

Unidad 1: Vectores

Matemática (IA1.2)

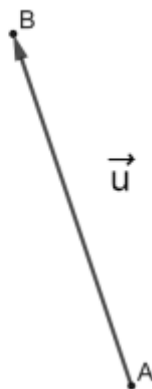
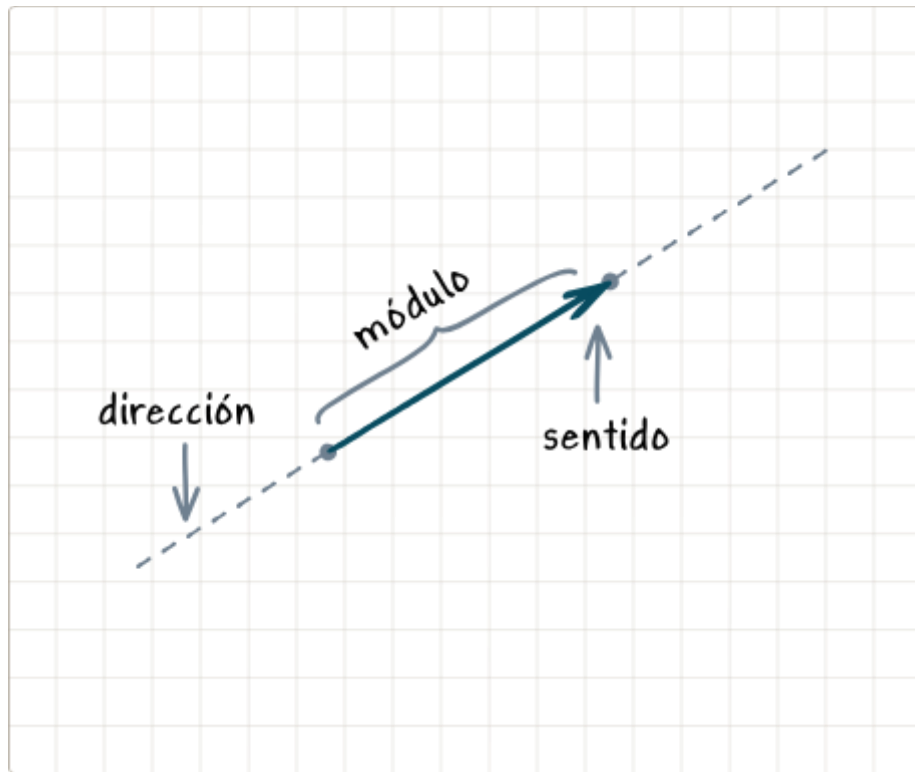
Tecnicatura Universitaria en Inteligencia Artificial

Branco Blunda

2025

1. ¿Qué es un vector?

- Un **vector** es una flecha que tiene:
 - **Dirección**
 - **Sentido**
 - **Módulo (longitud)**



Vector $u = AB$:

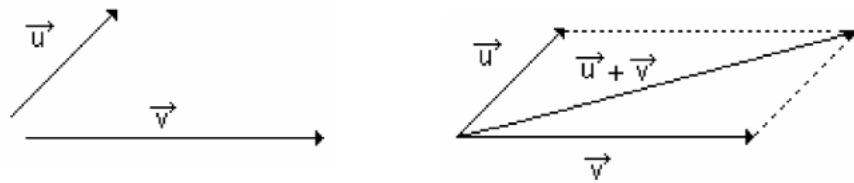
(vector llamado u que va desde el punto A al B)

2. Representación en el plano

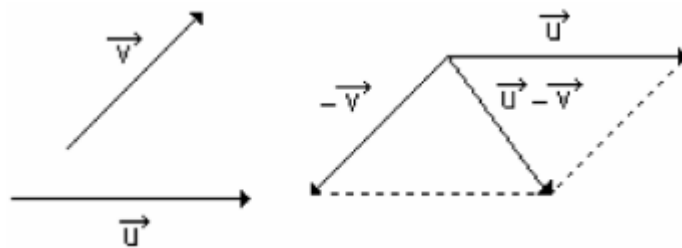
- En \mathbb{R}^2 , un vector se representa como $\vec{v} = (x, y)$
- Si va del punto A al punto B:
 - $\vec{V} = B - A = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$

3. Operaciones con vectores

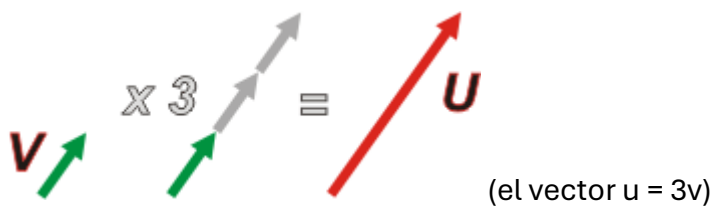
- **Suma:** $(x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$



- **Resta:** $(x_1, y_1) - (x_2, y_2) = (x_1 - x_2, y_1 - y_2)$



- **Multiplicación por escalar:** $\lambda(x, y) = (\lambda x, \lambda y)$

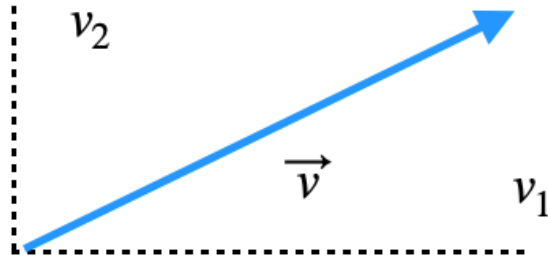


4. Módulo de un vector

- Fórmula: $|\vec{v}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

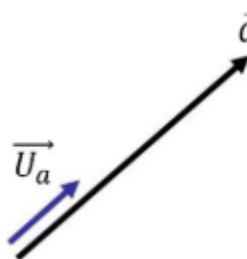
$$\vec{v} = (v_1, v_2)$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$



5. Vectores unitarios

- Son los que tienen módulo 1.
- Para obtener uno: $\vec{u} = \vec{v} / |\vec{v}|$



$$\vec{u}_a = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} \quad |\vec{u}_a| = 1$$

6. Producto escalar

- Fórmula:

$$\vec{v} \cdot \vec{w} = x_1x_2 + y_1y_2$$
- Sirve para:
 - Calcular el **ángulo** entre vectores
 - Saber si dos vectores son **perpendiculares** (si $\vec{v} \cdot \vec{w} = 0$)

7. Vectores en el espacio (\mathbb{R}^3)

- Se representan como $\vec{v}=(x,y,z)$
- Todas las fórmulas anteriores se extienden agregando la componente z.

8. Producto vectorial (solo en \mathbb{R}^3)

- Da un vector **perpendicular** a los dos vectores dados.
- Fórmula:

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{bmatrix} u_2v_3 - u_3v_2 \\ u_3v_1 - u_1v_3 \\ u_1v_2 - u_2v_1 \end{bmatrix}$$

Observación: El producto vectorial se puede obtener mediante el desarrollo del siguiente determinante:

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$$

Ejemplo: Calcule el producto vectorial entre $\vec{u} = -\vec{i} + 2\vec{k}$ y $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$

Respuesta:

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \cdot (-3) - 2 \cdot 2 \\ -((-1) \cdot (-3) - 1 \cdot 2) \\ (-1) \cdot 2 - 1 \cdot 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

9. Aplicaciones

- Vectores se usan para:
 - Representar fuerzas, movimientos
 - Resolver problemas de geometría y física
 - Modelar trayectorias y espacios

