  $n_{ut}$  es el numero de unidades de tiempo en un año.

$p_A$ , probabilidad de que una sola máquina sea requerida por producción,

$p_B$ , ambas máquina son requeridas por producción,

$p_i$ ,  $i = 0, 1, 2$  probabilidad de que  $i$  máquinas estén disponibles.

$MTBF_A$ , tiempo medio entre fallas si el equipo opera,

$MTBF_B$ , tiempo medio entre fallas si el equipo está en stand-by.

De los datos:

$$\begin{aligned} p_A &= 0,8 \\ p_B &= 0,2 \\ MTBF_B &= 5 \cdot MTBF_A \end{aligned}$$

Asumiendo que ambos equipos son usados indistintamente en la medida en que están ambos disponibles, podemos calcular un  $MTBF$  esperado para ambas máquina:

$$\begin{aligned} MTBF_{esperado} &= p_A MTBF_A + p_B MTBF_B \\ &= 0,8 \cdot MTBF_A + 0,2 \cdot 5 \cdot MTBF_A \\ &= 1,8 \cdot MTBF_A \end{aligned}$$

luego

$i$	$MTBF_B$	$MTBF_{esperado}$
1	5000	9000
2	2500	4500
3	2000	3600
4	1000	1800
5	150	270
6	300	540
7	1000	1800
8	10000	18000

Cuadro 16.8: Datos del equipo



i	CIM (USD/falla)	Valor repuestos en bodega (USD)	MTTR (horas)	MTBF-A (horas)	CIM USD/hora	CAM 25% anual USD/hora	rho	rho/(1+rho)	p0	p1	p2	CFM USD/hora	CGM USD/hora	CGM relativo
1	5000	10000	8	5000	0.56	0.29	8.9E-04	8.9E-04	7.9E-07	1.8E-03	1.0E+00	0.21	1.05	9%
2	2000	500	2	2500	0.44	0.01	4.4E-04	4.4E-04	2.0E-07	8.9E-04	1.0E+00	0.11	0.57	5%
3	200	500	1	2000	0.06	0.01	2.8E-04	2.8E-04	7.7E-08	5.6E-04	1.0E+00	0.07	0.14	1%
4	500	800	24	1000	0.27	0.02	1.3E-02	1.3E-02	1.7E-04	2.6E-02	9.7E-01	3.14	3.44	29%
5	50	1000	2	150	0.18	0.03	7.4E-03	7.4E-03	5.4E-05	1.5E-02	9.9E-01	1.76	1.97	17%
6	100	10	5	300	0.18	0.00	9.3E-03	9.2E-03	8.4E-05	1.8E-02	9.8E-01	2.20	2.38	20%
7	1000	500	12	1000	0.55	0.01	6.7E-03	6.6E-03	4.4E-05	1.3E-02	9.9E-01	1.59	2.15	18%
8	1500	2000	1	10000	0.08	0.06	5.6E-05	5.6E-05	3.1E-09	1.1E-04	1.0E+00	0.01	0.15	1%
													11.85	100%

Figura 16.11: Análisis del CGM

Para el calculo del  $CFM_{esperado}$  por unidad de tiempo consideraremos la fracción de tiempo en que hay 1 y 2 equipos no disponibles. Asumiremos que en caso de que se requieran 2 equipos solo la mitad de la producción demandada es satisfecha).

$$CFM_{esperado} = p_{AP}P_1 + p_{BP}P_2 + p_{BP1}\frac{P_2}{2} \text{ \$/ut}$$

según §16.8,

$$\begin{aligned} p_0 &= \frac{\rho^2}{(1+\rho)^2} \\ \rho &= \frac{\lambda}{\mu} \\ \lambda &= \frac{1}{MTBF} \\ \mu &= \frac{1}{MTTR} \end{aligned}$$

Para  $p_1$  consideramos

$$\begin{aligned} p_1 &= p(\text{maquina 1 disponible})p(\text{maquina 2 no disponible})+ \\ &\quad p(\text{maquina 1 no disponible})p(\text{maquina 2 disponible}) \\ &= 2\frac{\rho}{1+\rho} \left(1 - \frac{\rho}{1+\rho}\right) \end{aligned}$$

luego

$$\begin{aligned} CFM_{esperado} &= 0,8 \cdot \frac{\rho^2}{(1+\rho)^2} 200 + 0,2 \frac{\rho^2}{(1+\rho)^2} (200 \cdot 2) + \\ &\quad 0,2 \cdot 2 \frac{\rho}{1+\rho} \left(1 - \frac{\rho}{1+\rho}\right) \frac{200 \cdot 2}{2} \text{ \$/ut} \end{aligned}$$

Para el calculo del CIM esperado por unidad de tiempo se considera

$$CIM_{esperado} = \frac{CIM}{MTBF_{esperado} + MTTR} \text{ \$/ut}$$

Los resultados se muestran en figuras ?? y ?. El análisis de Pareto permite concentrarse sobre los modos de falla con mayor  $CGM$ , y luego establecer que componente es preponderante: intervención, falla o almacenamiento, para focalizar la búsqueda de soluciones.

**Ejemplo 80** <sup>3</sup>Un sistema está compuesto de 3 componentes en serie como se muestra en figura xx. Cada componente tiene un solo modo de falla asociado. La probabilidad acumulada de falla para  $t = 8000$  horas son  $q_1 = 10^{-3}$ ,  $q_2 = 40 \cdot 10^{-3}$ ,  $q_3 = 30 \cdot 10^{-3}$ . La falla de los componentes es estadísticamente independiente. El costo de añadir cualquier componente en paralelo es el mismo. Se requiere una confiabilidad de 0,995 para  $t = 8000$  horas.

<sup>3</sup>de ref. [14], §13.1.

	CIM	CAM 25% anual	CFM	CGM				
i	USD/hora	USD/hora	USD/hora	USD/hora	CIM %	CAM %	CFM %	CGM %
1	0.56	0.29	0.213	1.05353	53%	27%	20%	100%
2	0.44	0.01	0.107	0.56512	79%	3%	19%	100%
3	0.06	0.01	0.067	0.13645	41%	10%	49%	100%
4	0.27	0.02	3.144	3.441	8%	1%	91%	100%
5	0.18	0.03	1.76	1.97274	9%	1%	89%	100%
6	0.18	0.00	2.195	2.37887	8%	0%	92%	100%
7	0.55	0.01	1.586	2.15204	26%	1%	74%	100%
8	0.08	0.06	0.013	0.15374	54%	37%	9%	100%

Figura 16.12: Resumen por modo de falla

Correa	$MTBF$	$t_i$	$TTR$
	(horas)	(horas)	(horas)
$A$	72	24	6
$B$	96	0	12

Cuadro 16.9: Datos de las correas

**Ejemplo 81** <sup>4</sup>Se operan 2 correas con redundancia activa. Su confiabilidad se asume exponencial. Los  $MTBF$ , los instantes en que han comenzado a operar ( $t_i$ ) y los  $TTR$  se muestran en tabla 16.9. ¿Cual es la confiabilidad del sistema en  $t = 300$  horas?

De acuerdo a los datos de la tabla se puede conocer el estado de las maquinas en función del tiempo, como se muestra en figura 16.13. Para la correa A:

$$\begin{aligned} 24 + (72 + 6)x_A &= 300 \\ x_A &= 3,538 \end{aligned}$$

luego ella ya ha completado 3 ciclos y fracción,

$$\begin{aligned} t_A &= (x_A - 3)(72 + 6) \\ &= 0,538 \cdot 78 \\ &= 42 \text{ horas} \end{aligned}$$

Para la correa B,

$$\begin{aligned} 0 + (96 + 12)x_B &= 300 \\ x_B &= 2,778 \end{aligned}$$

luego ella ya ha completado 2 ciclos y fracción,

$$\begin{aligned} t_B &= (x_B - 2)(96 + 12) \\ &= 0,778 \cdot 108 \\ &= 84 \text{ horas} \end{aligned}$$

Las tasas de falla son:

$$\begin{aligned} \lambda_A &= \frac{1}{72} \text{ fallas/hora} \\ \lambda_B &= \frac{1}{96} \text{ fallas/hora} \end{aligned}$$

lo que permite evaluar la confiabilidad de cada correa para  $t = 300$  :

$$\begin{aligned} R_A(t = 300) &= e^{-\frac{42}{72}} = 0,558 \\ R_B(t = 300) &= e^{-\frac{84}{96}} = 0,417 \end{aligned}$$

Como están en paralelo el sistema tiene una confiabilidad para  $t = 300$ ,

$$R_s(t = 300) = 1 - (1 - 0,558)(1 - 0,417) = 0,742$$

<sup>4</sup>de control 3, semestre 2002-II.

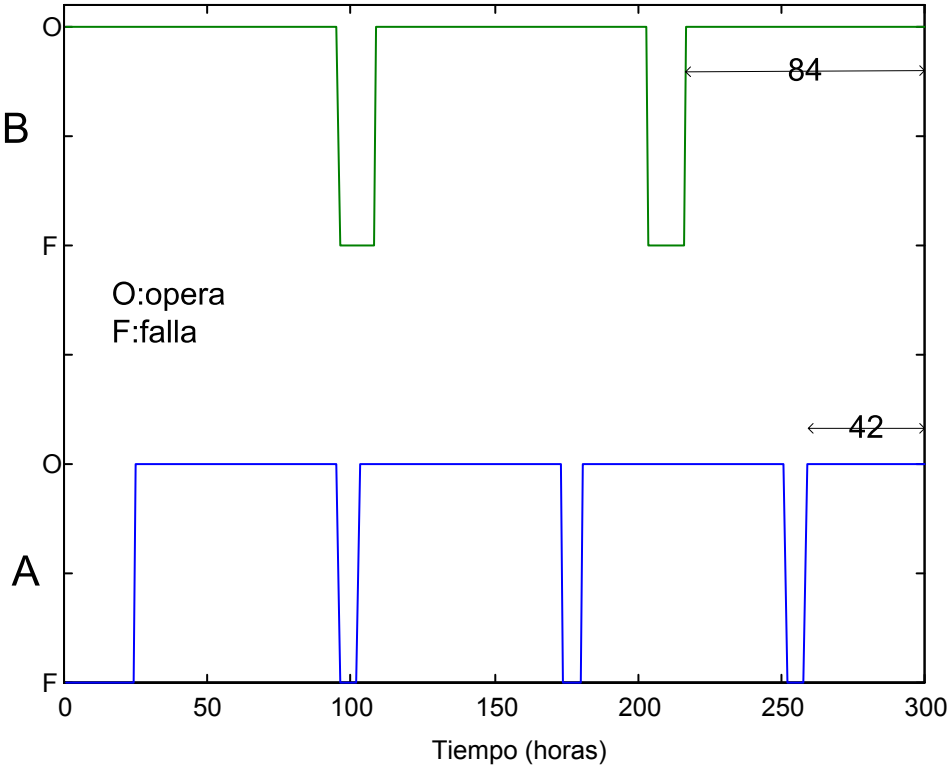


Figura 16.13: Estados de las correas



## Capítulo 17

# Tamaño de Talleres y Cuadrillas

### 17.1. Introducción

Dentro de la empresa existen recursos de mantención tales como talleres, bodegas y recursos humanos. Adicionalmente, existen contratistas capaces de realizar parcial o totalmente las tareas de mantención.

El problema es determinar la mejor combinación entre recursos internos y externos. Al incrementar el nivel de equipos propios tales como fresas y sistemas modernos de inspección, incrementa el costo de inversiones en mantención y se requiere de mano de obra especializada adicional. Por otro lado, al incrementar los equipos y mano de obra internas se reduce la necesidad de recursos externos tales como maestranzas y contratistas. Por tanto, se requiere un balance entre los costos asociados a recursos externos y los costos asociados a contratistas. El problema se torna difícil pues no solo se debe considerar el costo de intervención externo sino que además se debe tomar en cuenta el costo de perder (al menos parcialmente) el control directo sobre las tareas de mantención subcontratadas. Por ejemplo, al usar subcontratistas existe una mayor posibilidad de que los equipos se detengan por mayor tiempo que si se hubiese realizado con recursos internos.

Un problema adicional es determinar el tamaño óptimo del personal de mantención. Al aumentar la dotación,

1. Se incrementa el costo de intervención
2. Se reduce el tiempo de detención del equipo (menor costo de falla)
3. Se reduce el tiempo de detención pues un equipo más grande es capaz de resolver las tareas más rápidamente (menor costo de falla)

El uso de recursos internos o de contratistas depende de:

1. la naturaleza de los trabajos requeridos,
2. los recursos físicos disponibles dentro de la empresa,
3. la carga de trabajo de tales recursos,
4. el costo asociado con las alternativas posibles.

**Observación 99** *Ambas alternativas no son mutuamente exclusivas ya que las tareas pueden ser realizadas en cooperación entre los recursos propios de la empresa y los de los contratistas.*

### 17.2. Teoría de colas

La teoría de colas trata los problemas de congestión que ocurren cuando los *clientes* llegan a un *servicio*. Ellos esperan en una cola (si ella existe), son servidos por *servidores*, y luego dejan el servicio.

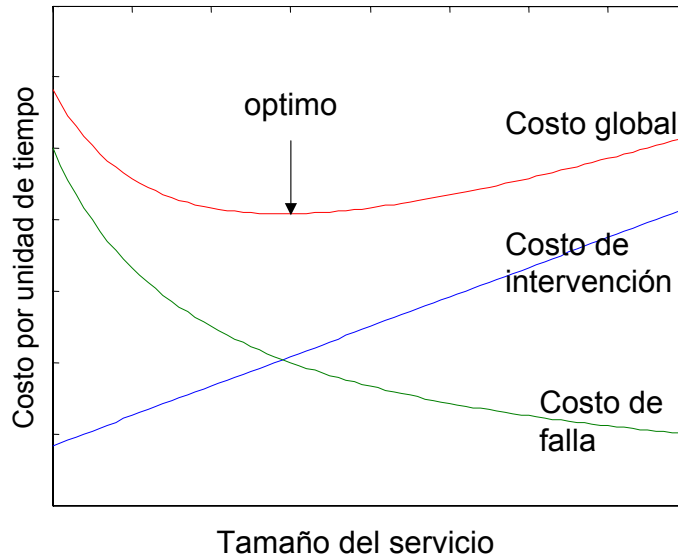


Figura 17.1: Costo global óptimo



Figura 17.2: Un solo servidor

En mantención, los clientes pueden ser los trabajos que llegan a un taller desde las plantas y los servidores en tal caso serían los tornos, fresas y personal de taller disponibles para realizar las tareas. La teoría de colas permite responder cosas como:

- Cual es el tiempo promedio que un trabajo espera en la cola?
- Cual es el numero promedio de trabajos en curso?
- Cual es la probabilidad de que el tiempo de espera supere un  $T$  dado?
- Cual es la probabilidad de que el servicio esté sin trabajos en curso?

Disponiendo de la información mencionada es posible identificar el tamaño óptimo del servicio para minimizar el costo total. En él intervienen el costo de intervención del servicio y el costo de falla asociado a las esperas. El equilibrio se muestra en la figura 17.1.

### 17.2.1. Casos estudiados

Las figuras 17.2 y 17.3 muestran los servicios que consideraremos. En el caso de figura 17.2 hay un solo servidor y solo un cliente puede ser atendido en un instante dado. En el caso de figura 17.3 existen varios servidores en paralelo. Las tareas son ejecutadas por el primer servidor que se encuentre libre.

Antes de realizar el análisis de un sistema con colas, se debe disponer de:

- el patron de llegada de los clientes; aquí asumiremos que es aleatorio con distribución de Poisson:

$$P(r, t) = (\lambda t)^r e^{-\frac{\lambda t}{\tau t}}$$

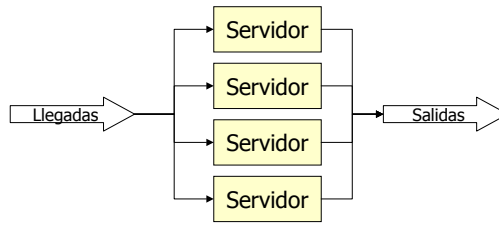


Figura 17.3: Varios servidores

donde  $P(r, t)$  es la probabilidad de que hayan  $r$  llegadas durante el intervalo de tiempo  $[0, t]$  y  $\lambda$  es el promedio de llegadas por unidad de tiempo.

- El patron del servicio; asumiremos que es aleatorio con distribución exponencial
- Las reglas de prioridad; consideraremos que el primer cliente en llegar es el primero en ser servido (*FIFO, First In, First Out*).

**Observación 100** En casos reales, las condiciones anteriores son aceptables aunque otros patrones de llegada, servicio y prioridad sean apropiados. En tal caso, los resultados a los que llegaremos pueden no ser aplicables y se deberá consultar literatura especializada.

### 17.2.2. Resultados de la teoría de colas

#### Sistemas con un solo servidor

Sean

$\lambda$  la tasa media de llegada de trabajos por unidad de tiempo,

$\mu$  la tasa media de servicio por unidad de tiempo (si el servidor se mantiene ocupado).

Luego,  $1/\lambda$  es el tiempo medio entre trabajos.

Se puede demostrar que en el estado *estacionario* el tiempo medio de un trabajo  $\bar{T}_s$  (el tiempo medio de espera en la cola+el tiempo medio de servicio) es

$$\begin{aligned}\bar{T}_s &= \frac{1}{\mu - \lambda} \\ &= \bar{T}_q + \frac{1}{\mu}\end{aligned}$$

y el tiempo medio que un trabajo espera en la cola  $\bar{T}_q$  es

$$\bar{T}_q = \frac{\rho}{\mu - \lambda}$$

donde  $\rho$  es la *intensidad de trafico*:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

**Observación 101** Para que la cola no sea infinita,  $\rho$  debe ser menor que 1.

#### Sistemas con $n$ servidores

La figura 17.4 muestra la demora media  $\bar{T}_q \mu$  para varios  $n$  y  $\rho$ , para las hipótesis antes mencionadas.

El tiempo medio en que una maquina está ocupada  $\alpha$  corresponde al numero de trabajos por unidad de tiempo y por maquina  $\times$  tiempo medio de un trabajo en una maquina:

$$\alpha = \frac{\lambda}{n} \frac{1}{\mu}$$

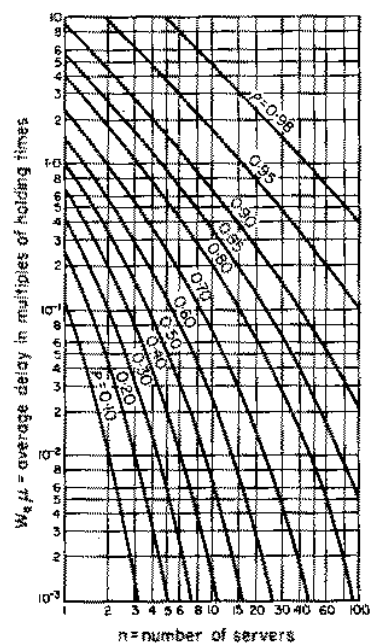


Figura 17.4: Demora media vs numero de servidores



## 17.3. Numero óptimo de maquinas para demanda fluctuante

### 17.3.1. Planteamiento del problema

El problema aquí es encontrar el numero óptimo de maquinas en un taller que minimiza el costo global, que consta del costo de inversiones y del costo de falla por las demoras en la devolución de los equipos que requieren reparación.

Consideramos:

- los trabajos llegan al taller en forma aleatoria, siguiendo una distribución de Poisson con tasa media de arribos  $\lambda$ ,
- el tiempo medio (después de la espera en la cola) para realizar el trabajo es  $1/\mu$  y tiene distribución exponencial
- el costo de falla por unidad de tiempo es  $c_f$
- el costos de operación de una maquina por unidad de tiempo es  $c_l$  (esté operando o no)
- el objetivo es determinar el numero óptimo de maquinas  $n$  que minimiza el costo global por unidad de tiempo  $c_g$ :

$$c_g(n) = nc_l + \bar{T}_s \lambda c_f \quad (17.1)$$

donde

$nc_l$  corresponde al costo de operación de todas las maquinas y

$\bar{T}_s \lambda c_f$  corresponde al costo de falla que es la demora total media de un trabajo ( $\bar{T}_s$ )  $\times$  la tasa media de arribos de trabajos por unidad de tiempo  $\times$  costo de falla por unidad de tiempo y por trabajo.

### 17.3.2. Ejemplo

Sean

$$\begin{aligned} \lambda &= 30 \text{ trabajos/semana} \\ \mu &= 5,5 \text{ (trabajos/semana)/maquina} \\ c_f &= 500 \text{ USD/semana} \\ c_l &= 200 \text{ USD/semana} \end{aligned}$$

Evaluando (17.1) para diversos  $n$ , se obtienen los siguientes resultados:

Numero de maquinas $n$	Demora media de un trabajo $\bar{T}_s$	Costo global por semana $c_g$
6	0.437	7755
7	0.237	4955
8	0.198	<b>4570</b>
9	0.189	4635
10	0.185	4775
11	0.183	4945
12	0.182	5130

Cuadro 17.1: Costo global vs numero de maquinas

Es interesante notar que cuando el costo global es mínimo (para  $n = 8$ ) las maquinas están ocupadas solo 68 % del tiempo. Ello va contra la noción general de que el máximo uso implica el menor costo. Si por ejemplo consideramos  $n = 6$  la fracción de tiempo en que una maquina es utilizada sube de 68 % a 91 %, pero el costo total por semana se incrementa de 4570 USD a 7750 USD.

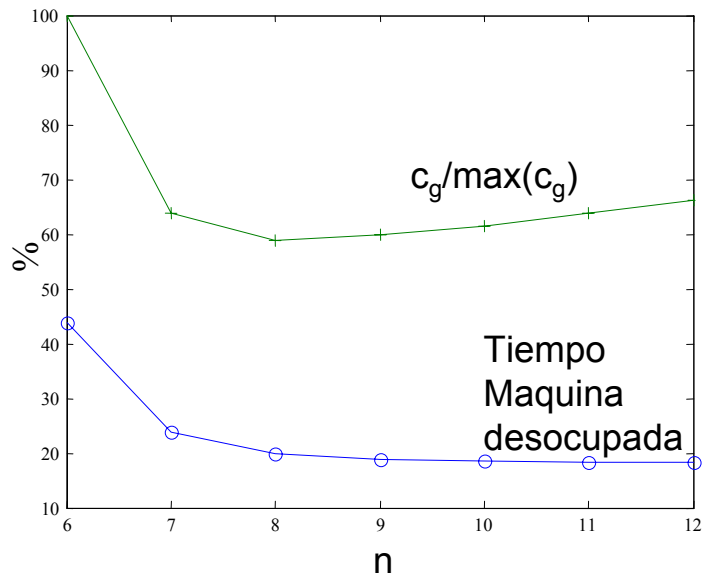


Figura 17.5: Costo global y Uso de las maquinas para varios  $n$

Cuando  $n$  está entre 1 y 5 entonces la intensidad de trafico  $\rho$  es mayor que 1. Ello implica que la cola crecerá hacia infinito, dado que llegan mas trabajos de los que pueden ser procesados. Luego consideramos casos para  $n \geq 6$ .

Para  $n = 6$ ,

$$\rho = 0,91$$

$$\bar{T}_q \mu = 1,4$$

Luego la espera media en la cola es de

$$\begin{aligned}\bar{T}_q &= 1,4 \cdot 0,182 \\ &= 0,255 \text{ semanas}\end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}\bar{T}_s &= \bar{T}_q + \text{tiempo medio de servicio} \\ &= 0,255 + 0,182 \\ &= 0,437 \text{ semanas}\end{aligned}$$

De ecuación (17.1),

$$\begin{aligned}c_g(6) &= 6 \cdot 200 + 0,437 \cdot 30 \cdot 30 \cdot 500 \\ &= 1200 + 6555 \\ &= 7755 \text{ USD}\end{aligned}$$

Para calcular la fracción de tiempo en que una maquina está ocupada:

$$\begin{aligned}\text{fracción de tiempo ocupada} &= \text{nro. medio de trabajos por maquina} \cdot \\ &\quad \text{tiempo medio por trabajo}\end{aligned}$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{n} \cdot \frac{1}{\mu}$$

luego la fracción de tiempo desocupado de una maquina es

$$1 - \frac{\lambda}{n\mu}$$

Para  $n = 6$ ,  $\lambda = 30$ ,  $\mu = 5,5$ ,

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{30}{6 \cdot 5,5} \\ &= 0,91\end{aligned}$$

El método descrito en esta sección también puede ser utilizado para el tamaño óptimo de una cuadrilla de mantención. En tal caso  $n$  corresponde al numero de hombres.

En el problema descrito se considero que todas las maquinas son gemelas. Ello puede no ser el caso real pues pueden haber maquinas con diferentes capacidades. Algunos trabajos podrían ser realizados solo en cierto tipo de maquinas. Ello será discutido mas adelante.

Además, hemos considerado que los trabajos para las maquinas son internos a la organización. En muchas situaciones es posible contratar servicios externos para realizar trabajos en los periodos de mayor demanda. Ello también es tratado posteriormente.

## 17.4. Esfuerzo óptimo de una cuadrilla

### 17.4.1. Planteamiento del problema

Se dispone de una cuadrilla de mantenedores cuya tasa de trabajos puede ser influenciada por su costo, por ejemplo por la compra de equipos especializados o el pago de bonos. El grupo es responsable de la mantención de un grupo de maquinas. Si la maquina falla y la cuadrilla está libre, el equipo es atendido inmediatamente, caso contrario debe esperar hasta que la cuadrilla esté disponible. Cuando la maquina está en la cola la producción es afectada (costo de falla) y el problema es determinar la mejor tasa de trabajo de la cuadrilla para minimizar el costo global por unidad de tiempo.

### 17.4.2. Descripción del modelo

1. La tasa de arribos de maquinas con falla  $\lambda$  sigue una distribución de Poisson,
2. La tasa de servicio de la cuadrilla  $\mu$  sigue una distribución exponencial negativa,
3. El costo de falla de una maquina es  $c_f$ ,
4. El costo por unidad de tiempo de la cuadrilla  $c_m$  es función de la tasa de servicio  $\mu$
5. El objetivo es seleccionar  $\mu$  para minimizar el costo global esperado  $c_g$ :

$$\begin{aligned}c_g(\mu) &= \text{costo de falla debido al tiempo en cola} + \\ &\quad \text{costo de falla cuando se repara} + \\ &\quad \text{costo de la cuadrilla}\end{aligned}$$

El costo de falla asociado a la espera en cola es

$$\begin{aligned}c_{f,c} &= c_f \cdot \text{tiempo medio de espera por trabajo} \cdot \\ &\quad \text{tasa de arribo de trabajos} \\ &= c_f \frac{\rho}{\mu - \lambda} \lambda\end{aligned}$$

El costo de falla asociado a maquinas que son reparadas es

$$\begin{aligned} c_{f,r} &= c_f \cdot \text{tiempo medio de para una reparación} \cdot \\ &\quad \text{tasa de arribo de trabajos} \\ &= c_f \frac{1}{\mu} \lambda \end{aligned}$$

luego

$$\begin{aligned} c_g(\mu) &= c_f \frac{\rho}{\mu - \lambda} \lambda + c_f \frac{1}{\mu} \lambda + c_m \\ &= c_f \frac{\lambda}{\mu - \lambda} + c_m \end{aligned}$$

Para minimizar derivamos  $c_g(\mu)$  con respecto a  $\mu$  e igualamos a 0, lo que entrega la siguiente condición:

$$c'_m = c_f \frac{\lambda}{(\mu_{opt} - \lambda)^2} \quad (17.2)$$

### 17.4.3. Ejemplo

1. Sea la tasa de arribos de maquinas falladas,

$$\lambda = 20 \text{ maquinas/semana}$$

2. El costo de falla de una maquina es

$$c_f = 10000 \text{ USD/semana}$$

3. Considérese que la dependencia entre el costo del grupo y la tasa de servicio es de la forma

$$c_m = k\mu$$

con  $k = 500$ . Luego,

$$c'_m = k$$

Usando la condición (17.2),

$$\mu_{opt} = \sqrt{\frac{10000 \cdot 20}{500}} + 20 = 40 \text{ maquinas/semana}$$

Entonces, la cuadrilla debe ser incentivada (con mejores herramientas y más bonos) para alcanzar una tasa de servicio de 40 maquinas/semana.

Para el ejemplo, la fracción de tiempo en que la cuadrilla está ocupada (en promedio) es

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\lambda}{\mu} \\ &= \frac{20}{40} \\ &= 50\% \end{aligned}$$

## 17.5. Combinación optima de maquinas diferentes

### 17.5.1. Planteamiento del problema

El problema aquí planteado es una extensión del ya visto en § 17.3. Específicamente, aquí asumiremos que existe una clase de maquinas que pueden ser clasificadas en  $A$  y  $B$  por ejemplo. Los trabajos pueden ser organizados en tres tipos

- requiere de maquina  $A$ ,
- requiere de maquina  $B$ , o
- pueden ser realizados por ambos tipos de maquinas indistintamente.

El tiempo de servicio de los trabajos difiere en ambos tipos de maquina, lo mismo que sus costos.

Para un patron de demanda dado, el problema es determinar la combinación optima de maquinas de ambos tipos que minimice el costo global por unidad de tiempo.

### 17.5.2. Descripción del modelo

La figura 17.6 ilustra el problema de colas tratado. Se aprecia que los trabajos pueden requerir el uso de:

- una maquina  $A$  (con bajo costo asociado, por ejemplo);
- una maquina  $B$  (costo asociado mayor, por ejemplo); o
- puede ser procesado indistintamente en ambos tipos de maquina.

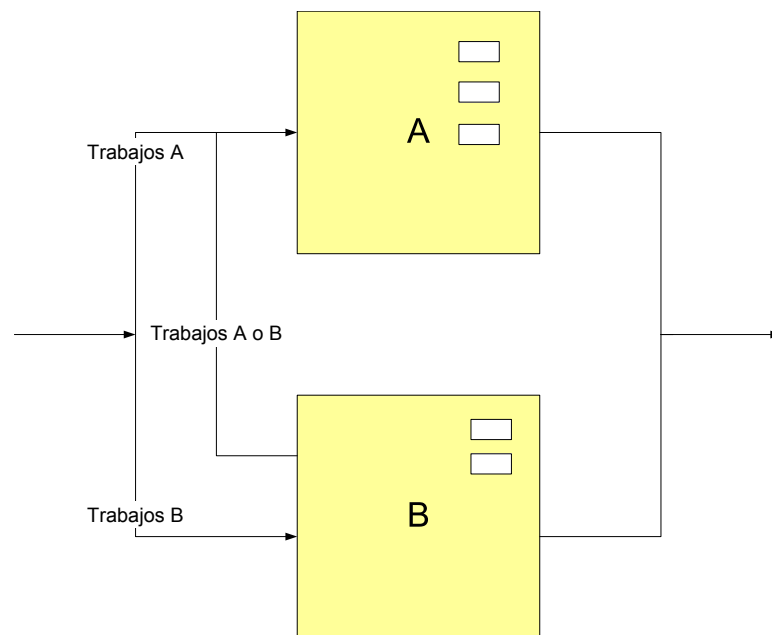


Figura 17.6: Diagrama del problema de colas

Dada la complejidad de la situación, no es practico realizar un estudio analítico del problema. Es conveniente el uso de una simulación.

Una simulación consiste de 4 pasos:

1. Determinar la lógica del sistema y representarla a través de un diagrama de flujo.
2. Obtener los parámetros del diagrama de flujo.
3. Simular la operación del sistema para diferentes situaciones usando la información obtenida en el paso 2 y según la lógica establecida en el paso 1. La simulación puede ser realizada a mano o con software ad hoc.
4. Evaluar los casos estudiados e identificar la mejor alternativa.

### Diagrama de flujo

En la practica, la mayoría de los trabajos requerirán de operaciones de bajo costo, osea, basta utilizar maquinas  $A$ . Pero también pueden ser procesadas en maquinas tipo  $B$ , si ellas están disponibles. Consideraremos un sistema con 2 colas: una para los trabajos para los cuales basta utilizar maquinas  $A$  y otra para los trabajos que requieran de maquinas  $B$ .

Cuando una maquina  $A$  está vacante, inmediatamente toma el primer trabajo en la cola  $A$  y lo procesa. Cuando una maquina  $B$  está vacante, toma el primer trabajo en espera en la cola  $B$ . Si no hay trabajos en espera en la cola  $B$ , y si es posible, se transfieren trabajos desde la cola  $A$  a la cola  $B$ . La lógica del sistema es descrita en el diagrama 17.7.

### Información necesaria

Se dispone de la siguiente información del sistema:

1. La llegada de trabajos al sistema sigue una distribución Poisson con tasa de arribos  $\lambda$  trabajos/unidad de tiempo. Luego, la distribución del tiempo entre arribos tiene distribución exponencial con intervalo medio  $1/\lambda$ .
2. La probabilidad de que un trabajo llegue a la cola  $A$  es  $p$ . La probabilidad de que un trabajo llegue a la cola  $B$  es  $1 - p$ .
3. La probabilidad de que un trabajo de la cola  $A$  sea procesado por una maquina  $A$  es  $P_x$  (es una variable). Luego, la probabilidad de que un trabajo en la cola  $A$  sea transferido a la cola  $B$  es  $1 - P_x$ .
4. El tiempo de servicio en maquinas  $A$  y  $B$  tienen distribuciones exponenciales negativas con parámetros  $\mu_A$  y  $\mu_B$  respectivamente.
5. El costo de falla por unidad de tiempo de un trabajo es  $c_f$ .
6. El costo de intervención por unidad de tiempo de las maquinas  $A$  y  $B$  es  $c_A$  y  $c_B$  respectivamente.

El objetivo es determinar los numeros óptimos de maquinas  $n_A$  y  $n_B$  que minimicen el costo global asociado por unidad de tiempo  $c_g$ . El costo global es la suma de:

- costo de intervención por unidad de tiempo de maquinas  $A$ :

$$n_A c_A$$

- costo de intervención por unidad de tiempo de maquinas  $B$ ;

$$n_B c_B$$

- costo de falla por trabajos en espera y en servicio en maquinas  $A$ ;

- tiempo medio de espera  $\times$  tasa de arribo de trabajos  $\times$  costo de falla

$$\bar{T}_{s,A} \cdot \lambda \cdot p \cdot P_x \cdot c_f$$

- costo de falla por trabajos en espera y en servicio en maquinas  $B$

$$\bar{T}_{s,B} \cdot [\lambda \cdot (1 - p) + \lambda \cdot (1 - P_x)] \cdot c_f$$

Entonces,

$$\begin{aligned} c_g(n_A, n_B) = & n_A c_A + n_B c_B + \\ & \bar{T}_{s,A} \cdot \lambda \cdot p \cdot p(n_A, n_B) \cdot c_f + \\ & \bar{T}_{s,B} \cdot [\lambda \cdot (1 - p) + \lambda \cdot (1 - P_x)] \cdot c_f \end{aligned}$$

Notese que  $\bar{T}_{s,A}$  y  $\bar{T}_{s,B}$  son dependientes de  $n_A$  y  $n_B$ .

El mayor problema al resolver el modelo es determinar los tiempos de espera y la probabilidad de transferencia  $P_x$ .

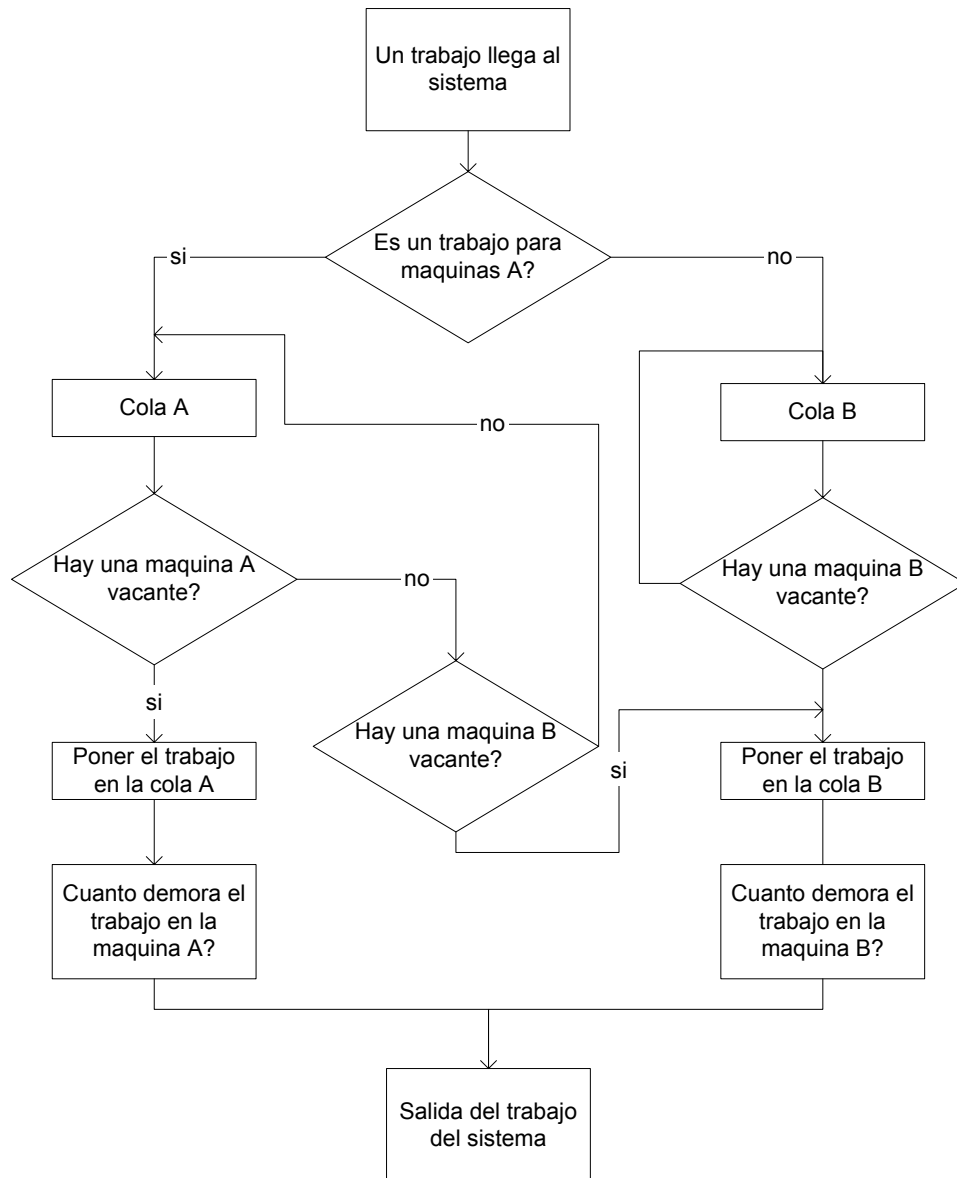


Figura 17.7: Diagrama de flujo

### 17.5.3. Ejemplo

- La tasa media de arribos es  $\lambda = 10$  trabajos/día;
- La probabilidad de que un trabajo requiera una maquina  $A$  es  $p = 0,8$ ;
- La tasa media de servicio para una maquina  $A$  es  $\mu_A = 2$  trabajos/día;
- La tasa media de servicio para una maquina  $B$  es  $\mu_B = 1$  trabajo/día;
- El costo de falla de cualquier trabajo es  $c_f = 1$  KUSD/día;
- Los costos de intervención son  $c_A=7$  KUSD/día y  $c_B=10$  KUSD/día respectivamente.

Para determinar los tiempos de esperase procede de la siguiente manera:

1. Asumimos un cierto numero de maquinas  $A$  y  $B$ . Por ejemplo: llegan 10 trabajos/día, al 80 % de los trabajos les basta con utilizar una maquina  $A$ . Luego:
  - 8 trabajos/día requieren maquinas  $A$ ;
  - 2 trabajos/día requieren maquinas  $B$ ;
  - Sabemos que las maquinas  $A$  procesan 2 trabajos/día y las maquinas  $B$ , 1 trabajo/día.
  - Consideremos 4 maquinas  $A$  y 3 maquinas  $B$  (Si solo tuviésemos 2 maquinas  $B$  -lo que parece satisfacer la demanda- la intensidad de trafico  $\rho$  sería 1. Ello conllevaría tiempos de espera  $\infty$  como ya hemos visto).
2. En relación al diagrama de flujo:
  - a) Considérese que el trabajo 1 llegan en  $t = 0$ ;
  - b) Seleccione *aleatoriamente* un numero entre 0 y 1. Si es menor que 0.8 el trabajo va a la cola  $A$ , de lo contrario va a la cola  $B$ . Para nuestro ejemplo consideremos 0.20.
  - c) Seleccione *aleatoriamente* un numero entre 0 y 1. Este numero será usado para determinar la duración del trabajo 1. Para nuestro ejemplo, usemos 0.175. Evaluando
 
$$0,175 = 1 - e^{-2t}$$
 obtenemos  $t = 0,096$  días.
  - d) Como no hay otros trabajos en el sistema, el trabajo 1 es inmediatamente atendido por la maquina  $A_1$ . El trabajo abandona el taller en  $t = 0,096$ .
  - e) Ahora generamos otro trabajos, y seguimos los pasos  $a - d$ .

Siguiendo el procedimiento se puede construir una tabla como la mostrada en figura 17.8.

La construcción a mano de una tabla como la de figura 17.8 es muy tediosa. Sin embargo, al continuar desarrollándola, se generaran suficientes trabajos como para obtener un tiempo de espera estacionario para los trabajos en ambos tipos de maquinas y la probabilidad de que un trabajo sea transferido desde la cola  $A$  a la cola  $B$ . Para reducir el esfuerzo y acelerar los cálculos es posible utilizar software de simulación ad hoc. La tabla 17.2 muestra los resultados obtenidos para varios valores de  $n_A$  y  $n_B$ .

### 17.5.4. Comentarios

La simulación es una estrategia muy útil para manejar problemas de cola complejos.

En el modelo descrito se asumió que los tiempos medios de servicio de un trabajo transferido desde la cola  $A$  y de aquel de la cola  $B$  tenían la misma distribución ( $\mu_B$ ). Ello puede ser realista, dado que los trabajos de la cola  $A$  pueden requerir mayor tiempo de configuración si se realizan en una maquina  $B$ . Sin embargo, si esta condición no es aceptable, el modelo debe ser corregido. El modelo también considera



Nro. trabajo	tiempo de arribo entre trabajos	tiempo acumulado	Cola asociada	Hay una maquina adecuada disponible?	Tiempo de espera en cola	Tiempo de servicio	Maquina utilizada	Tiempo inicio servicio	Tiempo fin servicio	Próximo trabajo en la maquina
1		0	A	si	0	0.1	A1	0	0.1	6
2	0.06	0.06	A	si	0	0.13	A2	0.06	0.19	7
3	0.02	0.08	A	si	0	0.55	A3	0.08	0.63	
4	0.05	0.13	A	si	0	0.01	A4	0.13	0.14	
5	0.01	0.14	B	si	0	0.11	B1	0.14	0.25	
6	0.07	0.21	A	si (A1 libre en t=0.10)	0	1.3	A1	0.21	1.51	
7	0.07	0.28	A	si (A2 libre en t=0.19)	0	0.15	A2	0.28	0.43	

Figura 17.8: Resultados de la simulación

$n_A$	$n_B$	$\bar{T}_{s,A}$	$\bar{T}_{s,B}$	$P_x$	$c_g$
4	3	4,23	7,86	0,91	110,26
5	3	3,08	6,13	0,93	<b>103,66</b>
6	3	2,60	5,75	0,94	105,66
4	4	3,60	4,92	0,82	108,46
5	4	2,51	4,43	0,87	105,72
6	4	2,49	4,29	0,92	111,61

Cuadro 17.2: Análisis de sensibilidad

que el costo de intervención de una maquina es igual todo el tiempo (no importa que esté disponible o no una fracción del tiempo). Remover tal condición no es difícil pero el modelo resultante es mas complejo.

Aunque el ejemplo considerado trata la combinación optima de maquinas de dos tipos en un taller, el enfoque es fácilmente extendible a otros problemas de mantención. Por ejemplo, un problema frecuente es la necesidad de establecer el nivel de especialización necesaria en los miembros de una cuadrilla y el numero de hombres que debe tener tal experticia. Cierta tipo de trabajos pueden ser realizados por todos los mantenedores, mientras que otros trabajos requieren especialistas. Los diferentes niveles de especialización que pueden ser definidos serán mayores que 2 (como fue el caso de este ejemplo) pero aun así, la combinación optima de especialistas puede ser determinada de manera similar a la descrita.

## 17.6. Tamaño optimo de la cuadrilla cuando hay subcontratistas

### 17.6.1. Planteamiento del problema

Al comienzo de una unidad de tiempo (adecuada) se debe especificar el tamaño de la cuadrilla para ese intervalo de tiempo. Al finalizar el intervalo, la carga de trabajos debe estar completada. El tamaño de la cuadrilla se fija por el periodo, luego hay una cantidad conocida y constante de horas-hombre para el periodo. Si la mano de obra efectivamente requerida durante el periodo es baja, no se requiere de subcontratación. Si la demanda es mayor que la capacidad entonces el exceso es subcontratado.

Aparecen 2 tipos de costo:

- costo fijo, que depende del tamaño de la cuadrilla
- costo variable, que depende de la combinación de personal interno y externo.

Al incrementar la fuerza de trabajo interna se reduce la probabilidad de requerir personal externo. Sin embargo, ello puede conllevar una considerable sub-utilización de la mano de obra si la carga de trabajos es baja. El problema es determinar el tamaño optimo de la cuadrilla para cubrir una demanda fluctuante y minimizando el costo global esperado por unidad de tiempo.

### 17.6.2. Descripción del modelo

1. La demanda por unidad de tiempo se distribuye de acuerdo a la función de densidad de probabilidad  $f(r)$ , donde  $r$  es el numero de trabajos.
2. El numero de trabajos procesados por hombre y por unidad de tiempo es  $m$ .
3. La capacidad total de la cuadrilla es  $mn$  trabajos/unidad de tiempo, donde  $n$  es el numero de miembros de la cuadrilla.
4. El costo variable interno de un trabajo es  $C_w$ .
5. El costo variable externo de un trabajo es  $C_s$ .
6. El costo fijo por hombre y por unidad de tiempo es  $c_i$ .

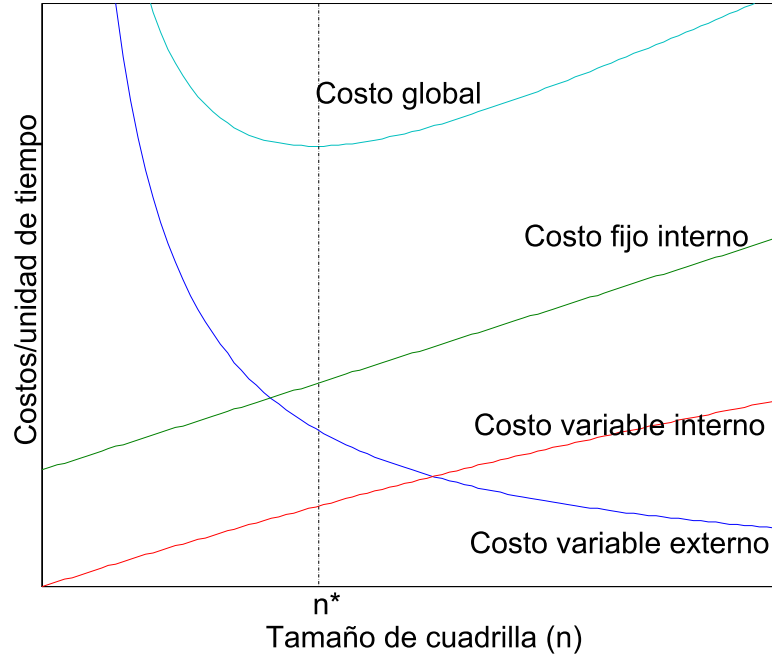


Figura 17.9: Análisis de costos

Los conflictos básicos de este problema se ilustran en figura 17.9. El costo global por unidad de tiempo  $c_g$  considera

- costo fijo por unidad de tiempo,

$$nc_i$$

- costo variable interno por unidad de tiempo  $c_{v,i}$ , que resulta del producto entre el numero medio de trabajos realizados internamente por unidad de tiempo por el costo/trabajo.
- costo variable externo por unidad de tiempo  $c_{v,e}$ .

El numero de trabajos procesados internamente por unidad de tiempo es

1. la capacidad de trabajo cuando la demanda es mayor que la misma,
2. la demanda cuando la demanda es menor o igual a la capacidad de trabajo de la cuadrilla.

La probabilidad de que la capacidad sea excedida es

$$p_{d \geq mn} = \int_{nm}^{\infty} f(r) dr$$

y su complemento como

$$p_{d \leq mn} = 1 - p_{d \geq mn}$$

Si la demanda es inferior a la capacidad se tiene que el promedio de trabajos internos es

$$\bar{x}_i = \frac{\int_0^{nm} r f(r) dr}{\int_0^{nm} f(r) dr}$$

luego el valor esperado del costo variable interno es

$$c_{v,i} = (nm \cdot p_{d \geq mn} + \bar{x}_i (1 - p_{d \geq mn})) C_w$$

Por otro lado, el costo variable externo resulta del producto entre el promedio de trabajos subcontratados por unidad de tiempo y el costo por trabajo.

El numero de trabajos subcontratados es

1. 0, si la demanda no supera la capacidad interna; la probabilidad asociada es

$$p_{d \leq mn} = \int_0^{nm} f(r) dr$$

2. la diferencia entre la demanda y la capacidad, cuando la demanda es mayor que la capacidad; la probabilidad de tal ocurrencia es

$$p_{d \geq mn} = 1 - p_{d \leq mn}$$

En el segundo caso, el promedio de trabajos externalizados es

$$\bar{x}_e = \frac{\int_{nm}^{\infty} (r - nm) f(r) dr}{\int_{nm}^{\infty} f(r) dr}$$

por tanto, el costo variable externo por unidad de tiempo es

$$c_{v,e} = (0 \cdot p_{d \leq mn} + \bar{x}_e \cdot p_{d \geq mn}) C_s$$

Entonces,

$$\begin{aligned} c_g(n) &= nc_i + c_{v,i} + c_{v,e} \\ &= nc_i + (nm \cdot p_{d \geq mn} + \bar{x}_i (1 - p_{d \geq mn})) C_w + \\ &\quad (0 \cdot p_{d \leq mn} + \bar{x}_e \cdot p_{d \geq mn}) C_s \end{aligned} \tag{17.3}$$

El modelo asume que la duración de los trabajos es de una unidad de tiempo. El permitir que los trabajos no cumplan tal condición complica el modelo.

### 17.6.3. Ejemplo

La distribución de trabajos por semana puede ser representada por una distribución rectangular en el rango (30, 70) o sea

$$f(r) = \begin{cases} \frac{1}{40} & \text{si } 30 \leq r \leq 70 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Además,

$$\begin{aligned} m &= 10 \text{ trabajos/semana} \\ C_w &= 2 \text{ UF} \\ C_s &= 10 \text{ UF} \\ c_i &= 40 \text{ UF/semana} \end{aligned}$$

al evaluar (17.3) se obtiene:

$$\begin{aligned} c_g(n) &= 40n + 2 \left( 10n \int_{10n}^{70} \frac{1}{40} dr + \int_{30}^{10n} \frac{r}{40} dr \right) + \\ &\quad 10 \left( \int_{10n}^{70} (r - 10n) \frac{1}{40} dr \right) \end{aligned}$$

Evalutando, se obtiene la tabla 17.3.

**Ejemplo 82** La tabla 17.5 muestra el registro de trabajos de mantención realizados en los últimos 12 meses. Los trabajos tienen un valor promedio de 100 y 300 USD c/u si se realizan con personal interno o subcontratado respectivamente. Un hombre es capaz de procesar 0.5 trabajos/día. El valor de la HH interna es 10 USD. Calcule:

$n$	$c_g$
0	500
1	460
2	420
3	380
4	350
5	<b>340</b>
6	352
7	380

Cuadro 17.3: Resultados

Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
194	222	199	201	211	201	199	192	203	187	207	216

Cuadro 17.4: Registro de trabajos en el ultimo año

1. *Tamaño óptimo de la cuadrilla*
2. *Costo global esperado*
3. *Numero esperado de trabajos que serán subcontratados.*
4. *Costo de trabajos subcontratados.*

Para resolver el problema asumiremos que la distribución es normal. La media es

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{\sum_i n_i}{N} \\ &= \frac{2432}{12} \\ &= 202,67\end{aligned}$$

y la desviación standard es

$$\sigma = 10,03$$

A fin de comprobar la hipótesis se realiza un test de confianza KS:

El valor máximo  $\|\mathcal{F}-F\|$  es .102 el cual es inferior al valor de la tabla KS para  $n$  (12) grados de libertad y nivel de confianza del 99 %: .450. Se acepta el modelo.

Retomando el modelo descrito en §17.6, y reconociendo términos:

$$f(r) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left(\frac{-(r-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)}$$

tomando como unidad de tiempo el mes, y considerando 22 dias/mes, 8 horas/dia

$$\begin{aligned}m &= ,5 \text{ trabajos/dia/hombre} \cdot 22 \text{ dias/mes} \\ &= 11 \text{ trabajos/mes/hombre}\end{aligned}$$

	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
	194	222	199	201	211	201	199	192	203	187	207	216
$i$	3	12	4.5	6.5	10	6.5	4.5	2	8	1	9	11
$\mathcal{F} = \frac{i}{N+1}$	.231	.923	.346	.500	.769	.500	.346	.154	.615	.077	.692	.846
$F(\mu, \sigma)$	.194	.973	.357	.434	.797	.434	.357	.144	.513	.059	.667	.908
$\ \mathcal{F}-F\ $	.037	.050	.011	.066	.028	.066	.011	.010	<b>.102</b>	.018	.025	.062

Cuadro 17.5: Registro de trabajos en el ultimo año

Los costos variables son:

$$C_w = 100 \text{ USD}$$

$$C_s = 150 \text{ USD}$$

y el costo fijo por hombre,

$$\begin{aligned} c_i &= 10 \text{ USD/hora/hombre} \cdot 22 \text{ dias/mes} \cdot 8 \text{ horas/dia} \\ &= 1760 \text{ USD/mes} \end{aligned}$$

Retomando (17.3), la función objetivo se expresa como

$$c_g(n) = nc_i + [nm \cdot p_{d \geq mn} + \bar{x}_i (1 - p_{d \geq mn})] C_w + \bar{x}_e \cdot p_{d \geq mn} C_s \quad (17.4)$$

donde

$$\begin{aligned} p_{d \geq mn} &= \int_{nm}^{\infty} f(r) dr \\ &= 1 - \Phi\left(\frac{nm - \mu}{\sigma}\right) \end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned} \Phi(x) &= \int_0^x \phi(x) dx \\ \phi(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2} \\ \bar{x}_i &= \frac{\int_0^{nm} r f(r) dr}{\int_0^{nm} f(r) dr} \\ &\approx \frac{\int_{-\infty}^{nm} r f(r) dr}{\int_{-\infty}^{nm} f(r) dr} \\ &= \frac{-\sigma \phi\left(\frac{nm - \mu}{\sigma}\right) + \mu \Phi\left(\frac{nm - \mu}{\sigma}\right)}{\Phi\left(\frac{nm - \mu}{\sigma}\right)} \\ \bar{x}_e &= \frac{\int_{nm}^{\infty} (r - nm) f(r) dr}{\int_{nm}^{\infty} f(r) dr} \\ &= \frac{\int_{nm}^{\infty} r f(r) dr - nm \int_{nm}^{\infty} f(r) dr}{\int_{nm}^{\infty} f(r) dr} \end{aligned} \quad (17.5)$$

pero

$$\begin{aligned} \int_{nm}^{\infty} r f(r) dr &= \int_{-\infty}^{\infty} r f(r) dr - \int_{-\infty}^{nm} r f(r) dr \\ &= -\sigma \phi\left(\frac{\infty - \mu}{\sigma}\right) + \mu \Phi\left(\frac{\infty - \mu}{\sigma}\right) - \\ &\quad \left(-\sigma \phi\left(\frac{nm - \mu}{\sigma}\right) + \mu \Phi\left(\frac{nm - \mu}{\sigma}\right)\right) \\ &= \mu + \sigma \phi\left(\frac{nm - \mu}{\sigma}\right) - \mu \Phi\left(\frac{nm - \mu}{\sigma}\right) \\ &= \sigma \phi\left(\frac{nm - \mu}{\sigma}\right) + \mu \left(1 - \Phi\left(\frac{nm - \mu}{\sigma}\right)\right) \end{aligned}$$

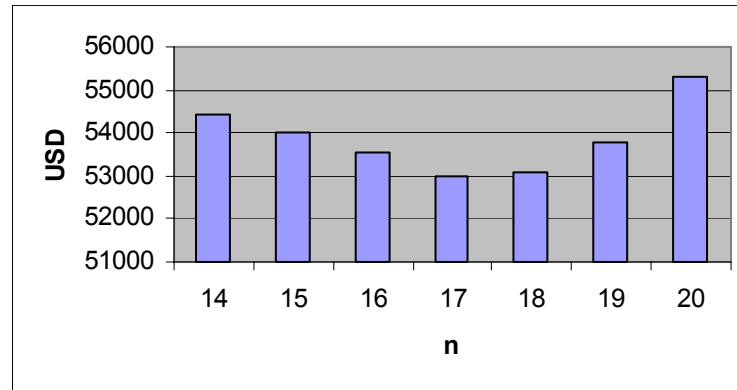


Figura 17.10: Evaluación del costo global

y

$$\begin{aligned} \int_{nm}^{\infty} f(r)dr &= 1 - \int_{-\infty}^{nm} f(r)dr \\ &= 1 - \Phi\left(\frac{nm - \mu}{\sigma}\right) \end{aligned}$$

luego, retomando (17.5),

$$\bar{x}_e = \frac{\sigma \phi\left(\frac{nm - \mu}{\sigma}\right) + (\mu - nm) \left[1 - \Phi\left(\frac{nm - \mu}{\sigma}\right)\right]}{1 - \Phi\left(\frac{nm - \mu}{\sigma}\right)}$$

Al evaluar (17.4) para diversos valores de tamaño de cuadrilla  $n$  se observa que el óptimo se alcanza para  $n = 17$  (figura 17.10).

## Parte IV

# Políticas de mantención





## Capítulo 18

# Mantenimiento basada en la confiabilidad

### 18.1. Introducción

<sup>1</sup>La RBM se originó en las industrias aeronáuticas y nucleares a fines de los años 60.

Una definición general puede ser: "estrategia de mantenimiento global de un sistema usando métodos de análisis estructurados que permiten asegurar la fiabilidad inherente a tal sistema".

#### 18.1.1. Principios de la RBM

La RBM es una herramienta que permite optimizar las acciones de mantenimiento programadas. Los criterios a tomar en cuenta son:

- la seguridad;
- la disponibilidad;
- el costo de mantención;
- calidad de la producción.

En consecuencia, el termino confiabilidad es restrictivo. Sería mejor llamarla: **mantención basada en la disponibilidad**.

Los objetivos del RBM son:

- definir y justificar las acciones de mantención programada a implementar;
- redefinir las acciones de mantención programada;
- asegurar y aumentar la eficiencia del equipo en materia de seguridad de funcionamiento,
- emitir recomendaciones técnicas respecto de los equipos.

La aplicación del RBM implica:

- mejor conocimiento sobre el sistema;
- responsabilización del personal;
- mayor cohesión entre los servicios de la empresa;
- toma de acciones por la seguridad de los equipos y las personas;
- validación de las modificaciones en el tiempo.

---

<sup>1</sup>Ver ref. [9].

### 18.1.2. Como se implementa el RBM

EL RBM es un proyecto a nivel empresa. Por ello, la implicación de la dirección es primordial.

Actores concernidos:

- personal de mantención;
- producción;
- los servicios económicos;
- la dirección.

El RBM es

**progresivo.** Tiene varias etapas y se aplica subconjunto a subconjunto.

**estructurado,** es un camino estructurado que usa metodologías existentes.

**dinámico,** dado que aprovecha la experiencia acumulada en el tiempo.

**Observación 102** *La mantención productiva total y la mantención basada en la confiabilidad son concurrentes, son complementarias.*

### 18.1.3. Objetivos

La implementación del RBM busca:

- *elaborar un programa de mantención preventiva* optimizado que garantice la seguridad de funcionamiento, teniendo en cuenta las restricciones económicas.
- *medio de mejoramiento* de la organización.
- *conservación de datos históricos* de mantención y producción.

#### Elaboración del programa de mantención preventiva

La optimización del programa preventivo se debe basar en un **plan técnico de mantención**, seguido de una evaluación económica que resulta en un **plan de mantención optimizado** (PMO).

#### Mejoramiento de la mantención

Se puede descomponer en 3 aspectos:

- Aspecto organizacional: el RBM provoca en general una disminución del número de tareas de mantención preventiva, que son sustituidas por tareas correctivas. La mantención predictiva aumenta, la necesidad de repuestos disminuye, y los reemplazos son justificados de mejor manera.
- Aspecto humano: el trabajo en equipo entre actores de diferentes servicios produce sinergia. Se ha podido observar un aumento de 10 % de la producción tras solo 3 meses de RBM. La seguridad y la protección ambiental son mejoradas.
- Aspecto técnico:
  - determinación de equipos críticos,
  - determinación de fallas principales, causas y efectos principales;
  - definición de modificaciones al proceso,
  - especificación de tareas de mantención preventiva;
  - definición de la política de mantención;
  - definición del planning de las acciones preventivas,
  - creación de documentación más homogénea,
  - aumento en la vida de los equipos.

### Conservación de datos de mantenimiento y producción

La creación de un historial de mantenimiento para cada equipo crítico permite la validación de un programa de mantenimiento y permite su actualización. Se puede realizar un seguimiento de las decisiones tomadas.

#### 18.1.4. Herramientas usadas por el RBM

- **Matriz de criticidad**, que permite apreciar el impacto de las fallas de los equipos sobre criterios tales como la seguridad, la disponibilidad y la calidad;
- **Análisis de modos de falla** (AMF) que define la importancia relativa de las fallas, sus causas y efectos;
- **Arboles de falla**, que sirve, en función de la falla, a identificar el tipo de consecuencia sobre el equipo y *definir los niveles de acciones* de mantenimiento a realizar.

La aplicación del RBM necesita un buen conocimiento de los equipos así como de sus fallas y los impactos de las mismas.

## 18.2. Elaboración de un Plan Técnico de Mantenimiento

### 18.2.1. Constitución de grupos

Durante las etapas de implementación del RBM, se crean tres grupos inter-disciplinarios:

- grupo de gestión
- grupo de análisis
- grupo de información

#### Grupo de gestión

Este grupo incluye a los responsables de los servicios de mantenimiento, producción y calidad. El grupo es liderado por el jefe del proyecto RBM, quien supervisa la aplicación del método. Este grupo:

- define las tareas a realizar,
- los miembros de los otros grupos,
- evalúa los resultados de los otros grupos.

#### Grupo de análisis

Este grupo prepara en detalle los análisis a realizar.

#### Grupo de información

Se encarga de recolectar los datos en terreno. Son los que más conocen a los equipos. Evalúa el análisis preparado por el grupo piloto.

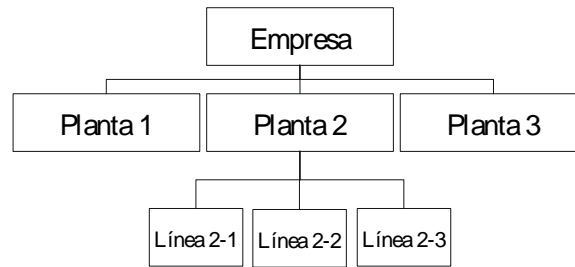


Figura 18.1: Descomposición geográfica

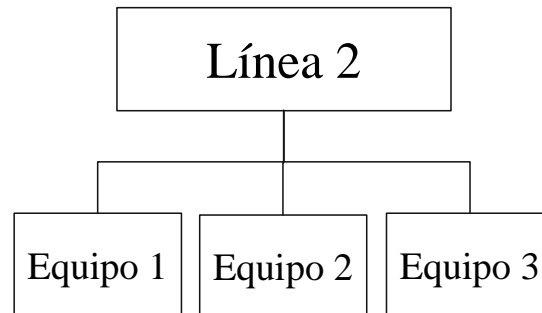


Figura 18.2: Descomposición funcional

### 18.2.2. Etapas del método

La implementación de un programa de mantención planificada se hace en 4 etapas.

- La primera etapa corresponde al **estudio del conjunto de equipos**. Se busca determinar los equipos críticos a ser considerados por el estudio.
- La segunda etapa permite un **análisis de fallas** de los diferentes equipos estudiados.
- La tercera etapa **define las acciones a ejecutar** para mejorar la seguridad de funcionamiento de los equipos. Ello conduce a la planificación de las tareas.

Estas 3 etapas se realizan secuencialmente en un plazo corto (una semana por equipo es recomendada). Se logra un programa preventivo inicial.

- En la cuarta etapa se **afina el programa** de mantención propuesto.

### 18.2.3. Descomposición de la empresa

EL RBM va de lo general a lo particular. Es necesario descomponer el conjunto de equipos en niveles cada vez mas finos, hasta llegar al componente básico.

Existen 2 enfoques:

- funcional
- geográfico

La figura 18.1 muestra una descomposición geográfica y luego funcional.

Esta primera descomposición es seguida por una segunda, que llega a nivel equipos (figura 18.2).

Cada equipo es descompuesto en diferentes funciones (figura 18.3).

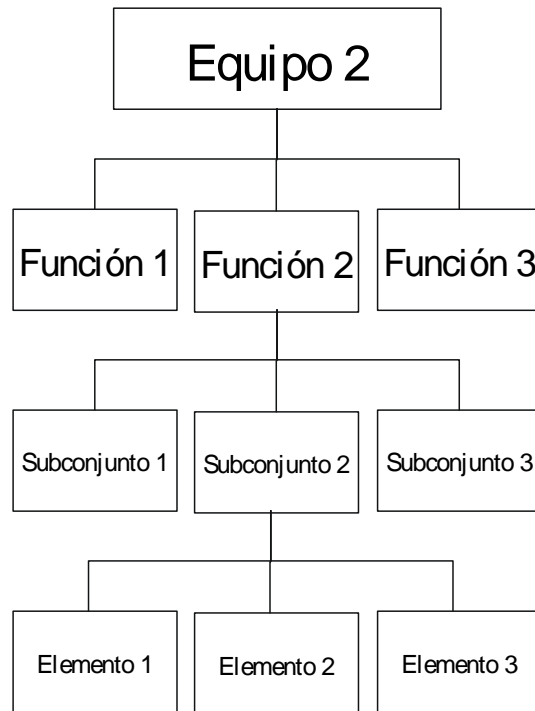


Figura 18.3: Descomposición de cada equipo

		Calidad		
		Inaceptable	A controlar	Negligible
Disponibilidad	Inaceptable			
	A controlar			
	Negligible			

Cuadro 18.1: Matriz de criticidad

#### 18.2.4. Etapa I: Estudio de las plantas

Si la empresa posee varias plantas, la selección de la planta piloto debe ser juiciosa. La selección es un elemento motivador para el personal concernido.

##### Clasificación con la matriz de criticidad

Para clasificar los equipos se utilizan 3 criterios: seguridad, disponibilidad, calidad.

Consideraciones para cada criterio:

- seguridad
  - influencia de la pana en el entorno
  - directivas reglamentarias
  - situaciones ya ocurridas
- disponibilidad
  - influencia de las detenciones
  - existencia de equipos redundantes
  - influencia (fallas) de otros equipos en caso de pana

Ponderación de Equipos							
Proyecto:				Planta:			
Línea:				Fecha:			
Código	Planta	Código	Peso				
Planta		Equipos	Seguridad	Disponibilidad	Calidad	Observaciones	
Aprobado por:				Fecha:			

Figura 18.4: Ficha de ponderación de equipos

- frecuencia de panas
- tiempos medios para reparar
- calidad
  - porcentaje de perdidas debido a los equipos
  - influencia en la calidad final del producto

Para los criterios de calidad y disponibilidad se usan 3 niveles de ponderación:

- **inaceptable:** se deben realizar todos los esfuerzos para evitar falla en este equipo;
- **a controlar:** las fallas serán evitadas realizando inspecciones;
- **insignificante:** la falla del equipo tiene consecuencias insignificantes y no se producen frecuentemente. Estos datos se ponderan en la **ficha 2**, mostrada en página 246.

**Observación 103** *El objetivo de esta etapa es **reducir el universo** de equipos a estudiar (eliminar aquellos de efecto insignificante), no clasificar de manera detallada a los equipos críticos.*

### 18.2.5. Etapa II: análisis de fallas

Esta es la fase más delicada del estudio. Usualmente toma alrededor del 30 % del tiempo dedicado al proyecto RBM. Se pueden distinguir 3 fases en esta etapa:

- análisis funcional del equipo;
- determinación de equipos con fallas funcionales críticas;
- análisis de modos de fallas.

Se obtiene una lista jerarquizada de las causas de falla de los equipos.

#### Análisis funcional del equipo

Hay varios métodos de análisis funcional. Un ejemplo es el **método de interacción** (norma X50-153-AFN92) por su facilidad de implementación.

Objetivos

- entregar una descripción de cada medio de producción, establecer una lista de todas la funciones e interfaces con otros equipos;

Análisis de falla							
Proyecto:		Planta:					
Línea:		Fecha:					
Código		Código		Medio de	Criticidad		
función	Función	Modo de falla	Modo de falla	detección	Frecuencia	Gravedad	Criticidad
Aprobado por:				Fecha:			

Figura 18.5: Análisis funcional externo de un equipo

	Electrónica	Hidráulica	Mecánica
No funcional	-circuito abierto -corto circuito -no hay respuesta a la excitación -conexión suelta	-fuga -circuito bloqueado	-Interferencia
Pérdida de la función	-corte eléctrico -componente defectuoso	-obstrucción	Ruptura Bloqueo Agripamiento
Función degradada	-Perturbaciones -Parasitos	-mala aislación -desgaste	-Juego -grieta
Función no controlada	-activación sin control		

Figura 18.6: Ejemplos de modos de falla funcionales y sus causas

- permitir la identificación de todas las fallas potenciales.

El método permite identificar la totalidad de las funciones de un sistema a partir de las interacciones de este con su entorno. Las fases del método son:

- análisis de necesidades;
- estudio del entorno;
- determinación de funciones del equipo.

### Principio del análisis funcional de equipos

Se efectúa sucesivamente:

- un análisis funcional **externo** que considera al equipo como una caja negra;
- un análisis funcional **interno** que tiene en cuenta los subconjuntos que conforman el equipo.

El análisis externo se realiza en la **ficha 3** (figura 18.5). Para cada función se estudian las diferentes fallas (grupo de *análisis* ayudado por el grupo *equipos*). La capacidad de detección de una falla recibe una ponderación:

- 1, si no hay medio de detectarla;
- 0, en caso contrario.



CR = F x G		Frecuence (F)			
		1	2	3	4
		< 1 fois tous les 3 ans	< 1 fois par an	< 1 fois par semestre	> 1 fois par semestre
Gravité (G)	1	Aucune			
	2	Arrêt production sans rebut			
	3	Arrêt production avec rebut			
	4	Casse de l'équipement			

Figura 18.7: Matriz de criticidad usada para jerarquizar fallas funcionales

El *modo de falla* se describe como la manera en que un equipo llega a no cumplir su función. Los modos de falla se especifican según:

- impacto de la falla en la seguridad, producción y calidad;
- frecuencia de las fallas,
- fallas no detectables o con poca detectabilidad durante el funcionamiento del equipo;
- efectos inducidos de la falla:
  - influencia en la seguridad;
  - efectos económicos.

La clasificación de las fallas ( a fin de reducir su estudio) se logra a través de 3 criterios:

1. la seguridad ( $S$ );
2. la no detectabilidad ( $ND$ );
3. la criticidad ( $CR = F \times G$ ).

Para el tercer criterio (frecuencia por gravedad), se usan 4 niveles (a fijar por el grupo piloto). Se hace así, para evitar la selección del nivel intermedio.

La noción de no detectabilidad se usa de manera cualitativa para no complicar el análisis. El valor de criticidad se incluye en la **ficha 3**.

### Relación entre falla funcional y equipo

En este paso se liga las funciones descritas en la ficha 3 con los componentes del equipo. Para ello se utiliza la ficha mostrada en figura 18.8.

La descomposición se realiza en general a las funciones más críticas. Se obtiene una *lista de elementos mantenibles* implicados en las fallas funcionales críticas.

### Análisis de modos de falla

El análisis consiste en estudiar y listar los diferentes modos de falla usando métodos tales como los diagramas de Pareto o los diagramas causa-efecto.

La **ficha** de figura ?? permite realizar un AMF. Es preparada por el *grupo de análisis* y completada por el *grupo de información*). Para cada modo de falla es posible encontrar varias causas y varios efectos.

El modo de falla ha sido definido a nivel de las funciones del equipo.

La causa de falla es la anomalía inicial susceptible de conducir a un modo de falla. Se expresa como una diferencia respecto de un nivel de referencia fijado anteriormente. A continuación se dan algunos ejemplos:

**Ejemplo 83** ■ *Electrónica/electromecánica*

Descomposición de equipos					
Proyecto:			Planta:		
Línea:			Fecha:		
Código		Código		Código	Criticidad
función	Función	subconjunto	Subconjunto	Elementos	Elementos
				Mantenibles	Mantenibles
Aprobado por:				Fecha:	

Figura 18.8: Descomposición orgánica de los equipos

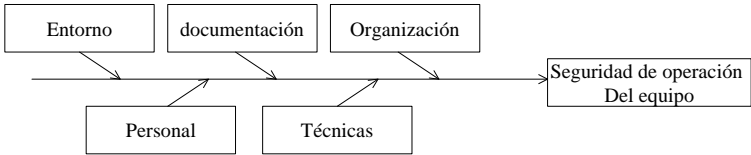


Figura 18.9: Ejemplo de diagrama causas/efectos para estudiar la seguridad de funcionamiento de un sistema

- *Causas internas al equipo*
    - *Envejecimiento*
    - *muerte súbita*
  - *Causas ligadas al entorno*
    - *polvo, aceite, agua*
    - *choques, vibraciones*
    - *calentamiento local*
    - *parásitos*
  - *Causas ligadas a la mano de obra y herramientas*
    - *fabricación, montaje, ajustes*
    - *control*
    - *falta de energía*
    - *uso, herramientas*
- *Hidráulica*
- *Causas internas al equipo*
    - *envejecimiento*
    - *muerte súbita*
    - *obstrucción*
    - *fuga*
  - *Causas ligadas al entorno*
    - *temperatura*
    - *agua, aceite, polvo*
    - *calentamiento local*
    - *impactos, vibraciones*
  - *Causas ligadas a la mano de obra y herramientas*
    - *fabricación, montaje, ajuste*
    - *control*
    - *falta de energía*
    - *uso, herramientas*
- *Mecánica*
- *Causas internas al equipo*
    - *esfuerzos*
    - *fatiga*
    - *desgaste*
  - *Causas ligadas al entorno*
    - *agua, aceite, polvo*
    - *calentamiento local*
    - *impactos, vibraciones*
  - *Causas ligadas a la mano de obra y herramientas*
    - *fabricación, montaje, ajuste*
    - *control*
    - *falta de energía*

- uso, herramientas

Los efectos de una falla pueden ser locales o actuar en el entorno (fallas engendradas).

**Ejemplo 84** ■ Para la seguridad

1. Sin influencia (negligible)
2. Influencia menor (sin heridas)
3. Influencia media (con heridas)
4. Influencia importante (riesgo de muerte)

■ Para la confiabilidad

1. menor
2. significativa
3. critica
4. catastrófica

■ Para la disponibilidad

1. tiempo detenido  $< t_1$
2.  $t_1 < \text{tiempo detenido} < t_2$
3.  $t_2 < \text{tiempo detenido} < t_3$
4. tiempo detenido  $> t_3$

■ Para la mantenibilidad

1.  $MTTR < t_1$
2.  $t_1 < MTTR < t_2$
3.  $t_2 < MTTR < t_3$
4.  $MTTR > t_3$

**Observación 104** Es a nivel del efecto que se mide la gravedad de una falla. Se puede hablar entonces de la criticidad de cada tripleta causa-modo-efecto, usando una matriz de criticidad.

Ejemplo 85	<i>Indice de gravedad</i>	<i>Criterio</i>	<i>Indice de frecuencia</i>	<i>Criterio</i>
	1	detención $< 12h$	1	$< 1$ vez/año
	2	detención $< 24h$	2	$< 1$ vez/mes
	3	detención $< 1\text{semana}$	3	$< 1$ vez/semana
	4	detención $> 1\text{semana}$	4	$> 1$ vez/semana

El valor de criticidad será dado por el producto gravedad por frecuencia. Este valor se indica en la columna c de la **ficha 5**, y permite reducir el estudio a los casos más críticos.

Hasta el momento, se dispone de una lista jerarquizada, limitada voluntariamente a los casos más críticos, de modos y causas de falla y se desea evitar o disminuir las consecuencias poniendo en operación acciones de mantenimiento adecuadas.

### 18.2.6. Etapa III: Elaboración del plan técnico de mantención (PMT)

Las fases de esta etapa son:

- definir árboles de decisión
- creación del PMT
- planificación de tareas

Nº de sistema: LHD-SHLV						Hoja Nº 1 de 1			
Sistema Analizad Sistema Hidráulico						Fecha: Septiembre, 1998			
Identificación Niv. Tercel Nivel						Preparado por: C.O.W			
Equipo:	LHD					Revisado por:			
Identificación	Funciones	Modos de Fallar	Daño			Método de	Acciones	Clasificación	Obs.
Item		y causas	Efectos locale	Prox. Nivel	Ef. Finales	Detección	Correctivas	de gravedad	
Bomba doble	Mover Aceite	Deficit de flujo:	Bajo	Funcionamiento	Detención	Aceite	Cambiar lo	Marginal y	Se mide con
	hidráulico	desgaste de la	rendimiento	lento de	equipo	quemado u	que falla:	ocasional	flujometro,
	del estanque	bomba; aceite y	hidráulico,	dirección	(funcionamiento	oscuro,	sellos y bomba		hay
	a los	filtros en mal	lento	y pesado	lento y defectuo	aumento de			mecanismos
	compartimiento	estado, fugas	calentamiento		so	temperatura			para saber si
		internas y fugas	o del aceite,			de los			bamba está
		en los sellos.	problemas de			compartimen			mala
			packing y			tos y lentitud			
			sellos.						
Cilindros	Movimiento	Rallado o doblado	Lentitud, mal	Mal	Detención	Aceite	Cambiar	Marginal,	
	de Vastago	(muchas carga que	funcionamien	Funcionamiento	equipo	quemado u	packing	razonablemen-	
		produce fatiga	to y	válvula	(funcionamiento	oscuro,		te probable	
		desgaste, packing	calentamiento	de dirección	lento y defectuo	aumento de			
		y fugas internas			so)	temperatura,			
						lento, no			
						mantiene			
						presión, se			
						cae el balde			
Válvulas L y V	Distribuir el	Desgaste	Mal	Mal	Detención	Problema	Cambiar,	Marginal y	
	aceite hacia	ralladuras	funcionamien	funcionamiento	equipo	la	reparar	ocasional	
	sistema	picaduras	to levante,	válvulas	(funcionamiento	temperatura	rectificar		
	levante y		volteo y	L y V	lento y defectuo	superficial	túnel		
	volteo y bajar		dirección,		so.				
	o subir		aumento						
			posibilidad						
			de falla de la						
			bomba por						
			aumento de						
			temperatura						
			por los						
			problemas						

Figura 18.10: Hoja del equipo minero LHD

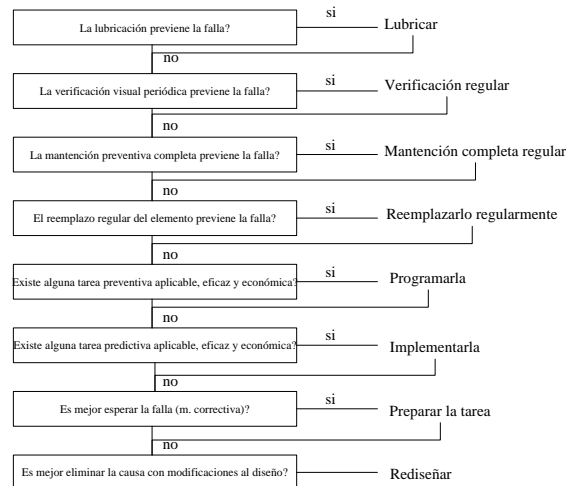


Figura 18.11: Árbol de decisión

### Árbol de decisión

Las etapas anteriores permitieron fijar para cada causa de falla el valor de los criterios de seguridad, disponibilidad, calidad. Ahora se jerarquiza las acciones a tomar. Un ejemplo se muestra en figura 18.11.

### Priorización en base al costo global

La tabla 18.2 muestra los parámetros de los diversos modos de falla de un equipo dado. Se dispone de 2 equipos gemelos, en paralelo. 80 % del tiempo, un solo equipo es capaz de solventar la demanda de producción; 20 % del tiempo se requiere de los 2. El MTBF de un equipo en standby es 5 veces el de un equipo operando. La distribución de fallas es de tipo exponencial para todos los modos de falla. La detención de la producción provoca perjuicios por 200 USD/hora. La planta opera 24/24, 7/7.

1. Calcule el costo global esperado de cada modo de falla.
2. Establezca orden óptimo de elaboración del plan técnico de mantención.

$i$	$C_i$ (USD)	Valor repuestos en bodega (USD)	MTTR (horas)	MTBF
1	5000	10000	8	5000
2	2000	500	2	2500
3	200	500	1	2000
4	500	800	24	1000
5	50	1000	2	150
6	100	10	5	300
7	1000	500	12	1000
8	1500	2000	1	10000

Cuadro 18.2: Datos del equipo

### Creación del plan de mantención técnico

El grupo equipos debe entregar el plan de mantención, que debe incluir.

- tipo de operación (procedimiento completo)
- tipo de mantención

Decisiones/Tareas						
Proyecto:			Planta:			
Línea:			Fecha:			
Código	Código	Código		Trabajos	Intervalo	Personal
Modo de falla	Causa de falla	Modo de falla	Componente	propuestos	preventivo	requerido
Aprobado por:			Fecha:			

Figura 18.12: Ficha del plan técnico

- periodo de intervención
- observaciones particulares
  - seguridad
  - confidencialidad
- calificación y numero de personal de intervención
- tiempo de intervención
- tipo y numero de repuestos
- tipo y numero de herramientas y equipos
- referencia a la documentación técnica necesaria

Para ello el grupo se sirve de los elementos siguientes:

- históricos de otros equipos similares;
- datos provistos por el fabricante.

Se obtiene la lista de tareas mostrada en figura 18.12.

### Planificación de tareas

Los resultados anteriores se programan en la ficha de figura 18.13. Este programa constituye la base y debe ser enriquecido con la experiencia.

#### 18.2.7. Etapa IV: Optimización del plan de mantención

La experiencia puede ser usada para mejorar el programa de mantención al examinar la eficacia de cada acción y determinando su costo en relación al costo de falla que evita.

El feedback se logra a través del historial de los siguientes datos:

- datos ligados a la confiabilidad,
- eventos,

Planificación de tareas				
Proyecto:			Planta:	
Línea:			Fecha:	
		Personal		Fecha
Componente	Tareas	Ejecución	Comentarios	Intervención
Aprobado por:			Fecha:	

Figura 18.13: Planificación inicial

- históricos de equipos,
- documentación específica

También se puede comparar respecto de datos externos de otras empresas (benchmarking).

Es conveniente la implementación de indicadores que permitan seguir la evolución a largo plazo de la política seguida.

#### 18.2.8. Resultados del RBM

Los resultados del análisis son de 4 tipos:

- conocer las funciones utilizadas,
- conocer las fallas y causas de falla,
- definir un programa de mantenimiento preventiva para cada equipo,
- responsabilizar al personal.

Los beneficios a obtener de un programa de mantenimiento planificado son:

- mayor atención a la seguridad del personal,
- mejoramiento del funcionamiento de los equipos,
- mejor estimación de costos de mantención,
- extensión de la vida de los equipos,
- hacer participar a producción en el estado de los equipos,



- lograr la cooperación producción/mantenimiento y responsabilizar al personal.

El método RBM puede ser visto como un primer paso hacia la mantención productiva total y las certificaciones dado que permite:

- definir las misiones de cada uno,
- desarrollar la mantención preventiva vs la correctiva,
- crear un plan de mantención,
- implementar el análisis de modos de falla,
- desarrollar bases de datos para lograr un mejoramiento continuo.

# Capítulo 19

## Ejemplo RBM

### 19.1. Introducción

A continuación se describe un estudio RBM para un sistema sencillo (una piscina). Se seguirá la metodología RBM con los siguientes pasos secuenciales:

1. Análisis del sistema y recolección de información
2. Definición de los sistemas adyacentes
3. Descripción del sistema y diagrama funcional de bloques
4. Funciones del sistema y fallas funcionales
5. Modos de fallas y análisis de efectos
6. Árbol de decisión
7. Selección de tareas

### 19.2. Análisis del sistema y recolección de información

#### 19.2.1. Análisis del sistema

La típica piscina doméstica puede ser convenientemente vista como un conjunto de cuatro grandes sub-sistemas:

1. piscina
2. spa
3. sistema tratamiento de aguas
4. sistema utilitario

La selección de los sub-sistemas en este caso es bastante sencilla ya que el único sistema que posee una diversidad de equipos significativamente grande es el de tratamiento de aguas. Se puede añadir que desde un punto de vista cualitativo, los costos de mantención preventiva y mantención correctiva están usualmente concentrados en el sistema de tratamiento de aguas.

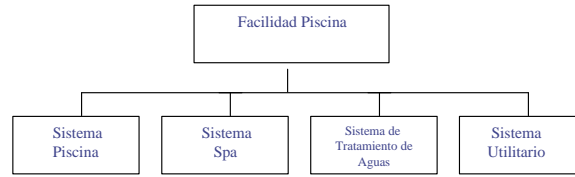


Figura 19.1: Diagrama de bloques del sistema

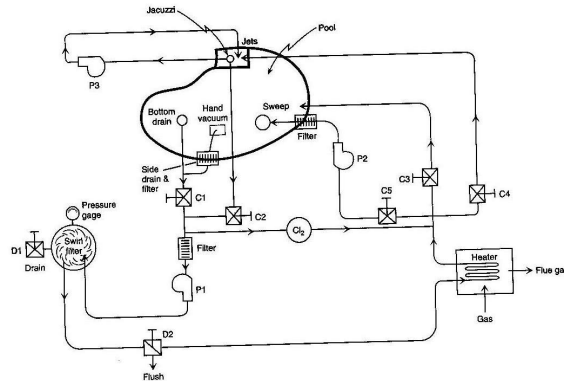


Figura 19.2: Definición de los sistemas adyacentes

### 19.2.2. Recolección de información

En este paso se reúne toda la información posible con respecto de:

- funcionamiento y mantenimiento de la piscina,
- diagramas de instalación
- manuales de los fabricantes de los componentes.
- En el caso de equipos usados
  - historial de equipos
  - notas y observaciones de los dueños anteriores.

## 19.3. Definición de los sistemas adyacentes

En este paso se obtiene el diagrama de componentes y conexiones entre cada uno de los equipos que forman el sistema (ver diagrama 19.2).

## 19.4. Descripción del sistema y diagrama funcional de bloques

En este caso se puede expandir el diagrama de bloques obtenido en el paso 19.2 para definir el diagrama funcional de bloques para el sistema de tratamiento de aguas. Esto muestra que podemos dividir ese sistema en particular en tres subsistemas funcionales:

- bombeo,
- calefactor y
- acondicionamiento de agua.

### 19.4.1. Descripción del sistema piscina

Como introducción al sistema de tratamiento de aguas, vamos a discutir algunas características de la facilidad piscina en forma global. El sistema piscina tiene tres subsistemas funcionales:

1. Llenado de agua: Esto es simplemente el reemplazo del agua evaporada mediante el huso de una manguera de jardín (o en otros casos, un sistema de alimentación fijo) para mantener el agua en un nivel deseado.
2. Tratamiento de aguas manual: Esto consiste en el uso de mallas para recoger la basura depositada en la superficie del agua como hojas o tierra. Vaciado de la piscina cuando sea necesario. Control manual del Ph del agua.
3. Aspiradora de la piscina: Este es un sistema que permite la limpieza del fondo de la piscina, el cual permite recoger la suciedad decantada. En los últimos años, algunas piscinas poseen un sistema de aspiración automático que periódicamente se activa para aspirar el fondo.

### 19.4.2. Sistema Spa

Muchas piscinas tienen el sistema spa, que está funcionalmente y a veces físicamente atada al sistema piscina. El sistema spa en este caso tiene dos subsistemas funcionales:

1. Limpieza manual: Es la mismo que se vio anteriormente para el sistema piscina.
2. Inyectores de agua: En la mayoría de estos sistemas el agua es bombeada a través de inyectores de agua ubicados en las paredes del spa para mantener una circulación de agua determinada. En este caso hay tres inyectores de agua. La presión de estos inyectores no forman parte del sistema de tratamiento de aguas.

### 19.4.3. Sistema de tratamiento de aguas

El sistema de tratamiento de aguas es el responsable de mantener el agua purificada. También provee de una calefacción artificial de la piscina y del agua del spa. Estas funciones son otorgadas por tres subsistemas funcionales llamadas: bombeo, calefactor y acondicionamiento de aguas.

1. Bombeo: Este subsistema provee dos funciones principales. Primero, mantiene un caudal de agua circulando de alrededor 70 [GPM] circulando desde el sistema piscina a través del calefactor y del subsistema de acondicionamiento del agua. Segundo, provee un flujo de agua y presión necesarias para la operación de la aspiradora. El subsistema de bombeo funciona aproximadamente 5 horas al día en las estaciones calurosas y 3 horas en las estaciones frías.
2. Calefactor: El subsistema de calefacción provee la capacidad de elevar la temperatura del agua de la piscina y del spa. La circulación del agua desde el subsistema de bombeo pasa a un intercambiador de calor el cual opera con gas natural, el cual están encendido tiene una salida de 383000 [BTU/hora]. El intercambiador de calor es controlado automáticamente para proveer la temperatura deseada al agua de la piscina (alrededor de 80° F) y al agua del spa (90 a 120° F). Este subsistema no puede calefaccionar ambos sistemas al mismo tiempo. La unidad de control posee además un máximo de temperatura permisible (140° F), el cual detiene el funcionamiento del intercambiador de calor si se sobrepasa esa temperatura.
3. Acondicionamiento del agua: El subsistema de acondicionamiento del agua provee un continuo filtrado y cloración del agua. Su función es, por lo tanto, mantener el agua en un estado cristalino. Este subsistema se apoya además en el tratamiento manual del agua como vimos anteriormente. Se pueden distinguir dos tipos de filtrado: un filtrado fino el cual ocurre en el filtro de granos de cuarzo, y un filtrado grueso, el cual ocurre antes de pasar por el filtrado fino, mediante el uso de canastillos. Se utiliza además medidores de presión para determinar el momento de efectuar un retrolavado del cuarzo del filtro.

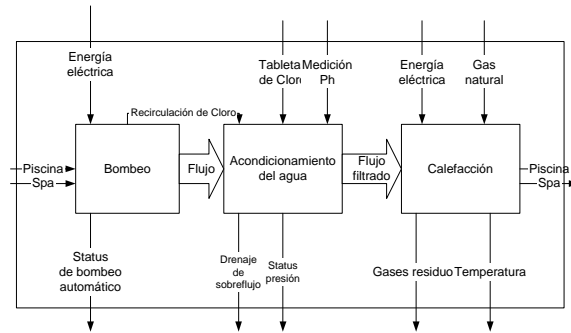


Figura 19.3: Interfaces de entrada y salida

Factores redundantes: En este caso no hay factores redundantes.

Factores de protección: Primero que nada hay un interruptor de circuito, el cual en caso de sobrecargas, detiene el paso de corriente hacia los equipos. Segundo, el control de temperatura máxima en el calefactor, el cual previene un excesivo calentamiento de las aguas.

Instrumentación clave: La instrumentación provee las operaciones automáticas para los subsistemas de bombeo y de acondicionamiento del agua, además del interruptor de temperatura máxima que fue descrita anteriormente.

#### 19.4.4. Diagrama funcional de bloques

Ahora se le agregan las interfaces de ENTRADA/SALIDA así como las interconexiones entre cada uno de los subsistemas funcionales.

#### 19.4.5. Interfaces de entrada y salida

Aquí se definen las entradas y salidas para cada uno de los subsistemas funcionales. Consisten en la entrada de energía y materia y luego en la salida de productos.

#### 19.4.6. Historial de los equipos

El objetivo es registrar las actividades relacionadas con mantención correctiva que se hayan aplicado al sistema de tratamiento de aguas. Se utilizará esta información en el paso 5 para construir la información sobre modos de fallas. El historial de los equipos se puede construir a partir de las boletas de reparación y de la misma experiencia al reparar piezas defectuosas.

### 19.5. Funciones del sistema y modos de fallas

Ahora usaremos la información desarrollada en las descripciones de los sistemas, interfases de entrada/salida y el diagrama funcional de bloques para formular las funciones específicas y los modos de falla. Todo lo que hemos hecho hasta el momento servirá para establecer con precisión la lista de funciones y fallas funcionales para seleccionar las tareas de mantención preventiva.

### 19.6. Matriz equipos-modos de falla funcional

Lo primero en hacer en este paso es elaborar la matriz equipo-falla funcional. Eso se hace teniendo los componentes del sistema y la información sobre las fallas funcionales.

Esta matriz nos guía en los análisis de efectos relacionando las fallas con los componentes del sistema.

Component	Date	Failure mode	Failure cause
1. Alignment valves	1980 1988	Stuck (in closed/ open position)	Corrosion on stem during winter months
2. Pinhole leaks in suction piping	1981 1987 1991	Connecting joint deterioration	Aging
3. Main pump	1988	Bearing (sealed) breakdown	Aging
4. Main (swirl) filter-top canister	1986	Lip fracture (at joint with bottom canister)	Material flaw (mfr. replaced with no charge)
5. Main (swirl) filter—C clamp (top to bottom canister)	1982	Overstressed	Human error— excessive tightening (Oops!)
6. Flush valve on main filter	1984	Stuck closed	Lack of lubrication
7. Main filter pressure gage	1984	Erratic reading	Seal leak to atmosphere
8. Gas heater	1989	Erratic burner ignition	Contamination, corrosion

Figure 6.7 Equipment history—water treatment system.

Figura 19.4: Historial de equipos

1.0 Pumping Subsystem		
Function no.	Functional failure no.	Description
1.1		Maintain 70-GPM water flow at specified times to other subsystems.
	1.1.1	Fails to initiate flow at specified time.
	1.1.2	Flow is less than 70 GPM.
	1.1.3	Fails to terminate flow at specified time.
1.2		Maintain 50-GPM water flow at specified times to pool sweep line.
	1.2.1	Fails to initiate flow at specified time.
	1.2.2	Flow is less than 50 GPM.
	1.2.3	Fails to terminate before main flow shut-down.
1.3	1.3.1	Maintain water bleed to chlorinator. No bleed water flow.
1.4		Automatically activate/deactivate water flow.
	1.4.1	"On" and/or "Off" signals malfunction.
2.0 Water Conditioning Subsystem		
2.1		Provide filtered water to the heating subsystem.
	2.1.1	Fails to catch larger debris.
	2.1.2	Poor filtering efficiency (can be related to FF no. 1.1.2 above).
2.2		Send chlorinated water to exit piping.
	2.2.1	Fails to add chlorine to bleed water.
	2.2.2	No bleed water flow.
3.0 Heating Subsystem		
3.1		Provide desired heat input to water, on demand, at 383,000 Btu/hour.
	3.1.1	Fails to ignite.
	3.1.2	Fails to shut down at desired temperature.
3.2		Maintain a safe operation.
	3.2.1	Uneven burn and gas accumulation.
	3.2.2	Fails to shut down at Hi-limit control temperature.
	3.2.3	Full/partial stoppage of flue gas release.

Figure 6.8 Functions and functional failures.

Figura 19.5: Análisis de modos de falla

Equipment		Functional failures	Pumping							
			1.1.1 Fails to initiate flow at specified time (pool/spa)	1.1.2 Flow <70 GPM	1.1.3 Fails to terminate flow at specified time	1.2.1 Fails to initiate (pool sweep)	1.2.2 Flow <50 GPM	1.2.3 Fails to terminate before main flow stops	1.3.1 No bleed water flow	1.4.1 On/Off signals malfunction
No.	Name									
A	Main pump with 1-HP motor		X	X						
B	Pool sweep pump with 1/4-HP motor					X	X			
C	Valves—pool/spa alignment (2)		X							
D	Valve—drain		X							
E	Electromechanical timers (2)		(1)		(1)	(1)		(1)		X
F	Water piping		X			X	X		X	
G	Main (swirl) filter			(2)						
H	Trap filters (2)			(2)						
I	Chlorinator									
J	Flush valve on main filter									
K	Pressure gage									
L	Gas heater									
M	Gas piping									
N	Temperature control/limit unit									
O	Pool/spa switch									

(1) Covered in FF No. 1.4.1  
(2) Covered in FF Nos. 2.1.1 and 2.1.2

Figure 6.9 Equipment-functional failure matrix.

Figura 19.6: Matriz equipos vs modos de falla

## 19.7. Análisis de criticidad

Con toda la información de los pasos anteriores se elaboran el conjunto de soluciones posibles para las fallas, tomando en cuenta en análisis de criticidad y los efectos de cada falla.

## 19.8. Selección de tareas

Una vez que se tienen las soluciones posibles se elige aquella que se considere mejor, aplicando buen juicio y la que otorgue un mayor beneficio y sea mas eficiente.

Functional failure	Component/failure mode	Criticality analysis				Comment
		Evident?	Safety?	Outage?	Category	
1.1.1—Fails to initiate flow at specified time	Main pump and 1-HP motor					
	01—Failed bearing	Y	N	Y	B	Must be corrected in 54 days or serious water deterioration occurs.
	02—Motor short	Y	N	Y	B	Iditto above.
	03—Leak	Y	N	Y	B	Iditto above, plus can cause serious motor/pump damage if not shut off in 54 hours.
	Alignment valves					
	01—Stuck open or closed	N	N	Y	D/B	
	Drain valve					
1.1.2—Flow <70 GPM	01—Stuck closed	N	N	Y	D/B	Spa cannot be used if pool water level is too high.
	Piping					
1.1.3—Fails to terminate flow at specified time	02—Pinhole leak	Y	N	N	C	Must be corrected in 54 days or serious water deterioration occurs, plus can cause serious motor/pump damage if not shut off in 54 hours.
	Main pump and 1-HP motor					
1.2.1—Fails to initiate flow at specified time (pool sweep)	01—Bearing deterioration	Y	N	N	C	Gives audible indication.
	01—Failed bearing	Y	N	N	C	
	02—Motor short	Y	N	N	C	
	03—Leak	Y	N	N	C	Can cause serious motor/pump damage if not shut off 54 hours.

Figura 19.7: Análisis de criticidad

## Capítulo 20

# Mantenimiento productivo total

### 20.1. Introducción

El Mantenimiento Productivo Total (TPM) se puede definir como un "programa para mejorar la efectividad global de los equipos, con la participación activa de los operadores" [4].

El concepto *total* considera la efectividad económica total con la participación de *todo* el personal.

El TPM se ha implementado originalmente en Japón (1971). Envuelve el concepto de mirar la empresa como un todo, lo que lleva a descompartamentar las actividades, por ejemplo, el personal de producción es incluido en las tareas de mantención.

El objetivo inmediato del TPM es la "eliminación total de las pérdidas de producción": obtención de 0 pérdidas de producción implica 0 fallas y 0 defectos de calidad. Ello mejora la efectividad del equipo, se reducen los costos y se incrementa la productividad.

EL TPM promueve la idea de que los sistemas productivos son combinaciones de hombres y máquinas (sistemas hombre-máquina) que deben ser optimizados como conjunto, al mínimo costo.

**Observación 105** *Nótese que el objetivo aquí es maximizar la disponibilidad de los equipos; el costo global está dominado por el costo de falla.*

### 20.2. Objetivos

Los objetivos del TPM son:

- Reducir el delay para poner al equipo en operación;
- mejorar la disponibilidad, incrementando la fracción de tiempo productivo;
- Incrementar la vida de los equipos;
- Incluir a los usuarios de los equipos en su mantención, con el apoyo de los especialistas adecuados;
- Hacer uso balanceado e intensivo de la mantención predictiva y preventiva;
- Mejorar la mantenibilidad de los equipos.

A nivel operativo el TPM logra que:

- Cada operador sea responsable por su(s) máquina(s), y realice tareas de mantención básicas tales como limpiar, lubricar, inspeccionar visualmente, reportar si observa anomalías;
- Formar pequeños grupos de trabajo para discutir problemas de mantención, sugerir mejoras y lograr una visión común del conjunto mantención-empresa.

Sus características básicas son:



- postula la maximización de la efectividad del equipo
- establece un sistema de mantención programada que cubre el total de la vida útil del equipo.
- cubre todos los departamentos involucrados.

Estas características se pueden resumir en un plan de mantención ideado y realizado por todos los trabajadores organizados en pequeños grupos.

El TPM también puede ser caracterizado por el tipo de actividad que promueve:

- Mantención autónoma
- Mantención preventiva y predictiva
- Mejoramiento de equipos

### 20.3. Las grandes pérdidas

La mejora de la efectividad se obtiene eliminando las "Seis Grandes Pérdidas" que interfieren con la operación, a saber:

1. Fallas del equipo, que producen pérdidas de tiempo inesperadas.
2. Puesta a punto y ajustes de las máquinas que producen pérdidas de tiempo al iniciar una nueva operación u otra etapa de ella. Por ejemplo, al inicio en la mañana, al cambiar de lugar de trabajo, al cambiar una matriz o hacer un ajuste.
3. Marchas en vacío, esperas y detenciones menores durante la operación normal que producen pérdidas de tiempo, ya sea por la operación de detectores, buzones llenos, obstrucciones en las vías, etc.
4. Velocidad de operación reducida, que produce pérdidas de tiempo al no obtenerse la velocidad de diseño del proceso.
5. Defectos en el proceso, que producen pérdidas de tiempo al tener que rehacer partes de él o reparar piezas defectuosas o completar actividades no terminadas.
6. Pérdidas de tiempo propias de la puesta en marcha de un proceso nuevo, marcha blanca, período de prueba, etc.

El análisis cuidadoso de cada una de estas causas de baja productividad lleva a encontrar las soluciones para eliminarlas y los medios para implementar estas últimas.

Es fundamental que el análisis sea hecho en conjunto por el personal de operaciones y mantención porque los problemas que causan la baja productividad son de ambos tipos y las soluciones deben ser adoptadas en forma integral para que tengan éxito.

### 20.4. Los conceptos básicos de TPM

La Mantención Productiva Total busca el mejoramiento de las operaciones de la fábrica mejorando la actitud y la destreza de todo el personal, desde el gerente general hasta el trabajador de terreno y mejorando el funcionamiento del equipo por medio de la capacitación del personal que está directamente relacionado con él.

La actitud corriente de los operadores y mantenedores es que cada uno tiene su campo de acción y cada uno se interesa en su Parte y nada más: "Yo soy operador y tú eres mantenedor".

La primera etapa de la introducción de TPM es el cambio de la actitud del operador de tal manera que éste realice algunas tareas de mantención en el equipo que maneja. Para esto es necesario entrenarlo en conocimientos y destrezas de mantención, cosa que es posible sólo si está dispuesto y motivado a ello. "El mejoramiento del ser humano depende de su participación e involucramiento".

Se trata de lograr que el operador se preocupe del equipo que él mismo utiliza para su trabajo diario.

Como consecuencia del cambio de actitud en operadores y mantenedores también mejoran otras condiciones del ambiente de trabajo, por añadidura.

Así es como la experiencia japonesa ha identificado cinco palabras que están asociadas a otros tantos conceptos que se dan en el trabajo. Ellas son las 5 "S":

- Seiri (orden),
- Seiton (armonía en la distribución),
- Seiso (integridad),
- Seiketsu (aseo),
- Shitsuke (disciplina).

## 20.5. Las actividades esenciales para realizar TPM

Hay cinco actividades de un total de doce que se pueden identificar, que son fundamentales para que el programa tenga éxito.

El programa debe ser implementado teniendo muy en cuenta las características de la industria, el método de producción, el estado del equipo y los problemas que son más habituales.

Estas actividades son:

1. Mejorar la efectividad de cada equipo. Seleccionar un equipo o familia de equipos y formar un Grupo de Tarea para hacer el análisis de su funcionamiento y llevar a cabo la eliminación de las Seis Grandes Pérdidas logrando con ello el mejoramiento de su efectividad.
2. Implantar la mantención autónoma por los operadores. Promover que se realicen trabajos de mantención por parte de pequeños grupos de terreno según el método que se describe más adelante.
3. Implantar un buen sistema de administración de la mantención que tenga bajo control todas las funciones como planificación, programación, abastecimiento de repuestos, herramientas, manuales de taller, etc. y que establezca trabajos periódicos de mantención preventiva o sintomático.
4. Definir e implementar programas de capacitación para mejorar los conocimientos y destrezas de operadores y personal de mantención.
5. Establecer un sistema para diseñar y producir equipos o componentes que permita llevar a la práctica las mejoras que se propongan en confiabilidad, mantenibilidad y ciclo económico de vida.

En este aspecto hay que hacer mucho énfasis, recordando que son las condiciones de diseño las que tienen la mayor importancia en la disponibilidad.

## 20.6. Mantención autónoma por los operadores

Dado que la mantención autónoma es una de las características distintivas de TPM es necesario prestarle la mayor atención a la forma de implantarla.

La experiencia ha demostrado que este tipo de actividades que involucre a muchas personas y en las cuales se requiere su participación activa y positiva; necesita una preparación muy cuidadosa, desde el comienzo, por parte de todos los interesados.

"El Instituto Japonés de Mantención de Plantas (JIPM) ha desarrollado un método de siete pasos cuyo objetivo es lograr el cambio de actitud indispensable para el éxito del programa. Los pasos son:

1. Aseo inicial.

Limpiar la máquina de polvo y suciedad, a fin de dejar todas sus partes perfectamente visibles. Implementar un programa de lubricación, ajuste sus componentes y descubra y repare todos sus defectos de funcionamiento.

2. Medidas para descubrir las causas de la suciedad, el polvo y las fallas.

Evite las causas de la suciedad, el polvo y el funcionamiento irregular, mejore los lugares que son difíciles de limpiar y de lubricar y reduzca el tiempo que se necesita para limpiar y lubricar.

3. Preparación de procedimientos standard de aseo y lubricación.

Prepare procedimientos de comportamiento standard con el objeto que las actividades de aseo, lubricación y ajustes menores de los componentes se puedan realizar en tiempos cortos. (Este procedimiento debe servir como estructura de referencia del tiempo necesario diaria o periódicamente).

4. Inspecciones generales.

Entrene al personal en técnicas de inspección por medio de manuales de inspección y en el descubrimiento y reacondicionamiento de los defectos menores del equipo descubiertos en las Inspecciones.

5. Inspecciones autónomas.

Prepare hojas de inspección autónoma Y póngalas en práctica.

6. Orden y Armonía en la distribución.

Estandarice procedimientos administrativos para el trabajo y para todas aquellas actividades como:

- Estándares para el aseo, inspección y lubricación.
- Estandarización de registros.
- Estandarización de la administración de herramientas.

7. Administración autónoma de todas las actividades.

Desarrollar políticas y metas a nivel de toda la empresa y haga una rutina de las actividades de mejoramiento: registre sistemáticamente el tiempo entre fallas y haga análisis que conduzcan al mejoramiento del equipo.

Según este método el mismo equipo que el operador maneja se usa para hacer entrenamiento en el trabajo. El operador va adquiriendo gradualmente los conocimientos y destrezas de mantención a través de los siete pasos de entrenamiento e implantación. A medida que va desarrollando las etapas va aumentando también su interés por llevar adelante el TPM.

Estas etapas también incorporan actividades relacionadas con las "5 S". En cada una el trabajador es ayudado por su jefe o por algún técnico del departamento. Cuando aprueba una etapa se le entrega un certificado que le permita seguir a la siguiente.

Este procedimiento para desarrollar la mantención autónoma debe realizarse por medio de pequeños grupos de trabajo en cada área ejecutara o lugar de trabajo. En cada etapa deben recibir asesoramiento y asistencia para que tanto el trabajo de grupo como la mantención que realicen sean bien hechos.

La asesoría no se refiere al mero éxito o fracaso del operador en su aprendizaje sino a toda la situación de mantención del área de trabajo o de las máquinas.

Siguiendo este método paso a paso mejoran tanto el trabajador como las máquinas. Se obtienen excelentes resultados en la eliminación de las 6 Grandes Pérdidas, en el mejoramiento general de la efectividad del equipo y en la obtención de un lugar de trabajo más agradable.

## 20.7. El plan de implantación de TPM

El Japanese Institute of Plant Management sugiere los siguientes pasos:

1. Decisión al más alto nivel;
2. Campaña de información y educación con encuentros y seminarios;
3. Implementando medios de promover las ideas del TPM;
4. Elaborar un informe sobre el estado de los equipos;
5. Establecer un programa de implementación de medio plazo;
6. Ponerlo en marcha;
7. Incrementar la disponibilidad de cada máquina;
8. Desarrollo de la auto-mantención;

9. Optimizar, desde el punto de vista económico, el nuevo servicio de mantención.
10. Entrenamiento de los operadores, vistas sus nuevas labores;
11. Ajuste de la gestión a las nuevas practicas,
12. Después de un plazo debido, medir resultados y establecer nuevos objetivos: el proceso es iterativo.

La experiencia de muchas industrias ha indicado que cada uno de los pasos cumple un papel importante y por lo tanto su seguimiento asegura el éxito desde la etapa preparatoria hasta la implantación total.

El tiempo necesario para completar el programa varía de 2 a 3 años. La etapa preparatoria requiere entre 3 y 6 meses y está constituida por los 5 primeros pasos.

1. La Gerencia da a conocer a toda la empresa su decisión de poner en práctica TPM. El éxito del programa depende del énfasis que ponga la Gerencia General en su anuncio a todo el personal.
2. Se realiza una campaña masiva de información y entrenamiento a todos los niveles de la empresa de tal manera que todo el mundo entienda claramente los conceptos de TPM. Se utilizan todos los medios posibles como charlas, posters, diario mural, etc., de tal manera que se cree una atmósfera favorable al inicio del programa.
3. Se crean organizaciones para promover TPM, como ser un Comité de Gerencia, Comités Departamentales y Grupos de Tarea para analizar cada tema.
4. Se definen y emiten las políticas básicas y las metas que se fijarán al programa TPM. Con este objeto se realiza una encuesta a todas las operaciones de la empresa a fin de medir la efectividad real del equipo operativo y conocer la situación existente con relación a las "6 Grandes Pérdidas". Como conclusión se fijan metas y se propone un programa para cumplirlas.
5. Se define un plan maestro de desarrollo de TPM que se traduce en un programa de todas las actividades y etapas.
6. Una vez terminada la etapa preparatoria anterior se le da la "partida oficial" al programa TPM con una ceremonia inicial con participación de las más altas autoridades de la empresa y con invitados de todas las áreas. Las etapas de implementación del programa contienen las 5 actividades esenciales, descritas anteriormente (etapas 7 a la 11).
7. Se inicia el análisis y mejoramiento de la efectividad de cada uno de los equipos de la planta. Se define y establece un sistema de información para registrar y analizar sus datos de confiabilidad y mantenibilidad.
8. Se define el sistema y se forman grupos autónomos de mantención que inician sus actividades inmediatamente después de la "partida oficial". En este momento el departamento de mantención verá aumentar su trabajo en forma considerable debido a los requerimientos generados por los grupos desde las áreas de producción.
9. Se implementa un sistema de mantención programada en el departamento de mantención.
10. Se inicia el entrenamiento a operadores y mantenedores a fin de mejorar sus destrezas. Este programa debe empezar a, más tardar 6 meses después de la "partida oficial".
11. Se crea el sistema de mejoramiento de los equipos de la planta que permite llevar a la práctica las ideas de cambio y modificaciones en el diseño para mejorar la confiabilidad y mantenibilidad.
12. Esta etapa busca consolidar la implantación total de TPM y obtener un alto nivel de efectividad del equipo. Con este objeto se deben crear estímulos a los logros internos del programa TPM en los diversos departamentos de la empresa.

En Japón, la JIPM ha establecido un concurso anual para premiar a las empresas que muestran mayores logros en la implantación de TPM.

La empresa debe definir año a año metas superiores para la efectividad total de sus instalaciones a fin de lograr mejor productividad y mayores utilidades.

## 20.8. Indicadores TPM

El TPM (tal como cualquier estrategia de gestión) requiere de indicadores para medir la performance de la medidas tomadas. Se han definido una serie de indicadores standard. Como se verá se miden las perdidas de *tiempo* en forma normalizada.

### 20.8.1. Definiciones

tiempo de trabajo (RT, RunningTime)

tiempo operativo bruto=tiempo total trabajado-tiempo de parada planificada

tiempo operativo neto=tiempo operativo bruto-tiempo de configuración-tiempo parada falla

tiempo operativo usable=tiempo operativo neto-tiempo perdido

tiempo productivo neto=tiempo operativo usable-tiempo para reprocesar producto mala calidad

Disponibilidad teórica ( $PA$ , *Planned Availability*)

$$PA = \frac{RT - \text{tiempo de configuración}}{RT}$$

La productividad de los equipos se mide por el *TEEP* (*Total Effective Equipment Productivity*). El TEEP incluye el tiempo de mantención preventiva y es una medida combinada de la utilización del equipo y de su efectividad global. Este indicador incluye<sup>1</sup>:

- Utilización del equipo ( $EU$ ), que considera los tiempos muertos por no trabajar a 3 turnos y las paradas programadas,
- Efectividad global de equipo ( $OEE$ )

$$TEEP = EU \cdot OEE$$

El  $EU$  es

$$EU = \frac{\text{tiempo de los turnos-tiempo paradas programadas}}{\text{tiempo total}}$$

La efectividad global del equipo ( $OEE$ ) refleja como opera el equipo *cuando está operando*. considera la disponibilidad ( $A$ ), la eficiencia de operación (Performance Efficiency,  $PE$ ) y la razón de calidad (Rate of Quality,  $RQ$ ):

$$PE = \frac{\text{tiempo operativo usable}}{\text{tiempo operativo neto}}$$

La disponibilidad considera

$$A = UT \cdot PA$$

Dado que la disponibilidad

$$RQ = \frac{\text{unidades producidas con calidad nominal}}{\text{unidades producidas}}$$

---

<sup>1</sup>Ver ref. ??, pp 53.

$$OEE = A \cdot PE \cdot RQ$$

Un indicador de la efectividad neta del equipo es el *NEE* (*Net Equipment Effectiveness*). Considera el tiempo de operación efectivo (*UT*, Uptime). Este indicador excluye el tiempo de mantención preventiva, además del requerido para ajustes y para configurar:

$$NEE = UT \cdot PE \cdot RQ$$

### 20.8.2. Ejemplo

Un planta opera dos turnos de 8 horas por día. Las paradas programadas duran 90 min:

$$EU = \frac{2 \cdot 8 \cdot 60 - 90}{24 \cdot 60} = 60,4 \%$$

$$RT = 2 \cdot 8 \cdot 60 - 90 = 870 \text{ min/día}$$

El tiempo para configurar el equipo es de 70 minutos, luego la disponibilidad teórica es:

$$PA = \frac{870 - 70}{870} = 92,0 \%$$

el tiempo operativo bruto es

$$870 - 70 = 800 \text{ min/día}$$

El equipo falla 50 min/día en promedio, y el *UT* es

$$UT = \frac{800 - 50}{800} = 93,8 \%$$

La disponibilidad es

$$\begin{aligned} A &= PA \cdot UT \\ &= 92 \cdot 93,8 = 86,2 \% \end{aligned}$$

lo que dá la impresión de que las cosas están funcionando bien. El tiempo operativo neto

$$870 - 70 - 50 = 750 \text{ min/día}$$

el equipo no produce:

por falta de materia prima 240 min/día y

funciona bajo su capacidad nominal durante 75 min/día,

el tiempo operativo usable (nótese que estos dos valores usualmente no son medidos) es

$$750 - 240 - 75 = 435 \text{ min/día}$$

y

$$PE = \frac{435}{750} = 58 \%$$

Una forma alternativa de calcular el *PE* es usar el tiempo de procesamiento de un producto y multiplicarlo por el número de unidades producidas al final del día. En este ejemplo estos valores son 1.5 min/producto, 290 unidades/día

$$PE = \frac{1,5 \cdot 290}{750} = 58 \%$$

Por falta de calidad se reprocesaron 6 unidades por lo que el tiempo productivo neto es

$$435 - 1,5 \cdot 6 = 426 \text{ min/día}$$

y la tasa de calidad  $RQ$  es

$$\begin{aligned} RQ &= \frac{290 - 6}{290} = 97,9 \% \\ &= \frac{426}{435} = 97,9 \% \end{aligned}$$

Finalmente

$$OEE = 86,2 \cdot 58,0 \cdot 97,9 = 49,0 \%$$

$$\begin{aligned} TEEP &= 60,4 \cdot OEE = 29,6 \% \\ &= \frac{426}{1440} \end{aligned}$$

La efectividad con que produce el equipo cuando está operando es:

$$NEE = 93,7 \cdot 58,0 \cdot 97,9 = 53,2 \%$$

Mejorando la mantención debe ser relativamente fácil subir la disponibilidad a 90 %, la performance a 95 %, la tasa de calidad a 99 % en ese caso:

$$OEE' = 90 \cdot 95 \cdot 99 = 84,7 \%$$

## 20.9. Comentarios finales

El TPM aparece como un concepto japonés que busca maximizar la productividad del equipo. Para ello toma una serie de medidas, entre las cuales se encuentra el involucramiento de todo el personal para atacar cualquier variable que afecte la producción.

El tema costos no está considerado explícitamente pues se hace un énfasis en la disponibilidad del equipo.

El TPM es complementario al RBM, el cual se concentra en la generación de un programa de mantención tomando en cuenta necesidades técnicas y costos.

## Apéndice A

# Distribuciones estadísticas

### A.0.1. Ley Chi-cuadrado

Esta ley es usada en particular para investigar que tan bien una hipótesis es corroborada por las observaciones. Si un numero de variables independientes  $X_i$  tienen distribuciones normales con medias y varianzas  $(m_i, \sigma_i^2)$  la cantidad:

$$\chi_\nu^2 = \sum_i^\nu \left( \frac{x_i - m_i}{\sigma_i} \right)^2$$

tiene una distribución  $\chi^2$  con  $\nu$  grados de libertad cuya función densidad de probabilidad es:

$$f(\chi_\nu^2) = \frac{1}{2^{\nu/2} \Gamma(\nu/2)} (\chi_\nu^2)^{(\nu/2-1)} e^{-\frac{\chi_\nu^2}{2}}$$

con  $E = \nu$ ,  $\sigma^2 = 2\nu$  y la función Gamma:

$$\Gamma(k) = \int_0^\infty u^{k-1} e^{-u} du$$

**Observación 106** Si  $\nu = 2$  se convierte en distribución exponencial;

**Observación 107** Si  $\nu$  es grande ( $\geq 30$ ) se aproxima a una distribución normal.

### A.0.2. Ley de Student

Esta distribución es usada para tests de confianza, vale decir, dadas dos muestras independientes, decidir si ellas pertenecen a la misma población. Si  $X$  es una variable aleatoria con distribución normal (con media 0 y varianza 1) y  $\chi^2$  es independiente de  $X$  y tiene una distribución  $\chi^2$  con  $\nu$  grados de libertad, entonces la cantidad:

$$t = \frac{x}{\sqrt{\chi_\nu^2 / E(\chi_\nu^2)}}$$

tiene distribución Student con  $\nu$  grados de libertad, definida por:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{\nu\pi}} \frac{\Gamma\{(\nu+1)/2\}}{\Gamma\{\nu/2\}} (1+t^2/\nu)^{-(\nu+1)/2}$$

con  $E(t) = 0$  si  $\nu > 1$ ,  $\sigma^2 = \frac{\nu}{\nu-2}$  con  $\nu > 2$ .

### A.0.3. Ley de Fisher

Se usa para tests de confianza y también en el análisis de varianza. Si  $\chi_1^2$  y  $\chi_2^2$  son dos variables independientes con distribuciones  $\chi^2$  con  $\nu_1$  y  $\nu_2$  grados de libertad respectivamente, la cantidad:

$$f(F) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu_1+\nu_2}{2}\right) \nu_1^{\frac{\nu_1}{2}} \nu_2^{\frac{\nu_2}{2}} F^{\frac{\nu_1}{2}-1}}{\Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\nu_2}{2}\right) (\nu_2 + \nu_1 F)^{\frac{\nu_1+\nu_2}{2}}}$$



tiene una distribución Fisher con  $(\nu_1, \nu_2)$  grados de libertad con

$$\begin{aligned} E &= \frac{\nu_2}{\nu_2 - 2}, \nu > 2 \\ \sigma^2 &= \frac{\nu_2^2 (2\nu_2 + 2\nu_1 - 4)}{\nu_1 (\nu_2 + 2)^2 (\nu_2 - 4)}, \nu > 4 \end{aligned}$$

## Apéndice B

### Tarea: Planificación de parada mayor

Para una parada mayor de planta se ha construido una lista de actividades que tienen los siguientes costos, duraciones estimadas y precedencias lógicas:

Actividad	Predecesora inmediata	Sucesora inmediata	Tiempo normal (h)	Costo normal (M\$)	Tiempo apresurado (h)	Costo apresurado (M\$)
a	-	d,e	4	10	2	15
b	-	g	8	8	2	14
c	-	f	2	4	1	6
d	a	g	3	8	2	12
e	a		5	8	3	14
f	c		5	6	1	10
g	b,d		6	12	2	16

- Estudie capítulo 13 de ref. [13]
- Dibuje la red CPM
- ¿Cual es el tiempo de terminación de la parada y el costo normal?
- Identifique la ruta crítica
- ¿Cuanto costaría apresurar la terminación de las actividades
  - en 1 día?
  - en 2 días?
- ¿Cual es el tiempo mínimo para la terminación de la parada?

**Observación 108** *Se aconseja el uso del paquete Microsoft Project.*



## Apéndice C

# Cuestionario de evaluación de SIM

### C.1. Registro de equipos

1. ¿ Qué información se define a nivel de cada equipo?<sup>1</sup>
2. ¿ Se puede establecer un sistema de codificación jerárquica de áreas y sistemas a los cuales tales equipos o piezas pertenecen?
3. ¿ El sistema acepta la posibilidad de identificar un proveedor del equipo y un proveedor del servicio de mantenimiento?, ¿ Qué datos se pueden registrar de cada proveedor?, ¿ Hay alguna referencia cruzada de proveedor y equipo?,
4. ¿ Se puede definir para cada equipo información técnica detallada?, ¿ Son datos pre-establecidos o pueden ser definidos libremente por los usuarios?, ¿ Los datos son campos de una base de datos o texto libre?
5. ¿ Se puede armar una base de datos de especificaciones técnicas por familia de equipos?
6. ¿ Pueden almacenarse imágenes gráficas o planos de un equipo?, ¿ Cómo funcionaría esta opción?
7. ¿ Cómo se define la referencia cruzada entre equipo y repuestos?, ¿ Se pueden identificar los repuestos usados por cada equipo y en que cantidad?
8. ¿ Permite definir datos de reaprovisionamiento de materiales?
9. ¿ Se pueden definir tiempos de inactividad de equipos? ¿ A qué nivel?, En qué forma se registran estos datos ?
10. ¿ Se puede realizar un seguimiento de la ubicación de los equipos móviles?
11. ¿ Se puede definir la “criticidad” (prioridad) de cada equipo? ¿ De qué forma?
12. ¿ Qué información contable se maneja para cada equipo? ¿ Se puede registrar los costos de mantenimiento de un equipo en particular? ¿ Hay alguna relación con el sistema de activo fijo?
13. ¿ Se pueden especificar para un equipo las necesidades especiales de capacitación?

### C.2. Mantenimiento preventivo y predictivo

1. ¿ Se puede definir un programa de mantenimiento preventivo y predictivo para un equipo?, ¿ Qué datos se especifican para cada programa de mantenimiento preventivo y predictivo?
2. ¿ Cómo se generan las órdenes de trabajo para el mantenimiento preventivo y predictivo?

---

<sup>1</sup>de la revista del mantenimiento

3. ¿ Cómo maneja el concepto de frecuencia de los mantenimientos preventivo y predictivo?
4. ¿ Permite el enlace con software específico para mantenimiento predictivo? ¿ Requiere modificaciones?
5. ¿ Cómo se registran los resultados de un programa de mantenimiento preventivo o predictivo?

### C.3. Planeamiento de las ordenes de trabajo

1. ¿ Se pueden definir procedimientos de trabajo? ¿ De qué forma se maneja esta opción? ¿ Qué tipo de información se define en cada procedimiento?
2. ¿ Un procedimiento de trabajo puede guardarse para ser reutilizado (procedimientos de trabajo estándar)?
3. ¿ Para cada procedimiento de trabajo se pueden definir los recursos necesarios (materiales, mano de obra, herramientas, contratistas, tiempos de operación, etc.) ?, ¿ Se mantiene algún registro de los recursos disponibles?, ¿ Se puede establecer el costo unitario de los recursos?
4. ¿ Hay alguna manera de registrar todas las normas de seguridad, medio ambiente e higiene requeridas para la ejecución del procedimiento de trabajo?
5. ¿ Se puede calcular el costo de cada procedimiento de trabajo? ¿ Con qué nivel de detalle?
6. ¿ El programa genera reserva de recursos?, ¿ Se puede conocer la disponibilidad de recursos para un período?
7. ¿ Se genera un programa de trabajo? ¿ Cómo se visualiza? ¿ Qué tipo de información contiene ?
8. ¿ El cálculo del programa es manual o automático? ¿ En el cálculo se tiene en cuenta la disponibilidad de recursos? ¿ Se realiza la nivelación de recursos?
9. ¿ Qué criterio se utiliza para la priorización de las órdenes en el programa?
10. ¿ Permite generar requerimientos de compra?
11. ¿ Se puede modificar un programa vigente?
12. ¿ El planeamiento tiene en cuenta el concepto de unidad de mantenimiento? ¿ Cómo funciona esto?
13. ¿ Permite visualizar la disponibilidad de equipos y recursos en el tiempo?

### C.4. Administración de las ordenes de trabajo

1. ¿ Los usuarios pueden registrar los pedidos de trabajo en el sistema? ¿ Qué información pueden registrar?
2. ¿ Hay posibilidad de que el usuario preclasifique los pedidos de trabajo según el tipo de pedido (emergencia, correctivo, preventivo, etc.)?
3. ¿ Se puede llevar un registro de todos los pedidos hechos al área de mantenimiento?
4. ¿ El sistema soporta tareas de emergencia? ¿ Cómo realiza este proceso?
5. ¿ Se puede realizar un seguimiento de las órdenes de trabajo desde la emisión, planificación,
6. ¿ Se pueden transferir los datos de las órdenes de trabajo cumplidas a un archivo histórico?
7. ¿ Se pueden obtener los costos insumidos por la orden de trabajo?

8. ¿ Al completar una orden de trabajo, se puede registrar el consumo/devolución de ítems de inventario?, ¿ Cómo se resuelve la imputación contable de los consumos/ devoluciones ?
9. ¿ Se puede modificar la imputación contable a nivel de orden de trabajo? ¿ De donde se extrae este dato?
10. ¿ Cómo se realiza el registro de novedades (recursos, trabajos) en una orden de trabajo ?
11. ¿ Se pueden calcular índices de cumplimiento de un programa? ( Ej.: órdenes programadas a Fin de período vs cantidad de órdenes cumplidas.)
12. ¿ Se puede calcular el porcentaje de cumplimiento de las órdenes teniendo en cuenta el tipo de orden (correctivo, preventiva, etc.)?
13. ¿ Se puede registrar la evaluación del proveedor? ¿ De qué forma?

## C.5. Administración de proyectos y paradas de planta

1. ¿ Hay algún módulo para manejar el planeamiento y el análisis de los proyectos? ¿ Cómo funciona? ¿ Qué técnicas utiliza?
2. ¿ Se puede 'linkear o interfacear' el planeamiento con Microsoft Project?

## C.6. Información general

1. ¿ El paquete tiene la posibilidad de manejar dos monedas? (Peso y Dólar por ejemplo)
2. ¿ Permite el registro de personal propio y/o de terceros?
3. ¿ Qué información genera para la contabilidad?
4. ¿ De qué bases de datos genera información histórica y/o acumulada?
5. ¿ Indique sobre que eventos o entidades se puede obtener información de costos?, ¿Qué tipo de relaciones se pueden establecer?
6. ¿ Permite definir causas por detenciones?

## C.7. Informes de gestión

1. ¿ Qué informes genera el sistema?
2. ¿ Los informes incluyen facilidades gráficas?

## C.8. Hardware y software de base

1. Plataforma del paquete
2. Requerimientos de hardware (periféricos, memoria principal y secundaria. etc. )
3. Recomendación de hardware (marcas y modelos)
4. ¿ Se requiere hardware adicional para soportar un crecimiento o cambio en el volumen de datos? Podría especificar la relación volumen de datos vs. requerimientos de hardware.
5. ¿ El paquete puede correr bajo el sistema operativo utilizado por nuestra compañía o requiere modificaciones?

6. ¿ El paquete puede vincularse apropiadamente con los sistemas actualmente instalados y con la base de datos?
7. ¿ Se necesita algún paquete de software o utilidad especial para que el paquete pueda operar?

## C.9. Consideraciones técnicas

1. ¿ Qué tecnología utiliza su producto?
2. ¿ Se entregan los programas fuentes?
3. ¿ El lenguaje fuente es un lenguaje standard, o ha sido alterado para acomodar el paquete?
4. ¿ El lenguaje fuente utilizado es de una versión actualizada?. De no ser así, ¿Cuál es la versión que utiliza?
5. ¿ Qué mecanismos de control interno y pistas de auditoria provee?
6. ¿ Qué facilidades de protección de archivos y seguridad de datos tiene?
7. ¿ Los informes son claros y comprensivos?,¿Pueden ser “customizados“?, ¿ Hay ejemplos en los manuales de usuarios?
8. ¿ Las pantallas son fáciles de usar (“user friendly“)? ¿ Hay ejemplos en los manuales de usuarios? ¿ Son en castellano?
9. ¿ Los procedimientos de backup y recovery pueden validarse?
10. ¿ Se dispone de ayuda on-line? ¿ Es en castellano? ¿ Puede ser “customizada“? ¿ Es sensitiva al contexto?

## C.10. Performance

1. ¿ Cuales son las características de performance del paquete (tiempos de respuestas, backup, recovery y mantenimiento de archivos)?
2. ¿ Puede realizarse un test “ Benchmark” en una máquina donde correría el paquete?
3. ¿ Qué factores de procesamiento tienen el mayor impacto en la performance: del paquete?

## C.11. Flexibilidad

1. ¿ Las longitudes de los registros y las capacidades de los archivos son fácilmente expandibles?. Si es así, ¿ Cómo se hace esto?
2. ¿ El paquete viene con un generador de reportes o alguna herramienta de desarrollo para customizaciones? ¿ Cómo trabajan estas facilidades y cómo impactan en el paquete y su operatoria?
3. ¿ El producto esta dividido en módulos?, ¿ Qué dependencia tienen entre sí?
4. ¿ Qué restricciones específicas tiene asociadas el paquete?

## C.12. Consideraciones de implementación

1. ¿ Cuántos días requiere la implantación?
2. ¿ Cuántas personas de su staff participan en la implantación? ¿Cuál es el rol de cada una de estas personas?
3. ¿ Qué cantidad de usuarios y personal de sistemas de nuestra empresa será afectado al proceso de implantación?,¿ Qué tipo de orientación o entrenamiento necesitarán?, ¿ Cuánto tiempo lleva el entrenamiento?
4. ¿ Usted recomienda algún procedimiento para el proceso de implantación y conversión?
5. Según su experiencia, ¿Cuál es la causa principal para no alcanzar una exitosa implantación?

## C.13. Documentación

1. ¿ La documentación incluye los siguientes puntos? manuales de usuarios y manuales operativos, narración descriptiva del paquete completo, narración descriptivas de las funciones del paquete, flowcharts del sistema, diseño de la estructura de datos, instrucciones de recovery.
2. ¿ Con qué frecuencia se envía la documentación de los upgrades?
3. ¿ La documentación está disponible en soporte magnético?

## C.14. Soporte

1. ¿ Cuántos años hace que usted representa al producto?
2. ¿ Cuántas oficinas tiene su empresa y donde están ubicadas?
3. ¿Cuál es el número exacto de personas de su empresa que dan soporte y que características tienen?, ¿ Solamente están capacitados para dar entrenamiento y no para resolver aspectos técnicos, o vice versa?,¿ Si necesita asistir el producto técnicamente, su staff esta capacitado para brindar soporte? ¿ A qué nivel?
4. ¿ En qué forma realiza el soporte del producto (personal, telefónica, otras)?
5. ¿Cuál es la ubicación física de la oficina o persona de su staff que va a estar afectada al soporte de nuestra compañía?, ¿ Hay una HOT -LINE con esta oficina o persona? ¿ Durante que horario?
6. ¿ Usted envía los upgrades tan pronto como están disponibles?, ¿Cuál fue la fecha de su último upgrade?
7. ¿ Hay grupos de usuarios para este paquete?. En caso afirmativo, ¿ Usted atiende sus recomendaciones?

## C.15. Antecedentes y estrategias del producto

1. ¿ Cuándo, dónde, por quién y para quién fue desarrollado originalmente el paquete?
2. ¿ Su producto apareció alguna vez en alguna publicación importante?
3. ¿ Podría dar los nombres de cinco empresas que tienen el software instalado?
4. ¿ Cuántos clientes, en Chile, tienen en total y cuantos de ellos aún no tienen el paquete totalmente instalado? ¿Cuál es el motivo principal por el cual aún no tienen el producto instalado?



5. ¿ En base a la función de la empresa que su producto atiende, cual ha sido el cambio o requerimiento más importante y cómo impactó en el software? ¿ Cual considera que será el próximo cambio?
6. ¿ Podría dar una lista de los problemas o defectos que tiene el Paquete en este momento?, ¿ Cómo se informa a los clientes sobre estos Problemas?
7. ¿ Cada cuanto se hacen upgrades o releases?

## C.16. Aspectos financieros

1. Costo directo del paquete.
2. Costo de las modificaciones para satisfacer los requerimientos funcionales
3. Costo de desarrollar las interfaces
4. Costo de entrenar usuarios y personal de sistemas
5. Costo de instalación y testeo del paquete
6. Costo de soporte continuo (detallar prestaciones incluidas)
7. Costo de opciones extra
8. Costo adicional de entrenamiento y consultorio
9. Costo de upgrades

## C.17. Condiciones contractuales

1. ¿Cuáles son los términos específicos del contrato ? ¿ Que opciones están incluidas y cuales no?
2. ¿Cuáles son las condiciones para el uso de licencias?
3. ¿Qué tipo de garantía tiene el producto? (compromiso para diagnosticar y resolver errores, etc.)
4. ¿Hay algún tipo de. descuento para múltiples instalaciones dentro de la misma compañía?
5. ¿Hay un período de prueba para el paquete? Especificar costo y condiciones
6. Si es un producto extranjero, defina claramente cuáles el nivel de responsabilidad de su firma y cuál la del fabricante.

# Bibliografía

- [1] J. Bisschop and R. Entriken. *AIMMS, The Modeling System*. Paragon Decision Technology, The Netherlands, 1993.
- [2] F. Boucly. Condition optimale de remplacement preventif. *Achats et entretien*, 336:27–33, 89.
- [3] B.S. Dhillon. A hazard rate model. *IEEE Transactions on Reliability*, R-28:150–154, 1979.
- [4] Hartmann P.E. Edward, H. *Successfully Installing TPM in a Non-Japanese Plant*. 1992.
- [5] A.K.S. Jardine. *Maintenance, Replacement and Reliability*. Pitman Publishing, 1973.
- [6] S. Luce. Pour une GMAO plus efficace, association universitaire de mecanique. 4:545–548, 1997.
- [7] S. Luce. Choice criteria in conditional preventive maintenance. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 13(1):163–168, January 1999.
- [8] P. Lyonnet. *Maintenance Planning, Methods and Mathematics*. Chapman & Hall, 1991.
- [9] *Pratique de la Maintenance Industrielle*. Dunod, 1998.
- [10] N.J McCormick. *Reliability and Risk Analysis*. Academic Press, 1981.
- [11] J.G. Rau. *Optimization and Probability in Systems Engineering*. Van Nostrand Reinhold, 1970.
- [12] G.H. Sandler. *System Reliability Engineering*. Prentice-Hall, 1963.
- [13] R.G. Schroeder. *Administracion de Operaciones*. McGraw-Hill, 3era edición edition, 1989.
- [14] C.R. Sundararajan. *Guide to Reliability Engineering*. Van Nostrand Reinhold, 1991.
- [15] Cristian Harold Ostermann Wagner. Desarrollo y aplicacion de un metodo de analisis cuantitativo y cualitativo de fallas de la maquinaria minera. Master's thesis, Departamento de Ingenieria Mecanica, 1998.
- [16] Jardine A.K.S. Zhang, F. Optimal maintenance models with minimal repair, periodic overhaul and complete renewal. *IIE Transtactions*, 30:1109–1119, 1998.