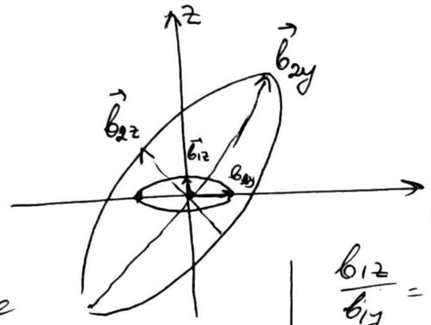
Задача 2.

$$\vec{E}_{0\Sigma} = \cancel{\vec{E}_{10} + 2\vec{E}_{20}} \overset{\vec{E}_{01}+\vec{E}_{02}}{=}$$

$$= (b_{1y}\cdot\vec{e}_y + b_{1z}\vec{e}_z) + b_{2y}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot e^{i\chi}\cdot [\vec{e}_y + \vec{e}_z] + b_{2z}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot e^{i\chi}\cdot[\vec{e}_y - \vec{e}_z]$$

где χ - опережение по фазе.



$$\frac{b_{1z}}{b_{1y}} = \frac{b_{2z}}{b_{2y}} = 1/2$$

$$b_{iy}^2 - b_{iz}^2 = c_i E_0^2, \quad i = 1;2, \quad c_i = 1;2$$

$\Downarrow$

$$b_{1y} = 2b_{1z} = \frac{2\sqrt{3}}{3}E_0$$

$$B_{2y} = 2b_{2z} = 4E_0\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\vec{E}_{0\Sigma} = \cancel{\vec{e}_y}(\vec{b}_{\Sigma y} + i\vec{b}_{\Sigma z})\cdot e^{-i\alpha}$$

$\Downarrow$

$$\vec{E}_{0\Sigma} = \vec{e}_y\left[b_{1y} + \frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\chi}(b_{2y}+b_{2z})\right] + \vec{e}_z\left[b_{1z} + \frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\chi}(b_{2y}-b_{2z})\right]$$

$$\vec{E}_{0\Sigma} = E_0\left[\vec{e}_y\left(\frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\chi}\cancel{6}^{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}\right) + \vec{e}_z\left(\frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}e^{i\chi}\cdot\cancel{2}\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\right]$$

$$\vec{E}_{0\Sigma} = E_0\left[\vec{e}_y\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}(2 + 3\sqrt{2}e^{i\chi}) + \vec{e}_z\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}(1 + \sqrt{2}e^{i\chi})\right]$$

красный случай:

Если опережение по фазе on π: $\left\{e^{\pi i} = -1\right.$

$$E_0\left[\vec{e}_y\frac{\sqrt{3}(2+3\sqrt{2})}{3} + \vec{e}_z\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}(1+\sqrt{2})\right] \geq \vec{E}_{0\Sigma} \geq E_0\left[\vec{e}_y\frac{\sqrt{3}}{3}(2-3\sqrt{2}) + \vec{e}_z\frac{\sqrt{3}}{3}(1-\sqrt{2})\right]$$

$$\boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}E_0\left[(2-3\sqrt{2})\vec{e}_y + (1-\sqrt{2})\vec{e}_z\right] \leq \vec{E}_{0\Sigma} \leq \frac{\sqrt{3}}{3}E_0\left[(2+3\sqrt{2})\vec{e}_y + (1+\sqrt{2})\vec{e}_z\right]}$$

амплитуда и направление меняются так.

(изменение направления определяется амплитудой: $\vec{E} = Re\{\vec{E}_0 e^{i(kr-\omega t)}\}$ коль скоро $k, \omega = const$.)

если правое при $\chi = \pi/2$ то:

$$\vec{E}_{0\Sigma} \leq E_0\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}\left[\vec{e}_y(2 + 3(1+i)) + \vec{e}_z(1 + (1+i))\right]$$

$$\vec{E}_{0\Sigma} \leq E_0\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}\left[\vec{e}_y(5+i) + \vec{e}_z(2+i)\right]$$

левая граница остается той же.

$$\vec{E}_{0\Sigma} = \frac{\sqrt{3}}{3} E_0 \left[\vec{e}_y \left(2 + 3\sqrt{2} e^{i\chi}\right) + \vec{e}_z \left(1+\sqrt{2} e^{i\chi}\right)\right] = \left(\vec{b}_{\Sigma y} + i\vec{b}_{\Sigma z}\right) e^{i\alpha}$$

$$b_{\Sigma y} + i b_{\Sigma z} = \left(\underset{e^{-i\alpha}}{\cos\alpha - i\sin\alpha}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} E_0 \left[\dots \right]$$

$$F = \vec{b}_{\Sigma y} + i b_{\Sigma z} = \frac{\sqrt{3}}{3} E_0 \left[\vec{e}_y \left[2 e^{-i\alpha} + 3\sqrt{2} e^{i(\chi-\alpha)}\right) + \vec{e}_z \left(e^{-i\alpha} + \sqrt{2} e^{i(\chi-\alpha)}\right)\right]\right]$$

$$\mathrm{Re}\, F = \vec{b}_{\Sigma y} = \frac{\sqrt{3}}{3} E_0 \left[\vec{e}_y \left(2\cos\alpha + 3\sqrt{2}\cdot\cos(\chi-\alpha)\right) + \vec{e}_z \left(\cos\alpha + \sqrt{2}\cdot\cos(\chi-\alpha)\right)\right]$$

$$\mathrm{Im}\, F = \vec{b}_{\Sigma z} = -\frac{\sqrt{3}}{3} E_0 \left[\vec{e}_y \left(2\sin\alpha - 3\sqrt{2}\sin(\chi-\alpha)\right) + \vec{e}_z \left(\sin\alpha - \sqrt{2}\cdot\sin(\chi-\alpha)\right)\right]$$

степень эллиптичности поляризации: $p^{-1} = \frac{b^2_{\Sigma y}}{b^2_{\Sigma z}} =$

$$= \boxed{\frac{\left[2\cos\alpha + 3\sqrt{2}\cos(\chi-\alpha)\right]^2 + \left[\cos\alpha + \sqrt{2}\cos(\chi-\alpha)\right]^2}{\left[2\sin\alpha - 3\sqrt{2}\sin(\chi-\alpha)\right]^2 + \left[\sin\alpha - \sqrt{2}\sin(\chi-\alpha)\right]^2}}.$$

при этом $\left(\vec{b}_{\Sigma y} \cdot \vec{b}_{\Sigma z}\right) = 0$

$$-\left[2\cos\alpha + 3\sqrt{2}\cos(\chi-\alpha)\right]\cdot\left[2\sin\alpha - 3\sqrt{2}\cdot\sin(\chi-\alpha)\right] -$$

$$- \left[\cos\alpha + \sqrt{2}\cdot\cos(\chi-\alpha)\right]\cdot\left[\sin\alpha - \sqrt{2}\sin(\chi-\alpha)\right] = 0$$

$$\underset{2\sin 2\alpha}{4\cos\alpha\sin\alpha} - 9\cdot\sin 2(\chi-\alpha) - 6\sqrt{2}\cos\alpha\cdot\sin(\chi-\alpha) +$$

$$+ 6\sqrt{2}\cos(\chi-\alpha)\cdot\sin\alpha +$$

$$+ \frac{\sin 2\alpha}{2} - \sqrt{2}\sin(\chi-\alpha)\cos\alpha + \sqrt{2}\cos(\chi-\alpha)\cdot\sin\alpha - \sin 2(\chi-\alpha) = 0$$

$$\frac{5\sin 2\alpha}{2} - 10\sin 2(\chi-\alpha) - 7\cos\alpha\cdot\sin(\chi-\alpha) + 7\cdot\sin\alpha\cdot\cos(\chi-\alpha) = 0$$

$$\frac{5\sin 2\alpha}{2} - 10\sin 2(\chi-\alpha) + 7\sin(2\alpha-\chi) = 0$$

$$\frac{5\sin 2\alpha}{2} + 10\left[\sin 2\alpha\cdot\cos 2\chi - \cos 2\alpha\sin 2\chi\right] + 7\left[\sin 2\alpha\cos\chi - \cos 2\alpha\sin\chi\right] = 0$$

$$\sin 2\alpha\left[\frac{5}{2} + 10\cos 2\chi + 7\cos\chi\right] + \cos 2\alpha\left[-10\sin 2\chi - 7\sin\chi\right] = 0$$

$$\boxed{\mathrm{tg}\, 2\alpha = \frac{10\sin 2\chi - 7\sin\chi}{\frac{5}{2} + 10\cos 2\chi + 7\cos\chi}.}$$

$0 \le x \le \pi/2$ (при $x = \pi$ $P = 0$)

$x = 0$

$tg\, 2\alpha = 0$

$\alpha = 0$

$x = \frac{\pi}{2}$:

$tg\, 2\alpha = \frac{-7}{\bar{3} - 10}$

$tg\, 2\alpha = \frac{14}{15}$, $\alpha \approx 0{,}84$.

P при $x = 0$:

$P = 0$,

P при $x = \frac{\pi}{2}$, $\alpha = 0{,}84$:

$P^{-2} = \frac{23{,}158}{1{,}842} = 12{,}572$

$P^{-1} \approx 3{,}55$.

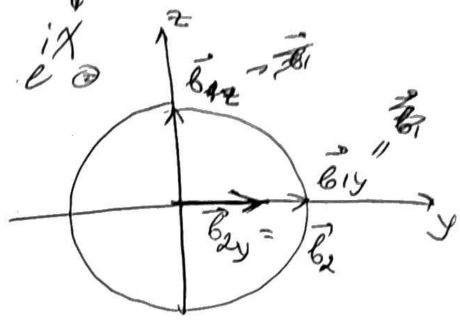
$P \approx 0{,}28$

$0 \le P \le 0{,}28$

Задача 1.

$$\vec{E}_{0\Sigma} = \vec{E}_{b} + \vec{E}_{2o} = \overset{E_0}{b_{1y}}\cdot\vec{e}_y + \overset{E_0}{b_{1z}}\cdot\vec{e}_z + \overset{E_0}{b_2}\cdot\vec{e}_y\, e^{i\chi} =$$

опережение по фазе



$$= E_0\left[\vec{e}_y\left(1+e^{i\chi}\right)+\vec{e}_z\right] =$$

$$= \left(\vec{b}_{\Sigma_y} + i\vec{b}_{\Sigma_z}\right)e^{-i\alpha} \Rightarrow \vec{b}_{\Sigma_y} + i\vec{b}_{\Sigma_z} = E_0\left[\vec{e}_y\left[e^{i\alpha}+e^{i(\chi+\alpha)}\right] + \vec{e}_z\cdot e^{i\alpha}\right] = F$$

$$\operatorname{Im} F = \vec{b}_{\Sigma_z} = E_0\left[\vec{e}_y\left[\sin\alpha + \sin(\chi+\alpha)\right] + \vec{e}_z\cdot\sin\alpha\right]$$

$$\operatorname{Re} F = \vec{b}_{\Sigma_y} = E_0\left[\vec{e}_y\left(\cos\alpha + \cos(\chi+\alpha)\right) + \vec{e}_z\cdot\cos\alpha\right]$$

$$|\vec{b}_{\Sigma_z}| = \left(\left(\sin\alpha + \sin(\chi+\alpha)\right)^2 + \sin^2\alpha\right)^{1/2}$$

$$|\vec{b}_{\Sigma_y}| = \left(\left(\cos\alpha + \cos(\chi+\alpha)\right)^2 + \cos^2\alpha\right)^{1/2}$$

$$P = \frac{|\vec{b}_{\Sigma_z}|}{|b_{\Sigma_y}|} = \sqrt{\frac{\left(\sin\alpha+\sin(\chi+\alpha)\right)^2+\sin^2\alpha}{\left(\cos\alpha+\cos(\chi+\alpha)\right)^2+\cos^2\alpha}}$$

$$\left(\vec{b}_{\Sigma_z}\cdot\vec{b}_{\Sigma_y}\right) = 0 \Rightarrow \frac{\sin 2\alpha}{2} + \frac{\sin 2(\chi+\alpha)}{2} + \sin(\chi+2\alpha) + \frac{\sin 2\alpha}{2} = 0 \;\Big|\cdot 2$$

$$\sin 2\alpha + \sin 2\chi\cdot\cos 2\alpha + \cos 2\chi\,\sin 2\alpha + \sin\chi\cdot\cos 2\alpha + \cos\chi\cdot\sin 2\alpha = 0$$

$$\sin 2\alpha\left(1+\cos 2\chi+\cos\chi\right) + \cos 2\alpha\left(\sin 2\chi+\sin\chi\right) = 0$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{\sin 2\chi + \sin\chi}{1+\cos 2\chi+\cos\chi}$$

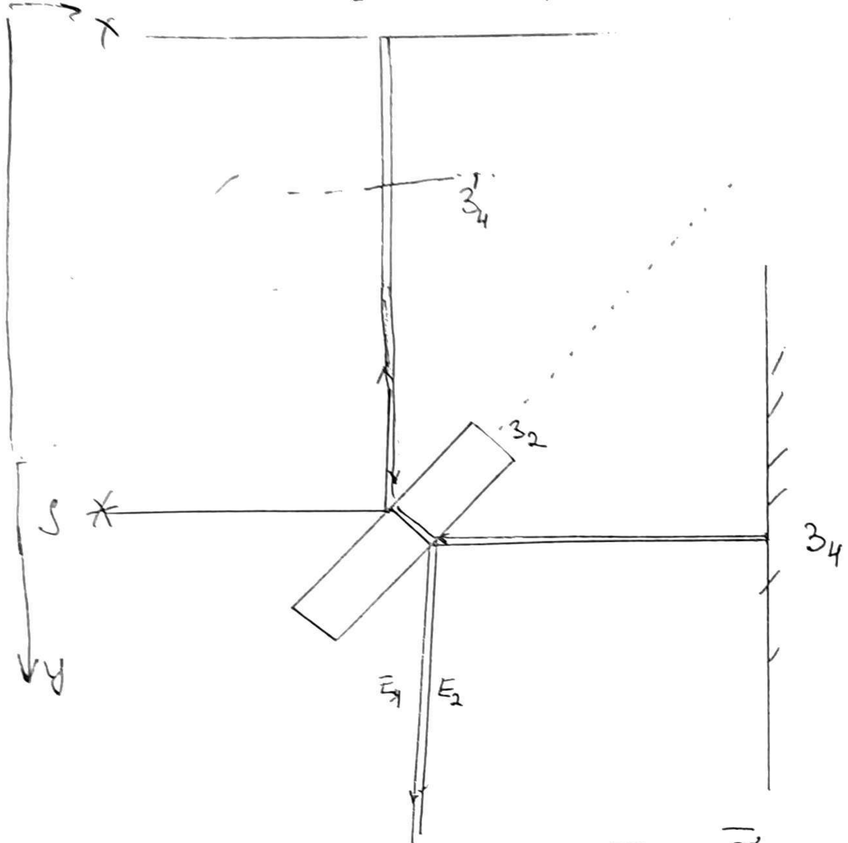
$$\operatorname{tg} 2\alpha\left(\tfrac{\pi}{2}\right) = \cancel{\ldots} - \frac{1}{1-1} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$$

Тогда P при $\chi = 0$ и $\chi = \frac{\pi}{2}$:

$$0 \le P \le \frac{1}{2}$$

$$P\left(\chi=\tfrac{\pi}{2}\right) = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}}{2+\frac{1}{2}}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

Задача 4.



$$I = I_1 + I_2 + I_{12}$$

$$I_{12} = 2(\vec{E_1}\,\vec{E_2}) = 2|\vec{E_1}||\vec{E_2}|$$

(в лазере линейная поляризация)

$$\vec{E_1} = E_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})\cdot \vec{e_y}$$

$$\vec{E_2} = E_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \Delta)\cdot \vec{e_y}$$

$$\Delta = 2d\cdot\cos\varphi + \frac{\lambda}{2}$$ ← потеря полуволны при отражении

$$\varphi \approx 0 \Rightarrow \Delta \approx 2d + \frac{\lambda}{2}.$$

изменили расстояние: $\Delta' = 2d + \delta y$

$$I = \overline{\vec{E_1}^2} + \overline{\vec{E_2}^2} + \overline{2|\vec{E_1}||\vec{E_2}|} \simeq \overline{(\cancel{\vec{E_1}+\vec{E_2}})^2}$$

$$\overline{\vec{E_1}^2} \to \frac{E_0^2}{2}, \quad \overline{\vec{E_2}^2} \to \frac{E_0^2}{2}, \quad \overline{2|\vec{E_1}||\vec{E_2}|} \to \overline{2E_0^2\left(\cos^2(\omega t - \vec{k}\vec{r})\cdot\cos\Delta + \frac{\sin 2(\omega t - \vec{k}\vec{r})\cdot\sin\Delta}{2}\right)} = \underline{2E_0^2\cos\Delta}$$

$$I = E_0^2(1 + 2\cos\Delta)$$

если $\Delta \longmapsto \Delta + \delta y$

$$I \mapsto I = E_0^2(1 + 2\cos(\Delta + \delta y)) = E_0^2[1 + 2(\cos\Delta\cdot\cos\delta y - \sin\Delta\sin\delta y)] \simeq E_0^2[1 + 2(\cos\Delta - \sin\Delta\cdot\delta y)]$$

Тогда чувствительность P:

$$P = \left|\frac{\Delta I}{\delta y}\right| = \left|\frac{E_0^2 + 2E_0^2\cos\Delta - E_0^2\cdot 2\sin\Delta\,\delta y - E_0^2 - E_0^2\cdot 2\cdot\cos\Delta}{\delta y}\right| = 2E_0^2\sin\Delta.$$

что с 10 битами АЦП делать, я не знаю :)