

Leyes de la Lógica y Reglas de Inferencia

1. Leyes de la Lógica

Ley de la doble negación

$$\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$$

Leyes conmutativas

$$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$$

$$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$$

Leyes de distributivas

$$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

Leyes del neutro

$$p \wedge T_0 \Leftrightarrow p$$

$$p \vee F_0 \Leftrightarrow p$$

Leyes de dominación

$$p \wedge F_0 \Leftrightarrow F_0$$

$$p \vee T_0 \Leftrightarrow T_0$$

Negación de tautología

$$\neg T_0 \Leftrightarrow F_0$$

Leyes de De Morgan

$$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$$

$$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$$

Leyes de asociativas

$$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$$

$$(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$$

Leyes idempotentes

$$p \wedge p \Leftrightarrow p$$

$$p \vee p \Leftrightarrow p$$

Leyes inversas

$$p \wedge \neg p \Leftrightarrow F_0$$

$$p \vee \neg p \Leftrightarrow T_0$$

Leyes de absorción

$$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$$

$$p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$$

Negación de contradicción

$$\neg F_0 \Leftrightarrow T_0$$

2. Reglas de Inferencia

Introducción de la Conjunción

$$\frac{p}{\frac{q}{\therefore p \wedge q}}$$

Eliminación de la Conjunción

$$\frac{p \wedge q}{\therefore p}$$

Introducción de la implicancia

$$\frac{\begin{array}{c} [p] \\ \vdots \\ q \end{array}}{\therefore p \rightarrow q}$$

Modus Ponens

$$\frac{p \rightarrow q}{\frac{p}{\therefore q}}$$

Introducción de la Disyunción

$$\frac{p}{\therefore p \vee q}$$

Eliminación de la Disyunción

$$\frac{\begin{array}{c} p \vee q \\ p \rightarrow r \\ q \rightarrow r \end{array}}{\therefore r}$$

Introducción de la Negación

$$\frac{p \rightarrow F_0}{\therefore \neg p}$$

Eliminación de la Negación

$$\frac{\neg \neg p}{\therefore p}$$

Introducción de la Contradicción

$$\frac{\begin{array}{c} p \\ \neg p \end{array}}{\therefore F_0}$$

Eliminación de la Contradicción

$$\frac{F_0}{\therefore p}$$

Modus Tollens

$$\frac{\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ \neg q \end{array}}{\therefore \neg p}$$

Tercero excluido

$$\frac{}{\therefore p \vee \neg p}$$

Silogismo Hipotético

$$\frac{\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \end{array}}{\therefore p \rightarrow r}$$

Silogismo Disyuntivo

$$\frac{\begin{array}{c} p \vee q \\ \neg p \end{array}}{\therefore q}$$

3. Leyes de Proposiciones Cuantificadas

- *Negaciones*

$$\neg(\forall x . p(x)) \Leftrightarrow (\exists x . \neg p(x))$$

$$\neg(\exists x . p(x)) \Leftrightarrow (\forall x . \neg p(x))$$

- *Ley distributiva*

$$(\forall x . p(x) \wedge q(x)) \Leftrightarrow (\forall x . p(x)) \wedge (\forall x . q(x))$$

$$(\exists x . p(x) \vee q(x)) \Leftrightarrow (\exists x . p(x)) \vee (\exists x . q(x))$$

4. Deducción natural - Reglas para cuantificadores

- *Introducción de \forall (i_{\forall})*

$$\boxed{\begin{array}{c} a \\ \vdots \\ p(a) \end{array}}$$

$$\therefore \forall x . p(x)$$

- *Eliminación de \forall (e_{\forall})*

$$\frac{\forall x . p(x)}{\therefore p(a)}$$

- *Introducción de \exists (i_{\exists})*

$$\frac{p(a)}{\therefore \exists x . p(x)}$$

- *Eliminación de \exists (e_{\exists})*

$$\boxed{\begin{array}{c} \exists x . p(x) \\ a \\ [p(a)] \\ \vdots \\ q \end{array}}$$

$$\therefore q$$