lista1

March 20, 2019

1 Modelagem, Simulação e Implementação de Sistemas

1.1 Lista I - Revisão de Transformada de Laplace

Guilherme Brandão da Silva

In [3]:
```
% Módulos para os Cálculos de Laplace e Operações Simbólicas
pkg load control
pkg load symbolic

% Variáveis Simbólicas
syms s t x(t)

% Function para Plotar a Inversa de Laplace (Simbólica)
function plot_ilap(f, l)
    p = ezplot(f);
    axis(l);
    set(p,'linewidth', 5, 'color', 'k');
end;
```

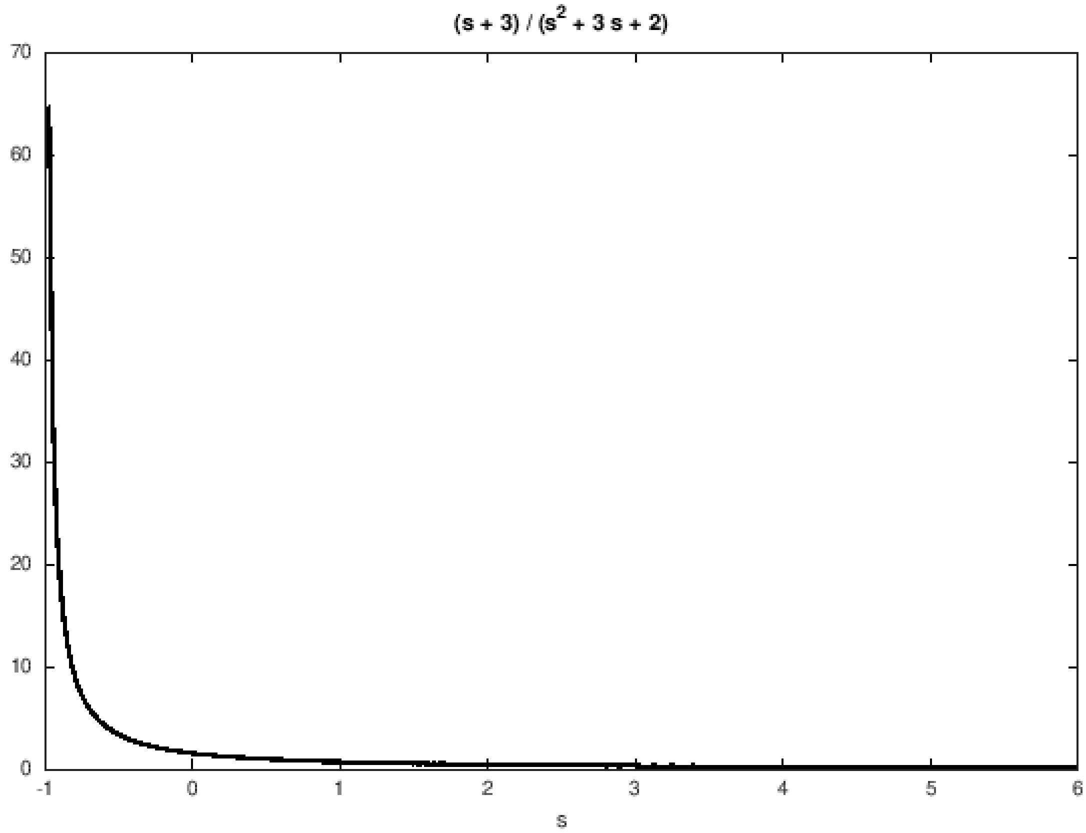
```
Symbolic pkg v2.7.0: Python communication link active, SymPy v1.2.
```

1.1.1 Exercício 1: Ache as transformadas de Laplace inversa de:

$$F(s) = \frac{(s+3)}{(s+1)(s+2)}$$

In [4]:
```
% Declaração da Função
f = (s+3)/(s^2+3*s+2)

% Cálculo da Inversa de Laplace
ilaplace(f)

% Plotando a Resposta da Função no Tempo
plot_ilap(f, [-1 6 0 70])
```

```
f = (sym)

     s + 3

   2
  s  + 3s + 2

ans = (sym)

     t      -2t
  2  - 1
```


(s + 3) / (s^2 + 3 s + 2)
70
60
50
40
30
20
10
0
-1
0
1
2
3
4
5
6
s

1.1.2 Exercício 2: Ache as transformadas de Laplace inversa de:

$$G(s) = \frac{(s^3 + 5s^2 + 9s + 7)}{(s+1)(s+2)}$$

In [96]:
```
% Declaração da Função
num = [1 5 9 7];
den = conv([1 1], [1 2]);

% Cálculo das Franções Parciais
[r, p, k] = residue(num, den);

% Montagem da Função em Franções Parciais
F = 2/(s+1) - 1/(s+2) + 1*s + 2

% Cálculo da Inversa de Laplace
f = ilaplace(F, s)

% Plotando a Resposta da Função no Tempo
% plot_ilap(f, [0 6 0 0.4])
```

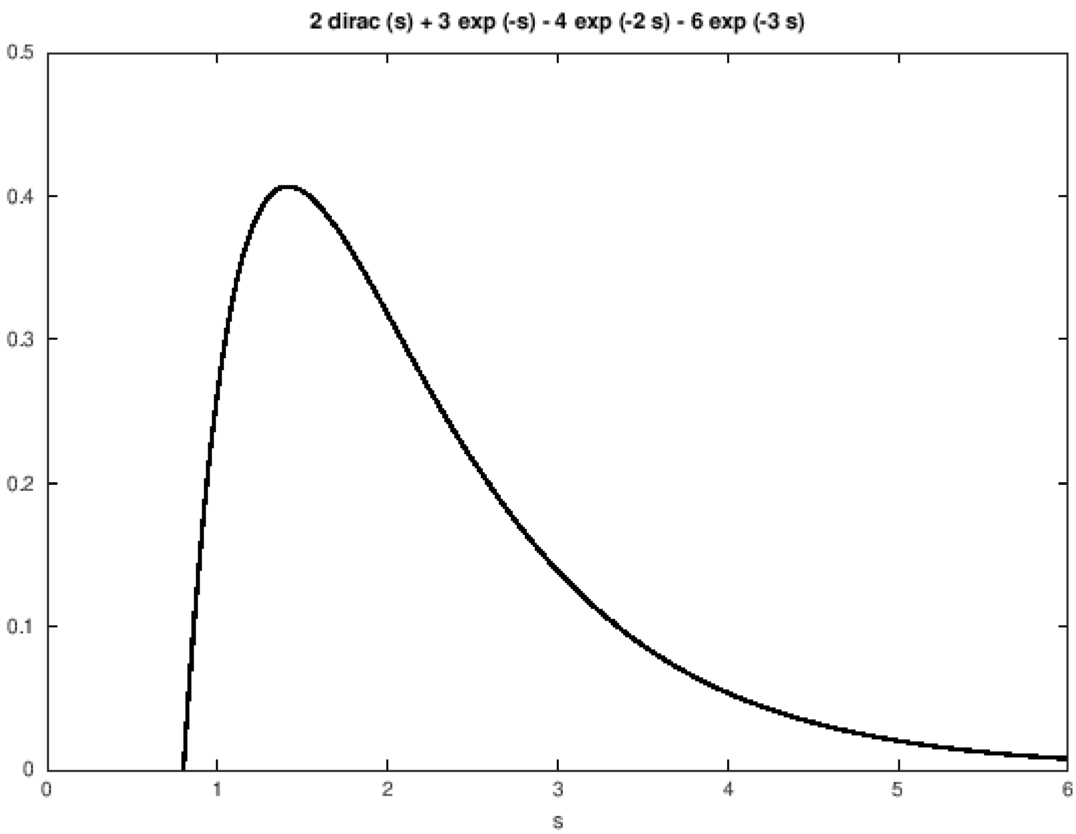
```
F = (sym)

           1       2
  s + 2 -  +
         s + 2   s + 1

f = (sym)

                                                                 -s     -2s
  InverseLaplaceTransform(s, s, s, None) + 2(s) + 2   -
```

1.1.3 Exercício 3: Obtenha as expanção em frações parciais e encontre a transformada inversa de Laplace de:

$$\frac{B(s)}{A(s)} = \frac{2s^3 + 5s^2 + 3s + 6}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6}$$

In [97]:
```
% Declaração da Função
num = [2 5 3 6];
den = [1 6 11 6];

% Cálculo das Franções Parciais
[r, p, k] = residue(num, den);

% Montagem da Função em Franções Parciais
F = 3/(s+1) + -4/(s+2) + -6/(s+3) + 2

% Cálculo da Inversa de Laplace
f = ilaplace(F, s)

% Plotando a Resposta da Função no Tempo
plot_ilap(f, [0 6 0 0.5])
```

```
F = (sym)

        6       4       3
  2 -   -   +
      s + 3   s + 2   s + 1

f = (sym)

              -s      -2s      -3s
  2(s) + 3   - 4     - 6
```

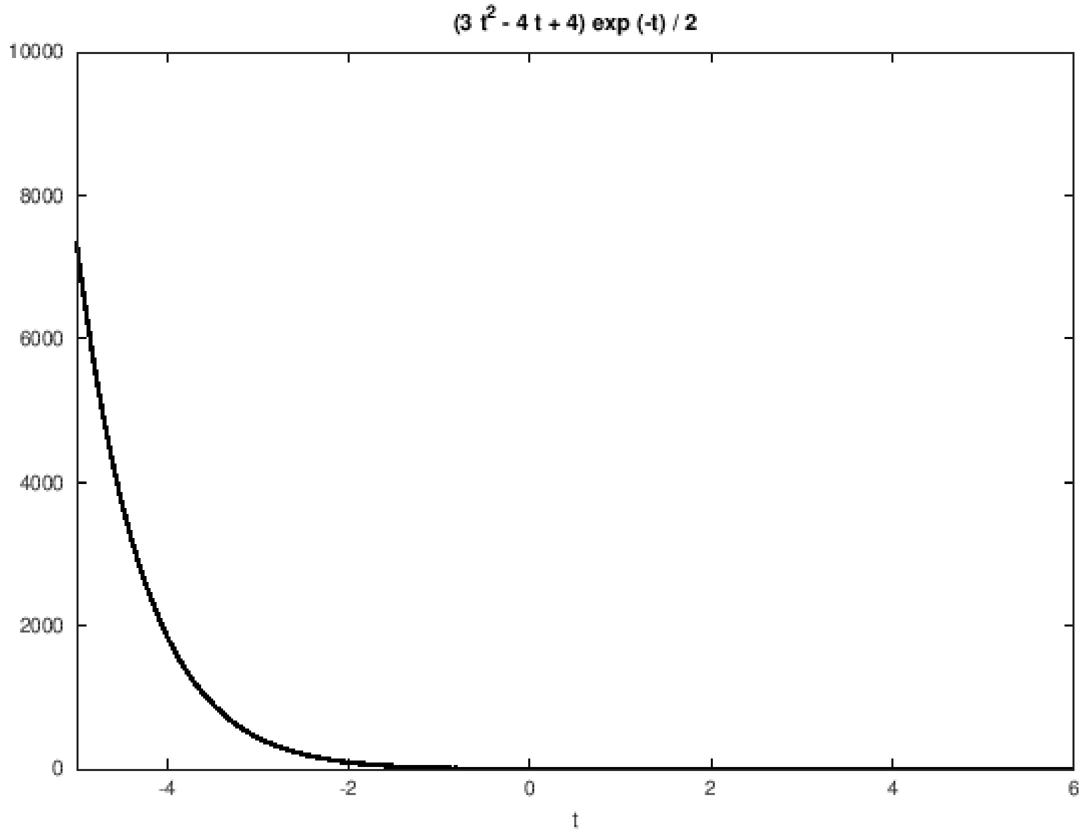

2 dirac (s) + 3 exp (-s) - 4 exp (-2 s) - 6 exp (-3 s)
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0
1
2
3
4
5
6
s

1.1.4 Exercício 4: Obtenha as expanção em frações parciais e encontre a transformada inversa de Laplace de:

$$\frac{B(s)}{A(s)} = \frac{2s^2 + 2s + 3}{(s+1)^3}$$

In [98]:
```
% Declaração da Função
num = [2 2 3];
den = conv(conv([1 1], [1 1]), [1 1]);

% Cálculo das Franções Parciais
[r, p, k] = residue(num, den);

% Montagem da Função em Franções Parciais
F = 2/(s+1) + -2/(s+1)^2 + 3/(s+1)^3

% Cálculo da Inversa de Laplace
f = ilaplace(F)

% Plotando a Resposta da Função no Tempo
plot_ilap(f, [-5 6 0 10000])
```

```
F = (sym)

    2        2           3
   -  +
  s + 1          2           3
          (s + 1)     (s + 1)

f = (sym)

     2              -t
  3t   - 4t + 4

            2
```

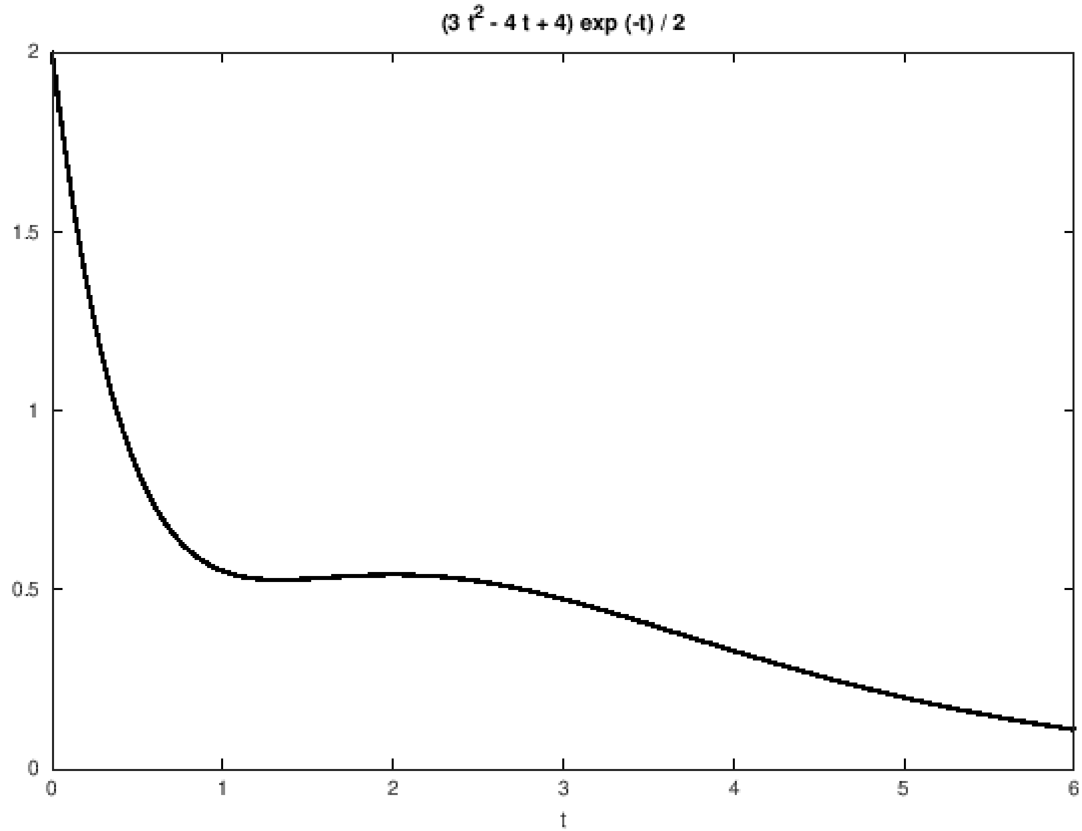

(3 t^2 - 4 t + 4) exp (-t) / 2
10000
8000
6000
4000
2000
0
-4
-2
0
2
4
6
t

1.1.5 Exercício 5: Obtenha as expanção em frações parciais e encontre a transformada inversa de Laplace de:

$$F(s) = \frac{10(s+2)(s+4)}{(s+1)(s+3)(s+5)^2}$$

In [99]:
```
% Declaração da Função
num = conv(10, conv([1 2], [1 4]));
den = conv(conv(conv([1 1], [1 3]), [1 5]), [1 5]);

% Cálculo das Franções Parciais
[r, p, k] = residue(num, den);

% Montagem da Função em Franções Parciais
F = vpa(0.9375)/(s+1) + vpa(1.25)/(s+3) - vpa(2.1875)/(s+5) + vpa(3.75)/(s+5)^2

% Cálculo da Inversa de Laplace
f = ilaplace(F)

% Plotando a Resposta da Função no Tempo
plot_ilap(f, [0 6 0 2])
```

```
F = (sym)

    2.1875     3.75      1.25   0.9375
  -  +  +  +
    s + 5           2   s + 3   s + 1
             (s + 5)

error: Python exception: ValueError: gamma function pole
    occurred at line 2 of the Python code block:
    f = inverse_laplace_transform(F, s, t)
error: called from
    python_cmd at line 179 column 7
    ilaplace at line 156 column 5
```


(3 t^2 - 4 t + 4) exp (-t) / 2
2
1.5
1
0.5
0
0
1
2
3
4
5
6
t

1.1.6 Exercício 6: Resolva a equação diferencial:

$$\ddot{x} + 2\dot{x} + 5x = 3,$$

com as seguintes condições:

$$\dot{x}(0) = 0, x(0) = 0$$

```
In [100]: % Equanção Diferencial
          eqn = diff(x,t, t)  + 2*diff(x, t) + 5*x == 3;

          % Condições Iniciais
          cond1 = diff(x)(0) == 0;
          cond2 = x(0) == 0;

          % Solução da Equação Diferencial
          r = dsolve(eqn, cond1, cond2)
```

```
r = (sym)

           3sin(2t)   3cos(2t)  -t   3
  x(t) = -  -    +
               10          5            5
```

1.1.7 Exercício 7: Resolva a equação diferencial:

$$2\ddot{x} + 7\dot{x} + 3x = 0,$$

com as seguintes condições:

$$\dot{x}(0) = 0, x(0) = 3$$

```
In [101]: % Equanção Diferencial
          eqn = 2*diff(x,t, t) + 7*diff(x, t) + 3*x == 0;

          % Condições Iniciais
          cond1 = diff(x)(0) == 0;
          cond2 = x(0) == 3;

          % Solução da Equação Diferencial
          r = dsolve(eqn, cond1, cond2)
```

```
r = (sym)

              -3t
           3           18
  x(t) = -   +
              5
                          ----
                           t
                     5
```

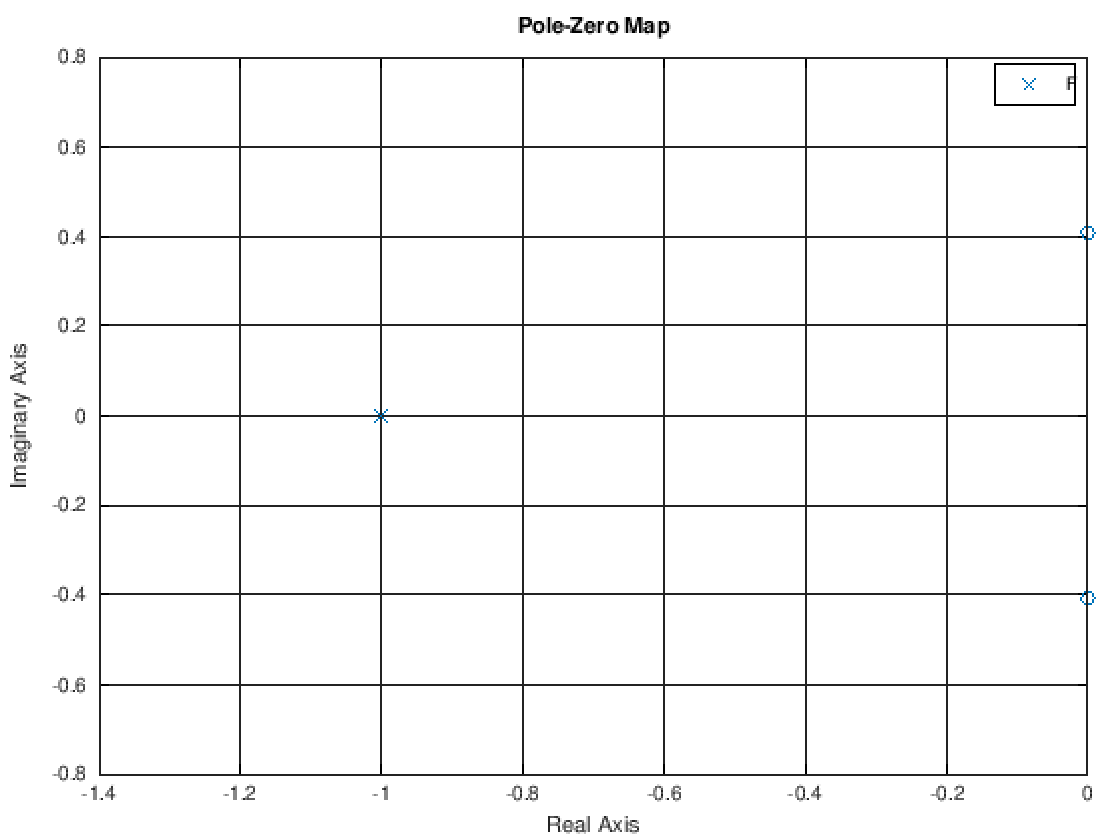
1.1.8 Exercício 8: Considere a seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{6s^2 + 1}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1}$$

Obtenha seu diagrama de Polos e Zeros.

In [102]:
```
% Montagem da Função de Transferência
num = [6 0 1];
den = [1 3 3 1];
F = tf(num, den)

% Extração dos Polos e Zeros
pzmap(F)
```

```
Transfer function 'F' from input 'u1' to output ...

           6 s^2 + 1
 y1:  ---------------------
      s^3 + 3 s^2 + 3 s + 1

Continuous-time model.
```



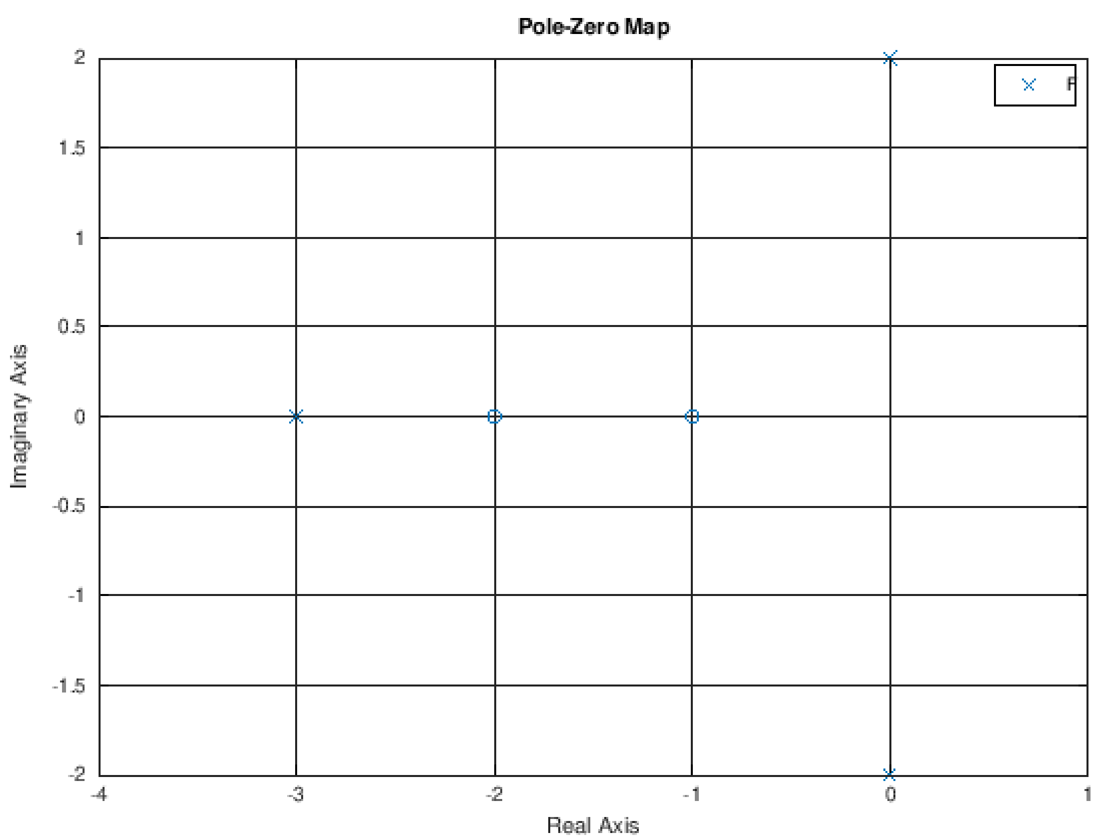
1.1.9 Exercício 9: Considere a seguinte função de transferência:

$$H(s) = \frac{(s+1)(s+2)}{(s+2i)(s-2i)(s+3)}$$

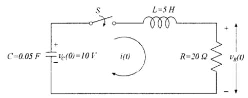
Obtenha seu diagrama de Polos e Zeros.

In [103]:
```
% Montagem da Função de Transferência
num = conv([1 1], [1 2]);
den = conv(conv([1 2i], [1 -2i]), [1 3]);
F = tf(num, den)

% Extração dos Polos e Zeros
pzmap(F)
```

```
Transfer function 'F' from input 'u1' to output ...

          s^2 + 3 s + 2
 y1:  ----------------------
      s^3 + 3 s^2 + 4 s + 12

Continuous-time model.
```



1.1.10 Exercício 10: Encontre a equação da corrente de malha, para um circuito RLC Série



1. Aplicando Kirchoff na malhad do circuito, temos:

$$\frac{1}{C}\int i(\tau)d\tau + Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} = 0$$

2. Aplicando a transformada de Laplace na Equação Diferencial

$$\frac{1}{C}\left(\frac{I(s)}{s} + \frac{i(0)}{s} + RI(s) + L(sI(s) - i(0)\right) = 0$$

3. Reorganizanado a Equação, temos que:

$$\left(\frac{1}{sC} + R + sL\right) I(s) = Li(0) - \frac{i(0)}{sC}$$

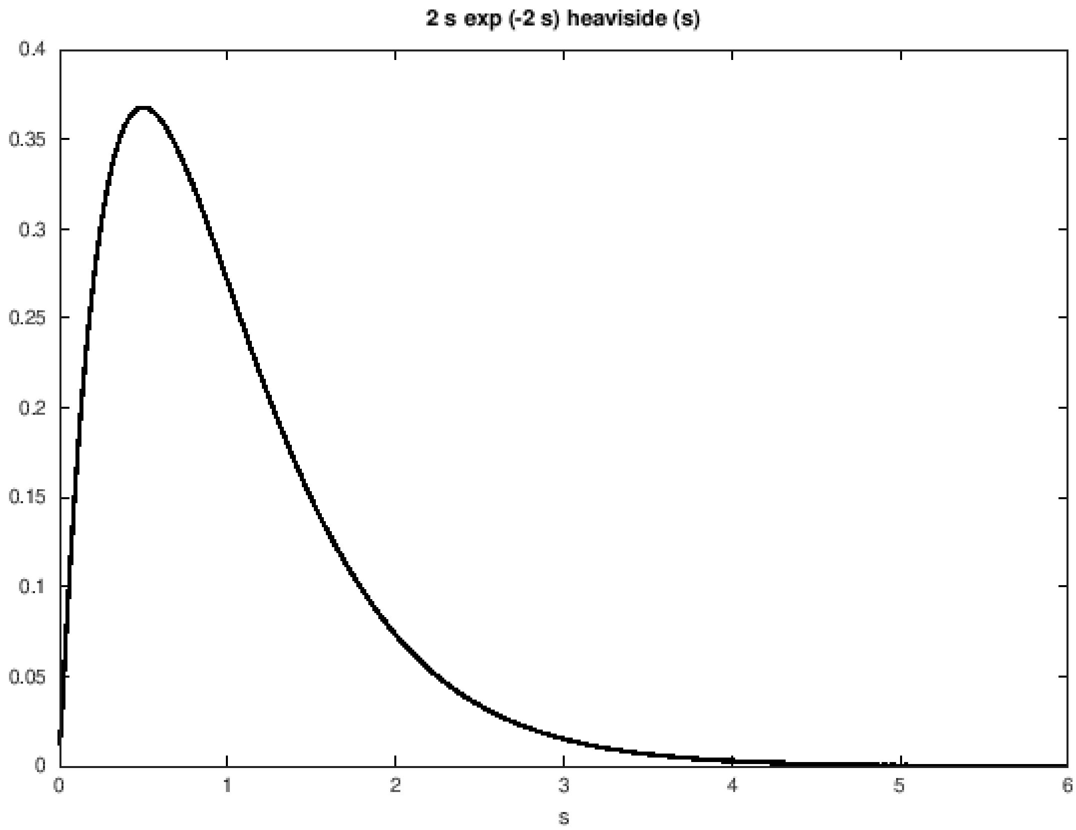
4. Substituindo os valores:

$$\frac{10}{s} = \left(5s + 20 + \frac{20}{s}\right) I(s)$$

$$I(s) = \frac{10}{5s^2 + 20s + 20}$$

In [105]:
```
L = 5;
C = 0.05;
Vc = 10;
R = 10;

num = 10;
den = [5 20 20];

% Cálculo das Franções Parciais
[r, p, k] = residue(num, den);

% Montagem da Função em Franções Parciais
I = 2/(s+2)^2;

% Cálculo da Inversa de Laplace
i = ilaplace(I, s)

% Plotando a Resposta da Corrente no Tempo
plot_ilap(i, [0 6 0 0.4])
```

```
i = (sym)

       -2s
  2s    Heaviside(s)
```



In [ ]: