

1 TRANSMISION DEL MOVIMIENTO POR ENGRANAJES Y SUS APLICACIONES

1.1 TRANSMISION POR ENGRANAJES

La potencia puede transmitirse desde un árbol a otro por medio de correas, ruedas de fricción engranajes o cadenas. Cuando la razón entre las velocidades tiene que ser constante se aplica ruedas de engrane. Es evidente que cualquier par de superficies que rueden juntas con un movimiento de rodadura pura, de manera a dar la relación de velocidades deseada, puede servir de base para el diseño de un par de ruedas dentadas. El movimiento transmitido por un par de ruedas dentadas bien diseñadas es idéntico al de las curvas o superficies básicas rodando una sobre otra. Para que un par de curvas puedan moverse una sobre otra con un movimiento de rodadura pura, el punto de tangencia de las curvas tiene que hallarse siempre sobre la recta que une los centros de rotación de las curvas.

Los primeros datos que existen sobre la transmisión de rotaciones con velocidad angular uniforme por medio de engranajes, corresponden al año 1674, cuando el famoso astrónomo danés Olaf Roemer propuso la forma o perfil del diente en epicicloide. Del profesor Camus fue la idea de la intercambiabilidad de las ruedas dentadas y Robert Willis, profesor de Cambridge, fue el que obtuvo la primera aplicación práctica de la epicicloide al emplearla en la construcción de una serie de engranajes intercambiables. De la misma manera, de los primeros matemáticos fue la idea del empleo de la evolvente de círculo en el perfil del diente, pero también se deben a Willis las realizaciones prácticas. Es muy posible que fuera el francés Phillipe de Lahire el primero en concebir el diente de perfil en evolvente en 1695, muy poco tiempo después de que Roemer concibiera el epicicoidal. La primera aplicación práctica del diente en evolvente fue debida al suizo Leonard Euler (1707). A Willis se le debe la creación del odontógrafo de su nombre para el trazado simplificado del perfil del diente de evolvente.

En 1856, Christian Schiele descubrió el sistema de fresado de engranajes rectos por medio de la fresa-madre, pero el procedimiento no se lleva a la práctica hasta 1887, a base de la patente Grant. En 1897, Hermann Pfauter, alemán, inventa y patenta una máquina universal de dentar engranajes rectos y helicoidales por fresa-madre con mecanismo diferencial. Por último, en 1905, M. Chambon, de Lyon, fue el creador de la máquina para el dentado de engranajes cónicos por procedimiento de fresa madre.

1.2 CAMPO DE APLICACIÓN DE LOS ENGRANAJES

Existe una gran variedad de formas y tamaños de engranajes, desde los más pequeños usados en relojería e instrumentos científicos (se alcanza el módulo 0,05) a los de grandes dimensiones, empleados, por ejemplo, en las reducciones de velocidad de las turbinas de vapor de los buques, en el accionamiento de los hornos y molinos de las fábricas de cemento, etc. El campo de aplicación de los engranajes es prácticamente ilimitado. Los encontramos en las centrales de producción de energía eléctrica, hidroeléctrica y en los elementos de transporte terrestre: locomotoras, automotores, camiones, automóviles, transporte marítimo en toques de todas clases, aviones, en la industria siderúrgica: laminadores, transportadores, etc., minas y astilleros, fábricas de cemento, grúas, montacargas, máquinas-herramientas, maquinaria textil, de alimentación, de vestir y calzar, industria química y farmacéutica, etc., hasta los más simples movimientos de accionamiento manual. Toda esta gran variedad de aplicaciones del engranaje puede decirse que tiene por única finalidad la transmisión de la rotación o giro de un eje a otro distinto, reduciendo o aumentando la velocidad del primero, constituyendo los llamados “reductores o multiplicadores de velocidad” y los “cambios de velocidades”. Una variedad muy interesante de todos estos mecanismos la constituyen los llamados “trenes epicicloides” y los “diferenciales”.

2.- VENTAJAS Y DESVENTAJAS DE LA TRANSMISIÓN POR ENGRANES

- Debido a la forma curva de los perfiles de los dientes es de evolvente o cicloidal el movimiento transmitido por un par de ruedas dentadas es de rodadura pura.

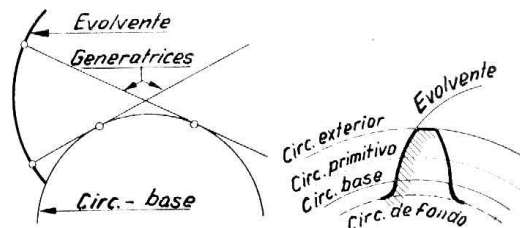
- Además la relación de rotaciones con velocidad angular de la transmisión engranajes, es uniforme. Por esta razón se aplica como reductor o multiplicador de velocidades en máquinas en las que se requiere una velocidad específica y que no tenga alteraciones o fluctuaciones de velocidad.
- Los engranes proporcionan a las máquinas una gradación utilizable de relaciones de velocidad.
- Los engranes permiten grandes transmisiones de potencia desde el eje de una fuente de energía hasta otro eje situado a cierta distancia y que ha de realizar un trabajo sin pérdidas de energía.
- Los engranes tienen como desventaja que no pueden transmitir potencia entre distancias grandes entre centros para estos casos se utiliza poleas o cadenas.
- Los engranes tienen un costo elevado comparado con los otros tipos de transmisión por cadenas y las poleas.

3.- FORMAS DE LA SUPERFICIE PRIMITIVA PARA DIENTES COMUNES, HELICOIDALES, CÓNICOS Y SIN FIN

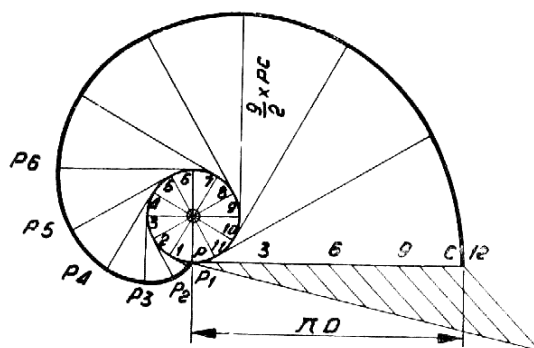
PERFIL DEL DIENTE

El perfil del diente, o sea la forma de sus flancos, está constituido por dos curvas evolventes de círculo, simétricas respecto al eje que pasa por el centro del mismo. Como se sabe, existe también el perfil cicloidal, aunque casi no se emplea, excepto en relojería.

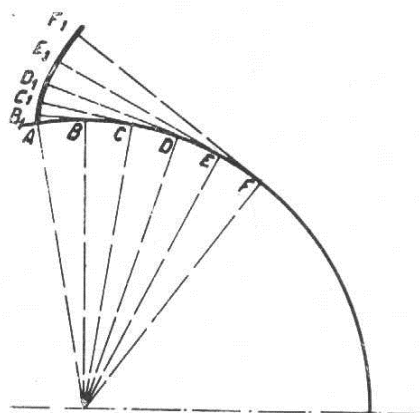
1.- LA EVOLVENTE DE CIRCULO. Se llama “evolvente de círculo” a la curva descrita por un punto de una recta (generatriz) que gira sin deslizar sobre una circunferencia (circunferencia-base). La parte del perfil del diente que está debajo de la circunferencia-base no es ya “evolvente”.



TRAZADO DE LA EVOLVENTE. SE divide la circunferencia-base en un número entero de partes iguales. En la figura, doce partes iguales, cosa que facilita el trazado, por coincidir con los 30° y los 60° de las escuadras de dibujo. Desde P se traza la tangente horizontal PC, igual a la longitud de la circunferencia-base. Se divide PC en el mismo número de partes iguales anterior. Desde el extremo de cada radio se traza una tangente (que siempre es normal al radio en dicho punto). Empleando PC como escala, se toma sobre cada tangente la longitud correspondiente de la tangente PC. Así, 1— $P_1 = 1/12$ PC, 2— $P_2 = 2/12$ PC, 3— $P_3 = 3/12$ PC, etc. Nótese que las longitudes de las tangentes crecen en progresión aritmética. La curva que pasa por los puntos P_1, P_2, P_3, \dots es una evolvente.



TRAZADO APROXIMADO DE LA EVOLVENTE. Se divide la circunferencia-base en un número cualquiera de partes iguales, AB, BC, CD, etcétera. Por cada uno de los puntos A, B, C se trazan las tangentes BB₁, CC₁..., perpendiculares a los radios respectivos en dichos puntos. Con centro en B, y radio igual a BA se traza el arco AB₁. Luego, el próximo arco B₁C₁, con centro en C y radio CB₁. Se traza el arco siguiente C₁D₁ con centro en D y radio DC₁. La curva determinada por la sucesión de arcos trazados es, con aproximación suficiente, una evolvente. Naturalmente, cuanto más pequeñas sean las divisiones efectuadas en la circunferencia-base, mayor será la aproximación de la curva obtenida a la evolvente.



CIRCUNFERENCIA BASE Y ANGULO DE PRESION. Conforme queda dicho, el origen de las evolventes que constituyen los flancos de los dientes está en la “circunferencia-base”.

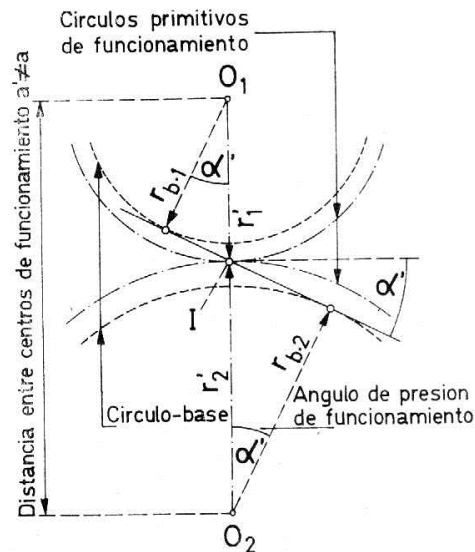
El ángulo que forma la línea de acción y la tangente horizontal a la circunferencia primitiva en el punto primitivo, es el “ángulo de presión”. Se designa por ‘ ϕ ’.

La fórmula que nos da el diámetro de la circunferencia-base o diámetro-base, es la siguiente:

$$d_b = d \cos \phi$$

d = diámetro primitivo (de generación) = $z.m$

CIRCUNFERENCIAS PRIMITIVAS DE FUNCIONAMIENTO. La circunferencia primitiva o la circunferencia base se refieren a una rueda o piñón independiente. En el momento que esta pieza pasa a formar parte de un engranaje (o sea, engranando con otra) nace el concepto de circunferencias “primitivas de funcionamiento”, que son las circunferencias (distintas de las “de generación” en los engranajes corregidos), que son tangentes y ruedan sobre otra sin deslizar. Tienen importancia en los engranajes corregidos al funcionar el engranaje con distancia entre centros distinta de la normal. En los normales, las primitivas de generación y las de funcionamiento son las mismas.



ECUACION POLAR DE LA EVOLVENTE. El ángulo bajo el cual, en un punto del perfil, la tangente en este punto corta al radio vector correspondiente se denomina “ángulo de incidencia. El ángulo de incidencia en el punto primitivo 1 será igual al ángulo de presión

La ecuación polar de la evolvente es:

$$r = r_b \left(\frac{r}{r_b} \right)^{\cos \alpha'} = r_b \left(\frac{r}{r_b} \right)^{\cos \alpha'}$$

y expresados en radianes.

A la función $\left(\frac{r}{r_b} \right)^{\cos \alpha'}$ se la denomina evolvente, y su símbolo es inv .

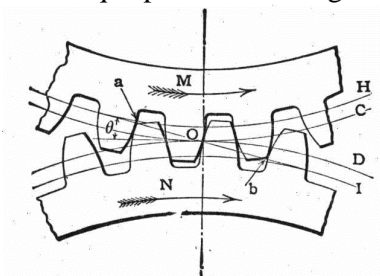
De la figura anterior se deduce también:

$$\text{ángulo IOa} = \text{inv}$$

$$\text{ángulo IOM} = \text{inv} - \text{inv}$$

PERFIL CICLOIDAL DE DIENTE

Se forman cuando un círculo rueda sobre el exterior y el interior de los círculos de rodadura o círculos primitivos C y D. En la figura que sigue a continuación se ilustra una porción de dos ruedas con dientes cicloidales. El contacto acaba de empezar en *a*, y a medida que las ruedas giren el punto de contacto se desplazará a lo largo de la trayectoria curvilínea *aOb*, cesando en *b*. Se ha trazado la normal al primer punto de contacto y es evidente que la inclinación de la normal con respecto a la tangente común de los dos círculos primitivos es máxima en este punto, y varía constantemente de dirección, aunque pasando siempre por *O*. Puede demostrarse que en el sistema evolvente la relación de las velocidades angulares permanece constante, dentro de los límites de actuación, sean o no tangentes los círculos primitivos; pero para la transmisión de una relación constante de velocidades con engranajes cicloidales los círculos primitivos tienen que permanecer tangentes.



4.- VENTAJAS Y DES VENTAJAS DE LOS PERFILES DE EVOLVENTES SOBRE LOS CICLOIDALES

LAS VENTAJAS DEL SISTEMA DE ENGRANAJES CON PERFIL EVOLVENTE

Las ventajas del sistema de engranajes con perfil evolvente son las siguientes:

1. Economía del procedimiento de tallado. Número de útiles reducido.
2. Curva continua en todo el flanco (recta, en la cremallera). En el sistema cicloidal, el flanco está formado por dos curvas y, por tanto, la ventaja del primero, en cuanto a facilidad de mecanizado, es indudable.
3. Los engranajes con dientes en evolvente, son los únicos que pueden funcionar con distancias entre centros variables, conservando uniforme la velocidad angular. La variación de distancia entre centros hace variar el “ángulo de presión de funcionamiento”. (Cuando dicho ángulo aumenta, aumenta también la presión sobre los cojinetes de apoyo de los ejes.).
4. El diente con perfil de evolvente es más sólido, a igualdad de paso, que el cicloidal.
5. En los engranes de perfil cicloidal el contacto se efectúa entre superficies convexas y cóncavas, en tanto que en los de evolvente el contacto se realiza entre superficies convexas o entre superficies convexas y planas.
6. Puede demostrarse que en el sistema evolvente la relación de las velocidades angulares permanece constante, dentro de los límites de actuación, sean o no tangentes los círculos primitivos; pero para la transmisión de una relación constante de velocidades con engranajes cicloidales los círculos primitivos tienen que permanecer tangentes.

DESVENTAJAS DEL PERFIL EVOLVENTE

Y como desventajas del perfil en evolvente, cabe señalar:

1. Presión sobre los cojinetes, que tiende a separar los dos elementos, rueda y piñón. De todos modos, esto también ocurre en el perfil cicloidal, excepto cuando el contacto entre dientes conjugados tiene lugar en el primitivo.
2. Las superficies conjugadas son, en ambos dientes, convexas, excepto en las ruedas de dentado interior.
3. La lubricación de los dientes cicloidales es, pues, algo más eficaz que la de los dientes de evolvente, y esta propiedad es útil en las transmisiones por tornillo sin fin que transmiten cargas importantes.

5.- ESQUEMA DE ENGRANES PARA TRANSMISIÓN DE MOVIMIENTO ENTRE EJES PARALELOS, QUE SE CRUZAN, QUE SE CORTAN

CLASIFICACIÓN DE LOS ENGRANAJES

Según la situación relativa de los árboles

La más empleada es la que se basa en la situación relativa de los árboles o ejes donde van montados los engranajes, y cuyo movimiento de rotación transmiten.

- Ejes paralelos en un mismo plano.
- Engranajes cónico-rectos, cónico-helicoidales o espirales.
- Ejes que se cortan en un mismo plano.
- Engranajes cónico-rectos, y helicoidales y cónico-espirales.
- Ejes que se cruzan perpendicularmente.
- Engranajes de tornillo-sin-fin, helicoidales, cónico-hipoides
- Ejes que se cruzan a cualquier ángulo.
- Helicoidales.

1.1 Clases de engranajes

Todos los tipos de engranajes citados, se resumen en las tres clases o tipos siguientes:

1.1.1 ENGRANAJES CILINDRICOS.

1.1.1.1 *Rectos exteriores o simplemente rectos* (Fig. 1). — Es el tipo de engranaje más simple y corriente, generalmente, para velocidades medias.

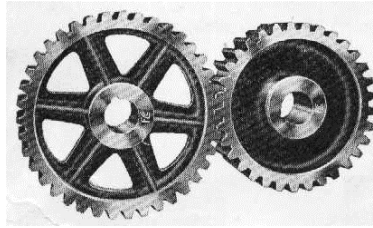


Fig.1

A grandes velocidades si no son rectificadas, producen ruido más o menos importante según la velocidad y la corrección de su tallado.

1.1.1.2 *Interiores* (Fig. 2).- Pueden ser con dentado recto, helicoidal o doble-helicoidal. Engranajes de gran aplicación en los llamados “trenes epicicloidales o planetarios”.

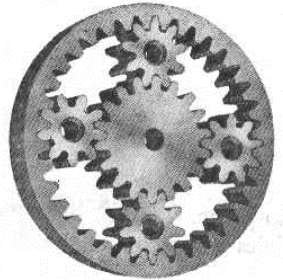


Fig.2

1.1.1.3 *Helicoidales* (Fig. 3).- Más silenciosos que los rectos. Se emplean siempre que se trata de velocidades elevadas. Necesitan cojinetes de empuje para contrarrestar la presión axial que originan.

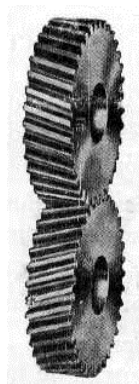


Fig.3

1.1.1.4 *Doble-helicoidales* (Fig. 4).- Para las mismas aplicaciones que los helicoidales, con la ventaja sobre éstos de no producir empuje axial, debido a la inclinación doble en sentido contrario de sus dientes. Se les denomina también por el galicismo “á chevron”, que debe evitarse.

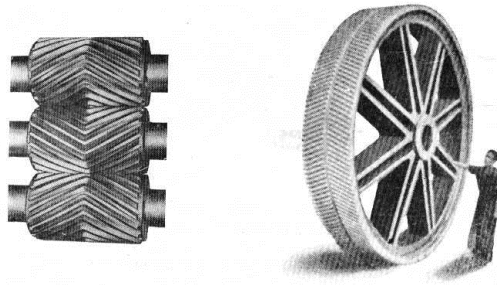


Fig.4

- 1.1.1.5 *Helicoidales para ejes cruzados* (Fig. 5).- Pueden transmitir rotaciones de ejes a cualquier ángulo, generalmente a 90° , para los cuales se emplean con ventaja los de tornillo-sin-fin, ya que los helicoidales tienen una capacidad de resistencia muy limitada y su aplicación se ciñe casi exclusivamente a transmisiones muy ligeras (reguladores, etc.).

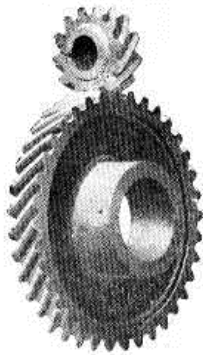


Fig.5

- 1.1.1.6 *Cremallera* (Fig. 6).- Rueda cilíndrica de diámetro infinito con dentado recto o helicoidal, Generalmente de sección rectangular.

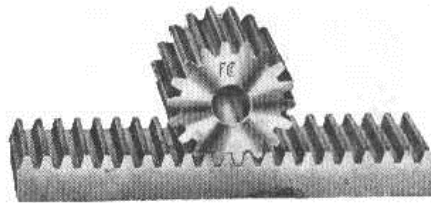


Fig.6

1.1.2 ENGRANAJES CONICOS

- 1.1.2.1 *Cónico-rectos* (Fig. 7). - Efectúan la transmisión de movimiento de ejes que se cortan en un mismo plano, generalmente en ángulo recto, por medio de superficies cónicas dentadas. Los dientes convergen en el punto de intersección de los ejes.

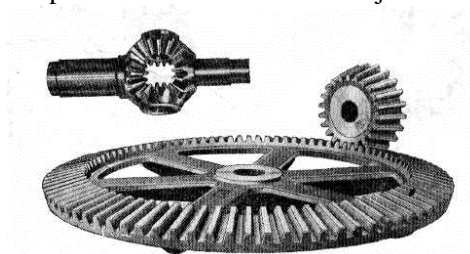


Fig.7

1.1.2.2 *Cónico-helicoidales* (Fig. 8).- Engranajes cónicos con dientes no rectos.

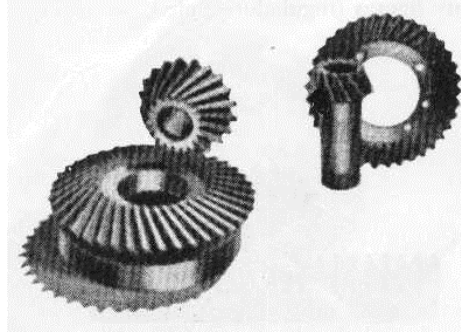


Fig. 8

1.1.2.3 *Cónico-espirales* (Fig. 9). – En los cónico-espirales, la curva del diente en la rueda-plana, depende del procedimiento o máquina de dentar, aplicándose en los casos de velocidades elevadas para evitar el ruido que producirían los cónico-rectos.

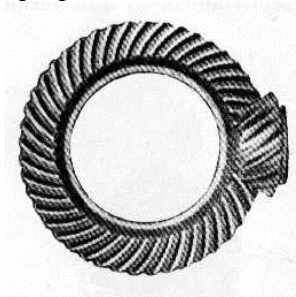


Fig. 9

1.1.2.4 *Cónico-hipoides* (Fig. 10). — Para ejes que se cruzan, generalmente en ángulo recto, empleados principalmente en el puente trasero del automóvil y cuya situación de ejes permite la colocación de cojinetes en ambos lados del piñón.

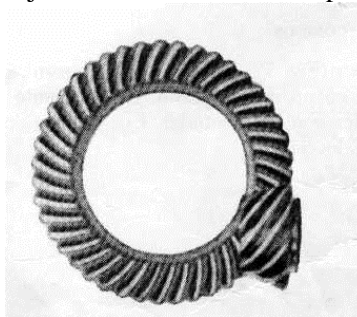


Fig. 10

1.1.2.5 *De tornillo-sin-fin* (Fig. 11). — Generalmente cilíndricos. Pueden considerarse derivados de los helicoidales para ejes cruzados, siendo el tornillo una rueda helicoidal de un solo diente (tornillo de un filete) o de varios (dos o más). La rueda puede ser helicoidal simple o especial para tornillo-sin-fin, en la que la superficie exterior y la de fondo del diente son concéntricas con las cilíndricas del tornillo. Generalmente, el ángulo de ejes es de 90°.

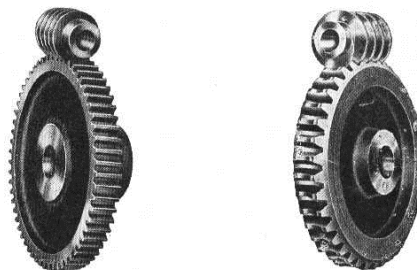


Fig. 11

6.- CONSTRUCCIÓN Y CALCULO DE LOS DIENTES DE ENGRANAJES RECTOS, HELICOIDALES Y CÓNICOS.

ENGRANAJES RECTOS

a) Diente normal (UNE 18016)

- | | |
|---------------------------------|---------------------------|
| 1. Módulo | $m = \frac{\rho}{\pi}$ |
| 2. Paso circular | $\rho = m \cdot \pi$ |
| 3. Diámetro primitivo | $d = m \cdot z$ |
| 4. Distancia entre centros | $a = \frac{d_1 + d_2}{2}$ |
| 5. Addendum | $h_a = m$ |
| 6. Dedendum | $h_f = m \cdot 1,25$ |
| 7. Espacio libre de fondo | $c = m \cdot 0,25$ |
| 8. Profundidad de diente | $h = m \cdot 2,25$ |
| 9. Profundidad de trabajo | $h' = m \cdot 2$ |
| 10. Espesor circular del diente | $s = \frac{p}{2}$ |
| 11. Diámetro exterior | $d_a = m(z + 2)$ |
| 12. Diámetro base | $d_b = d \cdot \cos x$ |
| 13. Longitud del diente | $b = 3 \cdot p$ |

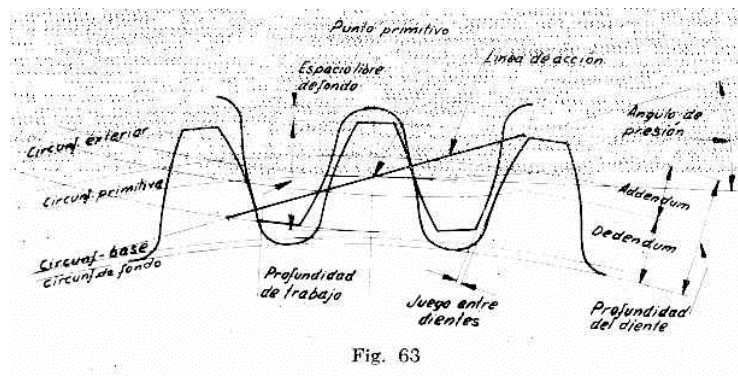


Fig. 63

b) Diente corto (STUB) (UNE 18016)

- | | |
|---------------------------|----------------------|
| 5. Addendum | $h_a = m \cdot 0,75$ |
| 6. Dedendum | $h_f = m$ |
| 7. Espacio libre de fondo | $h = m \cdot 1,75$ |

No habiendo parecido todavía la Recomendación ISO correspondiente a la Cremallera-Tipo de este diente corto (STUB), cada país, cada firma constructora de útiles o máquina y cada usuario de

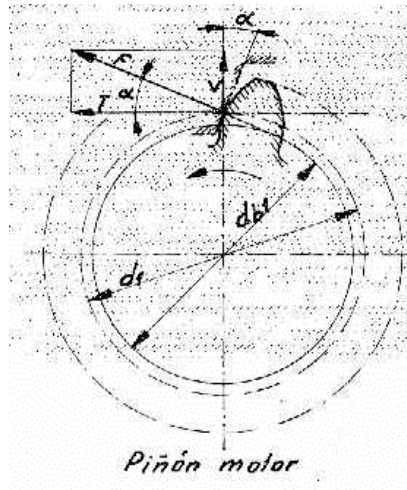
engranajes, proyectan sus útiles de acuerdo con el taller de dentado para que le informen del addendum a prever para el torneado del diámetro exterior de la rueda.

c) *Fuerza sobre el diente*

$$T = 716.200 \frac{CV}{n_1 \cdot r_1} = 1.432.400 \frac{CV}{n_1 \cdot d_1}, \text{ kgf}$$

$$V = T \cdot \operatorname{tg} x$$

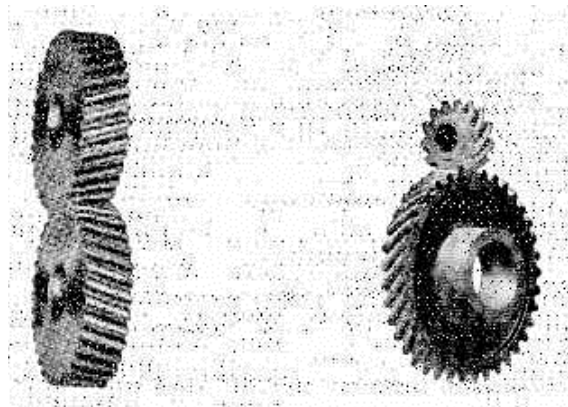
$$F = \frac{T}{\cos x}$$



Consecuencia de la acción V, la rueda y piñón tiende a separarse, por otra parte si se elige un acertado juego entre dientes desaparecerá cualquier posibilidad de enclavamiento de dientes conjugados.

ENGRANAJES HELICOIDALES

Los engranajes helicoidales pueden para utilizarse para ejes paralelos o para ejes cruzados, generalmente, estos a, 90°.



ENGRANAJES PARALELOS

El contacto entre flancos conjugados, en un engranaje recto, es una línea recta paralela al eje, que se

desplaza radialmente desde la circunferencia exterior a la de fondo de trabajo. En los engranajes helicoidales dicho contacto lo realizan más de un solo par de dientes conjugados en pequeñas diagonales que van sucediéndose a lo largo del diente.

Con los engranajes helicoidales, se tiene una marcha silenciosa, particularmente a elevadas velocidades, para las cuáles son insustituibles, al mismo tiempo que puede conseguirse, a igualdad de dimensiones exteriores de los rectos, una mayor capacidad de carga. El único inconveniente que presentan es el empuje axial que originan, pero ello puede ser fácilmente contrarrestado con el empleo de cojinetes apropiados, o, si éstos no pueden emplearse, con los doble helicoidales.

Sentido de inclinación y ángulo de hélice

El sentido de inclinación de piñón y rueda de un engranaje es contrario y su ángulo el mismo en ambos elementos, o sea, que con un piñón de inclinación a derecha engrana una rueda de inclinación a izquierda o viceversa.

El ángulo de hélice puede ser cualquiera, limitado solamente por capacidad de las máquinas de dentar. Ahora bien; de conformidad con lo indicado anteriormente, es decir, reducir al máximo las presiones axiales, conviene que este ángulo sea lo menor posible, y, por tanto, lo fijaremos de acuerdo con un "recubrimiento mínimo", con lo cual lograremos la continuidad de acción propia del engranaje helicoidal, no se presentarán dificultades en el tallado y no tendremos presiones axiales excesivas. Prácticamente podemos decir que no conviene pasar nunca de los 25°.

Las máquinas de dentar doble-helicoidal, con útil-piñón (Fellows, Sykes, Lorenz, etc.), con cuchilla-cremallera (Sunderland, Maag, etc.) se construyen para ángulos de inclinación fijos y constantes debido al sistema constructivo de tales máquinas. Los ángulos más corrientemente empleados son: 15°, 23° y 30°.

La especialización, cada día más acusada, de la maquinaria obligará a fijar así mismo un ángulo de inclinación universal normalizado para los engranajes helicoidales simples, con lo que se facilitará considerablemente no sólo la construcción de máquinas y útiles, sino también los cálculos y ensayos de este tipo de engranajes.

2. Dimensiones y características

$$\begin{aligned} \text{Módulo normal} &= m_n = \frac{P_n}{\pi} = m_t \cos \beta \\ m_t &= \frac{P_t}{\pi} = \frac{m_n}{\cos \beta} = m_n \sec \beta \\ \text{Módulo circunferencial} &= \\ \text{Número de dientes} &= z \\ \text{Addendum} &= h_a = m_n \\ \text{Dedendum} &= h_f = m_n \cdot 1,25. \\ \text{Diámetro primitivo} &= d = m_z \cdot z \\ \text{Diámetro exterior} &= d_a = d + 2 \cdot h_a \\ &= \frac{d_1 + d_2}{2} \\ \text{Distancia entre centros} &= \\ \text{Paso normal} &= P_n = P_t \cdot \cos \beta = \pi \cdot m_t \\ P_t &= \frac{P_n}{\cos \beta} = P_n \cdot \sec \beta = \pi \cdot m_t \\ \text{Paso circunferencial} &= \\ &= P_n \cdot \sec \beta = \pi \cdot m_t \\ \text{Paso de hélice} &= P_n = \frac{d \cdot \pi}{\operatorname{tg} \beta} \end{aligned}$$

Ángulo de hélice = β

$$\cos \beta = \frac{m_n}{m_c}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{d \cdot \pi}{p_n}$$

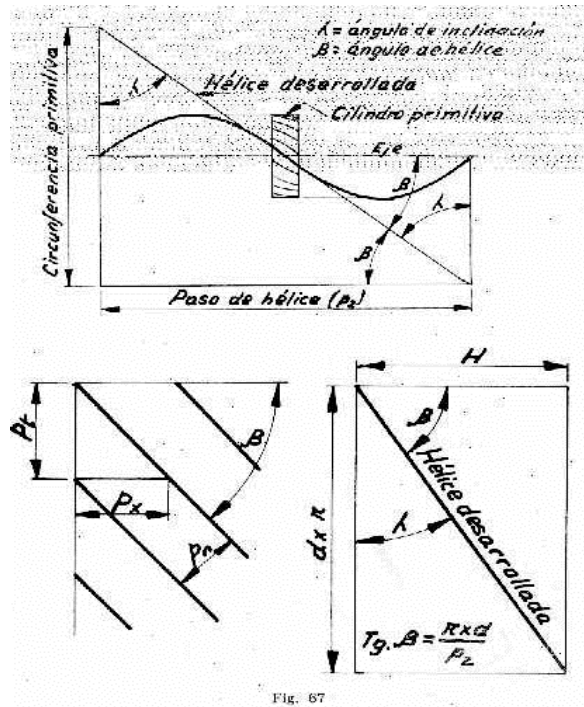
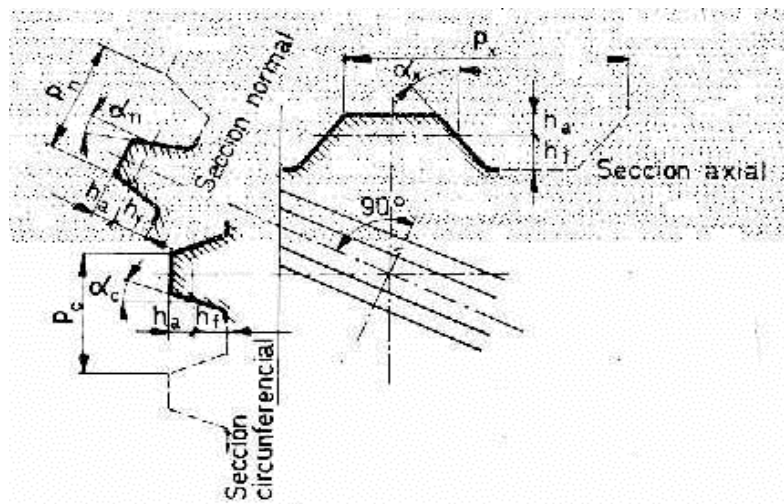


Fig. 67

3. Sentido de inclinación

Puede ser a derecha o a izquierda. Será inclinación a derecha cuando un punto del diente moviéndose a lo largo del mismo gire como las agujas del reloj, y será a izquierda cuando gire en sentido contrario a las agujas del reloj. Un procedimiento rápido y práctico para ver si se trata de uno u otro sentido de inclinación es el siguiente: se apoya o se considera apoyada la rueda por una de sus caras en un plano horizontal. Si al seguir, de arriba abajo la hélice del diente, se traza una línea inclinada de derecha a izquierda (sentido de la escritura manual), la inclinación del diente será a derecha, y viceversa.

3. Ángulo de presión



α_n = ángulo de presión normal
 α_t = ángulo de presión circunferencial
 α_x = ángulo de presión axial.

$$\operatorname{tg} \alpha_t = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta} = \operatorname{tg} \alpha_n \cdot \sec \beta$$

$$\operatorname{tg} \alpha_n = \operatorname{tg} \alpha_t \cdot \cos \beta$$

El ángulo de presión normal, y el paso normal, son los del útil de tallado. Por tanto, ha de partirse siempre de uno de los módulos normalizados, indicados.

Conviene tener en cuenta, sin embargo, que cuando se trata de engranajes doble-helicoidales con dentado continuo; tallados en máquinas especiales para este tipo de dentado, los módulos normalizados corresponden al *módulo circunferencial*. Estas máquinas, como antes se ha indicado, están construidas a base de un ángulo de inclinación constante y, por tanto, al ser el módulo circunferencial un número exacto, resultará un módulo normal fraccionario. Esto no deja de tener sus ventajas, por cuanto podremos pasar fácilmente de un engranaje de dentado recto a uno doble-helicoidal para una misma distancia entre centros, ya que haciendo el módulo circunferencial de este último igual al módulo del recto, nos resultarán los mismos diámetros primitivos y, por tanto, la misma distancia entre centros.

5. Número de dientes virtual

Para el tallado de los dientes de una rueda helicoidal por el procedimiento de fresa circular, en una fresadora universal, o para el fresado de un dentado con fresa de punta es necesario conocer la forma o perfil del diente en la sección o plano normal de la rueda. Ello nos conduce a determinar el llamado "número de dientes virtual" Z_v , que es el número de dientes que corresponden a la circunferencia primitiva virtual equivalente a la elipse o sección normal citada. Se tendrá, según se deduce de la Fig. 69:

$$d_v = d \cdot \sec^2 \beta$$

$$z_v = z \cdot \sec^2 \beta = \frac{z}{\cos^3 \beta}$$

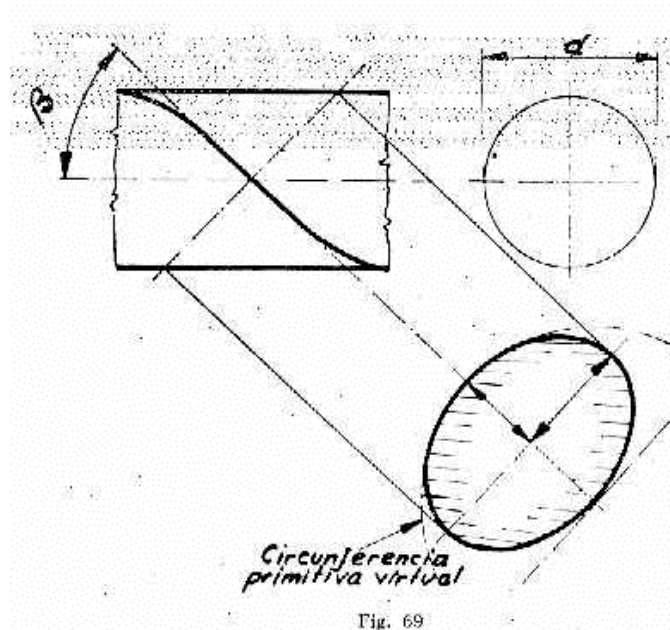


Fig. 69

6. Elección de la fresa para el dentado en fresadora

Para elegir la fresa conveniente para el dentado de una rueda helicoidal, se partirá del número de dientes virtual dado en el párrafo anterior, es decir, el número de la fresa será el correspondiente al del número de dientes virtual.

7. Recubrimiento y relación de contacto

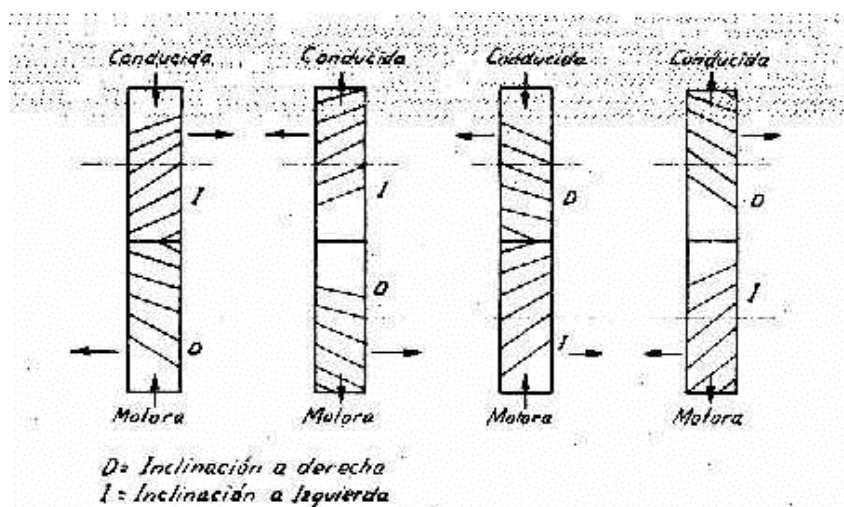
La continuidad de engrane, en los engranajes helicoidales, se consigue de dos maneras: por la relación de contacto, propia de todo engranaje, y por el "recubrimiento". Este último es propio de los engranajes helicoidales cilíndricos y cónico-helicoidales o espirales. Tendremos, por tanto, en los engranajes helicoidales, una "relación de contacto total" formada por la suma de la relación de contacto y el recubrimiento.

La acción de "recubrimiento", como se ha indicado, es la que resulta al entrar en contacto dos dientes conjugados antes de cesar el contacto de los anteriores. Es la relación entre la proyección de la hélice primitiva en plano de rodadura y el paso circunferencial. Es evidente que esta relación debe ser superior a la unidad para obtener la continuidad de engrane por el recubrimiento. Damos el gráfico, fig. 32, para la determinación del "recubrimiento".

Para determinar la "relación de contacto", se procederá igual que para engranajes de dentado recto empleando las características circunferenciales (módulo circunferencial, etc).

8. Sentido de giro y presión axial

La presión axial originada por el engranaje helicoidal debe ser contrarrestada por medio de cojinetes apropiados. Depende de cuál sea el elemento motor del engranaje, del sentido del giro y de la inclinación del diente. La Fig. 70 nos da, gráficamente, los sentidos de las presiones axiales.

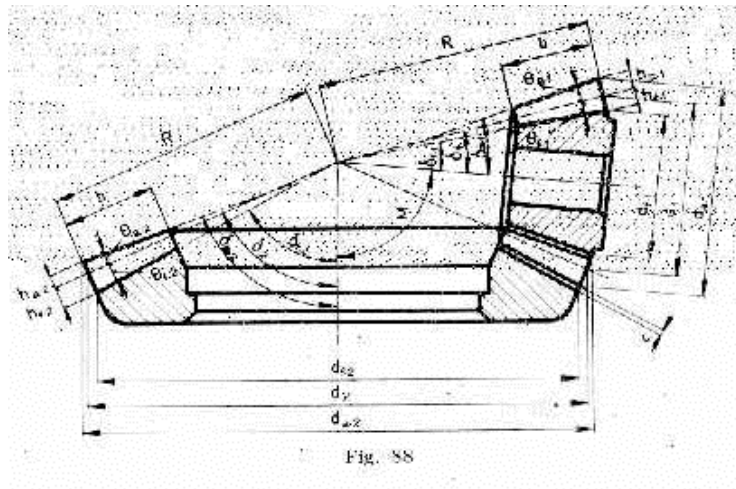


ENGRANAJES HELICOIDALES PARA EJES CRUZADOS

En los engranajes helicoidales para ejes paralelos, conforme se ha indicado anteriormente, las inclinaciones de rueda y piñón son iguales y de sentido contrario. En los helicoidales para ejes cruzados, son, generalmente, del mismo sentido. Se emplean casi exclusivamente para la transmisión de pequeños esfuerzos, ya que el contacto de flancos conjugados se reduce a un punto. Se usan con éxito, como materiales para su construcción, el bronce para la rueda y el acero para el piñón.

2 ENGRANAJES CÓNICOS-RECTOS

Por medio del engranaje recto o complementario del cónico, y mientras la ISO no establezca su Recomendación internacional, se adapta como perfil de referencia el de la cremallera de las ruedas cilíndrico-rectas. El espacio libre de fondo es constante (no convergente).



Dentado cónico-recto normal

z = número de dientes

m = módulo (se entiende siempre que es el correspondiente a la cabeza mayor del diente)

d = diámetro primitivo

d_a = diámetro exterior

d_m = diámetro medio (en el centro de la longitud del diente)

h_a = addendum = m

h_f = dedendum = $1,25 \cdot m$

h = profundidad del diente = $2,25 \cdot m$

$$s = \text{espesor del diente} = \frac{p}{2} = \frac{\pi \cdot m}{2}$$

α = ángulo de presión

b = longitud del diente. No será nunca superior a $1/3$ de la generatriz

$$R = \text{generatriz} = \frac{d}{2 \sin \delta}$$

δ = ángulo primitivo

$$\text{tg } \theta = \frac{h_f}{R} = \frac{2,125 \sin \delta}{z}$$

θ_f = ángulo de dedendum

θ_a = ángulo de addendum

$$\text{a) con espacio libre de fondo convergente: } \text{tg } \theta_a = \frac{h_a}{R} \quad \text{para dentado normal: } \text{tg } \theta_a = \frac{2 \sin \delta}{z}$$

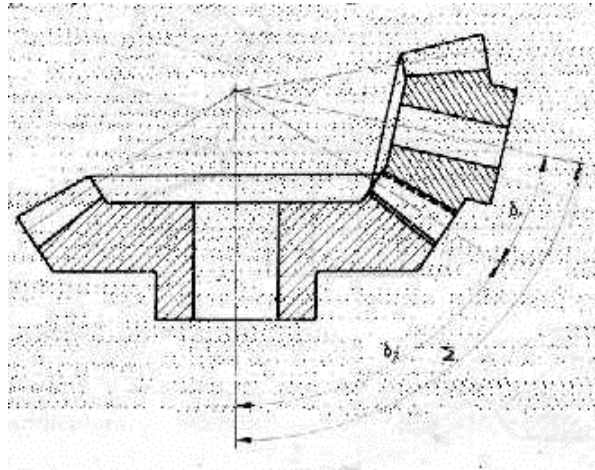
$$\text{b) con espacio libre de fondo constante: } \theta_{a.1} = \theta_{f.2}, \theta_{a.2} = \theta_{f.1}$$

δ_a = ángulo de cara: $\delta_a = \delta + \theta_a$

d_a = diámetro exterior: $d_a = d + 2 \cdot h_a \cos \delta$

$$z_v = \text{numero de dientes virtual} = \frac{z}{\cos \delta}$$

1. Engranajes cónicos-rectos, con ángulos de ejes $\Sigma < 90^\circ$



$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{\operatorname{sen} E}{\frac{z_2}{z_1} + \cos E}$$

$$\operatorname{tg} \delta_2 = \frac{\operatorname{sen} E}{\frac{z_1}{z_2} + \cos E}$$

$$\varphi_1 + \varphi_2 = E$$

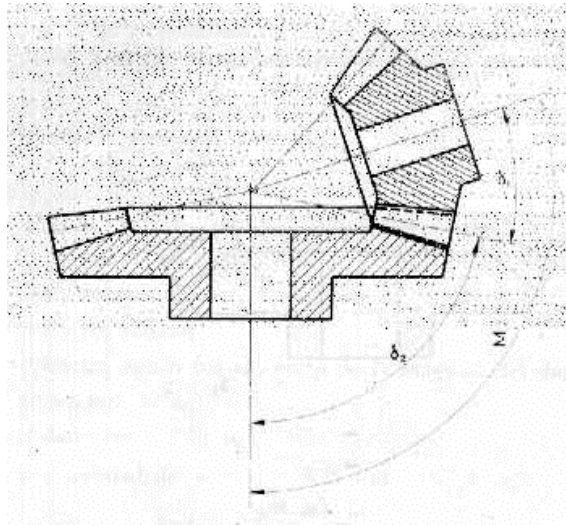
Todas las demás dimensiones, como para los de $\Sigma = 90^\circ$

2. Engranajes cónicos-rectos, con ángulo de ejes $\Sigma > 90^\circ$

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{\operatorname{sen}(180^\circ - E)}{\frac{z_2}{z_1} - \cos(180^\circ - E)}$$

$$\operatorname{tg} \delta_2 = \frac{\operatorname{sen}(180^\circ - E)}{\frac{z_1}{z_2} - \cos(180^\circ - E)}$$

$$\varphi_1 + \varphi_2$$



Rueda plana de los engranajes cónicos; ángulo $\Sigma > 90^\circ$

$$\text{sen } \delta_1 = \frac{z_1}{z_2}$$

$$E = 90^\circ + \varphi_1$$

$$R = \frac{d_2}{2}$$

$$z_{vz} = x(\text{cremallera})$$

Damos a continuación la Tabla XIX con los valores calculados de $2 \cdot A$, según u (relación de velocidades) z_2/z_1

Ejemplo: $z_1 = 20$, $z_2 = 75$, $m = 10$.

Calcular el diámetro exterior:

$$u = 75/20 = 3,75.$$

Para la rueda: $2 \cdot A_2 = 0,515 \cdot 10 = 5,15 \text{ mm}$

Para la piñón: $2 \cdot A_1 = 1,933 \cdot 10 = 19,33 \text{ mm}$

y, por tanto:

$$d_2 = 75 \cdot 10 = 750 \text{ mm}$$

$$d_1 = 20 \cdot 10 = 200 \text{ mm}$$

y los diámetros exteriores, serán:

$$da_2 = 750 + 5,15 = 755,15 \text{ mm}$$

$$da_1 = 200 + 19,33 = 219,33 \text{ mm}$$

5. Relación de contacto

La relación de contacto en los engranajes cónicos se obtiene por la del engranaje recto complementario equivalente.

7.- TAMAÑOS NORMALIZADOS DE LAS SERIES FUNDAMENTALES DE ENGRANES RECTOS Y HELICOIDALES

Módulo	NUMERO DE DIENTES															
	12		14		17		21		26		35		55		135	
	H	T	H	T	H	T	H	T	H	T	H	T	H	T	H	T
1	0,80	1,57	0,79	1,57	0,78	1,57	0,78	1,57	0,77	1,57	0,77	1,57	0,76	1,57	0,75	1,57
1,25	1,01	1,96	1,00	1,96	0,99	1,96	0,99	1,96	0,98	1,96	0,97	1,96	0,96	1,96	0,96	1,96
1,5	1,23	2,35	1,22	2,35	1,20	2,35	1,19	2,35	1,18	2,35	1,18	2,35	1,17	2,36	1,16	2,36
1,75	1,39	2,74	1,38	2,74	1,36	2,74	1,35	2,75	1,34	2,75	1,33	2,75	1,32	2,75	1,31	2,75
2	1,60	3,13	1,59	3,13	1,57	3,14	1,56	3,14	1,55	3,14	1,53	3,14	1,52	3,14	1,51	3,14
2,25	1,84	3,52	1,80	3,53	1,78	3,53	1,77	3,53	1,75	3,53	1,74	3,53	1,73	3,53	1,71	3,53
2,5	2,03	3,92	2,01	3,92	1,99	3,92	1,97	3,92	1,96	3,92	1,94	3,92	1,93	3,93	1,91	3,93
2,75	2,20	4,31	2,17	4,31	2,15	4,31	2,13	4,32	2,11	4,32	2,10	4,32	2,08	4,32	2,06	4,32
3	2,40	4,70	2,38	4,70	2,36	4,71	2,34	4,71	2,32	4,71	2,30	4,71	2,28	4,71	2,26	4,71
3,25	2,62	5,09	2,59	5,09	2,57	5,10	2,54	5,10	2,53	5,10	2,51	5,10	2,49	5,10	2,46	5,10
3,5	2,83	5,48	2,80	5,49	2,78	5,49	2,75	5,49	2,73	5,49	2,71	5,50	2,69	5,50	2,67	5,50
3,75	2,99	5,87	2,96	5,88	2,94	5,88	2,91	5,88	2,89	5,89	2,87	5,89	2,84	5,89	2,82	5,89
4	3,21	6,26	3,18	6,27	3,14	6,27	3,12	6,28	3,09	6,28	3,07	6,28	3,04	6,28	3,02	6,28
4,25	3,42	6,66	3,39	6,66	3,36	6,67	3,32	6,67	3,30	6,67	3,27	6,67	3,24	6,67	3,22	6,68
4,5	3,63	7,05	3,60	7,05	3,56	7,06	3,53	7,06	3,51	7,06	3,48	7,07	3,45	7,07	3,43	7,07
4,75	3,79	7,44	3,76	7,45	3,72	7,45	3,69	7,45	3,66	7,46	3,63	7,46	3,60	7,46	3,57	7,46
5	4,01	7,83	3,97	7,84	3,94	7,84	3,90	7,85	3,87	7,85	3,84	7,85	3,81	7,85	3,77	7,85

Fig. 13-7 bis. Dimensiones en milímetros de los dientes con perfil rebajado.

Paso diametral	Parte del diente a medir	Número de la fresa y número correspondiente de dientes en la rueda							
		NO. 1 135 D	NO. 2 55 D	NO. 3 35 D	NO. 4 26 D	NO. 5 21 D	NO. 6 17 D	NO. 7 14 D	NO. 8 12 D
1	Addendum corregido	1.0047	1.0112	1.0176	1.0237	1.0294	1.0362	1.0440	1.0514
	Espesor cordal	1.5707	1.5706	1.5702	1.5698	1.5694	1.5686	1.5675	1.5663
2	Addendum corregido	0.5023	0.5056	0.5088	0.5118	0.5147	0.5181	0.5220	0.5257
	Espesor cordal	0.7853	0.7853	0.7851	0.7849	0.7847	0.7843	0.7837	0.7831
3	Addendum corregido	0.3349	0.3370	0.3392	0.3412	0.3431	0.3454	0.3480	0.3504
	Espesor cordal	0.5235	0.5235	0.5234	0.5232	0.5231	0.5228	0.5225	0.5221
4	Addendum corregido	0.2511	0.2528	0.2544	0.2559	0.2573	0.2590	0.2610	0.2628
	Espesor cordal	0.3926	0.3926	0.3926	0.3924	0.3923	0.3921	0.3919	0.3915
5	Addendum corregido	0.2009	0.2022	0.2035	0.2047	0.2058	0.2072	0.2088	0.2102
	Espesor cordal	0.3141	0.3141	0.3140	0.3139	0.3138	0.3137	0.3135	0.3132
6	Addendum corregido	0.1674	0.1685	0.1696	0.1706	0.1715	0.1727	0.1740	0.1752
	Espesor cordal	0.2618	0.2617	0.2617	0.2616	0.2615	0.2614	0.2612	0.2612
7	Addendum corregido	0.1435	0.1444	0.1453	0.1462	0.1470	0.1480	0.1491	0.1502
	Espesor cordal	0.2244	0.2243	0.2243	0.2242	0.2242	0.2240	0.2239	0.2237
8	Addendum corregido	0.1255	0.1264	0.1272	0.1279	0.1286	0.1295	0.1305	0.1314
	Espesor cordal	0.1963	0.1963	0.1962	0.1962	0.1961	0.1960	0.1959	0.1957
10	Addendum corregido	0.1004	0.1011	0.1017	0.1023	0.1029	0.1036	0.1044	0.1051
	Espesor cordal	0.1570	0.1570	0.1570	0.1569	0.1569	0.1568	0.1567	0.1566
12	Addendum corregido	0.0837	0.0842	0.0848	0.0853	0.0857	0.0863	0.0870	0.0876
	Espesor cordal	0.1309	0.1309	0.1308	0.1308	0.1308	0.1307	0.1306	0.1305
14	Addendum corregido	0.0717	0.0722	0.0726	0.0731	0.0735	0.0740	0.0745	0.0751
	Espesor cordal	0.1122	0.1122	0.1121	0.1121	0.1121	0.1120	0.1119	0.1118
16	Addendum corregido	0.0628	0.0632	0.0636	0.0639	0.0643	0.0647	0.0652	0.0657
	Espesor cordal	0.0981	0.0981	0.0981	0.0981	0.0980	0.0980	0.0979	0.0979

Fig. 13-7. Dimensiones en pulgadas del addendum corregido y del espesor cordal.

Fresa N.º	N.º de dientes de la rueda
1	135 a la cremallera
2	55 a 134
3	35 a 54
4	26 a 34
5	21 a 25
6	17 a 20
7	14 a 16
8	12 a 13

Fig. 13-14. Relación de fresas para engranajes.

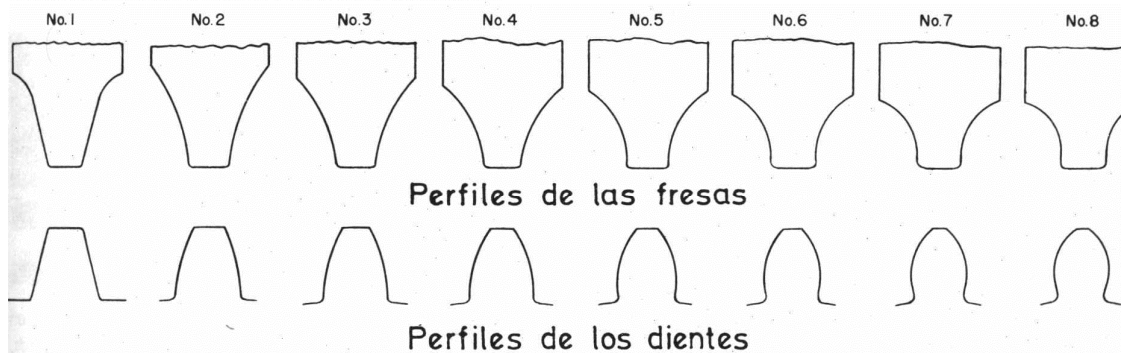


Fig. 13-15. El perfil de los dientes de engranajes varía con el número de la fresa utilizada para tallarlos.

8.- COMO SE AFECTA, EL ANGULO DE PRESION Y EL JUEGO LATERAL EN LOS ENGRANAJES EVOLVENTES POR EL USO DE UNA DISTANCIA MAYOR ENTRE CENTROS

Los engranajes con dientes en evolvente, son los únicos que pueden funcionar con distancias entre centros variables, conservando uniforme la velocidad angular. La variación de distancia entre centros hace variar el “ángulo de presión de funcionamiento”. (Cuando dicho ángulo aumenta, aumenta también la presión sobre los cojinetes de apoyo de los ejes.). En el sistema evolvente la relación de las velocidades angulares permanece constante, dentro de los límites de actuación, sean o no tangentes los círculos primitivos.

Si aumenta la distancia entre centros aumenta el juego lateral produciendo en el engrane mayor ruido y golpeteo entre los dientes, se pierde rendimiento y hay desgaste excesivo.

9.- PRINCIPIOS DEL FUNCIONAMIENTO Y CALCULO ENGRANAJES DE NOVIKOV

ENGRANAJES WILDHABER-NOVIKOV

El perfil del diente de este tipo de engranajes no es de evolvente. Es un arco de círculo en el plano normal (Wildhaber) o en el circunferencial o transversal (Novikov). **Figura 34**. El contacto de los perfiles conjugados se realiza a lo largo de toda la longitud del diente. Conviene decir, antes que nada, que se trata exclusivamente de engranajes helicoidales. Para abreviar, *designaremos* este tipo de dentado por WN.

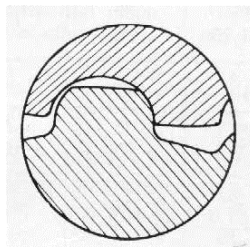


Figura 34

En 1923, Ernest Wildhaber, inventor ya desde muchos años antes de la geometría de los dentados curvilíneos en los engranajes cónicos y matemático quizás el más calificado en el éxito de la firma americana Gleason (donde trabajaba), patentó en los EE.UU. el sistema de perfil en arco de círculo.

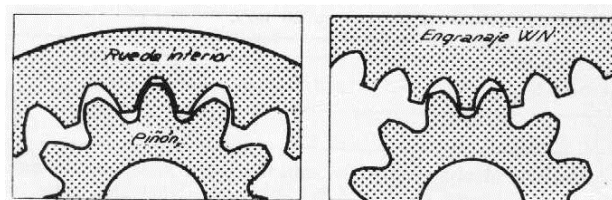


Figura 35

Posteriormente, el coronel M. L. Novikov (fallecido en 1956), profesor del instituto de Mecánica Militar en Leningrado, desarrolló un sistema parecido en la U.R.S.S. Este sistema ha sido objeto, desde entonces, de intensivas investigaciones en más de 50 establecimientos de la U.R.S.S.

En 1959, la AEI-Heavy Plant Division, denominó a este sistema “Circarc”. Consecuencia de la patente de Wildhaber y de los trabajos de Novikov (independientes uno de otro) se conoce actualmente en todas partes a este sistema de engranajes por engranajes Wildhaber-Novikov, o abreviadamente, WN.

El sistema de engrane de estos WN es semejante al engrane de un dentado interior con uno recto de evolvente, o sea, el diente de la corona interior tiene un perfil cóncavo y el del piñón recto tiene perfil convexo. Como se deduce de la figura, el engrane de flancos conjugados es por medio de la rodadura del perfil cóncavo de uno de ellos sobre el convexo del otro, a lo largo de la hélice del diente, puesto que cada par de dientes conjugados sólo están en trabajo en un plano transversal en un momento determinado, entrando seguidamente en acción el siguiente par en su plano transversal correspondiente.

De esta manera, la presión de Hertz es menor que los correspondientes de evolvente puesto que ésta se transmite por toda la superficie cóncavo-convexa de cada diente en lugar del contacto convexo-concavo de los interiores de evolvente (interiores) o convexo-convexo (exteriores).

No existe deslizamiento, sólo rodadura. Existen multitud de fórmulas de cálculo de la capacidad de carga de estos engranajes, para las cuales, indudablemente, se ha debido partir de gran número de hipótesis, tales como que la presión de Hertz se supone más fuerte en el centro del arco de círculo que en sus extremos, de donde la necesidad de introducir un coeficiente de distribución de la carga, que no es posible fijar más que por azar.

Para la resistencia a la flexión (rotura) puede tener una mayor influencia el peligro de concentración de carga de cara a la cortadura que a la flexión. Se sabe que la valoración de la tensión de cortadura es particularmente delicada. En efecto; se habla de un coeficiente de cortadura que Niemann hace igual a 2 (no nos explicamos por qué).

Por los ensayos realizados, se llega a la conclusión que el dentado WN se calcula por su capacidad de carga a la rotura y no por el desgaste como ocurre en los de evolvente no endurecidos o templados. Otros ensayos realizados, indican que a igualdad de características (potencia a transmitir, velocidad, etc.), los resultados obtenidos con engranajes de evolvente y con los WN son parecidos para una misma aplicación (por ejemplo en las transmisiones de aviación), donde se conjugan las necesidades de seguridad, peso reducido y poco espacio disponible.

Por último, los engranajes WN son muy sensibles a los desplazamientos radiales (cosa que no ocurre con los de evolvente); en cambio los WN se “hermanan” mejor, por cuanto la rodadura o deslizamiento radial pequeñísimo debido a la diferencia de radios de los perfiles (como se hace normalmente para facilitar la rodadura), es uniforme o casi uniforme, es decir, lo contrario de lo que ocurre con los de evolvente, en los que los deslizamientos relativos no se realizan a velocidad constante o uniforme.

Existe también el problema de las fresas-madre para el tallado, cuya complicación es evidente, no ya solamente por el hecho (como ocurre los perfiles cicloïdales) de que la forma del diente es distinta para el número de dientes, sino por la necesidad de una fresa para la rueda y para el piñón. Es indudable que si no se trata de grandes series de engranajes iguales, el sistema no nos parece económico.

10.- TRENES DE ENGRANAJES COMUNES Y EPICICLOIDALES

La disposición de engranajes cilíndricos de dientes rectos que consta de uno o mas engranajes pequeños, planetarios, los cuáles se mueven por el exterior de un engranaje central que al mismo tiempo se mueve por el interior de otro engranaje anular, se llama *sistema planetario* o *epicicloïdal* (un anular o anillo es un engranaje cilíndrico de dientes rectos internos, es decir, con los dientes apuntando hacia el centro del anillo en vez de por la parte de fuera). El dispositivo epicicloïdal permite disponer de más de una relación de transmisión sin necesidad de engranar y desengranar piñones, bloqueando el movimiento de ciertos elementos. Es de uso común en bicicletas, *transmisiones automáticas*, etc.